

## บทที่ 2

### เอกสารที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนเทศบาล 5 พลโทไชยรามินทร์ภักดี จังหวัดราชบุรี ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับงานวิจัยครั้งนี้ และได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับโปรแกรมจีเอสพี
  - 1.1 ความหมายของโปรแกรมจีเอสพี
  - 1.2 ความสามารถของโปรแกรมจีเอสพี
  - 1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมจีเอสพี
2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
  - 2.1 แนวคิดเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
  - 2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน
3. การศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียน
  - 3.1 ความคิดเห็นต่อกิจกรรมการเรียนการสอนด้วยคณิตศาสตร์และสื่อการเรียนรู้
  - 3.2 ความคิดเห็นกับกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี

#### 1. แนวคิดเกี่ยวกับโปรแกรมจีเอสพี

##### 1.1 ความหมายของโปรแกรมจีเอสพี

โปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมสำรวจเชิงคณิตศาสตร์เรขาคณิตพลวัต ซึ่งทางบริษัท Key Curriculum Press ประเทศสหรัฐอเมริกาเป็นผู้คิดค้นโปรแกรมตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 และพัฒนาเรื่อยมาจนถึงเวอร์ชัน 4.06 โปรแกรม GSP สามารถนำไปใช้ช่วยสอนในวิชาคณิตศาสตร์ได้ เช่น วิชาเรขาคณิต พีชคณิต ทรีโกณมิติ และแคลคูลัส นอกจากนี้ยังสามารถนำไปประยุกต์สร้างสื่อการสอนในวิชาวิทยาศาสตร์โดยเฉพาะวิชาฟิสิกส์ได้

อีกด้วย โปรแกรม GSP เป็นสื่อเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist Approach) เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาทักษะของการนึกภาพ (Visualization) ทักษะของกระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Skills) นอกจากนี้การใช้ซอฟต์แวร์โปรแกรม GSP ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นการบูรณาการสาระที่เกี่ยวข้องกับความรู้อคณิตศาสตร์ และทักษะด้านเทคโนโลยี เข้าด้วยกันทำให้ผู้เรียนมีโอกาสพัฒนาพหุปัญญาอันได้แก่ ปัญญาทางด้านภาษา ด้านตรรกศาสตร์ ด้านมิติสัมพันธ์ และ ด้านศิลปะ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548:1-2) ได้ตระหนักความสำคัญของการใช้เทคโนโลยีที่ช่วยในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เพื่อให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้ และเรียนรู้อย่างมีความหมาย จึงได้พิจารณาโปรแกรมต่าง ๆ และเห็นว่าโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นโปรแกรมหนึ่งที่ครูสามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากนักและเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพสามารถทำให้นักเรียนเรียนรู้อคณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ของหลักสูตร พัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการจินตนาการ เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง สสวท. จึงซื้อลิขสิทธิ์โปรแกรม GSP จากบริษัท Key Curriculum Press และแปลเป็นภาษาไทยเพื่อให้ครูสามารถใช้โปรแกรมในการสอน และ นักเรียนสามารถใช้ในการเรียนรู้ได้ง่าย และสะดวก

## 1.2 ความสามารถของโปรแกรมจีเอสพี

วิชาคณิตศาสตร์ทักษะเบื้องต้นที่สอนในวิชาเรขาคณิตคือ การใช้วงเวียน และสันตรงในเรื่องการสร้าง ส่วนในวิชาพีชคณิต มีการเขียนกราฟของฟังก์ชัน แต่การใช้กระดาษและดินสอสร้างงานยังคงต้องใช้ในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ามีอุปสรรคที่สำคัญ 2 ข้อคือ ข้อที่หนึ่ง การสร้างแต่ละครั้งต้องใช้เวลา และเมื่อสร้างเสร็จแล้วรูปที่ได้ก็ไม่มีการเคลื่อนไหวจากอุปสรรคข้อแรก การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ตัวอย่างเช่น The Geometer's Sketchpad จะช่วยแก้ปัญหาเรื่องเวลาได้ด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ เช่นแบ่งครึ่งมุม และ สะท้อน ซึ่งจะแสดงผลให้อย่างรวดเร็วเมื่อเปรียบเทียบกับสร้างบนกระดาษนอกจากนี้ The Geometer's Sketchpad ยังช่วยให้เราสามารถสร้างและสำรวจได้หลากหลายวิธี ตั้งแต่อย่างง่ายไปจนถึงซับซ้อนขึ้นในเวลาอันจำกัด อุปสรรคข้อที่สองของการสร้างรูปด้วยกระดาษและดินสอ คือ รูปนั้นจะ“นิ่งอยู่กับที่” การสร้างที่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริงนั้น (มุมที่กำหนดเท่ากัน) เป็นความจริงเชิงคณิตศาสตร์ แต่บางอย่างดูเหมือนว่าจะเป็นจริงเนื่องจากเลือกสร้างขึ้นมา นับว่าเป็นเรื่องยากที่จะแยกแยะว่าอะไรที่เป็นจริงเพียงบางครั้งและอะไรจะเป็นจริงเสมอ โดยไม่ต้องกลับไปสร้างรูปใหม่หลายๆ รูป

ความงดงามที่เกิดจากการสร้างโดยใช้ The Geometer's Sketchpad ก็ สามารถทำให้เคลื่อนไหวได้ รูปที่สร้างด้วย The Geometer's Sketchpad สามารถลาก ย่อให้มีขนาดเล็กลงหรือ ขยาย ได้ อีกนัยหนึ่ง คือ เป็นการเปลี่ยนแปลงที่ยังคงรักษาสมบัติทางคณิตศาสตร์ไว้เสมอ ขณะที่ทำให้รูปมีการเปลี่ยนแปลงความสัมพันธ์ที่กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้างจะยังคงมีอยู่ ส่วนสมบัติบางอย่างที่เปลี่ยนแปลงได้จะเป็นสมบัติที่ไม่ได้กำหนดไว้ในขั้นตอนการสร้างอย่างแท้จริง จะเห็นว่ารูปบน The Geometer's Sketchpad มีการเปลี่ยนแปลงจะทำให้สามารถสำรวจผลที่เป็นไปได้หลาย ๆ กรณีตามเงื่อนไขของการสร้าง สิ่งเหล่านี้ทำให้ง่ายต่อการจำแนกระหว่างสมบัติที่เป็นจริงบางครั้ง และสมบัติที่เป็นจริงเสมอในทุกๆ สถานการณ์ ที่กำหนดให้โดยนัยเดียวกันการเคลื่อนไหวตัวพารามิเตอร์  $m$  และ  $b$  ของสมการ  $y = ax + b$  เป็นตัวอย่างที่ทำให้สามารถสำรวจวงศ์เส้นโค้ง (family of curves) ทั้งหมดด้วยการเขียนกราฟเพียงครั้งเดียว

ในเรื่องฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน ด้วยสมการ และเขียนกราฟของฟังก์ชันบนระบบพิกัดฉาก ใน The Geometer's Sketchpad ฟังก์ชันจะกำหนดด้วยสัญลักษณ์เช่น  $f(x)=2x$  และคำว่ากราฟของฟังก์ชันจะหมายถึงกราฟของฟังก์ชันในระบบพิกัดฉากในระบบหนึ่ง เราสามารถสร้างฟังก์ชัน และวงค์ของฟังก์ชัน สามารถหาค่าของฟังก์ชันและนำค่ามาใช้ในการคำนวณ สามารถแก้ไขฟังก์ชัน เขียนฟังก์ชันและตัวผกผันของฟังก์ชัน โดยใช้ระบบพิกัดฉาก หรือระบบพิกัดเชิงขั้ว สามารถนำฟังก์ชันมารวมและประกอบกันได้หลายวิธี และสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้ด้วย ในการสร้างฟังก์ชันใหม่ให้ใช้คำสั่งฟังก์ชันใหม่ เรื่องนี้จะไปเรียกเครื่องคิดเลขของ The Geometer's Sketchpad เพื่อให้เราสามารถกำหนดฟังก์ชันได้ แต่ถ้าสร้างฟังก์ชันใหม่และเขียนกราฟทันที ให้ใช้คำสั่งการเขียนกราฟ

### 1.3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมจีเอสพี

ปัจจุบันนี้เทคโนโลยีสารสนเทศได้เข้ามามีบทบาทสำคัญในชีวิตประจำวันอย่างหลีกเลี่ยงไม่ได้แม้แต่ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในโรงเรียนก็สามารถนำเทคโนโลยีมาใช้เพื่อเอื้อประโยชน์ในการเรียนรู้ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี จึงมีความจำเป็นที่ผู้สอนจะต้องพัฒนาความรู้และทักษะของตนเกี่ยวกับการนำเทคโนโลยีมาใช้ประโยชน์ในการพัฒนาจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและการวัดผลประเมินผลการเรียน เพื่อให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจอยากเรียนมากขึ้น

ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต (The Geometer's Sketchpad) หรือเรียกสั้นๆว่า GSP เป็นเครื่องมืออีกชิ้นหนึ่งที่ผู้สอนสามารถนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียนของตนเองได้เป็นอย่างดีเนื่องจากเป็นโปรแกรมที่ใช้งานง่าย สะดวก อีก

ทั้งตัวโปรแกรมฉบับภาษาไทย ซึ่งจัดแปลโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) สำหรับใช้เพื่อเป็นประโยชน์ในสถาบันการศึกษา

แนวทางในการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องต่อไปนี้

- ฟังก์ชันเชิงเส้น
- ฟังก์ชันกำลังสอง
- ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
- ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์

แนวทางการนำโปรแกรม The Geometer's Sketchpad ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีได้หลายรูปแบบเช่น ใช้ในการสร้างความสนใจและนำเข้าสู่บทเรียน ใช้ในการสาธิตการแก้โจทย์ปัญหา ใช้ในการนำเสนอที่มาของสูตรหรือกฎเกณฑ์ต่างๆใช้เพื่อให้นักเรียนฝึกทักษะ หรือใช้เพื่อให้นักเรียนทำการสำรวจ ค้นหาความรู้ต่างๆ การที่ผู้สอนจะเลือกนำวิธีการใดไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนกับนักเรียนนั้นควรคำนึงถึงสิ่งต่างๆดังนั้นจุดประสงค์ บทเรียน เวลาในการจัดกิจกรรม ความรู้พื้นฐานของนักเรียน และปริมาณเครื่องคอมพิวเตอร์ที่สามารถใช้งานได้

กราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์มีประเด็นต่างๆที่ทำความเข้าใจดังนี้

1. ในหลักสูตรขั้นพื้นฐานกำหนดให้ผู้เรียนมีมาตรฐานการเรียนรู้ในช่วงชั้นที่ 4 เกี่ยวกับกราฟว่า ผู้เรียนจะต้องใช้กราฟของสมการ อสมการ และฟังก์ชันในการแก้ปัญหาได้ ดังนั้นความเข้าใจในเรื่องกราฟของฟังก์ชันจึงเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป

2. โดยทั่วไปแล้วการเรียนการสอนในหัวข้อกราฟของฟังก์ชันในระดับที่ผู้เรียนจะสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้นั้น ผู้เรียนควรจะต้องมีความคุ้นเคยกับกราฟในรูปแบบต่างๆและเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันรูปแบบของกราฟที่ได้เป็นอย่างดี ผู้สอนสามารถเพิ่มทักษะในด้านนี้ให้กับนักเรียนโดยให้นักเรียนฝึกเขียนกราฟในรูปแบบต่างๆจนคุ้นเคย และสามารถอธิบายความเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นกับกราฟเมื่อปรับค่าพารามิเตอร์ในฟังก์ชันได้ การฝึกดังกล่าวต้องใช้การคำนวณค่อนข้างมาก หากไม่ใช้เครื่องมือมาประกอบการทำกิจกรรม ก็จะทำให้นักเรียนเบื่อหน่าย นอกจากนี้การคำนวณที่มีค่ามาก ก็อาจทำให้นักเรียนกังวลอยู่กับการคำนวณให้ถูกต้องจนต้องละเลยแนวคิดที่สำคัญ ดังนั้นการใช้ GSP มาช่วยในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในเรื่องนี้จึงเอื้อประโยชน์ต่อทั้งครูและนักเรียนได้เป็นอย่างดี

3. เพื่อการเรียนรู้การสอนในเรื่องฟังก์ชันเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพและตรงตามวัตถุประสงค์ การใช้โปรแกรม GSP ในการเขียนกราฟของฟังก์ชันต่างๆทำให้สามารถเขียนกราฟได้รวดเร็ว และสามารถปรับค่าพารามิเตอร์ต่างๆในฟังก์ชันได้อย่างสะดวก และผู้เรียนมองเห็นการเปลี่ยนแปลงเมื่อค่าพารามิเตอร์ในฟังก์ชันเปลี่ยนแปลงไปได้ชัดเจน อย่างไรก็ตามการฝึกเขียนกราฟด้วยมือก็ยังคงมีความจำเป็น ผู้สอนอาจให้นักเรียนฝึกทักษะการเขียนกราฟจนชำนาญก่อน แล้วจึงใช้โปรแกรม GSP มาช่วยในการสื่อให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดของบทเรียนก็ได้

นารี วงศ์โรจน์กุล (2549 : online) กล่าวว่า โปรแกรม GSP พัฒนาขึ้นโดยบริษัท Key Curriculum Press ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1991 และพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ จนถึง เวอร์ชัน 4.06 โรงเรียนต่างๆ ในสหรัฐอเมริกาใช้โปรแกรมนี้สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมากที่สุด และในหลายประเทศทั่วโลก ได้ใช้โปรแกรมนี้อย่างแพร่หลาย ในส่วนของประเทศไทยนั้น ได้ลงนามในพิธีครองลิขสิทธิ์การใช้ซอฟต์แวร์ GSP เวอร์ชัน 4.06 เมื่อกลางเดือนธันวาคม ณ. โรงแรมควีนส์ปาร์ก

จากเอกสารที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม Geometer's Sketchpad (GSP) ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า โปรแกรม GSP หมายถึง สื่อเทคโนโลยีที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูสามารถนำมาใช้ในกิจกรรมการเรียนการสอน นำมาใช้สร้างสื่อการสอนและใบงาน เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่หลากหลาย

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2548 :2 - 4 ) กล่าวว่า The Geometer's Sketchpad เป็นโปรแกรมอเนกประสงค์ ขอบเขตของการใช้ขึ้นอยู่กับจินตนาการของผู้ใช้ ตัวอย่างที่สามารถทำได้โดยใช้ Sketchpad

#### 1. การสำรวจและการสอนทฤษฎีบททางเรขาคณิต

ในหนังสือเรขาคณิตมักเต็มไปด้วยทฤษฎีบท ลัทธิบท บทแทรก บทตั้ง (lemma) และบทนิยาม ซึ่งมีหลากหลายอย่างที่ยากที่การเข้าใจ หรือแม้จะเข้าใจก็ไม่ลึกซึ้ง วิธีที่จะให้เข้าใจทฤษฎีบทที่ยาก ๆ หรือวิธีการสอนเรื่องยากในชั้นเรียน คือ การใช้ Sketchpad สร้างแบบจำลองต่างๆ

#### 2. การนำเสนอในชั้นเรียน

แบบร่างที่นำเสนอเป็นเอกสารของ Sketchpad ที่ได้ออกแบบไว้สำหรับการนำเสนอไปยังกลุ่มบุคคลต่าง ๆ เช่น นักเรียน เพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือครู โดยปกติแบบร่างที่นำเสนอจะมีภาพกราฟิกที่สวยงาม เคลื่อนไหวได้ มีปุ่มแสดงการทำงานต่าง ๆ และมีเนื้อหาได้หลายหน้า ครูสามารถใช้ Sketchpad ให้เป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้การสอนมีประสิทธิภาพ ถึงแม้ว่าจะไม่สามารถสอนในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ได้ทุกวัน แต่ก็สามารถนำมาสาธิตใน

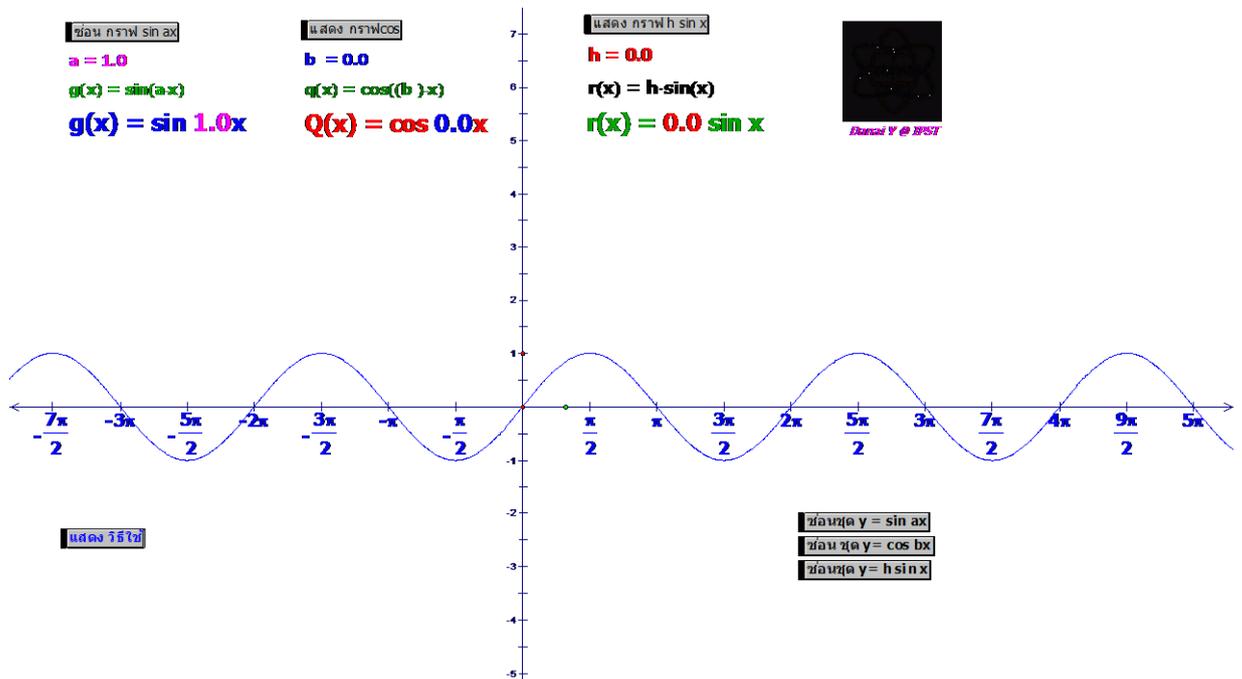
ห้องเรียนที่มีคอมพิวเตอร์เพียงเครื่องเดียวพร้อมเครื่องฉาย LCD ได้ นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถนำงานที่สร้างในแบบร่างมาเสนอในชั้นเรียน หรือทำรายงานตลอดจนทำแฟ้มผลงานต่าง ๆ ได้

### 3. การศึกษารูปต่าง ๆ จากหนังสือเรียน

เมื่อเราชำนาญในการใช้ Sketchpad แล้ว จะพบว่าในการสร้างรูปต่าง ๆ บนจอคอมพิวเตอร์ จะใช้เวลาน้อยกว่าการสร้างด้วยมือ นอกจากนั้นในการสร้างรูปด้วย Sketchpad ยังได้เปรียบตรงที่สามารถทำให้รูปนั้นเคลื่อนไหวได้ และสำรวจการเปลี่ยนแปลงได้ ดังนั้นควรพิจารณาใช้ ในการสร้างและศึกษารูปในหนังสือเรียนและในการทำการบ้าน

### 4. ใช้ Sketchpad ในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์

Sketchpad เป็นเครื่องมือที่จะเป็นอย่างยิ่งในรายวิชาต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นนักเรียนหรือครู เช่นในพีชคณิต สามารถใช้ ตรวจสอบความชันและสมการของเส้นตรง ตรวจสอบสมบัติพาราโบลา และหัวข้ออื่น ๆ ที่สำคัญอีกหลายหัวข้อ ทั้งนักเรียนและครูสามารถสำรวจการเคลื่อนไหวของวงค์ของฟังก์ชันด้วยการใช้คำสั่งต่าง ๆ จากเมนูกราฟ ใช้กับวิชาตรีโกณมิติ ในวิชาแคลคูลัส ใช้สำรวจอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ด้วยการสร้างเส้นสัมผัสเส้นโค้ง และใช้คำสั่งอนุพันธ์ หรือ สำรวจปริพันธ์โดยการสร้างพื้นที่ที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง นอกจากนี้ Sketchpadยังสามารถใช้ประโยชน์ในวิชาคณิตศาสตร์ ระดับวิทยาลัย เช่นวิชา non- Euclidean geometry หรือในวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูง



ภาพที่ 2.1 กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ (สสวท. 2549 : Online).

นวลนดา สงวนวงษ์ทอง (2549 : online). กล่าวว่า โปรแกรม Sketchpad สามารถใช้ป็นสื่อภาพในการนำเสนอแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

นารี วงศ์สิโรจน์กุล (2549 : online) กล่าวว่า เราสามารถใช้ โปรแกรม GSP สร้างรูปเรขาคณิตจำนวนมากเพื่อพิสูจน์ทฤษฎีต่าง ๆ ทั้งยังทบทวนได้ง่ายและบ่อยขึ้น การสอนด้วยโปรแกรม GSP จะทำให้นักเรียนเรียนได้สนุก เข้าใจได้เร็ว น่าตื่นเต้น นอกจากนี้การใช้ GSP สร้างสื่อการสอนและใบงาน ยังทำได้รวดเร็ว สามารถนำเสนอภาพเคลื่อนไหว (animation) มาใช้อธิบายเนื้อหาที่ยาก ๆ เช่นทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ พิสูจน์ให้เป็นรูปธรรม และโปรแกรมยังเน้นให้นักเรียนฝึกปฏิบัติด้วยตัวเองได้

จากความสามารถของโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า โปรแกรม GSP มีความสามารถในการนำเสนอภาพเคลื่อนไหว นำมาใช้ในการอธิบายเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ สามารถสร้างรูปเรขาคณิต รูปกราฟต่าง ๆ สามารถเลื่อน หมุน ยืด หด พลิก ได้ และนักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองโดยการลงมือปฏิบัติ เป็นสื่อที่ช่วยให้ผู้เรียน ได้พัฒนาทักษะการนิรนัย ทักษะกระบวนการแก้ปัญหา

## 2. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

### 2.1 แนวคิดเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

นักวิชาการให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544 : 23). กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ความสำเร็จ ความสมหวังในด้านการเรียนรู้ ด้านความรู้ ความเข้าใจ ความสามารถ และทักษะด้านวิชาการของแต่ละบุคคลที่จะประเมินได้จากแบบทดสอบหรือการทำงานที่ได้รับมอบหมาย และผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้น จะทำให้แยกกลุ่มของนักเรียนที่ถูกประเมินออกเป็นระดับ ต่างๆ เช่น สูง ปานกลาง ต่ำ เป็นต้น

อัญชนา โทธิพลากร (2545 :93) กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการเรียนรู้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรม ด้านความรู้ ความคิด (Cognitive Domain)

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถทางด้านสติปัญญา (Cognitive Domain) ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ วิลสัน (Wilson.1971: 643-696) ได้

จำแนกพฤติกรรมทางการเรียนรู้ด้านสติปัญญาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาไว้เป็น 4 ระดับ คือ

1. ความรู้ ความจำ ด้านการคิดคำนวณ (Computation) พฤติกรรมระดับนี้ถือเป็นพฤติกรรมระดับต่ำสุด แบ่งออกเป็น 3 ชั้น ดังนี้

1.1 ความรู้ความจำเกี่ยวกับข้อเท็จจริง (Knowledge of Specific Facts) เป็นความหมายที่จะระลึกถึงข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่นักเรียนเคยได้รับการเรียนการสอนมาแล้ว คำถามจะเกี่ยวกับข้อเท็จจริง ตลอดจนความรู้พื้นฐานซึ่งนักเรียนได้สั่งสมมาเป็นระยะเวลาอันยาวนานแล้วด้วย

1.2 ความรู้ความจำเกี่ยวกับศัพท์และนิยาม (Knowledge of Terminology) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้เป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

1.3 ความสามารถในการใช้กระบวนการคิดคำนวณ (Ability of Carry Out Algorithms) เป็นความสามารถในการใช้ข้อเท็จจริงหรือนิยาม และกระบวนการที่ได้เรียนมาแล้ว มาคิดคำนวณตามลำดับขั้นตอนที่เคยเรียนรู้มาแล้ว ข้อสอบที่วัดความสามารถด้านนี้ต้องเป็นโจทย์ง่าย ๆ คล้ายคลึงกับตัวอย่าง นักเรียนไม่ต้องพบกับความยุ่งยากในการตัดสินใจเลือกใช้กระบวนการ

2. ความเข้าใจ (Comprehension) เป็นพฤติกรรมที่ใกล้เคียงกับพฤติกรรมระดับความรู้ ความจำ เกี่ยวกับการคิดคำนวณแต่ซับซ้อนมากกว่า แบ่งได้เป็น 6 ชั้น ดังนี้

2.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ (Concept) เป็นความสามารถที่ซับซ้อนกว่าความรู้ ความจำ เกี่ยวกับข้อเท็จจริง เพราะมโนคตินามธรรม ซึ่งประมวลจากข้อเท็จจริงต่าง ๆ ต้องอาศัยการตัดสินใจในการตีความหรือยกตัวอย่างของมโนคตินั้นได้โดยใช้คำพูดของตน หรือเลือกความหมายที่กำหนดให้ซึ่งเขียนในรูปแบบใหม่ หรือยกตัวอย่างใหม่ที่แตกต่าง ไปจากที่เคยเรียนในชั้น มิฉะนั้นจะจัดเป็นความจำ

2.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการ กฎทางคณิตศาสตร์และการสรุปอ้างอิงในกรณีทั่วไป (Principles, Rules, and Generalizations) เป็นความสามารถในการนำเอาหลักการ กฎ และ ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติไปสัมพันธ์กับการ โจทย์ปัญหา จนได้แนวทางในการแก้ปัญหาได้ ถ้าคำถามนี้เป็นคำถามเกี่ยวกับหลักการและกฎที่นักเรียนเพิ่งเคยพบเห็นเป็นครั้งแรก

2.3 ความเข้าใจในโครงสร้าง (Mathematical Structure) คำถามที่วัดพฤติกรรมระดับนี้ เป็นคำถามที่วัดเกี่ยวกับคุณสมบัติของระบบจำนวนและโครงสร้างทางพีชคณิต

2.4 ความสามารถในการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาจากแบบหนึ่งไปเป็นอีกแบบหนึ่ง (Ability to Transform Problem Elements From One Mode to Another) เป็นความสามารถในการ

แปลข้อความที่กำหนดไว้ เป็นข้อความใหม่หรือภาษาใหม่ เช่น แปลจากภาษาพูดให้เป็นรูปสมการ ซึ่งมีความหมายคงเดิม โดยไม่รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหา (Algorithms) หลังจากแปลแล้วอาจกล่าวได้ว่าเป็นพฤติกรรมทำที่ดีที่สุดของพฤติกรรมกับความเข้าใจ

2.5 ความสามารถในการติดตามแนวของเหตุผล (Ability of Follow a Line of Reasoning) เป็นความสามารถในการอ่านและเข้าใจข้อความทางคณิตศาสตร์ซึ่งแตกต่างไปจากความสามารถในการอ่านทั่ว ๆ ไป

2.6 ความสามารถในการอ่านและตีความโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Ability to Read and Interpret a Problem) ข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นนี้อาจคัดแปลงมาจากข้อสอบที่วัดความสามารถในขั้นอื่น ๆ โดยให้นักเรียนอ่าน และ ตีความ โจทย์ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปของข้อความ ตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ หรือกราฟ

### 3. การนำไปใช้ (Application)

ความสามารถในการแก้ปัญหาในการตัดสินใจแก้ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เพราะคล้ายกับปัญหาที่นักเรียนประสบอยู่ในระหว่างเรียน หรือ แบบฝึกหัดที่นักเรียนเลือกกระบวนการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาจน ได้คำตอบออกมา

3.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่ประสบอยู่ในระหว่างเรียน (Ability to Solve Routine Problem) นักเรียนต้องอาศัยความสามารถในระดับความเข้าใจ และเลือกกระบวนการแก้ปัญหาจน ได้คำตอบออกมา

3.2 ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Ability to Make Comparisons) เป็นความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด เพื่อสรุปการตัดสินใจ ซึ่งในการแก้ปัญหาขั้นนี้อาจต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ และจำเป็นต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้อง รวมทั้งความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล

3.3 ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Ability to Analyze Data) เป็นความสามารถในการตัดสินใจอย่างต่อเนื่องในการหาคำตอบจากข้อมูลที่กำหนดให้ ซึ่งอาจต้องอาศัยการแยกข้อมูลที่เกี่ยวข้องออกจากข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง พิจารณาว่าอะไรคือข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมมีปัญหาค้างที่อาจเป็นตัวอย่างในการหาคำตอบที่กำลังประสบอยู่หรืออาจต้องแยกโจทย์ปัญหาออกพิจารณาเป็นส่วน ๆ มีการตัดสินใจหลายครั้งต่อเนื่อง ตั้งแต่ต้นจนได้คำตอบหรือผลลัพธ์ที่ต้องการ

3.4 ความสามารถในการมองเห็นแบบรูป ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกัน และการสมมาตร (Ability to Recognize Patterns , Isomorphism , and Symmetries) เป็นความสามารถที่ต้องอาศัยพฤติกรรมอย่างต่อเนื่อง ตั้งแต่การระลึกถึงข้อมูลที่กำหนดให้การเปลี่ยนรูปปัญหา การจัด

กระทำกับข้อมูล และ การระลึกถึงความสัมพันธ์ นักเรียนต้องสำรวจหาสิ่งที่คุ้นเคยกันจากข้อมูล หรือสิ่งที่กำหนดให้จากโจทย์ปัญหาที่พบ

#### 4. การวิเคราะห์ (Analysis)

เป็นความสามารถในการแก้ปัญหานั้นที่นักเรียนไม่เคยเห็น หรือไม่เคยทำแบบฝึกหัดมาก่อน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์พลิกแพลง แต่ก็อยู่ในขอบเขตของเนื้อหาวิชาที่เรียน การแก้โจทย์ปัญหาดังกล่าวต้องอาศัยความรู้ที่ได้เรียนมารวมกับความคิดสร้างสรรค์ ผสมผสานกันเพื่อแก้ปัญหายุติกรรมระดับนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องใช้สมรรถภาพทางสมองระดับสูง แบ่งออกเป็น 5 ชั้น คือ

4.1 ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยประสบมาก่อน (Ability to Solve Nonroutine) คำถามในขั้นนี้เป็นคำถามที่ซับซ้อน ไม่มีในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่าง ไม่เคยเห็นมาก่อนนักเรียนต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ผสมผสานกับความเข้าใจ มโนคติ นิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วเป็นอย่างดี

4.2 ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Ability to Discover Relationships) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่และสร้างความสัมพันธ์ขึ้นใหม่ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหานั้น แทนการจำความสัมพันธ์เดิมที่เคยพบมาแล้วใช้กับข้อมูลชุดใหม่เท่านั้น

4.3 ความสามารถในการพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) เป็นความสามารถในการพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะต้องอาศัยนิยามทฤษฎีต่าง ๆ ที่เรียนมาแล้วช่วยในการแก้ปัญหานั้น

4.4 ความสามารถในการวิจารณ์การพิสูจน์ (Ability to Criticize Proofs) ความสามารถในการใช้เหตุผลที่ควบคู่กับความสามารถในการเขียนพิสูจน์ แต่ความสามารถในการวิจารณ์เป็นพฤติกรรมที่ยากซับซ้อนกว่า ความสามารถในการขั้นนี้ต้องการให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดจากมโนคติ หลักการ กฎ นิยาม หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.5 ความสามารถเกี่ยวกับการสร้างสูตร และทดสอบความถูกต้องของสูตร (Ability to Formulate and Validate Generalization) นักเรียนต้องสามารถสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องเดิมและต้องสมเหตุสมผลด้วย คือการจะถามให้หาและพิสูจน์ประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจถามให้นักเรียนสร้างกระบวนการคิดคำนวณใหม่ พร้อมทั้งแสดงการใช้กระบวนการนั้น

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหมายถึง ความสามารถ หรือความสำเร็จในด้านต่าง ๆ ของนักเรียน เช่น ความรู้ความเข้าใจ ทักษะในการแก้ปัญหา ความสามารถในการนำไปใช้ รวมถึงประสิทธิภาพที่ได้จากการเรียนรู้ซึ่งได้รับการสอน การฝึกฝน หรือประสบการณ์ต่าง ๆ ซึ่งวัดได้จากการทำแบบทดสอบ วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น

เพรสคอตท์ (Prescott, 1961 : 14 - 16) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนและสรุปผลการศึกษาว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ของนักเรียนทั้งในและนอกห้องเรียน ดังนี้องค์ประกอบทางด้านร่างกาย ได้แก่ อัตราการเจริญเติบโตของร่างกาย สุขภาพด้านร่างกาย และบุคลิกท่าทาง

1. องค์ประกอบทางความรัก ได้แก่ ความสัมพันธ์ของบิดา มารดา ความสัมพันธ์ของบิดา มารดากับลูก ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกทั้งหมดในครอบครัว

2. องค์ประกอบทางวัฒนธรรมและสังคม ได้แก่ขนบธรรมเนียมประเพณีความเป็นอยู่ของครอบครัว สภาพแวดล้อมทางบ้าน การอบรมทางบ้าน และ ฐานะทางบ้าน

3. องค์ประกอบทางความสัมพันธ์ในเพื่อนวัยเดียวกัน ได้แก่ความสัมพันธ์ของนักเรียนกับเพื่อนวัยเดียวกันทั้งที่บ้านและที่โรงเรียน

4. องค์ประกอบทางการพัฒนาแห่งตน ได้แก่ สติปัญญา ความสนใจ เจตคติของนักเรียนต่อการเรียน

5. องค์ประกอบทางการปรับตัว ได้แก่ ปัญหาการปรับตัว การแสดงออกทางอารมณ์ แครร์รอล (Carroll, 1963 : 726-733) ได้เสนอความคิดเกี่ยวกับอิทธิพลขององค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีอิทธิพลต่อระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนโดยครู นักเรียน และหลักสูตร มาเป็นองค์ประกอบที่สำคัญโดยเชื่อว่า เวลาและคุณภาพของการสอนมีผลโดยตรงต่อปริมาณความรู้ที่นักเรียนได้รับ

วิมล พงษ์ปาลิต (2541 : 49) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนนั้นประกอบด้วยคุณลักษณะของตัวผู้เรียน ซึ่งได้แก่พฤติกรรมด้านความรู้ ความคิดรวมกับลักษณะนิสัยทางจิตพิสัยของนักเรียน คุณภาพการสอนของครูและสภาพแวดล้อมต่าง ๆ ซึ่งคุณลักษณะของตัวผู้เรียนมีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมากที่สุด รองลงมาคือคุณภาพการสอนของครูและปัจจัย อื่น ๆ ตามลำดับ

อัญชญา โทธิพลากร (2545: 9 5) กล่าวว่า องค์ประกอบหลายประการที่ทำให้เกิดผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คือด้านตัวนักเรียน เช่น สติปัญญา อารมณ์ ความสนใจ เจตคติต่อการเรียน ด้านตัวครู เช่น คุณภาพของครู การจัดระบบ การบริหารของผู้บริหาร ด้านสังคม

เช่น สภาพเศรษฐกิจและสังคมของครอบครัวของนักเรียน เป็นต้น แต่ปัจจัยที่มีผลโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนของนักเรียนก็คือการสอนของครูนั่นเอง

จากการศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนข้างต้นนั้น สรุปได้ว่าองค์ประกอบที่มีอิทธิพลนั้นมาจากตัวผู้เรียนเอง สภาพสังคม ครอบครัว ตัวครูผู้สอน รวมทั้งวิธีการสอนของตัวครูผู้สอน

## 2.2 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GSP หมายถึงความสามารถในการเรียนรู้จากการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งประเมินได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งแบบทดสอบนั้นสอดคล้องกับพฤติกรรม ด้านความรู้ ความคิด ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมาก และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฟังก์ชันสูงขึ้นกว่าการได้รับการเรียนการสอนแบบครูสอนปกติ เพราะว่า ใน Sketchpad สามารถกำหนดฟังก์ชันด้วยสมการ และเขียนกราฟบนระบบพิกัดฉาก สามารถหาค่าของฟังก์ชันและนำค่าฟังก์ชันมาใช้ในการคำนวณ สามารถแก้ไขฟังก์ชัน ได้อย่างรวดเร็ว

## 3. การศึกษาความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการจัดกิจกรรมการเรียน

การจัดการเรียนการสอนให้กับนักเรียน นอกจากที่เราจะสอนด้วยรูปแบบของการบรรยายแล้วเรายังต้องมีสิ่งที่มาช่วยในการจัดการเรียนการสอนให้ทันสมัยตามยุคการศึกษา ต้องมีสื่อการเรียนการสอนที่ช่วยให้นักเรียนสามารถเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองและเกิดการเรียนรู้อย่างสมบูรณ์ ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GSP

ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต (The Geometer's Sketchpad) หรือเรียกสั้นๆว่า GSP เป็นเครื่องมืออีกชิ้นหนึ่งที่ผู้สอนสามารถนำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียนของตนเองได้เป็นอย่างดีเนื่องจากเป็นโปรแกรมที่ใช้งานง่าย สะดวก อีกทั้งตัวโปรแกรมฉบับภาษาไทย ซึ่งจัดแปลโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) สำหรับใช้เพื่อเป็นประโยชน์ในสถาบันการศึกษา

แนวทางในการใช้โปรแกรม The Geometer's Sketchpad เพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องฟังก์ชัน จะให้เกิดผลตอบสนองกับทั้งนักเรียนและครูผู้สอน ผู้วิจัยจึงได้จัดทำแบบสอบถามความคิดเห็นหลังจากที่นักเรียนเรียนเองฟังก์ชัน โดยใช้โปรแกรม GSP แล้วอย่างไรบ้างดังนี้

อุทัยพรรณ สุกใจ (2547:7) กล่าวไว้ว่า ความคิดเห็นคือความรู้สึกหรือทัศนคติของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งโดยอาจจะเป็นไปในเชิงประเมินค่า ว่าความรู้สึกหรือทัศนคติต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดนั้นเป็นไปในทางบวกหรือทางลบ

อรรถพร (2546:29) ได้สรุปว่าความพึงพอใจคือทัศนคติหรือระดับความพึงพอใจของบุคคลต่อกิจกรรมต่างๆซึ่งสะท้อนให้เห็นประสิทธิภาพถึงประสิทธิภาพของกิจกรรมนั้นๆ โดยเกิดจากพื้นฐานของการรับรู้ ค่านิยมและประสบการณ์ที่แต่ละบุคคลได้รับ ระดับของความพึงพอใจจะเกิดขึ้นเมื่อกิจกรรมนั้นๆสามารถตอบสนองความต้องการแก่บุคคลนั้น

สายจิตร (2546:14) ได้สรุปไว้ว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งซึ่งเป็นไปได้ทั้งทางบวกและทางลบ แต่ถ้าเมื่อใดที่สิ่งนั้นสามารถตอบสนองความต้องการหรือไม่ทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายได้ ก็จะเกิดความรู้สึกทางบวกแต่ในทางตรงกันข้าม ถ้าสิ่งใดสร้างความรู้สึกผิดหวังไม่บรรลุจุดมุ่งหมาย ก็จะทำให้เกิดความรู้สึกทางลบเป็นความรู้สึกไม่พึงพอใจ

ถนอมพร (ต้นพิพัฒน์ เลหาจรัสแสง (2541:65) ได้นำเสนอทฤษฎีแบบจำลองอาร์คส (ARCS Model) ได้แก่ความเร้าใจ ความรู้สึกเกี่ยวข้องพันธุกับเนื้อหา ความมั่นใจและความพึงพอใจของผู้เรียนดังนี้

### 1. การเร้าความสนใจ (Arousa)

การเร้าความสนใจจะต้องไม่จำกัดเฉพาะในช่วงแรกของบทเรียนเท่านั้น หากเป็นหน้าที่ของผู้ออกแบบที่ต้องพยายามทำให้ที่ที่ต้องพยายามทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจตลอดทั้งบทเรียน วิธีหนึ่ง que เรียกว่าความสนใจจากผู้เรียนได้ดีก็คือ การทำให้ผู้เรียนเกิดความอยากรู้อยากเห็น โดยเฉพาะความอยากรู้อยากเห็นในด้านประสาทสัมผัส เป็นความอยากรู้อยากเห็นจากภายนอก เน้นเฉพาะความอยากรู้อยากเห็นและการได้ยินมากกว่าสิ่งอื่น เช่น แสง สี เสียง และการจัดสภาพแวดล้อมอื่นๆ ในลักษณะของการผสมผสาน เช่น สื่อกับเสียงหรือสื่อกับคำอ่าน หรือภาพกับเสียง (บุปผชาติ ทัพทิกรณ์ และคณะ 2544:40)

### 2. ความรู้สึกเกี่ยวข้องพันธุกับเนื้อหา (Relevant)

ความรู้สึกเกี่ยวข้องพันธุกับเนื้อหา คือการทำให้ผู้เรียนมุ่งที่ความรู้สึกหรือความคิดของนักเรียนเป็นหลัก ให้นักเรียนรู้สึกว่ตนเองมีส่วนร่วมในบทเรียนนั้นๆ มีการยอมรับจากกลุ่มเพื่อน

### 3. ความมั่นใจ (Confidence)

การให้ผู้เรียนทราบถึงสิ่ง que ตนเองควรคาดหวังในการเรียนและให้โอกาสในการทำให้สำเร็จตามความคาดหวัง พร้อมทั้งคำแนะนำที่มีประโยชน์ เป็นการสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนนอกจากนี้ยังควรให้นักเรียนควบคุมการเรียนของตนเองด้วย

#### 4. ความพึงพอใจของผู้เรียน(Satisfaction)

การทำให้ผู้เรียนมีความพึงพอใจในการเรียนมากขึ้นนั้นทำได้โดยการจัดการกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ใช้กับสิ่งที่ตนเองเรียนมาในสถานการณ์จริง และจัดหาผลป้อนกลับในทางบวกของผู้เรียนได้แสดงความก้าวหน้าและให้คำปลอบใจเมื่อนักเรียนทำผิดพลาด ทั้งนี้ต้องตั้งอยู่บนฐานความยุติธรรม

### 4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโปรแกรม GSP

#### 4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

โฟเลตตา ( Foletta. 1994 : 2311 -A) ได้ศึกษาเรื่องการใช้เทคโนโลยี และ แนวทางการตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดของนักเรียนเมื่อใช้โปรแกรม GSP ในการเรียนวิชาเรขาคณิต ในชั้นเรียน จุดมุ่งหมายของการศึกษาในครั้งนี้เพื่อวาดรูปทรงเรขาคณิตในธรรมชาติ ของนักเรียนเกรด 9 และ เกรด 10 จำนวน 4 คน คำถามที่ใช้เป็นคำถามที่เกี่ยวกับเรขาคณิตในธรรมชาติ สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จากการสังเกตวิธีการที่นักเรียนใช้โปรแกรม GSP และจากการปฏิบัติในกลุ่มย่อย มีวิธีการเก็บข้อมูลโดยการสังเกตการทำงานในกลุ่มย่อย การสังเกตในชั้นเรียน และการสัมภาษณ์นักเรียน การปฏิบัติของนักเรียนจะใช้การลงมือปฏิบัติบนกระดาษ และ จากคอมพิวเตอร์ในการทำงาน ผลการวิจัยพบว่า

1. การวาดรูป การวัด หรือการสำรวจของนักเรียนจะเกิดการผลักดัน และ คำแนะนำจากครู
2. GSP เป็นเครื่องมือใหม่ของการเรียนรู้ทางเรขาคณิต นักเรียนใช้ GSP ในส่วนที่เพิ่มเติมจากกระดาษและปากกา
3. ในการสืบสวนสอบสวนการใช้ GSP นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำสามารถทำได้ดีแต่จะต้องมีขั้นตอนที่มากกว่า
4. นักเรียนสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ ตั้งแต่เริ่มใช้ GSP ในการสืบสวนสอบสวนนักเรียนจะมองหาจุดสำคัญที่ต้องค้นหาเพื่อสรุปข้อมูลบางส่วนของข้อสรุปนี้ นักเรียนจะมีการอธิบายถึงเครื่องมือ การคิด การมีปฏิสัมพันธ์ในกลุ่มย่อย ปัจจัยที่สนับสนุนการค้นพบของนักเรียนถึงบทบาทของGSP การออกแบบการสืบสวนสอบสวน และ ธรรมชาติของการมีปฏิสัมพันธ์อย่างแท้จริง

เลสเตอร์ (Lester. 1996 : 2343 – A) ได้ศึกษาผลการสอนโดยใช้ GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย รัฐแคลิฟอร์เนีย

สหรัฐอเมริกา ในปีค.ศ. 1996 ผลวิจัยให้กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้ GSP ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนตามปกติโดยใช้ไม้บรรทัดดินสอ ไม้โปรแทรกเตอร์ และ วงเวียน ผลการวิจัยพบว่า ค่าเฉลี่ยของผลการสอบหลังเรียนเกี่ยวกับการตั้งข้อาคการณ์ทางเรขาคณิตของกลุ่มทดลอง สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

ยูซิฟ (Yousif, 1997 :1631-A) ได้ศึกษาผลการใช้ GSP มีผลต่อเจตคติของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่ลงทะเบียนเรียนวิชาเรขาคณิตเบื้องต้นที่โรงเรียนเซาท์เวสเทิร์นรัฐโอไฮโอ ประเทศสหรัฐอเมริกา ค.ศ. 1996 – 1997 โดยที่ให้นักกลุ่มทดลองเรียนด้วยโปรแกรม GSP ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนด้วยวิธีปกติ ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ลิง (Ling, 2004 :1466-A) ได้ศึกษาเรื่อง การเสริมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยด้วยเทคโนโลยีจุดมุ่งหมายของการวิจัยในครั้งนี้ มี 2 ข้อ คือ เพื่อหาแนวทางการใช้เทคโนโลยีที่เพิ่มเติมการเรียนรู้ของนักเรียนในการเรียนเรื่องภาคตัดกรวย และเพื่อศึกษาทัศนคติของนักเรียนหลังใช้เทคโนโลยีในการศึกษาได้แบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 11 คน ในการเรียนการสอนแต่ละกลุ่มมีผู้สอนคนเดียวในกลุ่มที่ 1 ใช้เครื่องคำนวณเชิงกราฟ กลุ่มที่ 2 ใช้คอมพิวเตอร์ซอฟต์แวร์ กลุ่มที่ 3 เป็นกลุ่มควบคุมใช้โปรแกรม GSP ผลการวิจัยพบว่า 2 กลุ่มที่ใช้เทคโนโลยี คะแนนที่ได้ไม่มีความแตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ และ สูงกว่ากลุ่มควบคุม แต่ไม่มีนักเรียนคนใดที่ได้รับคะแนนต่ำลง ทัศนคติของกลุ่มควบคุมสูงกว่าทัศนคติของกลุ่มที่ใช้เทคโนโลยี 2 กลุ่ม อย่างมีระดับนัยสำคัญทางสถิติ

เมลซาร์เรค (Melczarek, 1998: 2611-A) ได้ศึกษาวิจัยความสัมพันธ์ระหว่างเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ และการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self-directed learning) โดยมุ่งประเด็นศึกษาเฉพาะผลของกิจกรรมแก้ปัญหาโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ที่มีต่อความพร้อมในการเรียนรู้ด้วยตนเองและทัศนคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า การใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP มีความสัมพันธ์ทางบวกกับการเรียนรู้ด้วยตนเอง

มอสส์ (Moss, 2001: 4317-A) ได้ทำการวิจัยเพื่ออธิบายธรรมชาติของซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ซึ่งใช้เป็นเครื่องมือในการสำรวจในวิชาเรขาคณิตสมัยใหม่ (Modern Geometry) สำหรับนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย โดยข้อมูลเก็บมาจากการสังเกตในห้องเรียน การสัมภาษณ์ผู้สอน หลักสูตรของนักเรียน แบบฝึกหัดเรขาคณิตที่ทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน และการใช้คอมพิวเตอร์ต่างๆ ไป ผลการวิจัยพบว่า ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ไม่เพียงแต่พัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับเรขาคณิตเท่านั้น ยังพัฒนาทักษะการใช้คอมพิวเตอร์ทั่วไปด้วย

บาฮาวานด์ (Baharvand. 2002: 552-A) ได้เปรียบเทียบผลการสอนเรขาคณิตระหว่างสอนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP เทียบกับการสอนของครูแบบปกติ โดยใช้กระดาษ ดินสอ และครูเป็นผู้บรรยาย โดยกลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 33 คน ให้ได้รับการสอนของครูแบบปกติ และอีกกลุ่มเป็นกลุ่มทดลองซึ่งนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 33 คน ให้เรียนด้วยเนื้อหาเดียวกับกลุ่มควบคุมแต่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ในการเรียน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนซึ่งเรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP มีคะแนนการทำแบบทดสอบหลังการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่าง มีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ .05 นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนในกลุ่มทดลองมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ต่อเรขาคณิตในทางบวก ซึ่งแสดงให้เห็นว่าซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการเรียนการสอนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ฮาร์เปอร์ (Harper. 2002: 3326-A) ได้ศึกษาการเพิ่มความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตของครูประจำการ โดยมีจุดมุ่งหมายของการศึกษาคือ

1. ครูประจำการมีความรู้เกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต
2. ศึกษาการแสดงปฏิสัมพันธ์ของครูประจำการเมื่อใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิต

แบบพลวัต ชื่อ GSP

3. ศึกษาการเปลี่ยนแปลงความรู้เรื่องการแปลงทางเรขาคณิตของครูที่เกิดขึ้นระหว่างและหลังจากการสอน โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ผลการศึกษาพบว่าผู้เข้าร่วมสามารถสร้างภาพที่เกิดจากการสะท้อนและหาเส้นสะท้อนโดยอาศัยสมบัติของการสะท้อนได้ ผู้เข้าร่วมที่มีความรู้มากจะใช้เวกเตอร์กำหนดทิศทางและขนาดในการเลื่อนขนาน ผู้เข้าร่วมสามารถบอกจุดหมุนและขนาดของมุมเมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพมาได้ ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตสามารถตอบสนองได้ทันทีซึ่งช่วยให้ผู้เข้าร่วมสามารถตั้งข้อความคาดการณ์ ตรวจสอบ และแก้คำตอบได้

#### 4.2 งานวิจัยในประเทศ

อานาจ เชื้อบ่อคา (2547 :30) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลการใช้โปรแกรม GSP ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องพาราโบลา ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 48 คน ผลการวิจัยปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องพาราโบล่าหลังจากได้รับการสอนโดยใช้โปรแกรม GSP สูงกว่าก่อนได้รับการสอนด้วยโปรแกรม GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วรรณวิภา สุทธเกียรติ (2542: บทคัดย่อ) ได้พัฒนาบทเรียนเรขาคณิตที่ใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับ

มัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ บทเรียนประกอบด้วยเนื้อหาเรขาคณิตที่เป็นพื้นฐานในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ กิจกรรมการเรียนรู้มีลักษณะส่งเสริมให้นักเรียนคิด จินตนาการ เพิ่มพูนความรู้ทางเรขาคณิตด้วยการลงมือปฏิบัติเอง โดยการสำรวจ ตั้งข้อความคาดการณ์ และสืบเสาะหาเหตุผลตามความเหมาะสมเพื่อตรวจสอบข้อความคาดการณ์ที่ตั้งไว้ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองตามขั้นตอนการพัฒนาบทเรียนเรขาคณิต ได้แก่ นักเรียนอาสาสมัครจำนวน 42 คน ซึ่งเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนสามเสนวิทยาลัย ปีการศึกษา 2541 ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนเรขาคณิตมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์การตัดสิน 70/70 ดังนั้นบทเรียนเรขาคณิตที่พัฒนาขึ้นสามารถทำให้นักเรียนเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ และมีลักษณะตามที่กำหนด

สันติ อธิพิณาวากุล ( 2550 : บทคัดย่อ) ได้พัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสวนโดยใช้โปรแกรม GSP เพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอด เรื่องภาคตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 เพื่อให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

สุภัทรา เกิดมงคล. (2549 : บทคัดย่อ) การสร้างกิจกรรมการเรียนรู้การสอนเรื่องสมบัติของวงกลม โดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เพื่อให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม ดีขึ้นให้ผู้เรียนมีความรู้ลึกที่ติดอวิชาคณิตศาสตร์

สุจิรา มุสิกะเจริญ (2542: บทคัดย่อ) ได้เปรียบเทียบความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเส้นขนานและความคล้ายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างกลุ่มที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP และไม่ใช่ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP มีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช่ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเส้นขนานและความคล้าย ไม่แตกต่างจากนักเรียนที่เรียนโดยไม่ใช่ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรรดาศาสตร์ นิมิตรพันธ์ (2542: บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 4 ชั้น ผลการวิจัยพบว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้
2. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ที่มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ที่กำหนดไว้มีร้อยละ 100 , 63.64 และ 25 ตามลำดับ
3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยใช้ซอฟต์แวร์เรขาคณิตแบบพลวัตชื่อ GSP ประกอบกิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ 4 ชั้น มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังการเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนที่มีระดับผลการเรียนทางคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ มีความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความเท่ากันทุกประการ หลังเรียนเพิ่มขึ้นจากก่อนเรียนคิดเป็นร้อยละเฉลี่ย 40.30 , 30.00 และ 26.39 ตามลำดับ

จากการศึกษางานวิจัยทั้งต่างประเทศและในประเทศ ผู้วิจัยพบว่า การนำโปรแกรม GSP มาใช้ประกอบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ สูงขึ้น มีเจตคติที่ดีในการเรียนรู้ เรียนรู้อย่างมีความหมาย เพราะนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมมีอิสระในการคิด ทำให้สามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง และเกิดการพัฒนาทักษะด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ สามารถสรุปความคิดรวบยอดได้ด้วยตนเองจากการลงมือปฏิบัติ หาเหตุผลอันจะเป็นพื้นฐานการศึกษาและสามารถให้นักเรียนบรรลุจุดประสงค์การเรียนรู้ตามที่ต้องการ ดังนั้นโปรแกรม GSP จึงเป็นโปรแกรมที่ครูสามารถนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ช่วยทำให้นักเรียนสามารถเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ตามหลักสูตร สามารถพัฒนานักเรียนให้มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีทักษะการเงินธนาคาร เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง ตามความสามารถของตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ นักเรียนยังสามารถมีปฏิสัมพันธ์กับสื่อการสอน ซึ่งครูสร้างขึ้นจากโปรแกรม GSP หรือมีปฏิสัมพันธ์กับโปรแกรมอีกด้วย