บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้ได้กล่าวถึงระบบไดนามิกและทฤษฎีระบบควบคุม การจำลองระบบด้วยวิธีอัตลักษณ์ของระบบ หลักการจำลองระบบ การเลือกและสุ่มข้อมูลในการจำลองด้วยเทคนิค cross validation ประเภทและโครงสร้างของแบบจำลอง แบบจำลอง Hamerstein-Wiener และฟังก์ชันไม่เชิงเส้นที่นำมาใช้ อัลกอรึทึมที่ใช้ในการแก้สมการไม่เชิงเส้น และเงื่อนไขในการเลือกแบบจำลอง

2.1 ระบบไดนามิกและทฤษฎีระบบควบคุม

การจำลองและออกแบบระบบจะใช้ทฤษฎีระบบควบคุมในการจำแนกลักษณะของระบบ เลือกวิธีการจำลอง และวิธีควบคุมระบบได้อย่างเหมาะสม

ระบบควบคุมเป็นการควบคุมกระบวนการให้มีค่าเอาต์พุตที่ต้องการ โดยการป้อนค่าอินพุตที่เหมาะสมให้กับระบบ ระบบควบคุมจะประกอบด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วนหลัก คือ กระบวนการ ส่วนนำเข้า และส่วนเอาท์พุต ระบบควบคุมยังอาจแบ่งออกได้เป็นระบบควบคุมวงเปิด (open-loop control) คือ ระบบควบคุมที่ไม่ได้ใช้สัญญาณจากเอาต์พุต มาบ่งชี้ถึงลักษณะการควบคุม ส่วนระบบควบคุมวงปิด (closed-loop control) หรือ ระบบป้อนกลับ (feedback control) นั้นจะใช้ค่าที่วัดจากเอาต์พุต มาคำนวณค่าการควบคุม นอกจากนี้ยังอาจแบ่งได้ตามคุณลักษณะของระบบ ดังนี้

ก) Static system และ Dynamic system

ระบบสถิต (Static system) คือ ระบบที่มีการเปลี่ยนแปลงสถานภาพของระบบไม่เกี่ยว ข้องกับเวลา ในขณะที่ระบบพลวัตหรือระบบไดนามิก (Dynamic system) หมายถึง ระบบที่มีการเปลี่ยนแปลงสถานภาพของระบบที่มีเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา อีกความหมายหนึ่ง ระบบคงตัวคือระบบที่สัญญาณออกที่เวลา t1 ขึ้นกับสัญญาณ เข้าที่เวลา t1 เท่านั้น และไม่ขึ้นกับสัญญาณเข้าในอดีต หรือในภายหน้า อาจเรียกว่าเป็นระบบไม่มีความจำ (memory less) เช่น วงจรตัวต้านทาน ถ้าสัญญาณออกขึ้นกับสัญญาณเข้าในอดีต จะเรียกว่าระบบพลวัตและมีความจำ (memory) ระบบที่ประกอบด้วยส่วนประกอบซึ่งสามารถเก็บ พลังงานได้ เรียกว่า ระบบพลวัต

ข) Linear system และ Nonlinear system

ระบบเชิงเส้น (Linear system) อธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์กำลังหนึ่งของสัญญาณเข้าและสัญญาณออกเท่านั้น และที่สำคัญคือระบบเป็นไปตามทฤษฎีของการทับซ้อน (Superposition theorem) ซึ่งมีคุณสมบัติที่สำคัญ 2 ประการ คือ additivity และhomogeneity ดังสมการที่ 2.1 – 2.3

additivity, $f(x+y) = f(x) + f(y)$ (2.1)

homogeneity, $f(\alpha x) = \alpha f(x)$ (2.2)

superposition $f(\alpha x + \beta y) = \alpha f(x) + \beta f(y)$ (2.3)

ค) Time varying system and Time-invariant system

ระบบที่มีรูปแบบซึ่งเขียนได้ด้วยสมการอนุพันธ์และมีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัวไม่แปรตามเวลา (time invariant) ระบบแบบคงที่เกิดขึ้นเมื่อส่วนประกอบของระบบ และรูปแบบการต่อส่วนประกอบไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นระบบที่ไม่ขึ้นกับสิ่งแวดล้อมอาจพิจารณาว่าเป็นแบบคงที่ (Time-invariant system)ได้ ส่วนระบบที่มีพารามิเตอร์ของสมการอนุพันธ์แปรตามเวลา เรียก ว่า ระบบแปรตามเวลา (Time-invariant system)

ง) Deterministic system and Stochastic system

ระบบดีเทอมินิสติก(Deterministic system)คือ ระบบที่พารามิเตอร์และสัญญาณเข้ามีค่าแน่นอน ไม่มีลักษณะสุ่ม(nonramdom) ส่วนระบบสโตคาสติก(Stochastic system)คือระบบที่มีลักษณะของความสุ่ม (randomness) ในพารามิเตอร์หรือสัญญาณเข้า

จ) Continuous system and Discrete system

ระบบแบบต่อเนื่อง(Continuous system) หมายถึงระบบงานที่มีการเปลี่ยนแปลงสถานภาพของระบบอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา โดยปกติจะพบว่าสถานภาพของการเปลี่ยนแปลงของระบบแบบนี้สามารถอธิบายได้ด้วยสมการอนุพันธ์ ระบบงานแบบไม่ต่อเนื่องหรือแบบเป็นช่วง (Discrete system) หมายถึงระบบงานที่มีการเปลี่ยนแปลง สถานภาพของระบบแบบเป็นช่วงระยะเวลาใดระยะเวลาหนึ่ง

ฉ) Lump and Distributed system

ระบบที่พารามิเตอร์เป็นกลุ่มก้อน (Lumped Parameters) อธิบายได้ด้วยสมการอนุพันธ์ธรรมดาเงื่อนไขข้อนี้เป็นจริงถ้าขนาดของระบบเล็กเมื่อเทียบกับความยาวคลื่นของความถี่ที่สำคัญต่อระบบ

ระบบแบบพารามิเตอร์กระจาย (Distributed Parameters) แสดงโดยสมการอนุพันธ์ย่อยที่มีเวลา และพิกัดตำแหน่ง (space coordinates) เป็นตัวแปรอิสระตัวแปรที่สำคัญของระบบกระจายไปทุกตำแหน่ง

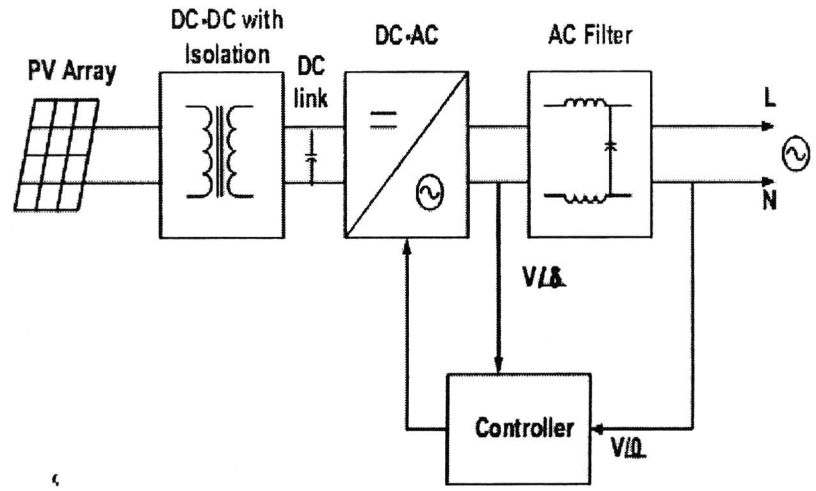
และขึ้นกับเวลาและพิกัดตำแหน่ง ในระบบใหญ่ๆ แบบจำลองของระบบอาจประกอบด้วยพารามิเตอร์กลุ่มก้อนและพารามิเตอร์กระจายในเวลาเดียวกันเช่น ระบบไฟฟ้ากำลังระบบสื่อสาร เป็นต้น

จากสมบัติของระบบที่กล่าว สามารถแบ่งชนิดของระบบควบคุมได้ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ชนิดและสมการทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุม

Criterion	Classification	Mathematical Equation
Feedback	Open loop	-
	Close loop	-
Superposition Theory	Linear	Linear differential equation
	Nonlinear	Nonlinear differential equation
Parameter Variation	Fixed (constant)	Differential equation with constant parameters
	Time-varying	Differential equations with time varying parameters
Spatial Characteristics	Lumped	Ordinary differential equation
	Distributed	Partial differential equation
Continuity of the time variable	Continuous	Differential equation
	Discrete-time	Time differential equations
Random Noise	Deterministic	Deterministic equation
	Stochastic	Stochastic equation
Domain analysis	Time	Time differential equations, State space equation
	Frequency	S – domain, Laplace Transform
	Wavelet	Wavelet Transform

สำหรับโครงสร้างของอินเวอร์เตอร์ทั่วไป แบ่งออกเป็น 2 ส่วนหลัก คือ วงจรกำลัง และวงจรควบคุม ดังแสดงในรูปที่ 2.1 วงจรกำลังประกอบด้วยวงจร DC-DC แปลงพลังงานไฟกระแสตรงให้เป็นกระแสตรงที่มีแรงดันสูงขึ้น และอาจมีฟังก์ชันควบคุมค่ากำลังไฟฟ้าสูงสุด (Maximum power point tracking MPPT) และวงจร DC-AC inverter แปลงพลังงานไฟกระแสตรงให้เป็นกระแสสลับ ส่วนวงจรคอนเวอร์เตอร์ทั้งสองส่วนจะประกอบสวิตซ์อิเล็กทรอนิกส์กำลัง ไดโอด ตัวเหนี่ยวนำ ตัวเก็บประจุ เป็นต้น



รูปที่ 2.1 โครงสร้างของอินเวอร์เตอร์เชื่อมต่อกับระบบไฟฟ้า [28]

เมื่อพิจารณาคุณลักษณะของอินเวอร์เตอร์ของระบบเซลล์แสงอาทิตย์แบบเชื่อมต่อกับระบบไฟฟ้า พบว่ามีความไม่เป็นเชิงเส้น แปรตามเวลา มีลักษณะเป็นระบบควบคุมแบบปิด (Close loop control system) ที่มีการป้อนกลับ สัญญาณเอาต์พุตเป็นค่าไฟฟ้ากระแสสลับ จากตัวตรวจจับ เช่น ตัววัดกระแส แรงดัน มาเปรียบเทียบกับสัญญาณอินพุต เช่น ค่าไฟฟ้ากระแสตรง หรือสัญญาณควบคุมสวิตซ์กำลัง ความแตกต่างที่เกิดขึ้นจะได้ค่าผิดพลาด เพื่อนำสัญญาณ ป้อนเข้าระบบ แล้วตัวควบคุม เช่น วงจรอิเล็กทรอนิกส์ ไมโครคอนโทรลเลอร์ หรือชุดประมวลสัญญาณ จะนำไปสร้างสัญญาณควบคุมใหม่เพื่อลดความผิดพลาดที่เกิดขึ้น โดยวงจรควบคุมจะทำหน้าที่ควบคุมการทำงาน โดยใช้ ไมโครคอนโทรลเลอร์ หรือชุดประมวลผลสัญญาณ ส่งสัญญาณควบคุมการเปิดปิดสวิตซ์อิเล็กทรอนิกส์ ให้อินเวอร์เตอร์ผลิตไฟฟ้ากระแสสลับให้ได้มาตรฐานตามเงื่อนไขที่กำหนด

ในการวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุมมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้กระบวนการที่ต้องการควบคุม มีคุณลักษณะตามเงื่อนไขของมาตรฐานการเชื่อมโยงระบบไฟฟ้าในทุกช่วงสภาวะดังนี้ คือ

- Transient Response เป็นการตอบสนองของเอาทต์พุตเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงอินพุตโดยเป็นช่วงสภาวะของการเปลี่ยนแปลงก่อนเข้าสู่สภาวะคงที่ การเปลี่ยนแปลงในสภาวะนี้ ได้แก่ การเปลี่ยนแปลงความเข้มแสง อุณหภูมิ ปริมาณและชนิดของโหลด และการเปลี่ยนแปลงของระบบไฟฟ้า เป็นต้น

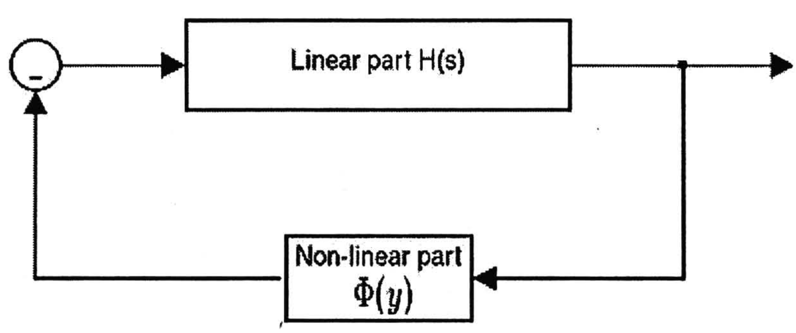
- Steady-State Response เป็นสภาวะหลังจาก Transient response เป็นสภาพที่ผลการตอบสนองเกือบได้ตามคำสั่งหรือตามความต้องการ สำหรับระบบที่เสถียรเท่านั้น ได้แก่ ช่วงเวลาที่ระบบ

สามารถเชื่อมต่อได้เป็นปกติ มีการเปลี่ยนแปลงอินพุตหรือเอาท์พุตน้อยมาก และระบบสามารถควบคุมคุณภาพไฟฟ้า เสถียรภาพได้ตามมาตรฐาน

- Stability ระบบที่เสถียรคือระบบที่ให้เอาต์พุตที่มีค่าจำกัดเมื่อป้อนอินพุทที่มีค่าจำกัดให้กับระบบ หรือระบบที่เสถียรในกรณีที่มีสัญญาณภายนอกระบบ (Disturbance) หรือสัญญาณรบกวน (noise)

2.1.1 ระบบควบคุมไม่เป็นเชิงเส้นหรือไม่ลีเนียร์ (Nonlinear control system)

การพิจารณาระบบไม่เป็นเชิงเส้นแบบป้อนกลับของระบบเซลล์แสงอาทิตย์แบบเชื่อมต่อกับระบบไฟฟ้า สร้างขึ้นตามแนวคิดของ A. I. Lure's ดังแสดงในรูปที่ 2.2 โดยระบบประกอบด้วยกระบวนการที่เป็นระบบเชิงเส้นและไม่แปรผันตามเวลา ซึ่งเขียนสมการคณิตศาสตร์แทนระบบได้ด้วยสมการพหุนามเชิงเส้น (linear polymonial equation) หรือสมการเชิงเส้นปริภูมิ (Linear state space equation) และส่วนป้อนกลับหรือส่วนควบคุมระบบเป็นส่วนที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง มีคุณสมบัติเป็นแบบ static memory-less, มีความผันแปรตามเวลาสูง (และเป็น static nonlinearity ซึ่งใช้สมการคณิตศาสตร์เขียนแทนได้ด้วยฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะสอดคล้องกับพฤติกรรมของอินเวอร์เตอร์ระบบเซลล์แสงอาทิตย์เชื่อมต่อกับระบบจำหน่ายที่มีลักษณะแบบระบบไม่เป็นเชิงเส้นเปลี่ยนแปลงตามเวลา และไม่มีคุณสมบัติของการทับซ้อน Superposition (linearity and homogeneity) แต่มีคุณสมบัติพิเศษบางประการ เช่น chaos และ bifurcation เป็นต้น



รูปที่ 2.2 Nonlinear feedback System— The Lure's problem [29]

Chaos theory เป็นทฤษฎีที่อธิบายถึงลักษณะพฤติกรรมของระบบพลวัต ซึ่งหมายถึง ระบบที่มีการเปลี่ยนแปลง เช่น เปลี่ยนแปลงตามเวลาที่เปลี่ยนไป ในทฤษฎีความอลวน ปรากฏการณ์ที่ดูเหมือน ว่าเกิดขึ้นอย่างสุ่ม (random/stochastic) แต่ที่จริงแล้ว แฝงไปด้วยความเป็นระเบียบ (order/deterministic)

ตัวอย่างของระบบที่แสดงความอลวนอย่างง่ายระบบหนึ่ง คือ เครื่องสร้างเลขสุ่มเทียม (psuedo-random number generator) หรือในเครื่องคอมพิวเตอร์ที่สามารถสร้างเลขสุ่ม (random number) ได้

Bifurcation theory เป็นคณิตศาสตร์ของการศึกษาการเปลี่ยนแปลงในปริมาณหรือโครงสร้าง และการหาคำตอบของสมการอนุพันธ์ ใช้ศึกษาเสถียรภาพของระบบไม่เป็นเชิงเส้น โดยเมื่อพารามิเตอร์ของอินพุตมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย อาจเกิดปรากฏการณ์ไร้เสถียรภาพขึ้นได้ โดยระบบจะมีทางแยกออกเป็น 2 ทาง ที่เรียกว่า ทางสองแพร่ง ทางหนึ่งระบบจะยังคงมีเสถียรภาพ และอีกทางระบบจะไร้เสถียรภาพ Bifurcation ถือเป็นปรากฏการณ์หนึ่งของทฤษฎีอลวน ซึ่งนำไปประยุกต์ใช้วิเคราะห์เสถียรภาพของระบบไดนามิก Bifurcation เกิดขึ้นเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงต่อค่าพารามิเตอร์ของระบบซึ่งส่งผลให้มีการเปลี่ยนแปลงปริมาณหรือโครงสร้าง

งานวิจัยระบบไม่เชิงเส้นกับวงจรอิเล็กทรอนิกส์กำลัง

Tse และคณะ [30] เสนอทฤษฎีเกี่ยวกับวงจรอิเล็กทรอนิกส์กำลังที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง เนื่องจากกระบวนการในการสวิตซิ่งให้คุณลักษณะความไม่เป็นเชิงเส้นที่หลากหลาย และเสนอพฤติกรรม Chaotic และ Bifurcation ที่สังเกตได้จากวงจรคอนเวอร์เตอร์ และพฤติกรรมที่สำคัญต่อการหาแบบจำลองของวงจรคอนเวอร์เตอร์

Banerjee และคณะ [31] ได้เสนอการวิเคราะห์พฤติกรรมไม่เชิงเส้นของระบบอิเล็กทรอนิกส์กำลัง เช่น Bifurcation Chaos รวมถึงการควบคุมและการประยุกต์ใช้งานที่เกี่ยวข้องกับระบบไฟฟ้า

การวิเคราะห์เสถียรภาพและควบคุมระบบไม่เป็นเชิงเส้นทำได้หลายวิธี ซึ่งทฤษฎีเสถียรภาพมีความสำคัญต่อการศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีระบบ และวิศวกรรมระบบควบคุม เพราะระบบที่ขาดเสถียรภาพ ส่วนใหญ่นอกจากทำงานไม่ได้แล้ว ยังทำให้เกิดความเสียหายต่อชิ้นหรืออุปกรณ์ในระบบด้วย ดังนั้นในการออกแบบระบบควบคุม ระบบต้องมีเสถียรภาพอย่างเพียงพอ เมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงหรือมีสัญญาณรบกวนใดกระทำต่อๆ ระบบ ซึ่งพฤติกรรมของระบบไม่เป็นเชิงเส้นอธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (Nonlinear ordinary differential equation) วิธีควบคุมระบบไม่เป็นเชิงเส้น ทำได้โดยอาศัยทฤษฎีและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ Describing function (DF) method [32] เป็นวิธีการของ Krylov and Bogolyubov ที่ใช้ประมาณกระบวนการสำหรับวิเคราะห์ปัญหาระบบควบคุมไม่เป็นเชิงเส้น โดยใช้พื้นฐาน quasi-linearization ซึ่งคือการประมาณระบบไม่เป็นเชิงเส้นภายใต้การตรวจสอบโดยฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเชิงเส้น ซึ่งขึ้นกับขนาดรูปคลื่นอินพุต

Phase plane method [33] เป็นการแสดงภาพคุณลักษณะของสมการอนุพันธ์ ใช้ศึกษาพฤติกรรมทางกายภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการออสซิเลทของระบบ เช่น แบบจำลองผู้ล่า-เหยื่อ (Predator- prey models) หรือ Lotka-volterra ลักษณะแบบจำลองสามารถแสดง spiral in ซึ่งมีค่าลู่เข้าสู่ศูนย์ และ Spiral out ซึ่งมีค่าเข้าสู่อนันต์ (infinity) หรือเข้าสู่สภาวะสมดุล (เรียกว่า centres) ที่ซึ่งเส้นทางเดินสามารถเป็นวงกลม วงรี และอื่นๆ ได้ ประโยชน์ของแผนภาพนี้ใช้สำหรับหาเสถียรภาพของระบบไดนามิกได้ โดยใช้ค่า eigenvalue, eigenvector และพิจารณาจุด saddle node

ทฤษฎีศึกษาเสถียรภาพของระบบแบบ Lyapunov (Lyapunov stability analysis) สิ่งสำคัญในการคำนึงเสถียรภาพของระบบ คือ การที่คำตอบที่ converge เข้าสู่จุดสมดุลในเทอมอย่างง่าย ถ้าคำตอบทุกคำตอบของระบบไดนามิกเริ่มจากจุดที่อยู่ใกล้จุดสมดุล (equilibrium point x_e) อยู่ตลอด เวลา เมื่อนั้นจะเรียกค่า x_e ว่าเป็น Lyapunov stable ยิ่งไปกว่านั้น ถ้า x_e เป็น Lyapunov stable และทุกคำตอบเริ่มจากใกล้ x_e และมีค่าลู่เข้าสู่ x_e เมื่อนั้นจะเรียกค่า x_e ว่า asymptotically stable นอกจากนั้นยังมีการประยุกต์ทฤษฎี Lyapunov ศึกษาผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงอินพุตต่อสถานะ Input-to-state stability (ISS) เทคนิค Lyapunov นอกจากจะใช้กับระบบไม่เป็นเชิงเส้นได้แล้ว สามารถนำไปใช้กับระบบที่เป็นเชิงเส้นได้

Guangkai และคณะ [34] เสนองานวิจัยเกี่ยวกับการควบคุมไม่เชิงเส้นสำหรับระบบ Voltage source converter และ High voltage DC โดยใช้ทฤษฎีเสถียรภาพของ Lyapunov ระบบควบคุม

Dasgupta และคณะ [35] ศึกษาระบบควบคุมการไหลกำลังไฟฟ้าแอกทีฟและรีแอกทีฟของอินเวอร์เตอร์สามเฟสแบบเชื่อมต่อกับระบบไฟฟ้า โดยพิจารณาคุณภาพไฟฟ้า ฮาร์มอนิก ณ จุดต่อร่วม PCC และวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบโดยใช้หลักการ Lyapunov

Perturbation method [36] เป็นวิธีการคณิตศาสตร์ที่ใช้ประมาณค่าคำตอบของปัญหาที่ไม่สามารถแก้สมการหาคำตอบได้อย่างแม่นยำ โดยการเริ่มจากการหา exact solution ของปัญหาโดยการเพิ่มเทอมเล็กๆ เข้าไปในสมการคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา ทฤษฎี perturbation อาจแบ่งออกเป็น regular และ singular perturbation ปัญหา singular perturbation คือ ปัญหาที่บรรจุพารามิเตอร์เล็กๆ ที่ไม่สามารถประมาณค่าได้ โดยการกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์มีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งตรงข้ามกับปัญหา regular perturbation ซึ่งสามารถประมาณค่าที่ได้รับโดยการเซ็ตพารามิเตอร์ให้เป็นศูนย์

Paice A. และคณะ [37] นำเสนอ popov Circle Criterion ซึ่งแปลงระบบไม่เป็นเชิงเส้นตาม Lure's problem ให้เป็นสมการปริภูมิ ส่วน Circle criterion เป็นเครื่องมือใช้ศึกษาเสถียรภาพของระบบไม่

เป็นเชิงเส้นที่แปรผันตามเวลา โดยจะมีลักษณะคล้ายกับ Nyquist stability criterion ของระบบเชิงเส้นไม่แปรตามเวลา

นอกจากนี้มีทฤษฎีและเครื่องมือที่ใช้ศึกษาระบบไม่เป็นเชิงเส้นอีก ใช้ทฤษฎีคณิตศาสตร์และสถิติที่มีความซับซ้อนในการอธิบาย อย่างไรก็ตาม แม้จะมีการออกแบบระบบควบคุมไม่เป็นเชิงเส้นโดยเฉพาะ แต่ในการวิเคราะห์ เครื่องมือวิเคราะห์ระบบเป็นเชิงเส้นมีจำนวนมากและง่ายต่อการศึกษามากกว่าระบบไม่เชิงเส้น ดังนั้นในบางครั้งพิจารณาปรับระบบไม่เป็นเชิงเส้นให้มีคุณสมบัติเป็นแบบเชิงเส้น เรียกเทคนิคว่า Linearization

เทคนิคการแก้ปัญหาระบบไม่เป็นเชิงเส้น ด้วยวิธีการเชิงเส้น ได้แก่

ก. Gain scheduling เป็นการควบคุมระบบไม่เป็นเชิงเส้น โดยอาศัยทฤษฎีระบบควบคุมแบบเชิงเส้นที่พิจารณาที่จุดทำงาน มักใช้กับระบบ adaptive control

ข. Feedback linearization เกี่ยวข้องกับการแปลงระบบไม่เป็นเชิงเส้นให้เทียบเท่ากับระบบเชิงเส้น โดยการปรับเปลี่ยนตัวแปรหรืออินพุตที่เหมาะสม และจัดรูปสมการไม่เป็นเชิงเส้นให้อยู่ในรูปสมการปริภูมิแบบเชิงเส้น (Linear state space)

หลักการของวิธีการควบคุมแบบสไลด์ดิง (Sliding Mode Control, SMC) คือ การควบคุมตัวสถานะของค่าผิดพลาดให้เคลื่อนที่เข้าสู่ระนาบสไลด์ดิง (Sliding Plane) เมื่อตัวสถานะเข้าสู่ระนาบสไลด์ดิงและควบคุมให้เคลื่อนที่อยู่บนระนาบสไลด์ดิงในทิศทางการลู่เข้าสู่ศูนย์ ระบบที่ควบคุมด้วยวิธีการนี้มีความคงทน (Robustness) และไม่เปลี่ยนแปลงไปตามค่าพารามิเตอร์ การเปลี่ยนแปลงโหลด และสัญญาณรบกวนต่างๆ จากภายนอก และสามารถใช้ร่วมกับฟังก์ชันไลปูนอฟ (Lyapunov function) ในการพิจารณาเสถียรภาพของระบบในทฤษฎีเสถียรภาพของไลปูนอฟ (Lyapunov Stability Criteria) ได้

Kim และคณะ [38] เสนอเทคนิค sliding mode สำหรับควบคุมกำลังไฟฟ้าสูงสุดของอินเวอร์เตอร์ โดยใช้ sliding mode ควบคุมกระแส มีการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบและเปรียบเทียบผลลัพธ์ของตัวควบคุม เทคนิคนี้มีความมั่นคงและทนต่อสภาพรบกวนจากสัญญาณรบกวนและการแปรผันของพารามิเตอร์ได้ดี

นอกจากระบบควบคุมไม่เป็นเชิงเส้นแล้ว ยังมีการพัฒนาระบบควบคุมปัญญาประดิษฐ์ (Artificial Intelligence) ในการควบคุมระบบอิเล็กทรอนิกส์กำลังหลายวิธี เช่น วิธีโครงข่ายประสาทเทียม (Neural network) ที่เลียนแบบการทำงานสมองมนุษย์ การควบคุมฟัซซี่ (Fuzzy) ที่เลียนแบบพฤติกรรมการตัดสินใจและความรู้สึกของมนุษย์ Genetic algorithm ที่อาศัยทฤษฎีการสืบพันธ์

โครโมโซมและยีนส์ในการคัดเลือกและควบคุม และระบบผู้เชี่ยวชาญ (Expert system) ที่ใช้ความสามารถด้านระบบคิดและฐานความรู้ของมนุษย์ในการควบคุม

Fengwen และคณะ [39] ใช้ระบบควบคุมแบบ Fuzzy PIC ในการควบคุมอินเวอร์เตอร์เฟสเดียวของระบบเซลล์แสงอาทิตย์ วงจรประกอบด้วย DC/DC คอนเวอร์เตอร์และ DC/AC อินเวอร์เตอร์ ผลการทดสอบพบว่าระบบควบคุมมีสมรรถนะดี

ในการหาแบบจำลองของระบบในวิทยานิพนธ์ มีกรอบดังนี้

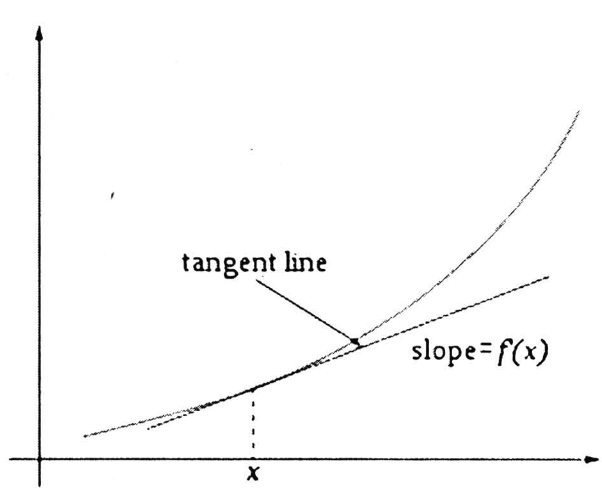
ก. ใช้แนวคิดโครงสร้างของระบบไม่เป็นเชิงเส้นของ Lure's Problem

ข. ในการพิจารณาและการวิเคราะห์ระบบ ใช้เทคนิค Linearization พิจารณาระบบให้เป็นเชิงเส้น และวิเคราะห์ระบบด้วยทฤษฎีระบบควบคุมแบบเชิงเส้น

เครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์สภาวะการทำงานและเสถียรภาพของระบบเชิงเส้นที่สำคัญในการหาผลตอบสนองทางเวลาและความถี่ของระบบในช่วงสภาวะคงตัว สภาวะชั่วครู่ และการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ

2.1.2 เครื่องมือเชิงเส้นที่ใช้ในการวิเคราะห์ระบบควบคุม

เครื่องมือเชิงเส้นสามารถใช้วิเคราะห์ระบบไม่เป็นเชิงเส้นได้ แต่ในการวิเคราะห์นั้นจำเป็นต้องแปลงระบบไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้นก่อน โดยใช้หลักการ Linearization หรือการประมาณค่าด้วยอนุกรมเทเลอร์อันดับหนึ่ง (First Order Taylor Series Approximation) ที่จุดทำงานที่พิจารณา (Operating point) ดังแสดงในรูปที่ 2.3 โดยสมการของระบบไม่เป็นเชิงเส้นในสมการที่ 2.4 สามารถแปลงเป็นสมการที่ 2.5 ได้



รูปที่ 2.3 การประมาณค่าฟังก์ไม่เชิงเส้นให้เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น

$$\frac{dx}{dt} = F(x,t) \qquad (2.4)$$

เมื่อใช้เทคนิค Linearization แล้ว ระบบที่แปลงเป็นเชิงเส้นแล้ว จะสามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{dx}{dt} = F(x_0,t) + DF(x_0,t)\cdot(x - x_0) \qquad (2.5)$$

ที่ซึ่ง x_0 คือ จุดทำงาน และ $DF(x_0)$ คือ จาโคเบียน ของ $F(x)$ ประเมินที่จุด X_0

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพ จะใช้ค่า eigenvalues ของ Jacobian matrix ประเมินจุดสมดุล ถ้าค่า eigenvalues มีค่าเป็นบวก จุดสมดุลจะไม่เสถียร (unstable) ถ้าเป็นค่าลบทั้งหมดจุดสมดุล จะเสถียร (stable) และถ้าค่าผสมกันจุดสมดุลจะเรียกว่า เป็นจด saddle point และค่า eigenvalues จะปรากฏเป็นคู่คอนจูเกตเชิงซ้อนและระบุวงก้นหอย (spiral)

สมการปริภูมิสถานะ (State space equation)

ระบบไดนามิกส่วนใหญ่มักมีพฤติกรรมที่สามารถใช้สมการอนุพันธ์อันดับใดๆมาอธิบายได้ ในขณะเดียวกันสมการเชิงอนุพันธ์อันดับใดๆ ก็สามารถลดอันดับให้เหลือเพียงสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้ ดังนั้นจึงมีการเสนอวิธีการใหม่ในการวิเคราะห์และควบคุมระบบ ซึ่งจะวิเคราะห์ในโดเมนเวลา และมีการนำแบบจำลองปริภูมิสถานะมาใช้ ซึ่งอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง และแตกต่างจากระบบควบคุมแบบดั้งเดิมที่นิยมวิเคราะห์พฤติกรรมของระบบบนโดเมนความถี่

นอกจากนี้การนำแบบจำลองปริภูมิสถานะมาใช้ ทำให้เราสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับระบบแบบสัญญาณขาเข้าหลายทางและสัญญาณขาออกหลายทาง (Multi Input Multi Output –MIMO) ได้ โดยการกำหนดมิติของตัวแปรในสมการปริภูมิสถานะอย่างเหมาะสม

สมการปริภูมิสถานะสำหรับระบบไม่เชิงเส้น และเป็นเชิงเส้น ดังสมการที่ 2.1 และ 2.2 ตามลำดับ

$$\begin{aligned} X(t) &= f(t, x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(t, x(t), u(t)) \end{aligned} \qquad (2.6)$$

$$\begin{aligned} X(t) &= A(t)X(t) + B(t)U(t) \\ y(t) &= C(t)X(t) + D(t)U(t) \end{aligned} \qquad (2.7)$$

โดยที่ $X(\cdot) = \frac{d}{dt}X(t)$

$X(\cdot)$ คือ เวกเตอร์ตัวแปรสถานะ (state vector)

$Y(\cdot)$ คือ เวกเตอร์สัญญาณขาออก (output vector)

$U(\cdot)$ คือ เวกเตอร์สัญญาณขาเข้าหรือเวกเตอร์สัญญาณควบคุม (input or control vector)

$A(\cdot)$ คือ เมทริกซ์ตัวแปรสถานะหรือเมทริกซ์พลวัต (state matrix, dynamics matrix)

$B(\cdot)$ คือ เมทริกซ์ขาเข้า (input matrix)

$C(\cdot)$ คือ เมทริกซ์ขาออก (output matrix)

$D(\cdot)$ คือ เมทริกซ์ป้อนผ่าน (feed-through or feed-forward matrix) ในกรณีที่ระบบไม่มีการป้อนสัญญาณขาเข้า D จะเป็นเมทริกซ์ศูนย์,

โดยทั่วไปแล้วเมทริกซ์ข้างต้นจะเป็นเมทริกซ์แปรผันตามเวลาได้ แต่ระบบไม่แปรผันตามเวลา มักจะถูกศึกษาอย่างแพร่หลายเพราะมีความซับซ้อนน้อยกว่า นอกจากนี้ตัวแปรเวลาสามารถมีได้ทั้งแบบเวลาต่อเนื่อง(continuous time) และแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (discrete time) โดยในกรณีของเวลาไม่ต่อเนื่องมักนิยมใช้ตัวแปร k นอกเหนือจากระบบแบบที่กล่าวมาแล้วยังมีระบบแบบผสม (Hybrid systems) ซึ่งเป็นระบบที่มีโดเมนของเวลาอยู่ทั้งบนแกนเวลาต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง

รูปแบบสมการปริภูมิแต่ละแบบแสดงดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 รูปแบบของสมการปริภูมิแต่ละแบบตามคุณลักษณะ

System type	State space model
Continuous time invariant	$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ $y(t) = Cx(t) + Du(t)$
Continuous time-variant	$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$ $y(t) = C(t)x(t) + D(t)u(t)$
Discrete time-invariant	$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$ $y(k) = Cx(k) + Du(k)$
Discrete time-variant	$x(k+1) = A(k)x(k) + B(k)u(k)$ $y(k) = C(k)x(k) + D(k)u(k)$
Laplace domain of continuous time invariant	$sX(s) = AX(s) + BU(s)$ $Y(s) = CX(s) + DU(s)$
Z-domain of Discrete time-invariant	$zX(z) = AX(z) + BU(z)$ $Y(z) = CX(z) + DU(z)$

ฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function)

ฟังก์ชันถ่ายโอนหาได้จากการแปลงสมการปริภูมิสถานะ โดยฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ที่แทนความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาท์พุต สำหรับระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จะใช้โดเมน Z-transform ในการอ้างอิง ฟังก์ชันถ่ายโอน ประกอบด้วยเศษที่เรียกว่า numerator และ denumerator จะแทนด้วยส่วน ดังสมการที่ 2.8

$$H(z) = \frac{num(z)}{den(z)} = \frac{num_0 z^n + num_1 z^{n-1} + \cdots + num_z z^{n-m}}{den_0 z^n + den_1 z^n + \cdots + den_n} \qquad (2.8)$$

จากสมการค่า m+1 และ n+1 คือ จำนวนสัมประสิทธิ์ของ numerator and denominator ตามลำดับ ฟังชั่นnum(z)สามารถเป็นเวกเตอร์หรือเมตริกส์ก็ได้ แต่ฟังชั่นden(z)จะต้องเป็นเวกเตอร์เท่านั้น ลำดับของdenominator จะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับลำดับของ numerator เสมอ

สมการ Zero Pole Gain- ZPK

สมการ Zero Pole Gain จะแสดงค่า zeros, poles, และ gain ในรูป z-domain ฟังก์ชันถ่ายโอนเขียนให้เป็นฟังก์ชัน ZPK ได้ โดยจัดรูปแบบสมการใหม่ ให้มีลักษณะดังสมการที่ 2.9

$$H(z) = K\frac{Z(z)}{P(z)} = K\frac{(z-Z_1)(z-Z_2)\ldots(z-Z_m)}{(z-P_1)(z-P_2)\ldots(z-P_n)} \qquad (2.9)$$

ในสมการ (2.9) Z(z) แสดงค่า zeros, P(z) คือ poles, และ K คือ อัตราขยาย (gain) จำนวนของโพลต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับจำนวนซีโร่(n $\geq$ m) ถ้าโพลและซีโร่เป็นจำนวนเชิงซ้อน ค่าทั้งสองจะต้องเป็นคู่คอนจูเกตเชิงซ้อน (complex conjugate pairs) ตัวอย่างสมการ Zero/ pole/gain ระหว่างอินพุต u กับเอาท์พุต y แสดงดังสมการที่ 2.10

$$H(z) = K\frac{Z(z)}{P(z)} = \frac{-0.012328(z+1.1033)(z+0.5726)(z^2-1.991z+0.925)}{z^2(z-0.8504)(z+0.9907)(z+0.4508)(z^2-1.977z+0.9925)} \qquad (2.10)$$

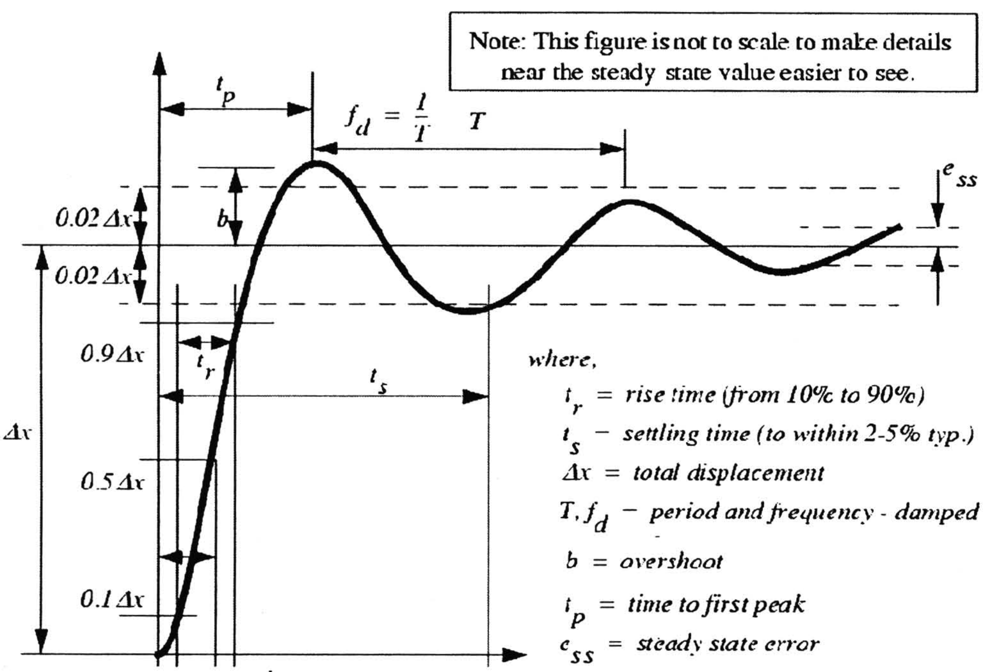
การวิเคราะห์ผลตอบสนองทางเวลา (Time response)

การวิเคราะห์ผลตอบสนองทางเวลาทำได้โดยการป้อนสัญญาณ excited signal และวิเคราะห์ผลตอบสนอง ได้แก่

ผลตอบสนองอิมพัลส์ (Impulse response) หรือฟังก์ชันตอบสนองอิมพัลส์ (impulse response function : IRF) ของระบบไดนามิก คือค่าเอาท์พุตที่เกิดขึ้นจากการป้อนด้วยสัญญาณอิมพัลส์ โดยทั่วไปผลตอบสนองอิมพัลส์จะแสดงถึงปฏิกิริยาตอบสนองของระบบไดนามิกใดๆ ต่อการเปลี่ยนแปลงสัญญาณภายนอก ผลตอบสนองอิมพัลส์จะแสดงฟังก์ชันของเวลา

ผลตอบสนองสเต็บป์ (Step response) ของระบบ ให้ค่าสถานะเริ่มต้นของ time evolution ของเอาท์พุต เมื่อป้อนสัญญาณควบคุมอินพุตเป็นฟังก์ชัน Heaviside step ในทางวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และควบคุม ผลตอบสนองเต็ป คือ พฤติกรรมทางเวลาของเอาท์พุตของระบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงอินพุตจาก 0 ไป 1 ในระยะเวลาสั้นๆ

โดยการพิจารณาผลตอบสนองทางเวลาจะวิเคราะห์พฤติกรรมของระบบ โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ดังนี้ เวลาค่าคงตัวทางเวลา (Time constant) ค่าโอเวอร์ชู้ต (overshoot) ค่าเวลาหน่วง (delay time) เวลาขาขึ้น (rise time) และเวลาตั้งตัว (settling time) ดังแสดงในรูปที่ 2.4



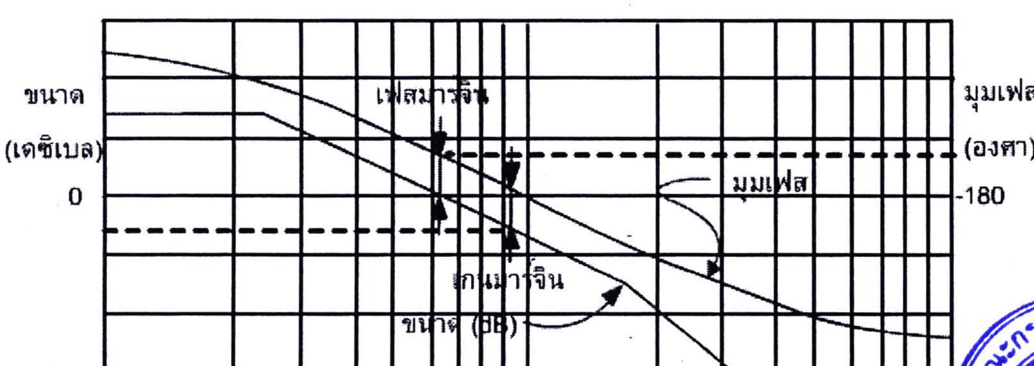
รูปที่ 2.4 ผลตอบสนองทางเวลาของระบบ [40]

การหาผลตอบสนองทางความถี่ (Frequency response)

ในการใช้งานวงจรต่าง ๆโดยทั่วไป เรามักมิได้สนใจพฤติกรรมของวงจรอันเนื่องมาจากสัญญาณอินพุตที่มีความถี่เพียงความถี่เดียวเท่านั้น หากแต่เรามักจะสนใจพฤติกรรมของวงจรตลอดย่านความถี่ หรือช่วงของความถี่มากกว่า การพิจารณาในลักษณะเช่นนี้จะเรียกว่าเป็นการพิจารณาในโดเมนของความถี่ (frequency domain : s-domain) ซึ่งค่าพฤติกรรมของผลตอบสนองในโดเมนของความถี่

หรือที่เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ผลตอบสนองเชิงความถี่ (frequency response) นี้ จะสามารถบอกคุณสมบัติทางความถี่ของวงจรต่าง ๆ ได้เป็นอย่างดี ผลตอบสนองทางความถี่ (Frequency response) คือ การวัดค่าผลตอบสนองสเปกตรัมที่เอาท์พุตต่อการเปลี่ยนแปลงความถี่ แต่ค่าแอมพลิจูดของอินพุตคงที่ ผลตอบสนองทางความถี่สามารถวัดค่าได้โดยการใช้สัญญาณทดสอบ การวัดผลตอบสนองโดยทั่วไปจะพล็อตกราฟใน 2 ลักษณะ คือ การพล็อตค่าขนาดและความถี่ ในรูปแบบของBode plot หรือการพล็อตส่วนจินตภาพต่อส่วนจริงของผลตอบสนองความถี่ ในรูปแบบ Nyquist plot

โบเดพล็อต (Bode plot) เป็นกราฟลอการีทึมของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเชิงเส้น ที่ไม่แปรผันตามเวลาเทียบกับความถี่ โดยพล็อตขนาดเทียบกับความถี่ (Magnitude vs Frequency) และเฟสเทียบกับความถี่ (Phase vs Frequency) โดยใช้แกนความถี่เป็นลอการีทึม เพื่อหาค่าผลตอบ สนองทางความถี่ ดังรูปที่ 2.5 ปกติในกราฟจะแสดงค่าขนาดโบเดพล็อต หรืออัตราขยาย ในหน่วย dB และเฟสโบดพล็อต ซึ่งแสดงถึงส่วนจินตภาพของลอการีทึมเชิงซ้อนของฟังก์ชันถ่ายโอนเชิงซ้อน ในโบเดไดอะแกรมจะบอกค่าเฟสมาร์จิ้น(Phase Margin) ซึ่งเป็นค่าเฟสเมื่อค่าเกนเท่ากับศูนย์ และเกนมาร์จิ้น (Gain Margin) ซึ่งเป็นค่าเกนเมื่อค่าเฟสเท่ากับศูนย์ ทั้งสองค่านี้จะใช้วัดเสถียรภาพของระบบควบคุมแบบปิด เฟสมาร์จิ้นจะระบุเสถียรภาพสัมพัทธ์ แนวโน้มการออสซิเลทระหว่างผลตอบสนองการหน่วยต่ออินพุตเช่น สเตปฟังก์ชัน ในขณะที่เกนมาร์จิ้นระบุถึงเสถียรภาพสัมบูรณ์และอันดับของระบบที่ออสซิลเลท โดยปราศจากการจำกัดสัญญาณรบกวนใดๆ



รูปที่ 2.5 ลักษณะโบเดไดอะแกรม [41]

การวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบ [42]

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพระบบควบคุมเชิงเส้น อันดับแรก คือ ต้องทดสอบว่าระบบมีเสถียรภาพสัมบูรณ์ (absolute stability) หรือไม่ ซึ่งหมายถึง การวิเคราะห์ว่าระบบเสถียร (stable) หรือไม่เสถียร (unstable) ถ้าหากพบว่าระบบเสถียรก็หาเสถียรภาพสัมพัทธ์ เพื่อดูว่าระบบมีเสถียรภาพอย่างไร เครื่องมือและวิธีการหาเสถียรภาพทำได้หลายวิธี ได้แก่

State variable และ State plane

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพ จะใช้ค่า eigenvalues ของ Jacobian matrix ประเมินจุดสมดุล ถ้าค่า eigenvalues มีค่าเป็นบวก จุดสมดุลจะไม่เสถียร (unstable) ถ้าเป็นค่าลบทั้งหมดจุดสมดุล จะเสถียร (stable) และถ้าค่าผสมกันจุดสมดุลจะเรียกว่า เป็นจุด saddle point และค่า eigenvalues จะปรากฏเป็นคู่คอนจูเกตเชิงซ้อนและระบุวงก้นหอย (spiral) ถ้าหากวิเคราะห์ด้วย s-plane ค่า eigenvalue จะต้องไม่อยู่ทางครึ่งขวาของ s-plane หากจุดอยู่บนแกน imaginary และ origin จะถือว่าเป็น Marginally stable

Root Locus Technique เป็นการวิเคราะห์เสถียรภาพโดยดูที่ราก (root) หรือ zero ของสมการคุณลักษณะระบบ root locus diagram เป็นการ plot ของ locus ของ pole ของระบบฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรรอบปิด หรือ การพล็อต zero ของ ฟังก์ชันcharacteristic equation (zero/pole/gain) และสามารถดูเสถียรภาพของระบบได้จาก root locus diagram ทั้งนี้เพราะเป็น locus ของ s-plane ซึ่งเป็น zero ของ characteristic equation เมื่อมี locus อยู่ทางครึ่งขวาของ s-plane จะแสดงว่า eigenvalue จะมี real part เป็นบวก ทำให้ไม่มีเสถียรภาพและหาก locus อยู่ทางครึ่งซ้ายของ s-plane จะเป็นกรณีระบบมีเสถียรภาพ

Routh-Hurwitz criterion

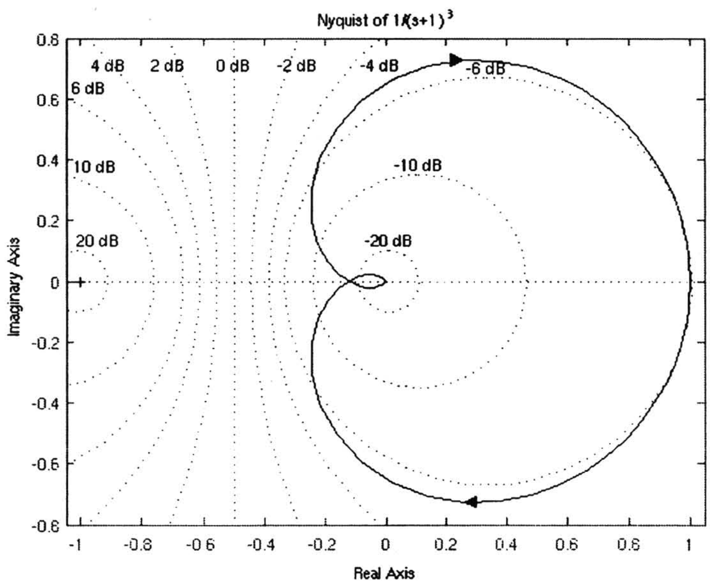
สมมติให้ characteristic equation ของระบบเชิงเส้น มีสมการ 2.11

$$F(s) = a_0 S^n + a_1 S^{n-1} + a_2 S^{n-2} + ... + a_n S^{n-a_n} = 0 \qquad (2.11)$$

Routh-Hurwitz criterion กล่าวว่า ภาวะที่จำเป็นและพอเพียงของกรณีที่รากของ polynomial F(s) = 0 ของสมการที่ จะมี real part ทั้งหมดไม่เป็นบวก ถ้า polynomial ใด มีคุณสมบัติตาม criterion นี้จะเรียกว่า เป็น Hurwitz และถ้ารากทั้งหมดเป็นมี real part เป็นลบ จะเรียกว่า เป็น pure Hurwitz และจะเรียกว่าเป็น modified Hurwitz ถ้ารากของ polynomial นั้นได้รวมรากที่เป็นรากที่อยู่บนแกน $j\omega$ ของ s-plane ไว้ด้วย Routh-Hurwitz criterion จะใช้ได้กับ polynomial ที่เป็นพีชคณิตและมีสัมประสิทธิ์เป็น real ถ้าสัมประสิทธิ์เป็น complex number หรือเป็น exponential ฟังก์ชันของ s จะทำให้ Routh-Hurwitz criterion เกิดการ breakdown อย่างสิ้นเชิง อีกประการหนึ่งหลักเกณฑ์ของ Hurwitz determinant นี้จะสามารถบอกได้เพียงว่ารากของ polynomial จะมี real part เป็นลบหรือบวก ซึ่งบอกได้เพียง absolute stability คือ ระบบเสถียรหรือไม่เสถียร เท่านั้น ไม่สามารถบอกจำนวนรากที่มี real part เป็นบวกได้ ทำให้ไม่สามารถบอกได้ว่าเสถียรภาพนั้นจะดีหรือไม่ หรืออีกนัยหนึ่ง คือ ไม่ทราบว่า eigenvalue จะอยู่ใกล้แกน imaginary เท่าใด หรือถ้าหากระบบไม่มีเสถียรภาพก็ไม่มีเครื่องชี้บอกว่าทำ

อย่างไรจึงจะทำให้ระบบกลับเข้าเสถียรภาพได้ จึงไม่สามารถออกแบบได้ แต่ Nyquist criterion จะแก้ไขในกรณีนี้ได้

Nyquist criterion มีลักษณะที่สำคัญ ดังนี้ คือ สามารถบอก absolute stability ได้เท่ากับ Routh Hurwitz criterion และมีการแสดงถึง degree ของเสถียรภาพและบอกถึงว่าจะทำให้ดีขึ้นได้อย่างไร จึงทำให้เกิดการออกแบบ นอกจากนี้การพล็อต Nyquist Locus หรือ ไนควิสท์พล็อต (Nyquist Plot) จะให้คุณลักษณะเกี่ยวกับ frequency response ของระบบด้วย Nyquist Plot เป็นวิธีกึ่งกราฟที่จะให้ข้อมูลเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างจำนวนของโพลและซีโร่ของฟังก์ชันถ่ายโอนแบบป้อนกลับ โดยการสังเกตพฤติกรรมจากกราฟไนท์ควิทของโพล (transfer function Poles) ของฟังก์ชันถ่ายโอนแบบป้อนกลับ จะเป็นรากของสมการคุณลักษณะ โดยกราฟจะแสดงค่า real part กับ imaginary part ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 ไนควิสท์พล็อต [42]

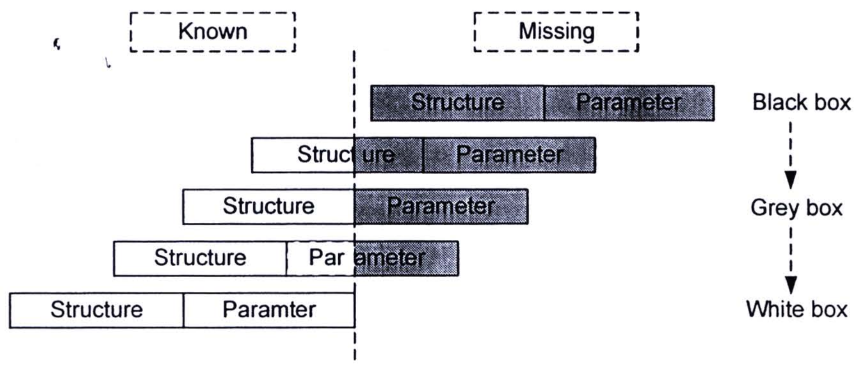
2.2 แบบจำลองไดนามิกด้วยวิธีอัตลักษณ์

วิธีอัตลักษณ์ของระบบ (system identification) คือ การใช้กระบวนการทางสถิติในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบไดนามิกจากการตรวจวัดข้อมูล ซึ่งรวมถึงการออกแบบการทดลองที่เหมาะสม เพื่อเก็บข้อมูลการทดสอบสำหรับการหาแบบจำลองที่มีความเหมาะสมที่สุดของระบบที่ต้องการจำลอง โดยสามารถวิเคราะห์ได้ในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่ ระบบไดนามิกแบ่งได้ตามลักษณะการทราบโครงสร้างและพารามิเตอร์ของระบบเป็น 3 แบบ [43] ดังรูปที่ 2.7 คือ

1. White box เมื่อทราบระบบทั้งโครงสร้างและพารามิเตอร์ เช่น ระบบที่สามารถเขียนเป็นสมการความสัมพันธ์เป็นสมการพื้นฐาน (First principle) เช่น การจำลองกระบวนการทางฟิสิกส์ จากสมการของนิวตัน

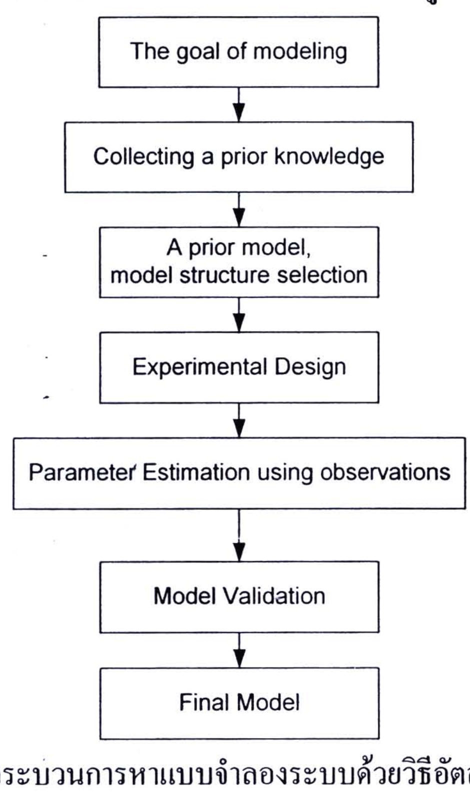
2. Gray box เมื่อทราบโครงสร้างหรือสมการพื้นฐานของระบบ แต่ไม่ทราบพารามิเตอร์ เรียกว่าเป็น semi physical คือ ทราบองค์ประกอบบางส่วนของระบบ และต้องใช้การตรวจวัดข้อมูลเพิ่มเติม เพื่อหาแบบจำลองของระบบ

3. Black box ไม่ทราบทั้งโครงสร้างและพารามิเตอร์ของระบบที่ต้องการจำลอง การหาอัตลักษณ์ของระบบส่วนใหญ่จะศึกษาระบบในส่วนนี้



รูปที่ 2.7 การแบ่งระบบตามโครงสร้างและพารามิเตอร์ [43]

หลักการในการหาแบบจำลองด้วยวิธีอัตลักษณ์ แสดงดังไดอะแกรมรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 กระบวนการหาแบบจำลองระบบด้วยวิธีอัตลักษณ์ [43]

ขั้นตอนการหาแบบจำลองระบบด้วยวิธีอัตลักษณ์ เป็นดังนี้

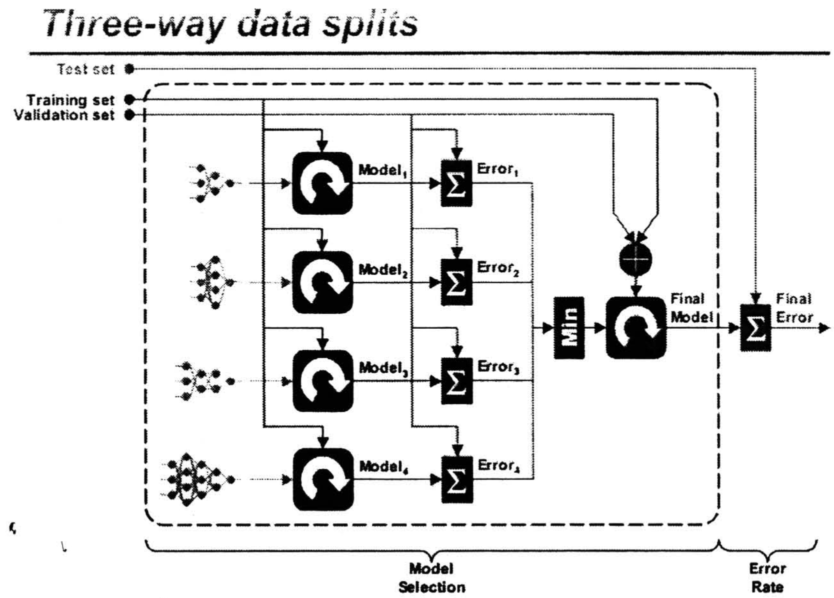
1) กำหนดเป้าหมายของการหาแบบจำลอง (Goal of modeling)
เป็นขั้นตอนการศึกษาหาข้อมูล พฤติกรรมของระบบว่ามีลักษณะอย่างไร ต้องการหาแบบจำลองเพื่ออะไร ตัวแปรที่ใช้ในการพิจารณามีอะไร มีความสำคัญ ตลอดจนคำนึงถึงว่าจะนำแบบจำลองไปใช้ประโยชน์ได้อย่างไร

2) การเลือกโครงสร้างแบบจำลอง (Model Structure Selection)
อินเวอร์เตอร์ของระบบเซลล์แสงอาทิตย์ที่ต้องการหาแบบจำลองนั้น เป็นวงจรที่ประกอบด้วย อุปกรณ์พาสซีฟ อุปกรณ์แอกทีฟ และมีระบบควบคุมแบบดิจิตอล และเป็นระบบไดนามิก มีอินพุตที่แปรตามสภาวะอากาศซึ่งเปรียบเสมือนมีสัญญาณรบกวนจากภายนอก ทำให้ระบบมีลักษณะ stochastic และระบบมีการควบคุมด้วยสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่อง มีความไม่เป็นเชิงเส้น และแปรตามเวลา ตามคุณลักษณะของ Lure's Theorem

3) การออกแบบการทดลองและเก็บข้อมูล (Experiment Design and Data Collection)
ขั้นตอนนี้เป็นการออกแบบการทดลอง เพื่อเก็บข้อมูลที่ใช้ในการประมวลผล กำหนดจำนวนตัวแปร วิธีการสุ่มข้อมูล การจัดการกับข้อมูล เพื่อให้แบบจำลองที่ครอบคลุมใกล้เคียงกับระบบจริงให้มากที่สุด

ในเบื้องต้นจะทดลองอินเวอร์เตอร์สภาวะปกติ เพื่อทดสอบสมมติฐานและความเป็นไปได้ในการหาแบบจำลองด้วยการหาอัตลักษณ์ ภายหลังจากหาแบบจำลองมาตรฐานได้แล้ว จะออก แบบการทดลองทำการจำลองทุกกลุ่มตัวอย่างเพื่อแสดงพฤติกรรมอินเวอร์เตอร์ทุกสถานการณ์ที่มีการเปลี่ยนแปลงของอินพุต เอาท์พุต และชนิดของอินเวอร์เตอร์

ในกระบวนการสร้างแบบจำลองที่มีความถูกต้อง จะแบ่งข้อมูลที่วัดมาทั้งหมดออกเป็น 3 ส่วน คือ ข้อมูลชุดสอน (Training Set) ข้อมูลชุดตรวจสอบ (Validation data) และข้อมูลชุดทดสอบ (Testing Data) และใช้ข้อมูลทั้งสามส่วนเพื่อสอน ตรวจสอบและทดสอบ ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 กระบวนการสอน ตรวจสอบและทดสอบแบบจำลอง [44]

4) การประมาณค่าแบบจำลองหรือการสอนแบบจำลอง (Model estimation)
การประมาณค่าแบบจำลองหรือการสอนแบบจำลอง คือ การนำข้อมูลที่บันทึกมาเข้าสู่การประมาณค่าและคำนวณหาเอาท์พุตของระบบ ซึ่งจะได้มาเปรียบเทียบกับค่าจริง เพื่อหาความถูกต้อง โดยใช้เงื่อนไข หรือค่าการสูญเสีย ช่วยในการประมาณค่าและนำไปปรับพารามิเตอร์ของระบบ เพื่อลดความผิดพลาดของแบบจำลอง จนกระทั่งได้แบบจำลองที่มีความถูกต้องมากที่สุด มีความผิดพลาดที่น้อยที่สุด หรืออยู่ในเงื่อนไขที่ยอมรับได้ ซึ่งจะเรียกว่า แบบจำลองสุดท้าย (Final Model) เป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมที่สุดสำหรับแทนพฤติกรรมของระบบ

5) การตรวจสอบความถูกต้องแบบจำลอง (Model Testing)
เป็นส่วนของการทดสอบความถูกต้องของแบบจำลองกับระบบจริงโดยใช้ข้อมูลชุดใหม่จากการทดลองที่ไม่ได้ใช้ในการสอนหรือตรวจสอบ มาเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากแบบจำลอง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องแม่นยำของแบบจำลอง หากยังมีค่าไม่ถูกต้องก็จะกลับไปพิจารณาความเหมาะสมกับของโครงสร้างแบบจำลอง การออกแบบการทดลองและการปรับค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องต่อไป

2.3 การหาแบบจำลองด้วยเทคนิค Cross Validation

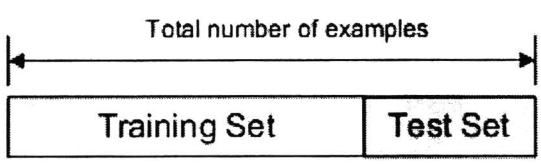
ในการนำแบบจำลองไปใช้งาน หากนำไปใช้กับข้อมูลทดสอบที่มีความแตกต่างจากข้อมูลชุดสอนหรือชุดตรวจสอบมาก ก็จะทำให้ความถูกต้องแม่นยำของแบบจำลองลดลง ดังนั้น เพื่อให้แบบจำลองมีความถูกต้องแม่นยำมากขึ้น จึงได้มีการนำเทคนิค Cross-validation [45] มาใช้ในการประมวลผลข้อมูล วิธีการนี้บางครั้งเรียกว่า rotation estimation ซึ่งเป็นเทคนิคสำหรับการวิเคราะห์ทางสถิติ โดยปกติจะใช้ในการทำนายและการประเมินค่าความถูกต้องของแบบจำลองในทางปฏิบัติ ในหนึ่งรอบ

ของการทำ cross validation จะเกี่ยวข้องกับการจัดแบ่งข้อมูลออกเป็นสองส่วน เรียกว่า ข้อมูลชุดสอน และข้อมูลชุดตรวจสอบ เพื่อลดความน่าจะเป็นของความผิดพลาดของแบบจำลอง ทั้งนี้ความผิดพลาดจะแปรผกผันกับคุณลักษณะ ความเหมาะสม และจำนวนรอบของการทำ Cross validation และความผิดพลาดสุดท้ายของแบบจำลองได้จากการเฉลี่ยค่าความผิดพลาดของการทำ Cross validation แต่ละรอบ

การทำ Cross validation มีความสำคัญต่อการทดสอบสมมติฐาน โดยเฉพาะอย่างยิ่งกลุ่มตัวอย่างที่มีความเสี่ยง มีราคาแพง หรือเป็นไปไม่ได้ที่จะเก็บข้อมูล สมมติว่าเรามีแบบจำลองที่มีค่าพารามิเตอร์ และชุดข้อมูลต้องการจำลอง(training data set) กระบวนการปรับปรุงข้อมูลจะทำให้แบบจำลองมีความถูกต้องแม่นยำที่สุด ถ้าเรานำข้อมูลที่เป็นอิสระ (independent sample) มาตรวจสอบความถูกต้องจากข้อมูล training data จากประชากรเดิม จะเรียกว่า เป็น Overfitting และโดยเฉพาะอย่างยิ่งเกิดขึ้นเมื่อขนาดของ training data มีขนาดเล็ก หรือเมื่อจำนวนพารามิเตอร์ของแบบจำลองมีจำนวนมาก การทำ cross validation เป็นแนวทางที่จะเพิ่มความถูกต้องให้กับแบบจำลองในกรณีที่มีการตรวจสอบด้วยข้อมูลที่ไม่ใช่ข้อมูลที่ถูกสอน

Cross-validation แบ่งออกได้เป็น วิธีสุ่มข้อมูลแบบร้อยละ (percentage) วิธี Repeated random sub-sampling validation วิธี k-fold cross validation และวิธี Leave one out cross validation [46] โดยแต่ละวิธีมีหลักการดังนี้

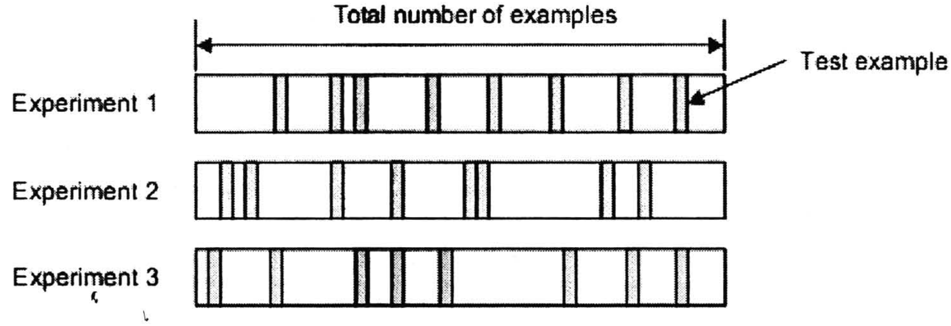
วิธีสุ่มข้อมูลแบบร้อยละ (Percentage) หรือวิธี Hold out ใช้การสุ่มข้อมูลชุดสอนตามร้อยละที่กำหนด สำหรับข้อมูลที่เหลือจะเป็นข้อมูลชุดตรวจสอบดังรูปที่ 2.10 ข้อดีของการเลือกสุ่มข้อมูลแบบร้อยละคือเป็นวิธีการเลือกสุ่มข้อมูลที่ง่าย แต่ข้อเสียคือข้อมูลทุกตัวไม่ได้ถูกนำมาเป็นข้อมูลชุดสอนและข้อมูลชุดตรวจสอบ



รูปที่ 2.10 การสุ่มแบบร้อยละ [46]

วิธี Repeated random sub-sampling validation เป็นการสุ่มแยกข้อมูลออกเป็นข้อมูลชุดสอนและข้อมูลชุดตรวจสอบ สำหรับแต่ละข้อมูลที่ถูกแยกไป แบบจำลองจะถูกสอนให้มีความถูกต้องและค่าความถูกต้องของข้อมูลที่ทำนายได้จะถูกประเมินโดยใช้ข้อมูลทดสอบ ดังรูปที่ 2.11 ผลลัพธ์จะถูกเฉลี่ยกันตามจำนวนข้อมูลที่แยกออกไป ซึ่งข้อดีของวิธีนี้เทียบกับวิธี k-fold คือ สัดส่วนของข้อมูลที่ใช้ในการสอน และการตรวจสอบจะไม่ขึ้นกับจำนวนรอบ (Iterations, fold) และข้อเสีย

ของวิธีนี้ คือ อาจจะมีข้อมูลบางชุดไม่ได้ใช้ในการตรวจสอบเลย และข้อมูลบางชุดอาจใช้ตรวจสอบมากกว่าหนึ่งครั้ง เกิดการทับซ้อนกันของชุดข้อมูลชุดตรวจสอบ บางทีก็เรียกว่า เกิดการแปรผันแบบ Monte Carlo ซึ่งหมายความว่าผลลัพธ์ที่ได้ จะมีการแปรเปลี่ยนไปถ้าการวิเคราะห์ถูกทำซ้ำด้วยจำนวนครั้งที่แตกต่างกันไป



รูปที่ 2.11 Repeated Random Subsampling Data [46]

วิธี k-fold cross-validation ใน k-fold cross-validation ข้อมูลดั้งเดิมคือการสุ่มแบ่งข้อมูลออกเป็น k ชุดย่อย (subsamples) และใช้ข้อมูล 1 ชุดย่อย จากทั้งหมด k ชุด เป็นข้อมูลชุดตรวจสอบ ข้อมูลที่เหลือจำนวน k-1 ชุด จะเป็นข้อมูลชุดสอน ดังแสดงในรูปที่ 2.12

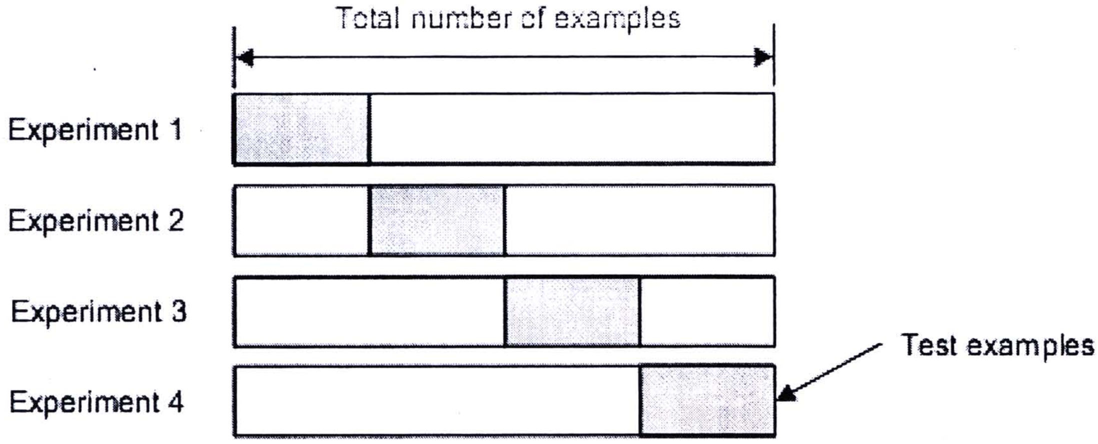
กระบวนการ cross validation จะทำอย่างไปเรื่อยจนข้อมูลทุกชุดถูกสอนและตรวจสอบครบถ้วน จำนวน k รอบ (k-fold) ผลลัพธ์ที่ได้จากแต่ละครั้งก่อนทดสอบจะถูกเฉลี่ยหรือรวมเพื่อผลิตแบบจำลองประมาณค่าเพียงชุดเดียวที่มีความถูกต้องที่สุด

ข้อดีของวิธีนี้เมื่อเทียบกับวิธี repeated random sub-sampling คือ การสังเกตได้ใช้ทั้งและการสอนและการตรวจสอบ และการสังเกตแต่ละรอบจะใช้สำหรับการทดสอบเพียงครั้งเดียว โดยทั่วไปนิยมใช้จำนวน cross validation เท่ากับ 10 ชุด (10 fold)

ค่าความผิดพลาดรวมของระบบวิธี Random Sub sampling และวิธี k-fold คำนวณได้จากสมการ 2.13

$$E = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} E_i \qquad (2.13)$$

โดยที่ E คือ ค่าความผิดพลาดรวม E_i คือ ค่าความผิดพลาดรอบที่ i ใดๆ และ k คือ จำนวนรอบที่สอนและตรวจสอบ



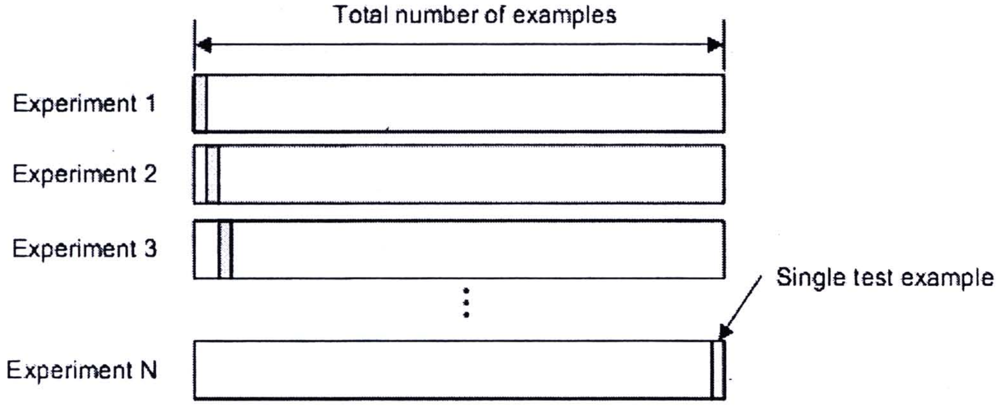
รูปที่ 2.12 k-fold Cross Validation [46]

วิธี Leave-one-out cross-validation ทำโดยสุ่มข้อมูลตัวอย่างดั้งเดิมชุดหนึ่งเป็นข้อมูลตรวจสอบ และข้อมูลที่เหลือเป็นข้อมูลสอน ทำกระบวนการนี้ไปเรื่อยๆ จนกว่าข้อมูลตัวอย่างจะถูกใช้เป็นข้อมูลตรวจสอบอีกครั้ง นั่นคือ ทำ cross validation จำนวน k ครั้ง เท่ากับจำนวนการสังเกตในตัวอย่างดั้งเดิม หรือใช้ข้อมูลทุกชุดสำหรับสอนและตรวจสอบ ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกใช้วิธี Leave-one-out cross-validation ดังแสดงในรูปที่ 2.13 เนื่องจากพิจารณาความถูกต้องของแบบจำลองและข้อมูลที่เก็บยังมีจำนวนไม่มาก และไม่มีขีดจำกัดเรื่องเวลาประมวลผล

กระบวนการ Leave-one-out cross validation ปกติใช้เวลาค่อนข้างมากในการคำนวณเพราะจำนวนครั้งของการสอนจะต้องถูกทำซ้ำ ค่าความผิดพลาดรวมของระบบคำนวณได้จากสมการ 2.14

$$E = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} E_i \qquad (2.14)$$

โดยที่ E คือ ค่าความผิดพลาดรวม E_i คือ ค่าความผิดพลาดรอบที่ i ใดๆ และ N คือ จำนวนรอบที่สอนและตรวจสอบ



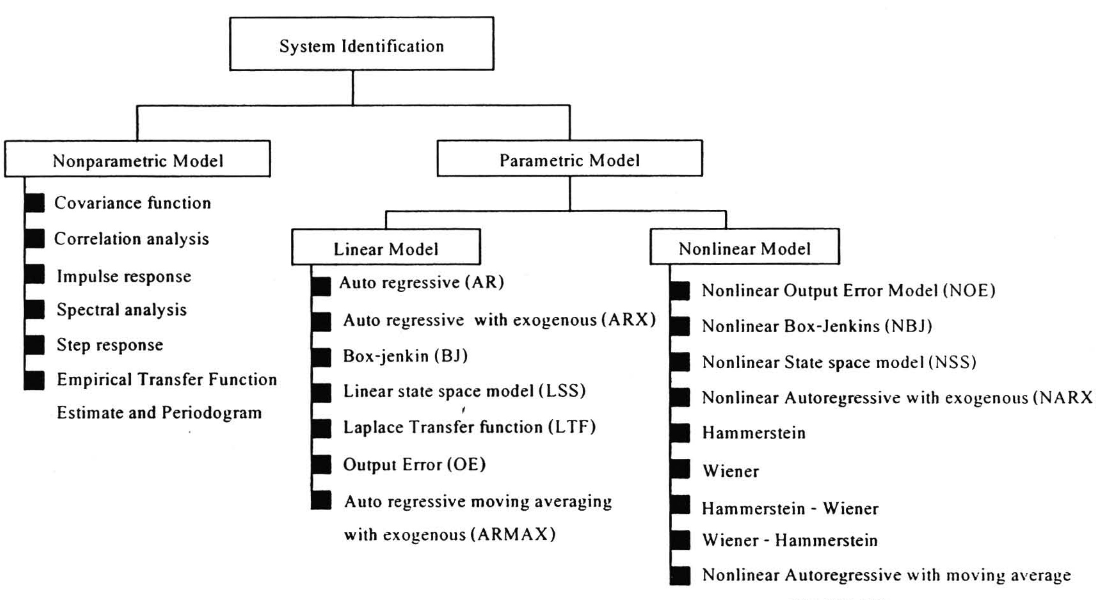
รูปที่ 2.13 Leave One Out Cross Validation [46]

2.4 ประเภทของการหาอัตลักษณ์ (System identification classification)

การหาอัตลักษณ์ของระบบแบ่งออกได้หลายวิธี Ljung และ O.nelles [47] ได้แบ่งแบบ จำลองตามวิธี system identification โดยใช้พารามิเตอร์ของข้อมูลในการพิจารณา ออกเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มพาราเมตริก (Parametric) และกลุ่มนอนพาราเมตริก (nonparametric model) ดังแสดงในรูปที่ 2.14ในทางการจำลองระบบหมายถึงระบบที่มีการป้อนสัญญาณกระตุ้นเข้าไปในระบบ หรือไม่มีป้อนสัญญาณกระตุ้นเข้าไปในระบบ ตามลำดับ

Parametric model ไม่มีการป้อนสัญญาณ excitation signal เข้าไป แต่จะใช้ค่าจากการทดลองในสภาวะจริงในการหาแบบจำลอง ซึ่งใกล้เคียงกับวิธี large signal ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้ในการวิเคราะห์ระบบไม่เป็นเชิงเส้น โดยใช้สมการไม่เป็นเชิงเส้น

Nonparametric model เป็นวิธีที่ป้อนสัญญาณหรือมีการใส่สัญญาณผสมเข้าไป ใกล้เคียงกับแบบ small signal ที่ใช้การประมาณค่าพฤติกรรมอุปกรณ์ไม่เชิงเส้นด้วยสมการเชิงเส้น และป้อนสัญญาณขนาดเล็กเข้าไปในระบบ เช่น impulse, step, modulated signal เพื่อสังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงหรือผลตอบสนอง ได้แก่ การหาแบบจำลองผลตอบสนองเชิงความถี่ การหาแบบจำลองผลตอบสนองพัลส์ และการหาแบบจำลองผลตอบสนองสัญญาณ Step มักจะใช้ในการหาแบบจำลองของระบบที่เป็นเชิงเส้น



รูปที่ 2.14 การแบ่งประเภทของการหาอัตลักษณ์ของระบบ [48]

วิธี Parametric ซึ่งใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ สามารถแบ่งชนิดแบบจำลองตามคุณสมบัติความเป็นเชิงเส้นได้เป็น 2 แบบ คือ แบบเป็นเชิงเส้น (Linear System ID) และ แบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear System ID) แต่ละวิธีมีหลักการดังนี้

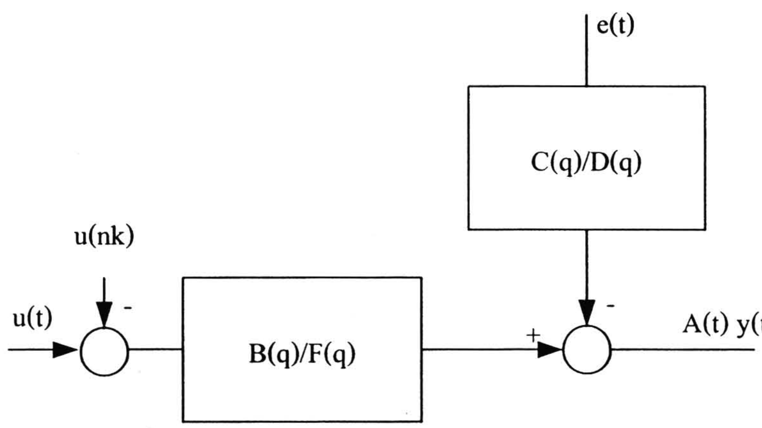
ก) การหาแบบจำลองด้วยวิธีอัตลักษณ์เชิงเส้น (Linear system identification)

สมการพหุนาม (polynomial model)

ในบล็อกของระบบเชิงเส้นไดนามิก ระบบมีคุณสมบัติ Linear Time Invariant –LTI มีหลายวิธีที่ใช้ในการจำลองระบบเชิงเส้น แต่ในวิทยานิพนธ์จะใช้โครงสร้างของระบบเชิงเส้นอยู่ในรูปสมการพหุนาม (polynomial model)

โครงสร้างพหุนามสามารถแบ่งออกเป็นแบบจำลองที่มีสัญญาณแบบไม่ต่อเนื่อง และแบบ ต่อเนื่อง วิทยานิพนธ์นี้จะใช้แบบจำลองที่มีสัญญาณเป็นลักษณะไม่ต่อเนื่อง เนื่องจากอินเวอร์เตอร์ที่นำมาพิจารณาควบคุมด้วยไมโครโปรเซสเซอร์ ตัวประมวลผลที่มีลักษณะเป็นระบบดิจิตอล รูปแบบโครงสร้างสมการพหุนามของระบบเชิงเส้นมีหลายชนิด แบบจำลองเชิงเส้นแต่ละชนิด สามารถเขียนให้อยู่รูปแบบทั่วไปได้ดังสมการ 2.15 [49] และรูปที่ 2.15

$$A(q)y(t)=\sum_{i=1}^{nu}\frac{B_i(q)}{F_i(q)}u_i(t-nk_i)+\frac{C(q)}{D(q)}e(t) \qquad (2.15)$$



รูปที่ 2.15 โครงสร้างแบบจำลองชนิดเชิงเส้น [49]

แบบจำลองเชิงเส้นแต่ละชนิดมีสัมประสิทธิ์พหุนาม A,B,C,D และ F ต่างกัน ซึ่งบรรจุ time-shift operator q โดย u_i เป็นอินพุตของระบบ, nu คือ จำนวนอินพุต และ nk_i คือ ลำดับการหน่วยเวลาระหว่างอินพุตกับเอาท์พุตที่ i^{th} และความแปรปรวน สัญญาณรบกวนหรือค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นของระบบเขียนอยู่ในรูปของ white noise $e(t)$

รูปแบบทั่วไปของสมการพหุนามในเทอมของtime-shift operator q แสดงถึงความสัมพันธ์ด้านเวลาของสัญญาณ มีความสัมพันธ์กับสมการในรูปแบบสมการดิฟเฟอรเลเชียน เมื่อพิจารณาให้ y(t) คือ เอาท์พุต u(t) คือ อินพุต และ T คือ คาบของการสุ่มสัญญาณ สามารถเขียนความสัมพันธ์การหน่วงเวลาของแต่ละพจน์ได้ ดังสมการที่ 2.16

$$y(t)+a_1 y(t-T)+a_2 y(t-2T)=b_1 u(t-T)+b_2 u(t-2T) \qquad (2.16)$$

จากสมการที่ 2.4 หากพิจารณาเป็นระบบไม่ต่อเนื่อง และนำโอเปอเรเตอร์การเลื่อนเวลา (time-shift operator) q^{-1} ซึ่งมีความสัมพันธ์กับสมการดิฟเฟอเรนเชียล $qu(t)=u(t-T)$ มาแทนการหน่วงเวลาของสัญญาณ จะสามารถเขียนสมการใหม่ในรูป q^{-1} ได้ตามสมการที่ 2.17

$$y(t)+a_1 q^{-1} y(t)+a_2 q^{-2} y(t)=b_1 q^{-1} u(t)+b_2 q^{-2} u(t) \qquad (2.17)$$

ตัวแปร q มีความหมายเทียบเคียงได้กับพารามิเตอร์ Z ของการแปลงแบบ Z-transform แต่โดยปกติแล้ว z transform จะเขียนรูปแบบเลขยกกำลังเป็นค่าบวก ในขณะที่ q จะเขียนเลขยกกำลังเป็นค่าลบ และค่าสัมประสิทธิ์ในบล็อกเชิงเส้น A, B, C, D และ F สามารถกระจายสมการโดยใช้ตัวแปร time shift operator ได้ตามสมการ 2.18

$$\begin{aligned}
A(q) &= 1+a_1 q^{-1}+........+a_{n_a} q^{-n_a} \\
B(q) &= b_1+b_2 q^{-1}+........+b_{n_b} q^{-n_b+1} \\
C(q) &= 1+c_1 q^{-1}+........+c_{n_c} q^{-n_c} \\
D(q) &= 1+d_1 q^{-1}+........+d_{n_d} q^{-n_d} \\
F(q) &= 1+f_1 q^{-1}+........+f_{n_f} q^{-n_f}
\end{aligned} \qquad (2.18)$$

จากสมการ A(q) คือ ค่าสัมประสิทธิ์เอาท์พุต (Output Coefficient)

B(q) คือ สัมประสิทธิ์ของตัวเศษ (numerator) ของอินพุต

F(q) คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวส่วน (Denominator) ของอินพุต

C(q) และ D(q) เป็นค่าสัมประสิทธิ์ตัวเศษและส่วนของสัญญาณรบกวนตามลำดับ

จำนวนสัมประสิทธิ์ของ denominator polynomials จะเท่ากับโพลของระบบ จำนวนสัมประสิทธิ์ของ numerator polynomials จะเท่ากับจำนวนซีโร่บวกด้วยหนึ่ง (zeros plus 1) และอันดับของสมการจะเท่ากับจำนวนโพลบวกด้วยซีโร่

ความสัมพันธ์ในการหน่วงเวลา (Delay time) ของอินพุต u(t) และเอาท์พุต y(t) จะแทนด้วยสัมประสิทธิ์ nk และในส่วนของสัญญาณรบกวน noise/disturbance (t) โดยค่า noise มีสมการพื้นฐานมาจาก สมการ guassian function หรือที่เรียกว่า guassian noise ดังแสดงในสมการที่ 2.19 ซึ่งพารามิเตอร์ μ คือ mean σ คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน standard deviation และ σ^2 คือ ความแปรปรวน (variance)

noise/disturbance แบ่งออกได้เป็น 2 ชนิด คือ white noise กับ color noise [50]
สำหรับ $\mu = 0$ and $\sigma^2 = 1$ จะเรียกว่า เป็น standard normal white noise ซึ่งหมายถึง สัญญาณที่มีค่า power spectral density มีค่า β เป็นศูนย์ หรือมีค่าเรียบ โดย power spectral density เป็นฟังก์ชันค่าบวกของการผันแปรความถี่ด้วย stationary stochastic process หรือ ฟังก์ชันเวลา deterministic ซึ่งมีหน่วยเป็นกำลังต่อความถี่ power per hertz (Hz) หรือพลังงานต่อความถี่ energy per hertz สำหรับ color noise หมายถึง สมการ guassian noise มีค่า mean และ standard deviation σ ไม่เท่ากับศูนย์

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \tag{2.19}$$

ลำดับของแบบจำลอง (Model order)

การพิจารณาแบบจำลองพหุนาม สมบัติที่สำคัญประการหนึ่ง คือ ลำดับของแบบ จำลอง สมการที่มีลำดับมากก็จะมีความยุ่งยากซับซ้อน ดังนั้นหากต้องการระบบที่มีลำดับลดลง อาจใช้เทคนิค model order reduction เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณและการออกแบบฮาร์ดแวร์ในทางปฏิบัติ

ในการหาลำดับของแบบจำลองทำได้โดยการหาผลรวมของจำนวนสัมประสิทธิ์ของตัวแปร (i) n_a ในสมการ A(q), (ii) n_b ในสมการ B(q), n_c ในสมการ C(q), (iii) n_d ในสมการ D(q) และ (iv) n_f ในสมการ F(q) ตัวแปรเหล่านี้ของแต่ละแบบจำลองอาจมีบางตัวหรือมีครบทุกตัวขึ้นอยู่กับชนิดของแบบจำลองที่เลือก

สมบัติของแบบจำลอง 4 ชนิดในวิทยานิพนธ์นี้คือ Auto Regressive with Exogenous (ARX), Auto Regressive Moving Average with Exogenous (ARMAX), Bok-Jenkins (BJ) และ Output Error Model ที่เขียนสมการ โดยพิจารณาสัญญาณเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง ดังตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 โครงสร้างแบบจำลองชนิดเชิงเส้น (Model Structure of Linear System)

Model Structure	**Discrete Time Form**	**Noise Model**
ARX	$A(q)y(t) = \sum_{i=1}^{nu} B_i(q)u_i(t-nk_i)+e(t)$	Noise model มีค่าเท่ากับ 1/A และ noise ถูกพิจารณารวมไปกับระบบไดนามิก แบบจำลอง ARX นี้ไม่สามารถพิจารณาแยกได้ แบบจำลองนี้ใช้ได้ดีสำหรับระบบที่ signal to noise ratio มีค่าดีหรือค่าสูง
ARMAX	$A(q)y(t) = \sum_{i=1}^{nu} B_i(q)u_i(t-nk_i)+C(q)e(t)$	เป็นแบบจำลองที่เพิ่มเติมจาก ARX คือ มีการพิจารณาค่า C(q) ซึ่งเป็นค่า moving average ของ noise แบบจำลอง ARMAX ใช้ในกรณีที่มี disturbance ส่งผลกระทบต่ออินพุตซึ่งเรียกว่า load disturbance
Box Jenkins (BJ)	$y(t) = \sum_{i=1}^{nu} \frac{B_i(q)}{F_i(q)}u_i(t-nk_i)+\frac{C(q)}{D(q)}e(t)$	เป็นแบบจำลองที่พิจารณา noise ได้แบบอิสระ จะใช้ในกรณีที่ noise ไม่ได้เข้ามาเป็นอินพุต แต่สามารถวัดสัญญาณรบกวนได้ โครงสร้างนี้มีความยืดหยุ่นสำหรับการจำลอง noise
Output error (OE)	$y(t) = \sum_{i=1}^{nu} \frac{B_i(q)}{F_i(q)}u_i(t-nk_i)+e(t)$	จะใช้ในกรณีที่ไม่มีพารามิเตอร์ของอินพุต สัญญาณรบกวน และค่า error มีผลกระทบเฉพาะเอาท์พุต

ข) การหาแบบจำลองด้วยวิธีอัตลักษณ์ไม่เชิงเส้น (Nonlinear System Identification)

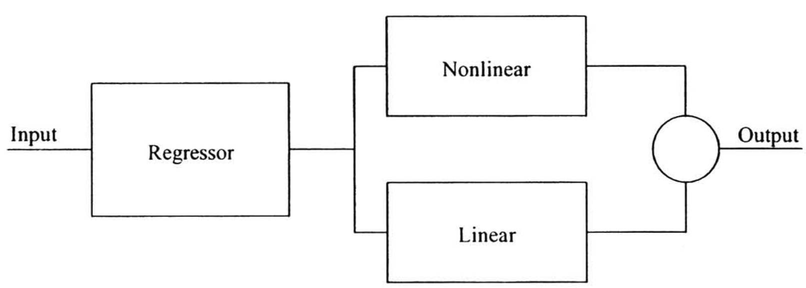
เนื่องจากอินเวอร์เตอร์มีคุณสมบัติไม่เป็นเชิงเส้น แปรผันตามเวลา และเป็นระบบสัญญาณไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นในการทดลองหาแบบจำลองของอัตลักษณ์ของอินเวอร์เตอร์ จะใช้วิธีการหาอัตลักษณ์ของระบบแบบไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งมีวิธีการแบบไม่เป็นเชิงเส้นแบบต่างๆ แบบจำลองไม่เป็นเชิงเส้นที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ มี 4 วิธี คือ Nonlinear Auto Regressive with Exogenous: NARX, วิธี Hammerstein, วิธี Weiner System วิธี Hammerstein-Wiener และวิธี Wiener-Hammerstein โดยแต่ละวิธีมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้

1. Nonlinear Auto Regressive with Exogenous : (NARX)

พัฒนามาจากวิธี ARX ซึ่ง Ohata และคณะ [51] เรียกอีกชื่อหนึ่งว่า Kolmogorov-Gabor polynomial เป็นแบบจำลองไม่เชิงเส้นที่มี output feedback ซึ่งอยู่ในกลุ่มเดียวกับ NARMAX, NOE และตรงข้ามกับแบบจำลอง volterra-series ซึ่งเป็นแบบจำลองที่ไม่มี output feedback (Nonlinear finite impulse response : NFIR) แบบจำลองนี้มีโครงสร้างประกอบด้วย (i) บล็อก Regressor คือ ตัวแปรที่เกี่ยวข้องในสมการ และ(ii) บล็อกเชิงเส้น (Linear)

วิธี NARX จะเพิ่มบล็อกไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งในบล็อกเชิงเส้นจะมีตัวแปร พารามิเตอร์ นอกจากนี้ยังมีการกำหนดค่า Regressor ว่าจะใช้เอาท์พุต อินพุตที่เวลาปัจจุบัน (t) เวลาอดีต (t-n) จำนวนกี่ข้อมูลมาใช้ในการหาความสัมพันธ์ และประกอบไปฟังก์ชันคณิตศาสตร์ที่เป็นตัวแทนความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาท์พุต ตามสมการที่ 2.20 และดังรูปที่ 2.16

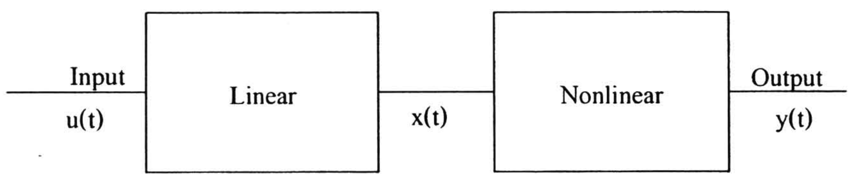
$$y(t) = L^T(u-r) + g((u-r)Q) + d \qquad (2.20)$$



รูปที่ 2.16 การหาแบบจำลองวิธี Nonlinear Autoregressive with Exogenous (NARX)

2. Hammerstein Model

F. Alonge และคณะ [52] ใช้หาแบบจำลองของวงจร DC/DC แบบจำลองนี้ประกอบด้วยบล็อกเชิงเส้นและไม่เชิงเส้น ต่อเรียงกัน ดังในรูปที่ 2.17 เหมาะสำหรับการจำลองระบบที่มีความเป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นปนกันอยู่ในระบบ สมการความสัมพันธ์ของระบบแสดงดังสมการที่ 2.21



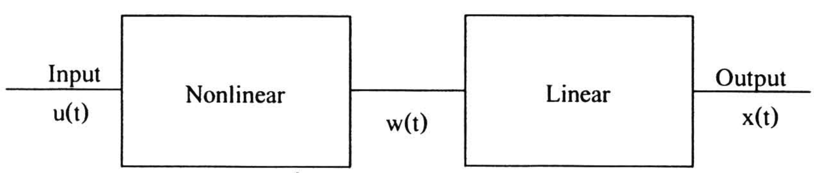
รูปที่ 2.17 แบบจำลอง Hammerstein Model

$$x(t) = \sum_{i}^{mu} \frac{B_i(q)}{F_i(q)} u(t - n_k) \qquad (2.21)$$
$$y(t) = h(x(t))$$

3. Wiener Model

นิยมใช้กันมากทางวิศวกรรมศาสตร์ T.Wigren [53] ใช้แบบจำลองนี้เลือกและประเมินผลความถูกต้องของระบบด้วยกระบวนการหาอัตลักษณ์ของระบบ ซึ่งโมเดลประกอบด้วยบล็อกไม่เชิงเส้น และบล็อกเชิงเส้น ต่อเรียงกัน ดังแสดงในรูปที่ 2.18 ระบบ Wiener model เหมาะสำหรับระบบที่มีโครงสร้างแบบเชิงเส้น และถูกควบคุมด้วยระบบควบคุมที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง

สมการความสัมพันธ์ของอินพุตและเอาท์พุตของระบบแสดงได้ตามสมการที่ 2.22



รูปที่ 2.18 แบบจำลอง Weiner Model

$$w(t) = f(u(t))$$
$$x(t) = \sum_{i}^{nu} \frac{B_i(q)}{F_i(q)} w(t - n_k) \qquad (2.22)$$

4. Hammerstein - Weiner Model [54]

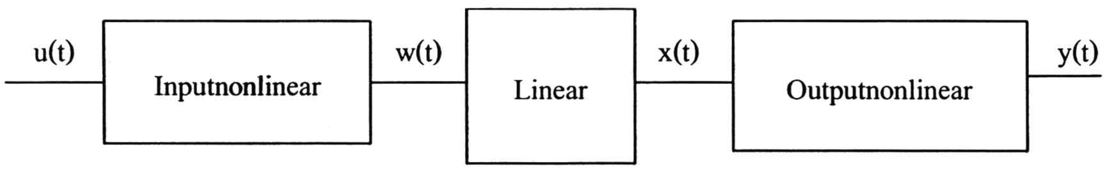
เป็นวิธีการที่ผสมผสานระหว่าง

ก) วิธีของ Hammerstein ที่โครงสร้างแบบจำลองประกอบด้วยฟังก์ชันแบบไม่เป็นเชิงเส้นและฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้น

ข) วิธีของ Weiner ประกอบด้วยฟังก์ชันที่เป็นเชิงเส้น กับฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้น

เมื่อนำสองวิธีมาผสมกัน โครงสร้างจะประกอบด้วยฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้น 2 ฟังก์ชัน คือ ฟังก์ชันอินพุตแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Input Nonlinearity) f(.) กับฟังก์ชันเอาท์พุตแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Output Nonlinearity) h(.) และฟังก์ชันแบบเชิงเส้น (Linear Block) แบบจำลองเชิงเส้นใช้แบบจำลองชนิด Output Error Model โดยในสมการจะมีพารามิเตอร์ของระบบเชิงเส้นที่สำคัญ คือ ค่าโพล (n_b) ค่าซีโร่ (n_f+1) และ delay (n_k) บล็อกไม่เป็นเชิงเส้น สามารถเลือกฟังก์ชันหรือตัวประมาณค่าแบบต่างๆ ได้ ดังแสดงในรูปที่ 2.19 และความสัมพันธ์ของแบบจำลองแต่ละส่วน สามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.22

ระบบ Hammerstein-Weiner Model เหมาะสำหรับระบบที่ความซับซ้อน มีส่วนของความเป็นเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นปนกันอยู่ในระบบ เช่น ระบบเชิงเส้นที่ถูกควบคุมด้วยระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น โดยใช้อุปกรณ์ตรวจวัดที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น โครงสร้างดังกล่าวคล้ายกับอินเวอร์เตอร์ของระบบเซลล์แสงอาทิตย์ที่ใช้เซนเซอร์และระบบควบคุมแบบดิจิตอล ควบคุมการสวิตซ์ของอิเล็กทรอนิกส์กำลัง เพื่อให้ได้ค่าคุณภาพไฟฟ้า กำลังไฟฟ้า และประสิทธิภาพของระบบตามต้องการ



รูปที่ 2.19 แบบจำลอง Hammerstein-Weiner

$$
\begin{aligned}
w(t) &= f(u(t)) \\
x(t) &= \sum_{i}^{nu} \frac{B_i(q)}{F_i(q)} w(t-n_k) \qquad (2.22) \\
y(t) &= h(x(t))
\end{aligned}
$$

แบบจำลองไม่เป็นเชิงเส้นที่กล่าวมาข้างต้น ประกอบด้วยบล็อกที่เป็นเชิงเส้นและบล็อกที่ไม่เป็นเชิงเส้น ต่อเรียงกันในรูปแบบต่างๆ เรียกหลักการนี้ว่า Block Oriented Control ทั้งนี้เราสามารถสร้างแบบจำลองไม่เป็นเชิงเส้นนอกเหนือจาก 4 แบบที่กล่าวมาข้างต้นได้ โดยการเพิ่มจำนวนบล็อก การจัดเรียงความสัมพันธ์ของบล็อกเชิงเส้น และบล็อกไม่เป็นเชิงเส้นในรูปแบบต่างๆ ให้เหมาะสมสอดคล้องกับระบบที่ต้องการ

องค์ประกอบที่สำคัญของระบบไม่เป็นเชิงเส้น คือ ในบล็อกไม่เป็นเชิงเส้นจะบรรจุฟังก์ชันชนิดไม่เป็นเชิงเส้น ที่ประกอบด้วย Input Nonlinearity หรือ Output Nonlinearity ตามตำแหน่งการจัดวางบล็อกในระบบ นอกจากนี้เรายังสามารถสร้างฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นที่เหมาะสมกับอินพุต เอาท์พุต และพฤติกรรมของระบบได้เอง ซึ่งฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นนี้จะมีคุณสมบัติของตัวประมาณค่า (Estimator) ในเชิงคณิตศาสตร์และเชิงวิศวกรรมแตกต่างกัน ซึ่งคุณสมบัติที่สำคัญ 3 ประการ คือ Differentiable, Constructive และ Multiple Inputs ที่นำมาเปรียบเทียบกันได้ แสดงดังตารางที่ 2.2

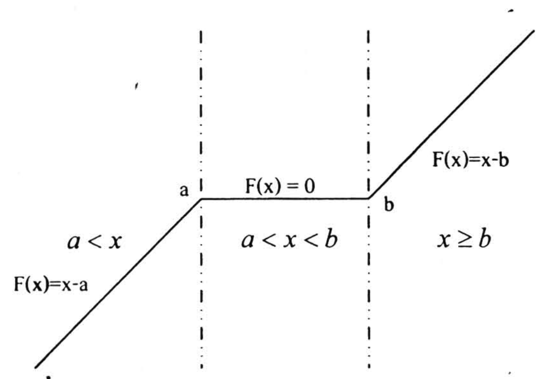
ตารางที่ 2.4 สมบัติของตัวประมาณค่าในบล็อกไม่เป็นเชิงเส้น

Estimators	Differentiable	Constructive	Multiple Inputs
Deadzone	yes	No	no
Saturation	yes	no	no
Pwlinear	yes	no	no
Sigmoidnet	yes	no	yes
Wavenet	yes	yes	yes

จากการพิจารณาคุณสมบัติทั้ง 3 ประการ และฟังก์ชันที่ใช้ได้กับแบบจำลอง Hammerstein-Wiener พบว่ามีฟังก์ชันหรือตัวประมาณค่าที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่ได้เหมาะสมอยู่จำนวน 5 ฟังก์ชัน ซึ่งประกอบด้วย ฟังก์ชัน Deadzone, Saturation, Piecewise linear, Sigmoidnet และ Wavelet network (Wavenet) โดยที่ 3 แบบแรก จะเป็นฟังก์ชันที่มีความซับซ้อนน้อย เหมาะสำหรับระบบหรือสภาวะการทำงานของระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นน้อย ขณะที่ฟังก์ชันอีก 2 แบบ คือ Sigmoidnet และ Wavelet network มีความซับซ้อนของฟังก์ชันสูง เหมาะกับระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้นสูง รายละเอียดของฟังก์ชันแต่ละแบบแสดงได้ดังนี้ [55]

1) ฟังก์ชัน Deadzone

นิยมใช้มากทางด้านระบบควบคุม ฟังก์ชัน Deadzone แบ่งการทำงานออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้ คือ ช่วง x ที่มีค่าน้อยกว่า a จะมีเอาท์พุตฟังก์ชันเป็น $F(x) = x - a$ ช่วง x ที่มีค่าอยู่ระหว่าง a กับ b จะมีค่าเอาท์พุตฟังก์ชันเป็น $F(x) = 0$ และช่วง x ที่มีค่ามากกว่า b จะมีค่าเอาท์พุตฟังก์ชันเป็น $F(x) = x - b$ ซึ่งค่าเอาท์พุตของฟังก์ชันที่ได้ เมื่อ x อยู่ในช่วงต่างๆ เหล่านี้ แสดงได้ดังรูปที่ 2.20 และสมการที่ 2.23 สำหรับคุณสมบัติของฟังก์ชัน Deadzone มักใช้ค่า (zero interval) เป็นตัวแทนในการบอกค่าระหว่าง a กับ b หรือช่วงที่เอาท์พุตมีค่าเป็นศูนย์

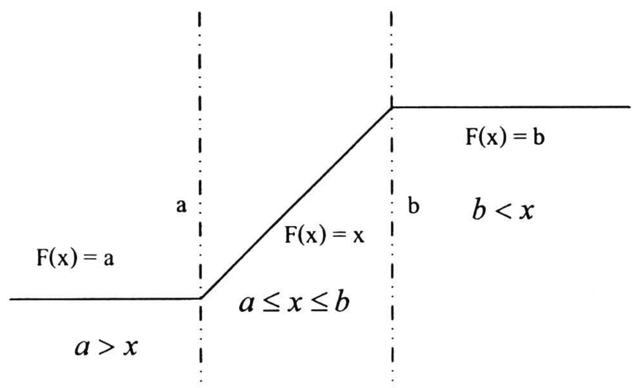


รูปที่ 2.20 ฟังก์ชันประมาณค่าแบบ Deadzone

$$\left.\begin{array}{ll} x \le a & f(x) = x - a \\ a < x < b & f(x) = 0 \\ x \ge b & f(x) = x - b \end{array}\right\} \quad (2.23)$$

2) ฟังก์ชันประมาณค่าแบบ Saturation

ฟังก์ชัน Saturation มีลักษณะคล้ายฟังก์ชัน Deadzone โดยแบ่งการทำงานออกเป็น 3 ช่วง ดังนี้ คือ ช่วง x ที่มีค่าน้อยกว่า a จะมีเอาท์พุตฟังก์ชันเป็น $F(x) = a$ ช่วง x ที่มีค่าอยู่ระหว่าง a กับ b จะมีค่าเอาท์พุตฟังก์ชันเป็น $F(x) = x$ และช่วง x ที่มีค่ามากกว่า b จะมีค่าเอาท์พุตฟังก์ชันเป็น $F(x) = b$ แสดงได้ดังรูปที่ 2.21 และสมการที่ 2.24 สมบัติของฟังก์ชัน Saturation มักใช้ค่าในช่วงระหว่าง a กับ b เป็นตัวแทน เรียกช่วงนี้ว่าช่วงที่มีความเป็นเชิงเส้น (Linear Interval)



รูปที่ 2.21 ฟังก์ชันประมาณค่าแบบ Saturation

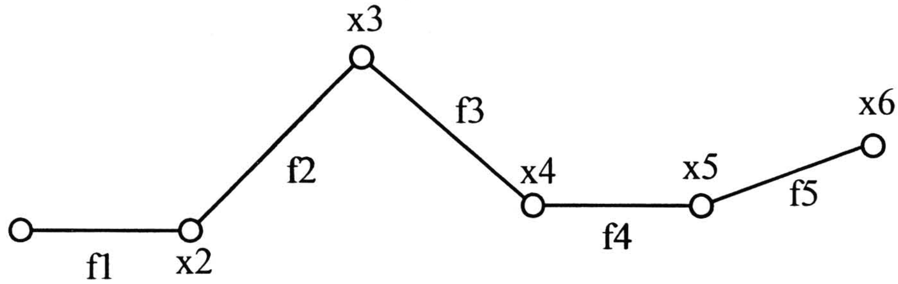
$$\left.\begin{array}{ll} x \ge a & f(x) = a \\ a \le x \le b & f(x) = x \\ x < b & f(x) = b \end{array}\right\} \quad (2.24)$$

3. ฟังก์ชัน Piecewise linear (pwlinear)

เขียนเป็นสมการความสัมพันธ์ไม่เป็นเชิงเส้น ดังสมการที่ 2.25

$$y = f(x) \quad (2.25)$$

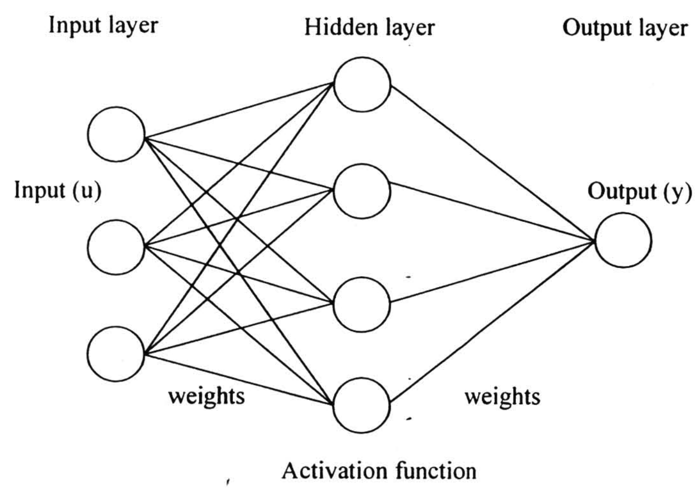
f คือ ฟังก์ชัน piecewise-linear (affine) ของตัวแปรอินพุต x และมีจำนวนความไม่ต่อเนื่อง (breakpoints) จำนวน n จุด โดยเขียนอยู่ในรูปโคออดิเนต (x_k,y_k) ซึ่ง k =1,...,n และ y_k = f(x_k) f เป็นการประมาณค่าช่วงแบบเชิงเส้น (linearly interpolation) ระหว่าง จุด breakpoints ดังแสดงในรูปที่ 2.22 โดยค่า y และ x เป็นปริมาณสเกลาร์



รูปที่ 2.22 ฟังก์ชันประมาณค่า (Estimator) แบบ Piecewise Linear

4. ฟังก์ชัน Sigmoidnet

ฟังก์ชันประมาณค่าซิกมอยด์และฟังก์ชันประมาณค่าเวฟเลทเน็ตเวิร์ก เป็นฟังก์ชันกระตุ้น (Activation function) ในชั้นซ่อน (Hidden layer) ของโครงสร้างโครงข่ายประสาทเทียม (neural network) ซึ่งประกอบด้วยชั้นอินพุต (input layer) ชั้นเอาท์พุต (output layer) และชั้นซ่อนหรือชั้นถ่ายโอน (hidden layer) ดังแสดงในรูปที่ 2.23



รูปที่ 2.23 โครงสร้างของโครงข่ายประสาทเทียม

Sigmoid network (SN) activation function

ฟังก์ชันซิกมอยด์ เป็นฟังก์ชันกระตุ้นของโครงข่ายประสาทเทียมแบบเรเดียล (radial basis neural network function) เขียนได้ตามสมการที่ 2.26

$$y(u) = (u-r)PL + \sum_{i}^{n} a_i f((u-r)Qb_i - c_i) + d \qquad (2.26)$$

โดยที่ u คือ อินพุต และ y เป็นเอาท์พุต และ r คือ ตัวถดถอย (regressor)

Q คือ nonlinear subspace และ P คือ linear subspace

L คือ linear coefficient และ d คือ เอาท์พุตออฟเซ็ต (output offset)

b คือ dilation coefficient

c คือ translation coefficient

a คือ output coefficient

f( ) คือ ฟังก์ชันซิกมอยด์ ซึ่งมีรูปแบบดังสมการ 2.27

$$f(z) = \frac{1}{e^{-z}+1} \qquad (2.27)$$

5. ฟังก์ชันเวฟเลทเน็ตเวิร์ก (Wavelet network –WN activation function)

เว็ฟเน็ต (Wavenet) ย่อมาจาก wavelet networks เป็นฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นที่ใช้การผสมผสานทฤษฎีของเว็ฟเลทกับโครงข่ายประสาทเทียมเกิดโครงข่ายเวฟเลทเป็นโครงข่ายประสาทเทียมแบบป้อนไปข้างหน้า (feed-forward neural networks) ที่ใช้ฟังก์ชันเวฟเลทเป็นฟังก์ชันกระตุ้น โดยเขียนความสัมพันธ์ได้ตามสมการที่ 2.28

$$\begin{aligned} y &= (u-r)PL + \sum_{i}^{n} as_i * f(bs(u-r)Q + cs) \\ &+ \sum_{i}^{n} aw_i * g(bw_i(u-r)Q + cw_i) + d \end{aligned} \qquad (2.28)$$

โดยที่ u คือ input function ; y คือ output function ; Q คือ nonlinear subspace ; L คือ linear coefficient

as คือ scaling coefficient ; aw คือ wavelet coefficient

bs คือ scaling dilation coefficient ; bw คือ wavelet dilation coefficient

cs คือ scaling translation coefficient ; cw คือ wavelet translation coefficient

f(.) คือ scaling function (radial function) ; g(.) คือ wavelet function (radial function)

ฟังก์ชันตัวคูณ (scaling function) f(.) และฟังก์ชันเวฟเลท g(.)ทั้งสองฟังก์ชันเป็นฟังก์ชันเรเดียล (radial functions) ซึ่งเขียนได้ดังสมการ 2.29

$$f(u) = \exp(-0.5 * u' * u)$$
$$g(u) = (\dim(u) - u' * u) * \exp(-0.5 * u' * u) \quad (2.29)$$

ในกระบวนการหาอัตลักษณ์ของระบบนั้น สัมประสิทธิ์เวฟเลท (wavelet coefficient : a) สัมประสิทธิ์ dilation b และสัมประสิทธิ์ translation c จะถูกนำมาหาค่าที่เหมาะสมที่สุด เพื่อทำให้ได้แบบจำลองที่มีความถูกต้องแม่นยำที่สุด

บล็อกตัวแปรเชิงเส้น (Linear Block)

ในบล็อกเชิงเส้นของระบบ Hammerstein-Wiener จะมีโครงสร้างแบบจำลองแบบ output error polynomial model ซึ่งมีโครงสร้างดังสมการที่ 2.30

จำนวนสัมประสิทธิ์ของตัวส่วนของสมการพหุนาม numerator polynomials B(q) เท่ากับจำนวนซีโร่ บวก 1 ซึ่งสัญลักษณ์ตัวแปรเป็น nb

สัมประสิทธิ์ของตัวเศษของสมการพหุนาม (denominator polynomials F(q)) มีค่าเท่ากับจำนวนโพล และใช้สัญลักษณ์ nf

q เป็น time-shift operator ซึ่งเทียบเท่ากับตัวแปร z ใน z transform

nk เป็นค่า delay จากอินพุตไปสู่เอาท์พุตในเทอมของจำนวนการ (number of samples)

e(t) เป็นสัญญาณค่าผิดพลาด (error signal)

$$x(t) = \frac{F_{i,j}(z)}{B_{i,j}(z)} w(t) + e(t)$$
$$x(t) = \frac{B(q)}{F(q)} w(t - nk) + e(t) \quad (2.30)$$
$$B(q) = b_1 + b_2 q^{-1} + \ldots + b_{nb} q^{-nb+1}$$
$$F(q) = f_1 + f_2 q^{-1} + \ldots + f_{nf} q^{-nf}$$

การหาแบบจำลองเชิงเส้นที่มีความเหมาะสมที่สุดที่จะเป็นตัวแทนของระบบ ทำได้โดยกำหนดค่าในการให้โปรแกรมทำงาน(run) ได้ 3 ค่า คือ ค่า Pole (nb) , Zero (nf) และ Delay (nk) ซึ่งค่าทั้งสามจะมีผลต่อการประมวลผลโปรแกรม เพื่อหาแบบจำลองให้มีความถูกต้องแม่นยำใกล้เคียงกับระบบจริงมากที่สุด ในกรณีระบบมีตัวแปรของระบบมากกว่าหนึ่งตัวแปร แบบจำลองที่ได้จะเป็น แบบจำลองแบบหลายตัวแปรอินพุตเอาท์พุต (MIMO) ซึ่งตัวแปรอินพุต u และเอาท์พุต y จะเป็นเวกเตอร์ ที่มีขนาดตามตัวแปรอินพุตหรือเอาท์พุตนั้น

2.5 อัลกอริทึมที่ใช้ในการแก้สมการ

ในการแก้ปัญหาสมการไม่เชิงเส้น จะใช้หลักการ Optimatization และระเบียบวิธีเชิงเลขในการหาคำตอบ ซึ่งมีนิยามและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

2.5.1 นิยามบทและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

นิยาม1 ให้ $\mathbf{x} = [x_1,...,x_n]^T$ และ f(x) เป็นสเกลาร์ฟังก์ชันของ

ดังนั้นอนุพันธ์ของ f (x) เทียบกับ x จะเรียกว่า เกรเดียนต์เวกเตอร์(gradient vector) หรือ เกรเดียนต์ (gradient) ของ f (x) นิยามโดยสมการที่ 2.31

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \left[\frac{\partial}{\partial x_1}\mathrm{f}(\mathbf{x}) \quad \frac{\partial}{\partial x_2}\mathrm{f}(\mathbf{x}) \quad .. \quad \frac{\partial}{\partial x_n}\mathrm{f}(\mathbf{x})\right]^T \tag{2.31}$$

นิยาม2 ให้ $\mathbf{x} = [x_1,...,x_n]^T$ และ f(x) เป็นสเกลาร์ฟังก์ชันของ x ดังนั้นอนุพันธ์ลำดับที่ 2 ของ f(x) เทียบกับ x ซึ่งเรียกว่า Hessian matrix หรือ Hessian นิยามโดยสมการที่ 2.32

$$\nabla^2 f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} f(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} f(\mathbf{x}) & .. & \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_n} f(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_1} f(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} f(\mathbf{x}) & .. & \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_n} f(\mathbf{x}) \\ .. & .. & & .. \\ \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_1} f(\mathbf{x}) & \frac{\partial^2}{\partial x_n \partial x_2} f(\mathbf{x}) & .. & \frac{\partial^2}{\partial x_n^2} f(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

นิยาม3 ให้ $\mathbf{x} = [x_1,...,x_n]^T$ และ f(x) เป็นฟังก์ชันเวกเตอร์ของ x โดยที่ $\mathbf{f(x)} = [\mathrm{f}_1(\mathbf{x}),...,\mathrm{f}_m(\mathbf{x})]^T$ ดังนั้นอนุพันธ์ของ f (x) เทียบกับ x จะเรียกว่า จาโคเบียนเมทริกซ์ (Jacobian matrix) หรือ จาโคเบียน(Jacobian) ของ f(x) นิยามโดยสมการที่ 2.33

$$\mathrm{J_f} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & .. & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ .. & .. & .. \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & .. & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

<u>นิยาม4</u> λ ที่เป็นจำนวนจริงจะเป็นค่าเฉพาะ (eigenvalue) ของเมทริกซ์จำนวนจริง A ถ้ามีเวกเตอร์หลัก Z ซึ่งไม่เท่ากับเวกเตอร์ศูนย์ ที่ λ ทำให้สมการที่ (2.34) เป็นจริง

<u>นิยาม5</u> เวกเตอร์หลัก Z ซึ่งไม่เท่ากับเวกเตอร์ศูนย์ จะเป็นเวกเตอร์เฉพาะ (eigenvector) ของเมทริกซ์จำนวนจริง A เมื่อมี λ ที่เป็นจำนวนจริง ที่ทำให้สมการ (2.34) เป็นจริง

$$\mathbf{Az} = \lambda\mathbf{z} \qquad (2.34)$$

Singular value decomposition (SVD) คือ การแยกตัวประกอบย่อย (factorization) ของเมตริกซ์จำนวนจริงหรือเมตริกซ์เชิงซ้อน ซึ่งเทคนิคนี้นิยมนำมาใช้ในงานประมวลผลสัญญาณและทางสถิติ รูปแบบ SVD ของเมตริกซ์ *mxn* ที่เป็นจำนวนจริงหรือเชิงซ้อน *M* คือ ตัวประกอบย่อย ในรูปแบบสมการที่ 2.35

$$M = U\Sigma V^*, \qquad (2.35)$$

โดยที่ U เรียกว่า unitary matrix เป็นเมตริกซ์ขนาด *mxm*

Σ เป็น diagonal matrix *ขนาด mxn* ที่มีค่าเป็นจำนวนจริงบวก ในแนวเส้นทแยงมุม

V^* เป็น คอนจูเกตทรานโพสต์ (conjugate transpose) ของ V มีขนาด *nxn*

เราเรียกตัวเลขที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมของ Σ ว่า singular value ของ M

จากหลักการของ SVD ได้มีการประยุกต์ในการคำนวณ pseudoinverse, least squares fitting of data, matrix approximation, และการหาค่า rank, range และ null space ของเมตริกซ์ รวมถึงการนำค่า singular values ไปใช้ในการหาคำตอบของสมการไม่เชิงเส้นด้วย

2.5.2 วิธีการแก้สมการไม่เชิงเส้น Hammerstien-Wiener

การแก้สมการไม่เชิงเส้น Hammerstien-Wiener ใช้การหาคำตอบและการประเมินค่า พารามิเตอร์ของแบบจำลองเพื่อทำให้แบบจำลองที่ถูกต้องใกล้เคียงกับค่าจริง

วิธี Hammerstien -Wiener ใช้การค้นหาคำตอบแบบอัติโนมัติ มีอัลกอรึทึมหลายวิธีในการค้นหาคำตอบร่วมกัน โดยใช้วิธีที่ง่ายและรวดเร็วก่อน หากยังไม่สามารถหาคำตอบได้ ก็จะใช้วิธีซับซ้อนในการคำนวณสูงขึ้นในการหาคำตอบ โดยอัลกอรึทึมที่ใช้ในการค้นหามีดังต่อไปนี้

ก) Steepest Method Newton method เป็นหนึ่งในวิธีการที่ง่ายที่สุดในการหาค่าต่ำสูงสุดของฟังก์ชันสำหรับปัญหา unconstrained optimization วิธีการนี้อาจเรียกอีกแบบว่า วิธีการ gradient method

ข) Gauss-Newton method เป็นวิธีที่ผสมผสานกันระหว่างวิธี Gauss และ Newton ใช้ในการแก้ปัญหา non-linear least squares โดยวิธีนี้ปรับปรุงจากวีธี newton ใช้ในการหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันโดยการคำนวณค่า Singular values ของเมตริกซ์จาโคเบียน (Jacobian matrix : J) เป็นเกณฑ์ในการพิจารณา

ค) Adaptive Gauss-Newton method วิธีการนี้เสนอโดย Wills and Ninness (IFAC World congress, Prague 2005) โดยจะไม่คำนึงถึงค่า Eigenvalues ของ singular values ของ Hessian Matrix

ง) Levenberg-Marquardt method (LMA) เป็นวิธีหาจุดต่ำสุดของฟังก์ชัน ที่มีลักษณะไม่เชิงเส้น ซึ่งเทคนิค LMA ผสมผสานกันระหว่างวิธี Gauss–Newton algorithm (GNA) และกระบวนการ gradient descent

2.6 เงื่อนไขที่ใช้ในการพิจารณาเลือกแบบจำลอง

เงื่อนไขที่ใช้ในการเปรียบเทียบความถูกต้องของแบบจำลอง ทำโดยเปรียบเทียบข้อมูลเอาท์พุตที่คำนวณได้จากแบบจำลอง เทียบกับข้อมูลเอาท์พุตของการตรวจวัดจริงจากการทดลอง นำมาหาค่าความถูกต้องในเทอมต่างๆ ดังนี้

ก) ร้อยละความถูกต้อง (goodness of fit) หาได้จากสมการที่ 2.36

$$Best\ fit = 100 * (1 - norm(y^{*} - y) / norm(y - \bar{y})) \qquad (2.36)$$

y^* เป็นค่าเอาท์พุตจากแบบจำลอง (estimated output)

y เป็นค่าจริงจากจากตรวจวัด (measured output) และ

$\bar{y}$ เป็นค่าเฉลี่ยของเอาท์พุต (mean of output)

ข) FPE (Akaike Final Prediction Error)

เป็นค่าผิดพลาดของแบบจำลองกับข้อมูลจริง คำนวณได้ดังสมการที่ 2.37

$$FPE = V\left(\frac{1 + d/N}{1 - d/N}\right) \qquad (2.37)$$

V คือ ฟังก์ชันสูญเสีย (loss function), d คือ จำนวนพารามิเตอร์ที่ถูกประมาณ (number of estimated parameters), N คือ จำนวนข้อมูลที่ประมาณการ (number of estimation data) ฟังก์ชันการสูญเสีย (loss function V) แสดงได้ตามสมการที่ 2.38 และ θ_N แสดงถึง estimated parameters.

$$V = \det\left(\frac{1}{N}\sum_{1}^{N}\varepsilon(t,\theta_N)(\varepsilon(t,\theta_N))^T\right) \qquad (2.38)$$

ค่าความผิดพลาดการทำนายขั้นสุดท้าย (Final Prediction Error: FPE) แสดงถึงการวัดคุณภาพของการวัดข้อมูล โดยการจำลองสถานการณ์ที่แบบจำลองถูกทดสอบด้วยข้อมูลต่างชุดกัน

ค) Akaike Information Criterion (AIC)

สมการที่ 2.28 แสดงการเปรียบเทียบของแบบจำลองที่มีโครงสร้างแบบจำลองที่ต่างกัน ซึ่งทั้งค่า FPE และ AIC ของแบบจำลองที่ดี ควรมีค่าน้อยๆ ในขณะที่ goodness of fit ควรมีค่าสูง

$$AIC = \log V + \frac{2d}{N} \qquad (2.39)$$

ง) อันดับของแบบจำลอง

หาได้จากผลรวมจำนวนโพลและซีโร่ของระบบ (Model order number of poles plus zeros) ระบบที่ดีควรมีค่าอันดับน้อยๆ เพื่อสะดวกในการวิเคราะห์ระบบ และการออกแบบสร้างฮาร์ดแวร์จะมีความยุ่งยากซับซ้อนน้อยกว่า และมีราคาถูกกว่าระบบที่มีอับดับสูงๆ

จ) ความถูกต้องเหมาะสมของค่าพารามิเตอร์ในเชิงระบบควบคุม เช่น ค่าโพล ซีโร่ ค่าอัตราขยายของระบบ ค่าเกนมาร์จิ้น เฟสมาร์จิ้น ซึ่งเป็นเกณฑ์ที่ใช้พิจารณาและเป็นเงื่อนไขอีกประการที่ใช้ในการเลือกแบบจำลองที่มีความถูกต้องแม่นยำ ใกล้เคียงกับพฤติกรรมการทำงานของระบบ