บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การแก้ไขปัญหาด้านการตัดวัสดุมีการนำเอาทฤษฎีด้านต่างๆเข้ามาช่วยแก้ไขปัญหาและยังถูกนำไปใช้จัดการปัญหากันอย่างแพร่หลายและในบทนี้จะกล่าวถึงการศึกษาถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในหัวข้อต่างๆ ดังต่อไปนี้

- การวิจัยดำเนินงาน(Operations Research)
- แบบจำลองและการวิเคราะห์การตัดสินใจ (Model and Decision Analysis)
- การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Optimization)
- ทฤษฎีโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming)
- อุตสาหกรรมการตัดโฟม (PVC Foam Industry)
- ตัวอย่างปัญหาการตัดและบรรจุวัสดุ (Cutting and Packing Stock Problems: C&P)
- งานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อช่วยในการวางแผนการตัดโฟมพีวีซี (Journal and Research)

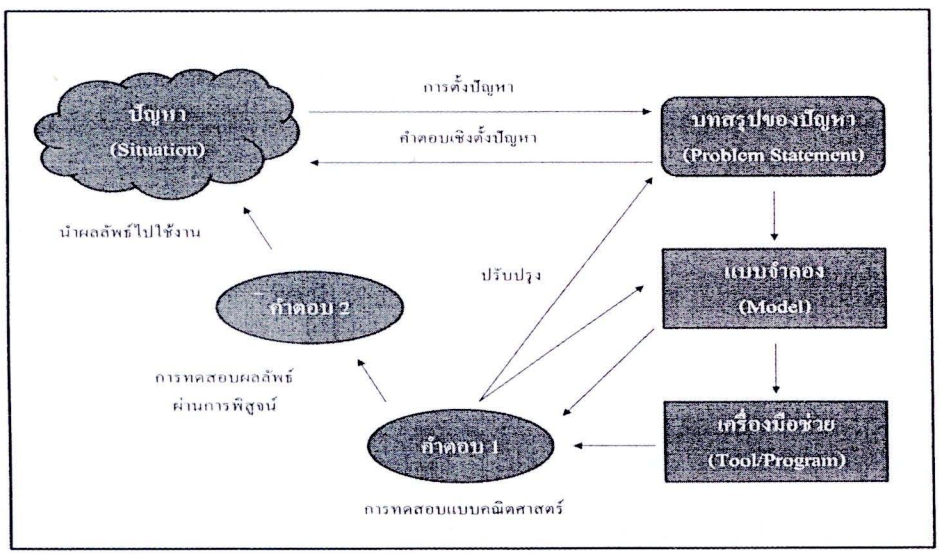
2.1 การวิจัยดำเนินงาน

2.1.1 ความเป็นมาของการวิจัยดำเนินงาน

การวิจัยดำเนินงาน (Operations Research) เป็นศาสตร์อย่างหนึ่งที่ใช้ในการจัดการกับปัญหาที่พบว่ามีความยุ่งยากในการตัดสินใจ ที่ไม่สามารถวิเคราะห์ได้โดยความคิด ความรู้สึกของผู้ทำงานไม่ว่าจะเป็นปัญหาเกี่ยวกับการผลิตในโรงงานอุตสาหกรรม การวิเคราะห์การลงทุน การจัดสรรพื้นที่เกษตรกรรม ซึ่งจะเกี่ยวกับการจัดสรรทรัพยากร เช่น วัตถุดิบ แรงงาน เครื่องจักร เงินทุน จะเป็นข้อจำกัดในการตัดสินใจเพื่อจะให้บรรลุเป้าหมายที่ดีที่สุด ผู้ที่ตัดสินใจจะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ที่เป็นอยู่ สามารถกำหนดเป้าหมายค้นหาทางเลือกและแนวทางในการปฏิบัติ การประสานงานและการควบคุม ให้เป็นไปตามแผนงานที่วางไว้ ถือเป็นสิ่งที่สำคัญอย่างมากในยุคปัจจุบันที่มีการแข่งขันสูง ที่ทรัพยากรมีอยู่อย่างจำกัด และแนวโน้มปัญหาจะมีความยุ่งยาก สลับซับซ้อนเพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ ดังนั้นหลักการวิจัยดำเนินงานหรือ Operations Research จึงเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ หาทางเลือกที่ดีหรือเหมาะสมที่สุดในการแก้ไขปัญหา โดยมีการริเริ่มตั้งแต่ช่วงสงครามโลกครั้งที่ 2 และพัฒนาขึ้นมาเรื่อยเป็นลำดับ ยังได้รับความนิยมใช้งานอยู่ถึงปัจจุบัน (สุทธิมา - 2552)

2.1.2 ขั้นตอนของการวิจัยดำเนินงาน

ขั้นตอนของการวิจัยดำเนินงานนั้น เป็นการประยุกต์ใช้หลักการเทคนิคทางคณิตศาสตร์ และวิชาตรรกศาสตร์ ที่เริ่มต้นด้วยการกำหนดปัญหา (Problem Formulation) ที่มีลักษณะรูปแบบขอบข่ายและสมมติฐานที่ชัดเจน จากนั้นเป็นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) ที่มีความสอดคล้องตรงตามลักษณะของปัญหาที่กำหนดขึ้น แล้วจึงทำการรวบรวมข้อมูลต่างๆที่ได้ (Data Gathering) มาหาคำตอบด้วยวิธีการคำนวณ (Algorithm for Solving) ที่ถูกต้องและเหมาะสมกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ลักษณะของข้อมูลที่กำหนดไว้แล้ว ภายใต้เทคโนโลยีและเวลาในการหาผลลัพธ์ที่เหมาะสม เพื่อทำการแก้ไขปัญหาที่กำหนดไว้ในเบื้องต้น ต่อไปเป็นการทดสอบความถูกต้องและแม่นยำของผลลัพธ์ที่ได้ (Testing the Solution) และสุดท้ายเป็นการนำผลลัพธ์ดังกล่าวไปประยุกต์ใช้งานจริง และพัฒนาวิธีการคำนวณต่อไปจากที่กล่าวมาสามารถสรุปเป็นลักษณะแผนภาพลำดับได้ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ลำดับขั้นตอนของหลักวิจัยดำเนินงาน (นราธิป-2550)

จากรูปปัญหาที่เกิดขึ้น จะถูกส่งไปยังการหาบทสรุปของปัญหา เพื่อตั้งเป็นวัตถุประสงค์หลักในการแก้ปัญหาก่อนดำเนินการใดๆ จากนั้นจะถูกออกแบบเพื่อจำลองปัญหาให้อยู่ในรูปแบบคณิตศาสตร์ จากนั้นส่งไปยังเครื่องมือช่วยในการหาคำตอบ อาจจะเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ หรือเครื่องมืออื่นๆ เพื่อหาคำตอบในครั้งที่หนึ่ง อาจจะมีการปรับปรุงคำตอบอยู่หลายรอบเพื่อให้ตำตอบมีค่าที่ดีหรือมีประสิทธิภาพมากที่สุด เพื่อนำไปแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้น

2.2 แบบจำลองและการวิเคราะห์การตัดสินใจ

แบบจำลองและการวิเคราะห์การตัดสินใจ (Model and Decision Analysis) เป็นวิธีการที่ใช้วิเคราะห์และประเมินทางเลือกสำหรับการตัดสินใจ ในข้อปัญหาต่างๆเพื่อให้มีประสิทธิภาพมากที่สุดโดยมีรายละเอียดต่างๆ ดังนี้

2.2.1 คุณสมบัติของแบบจำลอง

แบบจำลองมีอยู่หลายประเภทและมีลักษณะที่แตกต่างกันไปตามวัตถุประสงค์หลักของการนำไปใช้งาน แต่ภาพรวมแล้วแบบจำลองที่มีอยู่จะต้องมีลักษณะดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 คุณสมบัติของแบบจำลอง

คุณสมบัติแบบจำลอง	1. มีความถูกต้อง
	2. ลดค่าใช้จ่าย
	3. จำลองข้อมูลในอนาคตเพื่อใช้แก้ปัญหาในปัจจุบัน
	4. ทำงานโดยนอกเหนือความสามารถของมนุษย์ได้
	5. ทำให้เข้าใจในปัญหาได้อย่างชัดเจน

2.2.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

เป็นเทคนิคที่นิยมในปัจจุบันอย่างมากเนื่องจากเป็นการสร้างแบบจำลองปัญหาใช้ในการวิเคราะห์การตัดสินใจได้หลายอย่าง และเป็นรูปแบบนิพจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้อธิบายถึงปัญหา อย่างไรก็ตามการจำลองแบบนี้ต้องมีความสัมพันธ์ตามหลักการของเหตุและผลด้วย เช่น

$$\text{ผลกำไร} = \text{ราคาขาย} - \text{ราคาทุน}$$

จากสมการข้างต้นสามารถอธิบายได้ว่า ผลกำไรที่ได้จะมาจาก ราคาขายลบด้วยราคาทุนโดยที่สามารถที่จะกำหนดว่าต้องการผลกำไรเท่าไหร่ จากนั้นก็ให้เพิ่มราคาขายหรือสามารถลดต้นทุนได้ สามารถที่จะใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แสดงได้ดังนี้

$$\text{ผลกำไร} = f\left(\text{ราคาขาย} - \text{ราคาทุน}\right)$$

โดยที่ผลกำไรเป็นตัวแปรตาม (Dependent Variable) และราคาขายกับราคาทุนเป็นตัวแปรอิสระ (Independent Variable)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งออกเป็น 3 ประเภทหลักๆ ดังนี้

(1) แบบจำลองคำสั่ง (Prescriptive Model)

(2) แบบจำลองการคาดคะเน (Predictive Model)

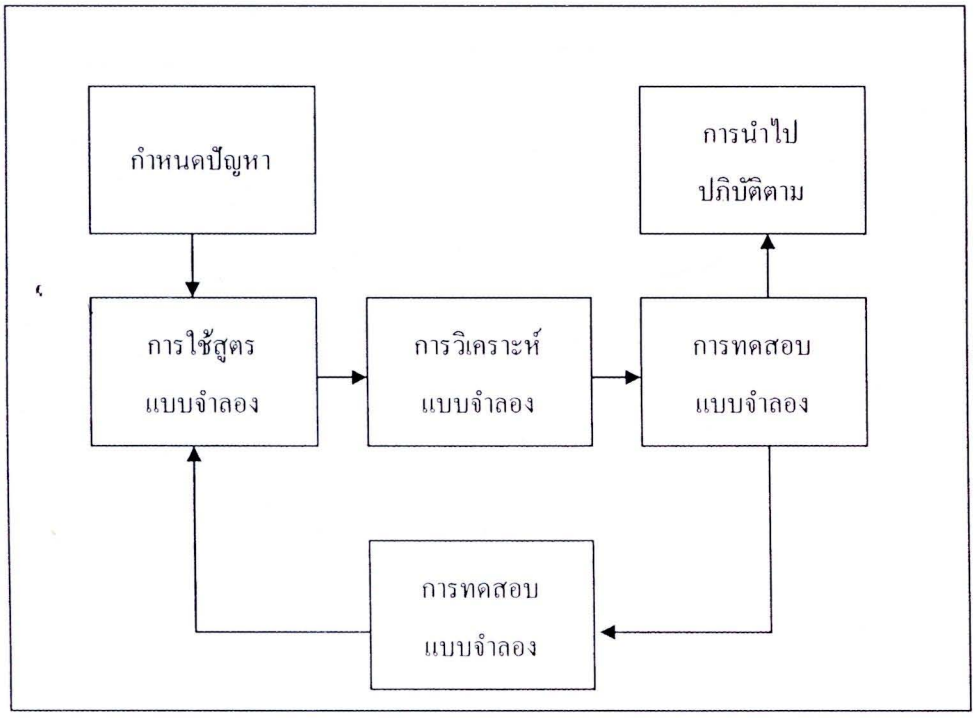
(3) แบบจำลองคำอธิบาย (Descriptive Model)

ตารางที่ 2.2 ความแตกต่างของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (กิตติ, พนิดา – 2554)

ประเภทแบบจำลอง	รูปแบบ $f(\,)$	ค่าของตัวแปรอิสระ	เทคนิคที่ใช้จัดการ
แบบจำลองคำสั่ง	ชัดเจน	ทราบค่าตัวแปร	- โปรแกรมเชิงเส้น - แบบจำลองข่ายงาน - โปรแกรมเชิงเส้นเต็ม - การวิเคราะห์เส้นทางวิกฤติ - การโปรแกรมเป้าหมาย - การสั่งซื้อที่ประหยัดที่สุด - การโปรแกรมที่ไม่เป็นเส้นตรง
แบบจำลองการคาดคะเน	ไม่ชัดเจน	ทราบค่าตัวแปร	- การวิเคราะห์ความถดถอย - การวิเคราะห์อนุกรมเวลา - การวิเคราะห์การจำแนกประเภท
แบบจำลองคำอธิบาย	ชัดเจน	ไม่ทราบค่าตัวแปร	- การจำลองสถานการณ์ - การบริหารโครงการด้วย PERT - แบบจำลองสินค้าคงคลัง

2.2.3 การแก้ปัญหา

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังหัวข้อที่ 2.2.2 ที่กล่าวมา สามารถเขียนให้อยู่ในแผนผังเพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ลำดับการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีแบบจำลอง

จากรูปเริ่มต้นสามารถที่จะกำหนดปัญหาที่ต้องการ เพื่อนำมาสู่ขั้นตอนการใช้สูตรแบบจำลอง จากนั้นจะส่งต่อไปที่ขั้นตอนการวิเคราะห์แบบจำลอง การทดสอบแบบจำลอง การนำเอาไปปฏิบัติตามลำดับ โดยในการวิจัยนี้ใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์เป็นโมเดลในการตัดสินใจ โดยเลือกผลลัพธ์ที่ได้จากการแก้ไขปัญหาต่างๆการนำโมเดลทางคณิตศาสตร์มาสร้างเป็นรูปแบบโมเดลทางคอมพิวเตอร์ โดยผ่านตัวโปรแกรม Excel Spreadsheet ซึ่งเป็นเครื่องมือในการนำเสนอและช่วยในการแก้ไขปัญหา ประโยชน์ของการใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์คือ ช่วยให้ประหยัดเวลา และค่าใช้จ่ายในการดำเนินงาน สามารถแสดงผลลัพธ์ได้อย่างรวดเร็ว ช่วยให้สามารถตัดสินใจได้อย่างถูกต้องแม่นยำ และปรับเปลี่ยนแก้ไขข้อมูลได้ง่าย สะดวก ไม่ยุ่งยาก เนื่องมาจากในแต่ละปัญหานั้นจะมีความยุ่งยากและมีค่าตัวแปรต่างๆ ในสมการค่อนข้างมาก โดยค่าตัวแปรเหล่านี้จะถูกแทนค่าด้วยตัวเลข หากมีข้อมูลที่มีจำนวนมาก ก็จะทำให้การทำงานใช้เวลาในการทำมากไปด้วย

2.3 การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) เป็นวิธีทางคณิตศาสตร์เพื่อตัดสินใจเลือกวิธีการหรือทางเลือกที่ดีที่สุด โดยใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดให้เกิดประโยชน์มากที่สุด หรือกล่าวได้อีกอย่างว่า เป็นการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นกับการบริหารจัดการทรัพยากรเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด (Optimal Result) ทรัพยากรดังกล่าวประกอบไปด้วย คน เครื่องจักร วัตถุดิบ เวลา เงินทุน และสิ่งอื่นๆ ที่จำเป็นต่อการผลิตหรือการให้บริการ เช่น ปัญหาการวางแผนการผลิตในโรงงาน ที่ต้องการตัดสินใจว่าจะทำการผลิตสินค้าชนิดไหน เป็นจำนวนเท่าไหร่ จึงจะทำให้เกิดผลกำไรสูงสุดหรือผลิตโดยใช้ต้นทุนต่ำที่สุดเป็นต้น

ลักษณะของปัญหาที่ต้องการใช้การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ในการแก้ปัญหานั้น ประกอบไปด้วย 3 ส่วนหลักๆ ดังนี้

2.3.1 ตัวแปรตัดสินใจ

เป็นตัวแปรที่มีผลต่อการตัดสินใจ มีค่าเปลี่ยนแปลงได้และผลของการเปลี่ยนแปลงนั้นมีผลต่อการได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Solution) สำหรับในการหาค่าผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด โดยการใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์นั้น $f(\ ) = x_1, x_2, \ldots, x_n$ แทนตัวแปรตัดสินใจ นอกจากสัญลักษณ์พยัญชนะภาษาอังกฤษแล้ว ตัวแปรการตัดสินใจยังสามารถแทนด้วยสัญลักษณ์ชนิดอื่นก็ได้ เช่น แทนด้วยคำนามที่เป็นชื่อหรือรุ่นของสินค้า เช่น $AUTO_1, AUTO_2, \ldots, AUTO_n$

2.3.2 ข้อจำกัด

เป็นสิ่งที่มีอิทธิพลต่อการตัดสินใจ ซึ่งเป็นเงื่อนไขบังคับให้ต้องเลือก และอยู่ภายใต้ขอบเขตของข้อจำกัดในแต่ละด้าน เช่น ข้อจำกัดในด้านแรงงาน จำนวนชั่วโมงการผลิตที่ว่างอยู่ กำลังการผลิตฯลฯ เราสามารถแสดงข้อจำกัดในรูปแบบความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ของตัวแปรตัดสินใจได้ 3 ลักษณะทั่วไป คือ

น้อยกว่าหรือเท่ากับข้อจำกัด	$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \leq b$
มากกว่าหรือเท่ากับข้อจำกัด	$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) \geq b$
เท่ากับข้อจำกัด	$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = b$

โดยรูปแบบข้างต้นนำเอาฟังก์ชันของตัวแปรตัดสินใจ $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ มาเปรียบเทียบกับข้อจำกัด (ซึ่งแทนด้วย b) 3 กรณีได้แก่ $\leq, \geq,$ และ$=$ ซึ่งหมายความว่า ฟังก์ชันข้อจำกัดอาจอยู่ในรูปของทั้งสมการหรืออสมการก็ได้ เช่น $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b$ เป็นการตัดสินใจผลิตสินค้าในปริมาณที่กำหนด การใช้แรงงานทั้งหมดไม่มากกว่าแรงงานที่มีอยู่ $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq b$ หรือการตัดสินใจลงทุนในพันธบัตรที่มีอายุการไถ่ถอน 5 ปีขึ้นไป ต้องไม่ต่ำกว่า 500,000 บาท เป็นต้น

2.3.3 วัตถุประสงค์

คือเป้าหมายหรือวัตถุประสงค์ที่เราต้องการได้จากการแก้ไขปัญหา เช่น ผลกำไรที่มากที่สุด ค่าใช้จ่ายต่ำที่สุดเป็นต้น นอกจากนี้ยังสามารถสรุปรูปแบบทั่วไปของการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีการที่เหมาะสมที่สุด (Optimization) ดังนี้

MAX (or MIN)	$f_0(x_1, x_2, \dots, x_n)$
Subject to	$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_1$
	$\vdots \qquad\qquad \vdots$
	$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_k$
	$\vdots \qquad\qquad \vdots$
	$f_3(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_n$

2.4 ทฤษฎีโปรแกรมเชิงเส้น

โปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming:LP) เป็นเทคนิคในการแก้ไขปัญหาทางการจัดสรรหรือใช้ทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด และใช้ในการแก้ไขปัญหาทางการผลิตเพื่อให้บรรลุถึงเป้าหมายที่วางไว้ โดยที่ตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องมีความสัมพันธ์กันในเชิงเส้น (All Linear Function) การนำโปรแกรมเชิงเส้นมาแก้ไขปัญหานั้น ต้องมีสมมติฐานว่าต้องมีตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวที่มีอิทธิพลต่อเป้าหมายของปัญหานั้นๆ ซึ่งผู้ตัดสินใจต้องสามารถกำหนดหรือหาค่าตัวแปรตัวนี้ได้ ดังนั้นสามารถเรียกตัวแปรนี้ได้ว่าเป็นตัวแปรตัดสินใจ

2.4.1 การสร้างรูปแบบโปรแกรมเชิงเส้น

การโปรแกรมเชิงเส้น สามารถสร้างแบบจำลอง (Formulation of Linear Programming Model) ได้ดังนี้

(1) ทำความเข้าใจกับปัญหา

(2) กำหนดตัวแปรการตัดสินใจ (Decision Variables)

(3) กำหนดวัตถุประสงค์ในรูปแบบของฟังก์ชันหรือสมการ เพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการตัดสินใจ

(4) กำหนดข้อจำกัดในรูปแบบของสมการหรืออสมการเชิงเส้นของตัวแปรตัดสินใจ

(5) กำหนดขอบเขตของตัวแปรตัดสินใจแต่ละตัว

2.4.2 ข้อสมมติเกี่ยวกับโปรแกรมเชิงเส้น

(1) ความแน่นอน (Certainty) คือ ข้อมูลต่างๆ ที่เกี่ยวกับปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นเป็นข้อมูลที่แน่นอน

(2) ความสัมพันธ์ของตัวแปรในสมการเป้าหมายมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงคงที่ หมายความว่าต้นทุนต่อหน่วยหรือผลกำไรต่อหน่วย ถูกสมมติว่าไม่ถูกกระทบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจำนวนที่ผลิตหรือขาย

(3) ความสัมพันธ์ของตัวแปรในข้อจำกัดมีความสัมพันธ์เป็นเส้นตรงและคงที่ หมายความว่าค่าสัมประสิทธิ์ของข้อจำกัดจะไม่ถูกกระทบกระเทือน เมื่อมีการเปลี่ยนวิธีการผลิตหรือปริมาณ เป็นต้น

(4) ความเป็นสัดส่วน (Proportionality) เช่น ถ้าต้องการเพิ่มกำลังการผลิตเป็น 3 เท่าก็ต้องมีการเพิ่มทรัพยากรทั้งหมดเป็น 3 เท่า

(5) ความเป็นอิสระ (Independence) หมายความว่ากิจกรรมและทรัพยากรต่างๆ เป็นอิสระต่อกัน เช่น ราคาสินค้าชนิดหนึ่งจะไม่กระทบต่อราคาของสินค้าอื่นๆ

(6) ปัญหาโปรแกรมเส้นตรงเป็นปัญหาในระยะสั้น คือมีข้อจำกัดทางด้านทรัพยากรแต่ในทางระยะยาวกิจกรรมสามารถจัดหาทรัพยากรเพิ่มได้

(7) ค่าคำตอบเป็นเลขจำนวนเต็มหรือมีทศนิยมก็ได้

2.4.3 รูปแบบของโปรแกรมเชิงเส้น

รูปแบบทั่วไปของโรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming Model) ประกอบไปด้วยสมการกำหนดเป้าหมายและกลุ่มของสมการหรืออสมการแสดงข้อจำกัด ตัวอย่างของรูปแบบโปรแกรมเชิงเส้นมีลักษณะดังนี้

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ห้องสมุดงานวิจัย

สมการวัตถุประสงค์

$$MAX\ (MIN) : Z = C_1X_1 + C_2X_2 + \ldots, C_nX_n \qquad (2.1)$$

ภายใต้ข้อจำกัด

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots, a_{1n}X_n \leq b_1 \qquad (2.2)$$
$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots, a_{2n}X_n \leq b_2$$
$$a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + \ldots, a_{3n}X_n \leq b_3$$
$$\ldots$$
$$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 + \ldots, a_{mn}X_n \leq b_m$$

ตัวแปร (ขอบเขตของตัวแปร) (2.3)

$$X_1, X_2, \ldots, X_n \geq 0$$

โดยกำหนดให้ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ แทน ตัวแปรตัดสินใจ

$c_1, c_2, \ldots, c_n$ แทน สัมประสิทธิ์ของตัวแปร X ในสมการวัตถุประสงค์

a_{ij} แทน สัมประสิทธิ์ของตัวแปรฟังก์ชันข้อจำกัด

b_i แทน ปริมาณทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัดแต่ละชนิด

โดยมีความหมายดังนี้ สมการที่ (2.1) คือสมการกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ เป็นสมการเชิงเส้นโดยมีเป้าหมายการหาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของปัญหาสมการที่ (2.2) เป็นกำหนดช่วงที่เป็นไปได้ของตัวแปรต่างๆ ข้อจำกัดของปัญหาโปรแกรมเชิงเส้นจะแสดงถึงความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ตัดสินใจกับจำนวนทรัพยากรที่มีอยู่สมการที่ (2.3) เป็นสมการที่บอกว่าตัวแปรทุกๆตัวจะต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ (Non-Negative Variable)

ตัวแปร X_j โดยที่ $_j = 1, 2, \ldots, n$ คือตัวแปรตัดสินใจโดยค่าของตัวแปรตัดสินใจจะถูกแสดงเมื่อมีการแก้ไขปัญหาของโปรแกรมเชิงเส้นเพื่อให้ได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดซึ่งค่าตัวแปรตัดสินใจก็คือคำตอบของโปรแกรมเชิงเส้น

สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ
ห้องสมุดงานวิจัย
วันที่ 12 ก.ค. 2555
เลขทะเบียน 249514
เลขเรียกหนังสือ

2.4.4 การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของโปรแกรมคณิตศาสตร์โดยการใช้ Excel Spreadsheet

ปัญหาที่สามารถนำเสนอในรูปแบบของโปรแกรมคณิตศาสตร์ได้มักจะเป็นปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจมากกว่า 2 ตัวขึ้นไป ดังนั้นจึงได้มีการคิดค้นเทคนิคในการแก้ไขปัญหาที่เหมาะสมกับการแก้ไขปัญหาในกรณีนี้ขึ้นในรูปแบบของโปรแกรมเสริมของ Excel Spreadsheet อันได้แก่ Solver ซึ่งถูกใช้เป็นเครื่องมือที่สามารถ Implement แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ อย่างไรก็ตามนอกจากตัวโปรแกรม Excel Spreadsheet แล้วก็ยังมีซอฟต์แวร์อีกหลายตัวเพื่อใช้ในการแก้ไขปัญหาได้อีกตัวอย่าง เช่น LINGO, LINDO, QM for Windows

ก่อนที่จะทำการแก้ไขปัญหาโปรแกรมคณิตศาสตร์โดยใช้ Excel Spreadsheet จะต้องมีการจัดให้อยู่ในรูปแบบของ Spreadsheet Model ก่อนโดยเริ่มขั้นตอนในการสร้าง Spreadsheet Model มีดังนี้

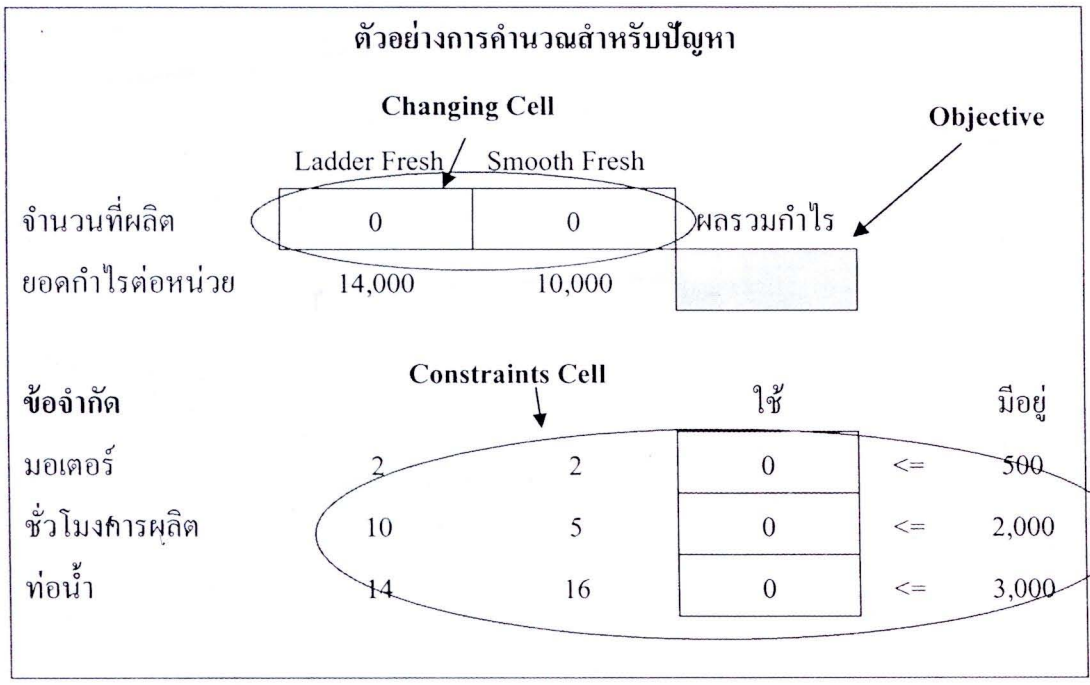
(1) จัดการข้อมูลเพื่อใช้สำหรับการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ได้แก่ ค่าสัมประสิทธิ์ที่ปรากฏในสมการวัตถุประสงค์ (Function) ค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรด้านซ้ายมือทั้งหมดในข้อจำกัดและค่าทางด้านขวามือของข้อจำกัด ค่าเหล่านี้ต้องกำหนดไว้ใน Excel Spreadsheet และควรมีการกำหนดคำอธิบายของค่าเหล่านี้ด้วย

(2) กำหนดเซลล์ใน Excel Spreadsheet สำหรับตัวแปรตัดสินใจแต่ละตัว โดยควรที่จะเลือกวางในตำแหน่งเซลล์ที่สะดวกในการที่จะสามารถกำหนดสูตรสำหรับเซลล์นั้นได้โดยง่าย และควรมีการกำหนดคำอธิบายสำหรับเซลล์เหล่านี้ด้วย

(3) สร้างสูตรในช่องเซลล์ ให้ตรงกับวัตถุประสงค์ ในแบบจำลองการโปรแกรมทางคณิตศาสตร์โดยอ้างอิงถึงเซลล์ตัวแปรการตัดสินใจ และส่วนของเซลล์ข้อมูลที่เคยทำการคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันวัตถุประสงค์หลัก

(4) สร้างสูตรในช่องเซลล์ให้ตรงนิพจน์ทางด้านซ้ายมือของอสมการข้อจำกัด โดยการอ้างถึงเซลล์ตัวแปรการตัดสินใจที่เหมาะสม และเซลล์ข้อมูลที่เคยทำการคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของข้อจำกัด

หลังจากที่ได้สร้าง Excel Spreadsheet ของปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไปก็คือ การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด สำหรับ Microsoft Excel จะมีโปรแกรมเสริมของ Excel Spreadsheet ที่ชื่อว่า Solver เพื่อช่วยในการคำนวณหาคำตอบ ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ตัวอย่างแบบจำลองการคำนวณของ Excel Spreadsheet

(1) Objective Function เป็นฟังก์ชันของวัตถุประสงค์

(2) Changing Cell เป็นเซลล์ที่แสดงถึงตัวแปรตัดสินใจใน Excel Spreadsheet

(3) Constraints Cell เป็นเซลล์ที่แสดงถึงค่าทางซ้ายมือของข้อจำกัด

เมื่อได้มีการกำหนดองค์ประกอบทั้ง 3 ส่วนแล้วก็จะเรียกการใช้งานของตัวโปรแกรม Solver ใน Excel Spreadsheet ขึ้นมาทำงานโดยในการประมวลผล ซึ่งในการใช้งานต้องมีการกำหนดพารามิเตอร์และการใช้ตัวเลือกให้ถูกต้อง หลังจากนั้นโปรแกรม Solver จะประมวลผลตามพารามิเตอร์และตัวเลือกที่ได้กำหนดไว้ ผลลัพธ์ที่ได้จะแสดงถึงค่าของตัวแปรตัดสินใจที่ทำให้ส่วนของ Target Cell มีค่าน้อยหรือมากที่สุดตามที่กำหนดไว้ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และนอกจากนี้ยังแสดงค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่มีค่าเหมาะสมที่สุด (Optimal Value) ซึ่งสามารถสรุปได้เป็น 4 ขั้นตอนดังนี้

(1) จัดการข้อมูลให้เป็นแบบระบบสำหรับแบบจำลองใน Excel Spreadsheet

(2) เลือกเซลล์ใน Excel Spreadsheet เพื่อใช้แสดงตัวแปรตัดสินใจ

(3) สร้างสูตรในช่องเซลล์ให้ตรงกับฟังก์ชันวัตถุประสงค์

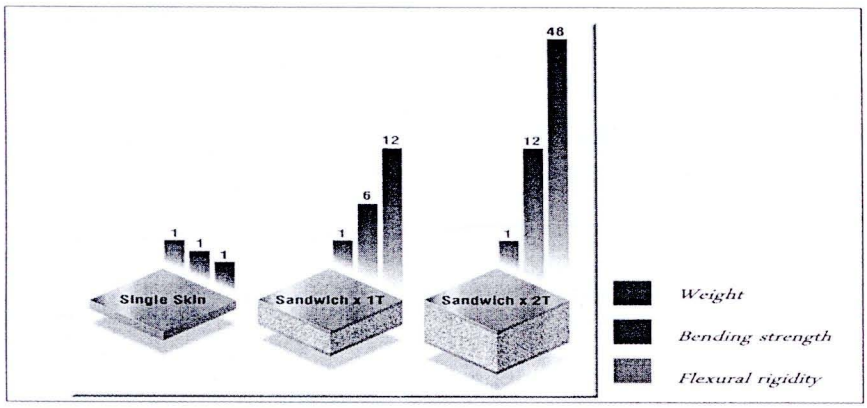
(4) สร้างสูตรในช่องเซลล์ให้ตรงกับสูตรและค่าจำกัดของสมการ

2.5 อุตสหกรรมการตัดโฟมพีวีซี

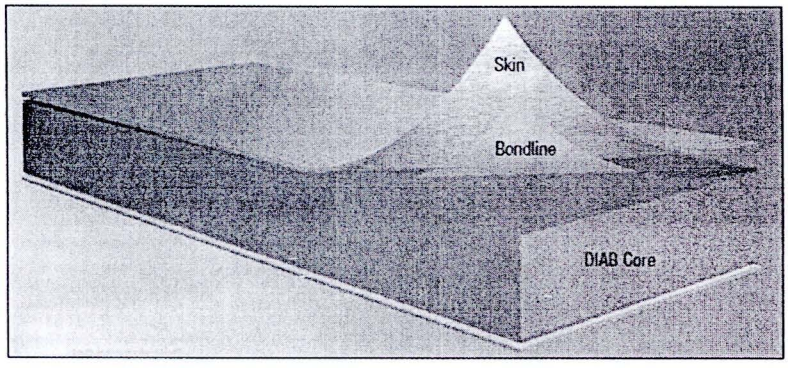
อุตสาหกรรมโฟมพีวีซีในประเทศไทยได้เริ่มมีการใช้โฟมชนิดพีวีซีมาไม่นาน โดยแต่ก่อน จะใช้โฟมชนิดพียูโฟม (PU Foam) เป็นหลัก แต่เนื่องจากคุณสมบัติที่โดดเด่นของตัวโฟมชนิดพีวีซีที่มีน้ำหนักเบา ทนต่อแรงกดอากาศสูง ทนต่อไฟ/ไม่ติดไฟ ทำให้โฟมชนิดพีวีซีได้รับความนิยมและเริ่มเข้ามาทดแทนโฟมแบบเก่า เหตุผลอีกประการที่สำคัญ คือ การที่บริษัทต่างประเทศที่ดำเนินธุรกิจเกี่ยวกับการผลิตสินค้าประเภทคอมโพสิต (Composite) ทะยอยเข้ามาตั้งฐานการผลิตในประเทศไทย เช่น บริษัทคอบบ้าอินเตอร์เนชั่นแนล (Cobra International) ผลิตอุปกรณ์กีฬาทางน้ำ บริษัทดริสเส้นซ์แอร์คราฟท์ (Dreissen Air Craft) ผลิตอุปกรณ์ครัวบนอากาศยานบริษัท ซีเอ็มไอมาริน (CMI Marine) ผลิตชิ้นส่วนเรือ บริษัท ไฟร์ไวน์ (Firewire) ผลิตอุปกรณ์ที่เกี่ยวกับทางน้ำ ฯลฯ ทำให้วงการอุตสาหกรรมเกี่ยวกับโฟมพีวีซีในประเทศไทยเริ่มเติบโตขึ้น แต่เนื่องจากเป็นระยะเริ่มต้น ทำให้โรงงานที่ตัดโฟมพีวีซีส่วนใหญ่ในประเทศ จะเป็นในลักษณะการตัดโฟมตามขนาดและรูปแบบของลูกค้าเป็นหลัก ซึ่งในประเทศยังไม่สามารถที่จะผลิตหรือขึ้นรูปโฟมพีวีซีได้เอง ทำให้ต้องนำเข้าตัวโฟมพีวีซีมาตรฐาน (Blocks) มาจากต่างประเทศเป็นจำนวนมาก คิดเป็นต้นทุนประมาณ 70-80% ของต้นทุนทั้งหมด โดยทุกโรงงานพบว่าตัวโฟมพีวีซีมาตรฐาน (Blocks) นั้นไม่สามารถที่จะตัดได้หมดเนื่องจากขนาดที่ลูกค้าต้องการไม่สัมพันธ์กับขนาดมาตรฐานจึงทำให้เหลือเศษเป็นจำนวนมาก ดังนั้นปัญหานี้จึงจัดเป็นปัญหาระดับต้นๆ ที่มีความสำคัญของทุกๆ โรงงาน

2.5.1 โครงสร้างโฟมพีวีซี

ตัวโฟมพีวีซีทำมาจากสารเคมีชนิดพิเศษ (ที่เป็นความลับของบริษัทฯ) นำมาผสมกับตัวเร่งปฏิกิริยาแล้วเอาไปอบด้วยความร้อน เพื่อให้สารเคมีเกิดการขยายตัว จะมีอัตราการผสมสูตรตามมาตรฐานของแต่ละบริษัท ในปัจจุบันมีประเทศที่สามารถผลิตโฟมชนิดนี้ได้ไม่กี่ประเทศ ประเทศที่สามารถผลิตได้และได้การยอมรับเช่นประเทศ อิตาลี สวีเดน และอเมริกาเท่านั้น โดยปกติเนื้อโฟมพีวีซี มีการแบ่งเกรดตามความหนาแน่น มีหน่วยความหนาแน่นต่อตารางเมตร(Density / M^2) ปัจจุบันในท้องตลาดจะมีการจำหน่ายหลายเกรดตามลักษณะการใช้งานคือ เกรด H, เกรด HP, เกรด F และ เกรด P

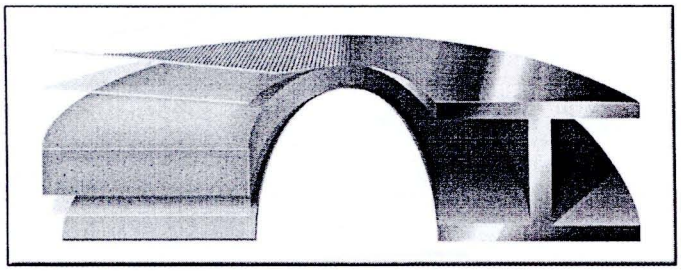


รูปที่ 2.4 คุณสมบัติของโฟมพีวีซี



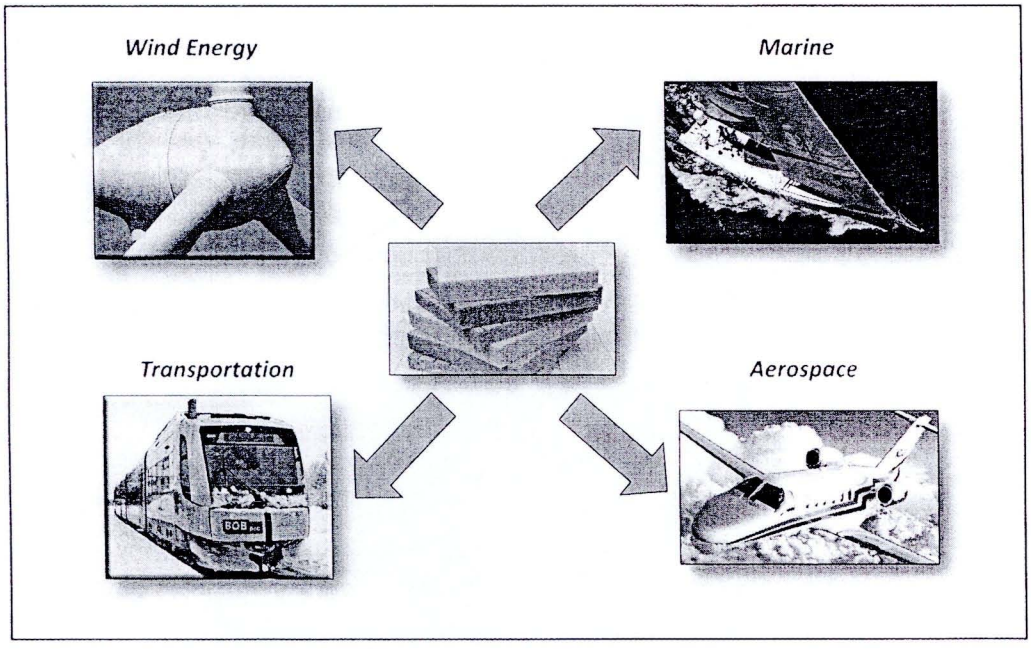
รูปที่ 2.5 หลักการแกนกลางของวัสดุ (Core Material)

หลักการของงานคอมโพสิต (Composites) คือ การนำข้อดีของวัสดุที่ต่างชนิดกันตั้งแต่ 2 อย่างขึ้นไป มาประกอบกัน อาจจะใช้วิธีเคลือบผิว ทากาว ให้ความร้อน หรือใช้แรงกดก็ได้ โดยอาศัยประโยชน์จากคุณสมบัติที่ดีของวัสดุแต่ละชนิดมารวมกัน ตัวอย่างเช่นต้องการวัสดุที่แข็งแรงแต่ต้องมีน้ำหนักเบา จะใช้ไฟเบอร์กลาสเป็นผิวชั้นนอก และใส่แกนกลางเป็นโฟมพีวีซีเพื่อให้มีน้ำหนักเบา โดยทั่วไปโฟมพีวีซีจะถูกใช้เป็นแกนกลางในผลิตภัณฑ์เพื่อใช้ลดน้ำหนักและเพิ่มความแข็งแรง เช่น การใช้โฟมเป็นแกนกลางในกระดานโต้คลื่น ถาดทานอาหาร อุปกรณ์ครัวบนเครื่องบิน การใช้เป็นส่วนประกอบต่างๆ ในเรือ ฯลฯ



รูปที่ 2.6 โครงสร้างของงานคอมโพสิต

2.5.2 ผลิตภัณฑ์ในอุตสาหกรรมโฟมพีวีซี

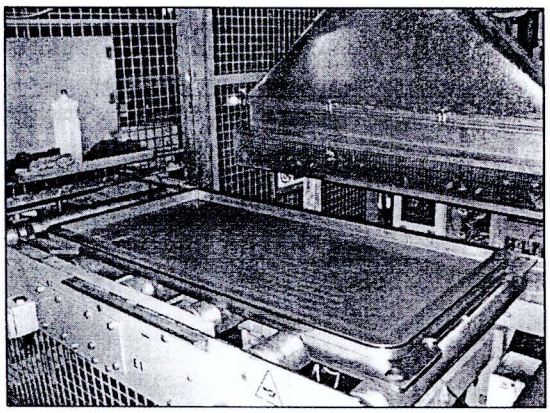


รูปที่ 2.7 ตัวอย่างของผลิตภัณฑ์ที่ใช้โฟมพีวีซีเป็นแกนกลาง

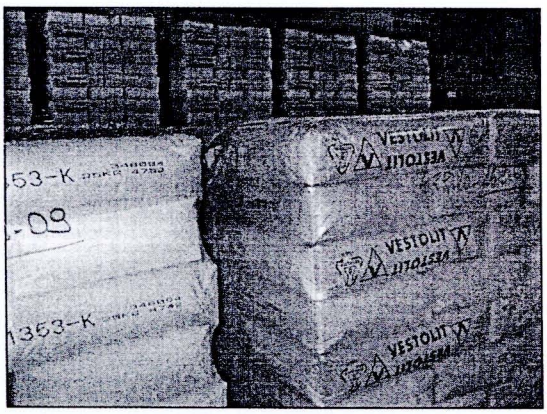
ข้อแตกต่างระหว่างโฟมพีวีซีกับโฟมทั่วไป คือโฟมพีวีซีจะมีคุณสมบัติที่แข็งแรงกว่าไม่ติดไฟ มีน้ำหนักเบา แต่มีข้อเสียตรงที่ไม่สามารถฉีดขึ้นรูปเองได้ และในประเทศไทยก็ยังไม่สามารถที่จะผลิตขึ้นเองได้ เนื่องจากยังไม่มีสูตรอัตราส่วนผสมทางเคมีรวมถึงเครื่องที่ใช้อบโฟม MBO หากมีการลงทุนติดตั้งเครื่องจะมีมูลค่าที่สูงมาก ทำให้ต้องอาศัยการนำเข้ามาจากต่างประเทศเท่านั้น

2.5.3 การผลิตโฟมพีวีซีมาตรฐาน (Blocks)

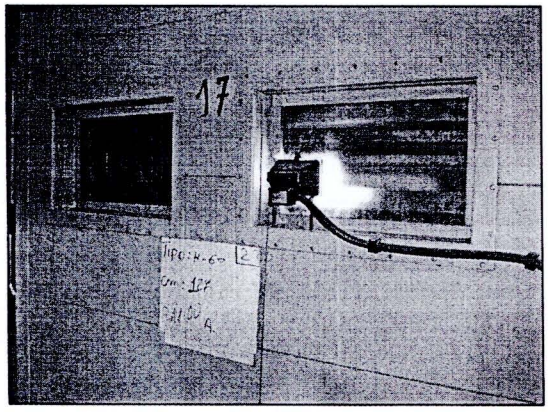
ทำมาจากการผสมสารเคมีตามสูตรให้ได้น้ำยาตั้งต้น จากนั้นจะทำการเทน้ำยาตั้งต้นลงบนถาดโลหะขึ้นรูป และนำไปอบให้ความร้อน เพื่อให้น้ำยาตั้งต้นจับตัวเป็นตัวต้นแบบ (Master Blocks Original :MBO) จากนั้นจะถูกนำไปอบที่เครื่องให้ความร้อน เพื่อให้สารเคมีเกิดการขยายตัวภายใน ทำให้ตัวโฟมมีขนาดใหญ่ และจะถูกนำไปขัดผิวด้านนอก การตัดขอบให้ได้ตามมาตรฐาน



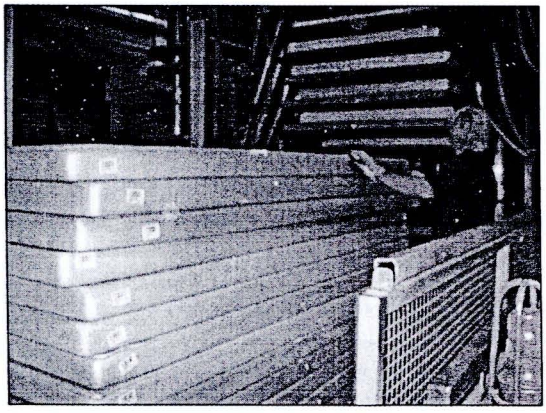
รูปที่ 2.8 เครื่องจักรที่ใช้ขึ้นรูปโฟมพีวีซีมาตรฐาน (Blocks)



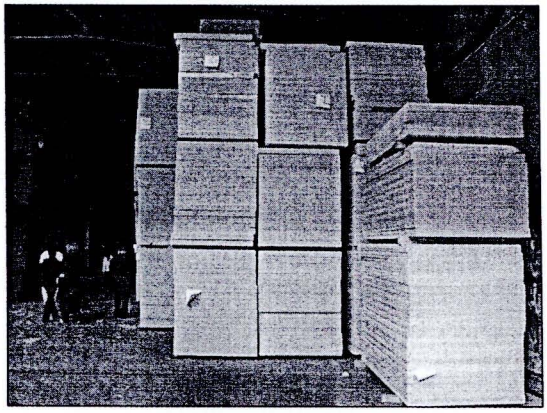
รูปที่ 2.9 สารเคมีที่ใช้ขึ้นรูปโฟมพีวีซีมาตรฐาน (Blocks)



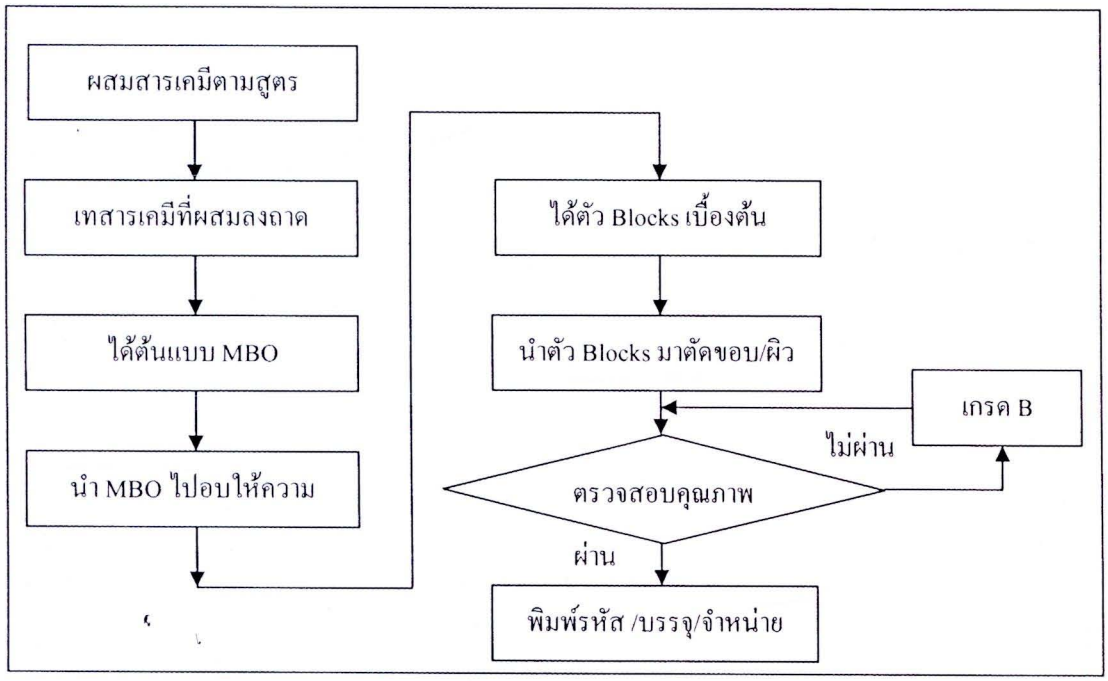
รูปที่ 2.10 เตาอบการขึ้นรูปโฟมพีวีซีมาตรฐาน (Blocks)



รูปที่ 2.11 ตัวโฟมพีวีซีมาตรฐาน (Blocks) ที่ผ่านการอบ



รูปที่ 2.12 ตัวโฟมพีวีซีมาตรฐาน (Blocks) ที่ผ่านการขัดผิวและตัดขอบแล้ว



รูปที่ 2.13 ขั้นตอนการผลิตตัวโฟมพีวีซีมาตรฐาน (Blocks)

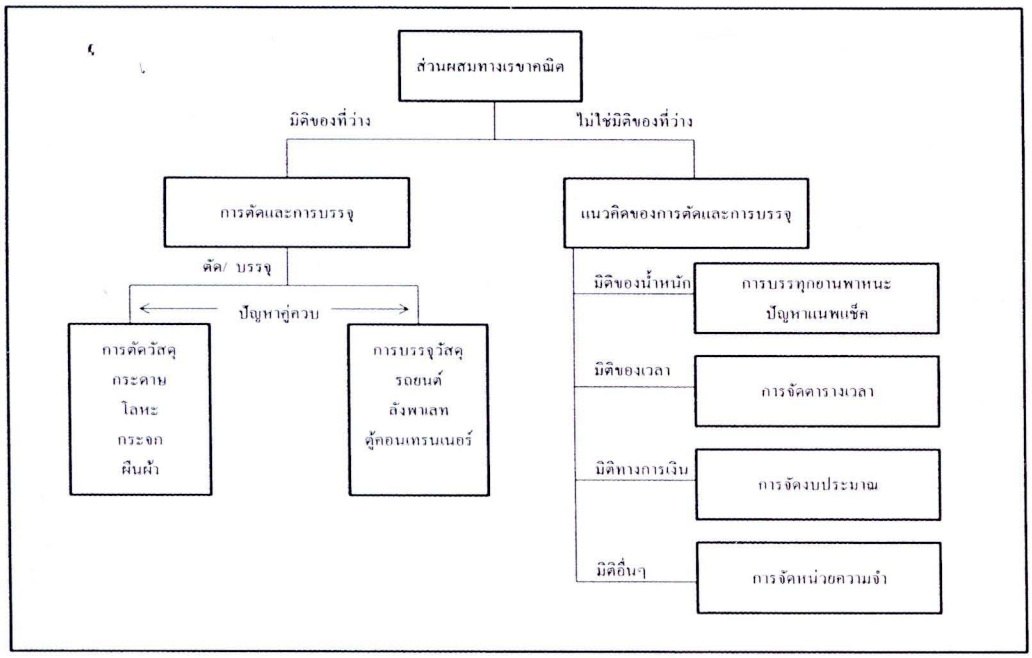
2.6 ตัวอย่างปัญหาการตัดและการบรรจุ

ปัญหาการตัดและการบรรจุ (Cutting and Packing Problems; C&P) จากการจัดกลุ่มประเภท พบว่าโครงสร้างทางตรรกะของลักษณะปัญหาแบบนี้มีความสัมพันธ์เชิงคู่ควบ ซึ่งสามารถกำหนดได้เป็นรูปแบบมาตรฐานของปัญหา C & P โดยใช้สัญลักษณ์ 4 ลำดับอักษร $\alpha/\beta/\gamma/\delta$ ที่บ่งบอกถึงจำนวนขนาดของมิติ การกำหนดชนิด ลักษณะของวัสดุขนาดใหญ่ และลักษณะของวัสดุขนาดย่อยตามลำดับ ที่มีความสัมพันธ์กับรูปแบบปัญหาการจัดตารางเวลาเครื่องจักรแบบขนาน ซึ่งเป็นมิติของเวลาในการทำงาน ดังนั้นจึงสามารถกำหนดเป็นรูปแบบมาตรฐานของปัญหา C & P เป็น 1/V/1/M ดังแสดงความสัมพันธ์ไว้ในตารางที่ 2.3 ดังนั้นการศึกษารูปแบบปัญหาการตัด การบรรจุและการจัดตารางเวลาเครื่องจักรแบบขนาน จึงเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาในการหาวิธีการในการแก้ปัญหาในลักษณะต่าง ๆ

1) ประเภทของปัญหาการตัดและการบรรจุ

ปัญหาการตัดวัสดุ (Cutting Stock Problem) เป็นหนึ่งในหลากหลายปัญหาของการวิจัยดำเนินงาน ที่ริเริ่มโดย Kantorovich นักเศรษฐศาสตร์ชาวรัสเซียในปีคริสต์ศักราช 1939 ซึ่งเป็นช่วงเดียวกันกับที่การวิจัยดำเนินงานเริ่มมีบทบาทในวิศวกรรมอุตสาหการ ต่อมาในปีคริสต์ศักราช 1961 Gilmore และ Gomory เป็นสองคนที่ริเริ่มในการค้นหาวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการสร้างรูปแบบการตัด (Pattern Generation Technique) ในการแก้ปัญหาการตัดวัสดุมิติเดียวให้สูญเสียวัสดุต่ำที่สุด โดยใช้ทฤษฎีโปรแกรมเชิงเส้นตรงเข้ามาจัดการ (Linear programming) ซึ่งทำให้ปัญหาและวิธีการนี้เป็นที่สนใจกัน

อย่างกว้างขวางในเวลาต่อมา Sweeney และ Paternoster ได้ทำการศึกษาผลงานวิจัยและรวบรวมถึงการประยุกต์ใช้งานในปัญหาลักษณะนี้ได้มากกว่า 500 งาน นั่นเป็นเพราะว่าปัญหาการตัดวัสดุนั้นมีกันอย่างมากมายในหลากหลายอุตสาหกรรม การได้ผลลัพธ์ที่มีประสิทธิผลในการแก้ปัญหามีผลโดยตรงกับต้นทุนอย่างมากและวิธีการนี้มีศักยภาพและง่ายต่อการนำไปประยุกต์กับปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกัน ที่สุดจนเป็น ปัญหาคู่ควบกันนั่นก็คือ ปัญหาการบรรจุ (Packing Problem) ซึ่งเริ่มมีการศึกษาราวปีคริสต์ศักราช 1970 และ Dyckhoff ได้พบว่าโครงสร้างทางตรรกะของลักษณะปัญหาแบบนี้จากการจัดกลุ่มประเภทของปัญหาการตัดและการบรรจุ (Classification of C&P Problems) ดังในรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 ความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตของปัญหาการตัดและการบรรจุ (นราธิป-2550)

รูปแบบมาตรฐานของปัญหา C&P นี้สามารถสร้างให้เป็นประเภทที่ชัดเจน โดยใช้สัญลักษณ์ 4 ลำดับอักษร $\alpha / \beta / \gamma / \delta$ ที่บ่งบอกถึงจำนวนขนาดของมิติ การกำหนดชนิด ลักษณะของวัสดุขนาดใหญ่และลักษณะของวัสดุขนาดย่อย

ลำดับอักษรที่ 1 (α) จำนวนขนาดของมิติ

(1) วัสดุมิติเดียว เป็นรูปแบบของการตัดหรือการบรรจุวัสดุในแนวเดียว เช่น การตัดเหล็กเส้น เชือก เหล็กม้วน ท่อโลหะม้วนกระดาษโดยคำนึงถึงเฉพาะช่วงความยาวในการตัดเท่านั้น

(2) วัสดุสองมิติ เป็นรูปแบบของการตัดหรือการบรรจุวัสดุรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดต่าง ๆ ตามความต้องการจากวัสดุรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือลงในพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเช่นเดียวกัน ดังเช่น ตัวอย่างวัสดุต่อไปนี้ แผ่นโลหะ แผ่นกระจก แผ่นกราไฟท์ แผ่นพลาสติก เป็นต้น

(3) วัสดุสามมิติ เป็นรูปแบบของการตัดหรือการบรรจุวัสดุรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ขนาดต่าง ๆ ตามความต้องการจากวัสดุรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์หรือบรรจุลงในภาชนะรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์เช่นเดียวกัน เช่น การตัดแท่งโลหะแท่งไม้ พลาสติกแท่ง การบรรจุกล่อง การบรรจุตู้สินค้า เป็นต้น

(N) มากกว่าสามมิติ เป็นรูปแบบของการตัดหรือการบรรจุในรูปแบบของสมการทางคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรมากกว่าสามตัวแปร

ลำดับอักษรที่ 2 (β) การกำหนดชนิด

(B) เลือกวัสดุขนาดย่อย โดยกำหนดวัสดุขนาดใหญ่

(V) เลือกทั้งวัสดุขนาดใหญ่และวัสดุขนาดย่อย

ลำดับอักษรที่ 3 (γ) ลักษณะของวัสดุขนาดใหญ่

(O) วัสดุขนาดใหญ่ชิ้นเดียว

(I) วัสดุขนาดใหญ่หลายชิ้นที่มีขนาดเท่ากัน

(V) วัสดุขนาดใหญ่หลายชิ้นที่มีขนาดแตกต่างกัน

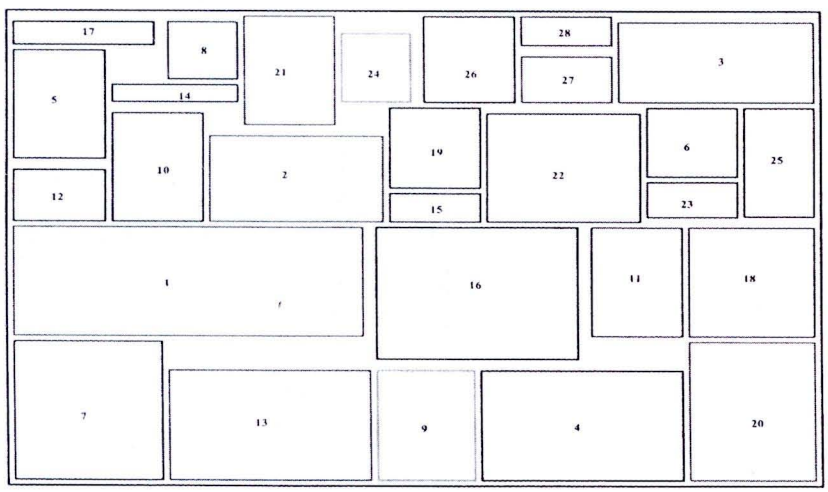
ลำดับอักษรที่ 4 (δ) ลักษณะของวัสดุขนาดย่อย

(F) วัสดุขนาดย่อยมีจำนวนน้อยขนาดและมีขนาดที่แตกต่างกันน้อย

(M) วัสดุขนาดย่อยมีจำนวนมากขนาดและมีขนาดที่แตกต่างกันมาก

(R) วัสดุขนาดย่อยมีจำนวนมากขนาดและมีขนาดที่แตกต่างกันน้อย

(C) วัสดุขนาดย่อยมีจำนวนมากขนาดและมีขนาดที่ไม่แตกต่างกัน



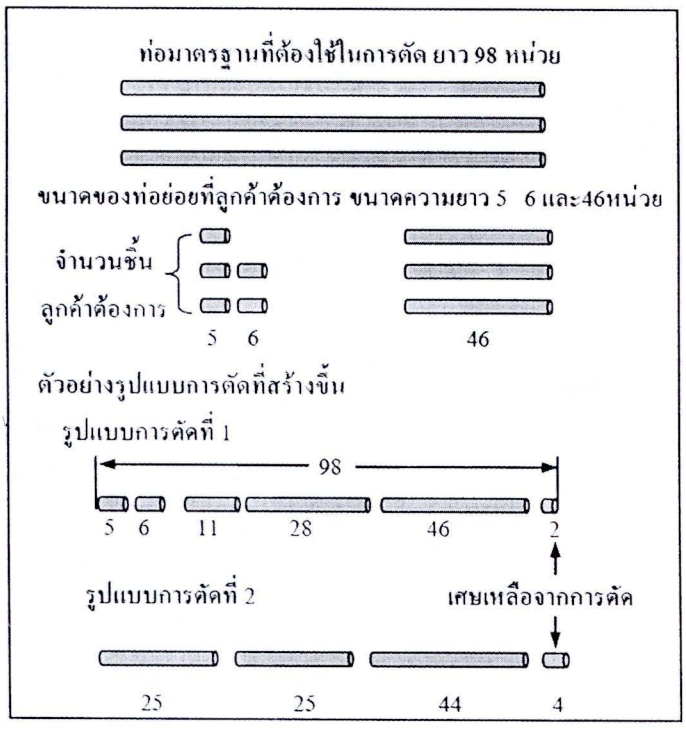
รูปที่ 2.15 ตัวอย่างการบรรจุวัสดุรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดต่าง ๆ (นราธิป-2550)

จากการจำแนกประเภทดังกล่าวข้างต้น สามารถผสมผสานลักษณะของประเภทได้ทั้งสิ้น 96 ประเภท ของปัญหาการตัดและการบรรจุ (C&P Problems) ที่สามารถบ่งบอกถึงลักษณะของประเภทของปัญหาดังกล่าวนี้ได้อย่างสะดวกและชัดเจน เช่น ปัญหาการตัดวัสดุมิติเดียวเป็นประเภท 1 / V / I / R ปัญหาการจัดตารางเวลาแบบหลายหน่วยผลิตเป็นประเภท 1 / V / I / M และอีกหลากหลายลักษณะประเภทของปัญหาที่พบซึ่งได้แสดงไว้ในตารางที่ 2.3 แต่ในบทความนี้กล่าวเพียงปัญหาการตัดในลักษณะหนึ่งมิติเท่านั้น ซึ่งรายละเอียดจะได้กล่าวในหัวข้อลำดับต่อไป

ตารางที่ 2.3 ประเภทของปัญหาการตัดและการบรรจุ (Dychoff-1970)

ลักษณะของปัญหา	**ประเภทของปัญหา**
(Classical) Knapsack problem	1/B/O/-
Pallet loading problem	2/B/O/C
More-dimensional knapsack problem	N/B/O/-
Dual-bin packing problem	1/B/O/M
Vehicle loading problem	1/V/I/F, 1/V/I/M
Container loading problem	3/V/I/-, 3/B/O/-
(Classical) Bin packing problem	1/V/I/M
(Classical) Cutting stock problem	1/V/I/R
2-dimensional bin packing problem	2/V/D/M
2-dimensional cutting stock problem	2/V/I/R
General cutting stock or trim loss problem	1/-/-/-, 2/-/-/-, 3/-/-/-
Assembly line balancing problem	1/V/I/M
Multi-processor scheduling problem	1/V/I/M
Memory allocation problem	1/V/I/M
Change making problem	1/B/O/R
Multi-period capital budgeting problem	N/B/O/-

2) สมการทางคณิตศาสตร์ของปัญหาการตัดลักษณะหนึ่งมิติ



รูปที่ 2.16 ลักษณะของการตัดวัสดุมิติเดียว (นราธิป-2550)

ปัญหาการตัดลักษณะหนึ่งมิตินั้นเป็นการตัดวัสดุขนาดมาตรฐานให้ได้ตามจำนวนที่ลูกค้าต้องสั่งให้ทางโรงงานจำนวน d_i ชิ้น โดยที่มีขนาดความยาว l_i , $i = 1, 2,3, \ldots, n$ โดยที่ต้องการใช้วัสดุขนาดมาตรฐานในการตัด หรือต้องการให้เกิดเศษเหลือจากการตัดให้น้อยที่สุด โดยข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการตัดหนึ่งมิติตามที่กล่าวมาแสดงได้ในรูปที่ 2.16 Gilmore และ Gomory เสนอวิธีการใช้โปรแกรมเชิงเส้นตรงโดยการใช้ปัญหาแน็ปแซค (Knapsack Problem) ในการสร้างสดมภ์ (Column Generation) หรือการสร้างรูปแบบการตัดใหม่ โดยรายละเอียดของแบบจำลองโปรแกรมเชิงเส้นตรงกำหนดให้ วัสดุขนาดมาตรฐานมีความยาว L; $l_i \leq L$ โดยที่ l_i , $i = 1,2,3 \ldots, n$ ของรูปแบบการตัดเป็น $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$ ที่ประกอบด้วยขนาดความยาว l_1จำนวน a_1 ชิ้นขนาดความ ยาว l_2 จำนวน a_2 ชิ้น เป็นต้น ดัชนี j กำหนดลำดับของรูปแบบการตัด

ดังนั้น

a_{ij} = จำนวนชิ้นของขนาดความยาว l_i ที่ตัดโดยรูปแบบการตัดที่ j

x_j= จำนวนครั้งที่รูปแบบการตัดที่ j ถูกใช้

d_i = จำนวนที่ต้องการของขนาดความยาว l_i

ซึ่งสามารถกำหนดเป็นปัญหาจำนวนเต็มเชิงเส้นตรงขนาดใหญ่ได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย

$$Min\ Z = \sum_{j=1}^{m} c_j x_j$$

โดยมีข้อจำกัด

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_j \geq d_i \qquad ; i = 1,2,3,\dots,n$$

และ

$x_j \geq 0$ และเป็นจำนวนเต็ม

$j = 1,2,3,\dots,n$

โดยที่

a_{ij} = จำนวนชิ้นของขนาดความยาว l_i ที่ตัดโดยรูปแบบการตัดที่ j

c_j = ต้นทุนวัสดุขนาดมาจรฐานรูปแบบการตัดที่ j

จากแนวความคิดสมการทางคณิตศาสตร์ปัญหาการตัดและบรรจุลักษณะหนึ่งมิติ ได้มีผู้คิดค้นพัฒนาโปรแกรมสำเร็จรูปในเชิงพาณิชย์ (Commercial Software) ออกมาในท้องตลาดเป็นจำนวนมาก เพื่อตอบสนองลูกค้าซึ่งเป็นกลุ่มในอุตสาหก่รรมต่างๆ ที่มีต้องการวางแผนการตัดเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด โดยผลของใช้โปรแกรมเข้ามาช่วยทำให้การทำงานมีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยพิสูจน์ในหลายวงการทั้งวิชาการและอุตสาหกรรมพบว่า สามารถลดเศษที่เหลือจากการตัดลงได้ประมาณ 1-10%

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากผลการทบทวนทฤษฎีพบว่าการแก้ไขปัญหาการตัดโฟมพีวีซี เพื่อให้ใช้วัตุดิบ (Blocks) น้อยที่สุด เป็นปัญหาที่เกิดขึ้นหลายองค์กร ดังนั้นผลงานในอดีตจึงมีการแก้ปัญหาเป็นจำนวนมากโดยสรุปดังแสดงในตารางที่ 2.4

ตารางที่ 2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้ดำเนินงานวิจัย	ลักษณะของปัญหา	วิธีการและข้อสรุป
ศีขรินทร์ สุขโต (2543)	ศึกษาการหาผลประโยชน์สูงสุดจากรูปแบบการตัดแบ่งสี่เหลี่ยมมุมฉาก	โดยพัฒนาวิธีการในการออกแบบรูปแบบการตัดแบ่งของสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดมาตรฐานขนาดเดียวออกเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากย่อยขนาดต่างๆที่เล็กลงตามต้องการ โดยมีจุดมุ่งหมายให้ข้อมูลค่าโดยรวมของผลจากการตัดแบ่งมีค่าสูงสุด
นราธิป และพีรยุทธ์ (2544)	ได้เสนอแบบจำลองการรวบรวมปัญหาการตัดหนึ่งมิติโดยอาศัยโปรแกรมเชิงเส้นตรงและเพิ่มเงื่อนไขเช่นเดียวกับ Granani และ Franca	แต่อาศัยแบบจำลองพื้นฐาน Economic Lot Size รวมทั้งขยายเทคนิค Column Generation เพิ่มเติมในการแก้ไขปัญหา
นราธิป และพีรยุทธ์ (2547)	เสนอการแก้ไขปัญหาการตัดวัสดุหนึ่งมิติพร้อมด้วยความต้องการเปลี่ยนแปลงตามช่วงเวลา	โดยอาศัยแบบจำลองพื้นฐาน Wagner-Within ในการพัฒนาแบบจำลองโปรแกรมเชิงเส้นดูจากค่าฉลี่ยผลต่างจาก Lower Bound น้อยกว่า 1%

ตารางที่ 2.4 (ต่อ) งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้ดำเนินงานวิจัย	ลักษณะของปัญหา	วิธีการและข้อสรุป
ชัยวัฒน์ วัฒนะกุล (2547)	ศึกษาการพัฒนารูปแบบการเพลาะไม้ยางพาราสำหรับการผลิตชิ้นส่วนเฟอร์นิเจอร์	ใช้การเพลาะไม้จากชิ้นเล็กหลายชิ้นใหญ่ที่มีขนาดและจำนวนความต้องการของแต่ละขนาดไม่เท่ากันเพื่อให้ใช้วัสดุในการเพลาะไม้น้อยที่สุดโดยตัดจากชิ้นใหญ่ให้เป็นชิ้นเล็กทั้งหนึ่งมิติและสองมิติ
มนชนก จี้กังวาฬ (2552)	ศึกษาการวางแผนการขนส่งน้ำมันดีเซลเพื่อให้ได้ต้นทุนการขนส่งที่ต่ำที่สุดของบริษัทจำหน่ายน้ำมันเชื้อเพลิงแห่งหนึ่งของประเทศไทย	โดยการวิจัยนี้จำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับรูปแบบการขนส่งที่มีต้นทุนต่ำที่สุด โดยใช้ Premium Excel Solver และทำการเปรียบเทียบต้นทุนการขนส่งกับวิธีปัจจุบันที่ใช้อยู่
วัชรพงศ์ สุขเกิด (2552)	ศึกษาการปรับปรุงประสิทธิภาพการดำเนินงานในการบริหาร การจัดการภายนอกหลังทำสัญญา เพื่อให้องค์กรมีประสิทธิภาพการดำเนินงานและผลประโยชน์ทางด้านการเงินและการลดภาระงานที่ไม่จำเป็น	โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการหาทางเลือกและได้พัฒนาระบบสนับสนุนการตัดสินใจสำหรับหาแนวทางการปรับปรุงการดำเนินงานในการบริหารการจัดการ
Gilmore, Gomory (1961)	เสนอการแก้ไขปัญหาการตัดวัสดุหนึ่งมิติ	โดยอาศัยโปรแกรมเชิงเส้นตรงแบบผ่อนคลาย (Linear Programming Relaxation)
Gilmore, Gomory (1963)	เสนอเทคนิคการแก้ไขปัญหาการตัดวัสดุหนึ่งมิติ เพื่อเพิ่มข้อจำกัดด้านความสามารถในการผลิต	โดยใช้เทคนิค Column Generation

ตารางที่ 2.4 (ต่อ) งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้ดำเนินงานวิจัย	ลักษณะของปัญหา	วิธีการและข้อสรุป
Haessler (1971)	เสนอหลักการการตัดใหม่โดยมีเป้าหมายต้องการให้ได้ค่าใช้จ่ายในการติดตั้งเครื่องจักร (Cost of Setup) และเศษค่าใช้จ่ายที่เกิดจากเศษเหลือการตัด (Cost of Trim Loss) มีค่าต่ำที่สุด	ใช้หลักการประมาณการ (Heuristic Procedure) ในการจัดตารางเวลาการดำเนินการตัดวัสดุ
Caravalho, Rodrigues (1995)	ศึกษาการนำจำนวนครั้งในการติดตั้งเครื่องจักร (Number of Setup) มาร่วมในการพิจารณาการแก้ไขปัญหาแบบ 2 ขั้นตอน (2 Step)	โดยใช้หลักการของ Linear Programming ในการค้นหาคำตอบ
Hendry (1996)	ได้ทำการรวบรวมปัญหาการตัดและปัญหาขนาดล๊อตที่ให้เหมาะสม (Lot-size Problem) ในการแก้ไขปัญหา 2 ขั้นตอน เพื่อค้นหาขนาดล๊อตที่มีความเหมาะสมในการผลิต	นำรูปแบบการตัดในขั้นแรกเป็นข้อมูลเบื้องต้นในตารางการผลิต ส่วนการแก้ไขปัญหาส่วนที่สองเป็นการตอบสนองเพื่อค้นหาขนาดของล๊อตที่เหมาะสม
Lonas, Thorstemson (2000)	ได้เสนอหลักการค้นหาคำตอบโดยไม่ได้อาศัยการแก้ไขปัญหาแบบ 2 ขั้นตอนภายใต้เงื่อนไขการผลิตที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (Deterministic Conditions) และไม่พิจารณาความสามารถในการผลิต (Production Capacity)	โดยอาศัยโปรแกรมแบบไม่เป็นเส้นตรง (Non Linear Programming : NLP) ในการค้นหาคำตอบที่เหมาะสม

ตารางที่ 2.4 (ต่อ) งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้ดำเนินงานวิจัย	ลักษณะของปัญหา	วิธีการและข้อสรุป
Holthaus (2000)	ได้เสนอวิธีการ Decomposition ของปัญหาการตัดหนึ่งมิติให้มีประสิทธิภาพของคำตอบดีขึ้น	โดยปริมาณความต้องการส่วนต่างระหว่างคำตอบแบบผ่อนคลายและการปัดเศษลงของคำตอบ ($\lfloor x \rfloor$) มาสร้างรูปแบบการตัดใหม่เพิ่มเติมก่อนที่จะคำนวณหาคำตอบใหม่ด้วย Improvement Scheme (IS) ซึ่งทำให้ประสิทธิภาพของคำตอบให้ผลแตกต่างจากค่าของ Lower Bound (LB) มีค่าน้อยกว่า 1%
Gramani, Franca (2001)	ได้พัฒนาแบบจำลองการรวบรวมปัญหาแบบ 2 ขั้นตอนภายใต้เงื่อนไขการผลิตที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลง เพิ่มเติม	โดยเพิ่มเงื่อนไขข้อจำกัดในการผลิตเพิ่มเติมและความต้องการเปลี่ยนแปลงตามช่วงของเวลา (Time-varying Demands) โดยอาศัยแบบจำลองล๊อตที่มีความเหมาะสม

โดยสรุปแล้วประเด็นการทบทวนทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จะเป็นประเด็นที่เกี่ยวกับปัญหาการตัดวัสดุในหลากหลายรูปแบบและมีวิธีการแตกต่างกัน เช่น การนำเอาปัจจัยทางด้านเวลา วัตถุดิบที่ใช้ ความสามารถของเครื่องจักรในการผลิต เข้ามาร่วมในการพิจารณา เป็นต้น มีการนำเอาวิธีการเทคนิคต่างๆ มาช่วยพัฒนาต่อยอดแบบใหม่โดยนำผลที่ได้มาต่อยอดและได้ผลลัพธ์ที่มีความหลากหลายตามแต่ละปัญหา ดังนั้นในการศึกษาวิจัยนี้มีลักษณะปัญหาการออกแบบการตัดโฟมพีวีซี (Blocks) โดยคำนึงถึงต้นทุนวัตถุดิบที่นำมาใช้ตัดให้มีค่าที่ต่ำที่สุด และสร้างระบบสนับสนุนการตัดสินใจสำหรับการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดโดยผ่านโปรแกรม Excel Spreadsheet