

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการการวิจัยแห่งชาติ



E46940



MODELING SPATIAL SPREAD OF EPIDEMICS
USING CELLULAR AUTOMATA

MISS ANTIGA PRINYANILAKUL

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE IN APPLIED MATHEMATICS
DEPARTMENT OF MATHEMATICS

GRADUATE COLLEGE

KING MONGKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY NORTH BANGKOK

ACADEMIC YEAR 2010

COPYRIGHT OF KING MONGKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY NORTH BANGKOK



Thesis Certificate

The Graduate College, King Mongkut's University of Technology North Bangkok

Title Modeling Spatial Spread of Epidemics Using Cellular Automata

By Miss Antiga Prinyanilakul

Accepted by the Graduate College, King Mongkut's University of Technology North Bangkok in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Applied Mathematics



Dean, Graduate College

(Dr.Mongkol Wangsathitwong)

17 March 2011

Thesis Examination Committee



Chairperson

(Associate Professor Dr. Yaowadee Temtanapat)



Member

(Dr.Elvin James Moore)



Member

(Associate Professor Dr.Utomporn Phalavonk)



Member

(Associate Professor Dr.Sanoe Koonprasert)



E46940

MODELING SPATIAL SPREAD OF EPIDEMICS
USING CELLULAR AUTOMATA



MISS ANTIGA PRINYANILAKUL

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE IN APPLIED MATHEMATICS
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
GRADUATE COLLEGE

KING MONGKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY NORTH BANGKOK

ACADEMIC YEAR 2010

COPYRIGHT OF KING MONGKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY NORTH BANGKOK

Name : Miss Antiga Prinyanilakul
Thesis Title : Modeling Spatial Spread of Epidemics Using Cellular Automata
Major Field : Applied Mathematics
King Mongkut's University of Technology North Bangkok
Thesis Advisor : Dr. Elvin J Moore
Co-Advisor : Associate Professor Dr. Utomporn Phalavonk
Academic Year : 2010

Abstract

E46940

The spatial spread of epidemics can be studied by partial differential equations (PDE), cellular automata (CA) or other methods. PDE models are suitable when the spread of the infection is through local interactions. CA models are suitable when the infection is spread either through local or non-local interactions. Non-local interactions occur, for example, if infected individuals can travel from one location to another. In this thesis, we consider models for two types of epidemics: susceptible-infectious-recovered (SIR) and susceptible-infectious-susceptible (SIS). For SIR-type epidemics, we first summarize the properties of differential equation, discrete-time and cellular automata models. Then, we start from two different partial differential equation models and use a finite difference method to discretize the models. We then use the discretized models to create CA models. Given a PDE model, a cellular automata model can always be created by using finite differences to approximate the derivatives. We also examine CA models created directly for both SIR-type and SIS-type epidemics. We develop Matlab computer programs to simulate the behavior of all models and use the programs to obtain results for selected parameter values. For SIR-type epidemics the qualitative behavior of solutions is similar for the PDE and CA models, although there are differences in detail. For the SIS-type models, the qualitative behavior of the solutions for the populations in individual cells of the CA is very sensitive to parameter values. However, the qualitative behavior of the populations in the complete CA lattice converges smoothly to equilibrium values.

(Total 64 pages)

Keywords: Epidemics Model, SIR model, SIS model, Partial Differential Equations, Cellular Automata



Advisor

ชื่อ : นางสาวอันธิกา ปริญญาณิลกุล
ชื่อวิทยานิพนธ์ : แบบจำลองการแพร่กระจายเชิงพื้นที่ของโรคระบาดโดยใช้
เซลล์ลาร์อโตมาตา
สาขาวิชา : คณิตศาสตร์ประยุกต์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก : Dr. Elvin J Moore
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม : รองศาสตราจารย์ ดร. อุทุมพร พลาวงศ์
ปีการศึกษา : 2553

บทคัดย่อ

E 46940

การแพร่กระจายของโรคระบาดเชิงพื้นที่ที่อธิบายได้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย เซลล์ลาร์อโตมาตา หรือด้วยระเบียบวิธีอื่นๆ แบบจำลองสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยจะเหมาะสำหรับการแพร่กระจายของโรคระบาดในท้องถิ่น แบบจำลองเซลล์ลาร์อโตมาตาจะเหมาะสำหรับการแพร่กระจายของโรคระบาดทั้งในและนอกท้องถิ่น ในวิทยานิพนธ์นี้ แบบจำลองของโรคระบาดที่นำมาศึกษาแบ่งออกเป็นสองแบบ คือ แบบจำลองประเภท susceptible-infectious-recovered (SIR) และแบบจำลองประเภท susceptible-infectious-susceptible (SIS) สำหรับแบบจำลองของโรคระบาดประเภท SIR เราได้ทำการศึกษาและสรุปสมบัติของแบบจำลองที่สร้างด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ สมการระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง และเซลล์ลาร์อโตมาตา จากนั้นจึงทำการสร้างแบบจำลองนี้ด้วยสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย และใช้ระเบียบวิธีผลต่างอันดับเป็นเซลล์ลาร์อโตมาตา ในวิทยานิพนธ์นี้ เราได้สร้างแบบจำลองเซลล์ลาร์อโตมาตาสำหรับโรคระบาดทั้งสองชนิดและพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อจำลองพฤติกรรมของการแพร่กระจายของโรคระบาด โดยการเลือกค่าพารามิเตอร์ ผลลัพธ์ของพฤติกรรมเชิงคุณภาพสำหรับโรคระบาดประเภท SIR ที่ได้จากแบบจำลองเซลล์ลาร์อโตมาตาและสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยจะคล้ายกัน สำหรับพฤติกรรมเชิงคุณภาพของโรคระบาดประเภท SIS การเลือกค่าพารามิเตอร์จะมีผลกระทบต่อผลลัพธ์ อย่างไรก็ตาม พฤติกรรมเชิงคุณภาพของประชากรในแบบจำลองเซลล์ลาร์อโตมาตาจะเข้าสู่ค่าสมดุล

(วิทยานิพนธ์มีจำนวนทั้งสิ้น 64 หน้า)

คำสำคัญ : แบบจำลองโรคระบาดประเภท SIR และ SIS เซลล์ลาร์อโตมาตา



อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to express my sincere gratitude to my adviser Dr. Elvin J Moore who has helped me with valuable advice, suggestions, and comments throughout this research and in the writing of this thesis. I am deeply thankful to my co-adviser Associate Professor Dr. Utomporn Phalavonk who has given me valuable advice in the writing of this thesis and in the procedures of the Graduate College. I would also like to give my sincere thanks to my friends for their support both mentally and academically. I am also thankful to all lecturers and staff in the Department of Mathematics, King Mongkut's University of Technology North Bangkok who have taught and supported me first during my Bachelor of Science degree and more recently during the course work and thesis work for my Master of Science degree at King Mongkut's University of Technology North Bangkok. They have also made helpful suggestions for the research in this thesis. Finally, I would like to thank my family for their support and encouragement

Antiga Prinyanilakul

TABLE OF CONTENTS

	Page
Abstract (in English)	ii
Abstract (in Thai)	iii
Acknowledgements	iv
List of Figures	vii
Chapter 1 Introduction	1
1.1 Background and General Statement of the Problem	1
1.2 Purpose of the Study	4
1.3 Scope of the Study	4
1.4 Method of the Study	5
1.5 Utilization of the Study	5
Chapter 2 Literature Review	6
2.1 Cellular Automata in Two Dimensions	6
2.2 Epidemic Models	7
2.3 A Partial Differential Equation Model for an SIR-type Epidemic	13
2.4 Cellular Automata Model for an SIR-type Epidemic	14
2.5 Summary	16
Chapter 3 Methodology	17
3.1 Creation of an SIR-type PDE Epidemics Model	17
3.2 Conversion of an SIR-PDE Model to a Cellular Automata Model	18
3.3 Creation of an SIS-type Epidemics Model based on Cellular Automata	20
3.4 The Computer Program to Simulate Cellular Automata Epidemics Models	22
Chapter 4 Results	25
4.1 Creation of Reaction-Diffusion PDE Model for SIR-type Epidemics	25

TABLE OF CONTENTS (CONTINUED)

	Page
4.2 The Results of Conversion of SIR-PDE Model to SIR-CA Model for von Neumann Neighborhood	26
4.3 The Simulation of the SIR-CA Model	28
4.4 A Comparison of Spreading Out in the Discretized SIR-PDE Model and the SIR-CA Model for von Neumann Neighborhood	32
4.5 SIS-CA Model	34
4.6 The Simulation of SIS-CA model	35
Chapter 5 Conclusion	42
5.1 Discussion and Conclusion	42
5.2 Suggestions for Further Research	44
References	45
Appendix A: Finite-Difference Methods	47
Appendix B: Computer Program for Simulation of Discretization of SIR-PDE Epidemics Model	51
Appendix C: Computer Program for Simulation of SIR-CA Epidemics Model	55
Appendix D: Computer Program for Simulation of SIS-CA Epidemics Model	60
Biography	64

LIST OF FIGURES

Figure	Page
2-1 von Neumann neighborhood and Moore neighborhood of cell (i, j) with radius $r = 1$ and $r = 2$	7
2-2 Arbitrary neighborhood of cell (i, j)	7
3-1 Flow chart for simulating the SIR-CA model	23
3-2 Flow chart for simulating the SIS-CA model	24
4-1 Simulation of the first SIR-CA model for von Neumann neighborhood	29
4-2 Simulation of the first SIR-CA model for Moore neighborhood	30
4-3 Evolution of the numbers of susceptible, infected and recovered individuals in the first SIR-CA model	30
4-4 Simulation of the second SIR-CA model for von Neumann neighborhood	30
4-5 Simulation of the second SIR-CA model for Moore neighborhood	31
4-6 Evolution of the numbers of susceptible, infected and recovered individuals in the second SIR-CA model	31
4-7 Simulation of the third SIR-CA model for von Neumann neighborhood	31
4-8 Simulation of the third SIR-CA model for Moore neighborhood	32
4-9 Evolutions of the number of susceptible, infected and recovered individuals in the reaction-diffusion SIR-CA model	32
4-10 Comparison of the simulation between discretization of SIR-PDE model and SIR-CA model for von Neumann neighborhood	33
4-11 Comparison of the evolutions of susceptible, infected and recovered individuals in discretization of SIR-PDE model and SIR-CA model for von Neumann neighborhood	33
4-12 SIS disease development patterns for von Neumann and Moore neighborhoods for $(\alpha, \beta) = (0.35, 0.4)$	37

LIST OF FIGURES (CONTINUED)

Figure		Page
4-13	SIS disease development patterns for von Neumann and Moore neighborhoods for $(\alpha, \beta) = (0.6, 0.4)$	37
4-14	SIS disease development patterns for von Neumann and Moore neighborhoods for $(\alpha, \beta) = (0.8, 0.4)$	38
4-15	Time development of S and I populations in the start cell and 2 non-start cells for $(\alpha, \beta) = (0.35, 0.4)$	39
4-16	Time development of S and I populations in the start cell and 2 non-start cells for $(\alpha, \beta) = (0.6, 0.4)$	40
4-17	Time development of S and I populations in the start cell and 2 non-start cells for $(\alpha, \beta) = (0.8, 0.4)$	40
4-18	Time development of S and I populations for the complete lattice for $(\alpha, \beta) = (0.35, 0.4)$ and $(0.8, 0.4)$	41