

## เอกสารอ้างอิง

1. ยูพิน พิพิธกุล, 2539, การเรียนการสอนคณิตศาสตร์, บพิธการพิมพ์, กรุงเทพฯ, หน้า 3 - 8, 23 - 26.
2. คณะครู-อาจารย์โรงเรียนคาราวิทยาลัย, 2546, หลักสูตรสถานศึกษา : กรณีตัวอย่างหลักสูตรสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, โรงพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, กรุงเทพฯ, หน้า 2.
3. สุวรร กาญจนมยุร, 2545, “การแก้โจทย์ปัญหา”, วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี, ปีที่ 30, ฉบับที่ 116 (มกราคม-กุมภาพันธ์), หน้า 50 - 52.
4. Riedesel, A.C., 1990, **Teaching Elementary School Mathematics**, Prentice Hall, New Jersey.
5. สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, **หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551** [Online], Available : <http://www.curriculum51.net/upload/cur-51.pdf> [2010, August 20].
6. สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2552, การทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน [Online], Available : <https://www.niets.or.th> [2010, October 1].
7. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2552, ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ บทสรุปเพื่อการบริหาร [Online], Available : <http://www.ipst.ac.th> [2010, December 14].
8. จิราพร กุลฉันทวิทย์, 2548, กลยุทธ์การสอนความน่าจะเป็นโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6), วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
9. Miller, S.P., 1996, “Perspectives on Math Instruction”, In **Teaching Adolescents with Learning Disabilities**, Deshler, D.D., Ellis, E.S. and Lenz, B.K. (Eds.), Love Publishing, Denver, pp. 313 - 367.

10. Musser, G.L. and Shaughnessy, J.M., 1980, "Problem-Solving Strategies in School Mathematics", In **Problem Solving in School Mathematics**, Krulik, S. and Reys, R.E. (Eds.), National Council of Teachers of Mathematics, Reston, pp. 136 - 145.
11. Maccini, P. and Ruhl, K.L., 2000, "Effects of a Graduated Instructional Sequence on the Algebraic Subtraction of Integers by Secondary Students with Learning Disabilities", **Education and Treatment of Children**, Vol. 23, No. 4, pp. 465 - 489.
12. Maccini, P. and Hughes, C.A., 2000, "Effects of a Problem Solving Strategy on the Introductory Algebra Performance of Secondary Students with Learning Disabilities", **Learning Disabilities Research & Practice**, Vol. 15, No. 1, pp. 10 - 21.
13. Maccini, P. and Gagnon, J., 2006, **Mathematics Strategy Instruction (SI) for Middle School Students with Learning Disabilities** [Online], Available : [http://www.k8accesscenter.org/training\\_resources/maccini.asp](http://www.k8accesscenter.org/training_resources/maccini.asp) [2010, August 5].
14. Cruickshank, D.E. and Sheffield, L.J., 1992, **Teaching Elementary and Middle School Mathematics**, Macmillan, New York, p. 37.
15. ปรีชา เนาวเย็นผล, 2537, **ประมวลสาระชุดวิชาสาระตตะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์หน่วยที่ 12-15**, พิมพ์ครั้งที่ 1, มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, หน้า 7.
16. สมเดช บุญประจักษ์, 2540, **การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบรวมมือ**, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาคุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
17. Bitter, G.G., Hatfield, M.M. and Edwards, N.T., 1989, **Mathematics Method for the Elementary and Middle Schools : A Comprehensive Approach**, Allyn and Bacon, Boston, p. 37.
18. Charles, R. and Lester, F., 1982, **Teaching Problem Solving : What Why & How**, Dale Seymour Publications, California, pp. 6 - 10.

19. Good, C.V., 1973, **Dictionary of Education**, 3<sup>rd</sup> ed., McGraw-Hill, New York, pp. 103 - 439.
20. Adam, S., Eillis, L.C. and Beeson, B.F., 1977, **Teaching Mathematics with Emphasis on the Diagnostic Approach**, Harper & Row, New York, p. 178.
21. สมวงษ์ แปลงประสพโชค และคณะ, 2543, **ค่ายคณิตศาสตร์**, สถาบันราชภัฏพระนคร, กรุงเทพฯ.
22. Polya, G., 1957, **How to Solve It**, 2<sup>nd</sup> ed., Princeton University Press, New Jersey, pp. xvi - xvii, 23 - 29.
23. สมเดช บุญประจักษ์, 2543, **การแก้ปัญหา**, สถาบันราชภัฏพระนคร, กรุงเทพฯ, หน้า 3.
24. Krulik, S. and Rudnick, J.A., 1993, **Reasoning and Problem Solving : A Handbook for Elementary School Teachers**, Allyn and Bacon, Boston, pp. 7 - 10, 39 - 57.
25. Kennedy, L.M. and Tipps, S., 1994, **Guiding Children's Learning of Mathematics**, 7<sup>th</sup> ed., Wadsworth, California, pp. 139 - 156.
26. Hatfield, M.M., Edwards, N.T. and Bitter, G.G., 1993, **Mathematics Methods for the Elementary and Middle School**, 2<sup>nd</sup> ed., Allyn and Bacon, Boston, pp. 50 - 60.
27. Baroody, A.J., 1993, **Problem Solving Reasoning and Communicating K-8 Helping Children Think Mathematically**, Macmillan, New York, pp. 2 - 31.
28. Bell, F.H., 1978, **Teaching and Learning Mathematics in Secondary Schools**, Brown Company Publishers, Iowa, pp. 1 - 3.
29. Henderson, K.B. and Pingry, R.E., 1953, "Problem-Solving in Mathematics", In **The Learning of Mathematics : It's Theory and Practices**, Fehr, H.F. (Ed.), The National Council of Teachers of Mathematics, Washington, p. 228.

30. Sheffield, L.J. and Cruikshank, D.E., 2000, **Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics**, 4<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, New York, pp. 37 - 44.
31. สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533. การพัฒนาชุดการสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาศุภบัณฑิต สาขาวิชาการวิจัยและพัฒนาหลักสูตร บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
32. ยูพิน พิพิธกุล, 2542, “การแก้โจทย์ปัญหา”, วารสารคณิตศาสตร์, ปีที่ 42, ฉบับที่ 485-487 (กุมภาพันธ์-เมษายน), หน้า 5 - 12.
33. ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544, กิจกรรมการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์โดยการใช้การแก้โจทย์ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาศุภบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
34. Leblanc, J.F., Proudfit, L. and Putt, I.J., 1980, “Teaching Problem Solving in the Elementary School”, In **Problem solving in school mathematics**, Krulik, S. and Reys, R.E. (Eds.), National Council of Teachers of Mathematics, Reston, pp. 104 - 116.
35. Charles, L., Lester, F. and O’Daffer, P., 1987, **How to Evaluate Progress in Problem Solving**, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, pp. 11 - 13.
36. Reys, R.E., Lindquist, M.M., Lambdin, D.V., Smith, N.L. and Suydam, M.N., 2004, **Helping Children Learn Mathematics**, 7<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, New York, pp. 116 - 130.
37. นุศรียา จิตดารมย์, 2548, ผลของการสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จังหวัดสุราษฎร์ธานี, วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
38. สุรัช อินทสังข์, 2545, “เล่าสู่กันฟังเรื่อง โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์”, วารสารการศึกษาวิทยาศาสตร์คณิตศาสตร์และเทคโนโลยี, ปีที่ 30, ฉบับที่ 120 (กันยายน-ตุลาคม), หน้า 53 - 54.

39. Troutman, A.P. and Lichtenberg, B.K., 1995, **Mathematics a Good Beginning**, 5<sup>th</sup> ed., Brooks Cole, California, pp. 4 - 7.
40. สมศักดิ์ โสภณพินิจ, 2547, “ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์”, **วารสารคณิตศาสตร์ ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา**, หน้า 14 - 25.
41. Krulik, S. and Rudnick, J.A., 1982, “Teaching Problem Solving to Preservice Teachers”, **Arithmetic Teacher**, Vol. 29, No. 6, pp. 42 - 45.
42. Oas, B.K., Schumaker, J.B. and Deshler, D.D., 2006, **Learning Strategies : Tools for Learning to Learn in Middle and High Schools** [Online], Available : <http://www.cals.ncsu.edu:8050/agexed/leap/aec535/learn.htm> [2010, August 14].
43. Gagnon, J.C. and Krezmien, M., 2005, **Effective Instructional Strategies for Correctional Education Programs** [Online], Available : <http://www.edjj.org/conf/cd> [2010, August 5].
44. สิริพร ทิพย์คง, 2544, **หนังสือเสริมประสบการณ์วิชาคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่อง การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์**, โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว, กรุงเทพฯ, หน้า 58 - 62.
45. Wilson, W., 1971, “Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics”, In **Handbook on Formative and Summative Evaluation of Student Learning**, Bloom, B.S., Hastings, J.T. and Madaus, G.F. (Eds.), McGraw-Hill, New York, pp. 643 - 685.
46. นิภา เมธาวีชัย, 2536, **การประเมินผลการเรียน**, สถาบันราชภัฏธนบุรี, กรุงเทพฯ, หน้า 65.
47. อารีย์ คงสวัสดิ์, 2544, **การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 13 - 14.

48. อัญชญา โพธิพลาการ, 2545. การพัฒนาชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 20 - 23.
49. ณยศ สงวนสิน, 2547. การสร้างชุดกิจกรรมปฏิบัติการคณิตศาสตร์ โดยเทคนิคการสอนแบบอุปนัย-นिरนัย เรื่อง พหุนาม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 38.
50. ธาณี อยู่เสน, 2549. การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้เรื่องเซตโดยใช้เทคนิคควบคุมความเข้าใจ, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
51. จำปี นิลอรุณ, 2548. การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบปฏิบัติการ, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 27.
52. วัชร บวรณสิงห์, 2525, “การสอนคณิตศาสตร์ตามความแตกต่างระหว่างบุคคล”, เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 8-15, สุวีริยาสาส์น, กรุงเทพฯ.
53. Prescott, A., 1961, “Report of Conference on Child Study”, **Educational Bulletin**, Faculty of Education, Chulalongkorn University.
54. Carroll, B., 1963, “A Model of School Learning”, **Teachers College Record**, Vol. 64, No. 8, pp. 723 - 733.
55. Maddox, H., 1965, **How to Study**, Wyman Ltd., London, p. 9.
56. สุวรรณมาลี นาคเสน, 2544. การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน **Group Investigation** เรื่อง “วงกลม” ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 67.

57. ยศววัฒน์ คล้ายมงคล, 2533, การศึกษากระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงในโรงเรียนสังกัด สำนักงานการประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร, วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาประถมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
58. บุญเกื้อ ละอองปลิว, 2534, การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การสอนแบบวิเคราะห์กับการสอนแบบปกติ, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
59. กรองทิพย์ พงษ์ลิ้มศรี, 2535, การสอนการพิสูจน์เรื่องความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษา มหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
60. สุมาลี วงศ์ขะรา, 2536, การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพกับไม่ใช้ภาพ, วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาประถมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
61. กำจร มณีแก้ว, 2539, ผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตสังกัดสำนักงานสภาพัฒนาการศึกษาระดับมัธยมศึกษา, วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
62. วิมล พงษ์पालิต, 2541, การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบแก้ปัญหากับการสอนตามครูมือครู, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
63. อเนก จันทรวงุญ, 2545, การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้ชุดการเรียนการสอน, วิทยานิพนธ์ปริญญาคุณวุฒิปบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

64. รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์, 2545, ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2, วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
65. ศิริพร รัตนโกสินทร์, 2546, การสร้างชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.
66. สุนีย์ เงินยวง, 2546, การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพะเยาพิทยาคม จังหวัดพะเยา, วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.
67. ไพรัช วงศ์ศรีตระกูล, 2551, การเสริมสร้างการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์เพื่อการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการสื่อความหมายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
68. Gooya, Z., 1999, "Influences of Metacognition – Based Teaching and Teaching via Problem Solving on Student' Beliefs about Mathematics and Mathematical Problem–Solving", **Dissertation Abstracts International**, Vol. 54, No. 8, p. 2865A.
69. Burks, L.C., 1994, "The Use of Writing as a Means of Teaching Eight-Grade Students to Use Executive Processes and Heuristic Strategies to Solve Mathematics Problem", **Dissertation Abstracts International**, Vol. 54, No. 11, p. 4019A.
70. Huntington, D.J., 1994, "Instruction in Concrete, Semi-concrete, and Abstract Representation as an Aid to the Solution of Relational Problems by Adolescents with Learning Disabilities", **Dissertation Abstracts International**, Vol. 56, No. 2, p. 512A.

71. Fiksdal, J.K., 1999, "The Effects of Instruction in Heuristics of the Use of Problem Solving Strategies and Problem Solving Performance of Preservice Elementary Education Majors", **Dissertation Abstracts International**, Vol. 57, No. 3, p. 1064A.
72. Tougaw, P.W., 1994, "A Study of Effect of Using an Open Approach to Teaching Mathematics Upon the Mathematical Problem-Solving Behaviors of Secondary School Students", **Dissertation Abstracts International**, Vol. 54, No. 8, p. 2934A.
73. Baker, D.E., 1992, "The Effect of Self-Generated Drawing on Ability of Students with Learning Disabilities to Solve Mathematical Word Problems", **Dissertation Abstracts International**, p. 2762A.
74. จรัญ จันทลักษณ์, 2549, **สถิติการวิเคราะห์และการวางแผนงานวิจัย**, จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์, กรุงเทพฯ.
75. อติศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์, 2552, **ระเบียบวิธีวิจัย**, จรัลสนิทวงศ์การพิมพ์, กรุงเทพฯ, หน้า 61 - 350.
76. Montgomery, D.C., 2001, **Design and Analysis of Experiments**, 5<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons, New York, pp. 126 - 131.
77. ขนิษฐา คำทอน, 2539, **การศึกษาข้อบกพร่องในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ของโรงเรียนสาธิตสังกัดทบวงมหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร, วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, หน้า 81.**

ภาคผนวก

## ภาคผนวก ก

รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ทำการตรวจสอบเครื่องมือ

รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้ / กิจกรรม (บทเรียน)  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดความสามารถในการ  
แก้โจทย์ปัญหา วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

- |  |   |
|--|---|
| 1. ดร.อัครวุฒิ จินดานุรักษ์<br>สถานที่ทำงาน/สังกัด   | หัวหน้าสาขาวิชาคณิตศาสตร์<br>มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลกรุงเทพ<br>จ. กรุงเทพมหานคร                   |
| 2. อาจารย์ สุดาวลัย โสตะจินดา<br>สถานที่ทำงาน/สังกัด | ครูชำนาญการพิเศษ<br>โรงเรียนบางปะกอกวิทยาคม จ. กรุงเทพมหานคร  |
| 3. ดร.สุขุมล สารีกะวณิช<br>สถานที่ทำงาน/สังกัด       | อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์<br>คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยี<br>พระจอมเกล้าธนบุรี จ. กรุงเทพมหานคร |

## ภาคผนวก ข

ตารางแสดงการตรวจสอบเครื่องมือและคะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ของนักเรียนและ  
คะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ตารางที่ ข.1 แบบประเมินผลการพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ของ  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

จุดประสงค์การเรียนรู้	รายละเอียดข้อสอบ แบบปรนัย	การพิจารณา		
		+1	0	-1
1. นำหลักการของการหาวิธีเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนว เส้นตรงไปใช้ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 1-6			
2. นำหลักการของการหาวิธีเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนว เส้นตรง โดยนำมาจัดครวละ $r$ สิ่ง ( $r \leq n$ ) ไปใช้ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 7-8			
3. นำหลักการของการหาวิธีเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนว วงกลมไปใช้ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 9-14			
4. นำหลักการของการหาวิธีเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนว วงกลม โดยนำมาจัดครวละ $r$ สิ่ง ( $r \leq n$ ) ไปใช้ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 15			
5. นำหลักการของการหาวิธีเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของ $n$ สิ่งที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ใน แนวเส้นตรงไปใช้ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 16-20			
6. นำหลักการของการหาวิธีเรียงสับเปลี่ยน สิ่งของ $n$ สิ่งที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ใน แนววงกลมไปใช้ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 21			

ตารางที่ ข.1 (ต่อ) แบบประเมินผลการพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ของ  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

จุดประสงค์การเรียนรู้	รายละเอียดข้อสอบ แบบปรนัย	การพิจารณา		
		+1	0	-1
7. นำหลักการของการหาการแบ่งสิ่งของ $n$ สิ่งออกเป็นกลุ่มๆ ไปใช้ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 22-26			
8. นำหลักการของการหาวิธีจัดหมู่ไปใช้ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 27-40			

จากตาราง คณะกรรมการจะพิจารณาว่าข้อสอบวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

1. ถ้าแน่ใจว่าตรง จะกาเครื่องหมาย / ในช่อง +1
2. ถ้าแน่ใจว่าไม่ตรงจะกาเครื่องหมาย / ในช่อง-1
3. ถ้าไม่แน่ใจว่าตรงหรือไม่ จะกาเครื่องหมาย / ในช่อง 0

.....

(.....)

ตำแหน่ง .....

ตารางที่ ข.2 แบบประเมินผลการพิจารณาความตรงเชิงเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ ของ  
แบบทดสอบแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและ  
วิธีจัดหมู่

จุดประสงค์การเรียนรู้	รายละเอียดข้อสอบ แบบปรนัย	การพิจารณา		
		+1	0	-1
1. นำหลักการของการหาวิธีเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน ทั้งหมดในแนวเส้นตรงไปใช้ในการแก้ โจทย์	โจทย์ข้อที่ 1			
2. นำหลักการของการหาวิธีเรียง สับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน ทั้งหมดในแนววงกลมไปใช้ในการแก้ โจทย์	โจทย์ข้อที่ 2-3			
3. นำหลักการของการหาการแบ่งสิ่งของ n สิ่งออกเป็นกลุ่มๆไปใช้ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 4			
4. นำหลักการของการหาวิธีจัดหมู่ไปใช้ ในการแก้โจทย์	โจทย์ข้อที่ 5-6			

จากตาราง คณะกรรมการจะพิจารณาว่าข้อสอบวัดได้ตรงตามจุดประสงค์การเรียนรู้หรือไม่

1. ถ้าแน่ใจว่าตรง จะกาเครื่องหมาย / ในช่อง +1
2. ถ้าแน่ใจว่าไม่ตรงจะกาเครื่องหมาย / ในช่อง-1
3. ถ้าไม่แน่ใจว่าตรงหรือไม่ จะกาเครื่องหมาย / ในช่อง 0

.....

(.....)

ตำแหน่ง .....

...../...../.....

ตารางที่ ข.3 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องความตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-8 ด้วยการประยุกต์การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่

รายการประเมิน	คะแนนความคิดเห็น ของผู้เชี่ยวชาญ			ค่า R	ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
<b>1. สาระสำคัญ</b> ความสอดคล้องของสาระสำคัญ กับ จุดประสงค์การเรียนรู้และสาระการเรียนรู้	1	1	1	1	1
<b>2. จุดประสงค์การเรียนรู้</b>					
2.1 ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ กับกิจกรรมการเรียนการสอน	1	1	1	1	1
2.2 ความสอดคล้องของจุดประสงค์การเรียนรู้ กับสื่อ/แหล่งการเรียนรู้	1	1	1	1	1
<b>3. สาระการเรียนรู้</b>					
3.1 ความสอดคล้องของสาระการเรียนรู้กับ จุดประสงค์การเรียนรู้	1	1	1	1	1
3.2 ความสอดคล้องของสาระการเรียนรู้กับ สาระสำคัญและ มาตรฐานการเรียนรู้	1	1	1	1	1
<b>4. กิจกรรมการเรียนการสอน</b>					
4.1 ความสอดคล้องกิจกรรมการเรียนการสอน กับสาระการเรียนรู้	1	1	1	1	1
4.2 ความสอดคล้องกิจกรรมการเรียนการสอน กับการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้	1	1	1	1	1
<b>5. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้</b> ความสอดคล้องของสื่อ / แหล่งการเรียนรู้กับ กิจกรรมการเรียนการสอน	1	1	1	1	1

ตารางที่ ข.3 (ต่อ) แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องความตรงเชิงเนื้อหาของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-8  
ด้วยการประยุกต์การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR เรื่อง  
วิธีเรียงสับเปลี่ยนและ วิธีจัดหมู่

รายการประเมิน	คะแนนความคิดเห็น ของผู้เชี่ยวชาญ			ค่า R	ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
6. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้ความ สอดคล้องของการวัดผลและการประเมินผล การเรียนรู้กับจุดประสงค์การเรียนรู้	1	1	1	1	1
ค่าเฉลี่ยของค่าดัชนีความสอดคล้องของแผนการเรียนรู้ที่ 1-8					1

ตารางที่ ข.4 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องความตรงเชิงเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ของ  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ จำนวน 40 ข้อ ของ  
ผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

แบบทดสอบ ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่า R	ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	3	1
2	1	1	1	3	1
3	1	1	1	3	1
4	1	1	1	3	1
5	1	1	1	3	1
6	1	1	1	3	1
7	1	1	1	3	1
8	1	1	1	3	1
9	1	1	1	3	1
10	1	1	1	3	1
11	1	1	1	3	1
12	1	1	1	3	1
13	1	1	1	3	1
14	1	1	1	3	1
15	1	1	1	3	1
16	1	1	1	3	1
17	1	1	1	3	1
18	1	1	1	3	1
19	1	1	1	3	1
20	1	1	1	3	1
21	1	1	1	3	1
22	1	1	1	3	1
23	1	1	1	3	1

ตารางที่ ข.4 (ต่อ) แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องความตรงเชิงเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ จำนวน 40 ข้อของผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

แบบทดสอบ ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่า R	ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
24	1	1	1	3	1
25	1	1	1	3	1
26	1	1	1	3	1
27	1	1	1	3	1
28	1	1	1	3	1
29	1	1	1	3	1
30	1	1	1	3	1
31	1	1	1	3	1
32	1	1	1	3	1
33	1	1	1	3	1
34	1	1	1	3	1
35	1	1	1	3	1
36	1	1	1	3	1
37	1	1	1	3	1
38	1	1	1	3	1
39	1	1	1	3	1
40	1	1	1	3	1

ตารางที่ ข.5 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องความตรงเชิงเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ของแบบทดสอบแบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ จำนวน 6 ข้อ ของผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

แบบทดสอบ ข้อที่	คะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			ค่า R	ค่า IOC
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	1	1	1	3	1
2	1	1	1	3	1
3	1	1	1	3	1
4	1	1	1	3	1
5	1	1	1	3	1
6	1	1	1	3	1

ตารางที่ ข.6 ขั้นตอนการคัดเลือกข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ โดยอาศัยเกณฑ์การคัดเลือกจาก ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นจากข้อสอบ 40 ข้อ เหลือ 30 ข้อ

ข้อสอบ 40 ข้อ ข้อที่	IOC	ข้อสอบ 40 ข้อ ข้อที่	ความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจ จำแนก(r)	ข้อสอบ 30 ข้อ ข้อที่	ค่าความ เชื่อมั่น ( $r_{tt}$ )
1	1	1	0.73	0.40	1	0.86
2	1	2	0.67	0.40	2	
3	1	3	0.50	0.33	3	
4	1	4	0.77	0.47	4	
5	1	5	0.13	0.13		
6	1	6	0.53	0.40	6	
7	1	7	0.63	0.47	7	
8	1	8	0.57	0.47	8	
9	1	9	0.60	0.53	9	
10	1	10	0.50	0.73	10	
11	1	11	0.10	0.07		
12	1	12	0.50	0.47	12	
13	1	13	0.60	0.53	13	
14	1	14	0.10	0.20		
15	1	15	0.67	0.40	15	
16	1	16	0.67	0.40	16	
17	1	17	0.77	0.33	17	
18	1	18	0.63	0.27	18	
19	1	19	0.50	0.33	19	
20	1	20	0.70	0.33	20	
21	1	21	0.17	0.07		
22	1	22	0.57	0.33	22	

ตารางที่ ข.6 (ต่อ) ขั้นตอนการคัดเลือกข้อสอบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ โดยอาศัยเกณฑ์การคัดเลือกจาก ค่าดัชนีความสอดคล้อง ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นจากข้อสอบ 40 ข้อ เหลือ 30 ข้อ

ข้อสอบ 40 ข้อ ข้อที่	IOC	ข้อสอบ 38 ข้อ ข้อที่	ความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจ จำแนก(r)	ข้อสอบ 30 ข้อ ข้อที่	ค่าความ เชื่อมั่น ( $r_{tt}$ )
23	1	23	0.73	0.40	23	0.86
24	1	24	0.53	0.27	24	
25	1	25	0.17	0.20		
26	1	26	0.73	0.27	26	
27	1	27	0.77	0.33	27	
28	1	28	0.13	0.13		
29	1	29	0.80	0.27	29	
30	1	30	0.70	0.47	30	
31	1	31	0.13	0.13		
32	1	32	0.73	0.27	32	
33	1	33	0.17	0.33		
34	1	34	0.67	0.40	34	
35	1	35	0.67	0.27	35	
36	1	36	0.70	0.33	36	
37	1	37	0.07	0.13		
38	1	38	0.63	0.33	38	
39	1	39	0.17	0.33		
40	1	40	0.67	0.40	40	

ตารางที่ ข.7 แสดงจำนวนนักเรียน กลุ่มเรียนเก่ง กลุ่มเรียนปานกลาง และกลุ่มเรียนอ่อน และ  
หมายเลขสุ่มในกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม และคะแนนคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการ  
เรียนของวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 43201) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553

กลุ่ม	กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			เกณฑ์ การแบ่งกลุ่ม
	นักเรียน	เลขสุ่ม	หมายเลข นักเรียน	คะแนน	เลขสุ่ม	หมายเลข นักเรียน	คะแนน	
เรียน เก่ง	1	52	13	81	25	6	81	> 75 คะแนน
	2	26	7	80	33	8	81	
	3	63	14	80	5	2	82	
	4	12	4	80	79	16	80	
	5	37	10	77	72	15	76	
	6	8	3	77	35	9	76	
	7	45	12	77	41	11	76	
	8	16	5	77	3	1	76	
เรียน ปาน กลาง	1	95	18	73	42	10	73	70-75 คะแนน
	2	99	20	71	81	15	71	
	3	76	14	73	7	3	71	
	4	86	16	74	97	19	75	
	5	33	7	73	2	1	72	
	6	4	2	74	39	9	76	
	7	94	17	71	13	4	71	
	8	30	6	74	24	5	76	
	9	51	13	71	43	11	71	
	10	95	18	75	42	10	75	

ตารางที่ ข. 7 (ต่อ) แสดงจำนวนนักเรียน กลุ่มเรียนเก่ง กลุ่มเรียนปานกลาง และกลุ่มเรียนอ่อน และ  
หมายเลขสุ่มในกลุ่มทดลอง และกลุ่มควบคุม และคะแนนคะแนนผลสัมฤทธิ์  
ทางการเรียนของวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 43201) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา  
2553

กลุ่ม	กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			เกณฑ์ การแบ่งกลุ่ม
	นักเรียน	เลขสุ่ม	หมายเลข นักเรียน	คะแนน	เลขสุ่ม	หมายเลข นักเรียน	คะแนน	
เรียน อ่อน	1	72	19	73	46	13	73	50 - < 70 คะแนน
	2	4	2	71	2	1	71	
	3	84	22	73	13	5	71	
	4	6	3	74	29	9	75	
	5	23	7	73	52	14	72	
	6	97	24	74	59	15	76	
	7	42	12	71	94	23	71	
	8	19	6	74	27	8	76	
	9	69	18	71	74	21	71	
	10	64	17	75	37	11	75	
	11	73	20	67	63	16	67	
	12	31	10	65	7	4	65	

ตารางที่ ข.8 แสดงคะแนนสอบระหว่างเรียนของกลุ่มทดลองและคะแนนสอบ ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่ม	นักเรียน คนที่	คะแนนก่อนเรียน (30คะแนน)	คะแนนหลังเรียน (30คะแนน)	คะแนนระหว่างเรียน (80คะแนน)
เรียนเก่ง	1	4	27	64
	2	5	25	68
	3	2	29	64
	4	1	25	63
	5	2	26	60
	6	0	26	55
	7	4	24	60
	8	3	25	53
เรียนปานกลาง	1	1	24	60
	2	1	20	65
	3	0	25	52
	4	1	18	53
	5	0	20	54
	6	6	24	56
	7	2	21	50
	8	0	23	51
	9	1	19	57
	10	0	22	59

ตารางที่ ข.8 (ต่อ) แสดงคะแนนสอบระหว่างเรียนของกลุ่มทดลองและคะแนนสอบ ก่อนเรียนและ  
หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง

กลุ่ม	นักเรียน คนที่	คะแนนก่อนเรียน (30คะแนน)	คะแนนหลังเรียน (30คะแนน)	คะแนนระหว่างเรียน (80คะแนน)
เรียนอ่อน	1	6	25	50
	2	0	14	48
	3	2	16	59
	4	2	21	55
	5	2	21	47
	6	3	23	54
	7	2	21	52
	8	2	24	42
	9	6	18	49
	10	3	15	42
	11	2	19	39
	12	1	16	48

ตารางที่ ข.9 แสดงคะแนนสอบระหว่างเรียนของกลุ่มทดลองและคะแนนสอบ ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่ม	นักเรียน คนที่	คะแนนก่อนเรียน (30คะแนน)	คะแนนหลังเรียน (30คะแนน)	คะแนนระหว่างเรียน (80คะแนน)
เรียนเก่ง	1	3	21	52
	2	6	24	43
	3	0	23	49
	4	2	22	47
	5	5	26	41
	6	1	20	47
	7	0	20	46
	8	0	19	42
เรียนปานกลาง	1	1	18	37
	2	4	19	46
	3	1	20	44
	4	0	22	39
	5	2	19	47
	6	6	17	41
	7	5	21	43
	8	2	16	42
	9	2	10	41
	10	0	20	30

ตารางที่ ข.9 (ต่อ) แสดงคะแนนสอบระหว่างเรียนของกลุ่มทดลองและคะแนนสอบ ก่อนเรียนและ  
หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่ม	นักเรียน คนที่	คะแนนก่อนเรียน (30คะแนน)	คะแนนหลังเรียน (30คะแนน)	คะแนนระหว่างเรียน (80คะแนน)
เรียนอ่อน	1	1	15	31
	2	2	17	24
	3	0	11	28
	4	0	13	35
	5	0	14	36
	6	1	12	32
	7	1	9	28
	8	3	13	40
	9	0	19	30
	10	0	13	37
	11	2	21	38
	12	1	17	41

ตารางที่ ข.10 แสดงคะแนนสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาระหว่างเรียนของกลุ่มทดลอง  
และนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (เรียนโดยแบบ STAR)			กลุ่มควบคุม (เรียนโดยแบบปกติ)	
กลุ่ม	นักเรียน	คะแนน (60คะแนน)	นักเรียน	คะแนน (60คะแนน)
เรียนเก่ง	1	57	1	50
	2	56	2	42
	3	54	3	48
	4	54	4	52
	5	54	5	47
	6	56	6	48
	7	53	7	53
	8	54	8	45
เรียนปานกลาง	1	51	1	48
	2	48	2	38
	3	49	3	42
	4	47	4	40
	5	47	5	44
	6	49	6	37
	7	54	7	48
	8	52	8	48
	9	45	9	42
	10	49	10	35

ตารางที่ ข.10 (ต่อ) แสดงคะแนนสอบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาระหว่างเรียนของกลุ่มทดลอง และนักเรียนกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง			กลุ่มควบคุม (เรียนโดยแบบปกติ)	
กลุ่ม	นักเรียน	คะแนน (60คะแนน)	นักเรียน	คะแนน (60คะแนน)
เรียนอ่อน	1	40	1	30
	2	42	2	32
	3	36	3	35
	4	36	4	28
	5	38	5	10
	6	38	6	37
	7	42	7	20
	8	32	8	21
	9	45	9	25
	10	39	10	26
	11	35	11	14
	12	32	12	25

**ภาคผนวก ก**

**เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

## ตัวอย่างแผนการเรียนรู้การเรียนการสอนโดยใช้กลวิธี STAR

โครงสร้างการจัดหน่วยการเรียนรู้  
 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6)  
 เรื่อง : วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

แผนการจัดการเรียนรู้	สาระการเรียนรู้	จำนวนคาบ
1	วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง	2
2	วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง โดยนำมาจัดคราวละ $r$ สิ่ง ( $r \leq n$ )	1
3	วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนววงกลม	1
4	วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนววงกลม โดยนำมาจัดคราวละ $r$ สิ่ง ( $r \leq n$ )	1
5	วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ $n$ สิ่งที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ในแนวเส้นตรง	1
6	วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ $n$ สิ่งที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ในแนววงกลม	1
7	การแบ่งสิ่งของ $n$ สิ่งออกเป็นกลุ่มๆ	2
8	วิธีจัดหมู่	3

## หน่วยการเรียนรู้ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ (กลุ่มทดลอง)

สาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง จำนวน 2 คาบ

\*\*\*\*\*

### 1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการนำกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ และ แฟกทอเรียล อธิบายและคำนวณหาวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง เพื่อนำไปประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

### ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายความหมายของวิธีเรียงสับเปลี่ยน
2. นักเรียนสามารถอธิบายและคำนวณหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง
3. นักเรียนสามารถประยุกต์วิธีเรียงสับเปลี่ยนไปใช้แก้โจทย์ปัญหา

### ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล
2. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
3. นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงมโนภาพทางคณิตศาสตร์
4. นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา

### ด้านพฤติกรรมการเรียนรู้

1. กล้าแสดงความคิดเห็น พร้อมทั้งสามารถวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ มีวิจารณญาณ มีความคิดสร้างสรรค์
2. นักเรียนมีทักษะในการทำงาน รักทำงาน สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้
3. มีความสนใจการทำงาน และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

## 2. สารสำคัญ

กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (Fundamental Principal of Counting) ในการรวบรวมข้อมูลที่เกิดขึ้นจากการทดลองมีความจำเป็นที่จะต้องนับจำนวนสมาชิกของข้อมูลนั้น วิธีการนับจึงมีความจำเป็นที่ต้องจัดทำให้มีระบบที่ถูกต้องตามขั้นตอน

การนับจำนวนวิธีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการเกิดเหตุการณ์บางอย่าง หรือ ผลการทดลองบางอย่าง สามารถทำให้ง่ายและรวดเร็ว โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ ซึ่งการนับจำนวนวิธีต่าง ๆ อาจทำได้โดยใช้แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram) ซึ่งมี 2 แบบ คือ

1. แผนภาพต้นไม้ที่เป็นระเบียบ
2. แผนภาพต้นไม้อย่างไม่เป็นระเบียบ

**กฎการคูณ** ในการทำงานอย่างหนึ่งจะทำงานเสร็จมี  $k$  ขั้นตอน ซึ่งต่อเนื่องกันโดยที่ ขั้นตอนที่หนึ่ง มีวิธีทำงานได้  $n_1$  วิธี แต่ละวิธีของขั้นตอนที่หนึ่ง ทำขั้นตอนที่สองได้  $n_2$  วิธี แต่ละวิธีของขั้นตอนที่สอง ทำขั้นตอนที่สามได้  $n_3$  วิธี แต่ละวิธีของขั้นตอนที่สาม ทำขั้นตอนที่สี่ได้  $n_4$  วิธี แต่ละวิธีของขั้นตอนที่  $k-1$  ทำขั้นตอนที่  $k$  ได้  $n_k$  วิธี

จำนวนวิธีทำงานทั้ง  $k$  ขั้นตอน เท่ากับ  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_4 \times \dots \times n_k$  วิธี

**กฎการบวก** ในการทำงานมีวิธีในการทำงานได้  $k$  แบบ (แต่ละแบบงานเสร็จโดยไม่ต่อเนื่องกับแบบอื่น) โดยที่

แบบที่ 1 มีวิธีทำงานได้  $n_1$  วิธี

แบบที่ 2 มีวิธีทำงานได้  $n_2$  วิธี

แบบที่ 3 มีวิธีทำงานได้  $n_3$  วิธี

⋮  
⋮  
⋮

แบบที่  $k$  มีวิธีทำงานได้  $n_k$  วิธี

จำนวนวิธีทำงานทั้งหมด เท่ากับ  $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + \dots + n_k$  วิธี

**แฟกทอเรียล  $n$  (Factorial  $n$ )** เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล  $n$  หมายถึงผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง  $n$  แฟกทอเรียล  $n$  เขียนแทนด้วย  $n!$

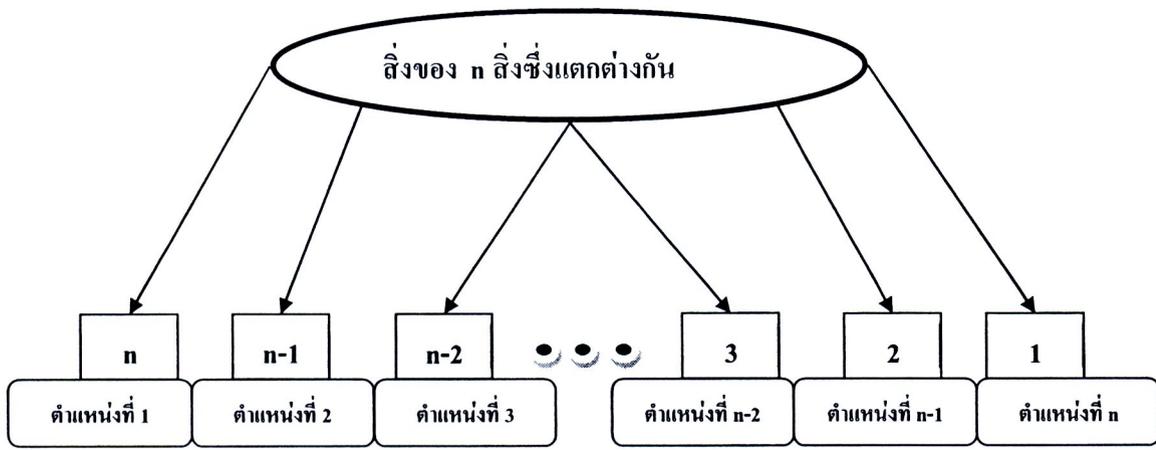
$$\begin{aligned} n! &= (n)(n-1)(n-2)\dots \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= (n)(n-1)! \end{aligned}$$

และ  $1! = 1$

$$0! = 1$$

**วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)** คือ การนำสิ่งที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง มาเรียงอันดับ โดยถืออันดับเป็นสำคัญ ซึ่งสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่งนี้อาจนำมาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ  $n$  สิ่ง หรือ  $r$  สิ่ง ( $r < n$ )

วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง หมายถึง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ  $n$  สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดมาจัดเรียงกันในที่  $n$  ที่ โดยถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสำคัญ



มีขั้นตอนการกระทำ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกสิ่งของ  $n$  สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่ 1 ทำได้  $n$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกสิ่งของ  $(n-1)$  สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่ 2 ทำได้  $(n-1)$  วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกสิ่งของ  $(n-2)$  สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่ 3 ทำได้  $(n-2)$  วิธี

.

.

ขั้นตอนที่  $(n-2)$  เลือกสิ่งของ 3 สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่  $(n-2)$  ทำได้ 3 วิธี

ขั้นตอนที่  $(n-1)$  เลือกสิ่งของ 2 สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่  $(n-1)$  ทำได้ 2 วิธี

ขั้นตอนที่  $n$  เลือกสิ่งของ 1 สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่  $n$  ทำได้ 1 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ  $n$  สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรงเท่ากับ

$$(n) \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = n! \text{ วิธี}$$

### 3. สื่อการเรียนรู้

- ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง
- ใบงานที่ 1

#### 4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

##### คาบที่ 1

##### ขั้นนำ

ผู้สอนสนทนากับนักเรียนถึงเรื่องที่จะเรียนในชั่วโมงเรียน เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง ในคาบแรกนี้ผู้สอนจะทบทวนทฤษฎีบทเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ และ แฟกทอเรียล ประกอบไปด้วย กฎการบวก กฎการคูณ และแฟกทอเรียล และผู้สอนอธิบายว่า ทฤษฎีบทเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ และ แฟกทอเรียล มีความสำคัญ และนำมาใช้ประโยชน์ได้อย่างไร ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยผู้สอนแนะนำกลวิธี STAR ในการสอน และขั้นตอนย่อยของกลวิธี STAR ทั้ง 4 ขั้นตอน ซึ่งจะช่วยนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา และให้นักเรียนจดจำขั้นตอนย่อยของกลวิธี STAR โดยการอ่านออกเสียง จากนั้นผู้สอนสนทนากับนักเรียนถึงปัญหาต่างๆ ที่พบในชีวิตประจำวัน ที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ และ แฟกทอเรียล หลังจากนั้นผู้สอนยกปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดไว้ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา

##### ขั้นสอน

1. ผู้สอนแจกใบความรู้ที่ 1 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง อธิบายถึงเรื่อง ทฤษฎีบทเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ และ แฟกทอเรียล ให้นักเรียนอ่านพร้อมกับช่วยกัน วิเคราะห์ถึงเนื้อหาสาระสำคัญ พร้อมทั้งช่วยกันเขียนข้อสงสัย ลงไปในใบความรู้เพื่อถามผู้สอนในห้อง และให้ผู้สอนอธิบายในส่วนที่ไม่เข้าใจ หลังจากนั้นผู้สอนยกปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดไว้ ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาคำถามที่ 4

2. ผู้สอนนำเสนอสถานการณ์ปัญหาตัวอย่างที่ 4 และ ผู้สอนชี้แนะขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้

**สถานการณ์ปัญหาที่ 4** นักเรียนมีเสื้อที่ขอบใส่ 3 ตัว และกางเกงตัวโปรด 2 ตัว นักเรียนจะมีวิธีใส่เสื้อ และกางเกงได้กี่วิธี

##### ขั้นที่ 1 S (Search the Word Problem)

รู้ข้อเท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา

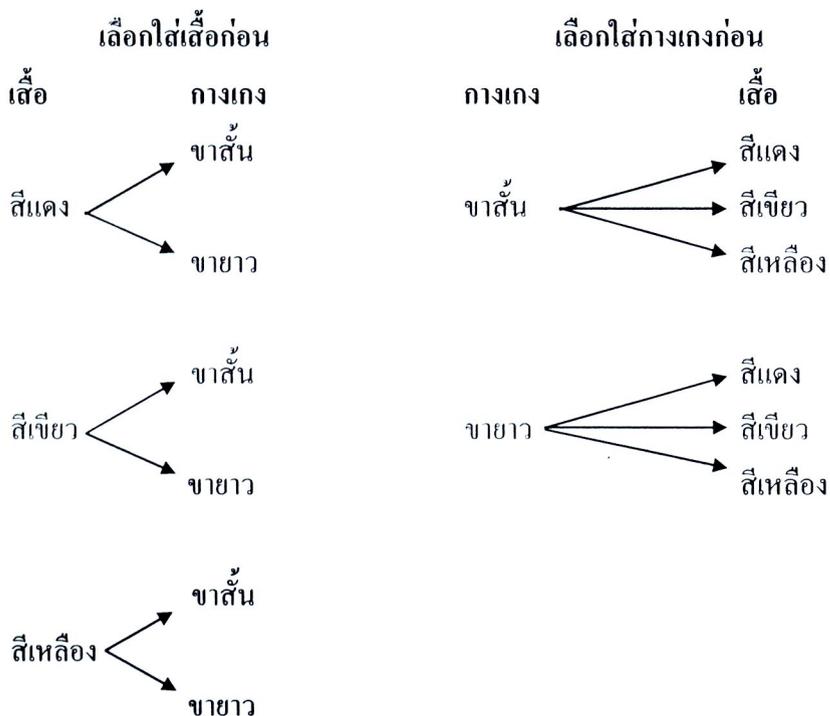
ตอบ เสื้อ 3 ตัว และกางเกง 2 ตัว

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

ตอบ หาจำนวนวิธีใส่เสื้อ และกางเกงได้กี่วิธี

##### ขั้นที่ 2 T (Translate the Problem)

เป็นขั้นของการแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใน โจทย์ปัญหาในแบบรูปภาพหรือสูตรทางคณิตศาสตร์ โดยครู แนะนำ นักเรียนแปลงข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดให้ โดยเลือกการวาดรูปหรือเขียนแผนภาพ (สื่อที่เป็นตัวแทนวัตถุจริง (Semiconcrete))



### ขั้นที่ 3 A (Answer the Problem)

เป็นขั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในขั้นนี้นักเรียนจะต้องหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องของโจทย์ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนสังเกตว่าถ้าเรามองเป็นเซตของเสื้อ และเซตของกางเกง แล้วนักเรียนเขียนออกมาในรูปของความสัมพันธ์ความสัมพันธ์ โดยให้ A แทน เซตของเสื้อ และ B แทน เซตของกางเกง จะได้

ผลคูณคาร์ทีเซียน  $A \times B = \{(\text{แดง}, \text{ขาสั้น}), (\text{แดง}, \text{ขายาว}), (\text{เขียว}, \text{ขาสั้น}), (\text{เขียว}, \text{ขายาว}),$   
 $(\text{เหลือง}, \text{ขาสั้น}), (\text{เหลือง}, \text{ขายาว})\}$

ผลคูณคาร์ทีเซียน  $B \times A = \{(\text{ขาสั้น}, \text{แดง}), (\text{ขาสั้น}, \text{เขียว}), (\text{ขาสั้น}, \text{เหลือง}), (\text{ขายาว}, \text{แดง}),$   
 $(\text{ขายาว}, \text{เขียว}), (\text{ขายาว}, \text{เหลือง})\}$

จากนั้นให้นักเรียนนับจำนวนสมาชิกของเซตของความสัมพันธ์ข้างต้น ได้เท่ากับ 6

และให้นักเรียนอธิบายว่าเลข 6 สัมพันธ์กับเซต A และเซต B อย่างไร (เกิดจากจำนวนสมาชิกในเซตของเสื้อ และเซตของกางเกงคูณกัน ดังนั้นจะมีวิธีใส่เสื้อและกางเกงทั้งหมด  $= 3 \times 2 = 6$  วิธี)

### ขั้นที่ 4 R (Review the Solution)

เป็นขั้นทบทวนคำตอบ นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า

“คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่”

**ตอบ** คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลจากขั้นตอนการแปลงข้อมูลอยู่ในรูปภาพและเขียนแผนภาพต้นไม้จากนั้นตรวจสอบคำตอบว่าสอดคล้องทั้งวิธีการอธิบายโดยใช้ความรู้เรื่องเซตและการใช้สูตรในการคำนวณ

3. เมื่อผู้สอนนำเสนอสถานการณ์ปัญหาตัวอย่างที่ 4 เสร็จแล้ว ครูผู้สอนให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน และให้นักเรียนสรุปกฎเกณฑ์การนับเบื้องต้น และ กฎการคูณ จากนั้นผู้สอนให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างสถานการณ์ของปัญหาที่ 5 พร้อมทั้งช่วยกันเขียนข้อสงสัย ลงไปในใบความรู้เพื่อถามผู้สอนในห้อง

4. ผู้สอนให้นักเรียนศึกษากฎการบวกจากใบความรู้ จากนั้นครูผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาที่ 6 และ ผู้สอนชี้แนะขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้

สถานการณ์ปัญหาที่ 6 หนังสือกองหนึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์แตกต่างกัน 5 เล่ม หนังสือเคมีที่แตกต่างกัน 4 เล่ม และหนังสือภาษาไทยแตกต่างกัน 3 เล่ม จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบหนังสือ 1 เล่มจากหนังสือกองนี้

#### ขั้นที่ 1 S (Search the Word Problem)

รู้ข้อเท็จจริงอะไรบ้างจากโจทย์ปัญหา

ตอบ มีหนังสือ 1 กอง ประกอบด้วย หนังสือคณิตศาสตร์แตกต่างกัน 5 เล่ม หนังสือเคมีที่แตกต่างกัน 4 เล่ม และหนังสือภาษาไทยแตกต่างกัน 3 เล่ม

โจทย์ต้องการให้หาอะไร

ตอบ จำนวนวิธีที่จะหยิบหนังสือ 1 เล่มจากหนังสือกองนี้

#### ขั้นที่ 2 T (Translate the Problem)

เป็นขั้นของการแปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาในแบบรูปภาพหรือสูตรทางคณิตศาสตร์ โดยครูแนะนำ นักเรียนแปลงข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดให้ โดยเลือกการใช้สถานการณ์จำลองโดยการใช้วัตถุจริง (Concrete) โดยการให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน ให้นักเรียนหยิบหนังสือคณิตศาสตร์ 5 เล่ม หนังสือเคมี 4 เล่ม และหนังสือภาษาไทย 3 เล่ม และทำสัญลักษณ์บนหนังสือให้แตกต่างกัน แล้วเอามากองรวมกัน จากนั้นให้นักเรียนหยิบหนังสือ 1 เล่มจากหนังสือออกจากกองนี้

#### ขั้นที่ 3 A (Answer the Problem)

เป็นขั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาในขั้นนี้นักเรียนจะต้องหาคำตอบที่เหมาะสมและถูกต้องของโจทย์ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนสังเกตว่า การหยิบหนังสือหนึ่งเล่ม จากกองหนังสือนี้มีวิธีการ 3 วิธี คือหยิบหนังสือคณิตศาสตร์หรือหยิบหนังสือเคมีหรือหยิบหนังสือภาษาไทย เนื่องจาก

การหยิบหนังสือคณิตศาสตร์มีวิธีหยิบ 5 วิธี

การหยิบหนังสือเคมีมีวิธีหยิบ 4 วิธี

การหยิบหนังสือ ภาษาไทยมีวิธีหยิบ 3 วิธี

ดังนั้น วิธีหยิบหนังสือ 1 เล่มจากหนังสือกองนี้มีทั้งหมด  $5+4+3=12$  วิธี

#### ขั้นที่ 4 R (Review the Solution)

เป็นขั้นทบทวนคำตอบ นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหาซ้ำอีกครั้ง แล้วถามคำถามต่อตนเองว่า

“คำตอบที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่”

โดยการสุ่มนักเรียนมา 1 กลุ่มให้ตัวแทนนำเสนอผลการแก้ปัญหา (5 นาที) โดยนำเสนอตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ในขณะที่กลุ่มนักเรียนไม่ถูกสุ่ม ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของแนวคิด เสนอแนวคิดเพิ่มเติม และนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไป จากกลุ่มที่นำเสนอ (ถ้ามี)

5. เมื่อผู้สอนนำเสนอสถานการณ์ปัญหาตัวอย่างที่ 6 เสร็จแล้ว ครูผู้สอนให้นักเรียนอภิปรายร่วมกัน และให้นักเรียนสรุปกฎเกณฑ์การนับเบื้องต้น และ กฎการบวก จากนั้นผู้สอนให้นักเรียนเขียนข้อสงสัย ลงไปในใบความรู้เพื่อถามผู้สอนในห้อง

6. ผู้สอนให้นักเรียนอ่านทำความเข้าใจ และให้นักเรียนอภิปรายร่วมกันและให้นักเรียนสรุปความหมายหรือนิยามของแฟคทอเรียล  $n$  จากนั้นครูผู้สอนสอบถามความเข้าใจในนิยามตัวอย่างเช่น นักเรียนคิดว่า  $0!$  มีค่าเป็นเท่าไร จากแนวคิด  $n! = n(n-1)!$

$n! = n(n-1)!$  แทนค่า  $n = 1$  จะได้  $1! = 1 \times 1(1-1)! = 1 \times 0!$  เนื่องจาก 1 เป็นเอกลักษณ์การคูณ ดังนั้น

$$1 \cdot 0! = 0! \quad \text{ดังนั้น } 1! = 0! \text{ และ } 1! = 1 \text{ แล้ว } 0! = 1$$

จากนั้นครูผู้สอนยกตัวอย่างในการคำนวณ จากนั้นให้นักเรียนฝึกทักษะในการคำนวณโดยสุ่มนักเรียนให้ออกมาแก้ปัญหาตัวอย่างหน้าชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนสามารถใช้และคำนวณเกี่ยวกับสัญลักษณ์แฟคทอเรียลได้ และสามารถเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปแฟคทอเรียลให้อยู่ในรูปที่ไม่มีแฟคทอเรียลได้ ตัวอย่างที่ 7 จงหาค่าของ

$$\frac{10!}{7!}, \quad \frac{(n-2)!}{n!}, \quad \frac{5!8!}{3!}, \quad \frac{20!18!}{21!15!}, \quad \frac{(n+1)!}{(n-1)!}, \quad \frac{(n-1)!(n+2)!}{n!(n-2)!}$$

วิธีทำ ( ใช้แนวคิด  $n! = n(n-1)!$  )

$$\frac{10!}{7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times 9 \times 8$$

$$\frac{(n-2)!}{n!} = \frac{(n-2)!}{n \times (n-1) \times (n-2)!} = \frac{1}{n \times (n-1)}$$

$$\frac{5!8!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} (8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 5 \times 4 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\frac{20!18!}{21!15!} = \frac{20!}{21 \times 20!} \times \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15!} = \frac{18 \times 17 \times 16}{21}$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1) \times n \times (n-1)!}{(n-1)!} = (n+1) \times n = n^2 + n$$

$$\frac{(n-1)!(n+2)!}{n!(n-2)!} = \frac{(n-1) \times (n-2)! \times (n+2) \times (n+1) \times n!}{n! \times (n-2)!} = (n-1)(n+2)(n+1) = (n^2-1)(n+2)$$

7. ครูให้แบบฝึกหัดที่นักเรียนต้องหาคำตอบด้วยตัวเองไม่มีคำแนะนำ ครูให้นักเรียนคิดด้วยตัวเอง  
ขั้นสรุป
8. ผู้สอนและนักเรียนร่วมกันสรุปกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ และ แฟกทอเรียล
9. ผู้สอนสรุปขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR

## คาบที่ 2

### ขั้นนำ

ผู้สอนสนทนากับนักเรียนเรื่องกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ และ แฟกทอเรียล จากนั้นผู้สอนกล่าวโดยสรุปอีกครั้ง ผู้สอนนำเข้าสู่เรื่องที่จะเรียนในชั่วโมงเรียน โดยจะเรียนเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง ผู้สอนแนะนำกลวิธี STAR ในการสอน และขั้นตอนย่อยของกลวิธี STAR ทั้ง 4 ขั้นตอน ซึ่งจะช่วยนักเรียนในการแก้โจทย์ปัญหา และให้นักเรียนจดจำขั้นตอนย่อยของกลวิธี STAR โดยการอ่านออกเสียง จากนั้นผู้สอนสนทนากับนักเรียนถึงปัญหาต่าง ๆ ที่พบในชีวิตประจำวันเกี่ยวกับ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง

### ขั้นสอน

1. จากใบความรู้ที่ 1 เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง ผู้สอนให้ความหมายและลักษณะของวิธีเรียงสับเปลี่ยนพร้อมทั้งยกตัวอย่างที่ 8 ให้นักเรียนพิจารณาอันดับของตัวอักษรจากการเรียงสับเปลี่ยนแล้วสุ่มนักเรียนอธิบาย และตัวอย่างที่ 9 วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง สิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่งนี้อาจนำมาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ  $n$  สิ่ง หรือ  $r$  สิ่ง ( $r < n$ ) ให้นักเรียนพิจารณาและอธิบายความสัมพันธ์อันดับของการจัดเรียง
2. ผู้สอนเฉลยคำตอบที่ถูกต้องและอธิบายเพิ่มเติมว่าเราสามารถหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ  $n$  สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรงเท่ากับ  $n!$  วิธี
3. จากตัวอย่างที่ 10 ผู้สอนให้นักเรียนประยุกต์ใช้วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรงแก้โจทย์ที่มีเงื่อนไข ครูให้คำแนะนำเพิ่มเติมว่า นักเรียนสามารถนำกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ ได้แก่ หลักการบวก และหลักการคูณ มาช่วยในการแก้โจทย์ที่มีเงื่อนไขได้
4. ผู้สอนชี้แนะขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้ ขั้นที่ 1 อ่านวิเคราะห์ โจทย์ปัญหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ และ โจทย์ต้องการหาอะไร ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ใน โจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสูตรทางคณิตศาสตร์ โดยเลือกสูตรทางคณิตศาสตร์ให้

ถูกต้องสอดคล้องกับโจทย์ปัญหา ชั้นที่ 3 หากคำตอบของโจทย์ปัญหา ชั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบว่าคำตอบที่ได้

5. ผู้สอนยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาตัวอย่างที่ 11 โดยใช้กลวิธี STAR ในการแก้โจทย์ปัญหา โดยผู้สอนเป็นผู้ให้คำแนะนำในการแก้โจทย์ปัญหา

สถานการณ์ปัญหาที่ 11 มีผู้ชาย 6 คนและผู้หญิง 6 คน ต้องการนำคนทั้งหมดไปนั่งเรียงแถว จะมีวิธีจัดการนั่งได้ทั้งหมดกี่วิธี

11.1 ชายกับหญิงนั่งสลับกันทีละ 1 คน

11.2 ชายกับหญิงนั่งสลับกันทีละ 2 คน

11.3 ชายกับหญิงนั่งสลับกันทีละ 3 คน

**ขั้นที่ 1 ศึกษาโจทย์ปัญหา**

ให้นักเรียนทุกคนอ่านทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน ค้นหาว่าโจทย์ปัญหา กำหนดอะไรมาให้บ้าง และโจทย์ต้องการให้หาอะไร (ใบงานที่ 1 โจทย์กำหนดว่า มีผู้ชาย 6 คนและผู้หญิง 6 คนและ โจทย์ต้องการ 1. ชายกับหญิงนั่งสลับกันทีละ 1 คน 2. ชายกับหญิงนั่งสลับกันทีละ 2 คน 3. ชายกับหญิงนั่งสลับกันทีละ 3 คน)

**ขั้นที่ 2 แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพ หรือสูตรทางคณิตศาสตร์**

นักเรียนแปลงข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดให้ โดยเลือกวิธีการค้นหาคำตอบดังนี้ ผู้สอนสุ่มเลือกนักเรียนมา 12 คน ประกอบด้วย ชาย 6 คน และ หญิง 6 คน (สื่อที่เป็นวัตถุจริง (Concrete)) จากนั้นให้นักเรียนยืนเข้าแถวเป็นเส้นตรงแล้วทำการสลับที่ตำแหน่งการยืนตามเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนด โดยให้นักเรียนที่เหลือที่ไม่ได้ถูกคัดเลือกสังเกตการสับเปลี่ยนและจดบันทึกจำนวนวิธี

**ขั้นที่ 3 หากคำตอบของโจทย์ปัญหา**

ดำเนินการแก้ปัญหาตามที่ได้วางแผนไว้ แสดงวิธีการหาคำตอบ

1) เพศเดียวกันนั่งติดกัน

ขั้นที่ 1 จัดกลุ่มเพศ	จะจัดได้	=	2!	วิธี
ขั้นที่ 2 กลุ่มชาย 3 คน	จะจัดได้	=	3!	วิธี
ขั้นที่ 3 กลุ่มหญิง 2 คน	จะจัดได้	=	2!	วิธี
ดังนั้น จะมีวิธีจัดให้เพศเดียวกันนั่งติดกันได้ทั้งหมด		=	2!3!2!	วิธี
		=	24	วิธี

2) หญิง 2 คนนั่งติดกัน

ขั้นที่ 1 จัดกลุ่ม	จะจัดได้	=	4!	วิธี
ขั้นที่ 2 กลุ่มหญิง 2 คน	จะจัดได้	=	2!	วิธี
ดังนั้น จะมีวิธีจัดหญิง 2 คนนั่งติดกันนั่งติดกันได้ทั้งหมด		=	4!2!	วิธี
		=	48	วิธี

3) ชาย 3 คนนั่งติดกัน				
ชั้นที่ 1 จัดกลุ่ม	จะจัดได้	=	3!	วิธี
ชั้นที่ 2 กลุ่มชาย 3 คน	จะจัดได้	=	3!	วิธี
ดังนั้น จะมีวิธีจัดชาย 3 คนนั่งติดกันนั่งติดกันได้ทั้งหมด		=	3!3!	วิธี
		=	36	วิธี

#### ชั้นที่ 4 ทบทวนคำตอบ

ให้นักเรียนทบทวนคำตอบโดยการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าสอดคล้องกับเงื่อนไขของโจทย์หรือไม่ ตรวจสอบ โดยการสุ่มนักเรียนที่เหลือนำมา 1 คนที่ไม่ได้ถูกเลือกในชั้นศึกษาโจทย์ปัญหา เป็นตัวแทน นำเสนอผลการแก้ปัญหา (5 นาที) โดยนำเสนอตามขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ในขณะที่กลุ่มนักเรียนไม่ถูกสุ่ม ช่วยกันตรวจสอบความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของแนวคิด เสนอแนวคิดเพิ่มเติม และนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างออกไปจากกลุ่มที่นำเสนอ (ถ้ามี)

6. จากนั้นครูผู้สอนประเมินผลนักเรียน โดยให้นักเรียนทำใบงานที่ 1 ซึ่งนักเรียนต้องหาคำตอบด้วยตัวเองไม่มีคำแนะนำ ครูให้นักเรียนคิดด้วยตัวเอง จากนั้นครูผู้สอนประเมินผลโดยนำเสนอผลงานของนักเรียนสุ่มถามนักเรียนว่ามีใครที่มีวิธีการแก้ปัญหาที่ต่างจากที่เพื่อนนำเสนอไปแล้วแล้วให้นักเรียนที่มีวิธีการแก้ปัญหาลำบากจากคนอื่นนำเสนอให้เพื่อนฟัง โดยครูร่วมแสดงความคิดเห็น แล้วให้นักเรียนร่วมกันสรุปว่าสามารถแก้ปัญหาได้กี่วิธี วิธีใดเหมาะสมมากที่สุด เพราะเหตุใด

#### ขั้นสรุป

7. ผู้สอนและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง โดยใช้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ดังนี้

- 1) อ่านวิเคราะห์โจทย์ปัญหาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ต้องการหาอะไร
- 2) แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์
- 3) หาคำตอบของโจทย์ปัญหา
- 4) ทบทวนคำตอบ

#### 5. การวัดและการประเมินผล

สังเกตพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และสังเกตการอภิปรายขั้นตอนการแก้ปัญหา การหาคำตอบของปัญหาจากการนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนของตัวแทนกลุ่มประเมินผลความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการตรวจสอบผล โดยให้เหตุผลถูกต้อง จากใบงานงานที่ 1

#### 6. เกณฑ์การประเมินผล

ด้านความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ดังนี้

ส่วนที่ 1 ประกอบด้วยโจทย์ปัญหา และคำถามเพื่อให้นักเรียนสามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ มีคะแนนเต็ม 2 คะแนน เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ในกรณีไม่ได้ตอบคำถามหรือตอบผิดหมดในตอนนั้น

ให้ 1 คะแนน ในกรณีที่ตอบคำถามได้บ้างหรือตอบได้ครึ่งหนึ่งของตอนนั้น

ให้ 2 คะแนน ในกรณีตอบถูกหมด

ส่วนที่ 2 ประกอบด้วยการแสดงวิธีทำเพื่อคิดหาคำตอบซึ่งจะมีวิธีการในการหาคำตอบได้หลายวิธี มีคะแนนเต็ม 6 คะแนน เกณฑ์การตรวจให้คะแนนมี 3 ลักษณะ คือ

ให้ 0 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 3 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องบางส่วนไม่ว่าจะทำวิธีใดก็ตาม

ให้ 6 คะแนน ถ้าแสดงวิธีทำถูกต้องครบถ้วนอย่างน้อย 1 วิธี หรืออาจจะทำวิธีอื่นและทำได้ถูกต้อง

ส่วนที่ 3 ประกอบด้วยการสร้างคำตอบมีคะแนนเต็ม 2 คะแนน

ให้ 0 คะแนน ถ้าตอบผิดหรือไม่ตอบเลย

ให้ 2 คะแนน ถ้าตอบถูกต้องครบถ้วน

**7. บันทึกหลังการสอน**

1. ผลการจัดกิจกรรม

.....  
.....

2. ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....

3. ข้อเสนอแนะ/ วิธีแก้ไข

.....  
.....

## ใบงานที่ 1

ชื่อ..... ชั้น..... เลขที่.....

ชาย 3 คน หญิง 2 คน ต้องการจัดคนทั้งหมดนั่งเก้าอี้เรียงแถว 5 ตัว จะมีวิธีจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- 1) เพศเดียวกันนั่งติดกัน
- 2) หญิง 2 คนนั่งติดกัน
- 3) ชาย 3 คนนั่งติดกัน

<p>คำถามในแต่ละขั้นตอน</p> <p><b>S :</b> ศึกษาโจทย์ปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- อ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดถี่ถ้วน</li> <li>- ถามคำถามกับตัวเองว่า”รู้อะไรบ้าง” “ต้องการหาอะไร”</li> <li>- เขียนข้อเท็จจริงที่ได้จากโจทย์</li> </ul> <p><b>T :</b> แปลงข้อมูลที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาไปสู่สมการในแบบรูปภาพหรือสมการทางคณิตศาสตร์</p> <p><b>A :</b> หาคำตอบของโจทย์ปัญหา</p> <p><b>R :</b> ทบทวนคำตอบ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- อ่านโจทย์ซ้ำอีกครั้ง</li> <li>- ถามตัวเองว่าคำตอบที่ได้สอดคล้องกับโจทย์หรือไม่</li> <li>- ตรวจสอบคำตอบ</li> </ul>	<p>ให้นักเรียนกาเครื่องหมาย (✓) ลงในช่องว่างเมื่อนักเรียนปฏิบัติงานเสร็จเรียบร้อยแล้ว</p> <p style="text-align: right;">(.....)</p> <p style="text-align: right;">(.....)</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100px; margin: 10px 0;"></div> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
---	--

## ใบความรู้ที่ 1

### เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ $n$ สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง

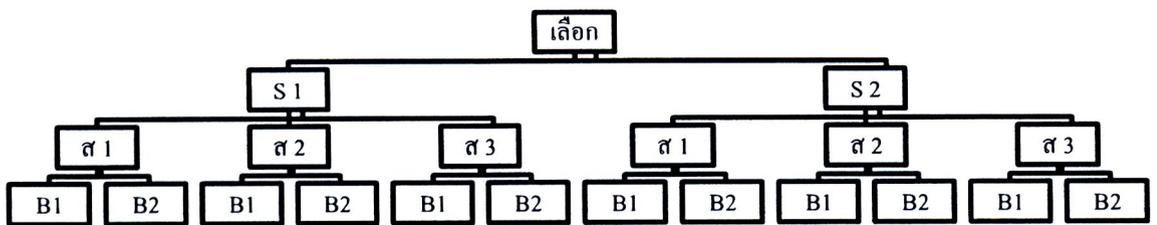
กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ ( Fundamental Principal of Counting )

ในการรวบรวมข้อมูลที่เกิดขึ้นจากการทดลองมีความจำเป็นที่จะต้องนับจำนวนสมาชิกของข้อมูลนั้น วิธีการนับจึงมีความจำเป็นที่ต้องจัดทำให้มีระบบที่ถูกต้องตามขั้นตอน

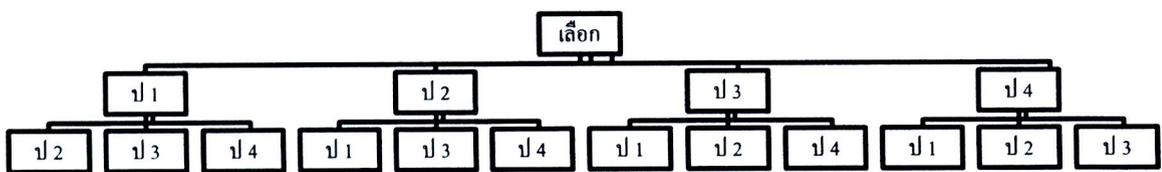
การนับจำนวนวิธีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของการเกิดเหตุการณ์บางอย่าง หรือ ผลการทดลองบางอย่าง สามารถทำได้ง่ายและรวดเร็ว โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ ซึ่งการนับจำนวนวิธีต่าง ๆ อาจทำได้โดยใช้แผนภาพต้นไม้ (Tree Diagram) ซึ่งมี 2 แบบ คือ

#### 1. แผนภาพต้นไม้ที่เป็นระเบียบ

ตัวอย่างที่ 1 นักเรียนมีกระโปรง 2 ตัว เสื้อ 3 ตัว และ กระเป๋า 2 ใบ นักเรียนมีวิธีการแต่งกายได้กี่วิธี

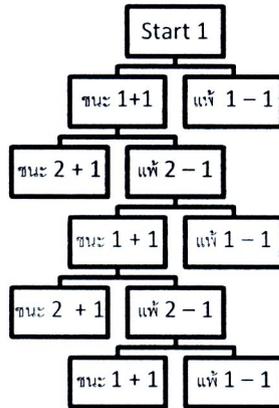


ตัวอย่างที่ 2 สนามกีฬาแห่งหนึ่งมี 4 ประตู ถ้าจะเข้าไปในสนามกีฬานี้แล้วออกมา โดยเข้าและออกไม่ใช้ประตูเดิมได้กี่วิธี



#### 2. แผนภาพต้นไม้อย่างไม่เป็นระเบียบ

ตัวอย่างที่ 3 ในการเล่นเกมครั้งหนึ่ง เล่นไม่เกิน 5 ครั้ง แดงมีเงิน 1 บาท เมื่อเริ่มเล่น และจะเลิกเล่นเมื่อมีกำไร 2 บาท หรือ เงินหมด แดงจะเล่นได้กี่วิธี ซึ่งกติกา ในการเล่นเกมคือ ถ้าชนะจะได้ เงิน 1 บาท และถ้าแพ้จะเสียเงิน 1 บาท



กฎการคูณ

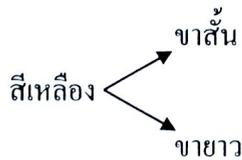
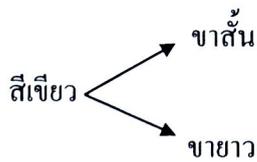
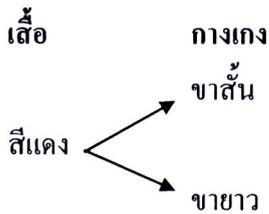
ในการทำงานอย่างหนึ่งจะทำงานเสร็จมี  $k$  ขั้นตอน ซึ่งต่อเนื่องกันโดยที่ ขั้นตอนที่  $n$  หนึ่ง มีวิธีทำงานได้  $n_1$  วิธี แต่ละวิธีของขั้นตอนที่  $n$  หนึ่ง ทำขั้นตอนที่สองได้  $n_2$  วิธี แต่ละวิธีของขั้นตอนที่สองทำขั้นตอนที่สามได้  $n_3$  วิธี แต่ละวิธีของขั้นตอนที่สามทำขั้นตอนที่สี่ได้  $n_4$  วิธี แต่ละวิธีของขั้นตอนที่  $k-1$  ทำขั้นตอนที่  $k$  ได้  $n_k$  วิธี

จำนวนวิธีทำงานทั้ง  $k$  ขั้นตอน เท่ากับ  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_4 \times \dots \times n_k$  วิธี

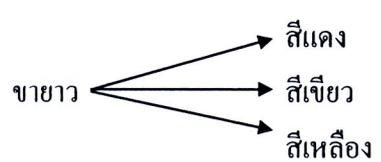
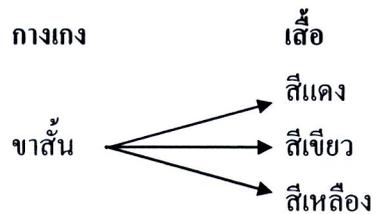
ตัวอย่างที่ 4 นักเรียนมีเสื้อที่ชอบใส่ 3 ตัว และกางเกงตัวโปรด 2 ตัว นักเรียนจะมีวิธีใส่เสื้อ และกางเกงได้กี่วิธี

วิธีทำ

เลือกใส่เสื้อก่อน



เลือกใส่กางเกงก่อน



สังเกตว่าถ้าเรามองเป็นเซตของเสื้อ และเซตของกางเกง แล้วนักเรียนเขียนออกมาในรูปของความสัมพันธ์ โดยให้ A แทน เซตของเสื้อ และ B แทน เซตของกางเกง จะได้

ผลคูณคาร์ทีเซียน  $A \times B = \{(\text{แดง, ขาสั้น}), (\text{แดง, ขายาว}), (\text{เขียว, ขาสั้น}), (\text{เขียว, ขายาว}),$   
 $(\text{เหลือง, ขาสั้น}), (\text{เหลือง, ขายาว})\}$

ผลคูณคาร์ทีเซียน  $B \times A = \{(\text{ขาสั้น, แดง}), (\text{ขาสั้น, เขียว}), (\text{ขาสั้น, เหลือง}), (\text{ขายาว, แดง}),$   
 $(\text{ขายาว, เขียว}), (\text{ขายาว, เหลือง})\}$

จากนั้นให้นักเรียนนับจำนวนสมาชิกของเซตของความสัมพันธ์ข้างต้น ได้เท่ากับ 6

และให้นักเรียนอธิบายว่าเลข 6 สัมพันธ์กับเซต A และเซต B อย่างไร (เกิดจากจำนวนสมาชิกในเซตของเสื้อ และเซตของกางเกงคูณกัน ดังนั้นจะมีวิธีใส่เสื้อและกางเกงทั้งหมด  $= 3 \times 2 = 6$  วิธี)

ตัวอย่างที่ 5 แดงมีเสื้อ 6 ตัว กางเกง 4 ตัว เขาจะสามารถแต่งตัวเป็นชุดต่าง ๆ ได้กี่ชุด

วิธีทำ ในการแต่งตัวมี 2 ขั้นตอนคือ

ขั้นตอนที่ 1 เลือกเสื้อได้ 6 วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกกางเกงได้ 4 วิธี

ดังนั้น วิธีแต่งตัวเป็นชุดต่าง ๆ ได้ทั้งหมด  $6 \times 4 = 24$  วิธี

### กฎการบวก

ในการทำงานมีวิธีในการทำงานได้ k แบบ (แต่ละแบบงานเสร็จโดยไม่ต่อเนื่องกับแบบอื่น) โดยที่

แบบที่ 1 มีวิธีทำงานได้  $n_1$  วิธี

แบบที่ 2 มีวิธีทำงานได้  $n_2$  วิธี

แบบที่ 3 มีวิธีทำงานได้  $n_3$  วิธี

...

...

...

แบบที่ k มีวิธีทำงานได้  $n_k$  วิธี

จำนวนวิธีทำงานทั้งหมด เท่ากับ  $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 + \dots + n_k$  วิธี

ตัวอย่างที่ 6 หนังสือกองหนึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์แตกต่างกัน 5 เล่ม หนังสือเคมีที่แตกต่างกัน 4 เล่ม และหนังสือภาษาไทยแตกต่างกัน 3 เล่ม จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบหนังสือ 1 เล่มจากหนังสือกองนี้

วิธีทำ การหยิบหนังสือหนึ่งเล่ม จากกองหนังสือนี้มีวิธีการ 3 วิธี คือหยิบหนังสือคณิตศาสตร์หรือ

หยิบหนังสือเคมีหรือหยิบหนังสือภาษาไทย เนื่องจาก

การหยิบหนังสือคณิตศาสตร์มีวิธีหยิบ 5 วิธี

การหยิบหนังสือเคมีมีวิธีหยิบ 4 วิธี

การหยิบหนังสือภาษาไทยมีวิธีหยิบ 3 วิธี

ดังนั้น วิธีหยิบหนังสือ 1 เล่มจากหนังสือกองนี้มีทั้งหมด  $5 + 4 + 3 = 12$  วิธี

**แฟกทอเรียล n (Factorial n)** เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล n หมายถึงผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n แฟกทอเรียล n เขียนแทนด้วย  $n!$

$$\text{จากบทนิยาม} \quad n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$$

$$\text{หรือ} \quad n! = (n) \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$(n-r)! = (n-r) \times (n-r-1) \times (n-r-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\text{หรือ} \quad n! = n \times (n-1)!$$

ดังนั้น เมื่อ  $n = 0$  จะได้ว่า  $0! = 1$

ตัวอย่างที่ 7 จงหาค่าของ

$$\frac{10!}{7!}, \quad \frac{(n-2)!}{n!}, \quad \frac{5!8!}{3!}, \quad \frac{20!18!}{21!15!}, \quad \frac{(n+1)!}{(n-1)!}, \quad \frac{(n-1)!(n+2)!}{n!(n-2)!}$$

วิธีทำ (ใช้แนวคิด  $n! = n(n-1)!$ )

$$\frac{10!}{7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times 9 \times 8$$

$$\frac{(n-2)!}{n!} = \frac{(n-2)!}{n \times (n-1) \times (n-2)!} = \frac{1}{n \times (n-1)}$$

$$\frac{5!8!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} (8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 5 \times 4 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$\frac{20!18!}{21!15!} = \frac{20!}{21 \times 20!} \times \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15!} = \frac{18 \times 17 \times 16}{21}$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1) \times n \times (n-1)!}{(n-1)!} = (n+1) \times n = n^2 + n$$

$$\frac{(n-1)!(n+2)!}{n!(n-2)!} = \frac{(n-1) \times (n-2)! \times (n+2) \times (n+1) \times n!}{n! \times (n-2)!} = (n-1)(n+2)(n+1) = (n^2-1)(n+2)$$

**วิธีเรียงสับเปลี่ยน (Permutation)** คือ การนำสิ่งที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่ง มาเรียงอันดับ โดยถืออันดับเป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งสิ่งของที่แตกต่างกัน  $n$  สิ่งนี้อาจนำมาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ  $n$  สิ่ง หรือ  $r$  สิ่ง ( $r < n$ ) เช่น

ตัวอย่างที่ 8 การนำตัวอักษร 3 ตัว ซึ่งแตกต่างกัน คือ A,B และ C มาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 3 ตัวจะเรียงสับเปลี่ยนได้ดังนี้ ABC ACB BCA BAC CAB CBA ซึ่งจัดเรียงได้ 6 วิธี ซึ่งจะเห็นว่าการเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษรทั้งสามเน้นอันดับของตัวอักษรเป็นหลัก ซึ่งจะเห็นว่า ABC กับ ACB เรียงอันดับต่างกัน หรือจากตัวอักษร A,B และ C ถ้านำมาเรียงสับเปลี่ยนคราวละ 2 ตัวอักษร จะเรียงสับเปลี่ยนได้ดังนี้ AB AC BA BC CA CB ซึ่งเรียงสับเปลี่ยนได้ 6 วิธี วิธีเรียงสับเปลี่ยนมี 2 ลักษณะ คือ

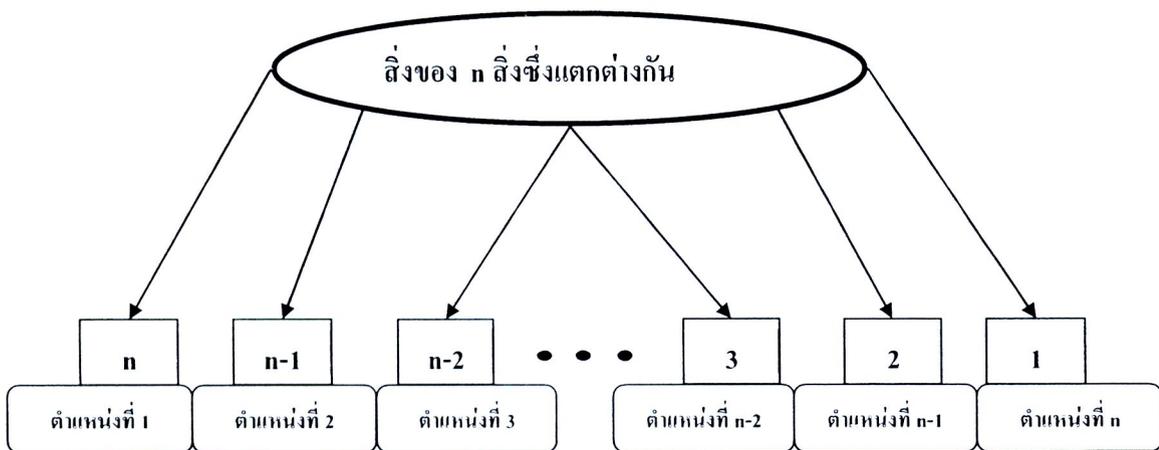
1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นหรือแนวเส้นตรง
2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมหรือแนววงกลม

**วิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ  $n$  สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรง** หมายถึง วิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ  $n$  สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดมาจัดเรียงกันในที่  $n$  ที่ โดยถือตำแหน่งหรือลำดับก่อนหลังเป็นสิ่งสำคัญ

ตัวอย่างที่ 9 ถ้าจะจัดคน 5 คนมานั่งบนม้านั่ง 5 ตัวซึ่งวางเรียงเป็นแนวตรงจะจัดได้กี่วิธี

<u>วิธีทำ</u>	ม้านั่งตัวที่ 1 จะจัดคนมานั่งได้	5	วิธี
	ม้านั่งตัวที่ 2 จะจัดคนมานั่งได้	4	วิธี
	ม้านั่งตัวที่ 3 จะจัดคนมานั่งได้	3	วิธี
	ม้านั่งตัวที่ 4 จะจัดคนมานั่งได้	2	วิธี
	ม้านั่งตัวที่ 5 จะจัดคนมานั่งได้	1	วิธี

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น จะจัดคนมานั่งบนม้านั่ง 5 ตัวซึ่งวางเรียงกันเป็นแนวตรงได้} &= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 && \text{วิธี} \\
 &= 5! && \text{วิธี} \\
 &= 120 && \text{วิธี}
 \end{aligned}$$



มีขั้นตอนการกระทำ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 เลือกสิ่งของ  $n$  สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่ 1 ทำได้  $n$  วิธี

ขั้นตอนที่ 2 เลือกสิ่งของ  $(n-1)$  สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่ 2 ทำได้  $(n-1)$  วิธี

ขั้นตอนที่ 3 เลือกสิ่งของ  $(n-2)$  สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่ 3 ทำได้  $(n-2)$  วิธี

⋮

ขั้นตอนที่  $(n-2)$  เลือกสิ่งของ 3 สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่  $(n-2)$  ทำได้ 3 วิธี

ขั้นตอนที่  $(n-1)$  เลือกสิ่งของ 2 สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่  $(n-1)$  ทำได้ 2 วิธี

ขั้นตอนที่  $n$  เลือกสิ่งของ 1 สิ่งมาวางไว้ตรงตำแหน่งที่  $n$  ทำได้ 1 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ  $n$  สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมดในแนวเส้นตรงเท่ากับ

$$(n) \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = n! \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 10 มีผู้ชาย 5 คนและผู้หญิง 4 คน ต้องการจัดคนทั้งหมดขึ้นเรียงแถว โดยให้ชายกับหญิงยืนสลับกัน จะทำได้ทั้งหมด กี่วิธี

วิธีทำ การยืนเรียงแถวตามที่โจทย์กำหนดขึ้นได้เพียงกรณีเดียวเท่านั้น คือ ให้ผู้ชายยืนหัวแถว

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น จะได้ทั้งหมด} &= 5! \times 4! \\ &= 120 \times 24 \\ &= 2,880 \quad \text{วิธี} \end{aligned}$$







## แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มัธยมศึกษาปีที่ 6

คะแนน 30 คะแนน

เวลา 60 นาที

### คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ฉบับนี้เป็นแบบทดสอบชนิดปรนัย 4 ตัวเลือก เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ มีคำถามทั้งหมด 40 ข้อ
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในข้อที่ถูกต้องที่สุด
3. แบบทดสอบฉบับนี้มีคะแนนเต็มข้อละ 1 คะแนน ตอบถูกข้อละ 1 คะแนน ตอบผิดข้อละ 0 คะแนน
4. นักเรียนคนใดทำเสร็จก่อนเวลาที่กำหนด ให้ยกมือขึ้นเพื่อที่กรรมการจะได้เก็บแบบทดสอบก่อน
5. เมื่อหมดเวลาให้นักเรียนคว้าแบบทดสอบไว้บนโต๊ะเรียนของนักเรียน แล้วกรรมการดำเนินการจะเก็บรวบรวมแบบทดสอบ
6. ลงมือทำแบบทดสอบได้ก็ต่อเมื่อกรรมการอนุญาต และ ต้องหยุดทำเมื่อหมดเวลา
7. ไม่อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลข เข้าห้องสอบ

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

โรงเรียน.....

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียนและหลังเรียน เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

**คำสั่ง:** เลือกทำเครื่องหมาย **X** ลงในข้อที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดในกระดาษคำตอบ

1. นำธงสีต่าง ๆ 7 ผืน ในจำนวนนี้มีสีแดงกับสีน้ำเงินรวมอยู่ด้วย มาจัดประดับริมทางได้กี่วิธี ถ้าธงสีแดงต้องอยู่ริมเสมอ

- |          |          |
|----------|----------|
| 1. 720   | 2. 1,440 |
| 3. 1,600 | 4. 1,680 |

2. ครอบครัวหนึ่งประกอบด้วยพ่อแม่ และลูกอีก 3 คน ถ้าให้คนทั้งหมดมาขึ้นเรียงแถวเพื่อถ่ายรูปมีวิธีการขึ้นให้รูปถ่ายแตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

- |        |        |
|--------|--------|
| 1. 120 | 2. 160 |
| 3. 180 | 4. 200 |

3. จะสร้างเลข 2 หลัก จากตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5 ได้กี่จำนวนใช้ตัวเลขซ้ำไม่ได้

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. 17 | 2. 18 |
| 3. 19 | 4. 20 |

4. นักเรียนคนหนึ่งมีตำราวิทยาศาสตร์ 4 เล่มต่างๆ กัน คณิตศาสตร์ 3 เล่มต่างๆ กัน ภาษาอังกฤษ 2 เล่มต่างกัน และภาษาไทย 1 เล่ม เขาจะมีวิธีเรียงตำราบนชั้นได้ต่างๆ กันกี่วิธี ถ้าเขาต้องการให้ตำราเรียนในหมวดวิชาเรียนเดียวกันอยู่ติดกัน

- |          |           |
|----------|-----------|
| 1. 288   | 2. 12,600 |
| 3. 6,912 | 4. 1,728  |

5. ชาวสวนคนหนึ่งต้องการปลูกต้นไม้ 3 ชนิด เป็นแนวตรงตามเขตของที่ดิน โดยใช้ต้นสน 3 ต้น ต้นตาล 4 ต้น และต้นมะพร้าว 2 ต้น จำนวนวิธีที่เขาจะเลือกปลูกโดยใช้ต้นสนทั้งหมดอยู่ตรงกลางเป็นเท่าใด

- |               |            |
|---------------|------------|
| 1. 420 วิธี   | 2. 15 วิธี |
| 3. 4,320 วิธี | 4. 48 วิธี |

6. ถ้า  ${}^n P_4 = 18({}^{n-1} P_2)$  จงหาค่า  $n$  มีค่าเท่าไร

- |      |      |
|------|------|
| 1. 3 | 2. 4 |
| 3. 5 | 4. 6 |

7. ชาย 3 คน หญิง 2 คน โดยใน 2 คนนี้มี ค.ญ.อ้อ รวมอยู่ด้วย จะจัดแถวได้กี่แบบ ถ้า ค.ญ.อ้อ ต้องยืนหัวแถวหรือท้ายแถวเสมอ

- |       |       |
|-------|-------|
| 1. 46 | 2. 47 |
| 3. 48 | 4. 49 |

8. มีลูกแก้ว 7 ลูก ซึ่งมีสีต่างกันหมด โดยมีสีแดง สีขาว สีน้ำเงิน และสีอื่นๆ จำนวนวิธีที่จะวางเรียงลูกแก้วเป็นวงกลมโดยให้สีน้ำเงินเรียงอยู่ติดกับสีขาวและติดกับสีแดงเท่ากับข้อใด

- |        |        |
|--------|--------|
| 1. 24  | 2. 48  |
| 3. 120 | 4. 240 |

9. ในการรับประทานอาหารในร้านอาหารแห่งหนึ่ง มีชาย 6 คน และหญิง 6 คน จะจัดทั้งหมดนั่งเรียงกันบนโต๊ะกลม ถ้าชายกับหญิงนั่งสลับกันโดยให้ คู่สามี-ภรรยาคนหนึ่งนั่งติดกันด้วยจะนั่งได้กี่วิธี

- |           |           |
|-----------|-----------|
| 1. 12,080 | 2. 36,880 |
| 3. 18,890 | 4. 28,800 |

10. ครอบครัวหนึ่งมีพ่อ แม่ และลูก 4 คน นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม 6 ที่นั่ง จำนวนวิธีที่ พ่อแม่ และลูกคนโตจะต้องไม่นั่งติดกันเลย คือข้อใด

- |             |            |
|-------------|------------|
| 1. 120 วิธี | 2. 12 วิธี |
| 3. 36 วิธี  | 4. 84 วิธี |

11. ชาย 6 คน และหญิง 6 คน นั่งเรียงกันรอบโต๊ะกลม โดยให้ชาย 2 คน กับหญิง 2 คนนั่งสลับกันไป และให้ชาย-หญิง คู่สามี-ภรรยา คู่หนึ่งนั่งติดกันด้วย จะนั่งได้กี่วิธี

- |                       |  |
|-----------------------|--|
| 1. $(5!)(5!)(2)$ วิธี | 2. $(5!)(6!)\left(\frac{1}{2}\right)$ วิธี |
| 3. $(5!)(6!)$ วิธี    | 4. $(5!)(5!)$ วิธี                         |

12. มีปากกา 6 ด้าม ที่แตกต่างกัน จะมีวิธีนำปากกา 4 ด้ามจาก 6 ด้าม มาเรียงเป็นวงกลมได้ทั้งหมดกี่วิธี

- |            |             |
|------------|-------------|
| 1. 60 วิธี | 2. 72 วิธี  |
| 3. 96 วิธี | 4. 124 วิธี |

13. มีหนังสือคณิตศาสตร์ต่างกัน 3 เล่ม เคมีเหมือนกัน 4 เล่ม ฟิสิกส์ต่างกัน 5 เล่ม จัดเรียงหนังสือทั้งหมดได้กี่วิธี ถ้าวิชาเดียวกันอยู่ติดกันเสมอ

- |         |         |
|---------|---------|
| 1. 4320 | 2. 4420 |
| 3. 4560 | 4. 4826 |

14. มีวิธีเรียงลำดับอักษรจากคำ "MATHEMATICS" ซึ่งแตกต่างกันได้กี่วิธีโดยไม่คำนึงถึงความหมาย

- |  |   |
|--|---|
| 1. $11!$   | 2. $\frac{11!}{2! \times 2! \times 2!}$ |
| 3. $\frac{2 \times 11!}{2! \times 2! \times 2!}$ | 4. $\frac{11!}{2! \times 2! \times 3!}$ |

15. มีเทปทั้งหมด 7 คลิป เป็นเทปเพลงไทยสากลเหมือนกัน 3 คลิป เพลงไทยลูกทุ่งเหมือนกัน 2 คลิป เพลงภาษาอังกฤษ 1 คลิป และภาษาญี่ปุ่น 1 คลิป จำนวนวิธีการเรียงเทปทั้งหมดบนชั้นเดียวกัน โดยให้เทปเพลงภาษาอังกฤษและภาษาญี่ปุ่นติดกันเสมอมีค่าเท่ากับข้อใด

- |                    |  |
|--------------------|--|
| 1. $6!$            | 2. $\frac{6! \times 2!}{3! \times 2!}$ |
| 3. $\frac{6!}{2!}$ | 4. $\frac{6!}{3! \times 2!}$           |

16. มีผ้าเช็ดหน้าสีแดง 2 ผืน สีเหลือง 3 ผืน และสีน้ำเงิน 4 ผืน ถ้าสีผ้าเช็ดหน้าสีเดียวกันไม่แตกต่างกันจะมีวิธีเรียงผ้าเช็ดบนชั้นตู้เสื้อผ้าที่แตกต่างกันได้กี่วิธี

- |  |                              |
|--|------------------------------|
| 1. $\frac{9!}{3!}$                     | 2. $(9!)(2!)$                |
| 3. $\frac{9!}{2! \times 3! \times 4!}$ | 4. $\frac{9!}{3! \times 2!}$ |

17. มีลูกที่ 3 ยี่ห้อ ยี่ห้อ ก. มี 5 กระจบอง ยี่ห้อ ข. มี 3 กระจบอง และ ยี่ห้อ ค. มี 2 กระจบอง โดยที่ลูกที่ ยี่ห้อเดียวกันเหมือนกัน จำนวนวิธีแจกลูกที่ให้นัก 10 คน คนละหนึ่งกระจบอง เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- |               |               |
|---------------|---------------|
| 1. 144 วิธี   | 2. 252 วิธี   |
| 3. 1,440 วิธี | 4. 2,520 วิธี |

18. ถ้าต้องการแบ่งนักเรียน 9 คน ออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มหนึ่ง 4 คน อีกกลุ่มหนึ่ง 3 คน และอีกกลุ่มหนึ่ง 2 คน จะทำได้กี่วิธี

1.  $\frac{9!}{2! \times 2!}$

2.  $\frac{9!}{4! \times 3! \times 2!}$

3.  $\frac{9!}{2!}$

4.  $\frac{3 \times 9!}{2! \times 2! \times 3!}$

19. มีขนม 6 ชิ้น ต้องการแบ่งเป็น 2 กองๆ ละเท่าๆ กัน จะทำได้กี่วิธี

1.  $6!$

2.  $\frac{6!}{2!}$

3.  $\frac{6!}{3! \times 2!}$

4.  $\frac{6!}{(3! \times 3!) \times 2!}$

20. จงหาจำนวนวิธีที่จะแบ่งเหรียญ 8 เหรียญที่แตกต่างกันให้ สมชาย สมชาติ และสมเชื้อ โดยที่ สมชาย และสมชาติ ได้คนละ 2 เหรียญ สมเชื้อได้ 4 เหรียญ

1.  $\frac{8!}{2! \times 2! \times 2! \times 4!} \times 2!$

2.  $\frac{8!}{2! \times 2! \times 2! \times 4!} \times 2! \times 2$

3.  $\frac{8!}{2! \times 2! \times 2! \times 4!}$

4.  $\frac{8!}{2! \times 2! \times 4!}$

21. คนกลุ่มหนึ่งมี 11 คน จะไปเที่ยวชายทะเลโดยจะเอารถยนต์ไป 3 คัน คันหนึ่งรถใหญ่นั่งได้ 5 คน และนั่งได้ 4 คน อีก 1 คัน และรถสปอร์ต 2 คันนั่งอีก 1 คัน จำนวนวิธีจัดคนนั่งรถ 3 คันไปเที่ยวชายทะเลเท่ากับเท่าไร ถ้าเจ้าของรถต้องการขับรถของตนเองทุกคัน

1.  $11!$

2.  $8!$

3.  $\frac{8!}{4! \times 3!}$

4.  $\frac{8!}{5! \times 4! \times 2!}$

22. จงหาค่าของ  $n$  จากสมการ  $\binom{n}{3} = \binom{50}{47}$

1. 50

2. 120

3. 8

4. 90

23. ในการสอบไล่ครั้งหนึ่ง อาจารย์ออกข้อสอบทั้งหมด 13 ข้อ ให้นักเรียนเลือกทำให้ครบ 10 ข้อ และใน 5 ข้อแรกมีข้อบังคับเลือก 3 ข้อ นักเรียนจะเลือกทำข้อสอบได้ทั้งหมดกี่วิธี

- |             |             |
|-------------|-------------|
| 1. 80 วิธี  | 2. 175 วิธี |
| 3. 286 วิธี | 4. 30 วิธี  |

24. นาย ก มีหมวก 3 ใบต่างๆกัน นาย ข มีหมวก 9 ใบต่าง ๆ กัน นาย ก และนาย ข จะมีวิธีแลกหมวกกันกี่วิธี โดยที่จำนวนหมวกที่แลกกันนั้นต้องเท่ากัน

- |            |             |
|------------|-------------|
| 1. 27 วิธี | 2. 108 วิธี |
| 3. 84 วิธี | 4. 219 วิธี |

25. ตู้ใบหนึ่งมีเสื้อสีแดงแบบต่าง ๆ กัน 6 ตัว และเสื้อสีขาวแบบต่าง ๆ กัน 4 ตัว ถ้าสุ่มหยิบเสื้อจากตู้ใบนี้มา 5 ตัว ให้มีสีละกันแล้ว จำนวนวิธีที่จะหยิบได้เสื้อสีแดงมากกว่าเสื้อสีขาวคือข้อใดต่อไปนี้

- |             |             |
|-------------|-------------|
| 1. 60 วิธี  | 2. 120 วิธี |
| 3. 180 วิธี | 4. 240 วิธี |

26. มีซองจดหมาย 10 ซอง ต่างกัน ต้องการเลือกมา 3 ซอง มีวิธีเลือกได้กี่วิธี

- |            |             |
|------------|-------------|
| 1. 50 วิธี | 2. 120 วิธี |
| 3. 32 วิธี | 4. 234 วิธี |

27. นักเรียนคนหนึ่งต้องทำข้อสอบ 8 ข้อ จาก 10 ข้อ อยากทราบว่า จะทำข้อสอบได้กี่วิธี ถ้าต้องทำอย่างน้อย 4 ข้อ จากข้อสอบ 5 ข้อแรก

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| 1. $\binom{5}{4} \binom{5}{4}$ วิธี | 2. $\binom{5}{3}$ วิธี  |
| 3. $\binom{5}{5} \binom{5}{3}$ วิธี | 4. $\binom{5}{4} \binom{5}{4} + \binom{5}{5} \binom{5}{3}$ วิธี |

28. ในงานเลี้ยงสังสรรค์เพื่อนกลุ่มหนึ่ง ถ้าทุกคนที่มาในงานต่างทักทายแลกเปลี่ยนจับมือกันถ้านับดูแล้ว รวมทั้งหมด 21 ครั้ง ถามว่าแขกที่มาร่วมงานมีกี่คน

- |          |          |
|----------|----------|
| 1. 6 คน  | 2. 7 คน  |
| 3. 20 คน | 4. 21 คน |

29. บ่อปลาแห่งหนึ่งเป็นวงกลม อนุญาตให้เข้าตกปลาได้ทีละ 4 คน โดยให้นั่งรอบบ่อ ถ้าครอบครัวหนึ่งมีกัน 6 คน จะจัดคนในครอบครัวนี้ นั่งรอบบ่อได้ทั้งหมดกี่วิธี

1. 15

2. 24

3. 45

4. 90

30. รูป 8 เหลี่ยม มีเส้นทแยงมุมกี่เส้น

1. 9

2. 14

3. 20

4. 24



**แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่**

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มัธยมศึกษาปีที่ 6  
 คะแนน 60 คะแนน เวลา 30 นาที

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ฉบับนี้เป็นแบบวัดชนิดอัตโนมัติเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาและกลวิธีในการใช้แก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็น โจทย์ปัญหาวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ แบบวัดมีจำนวน 6 ข้อ ซึ่งแบ่งได้ดังนี้
  - 1) โจทย์ปัญหาเรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยน จำนวน 4 ข้อ (ข้อที่ 1 – 4)
  - 2) โจทย์ปัญหาเรื่องวิธีจัดหมู่ จำนวน 2 ข้อ (ข้อที่ 4 – 6)
2. ให้นักเรียนทำแบบวัดฉบับนี้ทุกข้อ ตอบคำถาม และแสดงวิธีทำอย่างเต็มความสามารถ
3. แบบวัดฉบับนี้มีคะแนนเต็มข้อละ 10 คะแนน โดยพิจารณาจากความถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และการให้คะแนนในแต่ละขั้นตอนนั้นเป็นอิสระต่อกัน
4. แบบวัดฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 30 นาที

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

โรงเรียน.....













## ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ – สกุล	นายสุรภัทร સાແສງ
วัน เดือน ปีเกิด	4 ธันวาคม พ.ศ. 2529
ประวัติการศึกษา	โรงเรียนวัดนวลนรดิศ กรุงเทพฯ พ.ศ. 2547
ระดับมัธยมศึกษา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต
ระดับปริญญาตรี	สาขาวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการอาหาร มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี พ.ศ. 2550
ระดับปริญญาโท	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี พ.ศ. 2553
ทุนการศึกษา หรือทุนวิจัย	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี สนับสนุนทุนวิจัย จำนวนเงิน 10,000 บาท
ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์	สุรภัทร સાແສງ, อติศักดิ์ พงษ์พลผลศักดิ์, และธีรเดช เจียรสุขสกุล, 2554, “ผลสัมฤทธิ์ของการประยุกต์การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่องวิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6”, การประชุมวิชาการสถิติและสถิติประยุกต์ระดับชาติ ครั้งที่ 12, 18-22 พฤษภาคม, โรงแรมเจบี อำเภอบางใหญ่ จังหวัดสงขลา, หน้า 231-238.

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี  
ข้อตกลงว่าด้วยการโอนลิขสิทธิ์ในวิทยานิพนธ์



วันที่ 9 เดือน มิ.ย. พ.ศ. 54

ข้าพเจ้า (นาย/นาง/นางสาว) สุรภัทร สาแสง รหัสประจำตัว 52408002 เป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ระดับปริญญา ( / ) โท ( ) เอก หลักสูตร วท.ม./ปร.ค. สาขาวิชา การสอนคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ อยู่บ้านเลขที่ 4 หมู่ 2 ถนน บางแวก... ตำบล / แขวง ..... บางเขิน..... อื่นชื่อ / เขต ..... คลิ่งชัน ..... จังหวัด..... กรุงเทพมหานคร..... รหัสไปรษณีย์... 10170.... ขอโอนลิขสิทธิ์ในวิทยานิพนธ์ให้ไว้กับมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี โดยมี ผศ.ดร.วรณช เกิดสินธุ์ชัย ตำแหน่ง คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ เป็นผู้รับโอนลิขสิทธิ์และมีข้อตกลงดังนี้

1. ข้าพเจ้าได้จัดทำวิทยานิพนธ์เรื่อง ผลสัมฤทธิ์ของการประยุกต์การสอนแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธี STAR ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งอยู่ในความควบคุมของ รศ. อติศักดิ์ พงษ์กุลผลศักดิ์ และ ดร. ชีระเดช เขียวสุขสกุล ตามมาตรา 14 แห่ง พ.ร.บ.ลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 และถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
2. ข้าพเจ้าตกลงโอนลิขสิทธิ์จากผลงานทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการสร้างสรรค์ของข้าพเจ้าในวิทยานิพนธ์ให้กับมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ตลอดจนอายุแห่งการคุ้มครองลิขสิทธิ์ตามมาตรา 23 แห่งพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 ตั้งแต่วันที่ได้รับอนุมัติโครงการวิทยานิพนธ์จากมหาวิทยาลัย
3. ในกรณีที่ข้าพเจ้าประสงค์จะนำวิทยานิพนธ์ไปใช้ในการเผยแพร่ในสื่อใดๆ ก็ตาม ข้าพเจ้าจะต้องระบุว่าวิทยานิพนธ์เป็นผลงานของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรีทุก ๆ ครั้งที่มีการเผยแพร่
4. ในกรณีที่ข้าพเจ้าประสงค์จะนำวิทยานิพนธ์ไปเผยแพร่ หรืออนุญาตให้ผู้อื่นทำซ้ำ หรือดัดแปลง หรือเผยแพร่ต่อสาธารณชน หรือกระทำการอื่นใด ตามมาตรา 27, มาตรา 28, มาตรา 29 และมาตรา 30 แห่งพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 โดยมีค่าตอบแทนในเชิงธุรกิจ ข้าพเจ้าจะกระทำได้เมื่อได้รับความยินยอมเป็นลายลักษณ์อักษรจากมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

ลงชื่อ..... นาย สุรภัทร สาแสง..... ผู้โอนลิขสิทธิ์  
(นายสุรภัทร สาแสง)

ลงชื่อ.....   
(ผศ.ดร.วรณช เกิดสินธุ์ชัย) ผู้รับโอนลิขสิทธิ์

ลงชื่อ.....   
(ดร.คุษณี สุขวัฒน์) พยาน

ลงชื่อ.....   
(รศ. อติศักดิ์ พงษ์กุลผลศักดิ์) พยาน

