



วารสารคณิตศาสตร์ **Mathematical Journal** 65(702) กันยายน – ธันวาคม 2563

โดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

การเปรียบเทียบตัวแบบพยากรณ์ราคากระเทียม โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติ

Comparison of Garlic Prices Forecast Model

by Statistical Forecasting Methods

วารางคณา เรียนสุทธิ์

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยทักษิณ พัทลุง 93210

Warangkhana Riansut

Faculty of Science, Thaksin University, Phatthalung 93210

Email: warang27@gmail.com

วันที่รับบทความ : 9 กรกฎาคม 2562

วันที่แก้ไขบทความ : 11 ตุลาคม 2562

วันที่ตอบรับบทความ : 23 ธันวาคม 2562

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้คือ การเปรียบเทียบตัวแบบพยากรณ์ราคากระเทียม โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่ วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแตรึม เพื่อสร้างตัวแบบพยากรณ์ที่ดีที่สุด อนุกรมเวลาราคากระเทียมเฉลี่ยต่อเดือนชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 สำหรับการสร้างตัวแบบพยากรณ์ ชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 สำหรับการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์ โดยใช้เกณฑ์ร้อยละความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยและเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่ต่ำที่สุด ผลการศึกษาพบว่า วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์มีความถูกต้องมากที่สุด

คำสำคัญ: กระเทียม วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์

วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแตรึม

ABSTRACT

The objective of this study was to compare the garlic prices forecast model by three statistical forecasting methods: Box-Jenkins method, Holt's exponential smoothing method and damped trend exponential smoothing method in order to create the best forecasting model. The first time series set of monthly garlic prices during January 2005 to August 2018 for constructing the forecasting models. The second set during September 2018 to February 2019 for comparing the accuracy of the forecasts via the criteria of the lowest mean absolute percentage error and root mean squared error. Research findings indicated that Holt's exponential smoothing method was the most accurate method.

Keywords: Garlic, Box-Jenkins method, Holt's exponential smoothing method, Damped trend exponential smoothing method

1. บทนำ

กระเทียมเป็นสมุนไพรที่อุดมไปด้วยวิตามินและแร่ธาตุหลายชนิด และยังเป็นพืชที่มีธาตุซิลิเนียมสูงกว่าพืชชนิดอื่น ๆ อีกทั้งยังมีสารอะดีโนซีน (Adenosine) ซึ่งเป็นกรดนิวคลีอิกที่เป็นตัวสร้างกรดดีออกซีไรโบนิวคลีอิก หรือ DNA และกรดไรโบนิวคลีอิก หรือ RNA ของเซลล์ในร่างกาย กระเทียมมักนำมาใส่ในอาหารหลายชนิดเพื่อช่วยปรุงรสชาติ ไม่ว่าจะใช้ผัด แกง ทอด ยำ ต้มยำ หรือน้ำพริกต่าง ๆ และยังมีสรรพคุณช่วยลดอาการจุกเสียดแน่นท้อง ควบคุมระดับไขมันในเส้นเลือด ช่วยรักษาแผลทั้งแผลสดและแผลเรื้อรัง ลดการเกิดลิ่มเลือด ช่วยป้องกันโรคหัวใจ และช่วยยับยั้งการเกิดโรคมะเร็ง นอกจากนี้ยังมีการนำกระเทียมไปแปรรูปเป็นผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ อย่างหลากหลาย เช่น กระเทียมเสริมอาหาร กระเทียมสกัดผง สารสกัดน้ำมันกระเทียม กระเทียมดอง [4] จากการศึกษาราคากระเทียมเฉลี่ยต่อเดือนจากเว็บไซต์ของสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตรย้อนหลังตั้งแต่ปี พ.ศ. 2548 ถึงปัจจุบัน [9] พบว่า ราคากระเทียมมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นจากอดีตอย่างชัดเจน คือจากราคาประมาณ 20 บาทต่อกิโลกรัม ในเดือนมกราคม พ.ศ.2548 ขยับเพิ่มขึ้นจนมีราคาสูงถึง 96.31 บาทต่อกิโลกรัม ในเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2561 อย่างไรก็ตาม ราคากระเทียมมีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นและลดลงอย่างรวดเร็ว เช่น ช่วงเดือนมกราคม พ.ศ.2559 ราคาอยู่ที่ 33.02 บาทต่อกิโลกรัม ต่อมา

เดือนกุมภาพันธ์ในปีเดียวกัน ราคาเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเป็น 68.80 บาทต่อกิโลกรัม และเพิ่มสูงขึ้นเรื่อย ๆ จนมีราคาสูงที่สุดเมื่อเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2561 คือ 96.31 บาทต่อกิโลกรัม หลังจากนั้นเมื่อเดือนมิถุนายนในปีเดียวกัน ราคากระเทียมกลับตกต่ำลงเหลือเพียง 33.52 บาทต่อกิโลกรัม ซึ่งปัญหาราคาคงต่ำอาจเกิดจากสภาพอากาศที่แปรปรวน เกษตรไม่สามารถเก็บเกี่ยวกระเทียมได้ตามช่วงเวลา เนื่องจากอากาศที่หนาวเย็นต่อเนื่องเป็นระยะเวลาสั้น เมื่ออากาศกลับสู่สภาพปกติทำให้ผลผลิตออกมาในตลาดพร้อมกัน จึงถูกกดราคาจากพ่อค้าคนกลางทำให้ราคากระเทียมตกต่ำ รวมถึงการเกิดปัญหาการลักลอบนำเข้ากระเทียมจากประเทศเพื่อนบ้าน [1, 2] เกษตรกรผู้ปลูกกระเทียมอาจมีคำถามว่าราคาจะยังคงผันผวนเช่นนี้ตลอดไปหรือไม่ ช่วงเดือนอะไรที่ราคาสูงหรือราคาตกต่ำ การพยากรณ์ทางสถิตินับเป็นเครื่องมือหนึ่งที่จะช่วยตอบคำถามเหล่านี้ได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าว ผู้วิจัยจึงเริ่มสืบค้นงานวิจัยที่เกี่ยวกับการพยากรณ์ราคากระเทียมโดยใช้วิธีการทางสถิติ ซึ่งพบว่า ยังไม่เคยมีนักวิจัยท่านใดได้ทำการพยากรณ์ราคากระเทียมไว้เลย ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะสร้างและเปรียบเทียบตัวแบบพยากรณ์ราคากระเทียม โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่ วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแฉก เนื่องจากวิธีการพยากรณ์ทั้ง 3 วิธีนี้มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่มีเพียงส่วนประกอบของแนวโน้ม แต่ไม่มีความผันแปรตามฤดูกาล โดยมีหลายงานวิจัยที่ยืนยันผลว่าวิธีการพยากรณ์ทั้ง 3 วิธีนี้มีความเหมาะสม เช่น การศึกษาของวรางคณา กิรติวิบูลย์ [5, 6] และการศึกษาของวรางคณา เรียนสุทธิ์ และเกศรินทร์ ทองฤทธิ์ [7] หลังจากที่ได้ตัวแบบพยากรณ์จากวิธีการพยากรณ์ทั้ง 3 วิธีดังกล่าว ผู้วิจัยจะคัดเลือกตัวแบบที่มีความถูกต้องและเหมาะสมมากที่สุดเพียง 1 วิธี โดยใช้เกณฑ์เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (Mean Absolute Percentage Error: MAPE) และเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Squared Error: RMSE) ของข้อมูลชุดที่ 2 ที่ต่ำที่สุด เพื่อใช้ในการพยากรณ์ราคากระเทียมในอนาคต ซึ่งจะส่งผลต่อการตัดสินใจ การบริหารการจัดการด้านความเสี่ยงต่าง ๆ อีกทั้งยังสามารถใช้ผลของการพยากรณ์เพื่อเป็นจุดเริ่มต้นของการวางแผนการปลูกกระเทียมได้อีกด้วย

2. วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ดำเนินการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยใช้อนุกรมเวลารายเดือนของราคากระเทียมแห่งใหญ่ๆ ๓ ขนาด (บาทต่อกิโลกรัม) ซึ่งเป็นราคาสินค้าเกษตรกลุ่มพืชผักที่เกษตรกรขายได้ ณ ไร่นา

อนุกรมเวลาราคากระเทียมที่นำมาศึกษาได้มาจากเว็บไซต์ของสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร [9] ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 จำนวน 170 ค่า ผู้วิจัยได้แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ชุดที่ 1 คือ ข้อมูลตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 จำนวน 164 ค่า สำหรับการสร้างตัวแบบพยากรณ์ และชุดที่ 2 คือ ข้อมูลตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 จำนวน 6 ค่า สำหรับการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์ ด้วยเกณฑ์ MAPE และ RMSE ที่ต่ำที่สุด

การตรวจสอบว่าอนุกรมเวลาราคากระเทียมมีการเคลื่อนไหวจากแนวโน้ม และ/หรือ มีอิทธิพลของฤดูกาลหรือไม่ [4] ดำเนินการดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 การตรวจสอบแนวโน้มและอิทธิพลของฤดูกาล

การตรวจสอบแนวโน้ม	การตรวจสอบอิทธิพลของฤดูกาล
1. ตรวจสอบการแจกแจงปกติและความแปรปรวนเท่ากันของราคากระเทียมในแต่ละปี โดยการใช้การทดสอบคอลโมโกรอฟ-สมิร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov's Test) และการทดสอบของเลวินภายใต้การใช้มัธยฐาน (Levene's Test based on Median) ตามลำดับ	1. พิจารณาว่าอนุกรมเวลาราคากระเทียมมีการเคลื่อนไหวจากแนวโน้มหรือไม่ ถ้ามีต้องกำจัดแนวโน้มออกก่อนที่จะทดสอบค่าเฉลี่ยหรือมัธยฐานของอนุกรมเวลาในแต่ละเดือน
2. ตรวจสอบแนวโน้ม โดยถ้าราคากระเทียมในแต่ละปีมีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนเท่ากัน จะใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way Analysis of Variance: ANOVA) เพื่อตรวจสอบค่าเฉลี่ยของราคากระเทียมในแต่ละปี แต่ถ้าอนุกรมเวลาในแต่ละปีไม่มีการแจกแจงปกติหรือมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน จะใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียวโดยลำดับที่ของครัสคอลล-วอลลิส (Kruskal-Wallis's One-Way Analysis of Variance by Rank) เพื่อตรวจสอบมัธยฐานของราคากระเทียมในแต่ละปี	2. ตรวจสอบการแจกแจงปกติและความแปรปรวนเท่ากันของราคากระเทียมในแต่ละเดือนหลังจากกำจัดแนวโน้มออกแล้วโดยใช้สถิติเช่นเดียวกับข้อ 1 ของการตรวจสอบแนวโน้ม
	3. ตรวจสอบอิทธิพลของฤดูกาล โดยเลือกใช้สถิติทดสอบค่าเฉลี่ยหรือมัธยฐานของราคากระเทียมในแต่ละเดือน เช่นเดียวกับข้อ 2 ของการตรวจสอบแนวโน้ม

วิธีการสร้างตัวแบบพยากรณ์ และการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์ แสดงรายละเอียดดังนี้

2.1 การพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins Method)

การพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่มีทั้งส่วนประกอบของแนวโน้มและความผันแปรตามฤดูกาล มีตัวแบบในรูปทั่วไป คือ SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s [11] แสดงดังสมการที่ (1) แต่สำหรับการศึกษาคั้งนี้ พบว่า อนุกรมเวลาราคากระเทียมมีเพียงส่วนประกอบของแนวโน้ม แต่ไม่มีความผันแปรตามฤดูกาล ดังนั้นตัวแบบจะสามารถลดรูปเหลือเพียง ARIMA(p, d, q) ดังสมการที่ (2)

$$\text{SARIMA}(p, d, q)(P, D, Q)_s : \phi_p(B)\Phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D Y_t = \delta + \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)\varepsilon_t \quad (1)$$

$$\text{ARIMA}(p, d, q) : \phi_p(B)(1-B)^d Y_t = \delta + \theta_q(B)\varepsilon_t \quad (2)$$

เมื่อ Y_t แทน อนุกรมเวลา ณ เวลา t

ε_t แทน อนุกรมเวลาของความคลาดเคลื่อน

$\delta = \mu\phi_p(B)\Phi_P(B^s)$ แทน ค่าคงตัว โดยที่ μ แทน ค่าเฉลี่ยของอนุกรมเวลาที่คงที่

$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ แทน ตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองอันดับที่ p กรณีไม่มีฤดูกาล (Non-Seasonal Autoregressive Operator of Order p : AR(p))

$\Phi_P(B^s) = 1 - \Phi_1 B^s - \Phi_2 B^{2s} - \dots - \Phi_P B^{Ps}$ แทน ตัวดำเนินการสหสัมพันธ์ในตัวเองอันดับที่ P กรณีมีฤดูกาล (Seasonal Autoregressive Operator of Order P : SAR(P))

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ แทน ตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ q กรณีไม่มีฤดูกาล (Non-Seasonal Moving Average Operator of Order q : MA(q))

$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$ แทน ตัวดำเนินการเฉลี่ยเคลื่อนที่อันดับที่ Q กรณีมีฤดูกาล (Seasonal Moving Average Operator of Order Q : SMA(Q))

t แทน ช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n_1 เมื่อ n_1 แทน จำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

s แทน จำนวนคาบของฤดูกาล

d และ D แทน ลำดับที่ของการหาผลต่างและผลต่างฤดูกาล ตามลำดับ

B แทน ตัวดำเนินการถอยหลัง (Backward Operator) โดยที่ $B^s Y_t = Y_{t-s}$

ขั้นตอนการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ แสดงรายละเอียดดังนี้

1) พิจารณาอนุกรมเวลาว่าคงที่หรือไม่ โดยพิจารณาจากกราฟของอนุกรมเวลาเทียบกับเวลา (Y_t, t) กราฟฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเอง (Autocorrelation Function: ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์ในตัวเองบางส่วน (Partial Autocorrelation Function: PACF) หากพบว่า อนุกรมเวลาไม่คงที่ ต้องแปลงอนุกรมเวลาให้คงที่ก่อนที่จะทำขั้นตอนต่อไป เช่น การแปลงข้อมูลด้วยการหาผลต่างหรือผลต่างฤดูกาล การแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมสามัญหรือลอการิทึมธรรมชาติ การแปลงข้อมูลด้วยเลขยกกำลัง เช่น ยกกำลัง 0.5 หรือยกกำลัง 2 [10]

2) กำหนดตัวแบบพยากรณ์ที่เป็นไปได้จากกราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาที่คงที่ นั่นคือ กำหนดค่า p, q, P และ Q พร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

3) ตัดพารามิเตอร์ที่ไม่มีนัยสำคัญออกจากตัวแบบพยากรณ์ครั้งละ 1 ตัว จากนั้นจึงกำหนดตัวแบบพยากรณ์และประมาณค่าพารามิเตอร์ใหม่จนกว่าจะได้ตัวแบบพยากรณ์ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ที่มีนัยสำคัญทั้งหมด

4) คัดเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่มีค่าเกณฑ์สารสนเทศเบย์เซียน (Bayesian Information Criterion: BIC) ที่ต่ำที่สุด และมีค่าสถิติ Ljung-Box Q ที่ไม่มีนัยสำคัญ

5) พยากรณ์อนุกรมเวลา โดยใช้ตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมที่สุดจากขั้นตอนที่ 4

2.2 การพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์

(Holt's Exponential Smoothing Method)

การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่มีส่วนประกอบของแนวโน้มที่เป็นเส้นตรงและไม่มีความผันแปรตามฤดูกาล โดยแนวโน้มเชิงเส้นตรงมีลักษณะเปลี่ยนค่าไปช้า ๆ ตามเวลาหรือมีค่าคงตัวเฉพาะแห่ง มีค่าคงตัวการปรับเรียบ 2 ตัว คือ ค่าคงตัวการปรับเรียบของค่าระดับ (Level: α) และค่าคงตัวการปรับเรียบของค่าความชัน (Trend: γ) [8] ข้อได้เปรียบของค่าพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ คือ ค่าพยากรณ์ประกอบด้วยค่าจากการปรับเรียบแยกกันระหว่างระดับและความชัน ซึ่งใช้ค่าคงตัวในการปรับเรียบต่างกัน [3] ตัวแบบพยากรณ์แสดงสมการที่ (3)

$$\hat{Y}_{t+m} = a_t + b_t(m) \quad (3)$$

เมื่อ \hat{Y}_{t+m} แทน ค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + m$ โดยที่ m แทน จำนวนช่วงเวลาที่ต้องการพยากรณ์ไปข้างหน้า

a_t และ b_t แทน ค่าประมาณ ณ เวลา t ของระยะตัดแกน Y และความชันของแนวโน้มตามลำดับ โดยที่ $a_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + b_{t-1})$ และ $b_t = \gamma(a_t - a_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$

α และ γ แทน ค่าคงตัวการปรับเรียบ โดยที่ $0 < \alpha < 1$ และ $0 < \gamma < 1$

t แทน ช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n_t เมื่อ n_t แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

2.3 การพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแดม

(Damped Trend Exponential Smoothing Method)

การปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแดม มีความเหมาะสมกับอนุกรมเวลาที่มีส่วนประกอบของแนวโน้มที่เป็นเส้นตรงและไม่มีควมผันแปรตามฤดูกาลเช่นเดียวกับการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ แต่อัตราการเปลี่ยนแปลงของแนวโน้มนั้นไม่ว่าจะเพิ่มขึ้นหรือลดลงจะช้ากว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของแนวโน้มที่เป็นเส้นตรงของการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ เราอาจอธิบายแนวโน้มในลักษณะนี้ได้ด้วยแนวโน้มแบบแดม (Damped Trend) โดยที่ยอมรับว่าความชันลดลงตามเวลา ถ้าให้ $0 < \phi < 1$ แสดงขนาดที่ลดลงต่อหน่วยเวลา เราจะได้ว่า b_t คือ ความชัน ณ เวลา t แล้ว ϕb_t จะเป็นความชันที่เวลา $t+1$ และ $\phi b_t + \phi^2 b_t$ จะเป็นความชันที่เวลา $t+2$ ฉะนั้นค่าพยากรณ์ของอนุกรมเวลาภายใต้ข้อสมมุตินี้เมื่อพยากรณ์ ณ เวลา $t+m$ หรือพยากรณ์ล่วงหน้า m หน่วยเวลา จะเขียนตัวแบบพยากรณ์ได้ดังสมการที่ (4) [3]

$$\hat{Y}_{t+m} = a_t + b_t \sum_{i=1}^m \phi^i \quad (4)$$

เมื่อ \hat{Y}_{t+m} แทน ค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t+m$ โดยที่ m แทน จำนวนช่วงเวลาที่ต้องการพยากรณ์ไปข้างหน้า

a_t และ b_t แทน ค่าประมาณ ณ เวลา t ของระยะตัดแกน Y และความชันของแนวโน้มตามลำดับ โดยที่ $a_t = \alpha Y_t + (1-\alpha)(a_{t-1} + \phi b_{t-1})$ และ $b_t = \gamma(a_t - a_{t-1}) + (1-\gamma)\phi b_{t-1}$

α , γ และ ϕ แทน ค่าคงตัวการปรับเรียบ โดยที่ $0 < \alpha < 1$, $0 < \gamma < 1$ และ $0 < \phi < 1$

t แทน ช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n_t เมื่อ n_t แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 1

2.4 การเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์

การวิจัยครั้งนี้ได้คัดเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่มีความถูกต้องและเหมาะสมกับอนุกรมเวลาราคากระเทียม โดยการเปรียบเทียบราคาคะเทียมของข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 กับค่าพยากรณ์จากวิธีการทางสถิติทั้ง 3 วิธี เพื่อคำนวณค่า MAPE และ

RMSE โดยตัวแบบพยากรณ์ที่ให้ค่า MAPE และ RMSE ต่ำที่สุด จัดเป็นตัวแบบที่มีความถูกต้องและเหมาะสมกับอนุกรมเวลาชุดนี้มากที่สุด เนื่องจากให้ค่าพยากรณ์ที่มีความแตกต่างกับข้อมูลจริงน้อยที่สุด เกณฑ์ MAPE และ RMSE [8] แสดงดังสมการที่ (5) และ (6) ตามลำดับ จากนั้นผู้วิจัยจะใช้ตัวแบบพยากรณ์ที่มีความถูกต้องและเหมาะสมมากที่สุดในการพยากรณ์ราคากระเทียม ตั้งแต่เดือนมีนาคมถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2562 ต่อไป

$$MAPE = \frac{100}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} \left| \frac{e_t}{Y_t} \right| \quad (5)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n_2} \sum_{t=1}^{n_2} e_t^2} \quad (6)$$

เมื่อ $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ แทน ความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ณ เวลา t

Y_t แทน อนุกรมเวลา ณ เวลา t

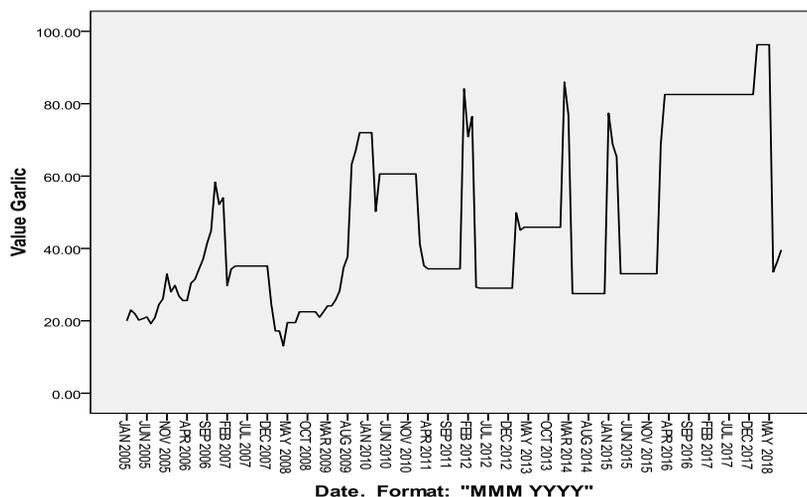
\hat{Y}_t แทน ค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

t แทน ช่วงเวลา ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n_2 โดยที่ n_2 แทนจำนวนข้อมูลในอนุกรมเวลาชุดที่ 2

3. ผลการวิจัย

จากการพิจารณาลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาราคากระเทียมชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 จำนวน 164 ค่า ดังรูปที่ 3.1 พบว่า อนุกรมเวลาชุดนี้มีส่วนประกอบของแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน โดยคาดว่าไม่น่าจะมีความผันแปรตามฤดูกาล นอกเหนือจากการพิจารณารูปของอนุกรมเวลาที่เทียบกับเวลาแล้ว ผู้วิจัยยังได้ตรวจสอบว่าอนุกรมเวลาชุดนี้มีส่วนประกอบของแนวโน้มและไม่มีความผันแปรตามฤดูกาลจริงหรือไม่โดยการทดสอบสมมุติฐาน ซึ่งพบว่า อนุกรมเวลาในแต่ละปีไม่มีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนไม่เท่ากันที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จึงตรวจสอบมัธยฐานในแต่ละปีโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว โดยลำดับที่ของครัสคอลล-วอลลิส ผลการตรวจสอบคือ ราคากระเทียมในแต่ละปีมีมัธยฐานแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ ระดับ 0.01 (Kruskal-Wallis: $\chi^2 = 109.415$, p-value < 0.0001) หมายความว่า อนุกรมเวลาชุดนี้มีส่วนประกอบของแนวโน้ม ซึ่งอาจเป็นแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงก็ได้ และเนื่องจากอนุกรมเวลาในแต่ละเดือนมีการเคลื่อนไหวของข้อมูลที่ไม่คงที่ จึงปรับแนวโน้มออกด้วยการหาร พบว่า อนุกรมเวลามีการแจกแจงปกติและมีความแปรปรวนเท่ากัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จึงตรวจสอบค่าเฉลี่ยในแต่ละเดือนโดยใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว ผลการ

ตรวจสอบคือ ราคากระเทียมในแต่ละเดือนเมื่อปรับแนวโน้มออกด้วยการหาค่าเฉลี่ยไม่แตกต่างกัน (ANOVA: $F = 0.875$, $p\text{-value} = 0.567$) หมายความว่า อนุกรมเวลาชุดนี้ไม่มีส่วนประกอบของความผันแปรตามฤดูกาล

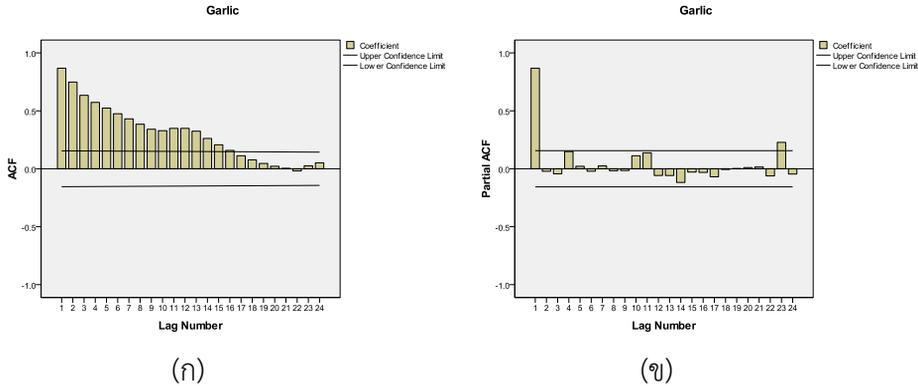


รูปที่ 3.1 ลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาราคากระเทียม ชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561

3.1 ผลการพยากรณ์โดยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์

จากการตรวจสอบความคงที่ของอนุกรมเวลาราคากระเทียมชุดที่ 1 ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 จำนวน 164 ค่า ดังรูปที่ 3.2 พบว่า กราฟ ACF รูป3.2(ก) มีลักษณะการเคลื่อนไหวแบบลดลงอย่างช้า ๆ และกราฟ PACF รูป3.2(ข) มีช่วงเวลาที่ 1 (Lag 1) ที่มีค่าความสัมพันธ์สูงเกินจากขอบเขตที่กำหนดอย่างชัดเจน นั่นหมายความว่า อนุกรมเวลาชุดนี้มีส่วนประกอบของแนวโน้ม ผลที่ได้มีความสอดคล้องกับที่สรุปไว้ในรูปที่ 3.1 และการทดสอบสมมติฐาน

จากการพิจารณาผลต่างลำดับที่ 1 ($Z_t = Y_t - Y_{t-1}$) ดังรูปที่ 3.3 พบว่า อนุกรมเวลาอย่างไม่มีความคงที่ โดยผลต่างลำดับที่ 1 มีความแปรปรวนเพิ่มขึ้นเมื่อเวลาเปลี่ยนแปลงไป ดังนั้นผู้วิจัยจึงทำการแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมธรรมชาติ พร้อมกับกำจัดแนวโน้มออกด้วยการหาผลต่างลำดับที่ 1 ($d = 1$) ได้กราฟ ACF และ PACF แสดงดังรูปที่ 3.4 ซึ่งพบว่า อนุกรมเวลามีลักษณะคงที่



รูปที่ 3.2 กราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาราคากระเทียม

เนื่องจากผลการทดสอบด้วยวิธี Augmented Dickey-Fuller Test พบว่า $t = -9.06291$ น้อยกว่าค่าวิกฤต (-4.03767) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จึงกำหนดตัวแบบพยากรณ์ที่เป็นไปได้เริ่มต้นคือ ตัวแบบ ARIMA(1, 1, 1) พร้อมกับประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยตัวแบบพยากรณ์ที่มีพารามิเตอร์ทุกตัวมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 มีค่า BIC ต่ำที่สุด (BIC = -2.904) และมีค่าสถิติ Ljung-Box Q ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 21.283, p-value = 0.168) คือ ตัวแบบ ARIMA(1, 1, 1) ไม่มีพจน์ค่าคงตัว ซึ่งจากสมการที่ (2) สามารถเขียนเป็นตัวแบบได้ดังนี้

$$(1 - \phi_1 B)(1 - B)Z_t = (1 - \theta_1 B)\varepsilon_t : Z_t = \ln Y_t$$

$$(1 - B - \phi_1 B + \phi_1 B^2)Z_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} : Z_t = (1 + \phi_1)Z_{t-1} - \phi_1 Z_{t-2} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

จากการแทนค่าประมาณพารามิเตอร์ จะได้ตัวแบบพยากรณ์แสดงดังนี้

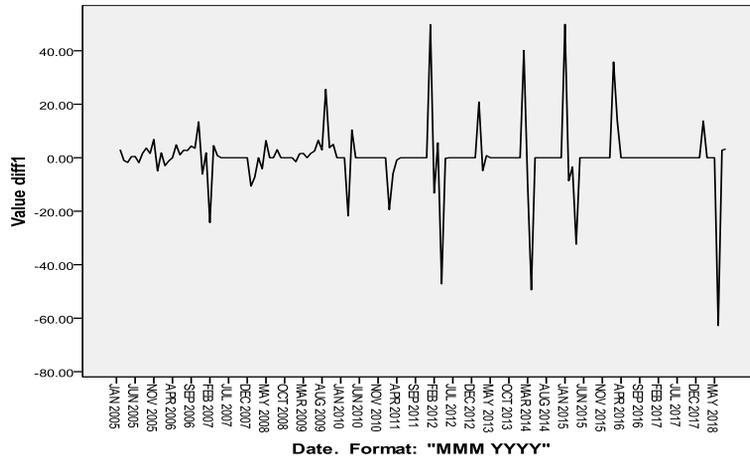
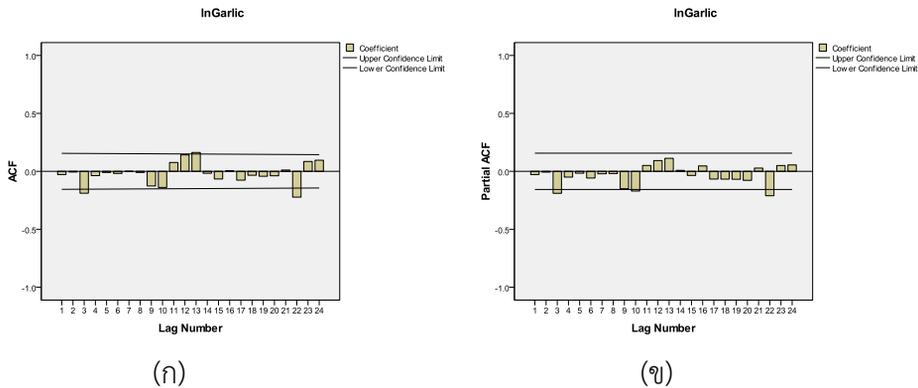
$$\hat{Z}_t = 1.85651Z_{t-1} - 0.85651Z_{t-2} - 0.97142e_{t-1} \quad \text{หรือ}$$

$$\hat{Y}_t = \exp\{1.85651Z_{t-1} - 0.85651Z_{t-2} - 0.97142e_{t-1}\} \quad (7)$$

เมื่อ \hat{Y}_t แทน ค่าพยากรณ์ ณ เวลา t

Z_{t-j} แทน ลอการิทึมธรรมชาติของอนุกรมเวลา ณ เวลา $t - j$

e_{t-j} แทน ความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์ ณ เวลา $t - j$ โดยที่ $e_{t-j} = Z_{t-j} - \hat{Z}_{t-j}$

รูปที่ 3.3 กราฟผลต่างลำดับที่ 1 ($Z_t = Y_t - Y_{t-1}$) เทียบกับเวลารูปที่ 3.4 กราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาราคากระเทียม
เมื่อแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมธรรมชาติและผลต่างลำดับที่ 1

3.2 ผลการพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์

จากการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ที่ทำกรแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมธรรมชาติ พบว่า $BIC = -2.863$ และตัวแบบที่ได้มีค่าสถิติ Ljung-Box Q ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 24.299, p-value = 0.083) ตัวแบบพยากรณ์แสดงดังนี้

$$\hat{Z}_{t+m} = 3.67874 + 0.00607 m$$

หรือ

$$\hat{Y}_{t+m} = \exp\{3.67874 + 0.00607 m\} \quad (8)$$

เมื่อ \hat{Y}_{t+m} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + m$ โดยที่ $m=1$ แทนเดือนกันยายน พ.ศ.2561

3.3 ผลการพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแฉก

จากการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบแฉกที่ทำการแปลงข้อมูลด้วยลอการิทึมธรรมชาติ พบว่า BIC = -2.826 และตัวแบบที่ได้มีค่าสถิติ Ljung-Box Q ไม่มีนัยสำคัญที่ระดับ 0.01 (Ljung-Box Q ณ lag 18 = 25.621, p-value = 0.042) ตัวแบบพยากรณ์แสดงดังนี้

$$\hat{Z}_{t+m} = 3.6754 + 0.08258 \sum_{i=1}^m (0.00313)^i$$

หรือ

$$\hat{Y}_{t+m} = \exp \left\{ 3.6754 + 0.08258 \sum_{i=1}^m (0.00313)^i \right\} \quad (9)$$

เมื่อ \hat{Y}_{t+m} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + m$ โดยที่ $m=1$ แทนเดือนกันยายน พ.ศ.2561

3.4 ผลการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์

จากการเปรียบเทียบค่าจริงกับค่าพยากรณ์ราคากระเทียมของข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 โดยการคำนวณค่า MAPE และ RMSE ในสมการที่ (5) และ (6) ตามลำดับ ได้ผลแสดงดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ค่า MAPE และ RMSE ของข้อมูลชุดที่ 2

ช่วงเวลา	ราคากระเทียม	ราคากระเทียม จากการพยากรณ์โดยวิธี		
		บ็อกซ์-เจนกินส์	โพลต์	แฉก
ก.ย. 2561	42.39	41.32	39.84	39.47
ต.ค. 2561	42.39	42.84	40.08	39.47
พ.ย. 2561	42.39	44.20	40.32	39.47
ธ.ค. 2561	42.39	45.39	40.57	39.47
ม.ค. 2562	42.39	46.44	40.82	39.47
ก.พ. 2562	42.39	47.36	41.07	39.47
MAPE		6.0352	<u>4.5765</u>	6.8884
RMSE		3.0201	<u>1.9851</u>	2.9200

จากตารางที่ 3.1 พบว่า เมื่อใช้ตัวแบบพยากรณ์ของวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ ในสมการที่ (8) ได้ค่า MAPE และ RMSE ต่ำที่สุด ดังนั้นวิธีการพยากรณ์นี้จึงเป็นวิธีที่มีความถูกต้องและเหมาะสมกับอนุกรมราคากระเทียมชุดนี้มากที่สุด โดยวิธีการพยากรณ์นี้มีความผิดพลาดจากการพยากรณ์ร้อยละ 4.5765 (MAPE = 4.5765) หรือมีความผิดพลาดจากการพยากรณ์ 1.9851 บาทต่อกิโลกรัม (RMSE = 1.9851)

4. อภิปรายและสรุปผล

การวิจัยครั้งนี้ได้นำเสนอวิธีการสร้างและคัดเลือกตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมกับอนุกรมเวลาราคากระเทียม โดยใช้ข้อมูลจากเว็บไซต์ของสำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2548 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 จำนวน 170 ค่า ผู้วิจัยได้แบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด ชุดที่ 1 คือข้อมูลตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ.2548 ถึงเดือนสิงหาคม พ.ศ.2561 จำนวน 164 ค่า สำหรับการสร้างตัวแบบพยากรณ์โดยวิธีการพยากรณ์ทางสถิติทั้งหมด 3 วิธี ได้แก่ วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ และวิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังที่มีแนวโน้มแบบตาม ชุดที่ 2 คือข้อมูลตั้งแต่เดือนกันยายน พ.ศ.2561 ถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2562 จำนวน 6 ค่า สำหรับการเปรียบเทียบความถูกต้องของตัวแบบพยากรณ์ด้วยเกณฑ์เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (MAPE) และเกณฑ์รากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMSE) ที่ต่ำที่สุด ผลการศึกษาพบว่า วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์เป็นวิธีที่มีความถูกต้องและเหมาะสมมากที่สุด ซึ่งมีตัวแบบพยากรณ์ดังนี้

$$\hat{Y}_{t+m} = \exp\{3.67874 + 0.00607m\}$$

เมื่อ \hat{Y}_{t+m} แทนค่าพยากรณ์ ณ เวลา $t + m$ โดยที่ $m = 1$ แทนเดือนกันยายน พ.ศ.2561

เมื่อใช้วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของโฮลต์ในการพยากรณ์ราคากระเทียมตั้งแต่เดือนมีนาคมถึงเดือนธันวาคม พ.ศ.2562 พบว่า ราคากระเทียมค่อนข้างคงที่แต่ยังคงมีราคาตกต่ำในช่วงนี้ สอดคล้องกับที่คมชัดลิก [1] และเชียงใหม่วิวิธ [2] ได้รายงานไว้ว่า ราคากระเทียมยังคงตกต่ำ ซึ่งเกิดจากสภาพอากาศที่แปรปรวน เกษตรไม่สามารถเก็บเกี่ยวกระเทียมได้ตามช่วงเวลา เมื่ออากาศกลับสู่สภาพปรกติทำให้ผลผลิตออกสู่ตลาดพร้อมกัน ผลผลิตจึงล้นตลาดเกินความต้องการของผู้บริโภค อีกทั้งยังเกิดจากปัญหาการลักลอบนำเข้ากระเทียมจากประเทศเพื่อนบ้าน

การศึกษาครั้งนี้ยังได้พิจารณาวิธีการพยากรณ์อื่น ๆ ได้แก่ วิธีการปรับเรียบด้วยเส้นโค้งเลขชี้กำลังของบราวน์ (Brown's Exponential Smoothing Method) [5] และวิธีการพยากรณ์รวม (Combined Forecasting Method) [6] ผลการศึกษาพบว่า ค่า MAPE และ RMSE ของทั้ง 2 วิธีการพยากรณ์นี้สูงกว่าทุกวิธีที่ได้ศึกษาในครั้งนี้ อย่างไรก็ตาม ราคากระเทียมมีการเปลี่ยนแปลงอยู่เสมอ อาจเพราะสถานการณ์การผลิต สถานการณ์ตลาด ปริมาณความต้องการบริโภคภายในและต่างประเทศ สภาวะเศรษฐกิจ นโยบายการค้า-การส่งออกระหว่างประเทศ หรือปัจจัยอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ดังนั้นจึงควรพิจารณาตัวแปรเหล่านี้เพื่อใช้ในการสร้างตัวแบบพยากรณ์ให้มีความถูกต้องเหมาะสมมากยิ่งขึ้น โดยการสร้างเป็นตัวแบบถดถอย (Regression Model) ซึ่งผู้อ่านสามารถศึกษาวิธีการสร้างตัวแบบลักษณะนี้ได้จาก Montgomery, Peck and Vining [13] อีกทั้งเมื่อมีราคากระเทียมที่เป็นปัจจุบันหรือราคากระเทียมมีความผันผวนมากขึ้น ผู้วิจัยควรนำมาปรับปรุงตัวแบบเพื่อให้ได้ตัวแบบพยากรณ์ที่มีความเหมาะสมสำหรับการพยากรณ์ค่าในอนาคตต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] คมชัดลึก. (2558). *เกษตรกรเดือดร้อนกระเทียมราคาตก*. สืบค้น 2561, ตุลาคม 14, จาก <http://www.komchadluek.net/news/local/200883>
Komchadluek. (2015). *Farmers Suffering from Garlic Prices Fall*. Retrieved 2018, October 14, from <http://www.komchadluek.net/news/local/200883>
- [2] เชียงใหม่นิวส์. (2561). *ผู้ปลูกกระเทียมเชียงใหม่เดือดร้อน พาณิชย์ยื่นมีมาตรการช่วยเหลือ*. สืบค้น 2561, ตุลาคม 14, จาก <https://www.chiangmainews.co.th/page/archives/719689>
Chiangmainews. (2018). *Garlic Growers in Chiang Mai Suffer, Ministry of Commerce Confirms There are Help Measures*. Retrieved 2018, October 14, from <https://www.chiangmainews.co.th/page/archives/719689>
- [3] มุกดา แมนมินทร์. (2549). *อนุกรมเวลาและการพยากรณ์*. กรุงเทพฯ: โฟร์พรีนติ้ง.
Manmin, M. (2006). *Time Series and Forecasting*. Bangkok: Foreprinting.
- [4] เมตไทย. (2561). *กระเทียม สรรพคุณและประโยชน์ของกระเทียม 49 ข้อ!*. สืบค้น 2561, ตุลาคม 14, จาก <https://medthai.com/กระเทียม/>

- Medthai. (2018). *Garlic: Properties and Benefits of Garlic 49 Articles!*. Retrieved 2018, October 14, from <https://medthai.com/กระเทียม/>
- [5] วรารคณา กิรติวิบูลย์. (2558ก). ตัวแบบพยากรณ์จำนวนผู้ประกันตนภาคสมัครใจ (มาตรา 39). *วารสารวิจัยรามคำแหง (มนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์)*, 18(1), น. 21 - 35.
- Keerativibool, W. (2015a). Forecasting Model for the Number of Insured Persons (Article 39). *Ramkhamhaeng Research Journal of Humanities and Social Sciences*, 18 (1), p. 21 - 35.
- [6] วรารคณา กิรติวิบูลย์. (2558ข). การพยากรณ์ปริมาณน้ำฝน อำเภอเมือง จังหวัดน่าน. *วารสารวิจัยและพัฒนา มจร.*, 38(3), น. 211 - 223.
- Keerativibool, W. (2015b). Forecasting the Rainfall in Muang, Nan Province. *KMUTT Research and Development Journal*, 38 (3), p. 211 - 223.
- [7] วรารคณา เรียนสุทธิ์ และ เกศรินทร์ ทองฤทธิ. (2560). การพยากรณ์ราคาข้าวโพดเลี้ยงสัตว์ของประเทศไทย. *วารสารวิชาการและวิจัย มทร.พระนคร*, 11 (1), น. 1 - 14.
- Riansut, W. and Thongrit, K. (2017). Forecasting the Prices of Field Corn in Thailand. *RMUTP Research Journal*, 11(1), p. 1 - 14.
- [8] สมเกียรติ เกตุเอี่ยม. (2548). *เทคนิคการพยากรณ์ (พิมพ์ครั้งที่ 2)*. สงขลา: มหาวิทยาลัยทักษิณ.
- Ket-iam, S. (2005). *Forecasting Technique* (2nd ed.). Songkhla: Thaksin University.
- [9] สำนักงานเศรษฐกิจการเกษตร. (2562). *ราคาสินค้าเกษตรที่เกษตรกรขายได้ ณ ไร่นา*. สืบค้น 2562, เมษายน 3, จาก <http://www.oae.go.th/view/1/ดัชนีราคาและผลผลิต/TH-TH> Office of Agricultural Economics. (2019). *Prices of Agricultural Products that Farmers Sell at Farmland*. Retrieved 2019, April 3, from <http://www.oae.go.th/view/1/ดัชนีราคาและผลผลิต/TH-TH>
- [10] Bowerman, B. L. and O'Connell, R.T. (1993). *Forecasting and Time Series: An Applied Approach* (3rd ed.). California: Duxbury Press.
- [11] Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. (1994). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (3rd ed.). New Jersey: Prentice Hall.

- [12] Montgomery, D. C., Peck, E. A., and Vining, G. G. (2006). *Introduction to Linear Regression Analysis* (4th ed.). New York: John Wiley and Sons.