วารสารครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
ปีที่ 17 ฉบับที่ 3 : กันยายน – ธันวาคม 2563

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์สำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ประเทศไทย

A Study of Logic Misconceptions of Undergraduate Students in Mathematics Program, Rajabhat Mahasarakham University, Thailand

ARTICLE INFO

Article history:
Received 31 March 2020
Revised 10 June 2020
Accepted 4 August 2020
Available Online 17 September 2020

นวพล นนทภา[1,*]
Navapon Nontapa[1,*]

ABSTRACT

The purpose of this research was to study characteristics of logic misconceptions of bachelor's degree students department of mathematics education Rajabhat Maha Sarakham University. The target group was 45 students who enrolled in the course of logic in semester 4 of academic year 2016. The research instruments were 1) the logic conception test in a form of subjective type for finding logic misconceptions, 2) the semi–structured interview form and 3) the record form. The data collection were analyzed used frequency and percentage.

The research revealed that students indicated logic misconceptions who were ranked in this order: 1) the proof of symbolic use and logical reasoning as 47.56%, 2) problem–solving in logic as 43.70%, and 3) logic skills as 8.74%.

KEYWORDS: MISCONCEPTIONS / FRAMEWORK OF CHARACTERISTICS LOGIC MISCONCEPTIONS / LOGIC MISCONCEPTIONS

[1] ผู้ช่วยศาสตราจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาราชภัฏมหาสารคาม ประเทศไทย
Assisstant Professor, Mathematics Education Program, Faculty of Education, Rajabhat Maha Sarakham University, Thailand.
* Corresponding author; ***E–mail address:*** nawapoon@hotmail.com doi: 10.14456/joe.2020.78

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กลุ่มเป้าหมายคือ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาตรรกศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 45 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ 1) แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ 2) แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง และ 3) แบบบันทึกการสนทนากลุ่ม สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ความถี่ และร้อยละ

ผลการวิจัย พบว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี สรุปได้ 3 ลักษณะเรียงจากน้อยไปมากได้ดังนี้ 1) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์การให้ใช้สัญลักษณ์และการเหตุผลทางตรรกศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 47.56 2) ด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 43.70 และ 3) ด้านทักษะทางตรรกศาสตร์ คิดเป็นร้อยละ 8.74

คำสำคัญ: มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน / ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ / มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

บทนำ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นสิ่งสำคัญในการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์และจำนวน รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ เป็นสิ่งที่เกิดจากการสังเกตหรือจากการได้รับประสบการณ์ที่นักเรียนได้ประสบแล้วนำมาประมวลผลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ ค็อกเบิร์นและลิตเลอร์ (Cockburn and Littler, 2010) และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2559) กล่าวไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งานครูที่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับความหมาย ที่มาและความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันของมโนทัศน์ทฤษฎีบทกฎสูตร บทนิยามหรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จะสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสารสื่อความหมายให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งสามารถวิเคราะห์เนื้อหาและสร้างคำถามขยายความเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้ นอกจากนั้นยังมีความสำคัญต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนของครูและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีรวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยงและมีความสามารถในการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions) เป็นความเข้าใจผิดที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนของกฎหรือความคลาดเคลื่อนตามลักษณะทั่วไปหรือผลของการตีความที่ไม่สอดคล้องกับความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนยังมีบางสิ่งที่ยังไม่เข้าใจอย่างชัดเจนเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แอชล็อค (Ashlock, 2010) และซิมสันและมาร์ค (Simson and Marek, 1988) ฟิชเชอร์ (Fisher, 1985) ฮอลลอน และ เฮสเทนส์ (Halloun and Hestenes, 1985) ไพน์และเวสท์ (Pines and West, 1983) ได้กล่าวถึง สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้หลายประการ สาเหตุหนึ่งที่น่าสนใจคือ ประสบการณ์ในโรงเรียนไม่ใช่สาเหตุเดียวที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่อาจเกิดจากคำอธิบายของครูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องที่สอน จึงทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยไม่รู้ตัว ทำให้นักเรียนตีความหมายของสิ่งที่เรียนรู้ในชั้นเรียนแตกต่างกับความรู้ที่ครูสอนและคิดว่าตัวเองเข้าใจถูกต้องแล้ว เมื่อเรียนรู้เรื่องใหม่ต่อ ๆ ไปก็จะเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ ทำให้การเชื่อมโยงประสบการณ์ทำได้ช้าลงและไม่บังเกิดผล

การวิเคราะห์ว่าผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไรบ้าง และคลาดเคลื่อนอย่างไรจะเป็นข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการตระหนักไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้นอีก ซูพิง (Suping, 2003) กล่าวไว้ว่า การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะเป็นอุปสรรคในการเรียนเนื้อหาใหม่และเป็นอุปสรรคในการทบทวนความรู้เดิม นอกจากนั้นยังเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นการวิเคราะห์ถึงสาเหตุว่าเป็นเพราะเหตุใดนักเรียนจึงเกิดความคลาดเคลื่อน ซึ่งอาจเป็นเพราะความประมาท ความสับสนในแนวคิดหรือความบกพร่องในการเปลี่ยนจากการคิดเชิงวัตถุไปสู่การคิดที่มุ่งเน้นกระบวนการ การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และทำให้ครูเข้าใจความคิดของนักเรียนในการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ตลอดจนกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนมากยิ่งขึ้น ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์เหล่านี้มีความสำคัญมากในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่าเพราะสาเหตุใด นักเรียนจึงไม่สามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นักวิจัยยืนยันว่าเมื่อมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ได้แสดงออกมาทำให้เราทราบว่า การเรียนรู้ของนักเรียนกำลังจะเริ่มขึ้น ดิว (Drews et al., 2005)

โมว์โชวิทซ์–ฮาดาร์และคณะ (Movshovitz–hadar et al., 1987) เสนอแนะว่าเราสามารถวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 6 ด้าน และมีด้านย่อย ๆ อีก เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน แต่ละด้านเป็นดังนี้ ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) และแอชล็อค (Ashlock, 2010) กล่าวไว้ว่า การที่จะพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น ครูจำเป็นที่ต้องรู้ว่านักเรียนที่ตนกำลังสอนนั้นมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านใด และมีลักษณะอย่างไร เพราะสิ่งเหล่านี้จะเป็นข้อมูลในการวางแผน พัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อป้องกันแก้ไขและหลีกเลี่ยงไม่ให้มโนทัศน์คลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ตลอดจนเป็นการวางพื้นฐานทางด้านการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น

ในชีวิตประจำวันของมนุษย์มีการใช้เหตุผลเป็นกระบวนการทางความคิด ที่พยายามแสดงว่าข้อสรุปควรเป็นที่ยอมรับเพราะมีเหตุผลหรือหลักฐานที่ดีมาสนับสนุน นอกจากนี้ ต้องมีการอธิบาย การพิจารณาการตัดสินเพื่อยุติปัญหาความขัดแย้ง ยิ่งไปกว่านั้นมนุษย์ประสบความสำเร็จยิ่งใหญ่ในการใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือแสวงหาความรู้จนกลายเป็นความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการด้านต่าง ๆ เหตุผลจึงมีบทบาทสำคัญยิ่งในการดำเนินชีวิตของมนุษย์ ปัจจุบันตรรกศาสตร์หรือตรรกวิทยา (Logic) เป็นการศึกษาเพื่อแยกการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล ออกจากการให้เหตุผลที่ไม่สมเหตุสมผล นักปราชญ์ซึ่งเรายอมรับว่าเป็นบิดาของวิชาตรรกศาสตร์ คือ อริสโตเติ้ล (Aristotle, 384 ปีก่อนคริสตกาล – 7 มีนาคม 322 ปีก่อนคริสตกาล) โดยอริสโตเติ้ลเชื่อว่ามนุษย์เท่านั้นที่สามารถคิดเกี่ยวกับเหตุและผลได้ ท่านได้เขียนตำราชื่อออร์แกนนั่ม (Organum) ซึ่งเกี่ยวกับการให้เหตุผลที่ถูกต้อง หลักการของหนังสือเล่มนี้กลายมาเป็นหลักการของตรรกศาสตร์เชิงอนุมาน (Deductive Logic) ปัจจุบันตรรกศาสตร์เป็นวิชาแขนงหนึ่งที่มีการศึกษาและพัฒนามาตั้งแต่สมัยกรีกโบราณ นักปราชญ์สมัยโบราณได้ศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผล แต่ยังเป็นการศึกษาที่ไม่เป็นระบบ จนกระทั่งมาในสมัยของอริสโตเติล ได้ทำการศึกษาและพัฒนาตรรกศาสตร์ให้มีระบบยิ่งขึ้น มีการจัดประเภทของการให้เหตุผลเป็นรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งเป็นแบบฉบับของการศึกษาตรรกศาสตร์ในสมัยต่อมา เนื่องจากตรรกศาสตร์เป็นวิชาที่ว่า

ด้วยกฎเกณฑ์ของการใช้เหตุผลจึงเป็นพื้นฐานสำหรับการศึกษาในศาสตร์อื่น ๆ เช่น ปรัชญา คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ กฎหมาย เป็นต้น นอกจากนี้ ยังถูกนำมาใช้ในชีวิตประจำวันอยู่เสมอ

ความเข้าใจมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้องเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หากเราสามารถพัฒนากรอบในการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ จะทำให้ทราบแนวโน้มของความคลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่เกิดขึ้นอยู่เสมอและในการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ก็จะเป็นแนวทางในการแก้ไขให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้องและในการจัดการเรียนการสอนสำหรับครู ผู้เชี่ยวชาญหลักสูตรผู้บริหารและนักการศึกษาซาร่า (Sarah, 2011) ด้วยเหตุผลดังกล่าวบรรดานักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านจึงได้พยายามที่จะสร้างและพัฒนาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตัวอย่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เช่น ราดาร์ส (Radatz, 1979) วินเนอร์และคณะ (Vinner et al., 1981) โบราสิ (Borasi, 1985) โมว์โชวิทซ์–ฮาดาร์และคณะ (Movshovitz–Hadar et al., 1987) และโคลแกน (Colgan, 1991) ปัญหาที่นักการศึกษากำลังประสบอยู่คือ การสอนโดยให้นักเรียนท่องจำไม่สามารถช่วยให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพเพราะขาดความเข้าใจอันเป็นพื้นฐานของการคิดในระดับที่ลึกซึ้งขึ้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งความเข้าใจมโนทัศน์ ซึ่งได้มาจากการคิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบจึงเป็นพื้นฐานสำคัญของการคิดระดับสูงและการคิดแก้ปัญหาที่ซับซ้อน นอกจากนี้แล้วความเข้าใจมโนทัศน์ยังช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่แตกต่างจากการจดจำขั้นตอนหรือวิธีการมาใช้ (อัมพร ม้าคนอง, 2547) และคามิและดอมินิค (Kamii and Dominick, 1997) กล่าวไว้ว่า หากนักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์เกิดประสิทธิภาพและมีความสุข นอกจากนั้นยังจะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยเพราะการคิดหรือคำนวณผิดพลาดส่วนหนึ่ง เป็นผลมาจากการใช้วิธีการโดยปราศจากความเข้าใจมโนทัศน์ของเรื่องนั้น ซึ่งเป็นการเรียนแบบจดจำวิธีการ ทำให้การเรียนคณิตศาสตร์ในทรรศนะของนักเรียนเป็นเพียงแค่การดำเนินการตามสัญลักษณ์และเครื่องหมายเพื่อให้ได้คำตอบตามวิธีดำเนินการ

ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนก็คือครูทั้งนี้เพราะครูถือเป็นหัวใจสำคัญของการปฏิรูปการเรียนรู้ครูจึงเป็นองค์ประกอบที่ขาดไม่ได้ในกระบวนการเรียนการสอนเพราะครูจะต้องมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถนำความรู้ความเข้าใจไปสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ที่ทำให้เนื้อหาวิชามีความหมายกับผู้เรียน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2559) ความรู้ของครูมีผลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนและมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนเราไม่สามารถที่จะสอนอะไรได้เลยถ้ายังไม่มีความรู้และจะต้องรู้ว่านักเรียนเรียนรู้ได้อย่างไรซิลลิซและโจนส์ (Sallis and Jones, 2002) ผู้ที่จะประกอบวิชาชีพครูจะต้องเป็นผู้มีองค์ความรู้อย่างมากและกว้างขวางสามารถถ่ายทอดความรู้ให้กับผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพชูลแมน (Shulman, 1986) ความรู้ของครูมีบทบาทสำคัญในการตัดสินใจในการจัดการเรียนการสอนและความรู้ของครูส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน บาร์เกอร์ (Barker, 2007) และเฟรนนี่ม่าและแฟรงก์ (Fennema and Franke, 1992) กล่าวไว้ว่าครูเป็นบุคคลสำคัญและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของครูมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน มีนักวิชาการหลายท่านได้ทำการวิจัยเพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ของครูด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และด้านการจัดการเรียนรู้เป็นสาเหตุโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวโน้มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่ผ่านมา พบว่า ภาพรวมด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จ ซึ่งผลการประเมินความรู้และทักษะทาง

คณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่ว่าในระดับใดล้วน พบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ ซึ่งขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่กรมวิชาการตั้งไว้คือร้อยละ 50 ดังตัวอย่างรายงานโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment : PISA (2015)) ที่ได้ประเมินผลนักเรียนนานาชาติที่มีประเทศสมาชิกโออีซีดี (Organisation for Economic Cooperation and Development : OECD) และประเทศนอกกลุ่มสมาชิก ซึ่งเรียกว่าประเทศร่วมโครงการ (Partner Countries) จำนวน 65 ประเทศ เพื่อสำรวจว่านักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับหรือนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี มีศักยภาพที่จะใช้ความรู้และทักษะที่ได้เรียนมาไปใช้ในชีวิตจริงได้ดีเพียงใดในอนาคต ในส่วนที่ประเมินการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนการประเมิน 415 คะแนน ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD นักเรียนไทยมากกว่าครึ่ง (52.5%) รู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐาน นักเรียนที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ระดับพื้นฐานมีมากกว่าหนึ่งในสี่เพียงเล็กน้อย (27.3%) และอีกหนึ่งในห้า (20.2%) ที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์สูงกว่าระดับพื้นฐาน และนักเรียนที่รู้คณิตศาสตร์ระดับสูง (ระดับ 5 และระดับ 6) มีเพียง 1.3% และอยู่ในอันดับที่ 50 เมื่อเรียงตามสัดส่วนนักเรียนที่รู้คณิตศาสตร์ที่ระดับ 5 และระดับ 6 ผลการประเมิน ใน PISA 2015 ไม่เปลี่ยนแปลงมากนักนับจาก PISA 2012 แต่ถ้าดูแนวโน้มตั้งแต่ PISA 2009 เป็นต้นมาพบว่ายังมีแนวโน้มต่ำลง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2559) และจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-Net) ทดสอบในรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาที่ 6 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2560 มีผลคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศตามลำดับดังนี้ 35.77, 26.95 และ 22.73 จะเห็นว่าผลคะแนนเฉลี่ยระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นค่าคะแนนเฉลี่ยทั้งประเทศ ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นผลคะแนนที่ต่ำต่อเนื่องกันมาหลายปีแล้ว (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2559) จากผลการวิจัยดังกล่าวจึงเป็นสิ่งที่สะท้อนสภาพปัญหาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในประเทศไทยได้ในระดับที่ผู้ที่เกี่ยวข้องต้องตระหนักและการที่เราต้องเข้าสู่ระบบสากลเพื่อการแข่งขันกับนานาอารยประเทศ เราจึงต้องปฏิรูปการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเร่งด่วนและจริงจังเนื่องจากผลการประเมินในระดับนานาชาติประเทศไทยอยู่ในอันดับค่อนข้างต่ำเมื่อเทียบกับหลาย ๆ ประเทศโดยเฉพาะประเทศในแถบเอเชียด้วยกันจึงควรมีการศึกษาแนวทางเพื่อจะพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม โดยศึกษาจากนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 ว่านักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์อย่างไรบ้าง และมีรายละเอียดอย่างไร

วัตถุประสงค์

ศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

วิธีดำเนินการวิจัย

การกำหนดกลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย คือ นักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาตรรกศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 45 คน

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ เนื้อหาในวิชาตรรกศาสตร์ในระดับปริญญาตรีตามหลักสูตรครุศาสตรบัณฑิต มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสาคาม พุทธศักราช 2557 ซึ่งประกอบด้วย การหาค่าความจริงของประพจน์, รูปแบบของประพจน์ที่สมมูลกัน, สัจนิรันดร์, การสมมูลกันของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ, นิเสธของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณ, สัจนิรันดร์ของรูปแบบของประพจน์ที่มีตัวบ่งปริมาณและการอ้างเหตุผล

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้อยู่ระหว่างเดือนมิถุนายน 2560 ถึงเดือนมิถุนายน 2561

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ จำนวน 8 ข้อ แบบอัตนัย แบบแสดงวิธีทำ วิเคราะห์โดยใช้ความถี่และร้อยละ

2. แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง จำนวน 8 ข้อ ซึ่งมีประเด็นคำถามที่ตั้งขึ้น เพื่อทำให้ทราบถึงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ มี 3 ด้าน คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์การใช้สัญลักษณ์และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์ และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ ระยะเวลาในการสัมภาษณ์ จำนวน 45 ชั่วโมง และหาสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของกลุ่มเป้าหมาย

3. แบบบันทึกการสนทนากลุ่ม

ขั้นตอนดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีวิจัยเชิงสำรวจ มีรายละเอียดปรากฏดังนี้

1. วิเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

2. สร้างแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ตรวจสอบคุณภาพโดยผู้เชี่ยวชาญ 5 คน

3. วิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาที่ไม่ใช่กลุ่มเป้าหมาย

4. พิจารณาร่างลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

5. นำข้อมูลที่ได้จากผู้เชี่ยวชาญมาปรับปรุงและพัฒนาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

6. นำลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ มาสร้างเป็นแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่สมบูรณ์ นำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ มาทดสอบกับกลุ่มเป้าหมาย และใช้แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างสัมภาษณ์หาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนสัมภาษณ์นักศึกษา จำนวน 45 คน ผู้วิจัยสัมภาษณ์ทีละคน

การวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ทำได้โดยใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) คือผู้วิจัยจะตรวจงานเขียนของนักศึกษาที่เป็นกลุ่มเป้าหมายและจะวิเคราะห์ว่านักเรียนมีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์อย่างไร และใช้การบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) คือผู้วิจัยจะสังเกตคำสำคัญที่กลุ่มเป้าหมายพูดและจะวิเคราะห์ว่ากลุ่มคำพูดใด พฤติกรรมใด ที่แสดงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์อย่างไร ตามลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์เชิงลึก และจากแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

ผลการวิจัย

1. ผลการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

การศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์กระทำใน 2 ลักษณะ คือจากการทำแบบวัด มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และการสัมภาษณ์เชิงลึกโดยใช้แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

2. ผลจากการศึกษาลักษณะมโนทัศน์คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์จากแบบวัด และแบบสัมภาษณ์ พบว่า นักศึกษามีลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ใน 3 ด้าน คือ 1) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์การใช้สัญลักษณ์และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ 2) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์ และ 3) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ แสดงได้ด้วยความถี่และร้อยละ ปรากฏดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ด้วยความถี่และร้อยละของการมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์	ความถี่ (f)	ร้อยละ (%)
1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์		
1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์	58	14.91
1.1.1 นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์	6	1.54
1.1.2 นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์	12	3.08
1.1.3 นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์	40	10.28
1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์	35	9.00
1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผล	92	23.65
รวม	**185**	**47.56**
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์		
2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ	19	4.89
2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์	15	3.86
รวม	**34**	**8.74**
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์		
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์	170	43.70
รวม	170	43.70
รวมทั้งหมด	**389**	**100**

จากตารางที่ 1 พบว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ด้านการพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เกิดมากที่สุด (f = 185) คิดเป็นร้อยละ 47.56 รองลงมาได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์จำนวน (f = 170) คิดเป็น ร้อยละ 43.70 และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์ เกิดขึ้นน้อยที่สุดจำนวน (f = 34) คิดเป็นร้อยละ 8.74 และจากในสามลักษณะข้างต้น พบว่า มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอีกหกลักษณะย่อย ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ (f = 170) คิดเป็นร้อยละ 43.70 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผล (f = 92) คิดเป็นร้อยละ 23.65 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ (f = 58) คิดเป็นร้อยละ 14.91 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ (f = 35) คิดเป็นร้อยละ 9.00 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ (f = 19) คิดเป็นร้อยละ 4.89 และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ (f = 15) คิดเป็นร้อยละ 3.86 ตามลำดับ

ตัวอย่างการสัมภาษณ์เชิงลึกกับกลุ่มเป้าหมายที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในในการพิสูจน์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์ สาเหตุคือ นักศึกษายังไม่เข้าใจว่าการพิสูจน์จะต้องนำ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม มาสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพื่ออธิบายและให้เหตุผลในการพิสูจน์ แต่นักศึกษาจะกำหนดสิ่งที่จะนำมาพิสูจน์ขึ้นมาเอง

กรณีที่ 2 นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์ สาเหตุคือ นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างโดยการนำค่าความจริงหรือสัญลักษณ์มาแทนค่าในประพจน์เพื่อให้ได้คำตอบก็ถือว่าเป็นการพิสูจน์แล้ว ซึ่งไม่คลอบคลุมค่าความจริงทั้งหมด

กรณีที่ 3 นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์ สาเหตุคือ นักศึกษาพยายามนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์แต่ขาดความเข้าใจใน ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ที่สัมพันธ์กับสิ่งโจทย์กำหนดให้อย่างแท้จริง จึงนำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามอื่นที่นักศึกษาคิดว่าเกี่ยวข้องกับโจทย์มาใช้ในการพิสูจน์ทำให้ขั้นตอนการพิสูจน์ผิดและไม่สมเหตุสมผล

สรุปและอภิปรายผล

การสรุปและอภิปรายผลการวิจัย เรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ผู้วิจัยขออภิปรายผลการวิจัย ดังนี้

1. ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี

จากผลการวิจัยพบว่า นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ใน 3 ด้าน ได้แก่

1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย

1.1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์

1) นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์

2) นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์

3) นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์

1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์

1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางตรรกศาสตร์ ประกอบด้วย

2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ

2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์

โดยทั่วไปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการสะสมประสบการณ์ ถ้าประสบการณ์ด้านใดน้อยก็จะเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านนั้นอยู่เสมอกับทุกปัญหาทางตรรกศาสตร์สำหรับรายละเอียดการอภิปรายผลของแต่ละมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นดังนี้

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์ จากการวิจัยพบว่า นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์ ทั้งนี้อาจเนื่องจากนักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างเป็นการนำจำนวนสัญลักษณ์มาแทนค่าในสมการเพื่อให้ได้คำตอบ นักศึกษาเข้าใจว่าคือการพิสูจน์ซึ่งไม่ถูกต้อง นอกจากนี้ยังพบว่า นักศึกษาไม่นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาไม่เข้าใจว่าการพิสูจน์จะต้องนำ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม มาสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ แต่นักศึกษากำหนด

สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องขึ้นมาเองเพื่อใช้ในการพิสูจน์การที่นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาไม่มีความเข้าใจใน ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ที่สัมพันธ์กับสิ่งโจทย์กำหนดให้อย่างแท้จริง

จากการศึกษาของสุวิมล เขี้ยวแก้ว (Suwimon, 1988) พบว่า นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์เช่นเดียวกัน เนื่องจากนักศึกษาไม่มีความมั่นใจ มีความรู้ในนิยามน้อยหรือจำนิยามไม่ได้ ซึ่งมีสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการพัฒนาการทางด้านสติปัญญาของนักเรียน ในการที่นักเรียนจะศึกษามโนทัศน์ในบางเรื่องให้เข้าใจทั้งหมด จะต้องอาศัยวุฒิภาวะและการพัฒนาทางด้านสติปัญญาในระดับหนึ่ง ถ้าระดับวุฒิภาวะและการพัฒนาทางสติปัญญายังไม่เพียงพอก็จะทำให้ไม่สามารถทำความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้ หรือเข้าใจได้เพียงบางส่วนแต่บางส่วนคลาดเคลื่อนไป ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของโมว์โชวิทซ์–ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz–hadar et al., 1987) พบว่า นักเรียนมีลักษณะความคลาดเคลื่อน 6 ด้าน คือ 1. ด้านการใช้ข้อมูลผิด 2. ด้านการตีความด้านภาษา 3. ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ 4. ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ 5. ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา และ 6. ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และงานวิจัยของออง และลิม (Ong and Lim, 1987) บาร์เซลลอส (Barcellos, 2005) ที่พบความคลาดเคลื่อนของนักเรียนในด้านการใช้บทนิยามสมบัติ มีการใช้กฎที่ผิดลำดับขั้นตอน ทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้

2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการใช้สัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาขาดความเข้าใจในการนำสัญลักษณ์มาใช้ในการพิสูจน์หรือนักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่าสัญลักษณ์ที่ใกล้เคียงกันจะใช้แทนกันได้ ซึ่งเมื่อนักศึกษาใช้สัญลักษณ์ดังกล่าวแล้วจะทำให้การพิสูจน์ผิดและไม่สมเหตุสมผล ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวินเนอร์และคณะ (Vinner et al., 1981) คลีเมนต์ (Clement, 1982) บูธ (Booth, 1986) สไตน์เบอร์กและคณะ (Steinberg et al., 1990) ซวาร์ซแมน (Schwartzman, 1996) สวอน (Swan, 2000) นาธานและโคดินเจอร์ (Nathan and Koedinger, 2000) สตีเฟน (Stephens, 2005) และคาพาโรและจอฟฟรีออน (Capraro and Joffrion, 2006) พบว่า นักเรียนตีความสัญลักษณ์ผิด มีปัญหาในการกำหนดค่าตัวแปร มีปัญหาในการนำเสนอสัญลักษณ์แทนสถานการณ์ ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์หรือใช้สัญลักษณ์ผิดนำไปสู่มโนทัศน์ที่ความคลาดเคลื่อน ตัวอย่างเช่น นักศึกษาใช้ $p \equiv F$ แทน p มีค่าความจริงเป็นเท็จ ทำให้ความหมายผิดไปมาก

3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาขาดความเข้าใจในการให้เหตุผล โดยการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ อย่างลึกซึ้ง ทำให้นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการให้เหตุผลการพิสูจน์ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของโมว์โชวิทซ์–ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz–Hadar et al., 1987) พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) และจากการศึกษาของเฮอร์รี่และฮอลลี่ (Healy and Hoyles, 1999) ได้ศึกษาการมองเห็นและการให้เหตุผลเชิงสัญลักษณ์ในวิชาคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนมีปัญหาในการอธิบาย และการให้เหตุผลเกี่ยวกับแบบรูปของสัญลักษณ์

4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษามีพื้นฐานด้านการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ที่ไม่ดี ขาดการไตร่ตรอง จึงทำให้นักศึกษาสรุปคำตอบออกมาผิด และจากการศึกษาของแบลนโดและคณะ (Blando et al., 1989) พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ การอ่าน การทำความเข้าใจโจทย์ไม่รอบคอบ จึงคำนวณตามวิธีการและหลักการที่ตนเองเข้าใจ ซึ่งสอดคล้องกับวอร์แมน (Wollman, 1983) และวลาสซิส (Vlassis, 2008) พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการตรวจสอบคำตอบ โดยการนำตัวแปรที่ได้จากการแก้สมการไปแทน

ลงในสมการที่กำหนดให้ เพื่อดูว่าค่าดังกล่าวเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ โดยไม่คำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ ทั้งนี้อาจเนื่องจาก นักศึกษาขาดทักษะในการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ เช่น ตัวเชื่อมประพจน์ $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$ การสมมูล สัจนิรันดร์ การอ้างเหตุผล เขียนขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ไม่ถูกต้อง และไม่ได้ตรวจสอบคำตอบที่ได้ส่งผลให้คำตอบออกมาผิด ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของบาร์เซลลอส (Barcellos, 2005) พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจการดำเนินการที่ถูกต้องและไม่สามารถใช้การดำเนินการที่ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของโคลแกน (Colgan, 1991) เคอร์สเลค (Kerslake, 1986) แบลนโดและคณะ (Blando et al., 1989) ลินเซฟสกีและลิฟเนห์ (Linchevski and Livneh, 1999) กอนซาเลซและคณะ (Gonzales et al., 2004) และโคลเนอร์และคณะ (Koellner et al., 2008) พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนทางเทคนิค (เช่นขาดทักษะพื้นฐานในการคำนวณ) มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการดำเนินการทางตรรกศาสตร์ (เช่น ตัวเชื่อมประพจน์ $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$)

6. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์ ทั้งนี้อาจเนื่องจากนักศึกษาไม่มีความเข้าใจในหลักการแก้ปัญหาทางตรรกศาสตร์อย่างลึกซึ้งหรือจำมาผิด ๆ ส่งผลให้นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการนำหลักการทางตรรกศาสตร์มาใช้แก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาของบาร์นาร์ด (Barnard, 1989) พบว่า นักศึกษาสามารถหาคำตอบได้แต่ไม่เข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์และหลักการพื้นฐานที่จำเป็น ไม่เข้าใจขั้นตอนวิธีที่ถูกต้องและไม่มีความรู้เกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่ใช้ทางคณิตศาสตร์ และจากการศึกษาของคีแรน (Kieran, 1992) ดิงและลิ (Ding and Li, 2010) พบว่า คำตอบไม่ถูกต้องเป็นผลมาจากการที่นักเรียนไม่ใช้สมบัติการแจกแจง (Distributive Property) อย่างถูกต้อง

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะทั่วไป

1. นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์การให้ใช้สัญลักษณ์และการเหตุผลทางตรรกศาสตร์มากที่สุด ครูผู้สอนวิชาตรรกศาสตร์ในระดับอุดมศึกษาควรเน้นให้นักเรียนมีความเข้าใจมีมโนทัศน์เกี่ยวกับการให้ใช้สัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์ การพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์ และครูผู้สอนควรให้นักศึกษาแสดงพิสูจน์ทางตรรกศาสตร์ในชั้นเรียนและครูควรให้คำแนะนำนักเรียนเพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางตรรกศาสตร์ที่ถูกต้อง

2. ครูผู้สอนวิชาตรรกศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา ควรตระหนักว่าหากครูได้ศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง จะสามารถใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานในการวางแผนจัดการเรียนรู้และแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษาต่อไป

3. ในการสร้างเครื่องมือวัดผลและประเมินผล ควรมีการประเมินลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ของนักศึกษา ไม่ใช่แค่เพียงพิจารณาจากคำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ โดยอาจใช้กรอบแนวคิดในการอธิบายลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ที่ได้จากงานวิจัยในครั้งนี้เป็นแนวทางในการพิจารณาได้

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์กับนักศึกษาในระดับชั้นอื่น ๆ เนื่องจากวุฒิภาวะของนักศึกษาในชั้นที่ต่างกันทำให้การเรียนรู้ต่างกันและควรศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ทางตรรกศาสตร์ในเนื้อหาอื่น ๆ นอกเหนือจากเนื้อหาตรรกศาสตร์ เช่น เรขาคณิต สถิติ และความน่าจะเป็น ข้อมูลที่ได้จะมีประโยชน์อย่างมากต่อการพัฒนาหรือปรับปรุงหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโอกาสต่อไป

2. เนื้อหาที่ใช้ในการศึกษาลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์ไม่ควรจะมากเกินไป เนื่องจากจะทำให้นักเรียนเกิดความเหนื่อยล้าในการทำแบบวัดลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และจะส่งผลให้ใช้ระยะเวลานานในการทำแบบวัดลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางตรรกศาสตร์และการสัมภาษณ์เชิงลึก

เอกสารอ้างอิง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2559). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). *ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ : จุดเน้นของงานสอนคณิตคณิตศาสตร์*. บพิธการพิมพ์.

Ashlock, R. B. (2010). *Error patterns in computation : using error patterns to improve instruction* (9th ed.), Allyn & Bacon, Inc.

Barcellos, A. (2005). *Mathematics misconceptions of college-age algebra students*. University of California, Davis, ProQuest Dissertations Publishing.

Barker, D. D. (2007). *Teacher's knowledge of algebraic reasoning : Its organization for instruction* [Unpublished doctoral dissertation]. University of Missouri.

Barnard, J. J. (1989). *Poor concept formation in mathematics : a diagnostic perspective*. Education Resources Information Center (ERIC), No. ED 310926), p.82.

Blando, J. A., Kelly, N. E., Schacider, B. R., and Sleeman, D. (1989). Analyzing and modeling arithmetic errors. *Journal for research in mathematics education, 20*(3), 301–308.

Booth, L. R. (1986). Difficulties in algebra. *Australian mathematics teacher, 42*(3). 2–4.

Borasi, R. (1985). Using errors as springboards for the learning of mathematics : an introduction. *Focus on learning problems in mathematics, 7*(3–4), 1–14.

Capraro, M. M., and Joffrion, H. (2006). Algebraic equations : can middle school students meaningfully translate from words to mathematical symbols?. *Psychology, 27*(2), 147–164.

Clement, J. (1982). Algebra word problem solutions: thought processes underlying a common misconception. *Journal for research in mathematics education, 13*(1), 16–30.

Cockburn, A., and Littler, G. H. (2010). The upper students conceptions and misconceptions about photosynthesis in Khon Kaen. *SEAMEO RECSAM Penang Malaysia, 84*(4), 3–6.

Colgan, M. (1991). *An analysis of problem solving errors made throughout a college level finite mathematics course* [Unpublished doctoral dissertation]. Indiana University.

Ding, M., and Li, X. (2010). A comparative analysis of the distributive property in U.S. and Chinese elementary mathematics textbooks. *Cognition and instruction, 28*(2), 146–180.

Drews, D., Dudgeon J., Hansen, A., Lawton, F., and Surtees, L. (2005). *Children's errors in mathematics : understanding common misconception in primary schools*. Learning Matters.

Fennema, E., and Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147–164). Macmillan.

Fisher, K. M. (1985). A misconception in biology : amino acid and translation. *Journal of Research in Science Teaching, 22*(1), 53–62.

Gonzales, M. M., Ambrose, R., and Martinez, E. C. (2004, July, 14th–18th). *In the transition from arith metic to algebra : misconceptions of the equal sign* [Paper presentation]. The 28th International group for the psychology of mathematics education, Bergen.

Halloun, I. A., and Hestenes, D. (1985). Common sense concepts about motion. *The american journal of physice, 53*(11), 1056–1063.

Healy, L., and Hoyles, C. (1999). Visual and symbolic reasoning in mathematics : making connections with computers?. *Journal Mathematical thinking and learning, 1*(1), 59–84.

Kamii, C., and Dominick, A. (1997). To teach or not to teach algorithms. *The Journal of Mathematical Behavior, 16*(1), 51–61.

Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's Strategies and Errors. A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. NFER–Nelson. http://www.sciepub.com/reference/191228

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 390–419). Macmillan Publishing Co, Inc.

Koellner, K., Pittman, M., and Frykholm, J. (2008). Talking generally or generally talking in an algebra classroom. *Mathematics teaching in the middle school, 14*(5), 304–310.

Linchevski, L., and Livneh, D. (1999). Structure sense: the relationship between algebraic and numerical contexts. In M. J. Hoines, and A. B. Fuglestad (Eds.), *Educational studies in mathematics. The 28th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 173–196). Springer. https://link.springer.com/article/10.1023/A:1003606308064

Movshovitz–Hadar, N., Zaslavsky, O., and Inbar, S. (1987). Analyzing and modeling arithmetic. *Journal for research in mathematic education, 18*(1), 301–308.

Nathan, M. J., and Koedinger, K. R. (2000). Teachers' and researcher's beliefs about the development of algebraic reasoning. *Journal for research in mathematics education, 31*(2) 168–190.

Ong, S. T., and Lim, S. K. (1987). Understanding and error in algebra. In S. T. Ong (Ed.), *Mathematical Education in the 1990's. The 4th Southeast Asian Conference on Mathematical Education (ICMI–SEAMS)* (pp. 300–308). Singapore: Institute of education. https://eresources. nlb.gov.sg/printheritage/detail/8cf06852–8dde–4407–8c21–58159c3f373b.aspx

Pines, A. L., and West, L. H. T. (1983). A Framework for conceptual chang special reference to misconceptions. In H. Helm, and J. D. Novak (Eds.), *The International Seminar Misconceptions in Science and Mathematics* (pp. 311–319). Ithaca, New York: Cornell University Press.

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education, 10*(3), 163–172.

Sallis, E., and Jones, G. (2002). *Knowledge management in education: enhancing learning and education*. Routledge.

Sarah, B. (2011). *Crime in the United States 2011* [5th ed.]. Bernan Press.

Schwartzman, S. (1996). Some common algebraic misconceptions. *Mathematics and computer education, 30*(2), 33–39.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand : knowledge growth in teaching. *Educational researcher, 15*(2), 4–12.

Simson, W. W., and Marek, A. E. (1988). Understanding and misconception of biology concepts hold by students attending small high schools. *Journal of research in science teaching, 25*(5), 361–374.

Steinberg, R. M., Sleeman, D. H., and Ktorza, D. (1990). Algebra students' knowledge of equivalence of fractions. *Journalfor research in mathematics education, 22*(2), 112–121.

Stephens, A. C. (2005). Developing students' understandings of variable. Mathematics teaching in the middle school, *Education Resources Information Center (ERIC), 11*(2), 96–100.

Suping, S. M. (2003). *Conceptual change among students in science*. http://www.ericdigests.org/2004–3/change.html

Swan, M. (2000). Making sense of algebra. *Mathematics teaching, Education Resources Information Center (ERIC), 171*, 16–19. https://eric.ed.gov/?id=EJ610402

Vinner, S., Hershkowitz, R., and Bruckheimer, M. (1981). Some cognitive factors as causes of mistakes in addition of fractions. *Journal for research in mathematics education, 12*(1), 70–76.

Vlassis, J. (2008). The role of mathematical symbols in the development of number conceptualization : the case of the minus sign. *Journal for philosophical psychology, 21*(4). 555–570.

Wollman, W. (1983). Determining the sources of error in a translation from sentence to equation. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*(3), 169–181.