คำนำ

เนื่องจากข้าพเจ้าได้ทำงานวิจัยและตีพิมพ์ผลงานวิจัยร่วมกับ Prof. Dr. Vu Ngoc Phat และ Prof. Dr. Dr. h.c. Norbert Herrmann ซึ่งเป็นผู้เชี่ยวชาญทางด้าน Control theory, Modeling and Optimization ที่มีผลงานวิจัยและตีพิมพ์มากมายเป็นที่ยอมรับในระดับนานาชาติและ ได้มีโอกาสเชิญท่านมาทำงานวิจัยร่วมที่มหาวิทยาลัยแม่โจ้ ระหว่างวันที่ 20 มิ.ย. 2553 จนถึง 17 ก.ค. 2553 และ 1-5 พฤษภาคม 2554 ซึ่งได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในการวิจัยและพัฒนางานวิจัยไปสู่ระดับนานาชาติร่วมกับคณาจารย์สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยแม่โจ้ ดังนั้น ท่านได้แนะนำโครงการวิจัยเกี่ยวกับแบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม ซึ่งเป็นหัวข้อที่สนใจของนานาชาติและมีประโยชน์อย่างมากกับทางการแพทย์ อีกทั้งยังมีผู้ศึกษาทางด้านนี้เป็นจำนวนน้อยมากในประเทศไทย ดังนั้นข้าพเจ้าจึงได้สนใจที่จะทำงานวิจัยในเรื่อง Stabilization and Optimization for neural networks เพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่และพัฒนางานวิจัยทั้งระดับชาติและนานานชาติ อีกทั้งมีประโยชน์อย่างมากกับทางการแพทย์ และเผยแพร่สู่ชุมชนในระดับชาติและนานาชาติ และสร้างกลุ่มวิจัยทางด้าน Stabilization and Optimization for neural networks ร่วมกับคณาจารย์สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยแม่โจ้ และความร่วมกับต่างประเทศ

โครงข่ายประสาทเทียมเป็นการจำลองการทำงานของสมองมนุษย์ ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นแนวความคิดที่ต้องการให้คอมพิวเตอร์มีความชาญฉลาดในการเรียนรู้เหมือนที่มนุษย์มีการเรียนรู้ สามารถฝึกฝนได้ และสามารถนำความรู้และทักษะไปแก้ปัญหาต่าง ๆ มี นักวิจัยจำนวนมากได้คิดค้นรูปแบบโครงข่ายประสาทเทียมแบบต่าง ๆ เพื่อนำมาประยุกต์ใช้อย่าง กว้างขวาง การประยุกต์ใช้งานโครงข่ายประสาทเทียมมีตั้งแต่การใช้เพื่อตัดสินใจง่ายไปจนถึงงาน ที่มีความยุ่งยากซับซ้อน ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานบางส่วน ได้แก่ งานด้านการควบคุม งานด้านการบิน ด้านยานยนต์ ด้านการบริหารจัดการ ด้านการธนาคาร ด้านการทหาร ด้านการบันเทิง และ อื่น ๆ อีกมากมาย โครงข่ายประสาทเทียมมีประวัติความเป็นมาย้อนหลังไปประมาณ 60 กว่าปีก่อน ในปี ค.ศ. 1943 Mc Cu loch และ Pitts แห่งมหาวิทยาลัยชิคาโก ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้นำเสนอ บทความวิชาการ "Boolean brain" ซึ่งได้กลายเป็นจุดกำเนิดของการจัดรูปแบบคณิตศาสตร์ของ ประสาทเทียม ต่อมาได้มีนักวิจัยได้คิดค้นรูปแบบโครงข่ายประสาทเทียมแบบต่าง ๆ มากมาย และ ทุกรูปแบบวิธีจะประกอบกับวิธีการสอนโครงข่ายด้วย ซึ่งวิธีการต่าง ๆ จะมีความซับซ้อนแตกต่างกันไป โครงข่ายประสาทเทียม (artificial neural network: ANN) เป็นการจำลองการทำงานโครงข่ายประสาทของมนุษย์ (Biological Neurons) ซึ่งประกอบด้วยส่วนของการประมวลผลที่ เรียกว่านิวรอน (Neuron) ทุก ๆ นิวรอนสามารถมีอินพุตได้หลายอินพุตแต่มีเอาต์พุตเพียงเอาต์พุต เดียว และทุก ๆ เอาต์พุตจะ

แยกไปยังอินพุตของนิวรอนอื่นๆ ภายในโครงข่าย การติดต่อกันภายในระหว่างนิวรอนไม่ใช่ลักษณะการต่อแบบธรรมดาทุก ๆ อินพุตจะมีน้ำหนักเป็นตัวกำหนดกำลังของการติดต่อภายในและช่วยในการตัดสินใจ การทำงานของนิวรอนในบางโครงข่ายจะถูกกำหนด ไว้ตายตัว แต่บางโครงข่ายสามารถที่จะปรับแต่งได้ซึ่งอาจจะเป็นการปรับแต่งจากภายนอก โครงข่ายหรือนิวรอนสามารถปรับได้ด้วยตัวเอง ในจุดนี้แสดงถึงความสามารถในการเรียนรู้และ จดจำของโครงข่ายประสาทเทียม สมองประกอบด้วยประสาทจำนวนมหาศาล (ประมาณ 1011) และมีจุดต่อจำนวนโครงข่ายประสาทประกอบขึ้นด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ ใยประสาท (nerve fiber หรือ dendrites) ตัวเซล(cell body หรือ soma) และแกนประสาทนำออก (axon) ในแต่ละโครงข่ายประสาทจะเชื่อมต่อกันโดยจุดประสานประสาท (synapse) ซึ่งสามารถเปลี่ยนค่าความต้านทานได้ตามสัญญาณที่ส่งระหว่างกันของเซลล์ประสาท การส่งสัญญาณระหว่างเซลล์ประสาททำได้โดยการถ่ายเทสารประกอบโซเดียมและโพแทสเซียม

โครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม (neural network) หรือที่มักจะเรียกสั้น ๆ ว่า ข่ายงานประสาท (neural network หรือ neural net) คือโมเดลทางคณิตศาสตร์ สำหรับประมวลผลสารสนเทศด้วยการคำนวณแบบคอนเนคชันนิสต์ (connectionist) เพื่อจำลองการทำงานของเครือข่ายประสาทในสมองมนุษย์ด้วยวัตถุประสงค์ที่จะสร้างเครื่องมือซึ่งมีความสามารถในการเรียนรู้การจดจำแบบรูป (Pattern Recognition) และการอุปมานความรู้เช่นเดียวกับความสามารถที่มีในสมองมนุษย์ แนวคิดเริ่มต้นของเทคนิคนี้ได้มาจากการศึกษาข่ายงานไฟฟ้าชีวภาพ (bioelectric network) ในสมอง ซึ่งประกอบด้วย เซลล์ประสาท หรือ “นิวรอน” (neurons) และ จุดประสานประสาท (synapses) แต่ละเซลล์ประสาทประกอบด้วยปลายในการรับกระแสประสาท เรียกว่า "เดนไดรท์" (Dendrite) ซึ่งเป็น input และปลายในการส่งกระแสประสาทเรียกว่า "แอคซอน" (Axon) ซึ่งเป็นเหมือน output ของเซลล์ เซลล์เหล่านี้ทำงานด้วยปฏิกิริยาไฟฟ้าเคมี เมื่อมีการกระตุ้นด้วยสิ่งเร้าภายนอกหรือกระตุ้นด้วยเซลล์ด้วยกัน กระแสประสาทจะวิ่งผ่านเดนไดรท์เข้าสู่นิวเคลียสซึ่งจะเป็นตัวตัดสินว่าต้องกระตุ้นเซลล์อื่นๆต่อหรือไม่ ถ้ากระแสประสาทแรงพอ นิวเคลียสก็จะกระตุ้นเซลล์อื่น ๆ ต่อไปผ่านทางแอคซอนของมัน

แบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม ดังระบบสมการต่อไปนี้

$$x'(t) = -Ax(t) + BS(x(t-h)) + f$$

ซึ่งมี

$x(t) \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ เป็นสถานะของระบบประสาท

$A = diag\{a_1, \ldots, a_n\}$, $a_i \geq 0$, $i = 1,2,\ldots,n$ เป็นเมทริกซ์ถ่ายทอด

B เป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก

$S(z)=[s_1(z_1),\dots,s_n(z_n)]^T$ ซึ่งมี s_i เป็น ตัวกระตุ้นระบบประสาท

และ

$$x'(t)=-Ax(t)+BS(x(t-h))+u(t)+f$$

ซึ่งมี

$x(t)\in\Omega\subseteq\mathbb{R}^n$ เป็นสถานะของระบบประสาท

$A=diag\{a_1,\dots,a_n\}$, $a_i\geq 0$, $i=1,2,...,n$ เป็นเมทริกซ์ถ่ายทอด

B เป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก

$u(t)\in\mathbb{R}^n$ เป็นตัวควบคุม

$S(z)=[s_1(z_1),\dots,s_n(z_n)]^T$ ซึ่งมี s_i เป็น ตัวกระตุ้นระบบประสาท

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ เราได้ศึกษาเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการมีเสถียรภาพและการหาค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม

แบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม ดังระบบสมการต่อไปนี้

$$x'(t)=-Ax(t)+BS(x(t-h))+f$$

ซึ่งมี

$x(t)\in\Omega\subseteq\mathbb{R}^n$ เป็นสถานะของระบบประสาท

$A=diag\{a_1,\dots,a_n\}$, $a_i\geq 0$, $i=1,2,...,n$ เป็นเมทริกซ์ถ่ายทอด

B เป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก

$S(z)=[s_1(z_1),\dots,s_n(z_n)]^T$ ซึ่งมี s_i เป็น ตัวกระตุ้นระบบประสาท

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้เงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม และมีโปรแกรมคำนวณทางคณิตศาสตร์(MATLAB) ของแบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม ซึ่งสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในทางการแพทย์และชีวะวิทยา เพื่อสร้างแบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม และนำไปประยุกต์ใช้ในการสร้างระบบ

ประสาทเทียมในคนพิการและอัมพาตได้ในอนาคตต่อไป และเผยแพร่ผลงานวิจัยการประชุมวิชาการระดับนานาชาติ และตีพิมพ์ผลงานวิจัยในวารสารระดับนานาชาติ

การตรวจเอกสาร

1. ค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จัดเตรียมหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องของการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท
2. หาเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท
3. นำเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท นำมาเปรียบกับตัวอย่างเชิงตัวเลข โดยเขียนโปรแกรมคำนวณทางคณิตศาสตร์ (MATLAB)
4. เรียบเรียงงานวิจัยและส่งตีพิมพ์เผยแพร่ในระดับชาติและนานาชาติ

พิจารณาสมการ

$$\dot{x} = f(t,x) \tag{*}$$

โดยที่ $x = (x_1, x_2, ..., x_N)^T \in R^n, x_i = x_i(t), f = (f_1, f_2, ..., f_N)^T \in R^n, f_i = f_i(t, x_1, x_2, ..., x_N)$ สำหรับ $i = 1, 2, ..., N$

บทนิยาม 1 จุดสมดุลของสมการ (*) คือ $x = a$ ที่ทำให้ $f(t,a) = 0$

บทนิยาม 2 กำหนดให้ $\bar{0}$ เป็นจุดสมดุลของสมการ (*) แล้วจะกล่าวว่า จุดสมดุล

1) เสถียร (stable) สำหรับทุก $\varepsilon > 0$ มี $\delta > 0$ ซึ่ง $\|x(t_0)\| < \delta$ แล้ว $\|x(t)\| < \varepsilon$ สำหรับทุก $t \geq t_0$

2) เสถียรเชิงเส้นกำกับ (asymptotically stable) ถ้า $\bar{0}$ เป็นจุดสมดุลที่เสถียร และ $\|x(t)\| \to 0$ เมื่อ $t \to +\infty$

3) ไม่เสถียร (unstable) ถ้าไม่เป็นไปตาม 1) นั้นคือ มี $\varepsilon > 0$ ทุก $\delta > 0$ ซึ่ง $\|x(t_0)\| < \delta$ และ $\|x(t_0)\| \geq \varepsilon$ สำหรับบาง $t \geq t_0$

บทนิยาม 3 กำหนดให้ P เป็นเมทริกซ์ค่าจริง ถ้า $P = P^T$ แล้วจะกล่าวว่า P เป็นเมทริกซ์สมมาตร (Symmetric matrix)

บทนิยาม 4 กำหนดให้ P เป็นเมทริกซ์สมมาตร จะกล่าวว่า

1) P เป็น เมทริกซ์บวกแน่นอน (Positive definite) ก็ต่อเมื่อ $x^T Px > 0$ สำหรับทุกๆ $x \in R^n$ และ $x \neq \overline{0}$
2) P เป็น เมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอน (Positive semi definite) ก็ต่อเมื่อ $x^T Px \geq 0$ สำหรับทุกๆ $x \in R^n$ และ $x^T Px = 0$ เมื่อ $x = \overline{0}$
3) P เป็น เมทริกซ์ลบแน่นอน (Negative definite) ก็ต่อเมื่อ $x^T Px < 0$ สำหรับทุกๆ $x \in R^n$ และ $x \neq \overline{0}$
4) P เป็น เมทริกซ์กึ่งลบแน่นอน (Negative semi definite) ก็ต่อเมื่อ $x^T Px \leq 0$ สำหรับทุกๆ $x \in R^n$ และ $x^T Px = 0$ เมื่อ $x = \overline{0}$

บทนิยาม 5 ฟังก์ชันไลปูนอฟ (Lyapunov function)
กำหนดให้ $V : R^n \to R$ จะกล่าวว่า $V(x(t))$ เป็นฟังก์ชันไลปูนอฟของสมการ (*) ถ้า $V(x(t))$ สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1) $V(x(t))$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง บน R^n
2) $V(x(t))$ เป็นฟังก์ชันบวกแน่นอน นั่นคือ $V(x(t)) > 0$ สำหรับ $x(t) \neq 0$ และ $V(\overline{0}) = 0$
3) อนุพันธ์ย่อยของ $V(x(t))$ เทียบกับ t

$$\dot{V}(x(t)) = \frac{\partial V}{\partial x_1}\dot{x}_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2}\dot{x}_2 + \ldots + \frac{\partial V}{\partial x_N}\dot{x}_N = \frac{\partial V}{\partial x_1} f_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} f_2 + \ldots + \frac{\partial V}{\partial x_N} f_N$$

เป็นฟังก์ชันกึ่งลบแน่นอน นั่นคือ $\dot{V}(x(t)) \leq 0$ สำหรับ $x(t) \neq \overline{0}$ และ $\dot{V}(\overline{0}) = 0$

ทฤษฎีบท 6 กำหนดให้ $x = \overline{0}$ เป็นจุดสมดุลของสมการ (*) จะได้ว่า

1) จุดสมดุลของสมการ (*) จะเสถียรถ้าฟังก์ชันไลปูนอฟ $V(x(t))$ ที่สอดคล้องกับบทนิยาม 5

2) จุดสมดุลของสมการ (*) จะเสถียรเชิงเส้นกำกับ ถ้าฟังก์ชันไลปูนอฟ $V(x(t))$ ที่สอดคล้องกับบทนิยามที่ 5 และอนุพันธ์ย่อยของ $V(x(t))$ เป็นลบแน่นอน นั่นคือ $\dot{V}(x(t)) < 0$ สำหรับ $x(t) \neq \overline{0}$ และ $\dot{V}(\overline{0}) = 0$

ทฤษฎีบท 7 ให้ $P \in R^{n \times n}$ เป็นเมทริกซ์สมมาตร กำหนดให้ $\lambda_{\min}(P)$ เป็น ค่าลักษณะเฉพาะที่มีค่าน้อยที่สุดของเมทริกซ์ P และ $\lambda_{\max}(P)$ เป็นค่า ลักษณะเฉพาะที่มีค่ามากที่สุดของเมตริกซ์ P แล้ว $\lambda_{\min}(P)x^T x \leq x^T Px \leq \lambda_{\max}(P)x^T x$ สำหรับ $x \in R^{n \times n}$

ทฤษฎีบท 8 กำหนดให้ P เป็นเมทริกซ์สมมาตรจะกล่าวว่า

1) P เป็นเมทริกซ์ลบแน่นอน (Negative definite) ก็ต่อเมื่อ ทุกค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) เป็นลบแท้จริง (strictly negative)
2) P เป็นเมทริกซ์บวกแน่นอน (Positive definite) ก็ต่อเมื่อ ทุกค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) เป็นบวกแท้จริง (strictly positive)

กำหนดสัญลักษณ์

R^{+} - เซตของจำนวนจริงบวก

R^{n} - ปริภูมิ n มิติของเวกเตอร์ค่าจริง

$R^{n\times r}$ - เมทริกซ์ค่าจริงขนาด $n\times r$ มิติ

$\lambda(A)$ - เซตของค่าลักษณะเฉพาะของเมทริกซ์ A

$\lambda_{\max}(A)=\max\{\operatorname{Re}\lambda:\lambda\in\lambda(A)\}$

$\lambda_{\min}(A)=\min\{\operatorname{Re}\lambda:\lambda\in\lambda(A)\}$

$\Lambda\geq 0-A$ เป็นเมทริกซ์กึ่งบวกแน่นอน

บทนิยาม 9 ให้ $\beta>0$ ระบบสมการจะเสถียรแบบเลขชี้กำลังที่มีอัตราการลู่เข้า β ถ้ามีฟังก์ชันการสลับ $\sigma(.)$ และมีจำนวนบวก γ ที่ซึ่งทุกๆผลเฉลย $x(t,\phi)$ ของระบบสมการสอดคล้องกับ
$\|x(t,\phi)\|\leq\gamma e^{-\beta t}\|\phi\| \quad \forall t\in R^{+}$

บทนิยาม 10 จะกล่าวว่าระบบของเมทริกซ์ $\{L_i\}, i\in\{1,2,...,N\}$ strictly complete ถ้าทุกๆ $x\in R^{n}\setminus\{0\}$ มี $i\in\{1,2,...,N\}$ ที่ซึ่ง $x^{T}L_i x<0$ กำหนดให้ $\Omega_i=\{x\in R^{n}:x^{T}L_i x<0\}$
$i=1,2,...,N$

ทฤษฎีบท 11 ระบบของเมทริกซ์ $\{L_i\}, i\in\{1,2,...,N\}$ strictly complete ก็ต่อเมื่อ
$\bigcup_{i=1}^{N}\Omega_i=R^{n}\setminus\{0\}$

ทฤษฎีบท 12 เงื่อนไขเพียงพอสำหรับระบบเมทริกซ์ $\{L_i\}, i\in\{1,2,...,N\}$ strictly complete ถ้ามี $\xi_i\geq 0, i\in\{1,2,...,N\}$ และ $\sum_{i=1}^{N}\xi_i>0$ ที่ซึ่ง $\sum_{i=1}^{N}\xi_i L_i<0$
ถ้า $N=2$ เงื่อนไขข้างต้นจะเป็นเงื่อนไขจำเป็นสำหรับ strictly complete ด้วย

บทตั้ง 13 สำหรับทุกๆ $x, y \in R^n$ และเมทริกซ์ Y, E, F, H โดยที่ $Y > 0, F^T F \le I$ และสเกลาร์ $\varepsilon > 0$ จะได้ส่าอสมการต่อไปนี้เป็นจริง

1) $EFH + H^T F^T E^T \le \varepsilon^{-1} EE^T + \varepsilon H^T H$

2) $2x^T y \le x^T Y^{-1} x + y^T Yy$

อุปกรณ์และวิธีการวิจัย

1. รวบรวมเอกสารงานวิจัยทั้งหมด หนังสือและบทความทั้งหมดในวารสารต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท
2. ศึกษาวิธีการต่างๆสำหรับการออกแบบฟังก์ชันไลปูนอฟ สำหรับการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท
3. การใช้ความรู้พื้นฐานและวิธีการต่างๆนข้อ 1 และ 2 เพื่อการศึกษาและสร้างวิธีการใหม่สำหรับการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท
4. พิสูจน์ทฤษฎีของการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท
5. เขียนงานวิจัยและส่งไปตีพิมพ์ในวารสารระดับนานาชาติ

ผลการวิจัย

พิจารณาระบบควบคุมเชิงผลต่างของแบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม ดังระบบสมการต่อไปนี้

$$x(k+1) = Cx(k) + AS(x(k)) + BS(x(k-h(k))) + Du(k) \quad (1)$$

ซึ่งมี

$x(t) \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ เป็นสถานะของระบบประสาท

$A = diag\{a_1, \dots, a_n\}$, $a_i \ge 0$, $i = 1, 2, \dots, n$ เป็นเมทริกซ์ถ่ายทอด

B เป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก

$u(t) \in \mathbb{R}^n$ เป็นตัวควบคุม

$S(z) = [s_1(z_1), \dots, s_n(z_n)]^T$ ซึ่งมี s_i เป็น ตัวกระตุ้นระบบประสาท

สำหรับการออกแบบตัวควบคุม ตอนนี้เรามีความสนใจการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบ (1) ดังนี้

$$u(k) = Kx(k)$$

รูปแบบใหม่ของ (1) ดังต่อไปนี้

$$x(k+1) = Cx(k) + AS(x(k)) + BS(x(k-h(k))) + DKx(k) \tag{2}$$

ทฤษฎีบท 1 จุดสมดุลที่ $x = 0$ ของ (2) เป็นเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ถ้ามี P, G, W, R เป็นเมตริกซ์บวกแน่นอน และสอดคล้องอสมการเมตริกซ์

$$\psi = \begin{pmatrix} (1,1) & (1,2) \\ (2,1) & (2,2) \end{pmatrix} < 0 \tag{3}$$

ซึ่งมี

$(1,1)= CPC + CPDK + K^T D^T PC + K^T D^T PDK - P + CPAL + L^T A^T PC$
$\quad +K^T D^T PAL + L^T A^T PDK + L^T A^T PAL + \hat{h}W$

$(1,2)= CPBL + K^T D^T PBL + L^T A^T PBL$

$(2,1)= L^T B^T PC + L^T B^T PDKx(k) + L^T B^T PAL$

$(2,2)= L^T B^T PBL - G - \hat{h}R$

$\hat{h} = h_2 - h_1 + 1$

พิสูจน์ เราจะใช้ฟังก์ชันไลยาปูนอฟดังนี้

$$V_1(x(k)) = x^T(k)Px(k)$$

$$V_2(x(k)) = \sum_{i=k-h(k)}^{k-1} x^T(i)Gx(i)$$

$$V_3(x(k)) = \sum_{j=k-h_2+1}^{k-h_1} \sum_{i=j}^{k-1} x^T(i)Wx(i)$$

$$V_4(x(k)) = \sum_{i=k-h(k)}^{k-1} (h(k)-k+i)x^T(i)Rx(i)$$

หาอนุพันธ์ของ ตามเงื่อนไขของ (2) จะได้

$$
\begin{aligned}
\Delta V_1(x(k)) &= V_1(x(k+1)) - V_1(x(k)) \\
&= [Cx(k) + AS(x(k)) + BS(x(k-h(k))) + Du(k)]^T \\
&\quad \times P[Cx(k) + AS(x(k)) + BS(x(k-h(k))) + Du(k)] \\
&\quad -x^T(k)Px(k) \\
&= x^T(k)[CPC + CPDK + K^T D^T PC + K^T D^T PDK - P]x(k) \\
&\quad +x^T(k)CPAS(x(k)) + S^T(x(k))A^T PCx(k) \\
&\quad +x^T(k)CPBS(x(k-h(k))) + S^T(x(k-h(k)))B^T PCx(k)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Delta V \le\; & x^T(k)[CPC + CPDK + K^T D^T PC + K^T D^T PDK - P \\
& +CPAL + L^T A^T PC + K^T D^T PAL + L^T A^T PDK + L^T A^T PAL + \hat{h}W]x(k) \\
& +x^T(k)[CPBL + K^T D^T PBL + L^T A^T PBL]x(k-h(k)) \\
& +x^T(k-h(k))[L^T B^T PC + L^T B^T PDKx(k) + L^T B^T PAL]x(k) \\
& +x^T(k-h(k))[L^T B^T PBL - G - \hat{h}R]x(k-h(k)), \\
& = \begin{pmatrix} x(k) \\ x(k-h(k)) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} (1,1) & (1,2) \\ (2,1) & (2,2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(k) \\ x(k-h(k)) \end{pmatrix} \\
& = y^T(k)\psi y(k)
\end{aligned}
$$

ซึ่งมี

$(1,1)= CPC + CPDK + K^T D^T PC + K^T D^T PDK - P$

$\quad +CPAL + L^T A^T PC + K^T D^T PAL + L^T A^T PDK + L^T A^T PAL + \hat{h}W$

$(1,2)=CPBL + K^T D^T PBL + L^T A^T PBL$

$(2,1)=L^T B^T PC + L^T B^T PDKx(k) + L^T B^T PAL$

$(2,2)=L^T B^T PBL - G - \hat{h}R$

$y(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ x(k-h(k)) \end{pmatrix}$

โดยนิยามที่ 5 ระบบสลับที่มีตัวควบคุม (2) จะมีเสถียรเชิงเส้นกำกับ

พิจารณาระบบเชิงผลต่างของแบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียมที่มีตัวหน่วงหลายตัว ดังระบบสมการต่อไปนี้

$$u(k+1) = -Au(k) + \sum_{i=1}^{m} B_i S(u(k-h_i)) \tag{4}$$

ซึ่งมี

$x(t) \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ เป็นสถานะของระบบประสาท

$A = diag\{a_1, \ldots, a_n\}$, $a_i \geq 0$, $i = 1,2,...,n$ เป็นเมทริกซ์ถ่ายทอด

B_i, $i = 1,2,...,n$ เป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก

$S(z) = [s_1(z_1), \ldots, s_n(z_n)]^T$ ซึ่งมี s_i เป็น ตัวกระตุ้นระบบประสาท

ทฤษฎีบท 2 จุดสมดุลที่ $x = 0$ ของ (4) เป็นเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ถ้ามี P ,G_i ,W_i , $i = 1,2,...,m$, และ $L = diag[l_1, \ldots, l_n] > 0$ เป็นเมตริกซ์บวกแน่นอน และสอดคล้องอสมการเมตริกซ์

$$\psi = \begin{bmatrix} (0,0) & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (1,1) & (1,2) & \cdots & (1,m) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & (2,1) & (2,2) & \cdots & (2,m) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & (m,1) & (m,2) & \cdots & (m,m) & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & (m+1,m+1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (m+2,m+2) & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & (2m,2m) \end{bmatrix} < 0 \tag{5}$$

ซึ่งมี

$$(0,0) = A^T PA - P + \sum_{i=1}^{m}(h_i G_i + W_i) + \varepsilon \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} A^T PB_i B_j^T PA,$$

$$(1,1) = \varepsilon^{-1}LL + LB_1^T PB_1 L - W_1,$$

$$(1,2) = \varepsilon^{-1}LL + LB_1^T PB_2 L,$$

$$(1,m) = \varepsilon^{-1}LL + LB_1^T PB_m L,$$

$$(2,1) = \varepsilon^{-1}LL + LB_2^T PB_1 L,$$

$$(2,2) = \varepsilon^{-1}LL + LB_2^T PB_2 L - W_2,$$

$$(2,m) = \varepsilon^{-1}LL + LB_2^T PB_m L,$$

$$(m,1) = \varepsilon^{-1}LL + LB_m^T PB_1 L,$$

$$(m,2) = \varepsilon^{-1}LL + LB_m^T PB_2 L,$$

$$(m,m) = \varepsilon^{-1}LL + LB_m^T PB_m L - W_m,$$

$$(m+1,m+1) = -h_1 G_1,$$

$$(m+2,m+2) = -h_2 G_2,$$

$$(2m,2m) = -h_m G_m .$$

พิสูจน์ เราจะใช้ฟังก์ชันไลยาปูนอฟดังนี้

$$V_1(y(k)) = x^T(k)Px(k),$$

$$V_2(y(k)) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=k-h_i+1}^{k}(h-k+i)x^T(j)G_i x(j),$$

$$V_3(y(k)) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=k-h_i+1}^{k}x^T(j)W_i x(j),$$

หาอนุพันธ์ของ ตามเงื่อนไขของ (4) จะได้

$$\Delta V(y(k)) = \Delta V_1(y(k)) + \Delta V_2(y(k)) + \Delta V_3(y(k)),$$

$$\begin{aligned}
\Delta V_1(y(k)) &= V_1(x(k+1)) - V_1(x(k)) \\
&= [-Ax(k) + \sum_{i=1}^{m} B_i S(x(k-h_i))]^T P[-Ax(k) + \sum_{i=1}^{m} B_i S(x(k-h_i))] \\
&\quad -x^T(k)Px(k) \\
&= x^T(k)[A^T PA - P]x(k) \\
&\quad -\sum_{i=1}^{m} x^T(k)A^T PB_i S(x(k-h_i)) \\
&\quad -\sum_{i=1}^{m} S^T(x(k-h_i))B_i^T PAx(k) \\
&\quad +\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} S^T(x(k-h_i))B_i^T PB_j S(x(k-h_j)),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta V_2(y(k)) &= \Delta\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=k-h_i+1}^{k}(h_i-k+j)x^T(j)G_i x(j)\right) \\
&= \sum_{i=1}^{m} h_i x^T(k)G_i x(k) - \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=k-h_i+1}^{k} x^T(j)G_i x(j),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta V_3(y(k)) &= \Delta\left(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=k-h_i+1}^{k} x^T(j)W_i x(j)\right) \\
&= \sum_{i=1}^{m} x^T(k)W_i x(k) - \sum_{i=1}^{m} x^T(k-h_i)W_i x(k-h_i)
\end{aligned}$$

โดยนิยามที่ 5 ระบบสลับที่มีตัวควบคุม (4) จะมีเสถียรเชิงเส้นกำกับ

พิจารณาระบบเชิงผลต่างของแบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม ดังระบบสมการต่อไปนี้

$$x(k+1) = Cx(k) + AS(x(k)) + BS(x(k-h(k))) \tag{6}$$

ซึ่งมี

$x(t) \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ เป็นสถานะของระบบประสาท

$A = diag\{a_1,\ldots,a_n\}$, $a_i \geq 0$, $i = 1,2,\ldots,n$ เป็นเมทริกซ์ถ่ายทอด

B เป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก

$u(t) \in \mathbb{R}^n$ เป็นตัวควบคุม

$S(z) = [s_1(z_1),\ldots,s_n(z_n)]^T$ ซึ่งมี s_i เป็น ตัวกระตุ้นระบบประสาท

ทฤษฎีบท 3 จุดสมดุลที่ $x = 0$ ของ (6) เป็นเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ถ้ามี P,G,W,R เป็นเมตริกซ์บวกแน่นอน และสอดคล้องอสมการเมตริกซ์

$$\psi = \begin{pmatrix} (1,1) & (1,2) \\ (2,1) & (2,2) \end{pmatrix} < 0 \tag{7}$$

ซึ่งมี

$(1,1) = CPC - P + CPAL + L^T A^T PC + L^T A^T PAL + \hat{h}W$

$(1,2) = CPBL + L^T A^T PBL$

$(2,1) = L^T B^T PC + L^T B^T PAL$

$(2,2) = L^T B^T PBL - G - \hat{h}R$

$\hat{h} = h_2 - h_1 + 1$

พิสูจน์ เราจะใช้ฟังก์ชันไลยาปูนอฟดังนี้

$$V_1(x(k)) = x^T(k)Px(k)$$

$$V_2(x(k)) = \sum_{i=k-h(k)}^{k-1} x^T(i)Gx(i)$$

$$V_3(x(k)) = \sum_{j=k-h_2+1}^{k-h_1} \sum_{i=j}^{k-1} x^T(i)Wx(i)$$

$$V_4(x(k)) = \sum_{i=k-h(k)}^{k-1} (h(k)-k+i)x^T(i)Rx(i)$$

หาอนุพันธ์ของ ตามเงือนไขของ (6) จะได้

$$\begin{aligned}
\Delta V_1(x(k)) &= V_1(x(k+1)) - V_1(x(k)) \\
&= [Cx(k) + AS(x(k)) + BS(x(k-h(k)))]^T \\
&\quad \times P[Cx(k) + AS(x(k)) + BS(x(k-h(k)))] \\
&\quad -x^T(k)Px(k) \\
&= x^T(k)[CPC-P]x(k) \\
&\quad +x^T(k)CPAS(x(k)) + S^T(x(k))A^T PCx(k) \\
&\quad +x^T(k)CPBS(x(k-h(k))) + S^T(x(k-h(k)))B^T PCx(k)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta V \le\ & x^T(k)[CPC-P \\
& +CPAL + L^T A^T PC + L^T A^T PAL + \hat{h}W]x(k) \\
& +x^T(k)[CPBL + L^T A^T PBL]x(k-h(k)) \\
& +x^T(k-h(k))[L^T B^T PC + L^T B^T PAL]x(k) \\
& +x^T(k-h(k))[L^T B^T PBL - G - \hat{h}R]x(k-h(k)), \\
& = \begin{pmatrix} x(k) \\ x(k-h(k)) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} (1,1) & (1,2) \\ (2,1) & (2,2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(k) \\ x(k-h(k)) \end{pmatrix} \\
& = y^T(k)\psi y(k)
\end{aligned}$$

ซึ่งมี

$(1,1)= CPC - P + CPAL + L^T A^T PC + L^T A^T PAL + \hat{h}W$

$(1,2)=CPBL + L^T A^T PBL$

$(2,1)=L^T B^T PC + L^T B^T PAL$

$(2,2)=L^T B^T PBL - G - \hat{h}R$

$$y(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ x(k-h(k)) \end{pmatrix}$$

โดยนิยามที่ 5 ระบบสลับที่มีตัวควบคุม (6) จะมีเสถียรเชิงเส้นกำกับ

พิจารณาระบบเชิงผลต่างของแบบจำลองโครงข่ายร่างแหระบบประสาทเทียม ดังระบบสมการต่อไปนี้

$$x(k+1) = -Ax(k) + BS(x(k-h)) + Cu(k) \tag{8}$$

ซึ่งมี

$x(t) \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ เป็นสถานะของระบบประสาท

$A = diag\{a_1, \ldots, a_n\}$, $a_i \geq 0$, $i = 1, 2, \ldots, n$ เป็นเมทริกซ์ถ่ายทอด

B, C, K เป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนัก

$u(t) \in \mathbb{R}^n$ เป็นตัวควบคุม

$S(z) = [s_1(z_1), \ldots, s_n(z_n)]^T$ ซึ่งมี s_i เป็น ตัวกระตุ้นระบบประสาท

สำหรับการออกแบบตัวควบคุม ตอนนี้เรามีความสนใจการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบ (8) ดังนี้

$$u(k) = Kx(k)$$

รูปแบบใหม่ของ (8) ดังต่อไปนี้

$$x(k+1) = -Ax(k) + BS(x(k-h)) + CKx(k) \tag{9}$$

ทฤษฎีบท 4 จุดสมดุลที่ $x = 0$ ของ (9) เป็นเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ ถ้ามี P, G, W และ $L = diag[l_1, \ldots, l_n] > 0$ เป็นเมตริกซ์บวกแน่นอน และสอดคล้องอสมการเมตริกซ์

$$\psi = \begin{pmatrix} (1,1) & 0 & 0 \\ 0 & (2,2) & 0 \\ 0 & 0 & (3,3) \end{pmatrix} < 0 \tag{10}$$

ซึ่งมี

$$\begin{aligned}(1,1) &= APA - APCK - K^T C^T PA - C^T K^T PC - P + hG + W \\ &\quad + \varepsilon APBB^T PA + \varepsilon_1 K^T C^T PBB^T PCK, \\ (2,2) &= \varepsilon^{-1} LL + \varepsilon_1^{-1} LL + LB^T PBL - W, \\ (3,3) &= -hG.\end{aligned}$$

พิสูจน์ เราจะใช้ฟังก์ชันไลยาปูนอฟดังนี้

$$V_1(y(k)) = x^T(k)Px(k),$$

$$V_2(y(k)) = \sum_{i=k-h+1}^{k} (h-k+i)x^T(i)Gx(i),$$

$$V_3(y(k)) = \sum_{i=k-h+1}^{k} x^T(i)Wx(i),$$

หาอนุพันธ์ของ ตามเงื่อนไขของ (9) จะได้

$$\Delta V(y(k)) = \Delta V_1(y(k)) + \Delta V_2(y(k)) + \Delta V_3(y(k)),$$

$$\Delta V_1(y(k)) = V_1(x(k+1)) - V_1(x(k))$$

$$= [-Ax(k) + BS(x(k-h)) + CKx(k)]^T P[-Ax(k) + BS(x(k-h)) + CKx(k)] \\ -x^T(k)Px(k)$$

$$= x^T(k)[APA - APCK - K^T C^T PA - C^T K^T PC - P]x(k) \\ -x^T(k)APBS(x(k-h)) - S^T(x(k-h))B^T PAx(k) \\ +x^T(k)K^T C^T PBS(x(k-h)) + S^T(x(k-h))B^T PCKx(k) \\ +S^T(x(k-h))B^T PBS(x(k-h)),$$

$$\Delta V_2(y(k)) = \Delta\left(\sum_{i=k-h+1}^{k}(h-k+i)x^T(i)Gx(i)\right) = hx^T(k)Gx(k) - \sum_{i=k-h+1}^{k} x^T(i)Gx(i),$$

$$\Delta V_3(y(k)) = \Delta\left(\sum_{i=k-h+1}^{k} x^T(i)Wx(i)\right) = x^T(k)Wx(k) - x^T(k-h)Wx(k-h),$$

$$-x^T(k)APBS(x(k-h)) - S^T(x(k-h))B^T PAx(k) \le \varepsilon x^T(k)APBB^T PAx(k) \\ +\varepsilon^{-1}S^T(x(k-h))S(x(k-h)),$$

$$x^T(k)K^T C^T PBS(x(k-h)) + S^T(x(k-h))B^T PCKx(k) \le \varepsilon_1 x^T(k)K^T C^T PBB^T PCKx(k) \\ +\varepsilon_1^{-1}S^T(x(k-h))S(x(k-h)),$$

$$S^T(x(k-h))B^T PBS(x(k-h)) \le x^T(k-h)LB^T PBLx(k-h), \\ \varepsilon^{-1}S^T(x(k-h))S(x(k-h)) \le \varepsilon^{-1}x^T(k-h)LLx(k-h), \\ \varepsilon_1^{-1}S^T(x(k-h))S(x(k-h)) \le \varepsilon_1^{-1}x^T(k-h)LLx(k-h),$$

$$\Delta V_1(y(k)) \le x^T(k)[A^T PA - P]x(k) + \varepsilon x^T(k)A^T PBB^T PAx(k) \\ +\varepsilon^{-1}x^T(k-h)LLx(k-h) + x^T(k-h)LB^T PBLx(k-h).$$

$$\Delta V \le x^T(k)[APA - APCK - K^T C^T PA - C^T K^T PC - P + hG + W \\ +\varepsilon APBB^T PA + \varepsilon_1 K^T C^T PBB^T PCK]x(k)$$

$$+x^T(k-h)[\varepsilon^{-1}LL+\varepsilon_1^{-1}LL+LB^TPBL-W]x(k-h)$$
$$-\sum_{i=k-h}^{k-1}x^T(i)Gx(i).$$

$$\sum_{i=k-h+1}^{k}x^T(i)Gx(i)\geq\left(\frac{1}{h}\sum_{i=k-h+1}^{k}x(i)\right)^T(hG)\left(\frac{1}{h}\sum_{i=k-h+1}^{k}x(i)\right).$$

$$\begin{aligned}\Delta V\leq x^T(k)[&APA-APCK-K^TC^TPA-C^TK^TPC-P+hG+W\\&+\varepsilon APBB^TPA+\varepsilon_1K^TC^TPBB^TPCK]x(k)\\&+x^T(k-h)[\varepsilon^{-1}LL+\varepsilon_1^{-1}LL+LB^TPBL-W]x(k-h)\\&-\left(\frac{1}{h}\sum_{i=k-h}^{k-1}x(i)\right)^T(hG)\left(\frac{1}{h}\sum_{i=k-h}^{k-1}x(i)\right)\end{aligned}$$

$$=\left(x^T(k),x^T(k-h),(\frac{1}{h}\sum_{i=k-h+1}^{k}x(i))^T\right)\begin{pmatrix}(1,1)&0&0\\0&(2,2)&0\\0&0&(3,3)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x(k)\\x(k-h)\\(\frac{1}{h}\sum_{i=k-h+1}^{k}x(i))\end{pmatrix}$$

$$=y^T(k)\psi y(k),$$

$$\begin{aligned}(1,1)=&APA-APCK-K^TC^TPA-C^TK^TPC-P+hG+W\\&+\varepsilon APBB^TPA+\varepsilon_1K^TC^TPBB^TPCK,\end{aligned}$$
$$(2,2)=\varepsilon^{-1}LL+\varepsilon_1^{-1}LL+LB^TPBL-W,$$
$$(3,3)=-hG,$$
$$y(k)=\begin{pmatrix}x(k)\\x(k-h)\\(\frac{1}{h}\sum_{i=k-h+1}^{k}x(i))\end{pmatrix}.$$

โดยนิยามที่ 5 ระบบสลับที่มีตัวควบคุม (6) จะมีเสถียรเชิงเส้นกำกับ

วิจารณ์ผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท โดยการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันไลปูนอฟในการแก้ปัญหาการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดและพัฒนา

เงื่อนไขความมีเสถียรภาพที่ขึ้นอยู่กับตัวหน่วงเวลาที่ได้มาในรูปของอสมการเมทริกซ์ จากกรณีนี้เป็นเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาทที่จะนำเสนอการปรับปรุงพัฒนาผลลัพธ์ของการมีเสถียรภาพ และค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาทจะนำเสนอในตัวอย่าง เนื่องจากเงื่อนไขความมีเสถียรภาพที่ขึ้นอยู่กับตัวหน่วงเวลาที่ได้มาในรูปของอสมการเมทริกซ์ แล้วพบว่าเงื่อนไขที่ได้นั้นยังมีความซับซ้อนมาก ดังนั้นจึงควรศึกษาตัวแปรอื่นที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องเพิ่มเติมในการศึกษาวิจัยครั้งต่อไป ควรมีการศึกษาปัจจัยด้านอื่นๆที่เกี่ยวข้องอันจะเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์ และนำมาใช้ในสร้างเงื่อนไขความมีเสถียรภาพที่ขึ้นอยู่กับตัวหน่วงเวลาที่ได้มาในรูปของอสมการเมทริกซ์

สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาท โดยการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันไลปูนอฟในการแก้ปัญหาการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดและพัฒนาเงื่อนไขความมีเสถียรภาพที่ขึ้นอยู่กับตัวหน่วงเวลาที่ได้มาในรูปของอสมการเมทริกซ์ จากกรณีนี้เป็นเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาทที่จะนำเสนอการปรับปรุงพัฒนาผลลัพธ์ของการมีเสถียรภาพและค่าเหมาะที่สุดของแบบจำลองระบบประสาทจะนำเสนอในตัวอย่าง เนื่องจากเงื่อนไขความมีเสถียรภาพที่ขึ้นอยู่กับตัวหน่วงเวลาที่ได้มาในรูปของอสมการเมทริกซ์ แล้วพบว่าเงื่อนไขที่ได้นั้นยังมีความซับซ้อนมาก ดังนั้นจึงควรศึกษาตัวแปรอื่นที่มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องเพิ่มเติม ในการศึกษาวิจัยครั้งต่อไป ควรมีการศึกษาปัจจัยด้านอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องอันจะเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์ และนำมาใช้ในสร้างเงื่อนไขความมีเสถียรภาพที่ขึ้นอยู่กับตัวหน่วงเวลาที่ได้มาในรูปของอสมการเมทริกซ์

การเผยแพร่ผลงานวิจัยการประชุมวิชาการระดับนานาชาติดังนี้

1. Delay-dependent Asymptotical Stabilization Criterion of Recurrent Neural Networks, Grienggrai Rajchakit, the 2013 4th International Conference on Mechanical, Industrial, and Manufacturing Technologies (MIMT 2013), Bali Island, Indonesia, March 16-17, 2013.

2. Guaranteed cost control for Hopfield neural networks with interval non differentiable time-varying delay, Grienggrai Rajchakit, International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modelling (ICAAMM 2013) , Istanbul-Turkey, 2-5 June 2013.

การเผยแพร่ผลงานวิจัยโดยการตีพิมพ์ในวารสารระดับนานาชาติดังนี้

1. Delay-dependent Asymptotical Stabilization Criterion of Recurrent Neural Networks, Grienggrai Rajchakit, the 2013 4th International Conference on Mechanical, Industrial, and Manufacturing Technologies (MIMT 2013), Bali Island, Indonesia, March 16-17, 2013.
(ISI, SCOPUS)

2. Guaranteed cost control for Hopfield neural networks with interval non differentiable time-varying delay, Grienggrai Rajchakit, International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modelling (ICAAMM 2013) , Istanbul-Turkey.

3. New design switching rule for the robust mean square stability of uncertain stochastic discrete-time hybrid systems, Grienggrai Rajchakit, 2013 Third World Congress on Information and Communication Technologies (WICT), Hanoi, Vietnam 15-18 December, 2013.
(IEEE, SCOPUS)

4. New delay-dependent sufficient conditions for the exponential stability of linear hybrid systems with interval time-varying delays, Manlika Rajchakit and Grienggrai Rajchakit, 2013 Third World Congress on Information and Communication Technologies (WICT), Hanoi, Vietnam 15-18 December, 2013. (IEEE, SCOPUS)

การตีพิมพ์ในระดับนานาชาติดังนี้

1. Grienggrai Rajchakit, DELAY-DEPENDENT ASYMPTOTICAL STABILIZATION CRITERION OF RECURRENT NEURAL NETWORKS, Applied Mechanics and Materials, Vol. 330 (2013) pp 1045-1048 Online available since 2013/Jun/27 at www.scientific.net © (2013) Trans Tech Publications, Switzerland doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.330.1045 (ISI)

2. Grienggrai Rajchakit, Guaranteed cost control for switched recurrent neural networks with interval time-varying delay, Journal of Inequalities and Applications 2013, 2013:292 http://www.journalofinequalitiesandapplications.com/content/2013/1/292 (ISI)