

เอกสารอ้างอิง

กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ, 2545, คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์, สำนักพิมพ์องค์การดำรงส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์, กรุงเทพฯ, หน้า 12-34.

กฤษฎณา ไสยศรี, 2551, ผลการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบบูรณาการที่มีต่อความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร, วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, หน้า ๗.

นิภา เมธาวีชัย, 2536, การประเมินผลการเรียน, สถาบันราชภัฏธนบุรี, กรุงเทพฯ, หน้า 65.

บุญชม ศรีสะอาด, 2537, การพัฒนาการสอน, พิมพ์ครั้งที่ 2, บริษัท 2020 เวิลด์ มีเดีย จำกัด, กรุงเทพฯ, หน้า 20-23.

บุญญาสา แซ่หลอ, 2550, การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิตโดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3, วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, หน้า ๗.

ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537, “การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์”, วารสารคณิตศาสตร์, ฉบับที่ 38, หน้า 62-64.

ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2544, กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการใช้การแก้ปัญหาปลายเปิด สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาดุสิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 9-43.

ปรีชาญ เดชศรี, 2551, บทสรุปรายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2007, สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, กรุงเทพฯ, หน้า 21-39.

พิลาลักษณ์ ทองทิพย์, 2550, การศึกษาการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กรุงเทพมหานคร, วิทยานิพนธ์ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, หน้า ข.

ไพโรจน์ ตีรณธนากุล, ไพบูลย์ เกียรติโกมล และเสกสรรค์ แยมพิณี, 2546, การออกแบบและผลิตบทเรียนคอมพิวเตอร์การสอน สำหรับ e-Learning, สำนักพิมพ์ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ, กรุงเทพฯ, หน้า 54-67.

ยุพิน พิพิธกุล และสิริพร ทิพย์คง, 2553, พจนานุกรมคณิตศาสตร์, พิมพ์ครั้งที่ 3, สำนักพิมพ์ป่าเจรา, กรุงเทพฯ, หน้า 56-57.

ยุพิน พิพิธกุล และอลงกรณ์ ตั้งสงวนธรรม, 2547, ทักษะหนึ่งในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้, พิมพ์ครั้งที่ 1, สำนักพิมพ์บริษัทรากขวัญ, กรุงเทพฯ, หน้า 1-6.

รุ่งฤดี ศิริบุรี, 2551, การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามแนวทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์, วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาหลักสูตรและการสอน บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยขอนแก่น, หน้า ข.

วรรณศิริ หลงรัก, 2553, การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบท (Contextual Learning) เรื่องสถิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยงและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาดุษฎีบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า ข.

วิดา ขุนพรหม, 2549, การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สถิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายที่ได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการคิดของนักเรียน, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, หน้า 10-45.

สถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2549, คู่มือครูสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544, สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, กรุงเทพฯ, หน้า 114-132.

สถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551, ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์, พิมพ์ครั้งที่ 2, ส. การพิมพ์, กรุงเทพฯ, หน้า 1-154.

สถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2553, ทำเนียบครูโครงการ สควค. [Online], Available : <http://www3.ipst.ac.th/dpst2/> [12 พฤศจิกายน 2553].

สมเดช บุญประจักษ์, 2543, การแก้ปัญหา, สถาบันราชภัฏพระนคร, กรุงเทพฯ, หน้า 3.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค, 2543, ค่ายคณิตศาสตร์, สถาบันราชภัฏพระนคร, กรุงเทพฯ, หน้า 6.

สำนักคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2545, พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545, พรึทหวนกราฟฟิค จำกัด, กรุงเทพฯ, หน้า 1-39.

สำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพทางการศึกษา, 2551, รายงานประจำปี 2551 (1 ต.ค. 2550 -30 ก.ย. 2551) [Online], Available : http://www.onesqa.or.th/upload/9/FileUpload/2525_7041.pdf [20 พฤษภาคม 2553].

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2552, ข้อเสนอการปฏิรูปการศึกษาในทศวรรษที่สอง (พ.ศ. 2552-2561), พรึทหวนกราฟฟิค จำกัด, กรุงเทพฯ, หน้า 3.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2552, สภาพปัญหาและแนวทางการแก้ปัญหาการจัดการเรียนการสอนหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน, พรึทหวนกราฟฟิค, กรุงเทพฯ, หน้า 1-65.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2553, สถิติการศึกษาของประเทศไทย ปีการศึกษา 2552, พรึทหวนกราฟฟิค จำกัด, กรุงเทพฯ, หน้า 20.

สำนักทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ (องค์การมหาชน), 2553, **ค่าสถิติพื้นฐานคะแนน O-NET มัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2552** [Online]. Available : <http://www.niets.or.th> [20 พฤษภาคม 2553].

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551, **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**, โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, กรุงเทพฯ, หน้า 1-54.

สิริพร ทิพย์คง, 2545, **หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์**, สำนักพิมพ์พัฒนาคุณภาพวิชาการ, กรุงเทพฯ, หน้า 187-189.

สุทธิรัตน์ สุขสวัสดิ์, 2549, **การสร้างแผนการสอนเรื่องการแจกแจงความน่าจะเป็นชนิดไม่ต่อเนื่อง โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์และสถิติช่วยในการสอน**, วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี, หน้า 9-31.

สุวิทย์ มูลคำ และอรทัย มูลคำ, 2545, **19 วิธีการจัดการเรียนรู้ : เพื่อพัฒนาความรู้และทักษะ**, โรงพิมพ์ภาพพิมพ์, กรุงเทพฯ, หน้า 17-63.

อดิศักดิ์ พงษ์พลผลศักดิ์, 2552, **ระเบียบวิธีวิจัย**, จรัสสินทวงศ์การพิมพ์, กรุงเทพฯ, หน้า 61-350.

อดิศักดิ์ พงษ์พลผลศักดิ์, 2552, **เอกสารประกอบการสอนวิชาการระเบียบการวิจัย : CRD. and RCB.**, ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.

อดิศักดิ์ พงษ์พลผลศักดิ์, 2553, “การสร้างบทเรียนเรื่องความน่าจะเป็นและสถิติสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โดยใช้นวัตกรรมการสอน”, **การประชุมวิชาการสถิติและสถิติประยุกต์**, ครั้งที่ 11, 27-28 พฤษภาคม 2553, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, หน้า 23-33.

อัญญา โปธิพลาการ, 2545, **การพัฒนาชุดการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยการเรียนแบบร่วมมือ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3**, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 20-23.

อัมพร น้าคนอง, 2553. ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ. หน้า 21-64.

อารี แสงขำ, 2550, ทำการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้เทคนิคการสอนแบบระดมสมอง, วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 31-35.

อารีย์ คงสวัสดิ์, 2544, การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3, วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการวัดผลการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, หน้า 13-14.

Dimitris, G., Konstantinos, K. and Sotiris, B., 2009, "Difficulties Greek Senior High School Students Identify in Learning and the Teaching of Statistics: The Case of Experimental and Private High Schools", **Journal of Statistics Education** [Electronic], Vol. 17, No. 3, pp. 1-13, Available : <http://www.amstat.org/publications/jse/v17n3/ghinis.html> [2010, November 20].

Even, R. and Kvatinsky, T., 2010, **What Mathematics do Teachers with Contrasting Teaching Approaches Address in Probability Lessons?** [Online], Available : <http://www.springerlink.com/index/2g71913430tr6211.pdf> [2010, June 9].

Francesca, C. and Caterina, P., 2010, "Cognitive and Non-Cognitive Factors Related to Students' Statistics Achievement", **Journal of Statistics Education** [Electronic], Vol. 18, No. 3, pp. 106-114, Available : <http://www.amstat.org/publications/jse/v17n3/batesprins.html> [2010, December 10].

Good, V., 1973, **Dictionary of Education**, McGraw-Hill, New York, p. 103.

Libman, Z., 2010, "Integrating Real-Life Data Analysis in Teaching Descriptive Statistics : A Constructivist Approach", **Journal of Statistics Education** [Electronic], Vol. 18, No. 1, pp. 1-21, Available : <http://www.amstat.org/publications/jse/v18n1/libman.pdf> [2010, June 4].

- Pongpullponsak, A. and Klinlokai, O.. 2007. "The Construction of Probability Lessons for Mathayom Suksa III Students by Using Simulation to Enhance Mathematics Problem Solving Ability", **Proceedings of 9th Symposium on Graduate Research**, January 19, 2007, Khon Kaen University, Thailand, pp. 123-185.
- Pongpullponsak, A. and Kulchanwit, J., 2005, "The Open-Ended Problem Solving in Mathematics Class of Grade 6 Students", **Journal of Education, Srinakharinwirot University**, Vol. 6, No. 1, pp. 59-67.
- Pongpullponsak, A. and Kulchanwit, J., 2006, "The Strategy of Teaching Probability Using Open-ended Problem Solving Techniques for Senior Secondary Education", **Proceedings of Commemoration Thailand International Conference on 21st Century Information Technology In Mathematics Education**, September 17-20, 2006, Chiang Mai Rajabhat University, pp. 277-283.
- Prescott, A., 1961, "Report of Conference on Child Study", In **Educational Bulletin**, Faculty of Education, Chulalongkorn University, pp. 122-123.
- Thomas, J.P., 2009, "Do Hands-On Activities Increase Student Understanding? : A Case Study", **Journal of Statistics Education** [Electronic], Vol. 17, No. 3, pp. 1-34, Available : <http://www.amstat.org/publications/jse/v17n3/pfaff.html> [2010, June 4].
- Wison, W., 1971, "Evaluation of Learning in Secondary School Mathematics", In **Handbook on Formative And Summative Evaluation of Student Learning**, Bloom, B.S., Hastings, J.T. and Madaus, G.F. (Eds.), McGraw-Hill, New York, pp. 643-696.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

- หนังสือราชการที่ใช้ในการวิจัย
- รายชื่อ โรงเรียนที่ตอบรับแบบสัมภาษณ์ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น
- รายนามผู้เชี่ยวชาญที่ทำการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย



คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

176 หมู่ 10 ซอย 11 ถนนพระราม 5 แขวงบางพลัด เขตบางพลัด กรุงเทพมหานคร 10710

ที่ ศธ 5805.2/ 42.5

15 ธันวาคม 2553

เรื่อง ขอความร่วมมือในการระดมสมองปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียน.....

- สิ่งที่ส่งมาด้วย 1. ขั้นตอนการระดมสมองปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น จำนวน 1 ชุด
2. แบบบันทึกปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น จำนวน 5 ชุด

ด้วยนายพิชิตคนย์ วัฒนนาม นักศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี และครู โครงการ สวท. ของสถาบันการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สวท.) มีความประสงค์จะทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การค้นคว้าปัญหาการเรียนจากนักเรียนสำหรับสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย” โดยมีรองศาสตราจารย์ อติศักดิ์ พงษ์พลผลศักดิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิราวรรณ จินวิริยสิทธิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์(ร่วม) ทั้งนี้ นักศึกษามีความจำเป็นต้องสอบถามปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สายวิทย์-คณิต จำนวน 1 ห้องเรียน โดยใช้วิธีการระดมสมอง

ดังนั้น ภาควิชาคณิตศาสตร์ จึงขออนุญาตทางโรงเรียนจัดสรรกลุ่มนักเรียนดังกล่าวและขออนุญาตให้ครูผู้สอนดำเนินการระดมสมองถึงปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ตามขั้นตอนของเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้ ทั้งนี้โปรดส่งคืนข้อมูลภายในเดือนมกราคม 2554

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาอนุญาต ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ขอขอบพระคุณในความอนุเคราะห์เป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.คัมภ์ สุวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ โทร.0-2470-8822 ,0870119581

โทรสาร 0-2428-4025.



คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
Faculty of Science King Mongkut's University of Technology Thonburi

ที่ ศช 5805.2/021

8 กุมภาพันธ์ 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิทยานิพนธ์

เรียน ดร.วิเนตร แสนหาญ

- สิ่งที่ส่งมาด้วย
1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-10
 2. ใบความรู้ที่ 1-10
 3. ใบกิจกรรมที่ 1-10
 4. ใบงานที่ 1-10
 5. เอกสารฝึกหัดที่ 1-10
 6. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ด้วยนายพัทธคนย์ วัฒนานาม นักศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ได้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การค้นคว้าปัญหาการเรียนจากนักเรียนสำหรับสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย” โดยมีรองศาสตราจารย์ อติศักดิ์ พงษ์พุดผลศักดิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิราวรรณ ชินวิริยสิทธิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ (ร่วม)

ในการนี้ภาควิชาคณิตศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความสามารถและประสบการณ์ในด้านนี้เป็นอย่างดี จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน เป็นผู้เชี่ยวชาญแสดงความคิดเห็นในการสร้างเครื่องมือดังกล่าว และทางภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ขอขอบพระคุณในความอนุเคราะห์จากท่านเป็นอย่างสูง

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ด้วย จักเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.คุษฎี สุขวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ โทร.0-2470-8822

โทรสาร 0-2428-4025



คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
Faculty of Science King Mongkut's University of Technology Thonburi

ที่ ศช 5805.2/021

8 กุมภาพันธ์ 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิทยานิพนธ์

เรียน นางสาวศนิดา ชื่นอารมณ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย 1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-10

2. ใบความรู้ที่ 1-10

3. ใบกิจกรรมที่ 1-10

4. ใบงานที่ 1-10

5. เอกสารฝึกหัดที่ 1-10

6. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ด้วยนายพัทธคนย์ วัฒนานาม นักศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ได้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การค้นคว้าปัญหาการเรียนจากนักเรียนสำหรับสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย” โดยมีรองศาสตราจารย์ อคิศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิราวรรณ จินวิริยสิทธิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ (ร่วม)

ในการนี้ภาควิชาคณิตศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความสามารถและประสบการณ์ในด้านนี้เป็นอย่างดี จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน เป็นผู้เชี่ยวชาญแสดงความคิดเห็นในการสร้างเครื่องมือดังกล่าว และทางภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ขอขอบพระคุณในความอนุเคราะห์จากท่านเป็นอย่างสูง

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ด้วย จักเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

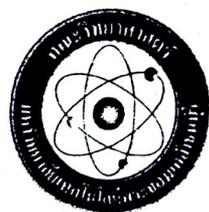
(ดร.คุชฎี สุขวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ โทร.0-2470-8822

โทรสาร 0-2428-4025

91 ถนนประชาอุทิศ แขวงบางมด เขตทุ่งครุ กรุงเทพฯ 10140 โทรศัพท์ (662) 470-8814-15 โทรสาร (662) 427-8050, 470-8808



คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
Faculty of Science King Mongkut's University of Technology Thonburi

ที่ ศธ 5805.2/021

8 กุมภาพันธ์ 2554

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือวิทยานิพนธ์

เรียน นางสุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ

- สิ่งที่ส่งมาด้วย
1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1-10
 2. ใบความรู้ที่ 1-10
 3. ใบกิจกรรมที่ 1-10
 4. ใบงานที่ 1-10
 5. เอกสารฝึกหัดที่ 1-10
 6. แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ด้วยนายพัทธคนย์ วัฒนานาม นักศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ได้ทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การค้นคว้าปัญหาการเรียนจากนักเรียนสำหรับสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย” โดยมีรองศาสตราจารย์ อติศักดิ์ พงษ์พลผลศักดิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิรวรรณ ชินวิริยสิทธิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ (ร่วม)

ในการนี้ภาควิชาคณิตศาสตร์ ได้พิจารณาแล้วเห็นว่าท่านเป็นผู้มีความสามารถและประสบการณ์ในด้านนี้เป็นอย่างดี จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่าน เป็นผู้เชี่ยวชาญแสดงความคิดเห็นในการสร้างเครื่องมือดังกล่าว และทางภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ขอขอบพระคุณในความอนุเคราะห์จากท่านเป็นอย่างสูง

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาให้ความอนุเคราะห์ด้วย จักเป็นพระคุณยิ่ง

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.คุษฎี สุขวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ โทร.0-2470-8822

โทรสาร 0-2428-4025



คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
Faculty of Science King Mongkut's University of Technology Thonburi

ที่ ศธ 5805.2/022

8 กุมภาพันธ์ 2554

เรื่อง ขอบขอบคุณที่ให้ความร่วมมือในการระดมสมองปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

อ้างถึง หนังสือที่ ศธ 5805.2/135 ลงวันที่ 25 พฤศจิกายน 2553

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียน.....

ตามที่ทางโรงเรียนของท่านได้ให้ความร่วมมือในการระดมสมองปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ตามหนังสือที่อ้างถึงซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การค้นคว้าปัญหาการเรียนจากนักเรียนสำหรับสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย” โดยนาย พัทธคนย์ วัฒนานาม นักศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี โดยมีรองศาสตราจารย์ อติศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิราวรรณ ชินวิริยสิทธิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์(ร่วม) ทั้งนี้นักศึกษาได้รับแบบสอบถามปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น นั้นแล้ว

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี จึงขอขอบพระคุณในความอนุเคราะห์เป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้ด้วย

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.คุษฎี สุขวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

ภาควิชาคณิตศาสตร์ โทร.0-2470-8822

โทรสาร 0-2428-4025



คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
Faculty of Science King Mongkut's University of Technology Thonburi

ที่ ศธ 5805.2/020

โรงเรียนนาหว้าพิทยาคม
วันที่ 0290 / 2554
วันที่ 14 ก.พ 2554
ผู้รับ

8 กุมภาพันธ์ 2554

เรื่อง ขออนุญาตทดลองเครื่องมือในการทำวิทยานิพนธ์

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนาหว้าพิทยาคม

ด้วยนายพัทธคนย์ วัฒนานาม นักศึกษาหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอน คณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ได้ทำ วิทยานิพนธ์ เรื่อง “การค้นคว้าปัญหาการเรียนจากนักเรียนสำหรับสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความ น่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย” โดยมีรองศาสตราจารย์ อติศักดิ์ พงษ์กุลผลศักดิ์ เป็นอาจารย์ที่ ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิราวรรณ ชินวิริยสิทธิ์ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ (ร่วม) ขณะนี้นักศึกษาได้สร้างเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์เสร็จสิ้นแล้ว และมีความประสงค์จะ ทดสอบเครื่องมือดังกล่าว โดยจะต้องดำเนินการสอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แผนการเรียนสาย วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ โรงเรียนนาหว้าพิทยาคม จำนวน 2 ห้องเรียน

ดังนั้น ภาควิชาคณิตศาสตร์ จึงขออนุญาตทางโรงเรียนจัดสรรกลุ่มนักเรียนดังกล่าวและอนุญาต ให้นักศึกษาสามารถเข้ามาดำเนินการสอนและทดสอบเครื่องมือ โดยนักศึกษาจะเป็นผู้ประสานงาน เกี่ยวกับวันและเวลาต่อไป ซึ่งการสอนของนักศึกษานี้จะเป็นการเสริมความรู้และทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ในด้านการให้เหตุผลและเป็นความรู้เสริมในการเรียนระดับชั้นต่อไปได้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณาอนุญาต ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย เทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ขอขอบพระคุณในความอนุเคราะห์เป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้ด้วย

เรียน ผู้อำนวยการเพื่อโปรด

- ทราบ
- อนุมัติ/อนุญาต
- พิจารณา
- มอบหมาย นริศพรอนันต์
- อื่น ๆ

(ลงชื่อ) ภาควิชาคณิตศาสตร์ โทร.0-2470-8822

14 / 1-52 โทรสาร 0-2428-4025

ขอแสดงความนับถือ

(ดร.คุษฎี สุขวัฒน์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์

04 ก.ค
น.ส. ธิษณาพร พงษ์ภักดิ์
โทศนยา

(จิเชียร outhat)

รองผู้อำนวยการโรงเรียน จังหวัดนนทบุรี

ผู้อำนวยการโรงเรียนนาหว้าพิทยาคม

ภาคผนวก ก.2 รายชื่อ โรงเรียนที่ตอบรับแบบสัมภาษณ์ปัญหาการเรียนของนักเรียน

1. โรงเรียนบ้านหลวง อำเภอบ้านหลวง จังหวัดน่าน
2. โรงเรียนสองพิทยาคม อำเภอสอง จังหวัดแพร่
3. โรงเรียนพะเยาพิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดพะเยา
4. โรงเรียนดำรงราษฎร์สงเคราะห์ อำเภอเมือง จังหวัดเชียงราย
5. โรงเรียนลองวิทยา อำเภอลอง จังหวัดแพร่
6. โรงเรียนพิชัย อำเภอพิชัย จังหวัดอุตรดิตถ์
7. โรงเรียนแม่ใจวิทยาคม อำเภอแม่ใจ จังหวัดพะเยา
8. โรงเรียนสากเหล็กวิทยา อำเภอสากเหล็ก จังหวัดพิจิตร
9. โรงเรียนแม่พริกวิทยา อำเภอแม่พริก จังหวัดลำปาง
10. โรงเรียนวังชิ้นวิทยา อำเภอวังชิ้น จังหวัดแพร่
11. โรงเรียนแจ้ห่มวิทยา อำเภอแจ้ห่ม จังหวัดลำปาง
12. โรงเรียนสูงเม่นชนูปถัมภ์ อำเภอสูงเม่น จังหวัดแพร่
13. โรงเรียน ดอกคำใต้วิทยาคม อำเภอดอกคำใต้ จังหวัดพะเยา
14. โรงเรียนราชวินิตบางแก้ว อำเภอบางพลี จังหวัดสมุทรปราการ
15. โรงเรียนสุโขทัยวิทยาคม อำเภอเมือง จังหวัดสุโขทัย
16. โรงเรียนเมืองเชลียง อำเภอศรีสัชนาลัย จังหวัดสุโขทัย
17. โรงเรียนสามพรานวิทยา อำเภอสามพราน จังหวัดนครปฐม
18. โรงเรียนหนองหญ้าไซวิทยา อำเภอหนองหญ้าไซ จังหวัดสุพรรณบุรี
19. โรงเรียนบ้านหมีวิทยา อำเภอบ้านหมี จังหวัดลพบุรี
20. โรงเรียนจอมสุรางค์อุปถัมภ์ อำเภอพระนครศรีอยุธยา จังหวัดพระนครศรีอยุธยา
21. โรงเรียนปิยะบุตร อำเภอบ้านหมี่ จังหวัดลพบุรี
22. โรงเรียนหลวงพ่อบ้านคลองด่านอนุสรณ์ อำเภอบางบ่อ จังหวัดสมุทรปราการ
23. โรงเรียนศรีบุญยานนท์ อำเภอเมือง จังหวัดนนทบุรี
24. โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ ลพบุรี อำเภอชัยบาดาล จังหวัดลพบุรี

ภาคผนวก ก.2(ต่อ) รายชื่อ โรงเรียนที่ตอบรับแบบสัมภาษณ์ปัญหาการเรียนฯ

25. โรงเรียนอ้อมน้อยโสภณชนูปถัมภ์ อำเภอกะทู้มูแบน จังหวัดสมุทรสาคร
26. โรงเรียนบางปะกอกวิทยาคม เขตราชบุรีบูรณะ จังหวัดกรุงเทพมหานคร
27. โรงเรียนอินทร์บุรี อำเภออินทร์บุรี จังหวัดสิงห์บุรี
28. โรงเรียนธนบุรีวรเทพีพาลาร์กซ์ แขวงตลาดพลู เขตธนบุรี กรุงเทพมหานคร
29. โรงเรียนตระกูลประเทืองวิทยาคม อำเภอมหาชนะชัย จังหวัดยโสธร
30. โรงเรียนสิรินธรวิทยานุสรณ์ อำเภอสิรินธร จังหวัดอุบลราชธานี
31. โรงเรียนอำนาจเจริญ อำเภอเมือง จังหวัดอำนาจเจริญ
32. โรงเรียนสตรีศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดร้อยเอ็ด
33. โรงเรียนเฉลิมพระเกียรติสมเด็จพระศรีนครินทร์ ร้อยเอ็ด อำเภอศรีสมเด็จ จังหวัดร้อยเอ็ด
34. โรงเรียนพยัคฆภูมิวิทยาคาร อำเภอพยัคฆภูมิ จังหวัดมหาสารคาม
35. โรงเรียนโพธิ์ตากพิทยาคม อำเภอโพธิ์ตาก จังหวัดหนองคาย
36. โรงเรียนชุมพลโพธิ์พิสัย อำเภอโพธิ์พิสัย จังหวัดหนองคาย
37. โรงเรียนมหาชนะชัย อำเภอมหาชนะชัย จังหวัดยโสธร
38. โรงเรียนนาเชือกพิทยาสรรค์ อำเภอนาเชือก จังหวัดมหาสารคาม
39. โรงเรียนท่าลี่วิทยา อำเภوتاลี่ จังหวัดเลย
40. โรงเรียนบัวขาว อำเภอกุฉินารายณ์ จังหวัดกาฬสินธุ์
41. โรงเรียนอุเทนพัฒนา อำเภوتاอุเทน จังหวัดนครพนม
42. โรงเรียนนาหว้าพิทยาคม อำเภอนาหว้า จังหวัดนครพนม
43. โรงเรียนยโสธรพิทยาสรรค์ อำเภอเมือง จังหวัดยโสธร
44. โรงเรียนโพนสวรรค์ราษฎร์พัฒนา อำเภอโพนสวรรค์ จังหวัดนครพนม
45. โรงเรียนสหัสซันท์ อำเภอสหัสซันท์ จังหวัดกาฬสินธุ์
46. โรงเรียนกัลยาณีศรีธรรมราช อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช
47. โรงเรียนสุราษฎร์พิทยา อำเภอเมือง จังหวัดสุราษฎร์ธานี
48. โรงเรียนกระทุ้งวิทยา อำเภอกะทุ้ง จังหวัดภูเก็ต
49. โรงเรียนนราสิกขาลัย อำเภอเมือง จังหวัดนราธิวาส

ภาคผนวก ก.3 รายงานผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้
และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้และแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

1. ดร.วินิตร แสนหาญ ตำแหน่ง อาจารย์ประจำสายวิชาคณิตศาสตร์
สถานที่ทำงาน/สังกัด ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะศิลปศาสตร์และวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ วิทยาเขตกำแพงแสน
2. นางสาวคณิดา ชื่นอรมณี ตำแหน่ง นักวิชาการ
สถานที่ทำงาน/สังกัด สาขาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)
3. นางสุภาภรณ์ ทิพย์สุวรรณ ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ
สถานที่ทำงาน/สังกัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนนาหว้าพิทยาคม จังหวัดนครพนม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 22

ภาคผนวก ข

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. เครื่องมือที่ใช้ในการค้นคว้าปัญหาการเรียนของนักเรียน
 - 1.1 ขั้นตอนการระดมสมอง: ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น
 - 1.2 แบบสัมภาษณ์ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

2. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
 - 2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างจากปัญหาการเรียนของนักเรียน
 - 2.2 แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ

3. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้
 - 3.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ก่อนเรียนและหลังเรียน
 - 3.2 แบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

ขั้นตอนการระดมสมอง :

ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

การระดมสมอง เป็นการระดมความคิดหรือการแสดงความคิดอย่างสร้างสรรค์ โดยนักเรียนมีโอกาสในการคิดอย่างอิสระไม่มีการวิพากษ์วิจารณ์ ทุกคนในกลุ่มช่วยกันเสนอข้อคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ในเวลาที่กำหนด นำข้อคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะที่ได้มาบันทึกไว้ทั้งหมด ซึ่งขั้นตอนการระดมสมองปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. ครูอธิบายความหมายของการระดมสมองให้นักเรียนทราบ แล้วแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อยเพื่อระดมสมอง ขนาดของกลุ่มประมาณ 3-7 คน อาจเป็นหญิงล้วน หรือชายล้วน หรือคละกันก็ได้

2. ครูเสนอประเด็นปัญหาและกำหนดขอบเขตของปัญหา คือ ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ซึ่งมีทั้งหมด 9 หัวข้อดังต่อไปนี้

1) กฎเบื้องต้นของการนับ

1.1 แผนภูมิต้นไม้

1.2 กฎการคูณ และกฎการบวก

2) แฟกทอเรียล

2.1 ความหมายของแฟกทอเรียล

2.2 การหาแฟกทอเรียล

3) วิธีเรียงสับเปลี่ยน

3.1 ความหมายของวิธีเรียงสับเปลี่ยน

3.2 ลักษณะของวิธีเรียงสับเปลี่ยน

3.3 การหาผลลัพธ์ของวิธีเรียงสับเปลี่ยน

4) วิธีจัดหมู่

4.1 ความหมายของวิธีจัดหมู่

4.2 การหาผลลัพธ์ของวิธีจัดหมู่

5) การทดลองสุ่ม

5.1 ความหมายของการทดลองสุ่ม

5.2 ลักษณะและวิธีของการทดลองสุ่ม

5.3 ผลลัพธ์ของการทดลองสุ่ม

6) แชมเปิดสเปซ

6.1 ความหมายของแชมเปิดสเปซ

6.2 การเขียนแชมเปิดสเปซ

7) เหตุการณ์

7.1 ความหมายของเหตุการณ์

7.2 การดำเนินการของเหตุการณ์ ซึ่งประกอบด้วย ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลิเมนต์ และ ส่วนเติมเต็มของเหตุการณ์

8) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

8.1 ความหมายของความน่าจะเป็น

8.2 การหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

8.3 สมบัติความน่าจะเป็นของเหตุการณ์)

9) กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

4. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันเสนอปัญหา ให้ข้อคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการแก้ไขปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ในแต่ละหัวข้อ

5. นักเรียนแต่ละกลุ่มบันทึกปัญหา ข้อคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการแก้ไขปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ในแบบบันทึกปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

6. คุณครูรวบรวมผลบันทึกปัญหาการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของแต่ละกลุ่ม

.....

ขอขอบคุณทุกท่านที่สละเวลาในการเสนอปัญหา ข้อคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ผู้วิจัยจะนำปัญหา ข้อคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะในการแก้ไขปัญหามาเป็นแนวทางในการพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น และนำหลักการระดมสมองนี้ไปพัฒนาการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องอื่นๆต่อไป

นายพัทธคนย์ วัฒนานาม

นักศึกษาระดับปริญญาโทการสอนคณิตศาสตร์

คณะวิทยาศาสตร์ มจร.

โทรศัพท์ 0870119581

แบบสัมภาษณ์ปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

โรงเรียน.....

เขต/อำเภอ..... จังหวัด

ชื่อกลุ่ม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

.....

.....

.....

.....

1. กฎเบื้องต้นของการนับ (แผนภูมิต้นไม้ กฎการคูณ และกฎการบวก)

1.1 นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาส่วนใดในการเรียน เรื่อง กฎเบื้องต้นของการนับ

.....

.....

.....

.....

1.2 นักเรียนคิดว่าอะไรเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาในข้อ 1.1

.....

.....

.....

.....

1.3 นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาเรื่อง กฎเบื้องต้นของการนับมาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือในชีวิตประจำวันได้หรือไม่ ถ้าไม่ได้โปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

1.4 นักเรียนมีข้อเสนอแนะอะไรบ้างที่ช่วยให้ครูนำไปปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่อง กฎเบื้องต้นของการนับ

.....

.....

.....

2. แฟกทอเรียล (ความหมายของแฟกทอเรียล และการหาแฟกทอเรียล)

2.1 นักเรียนมีปัญหาในการเรียนเรื่อง แฟกทอเรียล หรือไม่ ถ้ามีโปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

2.2 นักเรียนมีข้อเสนอแนะอะไรบ้างที่ช่วยให้ครูนำไปปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่อง แฟกทอเรียล

.....

.....

.....

.....

3. วิธีเรียงสับเปลี่ยน (ความหมายของวิธีเรียงสับเปลี่ยน ลักษณะของวิธีเรียงสับเปลี่ยน และการหาผลลัพธ์ ของวิธีเรียงสับเปลี่ยน)

3.1 นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาส่วนใดของวิธีเรียงสับเปลี่ยน

.....

.....

.....

.....

3.2 นักเรียนคิดว่าอะไรเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาในข้อ 3.1

.....

.....

.....

 3.3 นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน มาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 หรือในชีวิตประจำวันได้หรือไม่ ถ้าได้ให้นักเรียนยกตัวอย่างการนำไปใช้ แต่ถ้าไม่ได้โปรดระบุปัญหา

.....

3.4 นักเรียนมีข้อเสนอแนะอะไรบ้างที่ช่วยให้ครูนำไปปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความ
 เข้าใจเรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน

.....

4. วิธีจัดหมู่ (ความหมายของวิธีจัดหมู่ และการหาผลลัพธ์ของวิธีจัดหมู่)

4.1 นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาส่วนใดของวิธีจัดหมู่

.....

4.2 นักเรียนคิดว่าอะไรเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาในข้อ 4.1

.....

4.3 นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง วิธีจัดหมู่ มาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือในชีวิตประจำวันได้หรือไม่ ถ้าได้ให้นักเรียนยกตัวอย่างการนำไปใช้ แต่ถ้าไม่ได้โปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

4.4 นักเรียนมีข้อเสนอแนะอะไรบ้างที่ช่วยให้ครูนำไปปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่อง วิธีจัดหมู่

.....

.....

.....

.....

.....

5. การทดลองสุ่ม (ความหมายของการทดลองสุ่ม ลักษณะและวิธีการของการทดลองสุ่ม และผลลัพธ์ของการทดลองสุ่ม)

5.1 นักเรียนมีปัญหาการเรียนเรื่องการทดลองสุ่มหรือไม่ ถ้ามีโปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

5.2 นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มได้หรือไม่ ถ้าไม่โปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

5.3 นักเรียนมีข้อเสนอแนะอะไรบ้างที่ช่วยให้ครูนำไปปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่อง วิธีจัดหมู่

.....

.....

.....

.....

.....

6. **แชนเปิดสเปซ** (ความหมายของแชนเปิดสเปซ และการเขียนแชนเปิดสเปซ)

6.1 นักเรียนมีปัญหาการเรียนเรื่อง แชนเปิดสเปซ หรือไม่ ถ้ามีโปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

6.2 นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง กฎเบื้องต้นของการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน และวิธีจัดหมู่ มาช่วยในการหาแชนเปิดสเปซได้หรือไม่ ถ้าได้ให้นักเรียนยกตัวอย่างการนำไปใช้ แต่ถ้าไม่ได้โปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

6.3 นักเรียนมีข้อเสนอแนะอะไรบ้างที่ช่วยให้ครูนำไปปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่อง แชนเปิดสเปซ

.....

.....

.....

.....

.....

7. เหตุการณ์ (ความหมายของเหตุการณ์ และการดำเนินการของเหตุการณ์ ซึ่งประกอบด้วย ยูเนียน อินเตอร์เซกชัน คอมพลีเมนต์ และส่วนเติมเต็มของเหตุการณ์)

7.1 นักเรียนมีปัญหาคำอธิบายเรื่อง เหตุการณ์หรือไม่ ถ้ามีโปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

7.2 นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง เซต มาใช้ในการดำเนินการของเหตุการณ์ได้หรือไม่ ถ้าได้ให้
นักเรียนยกตัวอย่างการนำไปใช้ แต่ถ้าไม่ได้โปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

7.3 นักเรียนมีข้อเสนอแนะอะไรบ้างที่ช่วยให้ครูนำไปปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความ
เข้าใจเรื่อง เหตุการณ์

.....

.....

.....

.....

.....

8. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (ความหมายของความน่าจะเป็น การหาความน่าจะเป็นของ
เหตุการณ์ และสมบัติความน่าจะเป็นของเหตุการณ์)

8.1 นักเรียนมีปัญหาคำอธิบายเรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ หรือไม่ ถ้ามีโปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

8.2 นักเรียนมีปัญหาการเรียนเรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็นหรือไม่ ถ้ามีโปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

8.3 นักเรียนสามารถนำความรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น ไปคาดคะเนเหตุการณ์ในชีวิตประจำวันได้หรือไม่ ถ้าได้ให้นักเรียนยกตัวอย่างการนำไปใช้ แต่ถ้าไม่ได้โปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

8.4 นักเรียนมีข้อเสนอแนะอะไรบ้างที่ช่วยให้ครูนำไปปรับปรุงวิธีการสอนเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่อง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

.....

.....

.....

.....

.....

9. กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

9.1 นักเรียนมีปัญหาการเรียนเรื่องกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็นหรือไม่ ถ้ามีโปรดระบุปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

หน่วยการเรียนรู้ ความน่าจะเป็น (สร้างจากปัญหาการเรียนของนักเรียน)

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์

แผนการเรียนรู้ที่ 1

มัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง: กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

เวลา 3 ชั่วโมง

วันที่

เวลา น.

ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้อย่างถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถวิเคราะห์และแสดงความสัมพันธ์ เพื่อนำไปใช้ในการคิดคำนวณในการเลือกใช้วิธีหรือทางเลือกปฏิบัติได้
3. สามารถนำกฎเกณฑ์เกี่ยวกับการนับ ไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้อย่างถูกต้อง

ด้านทักษะและกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา
2. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล
3. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
4. นักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ
5. นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ

1. นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต
2. นักเรียนเป็นคนกล้าแสดงออก
3. นักเรียนมีความกระตือรือร้น
4. นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบ
5. นักเรียนยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
6. นักเรียนร่วมมือทำงานกลุ่มด้วยความสนใจและรับผิดชอบ

2. สาระสำคัญ

1. การนับ หมายถึง การนับจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการทำงานชิ้นหนึ่ง หรือนับวัตถุสิ่งของที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทำงานชิ้นหนึ่ง
2. จำนวนวิธีของการนับอาจทำได้ 2 แบบคือ

- 2.1. การนับโดยอาศัยแผนภาพต้นไม้
- 2.2. การนับโดยอาศัยการคำนวณค่าจาก “กฎเกณฑ์เบื้องต้นของการนับ” ว่าด้วยกฎการคูณหรือกฎการบวก
3. กฎเกณฑ์เบื้องต้นของการนับ
 - 3.1. กฎการคูณ คือ ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งประกอบด้วยการทำงาน k ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ k ตามลำดับ โดยที่การทำงานขั้นตอนที่ 1 มีวิธีทำ n_1 วิธี การทำงานขั้นตอนที่ 2 มีวิธีทำ n_2 วิธี ... การทำงานขั้นตอนที่ k มีวิธีทำ n_k วิธี และวิธีการทำงานแต่ละวิธีแตกต่างกัน แล้วจำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 n_2 n_3 \dots n_k$ วิธี
 - 3.2. กฎการบวก คือ ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งมีวิธีการทำ k วิธี คือ วิธีที่ 1 ถึงวิธีที่ k โดยที่การทำงานวิธีที่ 1 มีวิธีทำ n_1 วิธี การทำงานวิธีที่ 2 มีวิธีทำ n_2 วิธี ... การทำงานวิธีที่ k มีวิธีทำ n_k วิธี และวิธีการทำงานแต่ละวิธีแตกต่างกัน แล้วจำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 1.1, 1.2, 1.3, 1.4
2. ใบกิจกรรมที่ 1.1, 1.2, 1.3, 1.4
3. ใบงานที่ 1.1, 1.2, 1.3
4. เอกสารฝึกหัดที่ 1
5. สารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน เล่ม 6
6. รูปภาพหรือรูปปั้นของปาสคาล
7. ไฟล์ข้อมูลชื่อ YouTube - Histroy of Probability Introduction.flv
8. ไฟล์ข้อมูลชื่อ YouTube - Mathematicians- Blaise Pascal.flv
9. โดมิโนกลุ่มละ 9 ชิ้น

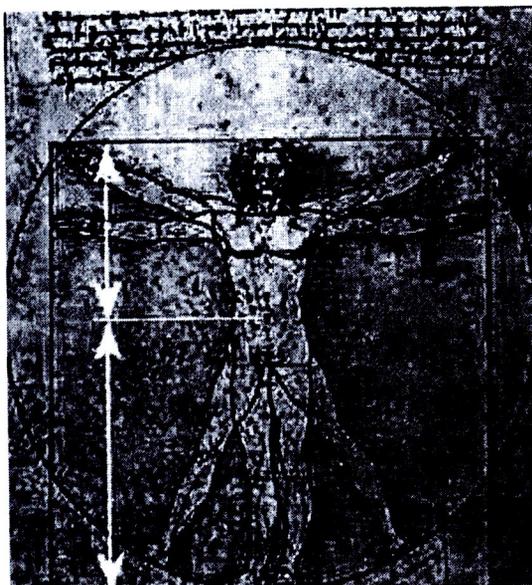


4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

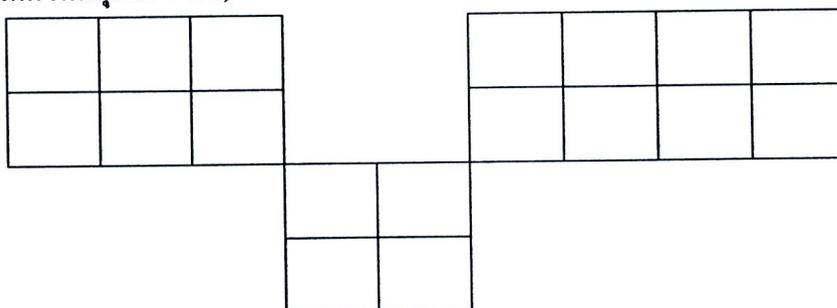
ชั่วโมงที่ 1: การสอนโดยใช้การอภิปรายกลุ่มย่อย

1. ครูเล่าถึงเรื่องราวในชีวิตของคนๆ หนึ่ง นอกจากจะมีบางเรื่องที่เกิดขึ้นแน่ๆ ไม่วันใดก็วันหนึ่ง เช่น ความเจ็บไข้ ความตาย ก็ต้องพบกับเรื่องที่เราว่าเกิดขึ้นโดย “บังเอิญ” เช่น การถูกลอตเตอรี่ การพบเพื่อนโดยไม่ได้นัดหมาย การประสบอุบัติเหตุขณะข้ามถนน เราสามารถใช้คณิตศาสตร์คำนวณได้ว่า โอกาสที่จะถูกลอตเตอรี่ หรือโอกาสที่เหตุการณ์ซึ่งจะเกิดขึ้นโดยบังเอิญนั้น มีมากน้อยเพียงใด และสามารถหาค่าเหล่านี้เพื่อวางแผนงานให้ดีขึ้นได้

2. ครูแนะนำหนังสือสารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน เล่ม 6 และเปิดวิดีโอวิธีการสืบค้นหาความรู้เพิ่มเติม จากไฟล์ข้อมูลชื่อ YouTube - Histroy of Probability Introduction.flv และไฟล์ประวัติและผลงานของปาสคาล จากไฟล์ข้อมูลชื่อ YouTube - Mathematicians- Blaise Pascal.flv
3. ครูกล่าวถึงปัญหาเกี่ยวกับการนับซึ่งเป็นปัญหาหนึ่งที่มีมักจะพบบ่อยเสมอในชีวิตประจำวัน พร้อมทั้งยกตัวอย่างรูปภาพ และให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 1 หาจำนวนวิธีลักษณะการขึ้นที่แตกต่างกัน



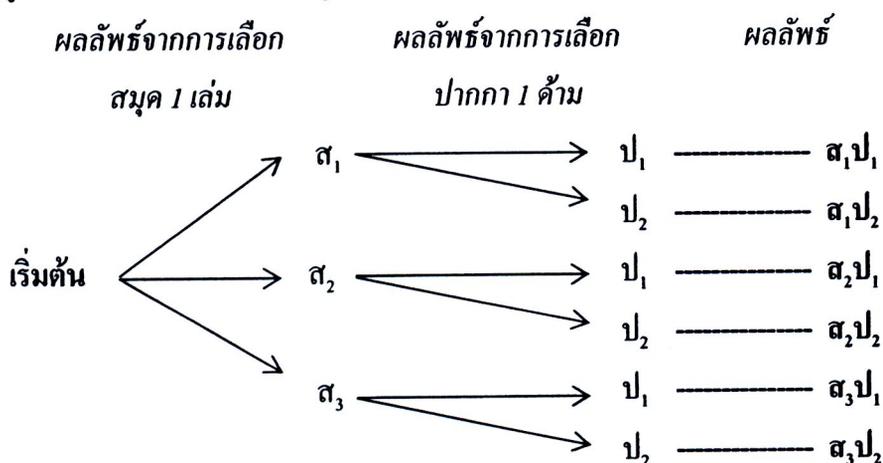
4. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอลักษณะการขึ้นที่แตกต่างกัน และอภิปรายผล
5. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมด ในการวางรูปสี่เหลี่ยมขนาด 2×1 ตารางหน่วย จำนวน 9 รูป เพื่อปกคลุมรูปต่อไปนี้ (ใบกิจกรรมที่ 2: จำนวนวิธีที่ต่างกัน และใช้โดมิโนกลุ่มละ 9 ชิ้น)



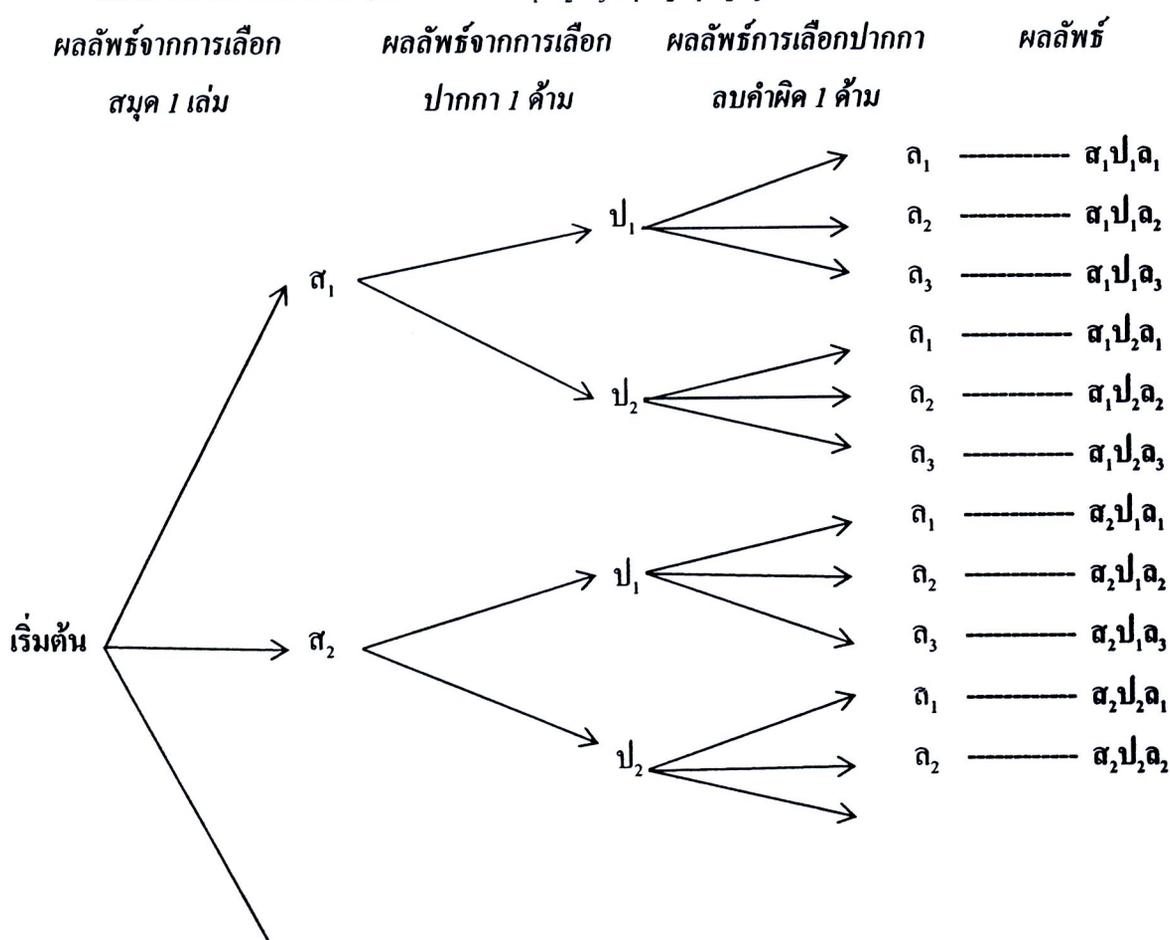
6. นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอลักษณะการขึ้นที่แตกต่างกัน และอภิปรายผล
7. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มยกตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับการนับที่พบบ่อยในชีวิตประจำวัน (ใบกิจกรรมที่ 3 :ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับการนับ)
8. นักเรียนแต่ละคนทำใบงานที่ 1.1

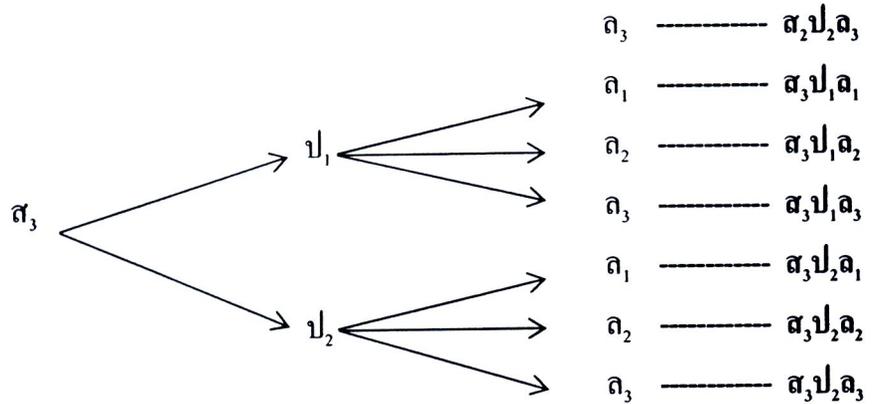
ชั่วโมงที่ 2: การสอนโดยเน้นการแก้ปัญหา

- ครูยกตัวอย่างว่า ถ้าเรามีสมมุติที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ค้ำ ถ้าต้องการเลือกปากกาและสมมุติอย่างละ 1 ชิ้น จะมีวิธีเลือกแตกต่างกันได้กี่วิธี อะไรบ้าง (และกำหนด s_1, s_2, s_3, p_1, p_2) โดยครูให้นักเรียนออกมาเขียนคนละ 1 วิธี
- จากนั้นครูให้นักเรียนพิจารณาคำตอบที่หามาได้ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้
 - เราแน่ใจหรือไม่ ว่าจำนวนวิธีทั้งหมดที่หามาได้นั้นครบ (ไม่แน่ใจ)
 - เราจะมีวิธีคิดแบบอื่นอีกหรือไม่ (แผนภูมิต้นไม้)
- ครูแสดงวิธีการหาโดยใช้แผนภูมิต้นไม้ ดังนี้



- ครูยกตัวอย่างที่ 2 จากตัวอย่างที่แล้วถ้าเรามีปากกาลบคำผิดอีก 3 ค้ำ เราจะมีวิธีเลือกที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี (และกำหนด $s_1, s_2, s_3, p_1, p_2, l_1, l_2, l_3$)





5. ครูนำตัวอย่างที่ 1-2 มาให้นักเรียนพิจารณาถึงจำนวนวิธีทั้งหมด โดยให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถาม ดังนี้

จากตัวอย่างที่ 1 ถ้าเรามีสมุดที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ค้าม จะมีวิธีเลือกทั้งหมดกี่วิธี (6 วิธี)

จากตัวอย่างที่ 2 ถ้าเรามีมีสมุดที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ค้าม และปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ค้าม จะมีวิธีเลือกทั้งหมดกี่วิธี (18 วิธี)

6. จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณาและตอบคำถามต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3: ถ้าเรามีถ้าเรามีมีสมุดที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ค้าม

ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ค้าม และยางลบอีก 4 อัน นักเรียนคิดว่าจะมีวิธีเลือกทั้งหมดได้กี่วิธี (72 วิธี)

เราควรใช้แผนภาพรูปต้นไม้ในการหาจำนวนกรณีที่เกิดขึ้นทั้งหมดหรือไม่ เพราะเหตุใด (ไม่ เพราะซ้ำ และเยอะทำให้สับสนได้)

เราจะมีวิธีใดช่วยเราคิดให้การหากรณีทั้งหมด (หลักการคูณ)

7. ครูแสดงวิธีการหาคำตอบในตัวอย่างที่ 3 โดยใช้หลักการคูณ ดังนี้

วิธีคิด จำนวนวิธีการแต่งตัวทั้งหมด

$$= \begin{array}{|c|} \hline \text{สมุด} \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ปากกา} \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ปากกาลบคำผิด} \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ยางลบ} \\ \hline 4 \\ \hline \end{array}$$

$$= \begin{array}{|c|} \hline 72 \\ \hline \end{array} \text{ วิธี}$$

8. ครูอธิบายรายละเอียดของกฎเบื้องต้นของการนับโดยใช้ใบความรู้ที่ 1.3 (กฎเบื้องต้นของการนับ)

9. ครูแสดงวิธีการหาคำตอบในตัวอย่างที่ 7 ถ้ามีการจัดคน 8 คนให้นั่งเก้าอี้ที่วางอยู่เป็นแถวจำนวน 4 ตัว ได้กี่วิธี โดยในแต่ละวิธีจะมีคนไม่ได้นั่งสี่คน ($8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$ วิธี)

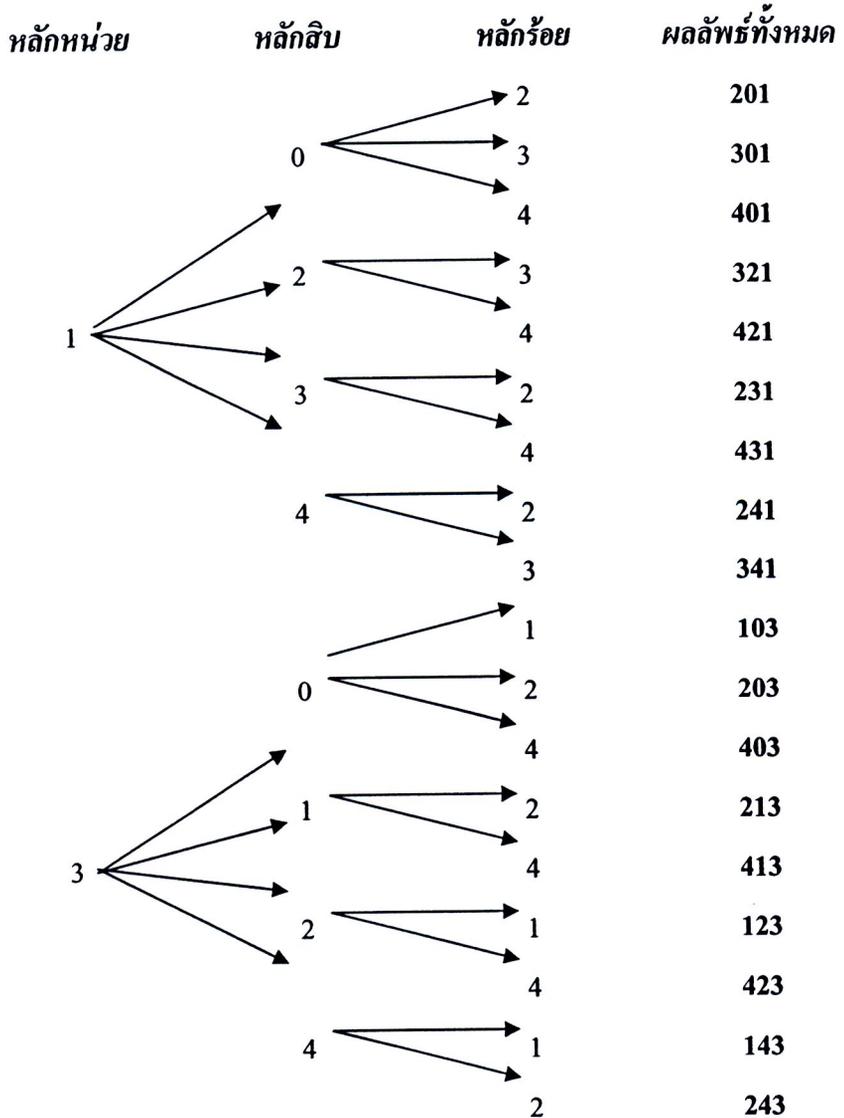
10. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.2 แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยในห้อง

11. ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 1 ให้นักเรียนทุกคนทำเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3: การสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

1. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยการบ้านพร้อมทั้งถามข้อสงสัย (เอกสารฝึกหัดที่ 1)
2. ครูยกตัวอย่างที่ 10 ให้นักเรียนพิจารณาและตอบคำถามพร้อมขออาสาสมัครออกมาเขียนแผนภาพต้นไม้บนกระดานดำ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 10: ต้องการสร้างจำนวนคี่ที่มีเลข 3 หลัก โดยสร้างจากตัวเลข 0, 1, 2, 3 และ 4 โดยแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่วิธี



- 2.1. จากตัวอย่างเราสามารถใช้หลักการคูณได้หรือไม่ (ไม่ได้)
- 2.2. เราจะมึ่วิธีใดที่จะหาจำนวนวิธีทั้งหมดได้โดยไม่ต้องเขียนแผนภาพต้นไม้ (หลักการบวก)
3. ครูอธิบายรายละเอียดของ “หลักการบวก” โดยใช้ใบความรู้ที่ 1.3 (กฎเบื้องต้นของการนับ)
4. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน (ควรเป็นกลุ่มเดิม) เพื่อช่วยกันทำกิจกรรมในใบกิจกรรมที่ 1.3 พร้อมทั้งชี้แจงว่าให้นักเรียนเปลี่ยนหน้าที่ด้วย

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1.4 ให้นักเรียนช่วยกันทำ
6. เมื่อทำกิจกรรมที่ 1.4 เสร็จแล้วครูให้ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาเสนอแนวคิดของกลุ่ม
7. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.3

5. การประเมินผลตามสภาพจริง

การวัดผล	การประเมินผล
สังเกตจากความสนใจในการเรียน
จากเอกสารฝึกหัด
จากใบงาน
จากแบบฝึกหัด
จากการทำกิจกรรมกลุ่ม

6. บันทึกหลังการสอน

ผลการใช้แผนการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ผู้เขียนแผนการจัดการเรียนรู้
(นายพิทคนย์ วัฒนนาม)

ลงชื่อ ผู้ตรวจสอบ

ใบความรู้ 1.1

เรื่อง ประวัติปาสคาล



ปาสคาล (Blaise Pascal) ผู้พัฒนาภาษาคอมพิวเตอร์ที่ชื่อภาษาปาสคาล ปาสคาลเกิดวันที่ 16 เดือนมิถุนายน ปีค.ศ. 1623 ที่ประเทศ ฝรั่งเศส ช่วงที่ปาสคาลยังมีชีวิตอยู่มีระยะเวลากว่า 300 ร้อยปีก่อนที่จะมีคอมพิวเตอร์ คร.เวียดผู้พัฒนาภาษาปาสคาลได้ตั้งชื่อภาษาให้เป็นเกียรติแก่ ปาสคาล ทั้งนี้เพราะปาสคาลเป็นนักคณิตศาสตร์ผู้หนึ่งในยุคการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์ในช่วงศตวรรษที่ 16-17 ปาสคาลเป็นผู้มีจินตนาการและความคิดที่ กว้างไกล ปาสคาลได้ศึกษาแนวคิดของยูคลิดในเรื่อง Elements ในช่วงอายุยังวัยเยาว์ เขาทำความเข้าใจหลักและทฤษฎีหลายอย่างของยูคลิดได้ก่อนอายุ 12 ปี นอกจากนี้เขายังมีความสนใจในเรื่องวิชาฟิสิกส์ โดยเฉพาะในเรื่องของเหลวและแรงดันของเหลวโดยนำหลักการของ อาร์คิมิดีส มาใช้ จนในที่สุดเขานำมาประดิษฐ์เป็นเครื่องจักร ไฮดรอลิกที่มีประโยชน์อย่างมากในการยกน้ำหนักและยังได้อธิบายหลักการของความดันของเหลว พ่อของปาสคาลทำหน้าที่เป็นหน่วยเก็บภาษีให้รัฐบาลฝรั่งเศสครอบครัวของเขาจึงต้องยุ่งเกี่ยวกับเรื่องตัวเลขของเงิน ทองจำนวนมากด้วยความคิดที่อยากจะทำเครื่องจักรเข้ามาช่วยเป็นเครื่องคำนวณคิดเลขเขาได้ประดิษฐ์เครื่องคิดเลขแบบ กลไกขึ้น เขาใช้เวลาถึง 3 ปีในการประดิษฐ์และสร้างขึ้นมาใช้งานจนประสบผลสำเร็จด้วยดี

ปาสคาลแสดงให้เห็นความเป็นคนช่างคิด และพัฒนาอย่างดียิ่งเพียงเมื่อเขามีอายุได้ 16 ปี ปาสคาลได้เสนอผลงานวิจัย ในบทความที่เขาเสนอ ได้แก่ "Essay on Conic Sections" ซึ่งเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับรูปตัดกรวยที่แสดงการวิเคราะห์ เจริญเรขาคณิตและคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ต่อมาปาสคาลได้มีโอกาสศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นสูงขึ้นกับแฟร์มาต โดยเฉพาะอย่างยิ่งเรื่องรากฐานแคลคูลัส และทฤษฎีความน่าจะเป็น ผลงานอย่างหนึ่งที่เรารู้จักกันดีคือ สามเหลี่ยมปาสคาล ซึ่งเป็นตัวเลขที่จัดทรงเป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งในชีวิตประจำวันของเราเกี่ยวข้องกับตัวเลขเหล่านี้อยู่มาก

ใบความรู้ 1.3

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

หลักการนับ

1. หลักการคูณ

กฎข้อที่ 1 ถ้าต้องการทำงานสองอย่างโดยที่งานอย่างแรกทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรกนี้มีวิธีทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี จำนวนวิธีที่จะเลือกทำงานทั้งสองอย่าง เท่ากับ $n_1 n_2$ วิธี

ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4 นายคำมีเสื้อสีต่างกัน จำนวน 2 ตัว และกางเกงสีต่างกัน จำนวน 3 ตัว จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่นายคำสวมเสื้อและกางเกงเป็นชุดต่าง ๆ กัน

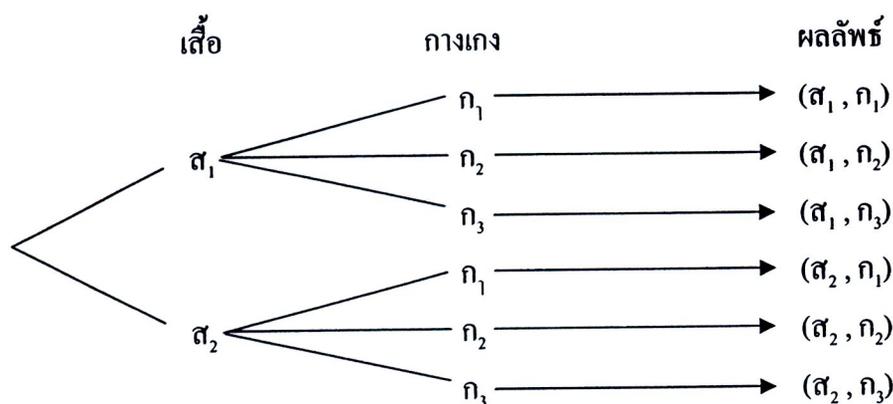
วิธีทำ นายคำมีวิธีเลือกสวมเสื้อได้ 2 วิธี

และเลือกสวมกางเกงได้ 3 วิธี

\therefore นายคำมีวิธีสวมเสื้อและกางเกงเป็นชุดต่าง ๆ กันได้ $2 \times 3 = 6$ วิธี

ตอบ

หรืออาจจะใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบได้ดังนี้



จากแผนภาพต้นไม้ จะได้ว่า

จำนวนวิธีทั้งหมดที่นายคำเลือกสวมเสื้อและกางเกงเป็นชุดต่าง ๆ กันเท่ากับ 6 วิธี

กฎข้อที่ 2 ถ้างานอย่างแรกมีวิธีทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีเลือกทำงานอย่างแรกมีวิธีที่จะทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี ในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรก และทำงานอย่างที่สองมีวิธีที่จะทำงานอย่างสามได้ n_3 วิธี จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกทำงาน k อย่าง เท่ากับ $n_1 n_2 n_3 \dots n_k$ วิธี

ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5 นายวัฒนาทำข้อสอบ 5 ข้อ แต่ละข้อมีตัวเลือก 4 ตัวเลือก จงหาว่านายวัฒนาจะมีวิธีทำข้อสอบดังกล่าวได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ นายวัฒนาเลือกทำข้อสอบได้ 5 วิธี
 นายวัฒนาเลือกตัวเลือกในข้อสอบแต่ละข้อได้ 4 วิธี
 \therefore นายวัฒนามีวิธีทำข้อสอบได้ทั้งหมด $4^5 = 1,024$ วิธี ตอบ

ตัวอย่าง 6 มีบัตร 4 ใบ คือ

1

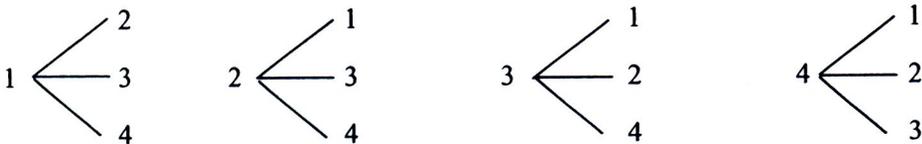
2

3

4

 นำบัตรเหล่านี้มาเรียงเป็นจำนวนที่มีสองหลัก ได้กี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนวิธีที่เลือกบัตร 4 ใบ วางในหลักสิบได้ 4 วิธี
 จำนวนวิธีที่เลือกบัตร 3 ใบ วางในหลักหน่วย 3 วิธี
 \therefore จำนวนที่มีสองหลักเท่ากับ $4 \times 3 = 12$ จำนวน
 หรืออาจเขียนเป็นแผนภาพต้นไม้ ได้ดังนี้



จำนวนที่มีสองหลัก คือ 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43

\therefore จำนวนที่มี 2 หลักเท่ากับ 12 จำนวน ตอบ

ตัวอย่าง 7 มีวิธีจัดคน 8 คนให้นั่งเก้าอี้ที่วางอยู่เป็นแถวจำนวน 4 ตัว ได้กี่วิธี โดยในแต่ละวิธีจะมีคนไม่ได้นั่งกี่คน

วิธีทำ ตำแหน่งที่

1

2

3

4

 ในตำแหน่งที่ 1 มีวิธีเลือกคนให้นั่งได้ 8 วิธี ตำแหน่งที่ 2 มีวิธีเลือกได้ 7 วิธี
 ตำแหน่งที่ 3 มีวิธีเลือกได้ 6 วิธี และตำแหน่งที่ 4 มีวิธีเลือกได้ 5 วิธี
 \therefore วิธีจัดคนให้นั่งได้ทั้งหมด $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$ วิธี ตอบ

2. หลักการบวก

ถ้าการทำงานหนึ่งมีวิธีการทำงานได้ k วิธี คือ วิธีที่ 1 ถึงวิธีที่ k โดยที่

การทำงานวิธีที่ 1	มีวิธีทำ	n_1	วิธี
การทำงานวิธีที่ 2	มีวิธีทำ	n_2	วิธี
การทำงานวิธีที่ 3	มีวิธีทำ	n_3	วิธี
⋮	⋮		
การทำงานวิธีที่ k	มีวิธีทำ	n_k	วิธี

และวิธีการทำงานแต่ละแบบแตกต่างกัน แล้ว

จำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

ตัวอย่างที่ 8 หีบไฟ 1 ใบ จากไฟทั้งสำหรับที่มี 52 ใบ จงหาจำนวนวิธีที่จะหีบได้ไฟโพดำ หรือข้าวหลามตัด

วิธีทำ เนื่องจากไฟดอกโพดำ และข้าวหลามตัดมีอย่างละ 13 ใบ

การหีบไฟ 1 ใบ ให้ได้ไฟดอกโพดำ หรือข้าวหลามตัดสามารถแยกออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 เลือกหีบไฟดอกโพดำ 1 ใบ จากไฟดอกโพดำทั้งหมด 13 ใบ ทำได้ 13 วิธี

กรณีที่ 2 เลือกหีบไฟดอกข้าวหลามตัด 1 ใบ จากไฟดอกข้าวหลามตัดทั้งหมด 13 ใบ ทำได้ 13 วิธี

ดังนั้น จะหีบไฟ 1 ใบ ให้ได้ไฟโพดำ หรือข้าวหลามตัด ทำได้ $13+13=26$ วิธี

ตัวอย่างที่ 9 บริษัทแห่งหนึ่งมีตำแหน่งว่างอยู่ 2 ตำแหน่งที่แตกต่างกัน โดยมีผู้สมัครเข้าทำงาน 4 คน คือ A, B, C และ D เมื่อสัมภาษณ์แล้วปรากฏว่าคนที่เหมาะสมกับงานที่ 1 คือ A, B, C คนที่เหมาะสมกับงานที่ 2 คือ B, C, D จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันที่บริษัทจะบรรจุคนที่เหมาะสมเข้าทำงาน

วิธีทำ การหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันที่บริษัทจะบรรจุเข้าทำงาน โดยให้คนเหมาะสมกับงานแบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้าเลือกบรรจุ A เข้าทำงานในงานที่ 1 แล้วสามารถเลือกบรรจุ B, C, D คนใดคนหนึ่งเข้า

ทำงานในตำแหน่งที่ 2 แสดงว่า กรณีนี้มีวิธีบรรจุคนเข้าทำงานได้ 3 วิธี

กรณีที่ 2 ถ้าเลือกบรรจุ B เข้าทำงานในงานที่ 1 แล้วสามารถเลือกบรรจุ C, D คนใดคนหนึ่งเข้า

ทำงานในตำแหน่งที่ 2 แสดงว่า กรณีนี้มีวิธีบรรจุคนเข้าทำงานได้ 2 วิธี

กรณีที่ 3 ถ้าเลือกบรรจุ C เข้าทำงานในงานที่ 1 แล้วสามารถเลือกบรรจุ B, D คนใดคนหนึ่งเข้า

ทำงานในตำแหน่งที่ 2 แสดงว่า กรณีนี้มีวิธีบรรจุคนเข้าทำงานได้ 2 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่แตกต่างกันที่บริษัทจะบรรจุคนที่เหมาะสมเข้าทำงาน คือ $3+2+2=7$ วิธี

ตัวอย่างที่ 10: ต้องการสร้างจำนวนคี่ที่มีเลข 3 หลัก โดยสร้างจากตัวเลข 0, 1, 2, 3 และ 4 โดยแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีการสร้างจำนวนคี่ สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี โดยครูให้นักเรียนสังเกตจากแผนภาพต้นไม้ว่า ในกรณีที่หลักสิบเป็นเลข 0 จะมีวิธีการสร้างตัวเลขแตกต่างจากเลขอื่นๆ จึงสามารถแบ่งได้เป็น

กรณีที่ 1 เลขคี่ที่หลักสิบเป็นเลข 0

เลือกตัวเลขหลักหน่วยได้	2	วิธี	{คือ 1, 3}
เลือกตัวเลขหลักสิบได้	1	วิธี	{คือ 0}
เลือกตัวเลขหลักร้อยได้	3	วิธี	{คือ 1 หรือ 3, 2, 4}
จำนวนวิธีสร้างเลขคี่ได้ = $2 \times 1 \times 3 = 6$ วิธี			

กรณีที่ 2 เลขคี่ที่หลักสิบไม่เป็นเลข 0

เลือกตัวเลขหลักหน่วยได้	2	วิธี	{คือ 1, 3}
เลือกตัวเลขหลักสิบได้	3	วิธี	{คือ 1 หรือ 3, 2, 4}
เลือกตัวเลขหลักร้อยได้	2	วิธี	{คือ 1 หรือ 3, 2 หรือ 4}
จำนวนวิธีสร้างเลขคี่ได้ = $2 \times 3 \times 2 = 12$ วิธี			

ดังนั้น สามารถสร้างเลขคี่ 3 หลัก โดยเลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ = $6 + 12 = 18$ วิธี

ใบความรู้ 1.4

เรื่อง ปัญหาการเรียงเลขสามหลัก

ปัญหาที่ 1 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักโดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ทั้งสิ้นกี่จำนวน

วิธีคิด จากโจทย์ปัญหาได้กำหนดเงื่อนไข 3 ข้อ คือ

- 1) ให้ใช้ตัวเลข โค้ดได้ 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5
- 2) จำนวนที่ต้องการ เป็นจำนวนที่มีสามหลัก
- 3) ตัวเลขในแต่ละหลักของแต่ละจำนวนที่ต้องการ ต้องไม่ซ้ำกัน

จากเงื่อนไขทั้งสามข้อนี้ต้องนำมาพิจารณาประกอบการใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับเพื่อหาว่าจะเขียนจำนวนที่ต้องการได้กี่จำนวน สำหรับปัญหานี้ต้องพิจารณาวิธีที่จะเขียนตัวเลขในหลักต่าง ๆ คือ หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย เนื่องจากการเขียนจำนวนที่มีสามหลักนั้น หลักร้อยต้องไม่ใช่ตัวเลข 0 ส่วนหลักอื่น ๆ นั้นจะใช้ตัวเลขใดก็ได้ใน 6 ตัวที่กำหนด การเริ่มแก้ปัญหาก็ควรเริ่มด้วยการหาจำนวนวิธีที่จะเขียนตัวเลขในหลักร้อยเพราะมีข้อจำกัดมากกว่าหลักอื่น ๆ ดังนั้น วิธีหาคำตอบปัญหาก็อาจเป็นดังนี้

วิธีที่ 1 เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ต่าง ๆ กัน 5 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักร้อย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 5 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักร้อยและหลักสิบ เขียนตัวเลขในหลักหน่วยได้ 4 วิธี

ดังนั้น จากกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ จำนวนที่มีสามหลักที่เขียนโดยใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5 โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันมีทั้งสิ้น $5 \times 5 \times 4 = 100$ จำนวน

วิธีหาคำตอบข้างต้นเป็นเพียงวิธีหนึ่งเท่านั้น อาจหาคำตอบโดยวิธีอื่น ๆ ก็ได้ เช่น การพิจารณาโดยเริ่มจากการเขียนหลักหน่วยก่อน แต่เนื่องจากจะมีปัญหาว่าเหลือ 0 อยู่หรือไม่ จึงแยกกรณีพิจารณาดังต่อไปนี้

วิธีที่ 2 ถ้าเริ่มเขียนตัวเลขในหลักหน่วยก่อน แยกกรณีพิจารณาได้ดังนี้

(1) หากจำนวนที่มีสามหลักที่มี 0 อยู่ในหลักหน่วย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 5 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักสิบ เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ 4 วิธี

ดังนั้น จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่มี 0 อยู่ในหลักหน่วย และใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5 โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ $5 \times 4 = 20$ จำนวน

(2) หากจำนวนสามหลักที่มี 0 อยู่ในหลักสิบ ในทำนองเดียวกับข้อ (1) จะได้ว่าจำนวนสามหลักใน

ข้อนี้มีทั้งหมด 20 จำนวน

(3) หาจำนวนสามหลักที่ไม่มี 0 ปรากฏอยู่เลย จะได้ทั้งหมด $5 \times 4 \times 3 = 60$ จำนวน
จาก (1), (2) และ (3) จำนวนสามหลักที่ได้จากการใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 เขียนโดย
ตัวเลข

ในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน มีทั้งสิ้น $20 + 20 + 60 = 100$ จำนวน

ปัญหาที่ 2 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคี่และตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้กี่จำนวน

วิธีคิด เงื่อนไขของปัญหานี้เหมือนของปัญหาที่ 1 แต่เพิ่มเงื่อนไขอีกหนึ่งข้อ คือ จำนวนที่ต้องการต้องเป็นจำนวนคี่ เงื่อนไขนี้มีผลต่อจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วย ถ้าเริ่มหาคำตอบโดยพิจารณาจำนวนวิธีที่จะเขียนตัวเลขในหลักร้อยก่อนเช่นเดียวกับการพิจารณาการเขียนตัวเลขในหลักหน่วยว่าทำได้กี่วิธีจะมีปัญหา เพราะใน 5 วิธี ที่เขียนตัวเลขในหลักร้อยนั้นมี 3 วิธี ที่ใช้ 1, 3 และ 5 ไปแล้ว ทำให้มีผลต่อจำนวน

วิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วยซึ่งใช้ตัวเลขที่กำหนดให้ได้เพียง 3 ตัว คือ 1, 3 และ 5 เท่านั้น ยิ่งถ้าพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักสิบต่อจากการพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักร้อยจะทำให้การพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วยมีปัญหามากขึ้น วิธีหาคำตอบของปัญหานี้จึงควรพิจารณาวิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วยเสียก่อนแล้วพิจารณาจำนวนวิธีการเขียนตัวเลขในหลักร้อย จากนั้นจึงไปพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักสิบเป็นอันดับสุดท้าย

วิธีทำ เขียนตัวเลขในหลักหน่วยได้ต่าง ๆ กัน 3 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักหน่วย เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ 4 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักหน่วยและหลักร้อย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 4 วิธี

ดังนั้น ใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 เขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคี่และตัวเลขในแต่ละ

หลักไม่ซ้ำกัน ได้ $4 \times 4 \times 3 = 48$ จำนวน

ปัญหาที่ 3 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคู่และตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้กี่จำนวน

วิธีคิด ปัญหาที่ 3 นี้ มีเงื่อนไขเพิ่มจากปัญหาที่ 1 อีกหนึ่งข้อคือ จำนวนที่ต้องการเป็นจำนวนคู่ ถ้าพิจารณาไม่รอบคอบอาจจะสรุปว่าใช้วิธีการในการทำงานเดียวกับที่ใช้ในการหาคำตอบปัญหาที่ 2 คือพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วย หลักร้อยและหลักสิบ ตามลำดับ แต่วิธีดังกล่าวมีปัญหา เพราะตัวเลขที่อาจใช้ในหลักหน่วยมี 3 ตัว คือ 0, 2 และ 4 การที่ 0 อาจถูกใช้หรือไม่ถูกใช้ในการเขียนตัวเลขหลักหน่วย มีผลต่อการพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักร้อย การหาคำตอบจึงอาจทำได้โดยการแยกกรณีพิจารณา เมื่อใช้ 0 เป็นหลักหน่วย และเมื่อไม่ได้ใช้ 0 เป็น หลักหน่วย ดังนี้

วิธีทำ แยกกรณีและพิจารณาดังนี้

1. เมื่อใช้ตัวเลขในหลักหน่วยเป็น 0 เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ 5 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักร้อย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 4 วิธี

ดังนั้น จำนวนสามที่มีหลักที่หลักหน่วยเป็น 0 ที่เขียนโดยใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 โดย

ตัวเลข

ในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันมี $5 \times 4 = 20$ จำนวน

2. เมื่อตัวเลขในหลักหน่วยไม่ใช่ 0 เขียนตัวเลขในหลักหน่วยได้ 2 วิธี (คือ 2 หรือ 4)

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักหน่วย เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ 4 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักหน่วยและในหลักร้อย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 4 วิธี

ดังนั้น จำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคู่ที่หลักหน่วยไม่เป็น 0 และเขียนโดยใช้ตัวเลข 0, 1,

2, 3,

4 และ 5 โดยตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน มี $4 \times 4 \times 2 = 32$ จำนวน

ดังนั้นการใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 เขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคู่โดยตัวเลขใน

แต่

ละหลักไม่ซ้ำกัน ได้ $20 + 32 = 52$ จำนวน

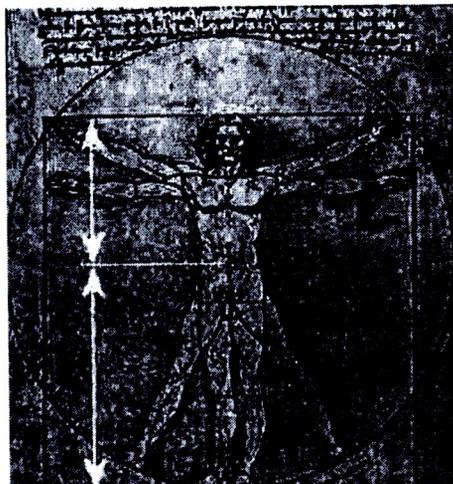
ใบกิจกรรมที่ 1 :จำนวนวิธีลักษณะการยื่นที่แตกต่างกัน

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

- | | |
|---------|--------------|
| 1. | เลขที่ |
| 2. | เลขที่ |
| 3. | เลขที่ |
| 4. | เลขที่ |
| 5. | เลขที่ |

จากรูปภาพ จงหาลักษณะการยื่นที่แตกต่างกัน



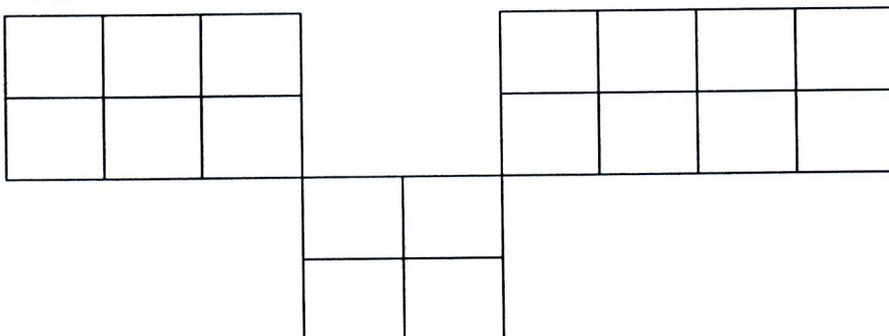
ใบกิจกรรมที่ 2 : จำนวนวิธีที่ต่างกัน

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

1. เลขที่
2. เลขที่
3. เลขที่
4. เลขที่
5. เลขที่

จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมด ในการวางรูปสี่เหลี่ยมขนาด 2×1 ตารางหน่วย จำนวน 9 รูป เพื่อปกคลุมรูปต่อไปนี้



ใบกิจกรรมที่ 3 : ตัวอย่างปัญหาเกี่ยวกับการนับ

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

- 1. เลขที่
- 2. เลขที่
- 3. เลขที่
- 4. เลขที่
- 5. เลขที่

ให้นักเรียนคิด โจทย์ปัญหาที่พบเจอในชีวิตประจำวัน พร้อมทั้งบอกจำนวนวิธีทั้งหมดที่เกิดขึ้นด้วย

โจทย์:

วิธีคิด

.....

.....

.....

.....

.....

ใบกิจกรรมที่ 1.4 : การจัดเรียงตัวเลข

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

1. ชื่อประธานกลุ่ม
2. ชื่อเลขานุการ
3. ชื่อผู้ตรวจสอบผลงาน
4. ชื่อผู้สนับสนุน
5. ชื่อผู้รักษากติกาของกลุ่ม
6. ชื่อผู้รายงาน

บทบาทหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม

1. ประธานกลุ่ม เป็นผู้คอยกระตุ้นให้สมาชิกทุกคนเสนอความคิดเห็น ให้ทุกคนเอาใจใส่กับการทำงานให้เสร็จทันเวลา และสรุปผลการอภิปราย
 2. เลขานุการ เป็นผู้บันทึกผลการอภิปราย การตัดสินใจของกลุ่ม แนวคิด/วิธีทำ ในการหาคำตอบของปัญหา
 3. ผู้ตรวจสอบผลงาน เป็นผู้คอยตรวจสอบความเข้าใจจากการนำเสนอของสมาชิก และการตัดสินใจของกลุ่ม
 4. ผู้สนับสนุน เป็นผู้อ่านปัญหา ช่วยอภิปราย คอยช่วยเหลือสนับสนุน ช่วยจัดหาข้อมูลและอุปกรณ์ต่างๆ เพิ่มเติม
 5. ผู้รักษากติกาของกลุ่ม คอยดูแลให้สมาชิกทุกคนปฏิบัติหน้าที่ที่ได้รับมอบหมายด้วยความเต็มใจ และ รับผิดชอบ
 6. ผู้รายงาน เป็นผู้นำเสนอผลงานต่อชั้นเรียน แลกเปลี่ยนผลงานต่อชั้นเรียน แลกเปลี่ยนผลงานกับกลุ่มอื่น
- (ในกรณีที่กลุ่มมีสมาชิก 4 คน ให้ประธานกลุ่มเป็นผู้รักษากติกาของกลุ่มด้วย และมอบหมายให้สมาชิกกลุ่มคนใดคนหนึ่งเป็นผู้รายงาน)

3. จะสร้างจำนวนคู่สามหลักจากตัวเลขโดด 0, 1, 2, ..., 9 ได้ทั้งหมดเมื่อ

i. เลขโดดแต่ละหลักซ้ำกันได้ (2) เลขโดดแต่ละหลักซ้ำกันไม่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จะสร้างจำนวนคี่สามหลักที่มีค่ามากกว่า 300 แต่น้อยกว่า 600 จากตัวเลขโดด 0,1,2,3,4,5,6 ได้กี่วิธี โดยที่เลขแต่ละหลักต้องไม่ซ้ำกัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ให้นักเรียนให้กลุ่มช่วยกันสรุปแนวคิดในการหาคำตอบจากโจทย์ทั้ง 4 ข้อ พร้อมนำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียน

.....

.....

.....

.....

ใบงานที่ 1.1

ชื่อ ชั้น

“ตัวเลขในชีวิตประจำวัน”

ตอนที่ 1: จงหาจำนวนทั้งหมดในแต่ละข้อจากโจทย์ต่อไปนี้

1. หมายเลขโทรศัพท์ 042□□□□□□ ซึ่งประกอบด้วยเลข 6 ตัว

.....

.....

.....

.....

.....

2. หมายเลขทะเบียนรถยนต์ในจังหวัดนครพนม

.....

.....

.....

.....

.....

3. ฉลากกินแบ่งรัฐบาล

.....

.....

.....

.....

.....

4. การจัดระบบหนังสือของห้องสมุดแห่งหนึ่ง ประกอบด้วยตัวอักษรภาษาอังกฤษ 2 ตัว เลขโดด 3 ตัว และอักษรภาษาอังกฤษ 1 ตัว เลขโดด 2 ตัว เช่น BM 726 A14

.....

.....

.....

.....

ใบงาน 1.2

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

คำชี้แจง จงหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. บริษัทผลิตรถยนต์แห่งหนึ่ง ต้องการผลิตรถยนต์ 4 แบบ แต่ละแบบมีสีอยู่ 5 สี ถ้าจะจัดห้องแสดงรถยนต์ทุกแบบทุกสีอย่างละหนึ่งคัน จะต้องจัดที่จอดรถทั้งหมดกี่ที่
2. มีเลขโดด 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 นำเลขโดดเหล่านี้มาสร้างจำนวนที่มีสองหลักได้กี่จำนวน
3. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการทำข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
4. มีนก 3 ตัว และต้นไม้ใหญ่ 5 ต้น จงหาจำนวนวิธีที่นก 3 ตัว บินไปเกาะต้นไม้ 5 ต้นนี้
5. ห้องประชุมห้องหนึ่งมีประตูเข้า - ออก 8 ประตู ผู้เข้าประชุมแต่ละคนจะมีวิธีเดินเข้า - ออกห้องประชุมแห่งนี้โดยออกไม่ซ้ำประตูเดิมได้กี่วิธี
6. ในการจับสลากเพื่อหยิบบัตรชื่อนักเรียนที่มีอยู่ 50 คน เข้ารับรางวัลที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ จงหาจำนวนวิธีที่จะเกิดขึ้นทั้งหมด

ใบงานที่ 1.3

ชื่อ ชั้น

คำสั่ง: จงแสดงแนวคิดจากโจทย์ต่อไปนี้

1. ต้องการสร้างเลข 3 หลัก โดยสร้างจากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5 จะสร้างได้กี่จำนวนเมื่อ แต่ละหลักไม่ซ้ำกันและ
 - (1) ไม่มีเงื่อนไขเพิ่มเติม
 - (2) เป็นจำนวนคี่
 - (3) เป็นจำนวนคู่
 - (4) เป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว
 - (5) เป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่า 350

2. ต้องการสร้างเลข 4 หลัก โดยแต่ละหลักไม่ซ้ำกันและ
 - (1) หารด้วย 5 ลงตัวและมีค่ามากกว่า 5,000
 - (2) เป็นจำนวนคี่ มีค่าอยู่ระหว่าง 1,000 และ 5,000
 - (3) มีค่ามากกว่า 8,500
 - (4) มีค่าอยู่ระหว่าง 4,500 และ 9,500

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.2

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

1. บริษัทผลิตรถยนต์แห่งหนึ่ง ต้องการผลิตรถยนต์ 5 แบบ แต่ละแบบมีสีอยู่ 4 สี ถ้าจะจัดห้องแสดงรถยนต์ทุกแบบทุกสีอย่างละหนึ่งคัน จะต้องจัดที่จอดรถทั้งหมดกี่ที่

วิธีทำ บริษัทผลิตรถยนต์ได้ 5 แบบ

แต่ละแบบมีสีอยู่ 4 สี

ดังนั้น จะต้องจัดที่จอดรถแสดงรถยนต์ทั้งหมด $5 \times 4 = 20$ ที่ **ตอบ**

2. มีเลขโดด 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 นำเลขโดดเหล่านี้มาสร้างจำนวนที่มีสองหลักได้กี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนเต็มบวกสองหลักประกอบด้วย หลักสิบ และหลักหน่วย

หลักสิบ เลือกตัวเลขใส่ได้ 9 วิธี (คือ 1, 2, 3, ..., 9 ซึ่งยกเว้น 0)

หลักหน่วย เลือกตัวเลขใส่ได้ 10 วิธี

ดังนั้น จะสร้างจำนวนที่มีสองหลักได้ทั้งหมด $9 \times 10 = 90$ จำนวน **ตอบ**

3. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการทำข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ

วิธีทำ ข้อสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ หรือ 10 วิธี

เลือกตัวเลือกในข้อสอบแต่ละข้อได้ 4 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทำข้อสอบทั้งหมด 4^{10} วิธี **ตอบ**

4. มีนก 5 ตัว และต้นไม้ใหญ่ 3 ต้น จงหาจำนวนวิธีที่นก 5 ตัว บินไปเกาะต้นไม้ 3 ต้นนี้

วิธีทำ นกตัวหนึ่ง อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี

นกตัวสอง อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี

นกตัวสาม อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี

นกตัวสี่ อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี

นกตัวห้า อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่นก 5 ตัวจะบินไปเกาะต้นไม้ได้ทั้งหมด

เท่ากับ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ วิธี

ตอบ

5. ห้องประชุมห้องหนึ่งมีประตูเข้า - ออก 8 ประตู ผู้เข้าประชุมแต่ละคนจะมีวิธีเดินเข้า - ออกห้องประชุมแห่งนี้โดยออกไม่ซ้ำประตูเดิมได้กี่วิธี

วิธีทำ

ห้องประชุมมีประตูเข้า - ออก 8 ประตู

ดังนั้น เวลาเข้ามีวิธีเลือกได้ 8 วิธี

และเวลาออกไม่ต้องการออกประตูซ้ำกับประตูเข้า

ดังนั้น ในแต่ละวิธีเข้าประตูจะเลือกออกได้ 7 ประตู หรือ 7 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่เข้าและออกไม่ซ้ำประตูเท่ากับ $8 \times 7 = 56$ วิธี ตอบ

6. ในการจับสลากเพื่อหยิบบรรณชื่อนักเรียนที่มีอยู่ 50 คน เข้ารับรางวัลที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ จงหาจำนวนวิธีที่จะเกิดขึ้นทั้งหมด

วิธีทำ

มีนักเรียน 50 คน

ดังนั้น สามารถจับสลากรางวัลที่ 1 ได้ 50 วิธี

สามารถจับสลากรางวัลที่ 2 ได้ 49 วิธี

สามารถจับสลากรางวัลที่ 3 ได้ 48 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเกิดขึ้นทั้งหมด $50 \times 49 \times 48 = 117,600$ วิธี ตอบ

เอกสารฝึกหัดที่ 1

ชื่อ ชั้น

คำสั่ง: จงหาจำนวนวิธีที่ได้จากการทำงานต่อไปนี้ โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (กฎข้อที่ 1: กฎการคูณ)

1. การโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญ

1.1 จำนวน 2 ครั้ง

.....
.....
.....

1.2 จำนวน 3 ครั้ง

.....
.....
.....

1.1 จำนวน 4 ครั้ง

.....
.....
.....

1.4 จำนวน 5 ครั้ง

.....
.....
.....

2. โยนลูกเต๋าเที่ยงตรงลูกหนึ่ง

2.1 จำนวน 2 ครั้ง

.....
.....
.....

2.2 จำนวน 3 ครั้ง

.....
.....
.....

3. มีนางแบบ 5 คน ต้องการถ่ายรูปร่วมกัน แบบหน้ากระดานเรียงหนึ่ง จะถ่ายรูปได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

.....
.....
.....
.....

4. กุญแจรหัสมี 3 แถว แต่ละแถวมีตัวเลข 5 ตัว ตั้งแต่ 0 ถึง 4 จะมีวิธีหมนกุญแจรหัสนี้ได้กี่วิธี

.....
.....
.....
.....

5. ในการสอบแข่งขันคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ปีหนึ่งในประเภททีม มีทีมเข้าสอบแข่งขัน 40 ทีม มีรางวัลทั้งหมด 3 รางวัล คือรางวัลที่ 1, รางวัลที่ 2 และรางวัลที่ 3 ถ้าไม่มีทีมใดมีคะแนนเท่ากันเลย จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ในการมอบรางวัลทั้ง 3 รางวัลมีกี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. สนามกีฬาแห่งหนึ่ง มีประตูสำหรับการเข้า-ออกจำนวน 5 ประตู จงหา

6.1 เข้า-ออกประตูใดก็ได้

.....

.....

.....

6.2 เมื่อเดินเข้าแล้วจะออกประตูเดิมไม่ได้

.....

.....

.....

6.3 เข้าและออกต้องเป็นประตูเดียวกัน

.....

.....

.....

หน่วยการเรียนรู้ ความน่าจะเป็น (สร้างจากปัญหาการเรียนของนักเรียน)

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ แผนการเรียนรู้ที่ 3 มัธยมศึกษาปีที่ 5
 เรื่อง: วิธีเรียงสับเปลี่ยน เวลา 4 ชั่วโมง
 วันที่ เวลา น. ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถคำนวณหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของโดยอาศัยหลักการคูณ

และ

แทนจำนวนที่ได้อยู่ในรูปแฟกทอเรียลได้

2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้

3. นักเรียนสามารถนำวิธีเรียงสับเปลี่ยนไปใช้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา

2. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล

3. นักเรียนมีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

4. นักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ

5. นักเรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ด้านคุณลักษณะ

1. นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต

2. นักเรียนเป็นคนกล้าแสดงออก

3. นักเรียนมีความกระตือรือร้น

4. นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบ

5. นักเรียนยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น

6. นักเรียนร่วมมือทำงานกลุ่มด้วยความสนใจและรับผิดชอบ

2. สาระสำคัญ

วิธีเรียงสับเปลี่ยน เป็นการจัดเรียงสิ่งของ โดยคำนึงถึงตำแหน่งของสิ่งของแต่ละสิ่งเป็นสิ่งสำคัญ

โดยทั่วไป วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบ่งได้ 2 แบบ คือ วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

1.1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัดคราวละ r สิ่ง ($1 \leq r \leq n$) เท่ากับ $P_{n,r}$ วิธี โดย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

1.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง ในจำนวนนี้มี n_1 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่หนึ่ง มี n_2 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่สอง ... มี n_k ที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k โดยที่ $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนกลุ่มของสิ่งของ n สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$

2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

3. สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 3.1, 3.2, 3.3 และ 3.4
2. ใบงานที่ 3.1, 3.2, 3.3 และ 3.4
3. ใบกิจกรรมที่ 3.1 3.2, 3.3 และ 3.4
4. แบบทดสอบย่อย 3: วิธีเรียงสับเปลี่ยน
5. แบบทดสอบย่อยวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นและวงกลม

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1: การสอนโดยใช้การอภิปรายกลุ่มย่อย

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับแฟกทอเรียล n โดยการถาม-ตอบ ดังนี้
 - 1) สัญลักษณ์แฟกทอเรียล n เขียนอย่างไร ($n!$)
 - 2) $n!$ มีค่าเท่าไร ($n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$)
 - 3) $5!$ มีค่าเท่าไร ($5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$)
 - 4) $\frac{6!}{4!}$ มีค่าเท่าไร ($\frac{6!}{4!} = 30$)
2. นักเรียนจัดกลุ่ม ๆ ละ 3-5 คน ทำกิจกรรมที่ 3.1 และทำกิจกรรมที่ 3.2
3. ตัวแทนกลุ่มออกมาอภิปรายผลงานของกลุ่ม พร้อมทั้งอภิปราย ดังนี้
 - 1) จัดเรียงอันดับ 1 จัด ได้กี่วิธี เพราะเหตุใด (3 วิธี เพราะมีอักษรให้เลือก 3 ตัว)
 - 2) จัดเรียงอันดับ 2 จัด ได้กี่วิธี เพราะเหตุใด (2 วิธี เพราะมีอักษรให้เลือก 2 ตัว)
 - 3) จัดเรียงอันดับ 3 จัด ได้กี่วิธี เพราะเหตุใด (1 วิธี เพราะมีอักษรให้เลือก 1 ตัว)

4) ความสัมพันธ์การคูณของวิธีที่ได้ผลลัพธ์นั้น มีลักษณะคล้ายกับความสัมพันธ์ของแฟกทอเรียลหรือไม่ (คล้ายกัน)

4. ครูอธิบายวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง และยกตัวอย่าง 2 และ 3 ประกอบเพิ่มเติม

ตัวอย่าง 2 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดคน 4 คน เข้านั่งเก้าอี้ว่าง 8 ตัว ซึ่งวางเรียงกันเป็นเส้นตรง

ตัวอย่าง 3 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 3 คน กับหญิง 3 คน ให้ยืนเรียงกันเป็นแถวโดยที่

- 1) ชายหญิงยืนสลับกัน
- 2) หญิงทั้งสามคนยืนติดกัน
- 3) ชายทั้งสามคนยืนติดกัน และหญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

5. นักเรียนทำใบงาน 3.1 ข้อ 1 และ 2 และช่วยกันเฉลย

6. นักเรียนร่วมกันสรุปจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัด

คราว

ละ r สิ่ง ($1 \leq r \leq n$) เท่ากับ $P_{n,r}$ วิธี โดย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

7. นักเรียนทำใบงาน 3.1 ข้อ 4 -6 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2: การสอนโดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหา

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัดคราวละ r สิ่ง โดยการถาม-ตอบ

2. ครูให้นักเรียนถามข้อสงสัยและตัวแทนนักเรียนเฉลยการบ้าน

3. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบงาน 3.2

4. ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมาอภิปรายผลงานของกลุ่มและเพื่อน ๆ ช่วยกันเฉลย

5. นักเรียนร่วมกันสรุปจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัด

คราว

ละ r สิ่ง ($1 \leq r \leq n$) เท่ากับ $P_{n,r}$ วิธี โดย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

6. แบบทดสอบย่อย 3: วิธีเรียงสับเปลี่ยน

ชั่วโมงที่ 3: การสอนโดยใช้สถานการณ์จำลอง

1. ครูเสนอสถานการณ์ในจำลอง 2 สถานการณ์ ดังนี้

สถานการณ์ที่ 1 การจัดหนังสือ 4 เล่ม ซึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์อยู่ 2 เล่ม และหนังสืออังกฤษอยู่ 2 เล่ม วางบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

สถานการณ์ที่ 2 การจัดหนังสือ 5 เล่ม ซึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์อยู่ 2 เล่ม และหนังสืออังกฤษอยู่ 3 เล่ม วางบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

2. นักเรียนแต่ละกลุ่มบันทึกวิธีการวางหนังสือบนชั้นของทั้งสองสถานการณ์ในใบกิจกรรม 3.3

3. ครูอธิบายวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง ในจำนวนนี้มี n_1 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่หนึ่ง มี n_2 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่สอง ... มี n_k ที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k โดยที่ $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ ซึ่งจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนกลุ่มของสิ่งของ n สิ่ง เท่ากับ

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!} \text{ วิธี}$$

4. ครูยกตัวอย่างที่ 3 พร้อมทั้งอธิบายด้วยการถามตอบนักเรียน

ตัวอย่าง 3 ตัวอักษรในคำว่า PATTADON จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่าง ๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

5. นักเรียนทำใบงานที่ 3.3 ตัวอักษรในคำว่า(ชื่อภาษาอังกฤษของนักเรียน)

จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่าง ๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

6. นักเรียนร่วมกันสรุปจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด และสิ่งของไม่แตกต่างกันทั้งหมด

ชั่วโมงที่ 4: สอนโดยใช้การอภิปรายกลุ่มย่อย

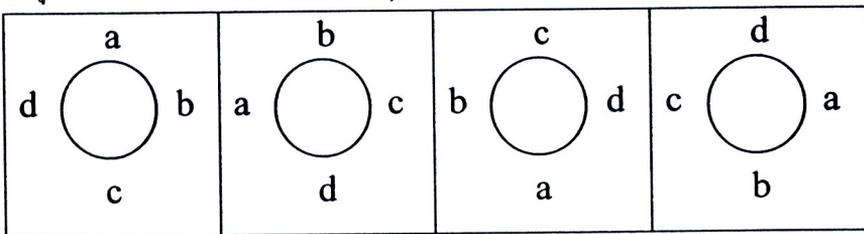
1. ครูทบทวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ได้แก่ 1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

1.1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่แตกต่างกันทั้งหมด ใช้สูตร $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

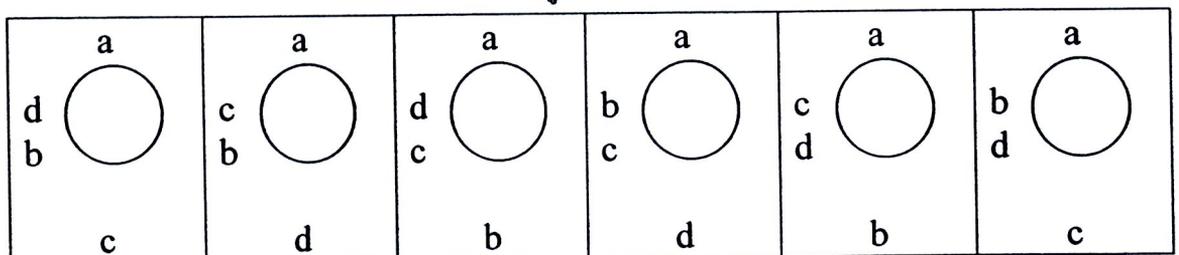
1.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด คือ $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$

2. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำกิจกรรมที่ 3.4

3. ตัวแทนกลุ่มออกมาอภิปรายผลงานของกลุ่ม พร้อมทั้งอภิปรายและพิจารณารูป ดังต่อไปนี้



รูปที่ 1



รูปที่ 2

- 1) รูปที่ 1 มีการจัดเรียงสับเปลี่ยนกี่วิธี เพราะเหตุใด (1 วิธี เพราะอยู่ตำแหน่งเดิม)
- 2) รูปที่ 2 มีการจัดเรียงสับเปลี่ยนกี่วิธี เพราะเหตุใด (6 วิธี เพราะตำแหน่งมีการเรียงสับเปลี่ยนไป)
- 3) รูปที่ 1 และรูปที่ 2 แตกต่างกันอย่างไรมาก ในลักษณะการเรียงสับเปลี่ยน (รูปที่ 1 ตำแหน่งไม่เปลี่ยน)
- 4) การเรียงสับเปลี่ยนในรูปที่ 2 ใช้ความสัมพันธ์ของแฟกทอเรียลแก้ปัญหาได้หรือไม่ (ได้ โดยใช้ $(n-1)!$)

4. ครูอธิบายและยกตัวอย่าง 1 และ 2 และอธิบายหมายโดยการถามตอบนักเรียน
ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 5 คน นั่งประชมรอบโต๊ะกลมที่ห้องประชุม
ตัวอย่างที่ 2 จัดชาย 6 คน หญิง 6 คน ขึ้นรอบกองไฟเป็นวงกลมได้กี่วิธี เมื่อ

- 1) ถ้าไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม
 - 2) ถ้าหญิงสลับกับชาย
4. นักเรียนทำใบงานที่ 3.4 และช่วยกันเฉลย
 5. นักเรียนร่วมกันสรุปจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม
 6. นักเรียนทำแบบทดสอบย่อยวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นและวงกลม

5. การประเมินผลตามสภาพจริง

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจในการเรียน
2. จากใบงาน
3. จากการทำกิจกรรม
4. จากแบบทดสอบย่อย

ใบความรู้ 3.1

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่แตกต่างกันทั้งหมด

โดยทั่วไป วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบ่งได้ 2 แบบ คือ วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

1.1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัดคราวละ r สิ่ง ($1 \leq r \leq n$) เท่ากับ $P_{n,r}$ วิธี

$$\text{โดย } P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ตัวอย่าง 1 มีตัวอักษร คือ A, B และ C จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันในการจัดเรียงอักษรทั้ง 3 ตัว

วิธีทำ การจัดเรียงอักษรทั้ง 3 ตัว

จัดเรียงอันดับ 1 จัดได้ 3 วิธี (มีอักษรให้เลือก 3 ตัว)

จัดเรียงอันดับ 2 จัดได้ 2 วิธี (มีอักษรให้เลือก 2 ตัว)

จัดเรียงอันดับ 3 จัดได้ 1 วิธี (มีอักษรให้เลือก 1 ตัว)

ดังนั้นจำนวนวิธีการจัดเรียงอักษรทั้ง 3 ตัว วางแถวตรงได้ คือ $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$ วิธี หรือ 6 วิธี

ตัวอย่าง 2 ถ้านำตัวเลขห้าตัว คือ 1, 2, 3, 4 และ 5 มาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มี 5 หลัก และแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะได้กี่จำนวน

วิธีทำ การสร้างจำนวนดังกล่าว เป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ 1, 2, 3, 4 และ 5 แบบเส้นตรง

ดังนั้น จำนวนที่สร้างได้ทั้งหมด คือ $5! = 120$ วิธี

ตัวอย่าง 3 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 3 คน กับหญิง 3 คน ให้ยืนเรียงกันเป็นแถวโดยที่

1) ชายหญิงยืนสลับกัน

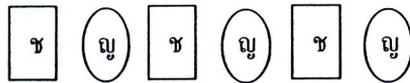
2) หญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

3) ชายทั้งสามคนยืนติดกัน และหญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

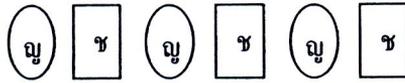
วิธีทำ 1) ชายหญิงยืนสลับกัน

การจัดชาย 3 คน กับหญิง 3 คน ยืนแถวสลับกันทำได้ 2 ทาง คือ

กรณีที่ 1 ชายอยู่หัวแถว จะจัดได้ $3!3!$ วิธี = 36 วิธี



กรณีที่ 2 หญิงอยู่หัวแถว จะจัดได้ $3!3!$ วิธี = 36 วิธี



ดังนั้นจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 3 คน หญิง 3 คน ยืนสลับกัน คือ

$$3!3! + 3!3! = 2(3!3!) = 2 \times 36 = 72 \text{ วิธี}$$

2) หญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

จัดให้หญิง 3 คน ยืนติดกัน ดังนั้น คิดหญิง 3 คน เป็น 1 คน รวมกับชาย 3 คน

จึงเป็นการจัดอันดับคน 4 คน ยืนเรียงแถว จะจัดได้ 4! วิธี

แต่หญิง 3 คน ซึ่งยืนติดกัน ยังสลับที่กันได้อีก 3! วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีทั้งหมด คือ $4!3! = 144$ วิธี

3) ชายทั้งสามคนยืนติดกัน และหญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

ให้ชาย 3 คนยืนติดกัน จึงคิดเป็น 1 คน และให้หญิง 3 คนยืนติดกัน จึงคิดเป็น 3

คน เช่นกัน ดังนั้น จัดคน 2 คนยืนแถวตรงจะจัดได้ วิธี

แต่ชาย 3 คน ซึ่งยืนติดกันยังยืนสลับกันเองได้อีก

และหญิง 3 คน ซึ่งยืนติดกันยังยืนสลับกันเองได้อีก

ดังนั้นจำนวนวิธีทั้งหมด คือ = วิธี

ตัวอย่าง 4 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดคน 4 คน เข้านั่งเก้าอี้ว่าง 8 ตัว ซึ่งวางเรียงกันเป็นเส้นตรง

วิธีทำ มีเก้าอี้ว่าง 8 ตัว วางเป็นแถวตรง

จะจัดคน 4 คน เข้านั่งเก้าอี้ดังกล่าวได้ คือ $P_{8,4}$ วิธี

$$\text{หรือ } P_{8,4} = \frac{8!}{(8-4)!} = \frac{8!}{4!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1,680 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่าง 5 มีเลขโคคอยู่ 9 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, ..., 9 จะสร้างเลขบวก 5 หลัก ได้กี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนเลขบวก 5 หลัก = จำนวนการเรียงลำดับตัวเลขครั้งละ 5 ตัว

โดยเลือกจากตัวเลข 9 ตัว ซึ่งไม่ซ้ำกันเลย จะสร้างได้ คือ $P_{9,5}$

$$\text{หรือ } P_{9,5} = \frac{9!}{4!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 15,120 \text{ จำนวน}$$

ใบความรู้ 3.2

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

1.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง ในจำนวนนี้มี n_1 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่หนึ่ง มี n_2 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่สอง ... มี n_k ที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k โดยที่ $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนกลุ่มของสิ่งของ n สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$

ตัวอย่าง 1 จะจัดหนังสือ 5 เล่ม ซึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์อยู่ 2 เล่ม และหนังสืออังกฤษอยู่ 3 เล่ม วางบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

วิธีทำ หนังสือทั้งหมด 5 เล่ม

เป็นหนังสือคณิตศาสตร์ 2 เล่ม ซึ่งเหมือนกัน

และเป็นหนังสืออังกฤษ 3 เล่ม ซึ่งเหมือนกัน

ดังนั้นจะจัดลำดับหนังสือดังกล่าวบนชั้นวางหนังสือได้ทั้งสิ้น คือ $\frac{5!}{2!3!} = 10$ วิธี

ตัวอย่าง 2 ในงานประจำปีของโรงเรียนแห่งหนึ่งใช้ไฟประดับตามรั้วของโรงเรียนยาวตามแนวถนน โดยใช้หลอดไฟสีต่าง ๆ 12 หลอด เป็นไฟสีแดง 5 หลอด สีเหลือง 3 หลอด และสีเขียว 4 หลอด จะมีวิธีจัดหลอดไฟเหล่านี้ได้กี่วิธี

วิธีทำ หลอดไฟมี 12 หลอด

เป็นไฟสีแดง 5 หลอด (เหมือนกัน)

เป็นสีเหลือง 3 หลอด (เหมือนกัน)

เป็นสีเขียว 4 หลอด (เหมือนกัน)

ดังนั้นจะจัดหลอดไฟเหล่านี้ตามแนวรั้วได้ คือ $\frac{12!}{5!3!4!} = 27,720$ วิธี

ตัวอย่าง 3 ตัวอักษรในคำว่า PATTADON จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่าง ๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ คำว่า PATTADON มีตัวอักษร 8 ตัว มีซ้ำกันบางตัว คือ

A ซ้ำกัน 2 ตัว และ T ซ้ำกัน 2 ตัว

ดังนั้นจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน คือ $\frac{8!}{2!2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{2} = 1680$ วิธี

ใบความรู้ 3.3

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 5 คน หญิง 3 คน นั่งประจุมรอบโต๊ะกลมที่ห้องประชุม

วิธีทำ เนื่องจาก จำนวนคนทั้งหมด มี 8 คน

ดังนั้น จำนวนจัดคนทั้งหมดนั่งประจุมรอบโต๊ะกลม คือ

$$(8-1)! = 7! = 5,040 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 2 จัดชาย 6 คน หญิง 6 คน ขึ้นรอบกองไฟเป็นวงกลมได้กี่วิธี เมื่อ

- 1) ถ้าไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม
- 2) ถ้าหญิงสลับกับชาย

วิธีทำ 1) ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม

ดังนั้น จะมีคนทั้งหมด 12 คน ขึ้นรอบกองไฟ

ดังนั้น จำนวนวิธีที่ขึ้นเรียงสับเปลี่ยนกันได้ คือ $11! = 39,916,800$ วิธี

- 2) ถ้าหญิงสลับกับชาย

ให้หญิงคนหนึ่งยืนอยู่กับที่

ดังนั้น หญิงอีก 5 คน ที่เหลือเรียงสับเปลี่ยนได้ 5! วิธี

แต่ละวิธีที่หญิงยืน ชายจะเรียงสับเปลี่ยนได้ 6! วิธี

ดังนั้น จัดชาย 6 คน หญิง 6 คน ขึ้นสลับรอบกองไฟได้ คือ $5! \times 6! = 86,400$ วิธี

ใบกิจกรรมที่ 3.1

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

- | | |
|---------|--------------|
| 1. | เลขที่ |
| 2. | เลขที่ |
| 3. | เลขที่ |
| 4. | เลขที่ |
| 5. | เลขที่ |

1. มีตัวอักษร 3 ตัว คือ A, B และ C จงหาจำนวนวิธีจัดเรียงอักษรโดยใช้อักษรที่แตกต่างกัน

1) ที่ในการจัดเรียงอักษรทั้ง 3 ตัว

2) ที่ในการจัดเรียงอักษร 2 ตัว

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. จำนวนวิธีจัดเรียงอักษร โดยใช้อักษรที่แตกต่างกันสามารถเขียนในรูปของแฟกทอเรียลได้หรือไม่ ถ้า

1) ที่ในการจัดเรียงอักษรทั้ง 3 ตัว

2) ที่ในการจัดเรียงอักษร 2 ตัว

.....
.....
.....

ใบกิจกรรมที่ 3.3

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

- | | |
|---------|--------------|
| 1. | เลขที่ |
| 2. | เลขที่ |
| 3. | เลขที่ |
| 4. | เลขที่ |
| 5. | เลขที่ |

สถานการณ์ที่ 1 การจัดหนังสือ 4 เล่ม ซึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์อยู่ 2 เล่ม และหนังสืออังกฤษอยู่ 2 เล่ม วางบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สถานการณ์ที่ 2 การจัดหนังสือ 5 เล่ม ซึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์อยู่ 2 เล่ม และหนังสืออังกฤษอยู่ 3 เล่ม วางบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใบงาน 3.1

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน

ชื่อ ชั้น

1. สามีกรรยาคนหนึ่ง พร้อมด้วยลูก 4 คน มาขึ้นเรียงแถวยาวเพื่อถ่ายรูป จะมีวิธีจัดให้ยืนทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ (1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม
 (2) พ่อและแม่ยืนติดกัน
 (3) พ่อและแม่ยืนริมทั้งสองด้าน

2. ชาย 3 คน และหญิง 3 คน มานั่งบนม้านั่ง 5 ตัวเรียงแถวยาว จะมีวิธีการนั่งทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ
 (1) เพศเดียวกัน นั่งติดกัน
 (2) หญิง 2 คน นั่งติดกัน
 (3) ชาย 3 คน นั่งติดกัน
 (4) ชายและหญิงนั่งสลับกันทีละคน

3. จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดที่จะจัดตัวอักษรจากคำว่า SUNDAY ให้เป็นคำใหม่โดยใช้ตัวอักษรทั้งหมด เมื่อ
 (1) ไม่คำนึงถึงความหมายของคำ
 (2) ถ้าอักษรตัวแรกเป็น S
 (3) ถ้าใช้อักษรตัวแรกเป็น S และอักษรตัวสุดท้ายเป็น Y

4. ครูคนหนึ่งนำลูกศิษย์ 6 คน มาขึ้นถ่ายรูป โดยขึ้นเป็น 2 แถวๆ ละ 3 คน จะมีวิธีจัดให้ยืนทั้งหมดกี่วิธี

5. รถเก๋ง 5 คัน เข้าจอดในที่จอดรถได้ 5 คันพอดี จะมีวิธีการเข้าจอดรถทั้งหมดกี่วิธี

6. ชาย 6 คน และหญิง 6 คน ในจำนวนนี้มีนายवरพันธ์และนางสาวช่อฟ้ารวมอยู่ด้วย ถ้าให้ผู้ชายไปจับคู่กับผู้หญิง จะมีวิธีจับคู่กี่วิธี
 (1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม
 (2) นายवरพันธ์จับคู่กับนางสาวช่อฟ้า
 (3) นายवरพันธ์ไม่จับคู่กับนางสาวช่อฟ้า

เฉลยใบงาน 3.1

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน

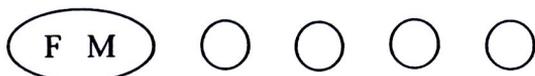
1. สามีภรรยาคนหนึ่ง พร้อมด้วยลูก 4 คน มาขึ้นเรียงแถวยาวเพื่อถ่ายรูป จะมีวิธีจัดให้ยืนทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

วิธีทำ จำนวนวิธีจัดแบบไม่มีเงื่อนไข คือ $6! = 720$ วิธี

(2) พ่อและแม่ยืนติดกัน

วิธีทำ ถ้าต้องการให้พ่อและแม่ยืนติดกัน จะถือว่าพ่อและแม่เป็นบุคคลเดียวกัน ดังนั้น คน 6 คน จะคิดเป็น 5 คน

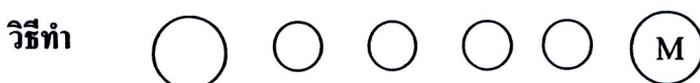


คน 5 คน มีวิธีจัดให้ยืนได้ $5! = 120$ วิธี

ในแต่ละวิธี พ่อและแม่มีวิธีจัดให้ยืนได้ $2! = 2$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธียืนทั้งหมด คือ $120 \cdot 2 = 240$ วิธี

(3) พ่อและแม่ยืนริมทั้งสองด้าน



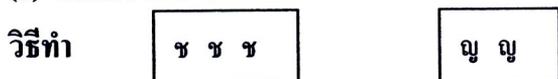
พ่อและแม่มีวิธีจัดให้ยืนริมทั้งสองด้าน ได้ $2! = 2$ วิธี

ในแต่ละวิธี ลูก 4 คน มีวิธีจัดได้ $4! = 24$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธียืนทั้งหมด คือ $2 \cdot 24 = 48$ วิธี

2. ชาย 3 คน และหญิง 2 คน มานั่งบนม้านั่ง 5 ตัวเรียงแถวยาว จะมีวิธีการนั่งทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

(1) เพศเดียวกัน นั่งติดกัน



ชาย 3 คน คิดเป็น 1 คน และหญิง 2 คน คิดเป็น 1 คน

คน 2 คน มีวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 2! = 2$ วิธี

ในแต่ละวิธี ชาย 3 คน วิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 3! = 6$ วิธี

ในแต่ละวิธี หญิง 2 คน วิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 2! = 2$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีการนั่งทั้งหมด คือ $2 \cdot 6 \cdot 2 = 24$ วิธี

อักษรตัวแรกเป็น S และอักษรตัวสุดท้ายเป็น Y
 จะเหลือตำแหน่งอื่นให้เรียงสับเปลี่ยนได้อีก 4 ตำแหน่ง
 ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ทั้งหมด คือ $4! = 24$ วิธี

4. ครูคนหนึ่งนำลูกศิษย์ 6 คน มาขึ้นถ่ายรูป โดยขึ้นเป็น 2 แถว ๆ ละ 3 คน จะมีวิธีจัดให้ขึ้นทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ การขึ้นแยกเป็น 2 แถว ๆ ละ 3 คน ถือว่าเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของ 6 สิ่ง 6 ตำแหน่ง
 ดังนั้น จำนวนวิธีจัดให้ขึ้นทั้งหมด คือ $6! = 720$ วิธี

5. รถเก๋ง 5 คัน เข้าจอดในที่จอดรถได้ 5 คันพอดี จะมีวิธีการเข้าจอดรถทั้งหมดกี่วิธี

ตอบ จำนวนวิธีการเข้าจอด คือ $5! = 120$ วิธี

6. ชาย 6 คน และหญิง 6 คน ในจำนวนนี้มีนายวรพันธ์และนางสาวช่อฟ้ารวมอยู่ด้วย ถ้าให้ผู้ชายไปจับคู่กับผู้หญิง จะมีวิธีจับคู่กี่วิธี

(1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

วิธีทำ จำนวนวิธีของการจับคู่ เท่ากับ จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของชาย 6 คน (หรือของหญิง 6 คน) คือ $6! = 720$ วิธี

ห

(2) นายวรพันธ์จับคู่กับนางสาวช่อฟ้า

วิธีทำ จำนวนวิธีของการจับคู่โดยวรพันธ์จับคู่กับช่อฟ้า = 1 วิธี

จำนวนวิธีของการจับคู่ที่เหลือ = $5!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีของการจับคู่ คือ $1 \cdot 5! = 120$ วิธี

(3) นายวรพันธ์ไม่จับคู่กับนางสาวช่อฟ้า

วิธีทำ จำนวนวิธีของการจับคู่โดยวรพันธ์ไม่จับคู่กับช่อฟ้า คือ $5 \cdot 5! = 600$ วิธี

(หรือเท่ากับ $6! - 5! = 720 - 120 = 600$ วิธี)

ใบงาน 3.2

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน

ชื่อ ชั้น

1. จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $P_{n,2} = 6$

วิธีทำ

.....

2) $P_{n,2} = 3P_{5,2}$

วิธีทำ

.....

3) $P_{n,5} = 2P_{n,3}$

วิธีทำ

.....

4) $P_{n,4} = 18P_{n-1,2}$

วิธีทำ

.....

2. มีรูปภาพที่แตกต่างกัน 12 รูป ต้องการแขวนรูปภาพเหล่านี้เรียงเป็นแถวจำนวน k รูป จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนของรูปภาพกี่วิธี เมื่อ

1) $k = 4$

วิธีทำ

.....

2) $k = 6$

วิธีทำ

.....

เฉลยใบงาน 3.2

1. จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $P_{n,2} = 6$

วิธีทำ $P_{n,2} = 6$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 6$$

$$n(n-1) = 3 \cdot 2$$

$$\therefore n = 3$$

2) $P_{n,3} = 3P_{5,2}$

วิธีทำ $P_{n,3} = 3P_{5,2}$

$$\frac{n!}{(n-3)!} = 3 \cdot \frac{5!}{(5-2)!}$$

$$n(n-1)(n-2) = 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$\therefore n = 5$$

3) $P_{n,5} = 2P_{n,3}$

วิธีทำ $P_{n,5} = 2P_{n,3}$

$$\frac{n!}{(n-5)!} = 2 \cdot \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$\frac{(n-3)!}{(n-5)!} = 2$$

$$(n-3)(n-4) = 2 \cdot 1$$

$$n-3 = 2$$

$$\therefore n = 5$$

4) $P_{n,4} = 18P_{n-1,2}$

วิธีทำ $P_{n,4} = 18P_{n-1,2}$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 18 \cdot \frac{(n-1)!}{(n-3)!}$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3) = 18(n-1)(n-2)$$

$$n(n-3) = 18$$

$$n^2 - 3n - 18 = 0$$

$$(n-6)(n+3) = 0$$

$$n = 6, -3$$

เนื่องจาก n เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้น $n = 6$

2. มีรูปภาพที่แตกต่างกัน 12 รูป ต้องการแขวนรูปภาพเหล่านี้เรียงเป็นแถวจำนวน k รูป จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนของรูปภาพกี่วิธี เมื่อ

1) $k = 4$

2) $k = 6$

วิธีทำ 1) $k = 4$

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของรูปภาพ} = {}_{12}P_4 = \frac{12!}{8!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11,880 \text{ วิธี}$$

2) $k = 6$

$$\text{จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของรูปภาพ} = {}_{12}P_6 = \frac{12!}{6!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665,280 \text{ วิธี}$$

3. มีตำแหน่งว่างงานอยู่ 5 ตำแหน่ง ซึ่งเป็นตำแหน่งสำหรับชาย 3 ตำแหน่ง เฉพาะหญิง 2 ตำแหน่ง ถ้ามีผู้สมัครเป็นชาย 7 คน หญิง 4 คน จะมีวิธีจัดบรรจุคนเหล่านั้นเข้าทำงานได้ทั้งสิ้นกี่วิธี

วิธีทำ มีชายสมัคร 7 คน แต่ต้องการเพียง 3 คน เลือกได้ $P_{7,3}$ วิธี

$$P_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \text{ วิธี}$$

มีหญิงสมัคร 4 คน แต่ต้องการเพียง 2 คน เลือกได้ $P_{4,2}$ วิธี

$$P_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด ที่จะบรรจุเข้าทำงานได้ คือ $210 \times 12 = 2,520$ วิธี

4. ถ้าต้องการสร้างคำ ซึ่งประกอบด้วยตัวอักษร 5 ตัว ไม่ซ้ำกัน โดยที่ตัวอักษรเลือกมาจากคำว่า PERMUTATION จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ โดยที่คำที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีความหมาย และ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม
- 2) อักษรตัวแรกเป็นพยัญชนะ
- 3) อักษรตัวกลางเป็นสระ
- 4) มีสระอย่างน้อย 1 ตัว

วิธีทำ คำว่า PERMUTATION แยกอักษรเป็นพยัญชนะและสระไม่ซ้ำกัน ดังนี้
พยัญชนะ ได้แก่ P, R, M, T, N และ สระ ได้แก่ E, U, A, I, O

- 1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

จำนวนคำที่สร้างได้ คือ $P_{10,5} = \frac{10!}{5!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30,240$ วิธี

- 2) อักษรตัวแรกเป็นพยัญชนะ



$$5 \quad P_{9,4}$$

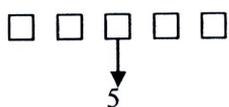
อักษรตัวแรก เลือกพยัญชนะมาได้ 5 วิธี

ในแต่ละวิธี มีวิธีเรียงสับเปลี่ยนของอีก 4 ตัว

ได้ $P_{9,4} = \frac{9!}{5!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3,024$ วิธี

ดังนั้น จำนวนคำที่สร้างได้ = $5 \times 3,024 = 15,120$ วิธี

3) อักษรตัวกลางเป็นสระ



อักษรตัวกลาง เลือกสระมาได้ 5 วิธี

ในแต่ละวิธี มีวิธีเรียงสับเปลี่ยนของอีก 4 ตัว

ได้ $P_{9,4} = \frac{9!}{5!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3,024$ วิธี

ดังนั้น จำนวนคำที่สร้างได้ คือ $5 \times 3,024 = 15,120$ วิธี

4) มีสระอย่างน้อย 1 ตัว

จำนวนคำที่มีสระอย่างน้อย 1 ตัว = จำนวนคำอย่างไม่มีเงื่อนไข - จำนวนคำที่ไม่มีสระ

$$= P_{10,5} - P_{5,5} = 30,240 - 5!$$

$$= 30,240 - 120 = 30,120 \text{ คำ}$$

ใบงาน 3.4

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

ชื่อ ชั้น

จงตอบคำถามข้างล่างนี้ให้ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้

1. จัดกระดางโป๊ยเซียน 7 กระดางแตกต่างกัน และกระดางหงอนไก่ 7 กระดางแตกต่างกัน เรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้กี่วิธี ถ้า

- (1) ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม
- (2) วางกระดางโป๊ยเซียนสลับกับกระดางหงอนไก่

.....

.....

.....

2. จัดบุรุษแสดงสินค้า 8 บุรุษแตกต่างกัน เชิงวงกลม จะจัดเป็นแบบต่างๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....

3. จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษร 6 ตัวจากคำว่า SUNDAY เป็นวงกลมโดยไม่คิดถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....

4. สามภรรยา 5 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม ในจำนวนนี้มีหนุ่มและสาวเป็นสามภรรยาคนหนึ่ง จะมีวิธีจัดคนเหล่านี้นั่งรับประทานอาหารได้กี่วิธี ถ้าไม่ต้องการให้หนุ่มและสาวสามภรรยาผู้นี้ นั่งติดกัน

.....

.....

.....

5. มีกระถางไม้ประดับอยู่ 6 ชนิด ต่างๆ กัน แต่ละชนิดมีลักษณะเหมือนกันชนิดละ 2 กระถาง จะนำมาวางรอบเสาธง จะมีวิธีจัดวางได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....

.....

.....

6. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 8 คน และหญิง 8 คน นั่งรอบโต๊ะกลม โดยให้ชาย 2 คน นั่งสลับกับหญิง 2 คน

.....

.....

.....

7. จงเรียงตัวอักษรคำว่า MARUKIY เป็นวงกลมโดยไม่คิดถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- (1) ไม่มีเงื่อนใจใดเพิ่มเติม
- (2) ตัวอักษร IY อยู่ติดกัน
- (3) ตัวอักษร IY ไม่อยู่ติดกัน

.....

.....

.....

.....

.....

9. สร้อยข้อมือเส้นหนึ่งมีห่วงสำหรับแขวนลูกปัดอยู่ 8 อัน จะนำลูกปัดทั้ง 8 อันร้อยสร้อยข้อมือนี้ได้กี่วิธี

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบงาน 3.4

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

1. จัดกระดางโป๊ยเขียน 7 กระดางแตกต่างกัน และกระดางหงอนไก่ 7 กระดางแตกต่างกัน เรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้ที่วิธี ถ้า

- (1) ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม (2) วางกระดางโป๊ยเขียนสลับกับกระดางหงอน

ไก่

วิธีทำ (1) ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม

มีกระดางแตกต่างกันทั้งหมด 14 กระดาง

ดังนั้น จะจัดแบบวงกลมต่างๆ ได้ทั้งหมด $(14 - 1)! = 13! = 6,227,020,800$ วิธี

(2) วางกระดางโป๊ยเขียนสลับกับกระดางหงอนไก่

ให้กระดางโป๊ยเขียนกระดางหนึ่งอยู่กับที่

ดังนั้น กระดางโป๊ยเขียนที่เหลือจัดได้ 6! วิธี

แต่ละวิธีที่วางกระดางโป๊ยเขียน กระดางหงอนไก่จะเรียงสับเปลี่ยนได้ 7! วิธี

ดังนั้น จะจัดเป็นแบบต่างๆ ได้ทั้งหมด $6!7! = 3,628,800$ วิธี

2. จัดบุธแสดงสินค้า 8 บุธแตกต่างกัน เชิงวงกลม จะจัดเป็นแบบต่างๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ บุธแสดงสินค้าแตกต่างกัน 8 บุธ

ดังนั้น จะจัดเรียงเชิงวงกลมแบบต่างๆ ได้ทั้งหมด $(8 - 1)! = 7! = 5,040$ วิธี

3. จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษร 6 ตัวจากคำว่า SUNDAY เป็นวงกลมโดยไม่คิดถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่

วิธีทำ จากคำว่า SUNDAY มีตัวอักษรทั้งหมด 6 ตัว

ดังนั้น จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ทั้งหมด $(6 - 1)! = 5! = 120$ วิธี

4. สามภรรยา 5 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม ในจำนวนนี้มีหนุ่มและสาวเป็นสามภรรยาคนหนึ่ง จะมีวิธีจัดคนเหล่านี้นั่งรับประทานอาหารได้ที่วิธี ถ้าไม่ต้องการให้หนุ่มและสาวสามภรรยาผู้นั่งติดกัน

วิธีทำ จากคนทั้งหมด 10 คน จัดโดยไม่มีเงื่อนไขได้ $(10 - 1)! = 9!$ วิธี

ให้หนุ่มสาวสามภรยานั่งติดกันคิดเป็น 1 คน

จะคิดได้คนทั้งหมด 9 คน จัดได้ $(9 - 1)! = 8!$ วิธี

สามภรยานั่งสลับที่กันได้ $8!2!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่หนุ่มและสาวสามภรรยาผู้นั่งไม่ติดกัน $9! - 8!2!$ วิธี

5. มีกระถางไม้ประดับอยู่ 6 ชนิด ต่างๆ กัน แต่ละชนิดมีลักษณะเหมือนกันชนิดละ 2 กระถาง จะนำมาวางรอบเสาธง จะมีวิธีจัดวางได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ มีกระถางไม้ประดับแตกต่างกันทั้งหมด 12 ชนิด แต่เหมือนกันชนิดละ 2 กระถาง

$$\text{ดังนั้น จะมีวิธีวางได้ทั้งหมด } \frac{(12-1)!}{2!2!2!2!2!} = \frac{11!}{(2!)^6} \text{ วิธี}$$

6. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 8 คน และหญิง 8 คน นั่งรอบโต๊ะกลมโดยให้ชาย 2 คน นั่งสลับกับหญิง 2 คน

วิธีทำ เลือกชายหรือหญิงมานั่งก่อน 1 คน

สมมติ เลือกชายนั่งก่อน 1 คน

เนื่องจาก จัดชาย 2 คนนั่งสลับกับหญิง 2 คน

จะได้ว่า ชายที่เลือกมานั่งก่อนนั้น อาจจะได้เลือกนั่งได้ 2 วิธี

ส่วนชายที่เหลือ 7 คน จะจัดได้ 7! วิธี

ส่วนหญิงอีก 8 คน ก็จะจัดได้ 8! วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่นั่งเป็นวงกลมสลับชาย 2 คนหญิง 2 คนได้ทั้งหมด $2 \cdot 7! \cdot 8!$ วิธี

7. จงเรียงตัวอักษรคำว่า MARUKIY เป็นวงกลมโดยไม่คิดถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- (1) ไม่มีเงื่อนงำใดเพิ่มเติม
- (2) ตัวอักษร IY อยู่ติดกัน
- (3) ตัวอักษร IY ไม่อยู่ติดกัน

วิธีทำ (1) ไม่มีเงื่อนงำใดเพิ่มเติม

ตัวอักษรคำว่า MARUKIY มีตัวอักษร 7 ตัว

ดังนั้น จะจัดเรียงเป็นวงกลมได้ $(7-1)! = 6!$ วิธี

- (2) ตัวอักษร IY อยู่ติดกัน

IY อยู่ติดกันคิดเป็น 1 ตัว จากตัวอักษร 7 ตัว เหลือ 6 ตัว จัดได้ 5! วิธี

IY สลับกันเองได้ 2 วิธี

ดังนั้น จะจัดเรียงเป็นวงกลมได้โดย IY อยู่ติดกัน $2 \cdot 5! = 240$ วิธี

- (3) ตัวอักษร IY ไม่อยู่ติดกัน

จำนวนวิธีจัดตัวอักษร IY ไม่อยู่ติดกัน = จำนวนวิธีจัดไม่มีเงื่อนงำใดเพิ่มเติม

- จำนวนวิธีจัดตัวอักษร IY อยู่ติดกัน

$$= 6! - 2 \cdot 5! = 720 - 240 = 480 \text{ วิธี}$$

8. สร้อยข้อมือเส้นหนึ่งมีห่วงสำหรับแขวนลูกปัดอยู่ 8 อัน จะนำลูกปัดทั้ง 8 อันร้อยสร้อยข้อมือได้ที่

วิธีทำ มีห่วงสำหรับแขวนลูกปัดอยู่ 8 อัน ห่วงเป็นวงกลม 3 มิติ

$$\text{ดังนั้น จะนำลูกปัดทั้ง 3 อันร้อยสร้อยข้อมือนี้ได้ } \frac{(8-1)!}{2} = \frac{7!}{2} \text{ วิธี}$$

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,3} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสองหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,4} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,2} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,1} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสองหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,3} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,4} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,2} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,1} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{6,3} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{6,4} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{6,2} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{6,5} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,3} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5, 6 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ (2 คะแนน)

1. $P_{5,4} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสองหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5, 6 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อยวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและเชิงวงกลม
--

1. จัดชาย 4 คน และหญิง 3 คนนั่งรอบโต๊ะกลมโดยที่ไม่มีหญิงคนใดนั่งติดกัน จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 144	ข. 216	ค. 288	ง. 342
--------	--------	--------	--------
2. นำลูกแก้วซึ่งมีลักษณะและขนาดเหมือนกันต่างกันแต่สี มีสีแดง 2 ลูก สีขาว 3 ลูก และสีเขียว 4 ลูก มาจัดเรียงเป็นวงกลม จงพิจารณาข้อใดต่อไปนี่กล่าวไม่ถูกต้อง

ก. นำทั้งหมดมาจัดเรียงได้ 140 วิธี	ข. ให้สีแดงอยู่ติดกันทั้ง 2 ลูกได้ 35 วิธี
ค. ให้สีขาวอยู่ติดกันทั้ง 3 ลูกได้ 20 วิธี	ง. ให้สีเขียวอยู่ติดกันทั้ง 4 ลูกได้ 10 วิธี
3. จัดชาย 5 คน หญิง 5 คน นั่งล้อมเป็นวงกลมโดยที่ชายหญิงนั่งสลับกันทีละ 1 คนจะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. $4!4!$	ข. $2!4!4!$	ค. $4!5!$	ง. $2!4!5!$
-----------	-------------	-----------	-------------
4. มีม้านั่งวางเรียงเป็นแถว 9 ตัว ถ้า บี, เวียร์ และปอยฝ้าย ต้องการนั่งบนม้านั่งตัวนี้ โดยที่ไม่มี 2 คนนั่งติดกันเลย จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 144	ข. 180	ค. 208	ง. 210
--------	--------	--------	--------
5. นำเลข 0,2,2,3,3,3,4 ทั้งหมดมาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่า 1 ล้าน จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 120	ข. 180	ค. 240	ง. 360
--------	--------	--------	--------

หน่วยการเรียนรู้ ความน่าจะเป็น (แบบปกติ)

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ แผนการเรียนรู้ที่ 1 มัธยมศึกษาปีที่ 5
 เรื่อง: กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ เวลา 3 ชั่วโมง
 วันที่ เวลา น. ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถอธิบายกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้อย่างถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถวิเคราะห์และแสดงความสัมพันธ์ เพื่อนำไปใช้ในการคิดคำนวณในการเลือกใช้วิธีหรือทางเลือกปฏิบัติได้
3. สามารถนำกฎเกณฑ์เกี่ยวกับการนับไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาเบื้องต้นเกี่ยวกับการนับได้อย่างถูกต้อง

ด้านทักษะและกระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล
2. นักเรียน มีความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
3. นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงมโนภาพทางคณิตศาสตร์

ด้านคุณลักษณะ

1. นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต
2. นักเรียนเป็นคนกล้าแสดงออก
3. นักเรียนมีความกระตือรือร้น
4. นักเรียนทำงานอย่างเป็นระบบ
5. นักเรียนยอมรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น
6. นักเรียนร่วมมือทำงานกลุ่มด้วยความสนใจและรับผิดชอบ

2. สาระสำคัญ

1. การนับ หมายถึง การนับจำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการทำงานชิ้นหนึ่ง หรือนับวัตถุสิ่งของที่อาจเกิดขึ้นได้จากการทำงานชิ้นหนึ่ง
2. จำนวนวิธีของการนับอาจทำได้ 2 แบบคือ
 - 2.1. การนับโดยอาศัยแผนภาพต้นไม้
 - 2.2. การนับโดยอาศัยการคำนวณค่าจาก “กฎเกณฑ์เบื้องต้นของการนับ” ว่าด้วยกฎการคูณหรือกฎการบวก

3. กฎเกณฑ์เบื้องต้นของการนับ

- 3.1. กฎการคูณ คือ ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งประกอบด้วยการทำงาน k ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ k ตามลำดับ โดยที่การทำงานขั้นตอนที่ 1 มีวิธีทำ n_1 วิธี การทำงานขั้นตอนที่ 2 มีวิธีทำ n_2 วิธี ... การทำงานขั้นตอนที่ k มีวิธีทำ n_k วิธี และวิธีการทำงานแต่ละวิธีแตกต่างกัน แล้วจำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 n_2 n_3 \dots n_k$ วิธี
- 3.2. กฎการบวก คือ ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งมีวิธีการทำ k วิธี คือ วิธีที่ 1 ถึงวิธีที่ k โดยที่การทำงานวิธีที่ 1 มีวิธีทำ n_1 วิธี การทำงานวิธีที่ 2 มีวิธีทำ n_2 วิธี ... การทำงานวิธีที่ k มีวิธีทำ n_k วิธี และวิธีการทำงานแต่ละวิธีแตกต่างกัน แล้วจำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

3. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 1.1, 1.2, 1.3, 1.4
2. แบบฝึกหัดที่ 3.1
3. ใบงานที่ 1.1, 1.2, 1.3
4. ใบงานที่ 1.gsp
5. เอกสารฝึกหัดที่ 1
5. สารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน เล่ม 6
6. รูปภาพหรือรูปปั้นของปาสคาล
7. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2

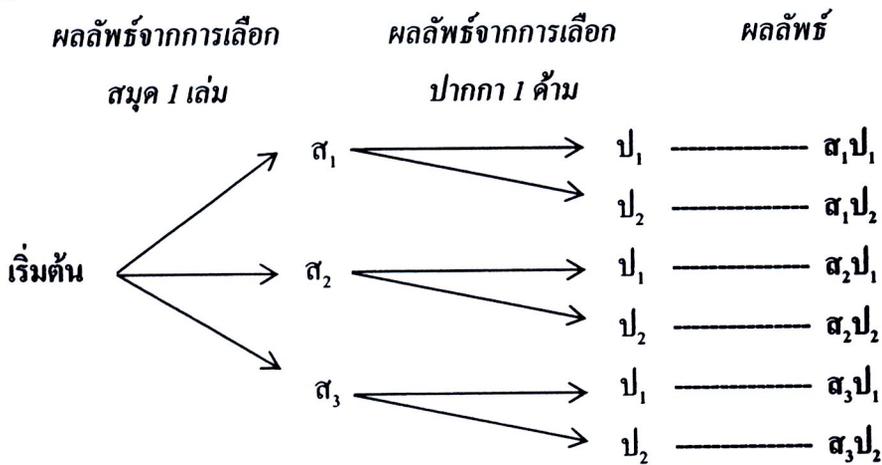
4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

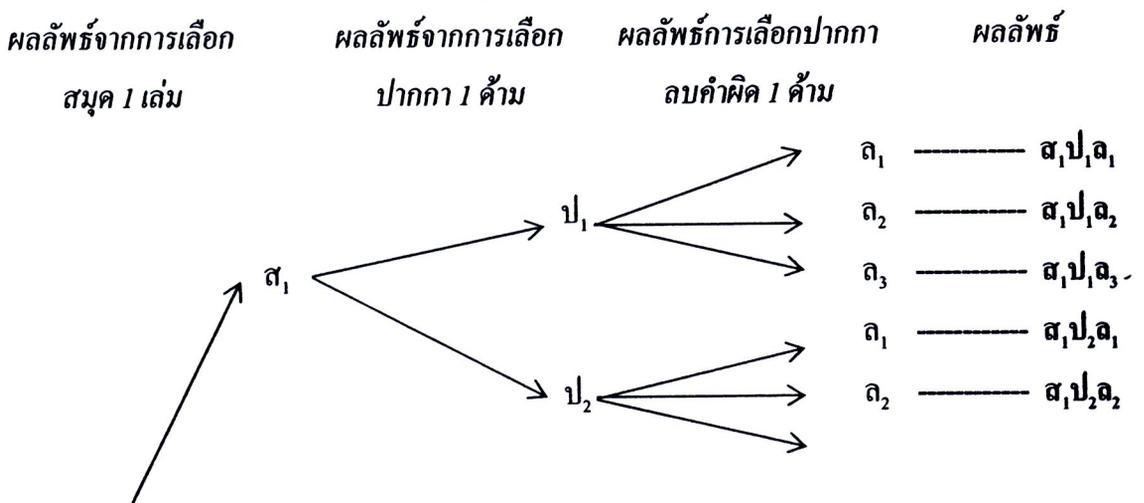
1. ครูแนะนำหนังสือสารานุกรมไทยสำหรับเยาวชน เล่ม 6 และเล่าถึงเรื่องราวในชีวิตของคนๆ หนึ่ง นอกจากจะมีบางเรื่องที่เกิดขึ้นแน่ๆ ไม่วันใดก็วันหนึ่ง เช่น ความเจ็บไข้ ความตาย ก็ต้องพบกับเรื่องที่เราว่าเกิดขึ้นโดย “บังเอิญ” เช่น การถูกลอตเตอรี่ การพบเพื่อนโดยไม่ได้นัดหมาย การประสบอุบัติเหตุขณะข้ามถนน เราสามารถใช้คณิตศาสตร์คำนวณได้ว่า โอกาสที่จะถูกลอตเตอรี่ หรือโอกาสที่เหตุการณ์ซึ่งจะเกิดขึ้นโดยบังเอิญนั้น มีมากน้อยเพียงใด และสามารถหาค่าเหล่านี้เพื่อวางแผนงานให้ดีขึ้นได้
2. ครูเล่าถึงการกำเนิดและความสำคัญของวิชาความน่าจะเป็น ว่าเมื่อ พ.ศ. 2197 ซึ่งตรงกับสมัยพระเจ้าปราวาสาททองแห่งกรุงศรีอยุธยา ได้มีนักพนันที่มีชื่อเสียงผู้หนึ่งชื่อ เชอวาลิเยร์ เดอ เมเร (Chevalier de Méré) ชาวฝรั่งเศสได้ประสบปัญหาในการพนันที่เกี่ยวกับการทอดลูกเต๋า เขาจึงไปปรึกษากับนักคณิตศาสตร์ที่ยิ่งใหญ่สมัยนั้น คือ ปาสคาล ซึ่งจากคำอธิบาย

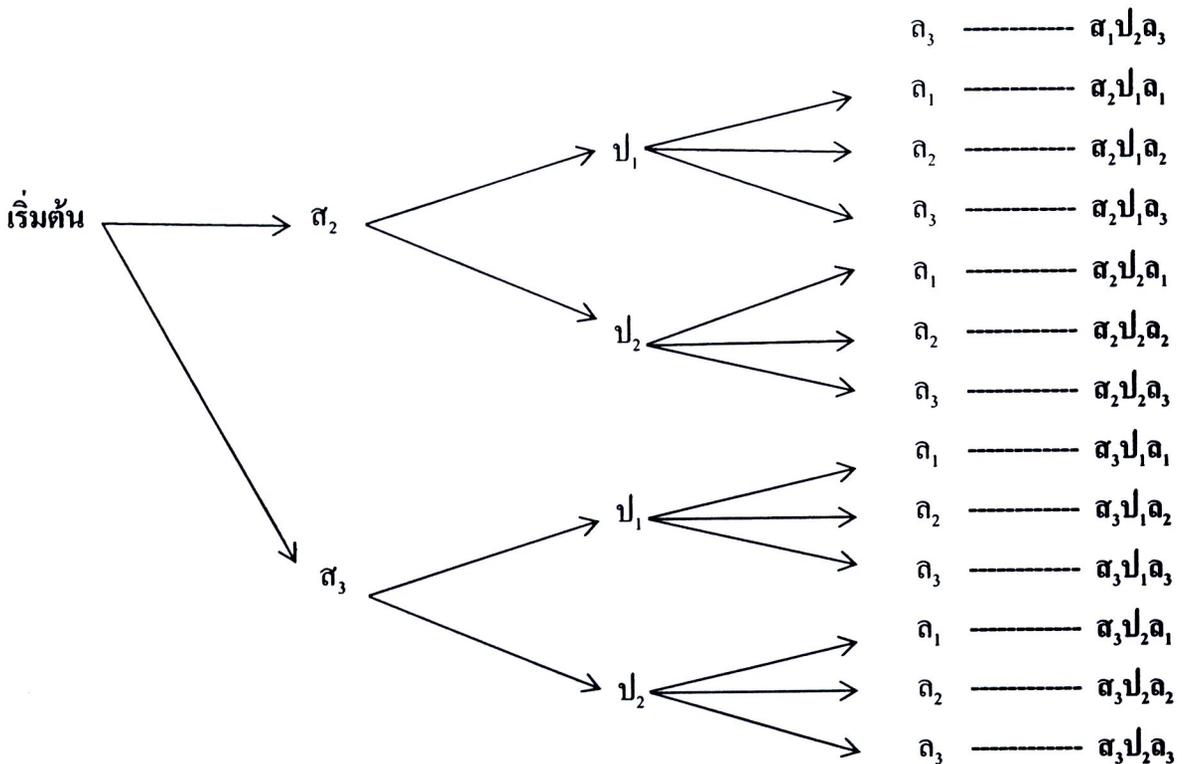
ของปาสกาลนี้เอง ที่ทำให้โลกได้จารึกจุดเริ่มต้นของวิชาความน่าจะเป็นไว้ แม้ว่าวิชาความน่าจะเป็นจะเกิดขึ้นมาประมาณ 300 ปี แต่เพิ่งจะได้มีการศึกษาโดยละเอียดและนำมาใช้เมื่อประมาณ 40 ปีนี้เอง ปัจจุบัน เรื่องราวของความน่าจะเป็นมีความสำคัญอย่างมาก การค้นคว้า การวิจัย และการปฏิบัติงานใดๆ ที่เกี่ยวข้องกับการคาดคะเน จะต้องอาศัยเรื่องของความน่าจะเป็นทั้งสิ้น เช่น การเกษตร การแพทย์ เศรษฐศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีทุกสาขา ทรายใดที่มีความไม่แน่นอน หรือการคาดคะเนจะมีเรื่องของ ความน่าจะเป็น เกี่ยวข้องเสมอ

3. ครูกล่าวถึงปัญหาเกี่ยวกับการนับซึ่งเป็นปัญหาหนึ่งที่มีมักจะพบบ่อยอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน วิธีการนับวิธีหนึ่งในการช่วยหาคำตอบก็คือ การใช้แผนภูมิต้นไม้
4. ครูยกตัวอย่างว่า ถ้าเรามีสมุดที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ด้าม ถ้าต้องการเลือกปากกาและสมุดอย่างละ 1 ชิ้น จะมีวิธีเลือกแตกต่างกันกี่วิธี อะไรบ้าง (และกำหนด s_1, s_2, s_3, p_1, p_2) โดยครูให้นักเรียนออกมาเขียนคนละ 1 วิธี
5. จากนั้นครูให้นักเรียนพิจารณาคำตอบที่หามาได้ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้
 - (1) เราแน่ใจหรือไม่ ว่าจำนวนวิธีทั้งหมดที่หามาได้นั้นครบ (ไม่แน่ใจ)
 - (2) เราจะมีวิธีคิดแบบอื่นอีกหรือไม่ (แผนภูมิต้นไม้)
6. ครูแสดงวิธีการหาโดยใช้แผนภูมิต้นไม้ ดังนี้



7. ครูยกตัวอย่างที่ 2 จากตัวอย่างที่แล้วถ้าเรามีปากกาลบคำผิดอีก 3 ด้าม เราจะมีวิธีเลือกที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี (และกำหนด $s_1, s_2, s_3, p_1, p_2, l_1, l_2, l_3$)





8. ครูแจกใบความรู้ที่ 1.1 และใบงานที่ 1.1 ให้นักเรียนทุกคนทำส่ง
9. สุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลยหน้ากระดาน โดยเพื่อนๆ ร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องและอภิปรายซักถาม
10. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.1 ข้อ 1 และ 2 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูเฉลยแบบฝึกหัด 3.1 ข้อ 1-2
2. ครูนำตัวอย่างที่ 1-2 ในชั่วโมงที่แล้ว มาให้นักเรียนพิจารณาถึงจำนวนวิธีทั้งหมด โดยให้นักเรียนช่วยกันตอบคำถาม ดังนี้
 - (1) จากตัวอย่างที่ 1 ถ้าเรามีสมุดที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ด้าม จะมีวิธีเลือกทั้งหมดกี่วิธี (6 วิธี)
 - (2) จากตัวอย่างที่ 2 ถ้าเรามีสมุดที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ด้าม และปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ด้าม จะมีวิธีเลือกทั้งหมดกี่วิธี (18 วิธี)
3. จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนพิจารณาและตอบคำถามต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3: ถ้าเรามีถ้าเรามีสมุดที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ด้าม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ด้าม และยางลบอีก 4 อัน นักเรียนคิดว่าจะมีวิธีเลือกทั้งหมดได้กี่วิธี (72 วิธี)

- (1) เราควรใช้แผนภาพรูปต้นไม้ในการหาจำนวนกรณีที่เกิดขึ้นทั้งหมดหรือไม่ เพราะเหตุใด (ไม่ เพราะซ้ำ และเยอะทำให้สับสนได้)
- (2) เราจะวิธีใดช่วยเราคิดให้การหากรณีทั้งหมด (หลักการคูณ)
4. ครูแสดงวิธีการหาคำตอบในตัวอย่างที่ 3 โดยใช้หลักการคูณ ดังนี้
- วิธีคิด จำนวนวิธีการแต่งตัวทั้งหมด

$$= \begin{array}{|c|} \hline \text{สวมุด} \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ปากกา} \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ปากกาลบคำผิด} \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \times \begin{array}{|c|} \hline \text{ยางลบ} \\ \hline 4 \\ \hline \end{array}$$

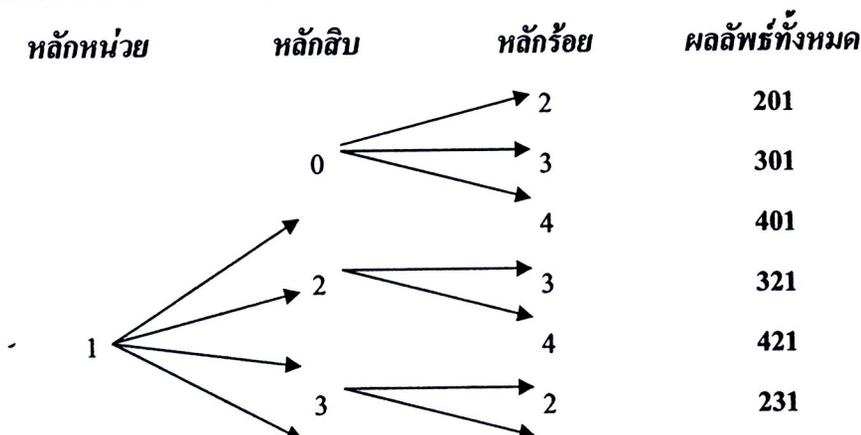
$$= \begin{array}{|c|} \hline 72 \\ \hline \end{array} \text{ วิธี}$$

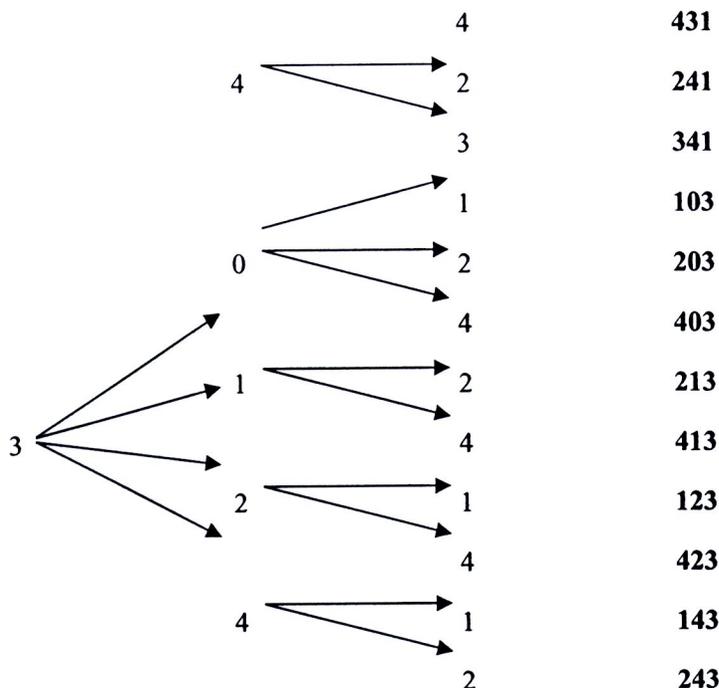
5. ครูอธิบายรายละเอียดของกฎเบื้องต้นของการนับโดยใช้ใบความรู้ที่ 1.3 (กฎเบื้องต้นของการนับ)
6. ครูแสดงวิธีการหาคำตอบในตัวอย่างที่ 7 ถ้ามีการจัดคน 8 คนให้นั่งเก้าอี้ที่วางอยู่เป็นแถวจำนวน 4 ตัว ได้กี่วิธี โดยในแต่ละวิธีจะมีคนไม่ได้นั่งสี่คน ($8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$ วิธี)
7. ให้นักเรียนทำใบงานที่ 1.2 แล้วครูและนักเรียนช่วยกันเฉลยในห้อง
8. ครูแจกเอกสารฝึกหัดที่ 1 ให้นักเรียนทุกคนทำเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

- ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยการบ้านพร้อมทั้งถามข้อสงสัย (เอกสารฝึกหัดที่ 1)
- ครูยกตัวอย่างที่ 10 ให้นักเรียนพิจารณาและตอบคำถามพร้อมขออาสาสมัครออกมาเขียนแผนภาพต้นไม้บนกระดานดำ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 10: ต้องการสร้างจำนวนคี่ที่มีเลข 3 หลัก โดยสร้างจากตัวเลข 0, 1, 2, 3 และ 4 โดยแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่วิธี





(1) จากตัวอย่างเราสามารถใช้กฎการคูณได้หรือไม่ (ไม่ได้)

(2) เราจะมีวิธีคิดที่จะหาจำนวนวิธีทั้งหมดได้โดยไม่ต้องเขียนแผนภาพต้นไม้ (หลักการบวก)

3. จากตัวอย่างที่ 10 ครูอธิบายวิธีคิดโดยให้หลักการบวก ดังนี้

วิธีคิด จำนวนวิธีการสร้างจำนวนที่สามสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี โดยครูให้นักเรียนสังเกตจากแผนภาพต้นไม้ว่า ในกรณีที่หลักสิบเป็นเลข 0 จะมีวิธีการสร้างตัวเลขแตกต่างจากเลขอื่นๆ จึงสามารถแบ่งได้เป็น

กรณีที่ 1 เลขที่หลักสิบเป็นเลข 0

เลือกตัวเลขหลักหน่วยได้	2	วิธี	{คือ 1, 3}
เลือกตัวเลขหลักสิบได้	1	วิธี	{คือ 0}
เลือกตัวเลขหลักร้อยได้	3	วิธี	{คือ 1 หรือ 3, 2, 4}
จำนวนวิธีสร้างเลขที่ได้อ = $2 \times 1 \times 3 = 6$ วิธี			

กรณีที่ 2 เลขที่หลักสิบไม่เป็นเลข 0

เลือกตัวเลขหลักหน่วยได้	2	วิธี	{คือ 1, 3}
เลือกตัวเลขหลักสิบได้	3	วิธี	{คือ 1 หรือ 3, 2, 4}
เลือกตัวเลขหลักร้อยได้	2	วิธี	{คือ 1 หรือ 3, 2 หรือ 4}
จำนวนวิธีสร้างเลขที่ได้อ = $2 \times 3 \times 2 = 12$ วิธี			

ดังนั้น สามารถสร้างเลขที่ 3 หลัก โดยเลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ = $6 + 12 = 18$ วิธี

4. ครูอธิบายรายละเอียดของ “หลักการบวก” โดยใช้ใบความรู้ที่ 1.3 (กฎเบื้องต้นของการนับ)

5. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน แล้วจับสลากทำกิจกรรมที่ 1 ดังนี้

ปัญหาที่ 1 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักโดยที่ตัวเลขในแต่ละ

หลัก

ไม่ซ้ำกันได้ทั้งสิ้นกี่จำนวน

ปัญหาที่ 2 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคู่และ

ตัวเลข

ในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้กี่จำนวน

ปัญหาที่ 3 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคู่และ

ตัวเลข

ในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้กี่จำนวน

6. ตัวแทนนักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอปัญหา

7. นักเรียนทำแบบฝึกหัด 3.1 ข้อ 7-12 เป็นการบ้าน

5. การประเมินผลตามสภาพจริง

การวัดผล	การประเมินผล
สังเกตจากความสนใจในการเรียน
จากเอกสารฝึกหัด
จากใบงาน
จากแบบฝึกหัด
จากการทำกิจกรรมกลุ่ม

ใบความรู้ 1.1

เรื่อง ประวัติปาสกาล



ปาสกาล (Blaise Pascal) ผู้พัฒนาภาษาคอมพิวเตอร์ที่ชื่อภาษาปาสกาล ปาสกาลเกิดวันที่ 16 เดือนมิถุนายน ปีค.ศ. 1623 ที่ประเทศ ฝรั่งเศส ช่วงที่ปาสกาลยังมีชีวิตอยู่มีระยะเวลากว่า 300 ร้อยปีก่อนที่จะมีคอมพิวเตอร์ คร.เวียดผู้พัฒนาภาษาปาสกาลได้ตั้งชื่อภาษาให้เป็นเกียรติแก่ ปาสกาล ทั้งนี้เพราะปาสกาลเป็นนักคณิตศาสตร์ผู้หนึ่งในยุคการพัฒนาวิชาคณิตศาสตร์ในช่วงศตวรรษที่ 16-17 ปาสกาลเป็นผู้มีจินตนาการและความคิดที่ กว้างไกล ปาสกาลได้ศึกษาแนวคิดของยูคลิดในเรื่อง Elements ในช่วงอายุยังวัยเยาว์ เขาทำความเข้าใจหลักและทฤษฎีหลายอย่างของยูคลิดได้ก่อนอายุ 12 ปี นอกจากนี้เขายังมีความสนใจในเรื่องวิชาฟิสิกส์ โดยเฉพาะในเรื่องของเหลวและแรงดันของเหลวโดยนำหลักการของ อาร์คิมิดีส มาใช้ จนในที่สุดเขานำมาประดิษฐ์เป็นเครื่องจักรไฮดรอลิกที่มีประโยชน์อย่างมากในการยกน้ำหนักและยังได้อธิบายหลักการของความดันของเหลว พ่อของปาสกาลทำหน้าที่เป็นหน่วยเก็บภาษีให้รัฐบาลฝรั่งเศสครอบครัวของเขาจึงต้องยุ่งเกี่ยวกับเรื่องตัวเลขของเงิน ทองจำนวนมากด้วยความคิดที่อยากจะทำเครื่องจักรเข้ามาช่วยเป็นเครื่องคำนวณตัวเลขเขาได้ประดิษฐ์เครื่องคิดเลขแบบ กลไกขึ้น เขาใช้เวลาถึง 3 ปีในการประดิษฐ์และสร้างขึ้นมาใช้งานจนประสบผลสำเร็จด้วยดี

ปาสกาลแสดงให้เห็นความเป็นคนช่างคิด และพัฒนาอย่างดียิ่งเพียงเมื่อเขามีอายุได้ 16 ปีปาสกาลได้เสนอผลงานวิจัย ในบทความที่เขาเสนอ ได้แก่ "Essay on Conic Sections" ซึ่งเป็นเรื่องราวเกี่ยวกับรูปตัดกรวยที่แสดงการวิเคราะห์เชิงเรขาคณิตและคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง ต่อมาปาสกาลได้มีโอกาสศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงขึ้นกับแฟร์มาท โดยเฉพาะอย่างยิ่งเรื่องรากฐานแคลคูลัส และทฤษฎีความน่าจะเป็น ผลงานอย่างหนึ่งที่เรารู้จักกันดีคือ สามเหลี่ยมปาสกาล ซึ่งเป็นตัวเลขที่จัดทรงเป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งในชีวิตประจำวันของเราเกี่ยวข้องกับตัวเลขเหล่านี้อยู่มาก

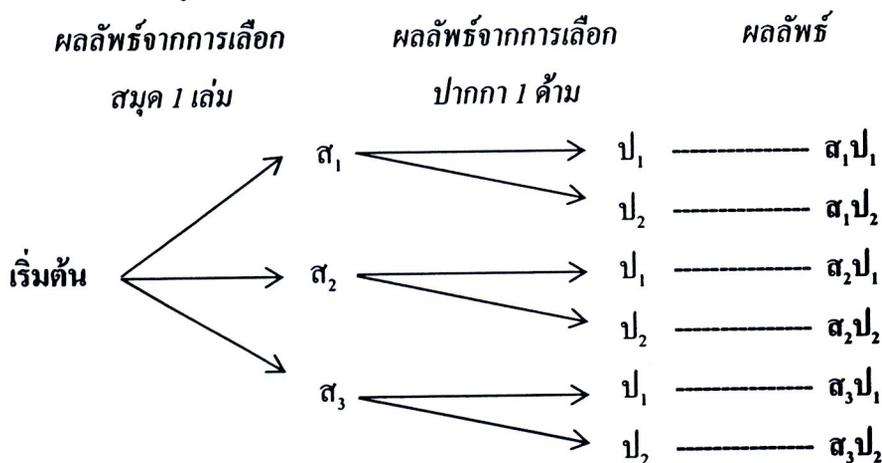


ใบความรู้ 1.2 เรื่อง ตัวอย่างที่ 1 และ 2

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าเรามีสมุดที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ค้ำ ถ้าต้องการเลือกปากกาและสมุดอย่างละ 1 ชิ้น จะมีวิธีเลือกแตกต่างกันได้กี่วิธี อะไรบ้าง

วิธีทำ

วิธีการหาโดยใช้แผนภูมิต้นไม้ ดังนี้

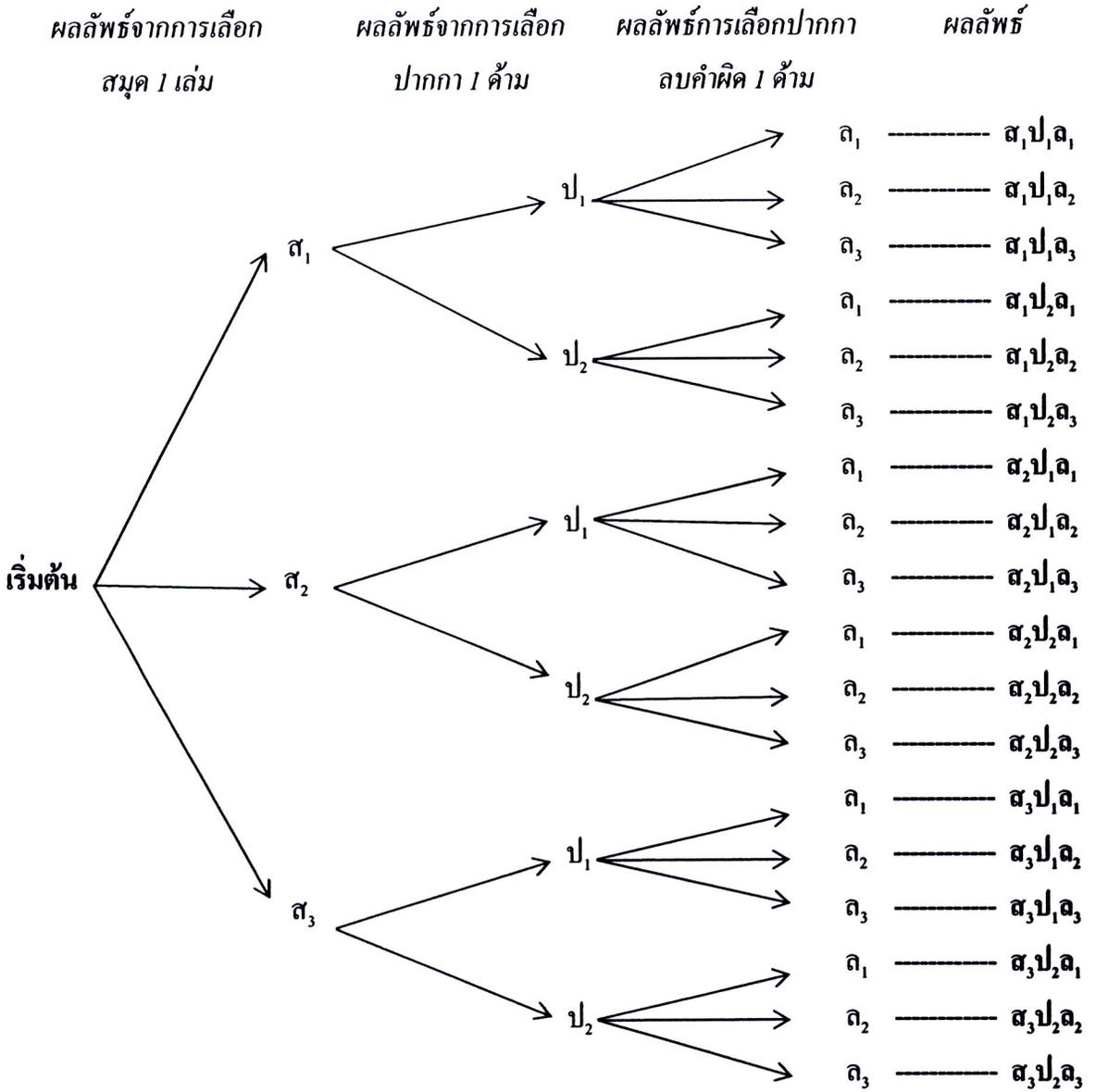


ดังนั้นมีวิธีเลือกที่แตกต่างกัน 6 วิธี

ตัวอย่างที่ 2 ถ้าเรามีสมุดที่แตกต่างกันอยู่ 3 เล่ม ปากกาที่แตกต่างกันอยู่ 2 ค้ำ และมีปากกาลบคำผิดที่แตกต่างกันอีก 3 ค้ำ เราจะมีวิธีเลือกที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี (และกำหนด $s_1, s_2, s_3, p_1, p_2, l_1, l_2, l_3$)

วิธีทำ

วิธีการหาโดยใช้แผนภูมิต้นไม้ ดังนี้



ดังนั้นมีวิธีเลือกที่แตกต่างกัน 18 วิธี

ใบความรู้ 1.3

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

หลักการนับ

1. หลักการคูณ

กฎข้อที่ 1 ถ้าต้องการทำงานสองอย่างโดยที่งานอย่างแรกทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรกนี้มีวิธีทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี จำนวนวิธีที่จะเลือกทำงานทั้งสองอย่าง เท่ากับ $n_1 n_2$ วิธี

ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 4 นายคำมีเสื้อสีต่างกัน 2 ตัว และกางเกงสีต่างกัน 3 ตัว จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดที่นายคำเลือกสวมเสื้อและกางเกง

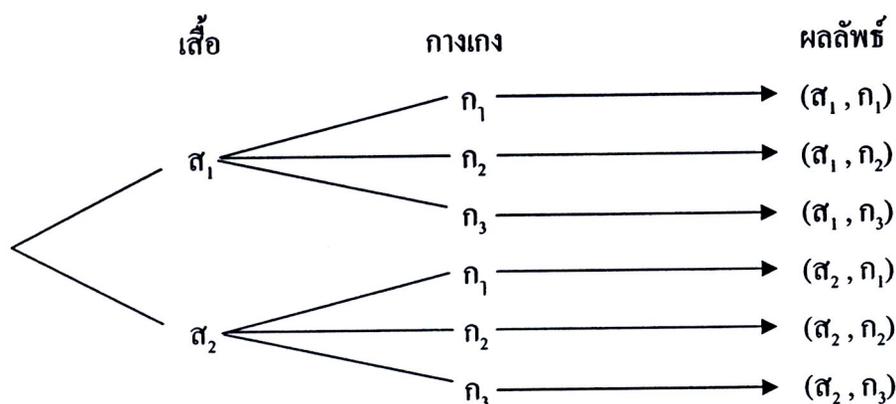
วิธีทำ นายคำมีวิธีเลือกสวมเสื้อได้ 2 วิธี

และเลือกสวมกางเกงได้ 3 วิธี

\therefore นายคำมีวิธีสวมเสื้อและกางเกงเป็นชุดต่าง ๆ กันได้ $2 \times 3 = 6$ วิธี

ตอบ

หรืออาจจะใช้แผนภาพต้นไม้ในการหาคำตอบได้ดังนี้



จากแผนภาพต้นไม้ จะได้ว่า

จำนวนวิธีทั้งหมดที่นายคำเลือกสวมเสื้อและกางเกงเป็นชุดต่าง ๆ กันเท่ากับ 6 วิธี

กฎข้อที่ 2 ถ้างานอย่างแรกมีวิธีทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีเลือกทำงานอย่างแรกมีวิธีที่จะทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี ในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรก และทำงานอย่างที่สองมีวิธีที่จะทำงานอย่างสามได้ n_3 วิธี จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกทำงาน k อย่าง เท่ากับ $n_1 n_2 n_3 \dots n_k$ วิธี

ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง 5 นายวัฒนาทำข้อสอบ 5 ข้อ แต่ละข้อมีตัวเลือก 4 ตัวเลือก จงหาว่านายวัฒนาจะมีวิธีทำข้อสอบดังกล่าวได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ นายวัฒนาเลือกทำข้อสอบได้ 5 วิธี

นายวัฒนาเลือกตัวเลือกในข้อสอบแต่ละข้อได้ 4 วิธี

∴ นายวัฒนามีวิธีทำข้อสอบได้ทั้งหมด $4^5 = 1,024$ วิธี

ตอบ

ตัวอย่าง 6 มีบัตร 4 ใบ คือ

1

2

3

4

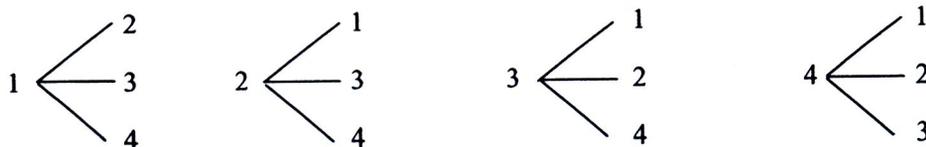
 นำบัตรเหล่านี้มาเรียงเป็นจำนวนที่มีสองหลัก ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนวิธีที่เลือกบัตร 4 ใบ วางในหลักสิบได้ 4 วิธี

จำนวนวิธีที่เลือกบัตร 3 ใบ วางในหลักหน่วย 3 วิธี

∴ จำนวนที่มีสองหลักเท่ากับ $4 \times 3 = 12$ จำนวน

หรืออาจเขียนเป็นแผนภาพต้นไม้ ได้ดังนี้



จำนวนที่มีสองหลัก คือ 12, 13, 14, 21, 23, 24, 31, 32, 34, 41, 42, 43

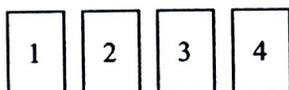
∴ จำนวนที่มี 2 หลักเท่ากับ 12 จำนวน

ตอบ

ตัวอย่าง 7 มีวิธีจัดคน 8 คนให้นั่งเก้าอี้ที่วางอยู่เป็นแถวจำนวน 4 ตัว ได้กี่วิธี โดยในแต่ละวิธีจะมีคนไม่ได้นั่งสี่คน

วิธีทำ

ตำแหน่งที่



ในตำแหน่งที่ 1 มีวิธีเลือกคนให้นั่งได้ 8 วิธี ตำแหน่งที่ 2 มีวิธีเลือกได้ 7 วิธี

ตำแหน่งที่ 3 มีวิธีเลือกได้ 6 วิธี และตำแหน่งที่ 4 มีวิธีเลือกได้ 5 วิธี

∴ วิธีจัดคนให้นั่งได้ทั้งหมด $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$ วิธี

ตอบ

2. หลักการบวก

ถ้าการทำงานหนึ่งมีวิธีการทำงานได้ k วิธี คือ วิธีที่ 1 ถึงวิธีที่ k โดยที่

การทำงานวิธีที่ 1	มีวิธีทำ	n_1	วิธี
การทำงานวิธีที่ 2	มีวิธีทำ	n_2	วิธี
การทำงานวิธีที่ 3	มีวิธีทำ	n_3	วิธี
\vdots	\vdots		
การทำงานวิธีที่ k	มีวิธีทำ	n_k	วิธี

และวิธีการทำงานแต่ละแบบแตกต่างกัน แล้ว

จำนวนวิธีทำงานนี้เท่ากับ $n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$ วิธี

ตัวอย่างที่ 8 หีบไฟ 1 ใบ จากไฟทั้งสำหรับที่มี 52 ใบ จงหาจำนวนวิธีที่จะหีบได้ไฟโพดำ หรือข้าวหลามตัด

วิธีทำ เนื่องจากไฟดอกโพดำ และข้าวหลามตัดมีอย่างละ 13 ใบ

การหีบไฟ 1 ใบ ให้ได้ไฟดอกโพดำ หรือข้าวหลามตัดสามารถแยกออกเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 เลือกหีบไฟดอกโพดำ 1 ใบ จากไฟดอกโพดำทั้งหมด 13 ใบ ทำได้ 13 วิธี

กรณีที่ 2 เลือกหีบไฟดอกข้าวหลามตัด 1 ใบ จากไฟดอกข้าวหลามตัดทั้งหมด 13 ใบ ทำได้ 13 วิธี

ดังนั้น จะหีบไฟ 1 ใบ ให้ได้ไฟโพดำ หรือข้าวหลามตัด ทำได้ $13+13=26$ วิธี

ตัวอย่างที่ 9 บริษัทแห่งหนึ่งมีตำแหน่งว่างอยู่ 2 ตำแหน่งที่แตกต่างกัน โดยมีผู้สมัครเข้าทำงาน 4 คน คือ A, B, C และ D เมื่อสัมภาษณ์แล้วปรากฏว่าคนที่เหมาะสมกับงานที่ 1 คือ A, B, C คนที่เหมาะสมกับงานที่ 2 คือ B, C, D จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันที่บริษัทจะบรรจุคนที่เหมาะสมเข้าทำงาน

วิธีทำ การหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันที่บริษัทจะบรรจุเข้าทำงาน โดยให้คนเหมาะสมกับงานแบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้าเลือกบรรจุ A เข้าทำงานในงานที่ 1 แล้วสามารถเลือกบรรจุ B, C, D คนใดคนหนึ่งเข้า

ทำงานในตำแหน่งที่ 2 แสดงว่า กรณีนี้มีวิธีบรรจุคนเข้าทำงานได้ 3 วิธี

กรณีที่ 2 ถ้าเลือกบรรจุ B เข้าทำงานในงานที่ 1 แล้วสามารถเลือกบรรจุ C, D คนใดคนหนึ่งเข้า

ทำงานในตำแหน่งที่ 2 แสดงว่า กรณีนี้มีวิธีบรรจุคนเข้าทำงานได้ 2 วิธี

กรณีที่ 3 ถ้าเลือกบรรจุ C เข้าทำงานในงานที่ 1 แล้วสามารถเลือกบรรจุ B, D คนใดคนหนึ่งเข้า

ทำงานในตำแหน่งที่ 2 แสดงว่า กรณีนี้มีวิธีบรรจุคนเข้าทำงานได้ 2 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่แตกต่างกันที่บริษัทจะบรรจุคนที่เหมาะสมเข้าทำงาน คือ $3+2+2=7$ วิธี

ตัวอย่างที่ 10: ต้องการสร้างจำนวนคี่ที่มีเลข 3 หลัก โดยสร้างจากตัวเลข 0, 1, 2, 3 และ 4 โดยแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ จำนวนวิธีการสร้างจำนวนคี่ สามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี โดยครูให้นักเรียนสังเกตจากแผนภาพต้นไม้ว่า ในกรณีที่หลักสิบเป็นเลข 0 จะมีวิธีการสร้างตัวเลขแตกต่างจากเลขอื่นๆ จึงสามารถแบ่งได้เป็น

กรณีที่ 1 เลขคี่ที่หลักสิบเป็นเลข 0

เลือกตัวเลขหลักหน่วยได้	2	วิธี	{คือ 1, 3}
เลือกตัวเลขหลักสิบได้	1	วิธี	{คือ 0}
เลือกตัวเลขหลักร้อยได้	3	วิธี	{คือ 1 หรือ 3, 2, 4}
จำนวนวิธีสร้างเลขคี่ได้ = $2 \times 1 \times 3 = 6$ วิธี			

กรณีที่ 2 เลขคี่ที่หลักสิบไม่เป็นเลข 0

เลือกตัวเลขหลักหน่วยได้	2	วิธี	{คือ 1, 3}
เลือกตัวเลขหลักสิบได้	3	วิธี	{คือ 1 หรือ 3, 2, 4}
เลือกตัวเลขหลักร้อยได้	2	วิธี	{คือ 1 หรือ 3, 2 หรือ 4}
จำนวนวิธีสร้างเลขคี่ได้ = $2 \times 3 \times 2 = 12$ วิธี			

ดังนั้น สามารถสร้างเลขคี่ 3 หลัก โดยเลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ = $6 + 12 = 18$ วิธี

ใบความรู้ 1.4

เรื่อง ปัญหาการเรียงเลขสามหลัก

ปัญหาที่ 1 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักโดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ทั้งสิ้นกี่จำนวน

วิธีคิด จากโจทย์ปัญหาได้กำหนดเงื่อนไข 3 ข้อ คือ

- 1) ให้ใช้ตัวเลขใดก็ได้ 6 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4 และ 5
- 2) จำนวนที่ต้องการ เป็นจำนวนที่มีสามหลัก
- 3) ตัวเลขในแต่ละหลักของแต่ละจำนวนที่ต้องการ ต้องไม่ซ้ำกัน

จากเงื่อนไขทั้งสามข้อนี้ต้องนำมาพิจารณาประกอบการใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับเพื่อหาว่าจะเขียนจำนวนที่ต้องการได้กี่จำนวน สำหรับปัญหานี้ต้องพิจารณาวิธีที่จะเขียนตัวเลขในหลักต่าง ๆ คือ หลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อย เนื่องจากการเขียนจำนวนที่มีสามหลักนั้น หลักร้อยต้องไม่ใช่ตัวเลข 0 ส่วนหลักอื่น ๆ นั้นจะใช้ตัวเลขใดก็ได้ใน 6 ตัวที่กำหนด การเริ่มแก้ปัญหาก็ควรเริ่มด้วยการหาจำนวนวิธีที่จะเขียนตัวเลขในหลักร้อยเพราะมีข้อจำกัดมากกว่าหลักอื่น ๆ ดังนั้น วิธีหาคำตอบปัญหาจึงอาจเป็นดังนี้

วิธีที่ 1 เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ต่าง ๆ กัน 5 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักร้อย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 5 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักร้อยและหลักสิบ เขียนตัวเลขในหลักหน่วยได้ 4 วิธี

ดังนั้น จากกฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ จำนวนที่มีสามหลักที่เขียนโดยใช้ตัวเลข

0, 1, 2, 3, 4, 5 โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันมีทั้งสิ้น $5 \times 5 \times 4 = 100$ จำนวน

วิธีหาคำตอบข้างต้นเป็นเพียงวิธีหนึ่งเท่านั้น อาจหาคำตอบโดยวิธีอื่น ๆ ก็ได้ เช่น การพิจารณาโดยเริ่มจากการเขียนหลักหน่วยก่อน แต่เนื่องจากจะมีปัญหาว่าเหลือ 0 อยู่หรือไม่ จึงแยกกรณีพิจารณาดังต่อไปนี้

วิธีที่ 2 ถ้าเริ่มเขียนตัวเลขในหลักหน่วยก่อน แยกกรณีพิจารณาได้ดังนี้

(1) หาจำนวนที่มีสามหลักที่มี 0 อยู่ในหลักหน่วย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 5 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักสิบ เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ 4 วิธี

ดังนั้น จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่มี 0 อยู่ในหลักหน่วย และใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4, 5 โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ $5 \times 4 = 20$ จำนวน

(2) หาจำนวนสามหลักที่มี 0 อยู่ในหลักสิบ ในทำนองเดียวกับข้อ (1) จะได้ว่าจำนวนสาม

หลักใน

ข้อนี้มีทั้งหมด 20 จำนวน

(3) หากจำนวนสามหลักที่ไม่มี 0 ปรากฏอยู่แล้ว จะได้ทั้งหมด $5 \times 4 \times 3 = 60$ จำนวน จาก (1), (2) และ (3) จำนวนสามหลักที่ได้จากการใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 เขียนโดย

ตัวเลข

ในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน มีทั้งสิ้น $20 + 20 + 60 = 100$ จำนวน

ปัญหาที่ 2 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคี่และตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ได้กี่จำนวน

วิธีคิด เงื่อนไขของปัญหานี้เหมือนของปัญหาที่ 1 แต่เพิ่มเงื่อนไขอีกหนึ่งข้อ คือ จำนวนที่ต้องการต้องเป็นจำนวนคี่ เงื่อนไขนี้มีผลต่อจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วย ถ้าเริ่มหาคำตอบโดยพิจารณาจำนวนวิธีที่จะเขียนตัวเลขในหลักร้อยก่อนเช่นเดียวกับการพิจารณาการเขียนตัวเลขในหลักหน่วยว่าทำได้กี่วิธีจะมีปัญหา เพราะใน 5 วิธี ที่เขียนตัวเลขในหลักร้อยนั้นมี 3 วิธี ที่ใช้ 1, 3 และ 5 ไปแล้ว ทำให้มีผลต่อจำนวน

วิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วยซึ่งใช้ตัวเลขที่กำหนดให้ได้เพียง 3 ตัว คือ 1, 3 และ 5 เท่านั้น ยิ่งถ้าพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักสิบต่อจากการพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักร้อยจะทำให้การพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วยมีปัญหามากขึ้น วิธีหาคำตอบของปัญหานี้จึงควรพิจารณาวิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วยเสียก่อนแล้วพิจารณาจำนวนวิธีการเขียนตัวเลขในหลักร้อย จากนั้นจึงไปพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักสิบเป็นอันดับสุดท้าย

วิธีทำ เขียนตัวเลขในหลักหน่วยได้ต่าง ๆ กัน 3 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักหน่วย เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ 4 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักหน่วยและหลักร้อย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 4 วิธี

ดังนั้น ใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 เขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคี่และตัวเลขในแต่ละ

หลักไม่ซ้ำกัน ได้ $4 \times 4 \times 3 = 48$ จำนวน

ปัญหาที่ 3 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคู่และตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ได้กี่จำนวน

วิธีคิด ปัญหาที่ 3 นี้ มีเงื่อนไขเพิ่มจากปัญหาที่ 1 อีกหนึ่งข้อคือ จำนวนที่ต้องการเป็นจำนวนคู่ ถ้าพิจารณาไม่รอบคอบอาจจะสรุปว่าใช้วิธีการในทำนองเดียวกับที่ใช้ในการหาคำตอบปัญหาที่ 2 คือพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักหน่วย หลักร้อยและหลักสิบ ตามลำดับ แต่วิธีดังกล่าวมีปัญหา เพราะตัวเลขที่อาจใช้ในหลักหน่วยมี 3 ตัว คือ 0, 2 และ 4 การที่ 0 อาจถูกใช้หรือไม่ถูกใช้ในการเขียนตัวเลขหลักหน่วย มีผลต่อการพิจารณาจำนวนวิธีเขียนตัวเลขในหลักร้อย การหาคำตอบจึงอาจทำได้โดยการแยกกรณีพิจารณา เมื่อใช้ 0 เป็นหลักหน่วย และเมื่อไม่ได้ใช้ 0 เป็น หลักหน่วย ดังนี้

วิธีทำ แยกกรณีและพิจารณาดังนี้

1. เมื่อใช้ตัวเลขในหลักหน่วยเป็น 0 เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ 5 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักร้อย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 4 วิธี

ดังนั้น จำนวนสามที่มีหลักที่หลักหน่วยเป็น 0 ที่เขียนโดยใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 โดย

ตัวเลข

ในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันมี $5 \times 4 = 20$ จำนวน

2. เมื่อตัวเลขในหลักหน่วยไม่ใช่ 0 เขียนตัวเลขในหลักหน่วยได้ 2 วิธี (คือ 2 หรือ 4)

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักหน่วย เขียนตัวเลขในหลักร้อยได้ 4 วิธี

แต่ละวิธีที่เขียนตัวเลขในหลักหน่วยและในหลักร้อย เขียนตัวเลขในหลักสิบได้ 4 วิธี

ดังนั้น จำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคู่ที่หลักหน่วยไม่เป็น 0 และเขียนโดยใช้ตัวเลข 0, 1,

2, 3,

4 และ 5 โดยตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน มี $4 \times 4 \times 2 = 32$ จำนวน

ดังนั้นการใช้ตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 เขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคู่โดยตัวเลขใน

แต่

ละหลักไม่ซ้ำกัน ได้ $20 + 32 = 52$ จำนวน

ใบกิจกรรมที่ 1

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

- | | |
|---------|--------------|
| 1. | เลขที่ |
| 2. | เลขที่ |
| 3. | เลขที่ |
| 4. | เลขที่ |
| 5. | เลขที่ |

ปัญหาที่ 1 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลัก โดยที่ตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน ได้ทั้งสิ้นกี่จำนวน

ใบกิจกรรมที่ 1

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

- | | |
|---------|--------------|
| 1. | เลขที่ |
| 2. | เลขที่ |
| 3. | เลขที่ |
| 4. | เลขที่ |
| 5. | เลขที่ |

ปัญหาที่ 2 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคี่และตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้กี่จำนวน

ใบกิจกรรมที่ 1

กลุ่มที่ ชื่อกลุ่ม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม

- | | |
|---------|--------------|
| 1. | เลขที่ |
| 2. | เลขที่ |
| 3. | เลขที่ |
| 4. | เลขที่ |
| 5. | เลขที่ |

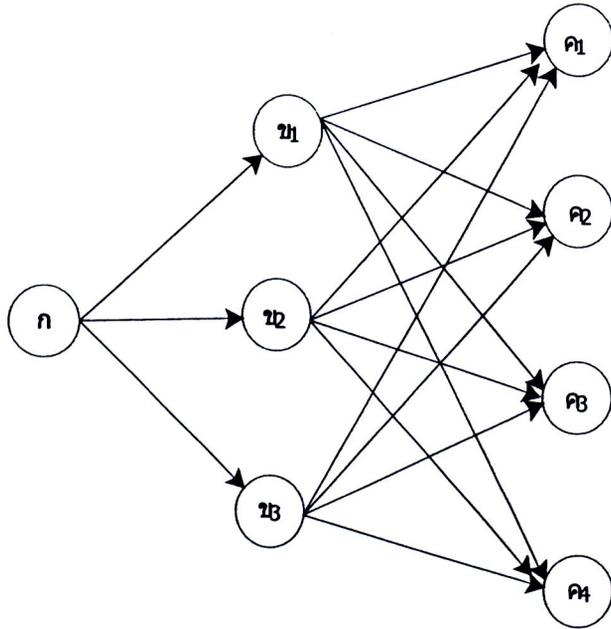
ปัญหาที่ 3 จากตัวเลข 0, 1, 2, 3, 4 และ 5 จะเขียนจำนวนที่มีสามหลักที่เป็นจำนวนคู่และตัวเลขในแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้กี่จำนวน

ใบงานที่ 1.1

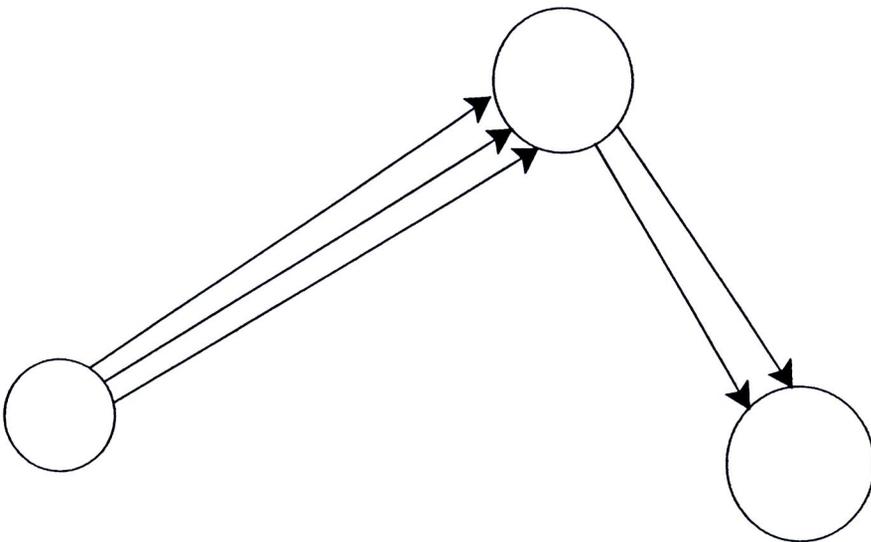
ชื่อ ชั้น

จงเปลี่ยนแผนภาพต่อไปนี้เป็นแผนภาพต้นไม้

1.



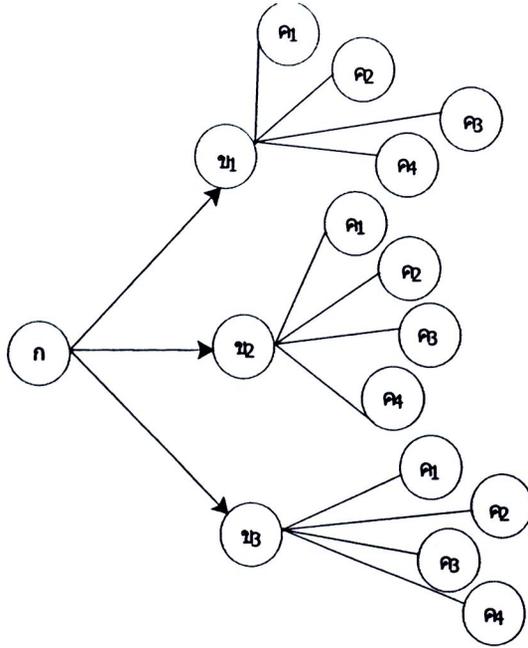
2.



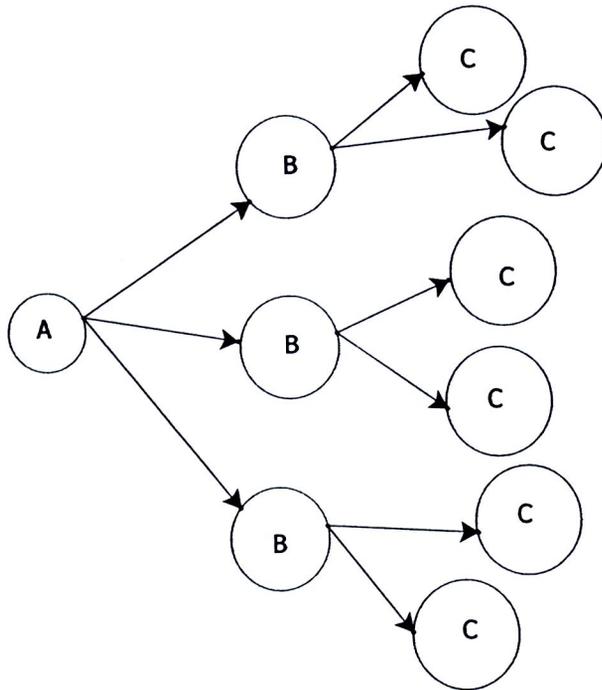
เฉลยใบงานที่ 1.1

จงเปลี่ยนแผนภาพต่อไปนี้เป็นแผนภาพต้นไม้

1.



2.



ใบงาน 1.2

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

คำชี้แจง จงหาคำตอบจากโจทย์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แสดงวิธีทำโดยละเอียด

1. บริษัทผลิตรถยนต์แห่งหนึ่ง ต้องการผลิตรถยนต์ 4 แบบ แต่ละแบบมีสีอยู่ 5 สี ถ้าจะจัดห้องแสดงรถยนต์ทุกแบบทุกสีอย่างละหนึ่งคัน จะต้องจัดที่จอดรถทั้งหมดกี่ที่
2. มีเลขโดด 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 นำเลขโดดเหล่านี้มาสร้างจำนวนที่มีสองหลักได้กี่จำนวน
3. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการทำข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
4. มีนก 3 ตัว และต้นไม้ใหญ่ 5 ต้น จงหาจำนวนวิธีที่นก 3 ตัว บินไปเกาะต้นไม้ 5 ต้นนี้
5. ห้องประชุมห้องหนึ่งมีประตูเข้า - ออก 8 ประตู ผู้เข้าประชุมแต่ละคนจะมีวิธีเดินเข้า - ออกห้องประชุมแห่งนี้โดยออกไปไม่ซ้ำประตูเดิมได้กี่วิธี
6. ในการจับฉลากเพื่อหยิบบรรณชื่อนักเรียนที่มีอยู่ 50 คน เข้ารับรางวัลที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ จงหาจำนวนวิธีที่จะเกิดขึ้นทั้งหมด

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1.2

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

1. บริษัทผลิตรถยนต์แห่งหนึ่ง ต้องการผลิตรถยนต์ 5 แบบ แต่ละแบบมีสีอยู่ 4 สี ถ้าจะจัดห้องแสดงรถยนต์ทุกแบบทุกสีอย่างละหนึ่งคัน จะต้องจัดที่จอดรถทั้งหมดกี่ที่

วิธีทำ บริษัทผลิตรถยนต์ได้ 5 แบบ
แต่ละแบบมีสีอยู่ 4 สี
ดังนั้น จะต้องจัดที่จอดรถแสดงรถยนต์ทั้งหมด $5 \times 4 = 20$ ที่ **ตอบ**

2. มีเลขโดด 10 ตัว คือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 นำเลขโดดเหล่านี้มาสร้างจำนวนที่มีสองหลักได้กี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนเต็มบวกสองหลักประกอบด้วย หลักสิบ และหลักหน่วย
หลักสิบ เลือกตัวเลขใส่ได้ 9 วิธี (คือ 1, 2, 3, ..., 9 ซึ่งยกเว้น 0)
หลักหน่วย เลือกตัวเลขใส่ได้ 10 วิธี
ดังนั้น จะสร้างจำนวนที่มีสองหลักได้ทั้งหมด $9 \times 10 = 90$ จำนวน **ตอบ**

3. จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดในการทำข้อสอบปรนัย 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ

วิธีทำ ข้อสอบมีทั้งหมด 10 ข้อ หรือ 10 วิธี
เลือกตัวเลือกในข้อสอบแต่ละข้อได้ 4 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีทำข้อสอบทั้งหมด 4^{10} วิธี **ตอบ**

4. มีนก 5 ตัว และต้นไม้ใหญ่ 3 ต้น จงหาจำนวนวิธีที่นก 5 ตัว บินไปเกาะต้นไม้ 3 ต้นนี้

วิธีทำ นกตัวหนึ่ง อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี
นกตัวสอง อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี
นกตัวสาม อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี
นกตัวสี่ อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี
นกตัวห้า อาจเลือกเกาะต้นไม้ได้ 3 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีที่นก 5 ตัวจะบินไปเกาะต้นไม้ได้ทั้งหมด
เท่ากับ $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ วิธี **ตอบ**

5. ห้องประชุมห้องหนึ่งมีประตูเข้า - ออก 8 ประตู ผู้เข้าประชุมแต่ละคนจะมีวิธีเดินเข้า - ออกห้องประชุมแห่งนี้โดยออกไม่ซ้ำประตูเดิมได้กี่วิธี

วิธีทำ

ห้องประชุมมีประตูเข้า-ออก 8 ประตู

ดังนั้น เวลาเข้ามีวิธีเลือกได้ 8 วิธี

และเวลาออกไม่ต้องการออกประตูซ้ำกับประตูเข้า

ดังนั้น ในแต่ละวิธีเข้าประตูจะเลือกออกได้ 7 ประตู หรือ 7 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่เข้าและออกไม่ซ้ำประตูเท่ากับ $8 \times 7 = 56$ วิธี **ตอบ**

6. ในการจับสลากเพื่อหยิบบรายชื่อนักเรียนที่มีอยู่ 50 คน เข้ารับรางวัลที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ จงหาจำนวนวิธีที่จะเกิดขึ้นทั้งหมด

วิธีทำ

มีนักเรียน 50 คน

ดังนั้น สามารถจับสลากรางวัลที่ 1 ได้ 50 วิธี

สามารถจับสลากรางวัลที่ 2 ได้ 49 วิธี

สามารถจับสลากรางวัลที่ 3 ได้ 48 วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่จะเกิดขึ้นทั้งหมด $50 \times 49 \times 48 = 117,600$ วิธี **ตอบ**

เอกสารฝึกหัดที่ 1

ชื่อ ชั้น

คำสั่ง: จงหาจำนวนวิธีที่ได้จากการทำงานต่อไปนี้ โดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ
(กฎข้อที่ 1: กฎการคูณ)

1. การโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญ

1.1 จำนวน 2 ครั้ง

.....

1.2 จำนวน 3 ครั้ง

.....

1.1 จำนวน 4 ครั้ง

.....

1.4 จำนวน 5 ครั้ง

.....

2. โยนลูกเต๋าเที่ยงตรงลูกหนึ่ง

2.1 จำนวน 2 ครั้ง

.....

2.2 จำนวน 3 ครั้ง

.....

3. มีนางแบบ 5 คน ต้องการถ่ายรูปร่วมกัน แบบหน้ากระดานเรียงหนึ่ง จะถ่ายรูปได้แตกต่างกัน
ทั้งหมดกี่วิธี

.....

4. กุญแจรหัสมี 3 แถว แต่ละแถวมีตัวเลข 5 ตัว ตั้งแต่ 0 ถึง 4 จะมีวิธีหมุนกุญแจรหัสนี้ได้กี่วิธี

.....

5. ในการสอบแข่งขันคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ปีหนึ่งในประเภททีม มีทีมเข้าสอบแข่งขัน 40 ทีม มีรางวัลทั้งหมด 3 รางวัล คือรางวัลที่ 1, รางวัลที่ 2 และรางวัลที่ 3 ถ้าไม่มีทีมใดมีคะแนนเท่ากันเลย จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ในการมอบรางวัลทั้ง 3 รางวัลมีกี่วิธี

.....
.....
.....
.....
.....

6. สนามกีฬาแห่งหนึ่ง มีประตูสำหรับการเข้า-ออกจำนวน 5 ประตู จงหา

6.1 เข้า-ออกประตูใดก็ได้

.....
.....
.....

6.2 เมื่อเดินเข้าแล้วจะออกประตูเดิมไม่ได้

.....
.....
.....

6.3 เข้าและออกต้องเป็นประตูเดียวกัน

.....
.....
.....

หน่วยการเรียนรู้ ความน่าจะเป็น (แผนปกติ)

กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ แผนการเรียนรู้ที่ 3 มัธยมศึกษาปีที่ 5
 เรื่อง: วิธีเรียงสับเปลี่ยน เวลา 4 ชั่วโมง
 วันที่ เวลา น. ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553

1. ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถคำนวณหาจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ โดยอาศัยหลักการคูณ และ
- แทนจำนวนที่ได้อยู่ในรูปแฟกทอเรียลได้
2. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้
3. นักเรียนสามารถนำวิธีเรียงสับเปลี่ยนไปใช้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ

1. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล
2. นักเรียน มีความสามารถในการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ
3. นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงมโนภาพทางคณิตศาสตร์
4. นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา

ด้านคุณลักษณะ

1. นักเรียนเป็นคนช่างสังเกต
2. นักเรียนเป็นคนกล้าแสดงออก
3. นักเรียนมีความกระตือรือร้น
4. นักเรียนมีความเพียรพยายาม

2. สาระสำคัญ

วิธีเรียงสับเปลี่ยน เป็นการจัดเรียงสิ่งของ โดยคำนึงถึงตำแหน่งของสิ่งของแต่ละสิ่งเป็นสำคัญ โดยทั่วไป วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบ่งได้ 2 แบบ คือ วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

1.1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัดคราวละ r

สิ่ง ($1 \leq r \leq n$) เท่ากับ $P_{n,r}$ วิธี โดย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

1.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง ในจำนวนนี้มี n_1 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่หนึ่ง มี n_2 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่สอง ... มี n_k ที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k โดยที่ $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนกลุ่มของสิ่งของ n สิ่ง เท่ากับ
$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

3. สื่อการเรียนรู้

1. ใบความรู้ที่ 3.1, 3.2, 3.3 และ 3.4
2. ใบงานที่ 3.1, 3.2, 3.3 และ 3.4
3. แบบฝึกหัด 3.2ก, 3.2ข และ 3.2ค
4. แบบทดสอบย่อย 3:วิธีเรียงสับเปลี่ยน

4. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับแฟกทอเรียล n โดยการถาม-ตอบ ดังนี้

1) สัญลักษณ์แฟกทอเรียล n เขียนอย่างไร ($n!$)

2) $n!$ มีค่าเท่าไร ($n! = n(n-1)(n-2)\dots 3.2.1$)

3) $5!$ มีค่าเท่าไร ($5! = 5.4.3.2.1 = 120$)

4) $\frac{6!}{4!}$ มีค่าเท่าไร ($\frac{6!}{4!} = 30$)

2. นักเรียนจัดกลุ่ม ๆ ละ 3–5 คน ทำกิจกรรมที่ 3: การจัดเรียงอักษร

3. ตัวแทนกลุ่มออกมาอภิปรายผลงานของกลุ่ม พร้อมทั้งอภิปราย ดังนี้

1) จัดเรียงอันดับ 1 จัด ได้กี่วิธี เพราะเหตุใด (3 วิธี เพราะมีอักษรให้เลือก 3 ตัว)

2) จัดเรียงอันดับ 2 จัด ได้กี่วิธี เพราะเหตุใด (2 วิธี เพราะมีอักษรให้เลือก 2 ตัว)

3) จัดเรียงอันดับ 3 จัด ได้กี่วิธี เพราะเหตุใด (1 วิธี เพราะมีอักษรให้เลือก 1 ตัว)

4) ความสัมพันธ์การคูณของวิธีที่ได้ผลลัพธ์นั้น มีลักษณะคล้ายกับความสัมพันธ์ของแฟก

ทอเรียลหรือไม่ (คล้ายกัน)

4. ครูอธิบายวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง และยกตัวอย่าง 2 และ 3 ประกอบเพิ่มเติม

ตัวอย่าง 2 ถ้านำตัวเลขห้าตัว คือ 1, 2, 3, 4 และ 5 มาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มี 5 หลัก และแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะได้กี่จำนวน

ตัวอย่าง 3 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 3 คน กับหญิง 3 คน ให้ยืนเรียงกันเป็นแถวโดยที่

- 1) ชายหญิงยืนสลับกัน
- 2) หญิงทั้งสามคนยืนติดกัน
- 3) ชายทั้งสามคนยืนติดกัน และหญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

ตัวอย่าง 4 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดคน 4 คน เข้านั่งเก้าอี้ว่าง 8 ตัว ซึ่งวางเรียงกันเป็นเส้นตรง

ตัวอย่าง 5 มีเลขโคคอยู่ 9 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, ..., 9 จะสร้างเลขบวก 5 หลัก ได้กี่จำนวน

5. นักเรียนทำใบงาน 3.1 ข้อ 1 และ 2 และช่วยกันเฉลย
6. นักเรียนร่วมกันสรุปจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัด

คร่าว

ละ r สิ่ง ($1 \leq r \leq n$) เท่ากับ $P_{n,r}$ วิธี โดย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

7. นักเรียนทำใบงาน 3.1 ข้อ 4-6 เป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 2

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัดคร่าวละ r สิ่ง โดยการถาม-ตอบ
2. ครูให้นักเรียนถามข้อสงสัยและตัวแทนนักเรียนเฉลยการบ้าน
3. นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบงาน 3.2
4. ครูสุ่มตัวแทนกลุ่มออกมาอภิปรายผลงานของกลุ่มและเพื่อน ๆ ช่วยกันเฉลย
5. นักเรียนร่วมกันสรุปจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัด

คร่าว

ละ r สิ่ง ($1 \leq r \leq n$) เท่ากับ $P_{n,r}$ วิธี โดย $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

6. ครูแบ่งแบบฝึกหัด 3.2ก ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 3

1. ครูให้นักเรียนถามข้อสงสัยและเฉลยการบ้านข้อ
2. ครูอธิบายวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง ในจำนวนนี้มี n_1 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่หนึ่ง มี n_2 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่สอง ... มี n_k ที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k โดยที่ $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$ ซึ่งจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนกลุ่มของสิ่งของ n สิ่ง เท่ากับ

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!} \text{ วิธี}$$

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1, 2 และ 3 พร้อมทั้งอธิบายด้วยการถามตอบนักเรียน

ตัวอย่าง 1 จะจัดหนังสือ 5 เล่ม ซึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์อยู่ 2 เล่ม และหนังสืออังกฤษอยู่ 3 เล่ม วางบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

ตัวอย่าง 2 ในงานประจำปีของโรงเรียนแห่งหนึ่งใช้ไฟประดับตามรั้วของโรงเรียนยาวตามแนวถนน โดยใช้หลอดไฟสีต่าง ๆ 12 หลอด เป็นไฟสีแดง 5 หลอด สีเหลือง 3 หลอด และสีเขียว 4 หลอด จะมีวิธีจัดหลอดไฟเหล่านี้ได้กี่วิธี

ตัวอย่าง 3 ตัวอักษรในคำว่า PATTADON จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่าง ๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

4. นักเรียนทำใบงานที่ 3.3 ตัวอักษรในคำว่า(ชื่อภาษาอังกฤษของนักเรียน) จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่าง ๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

5. นักเรียนร่วมกันสรุปจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งของแตกต่างกันทั้งหมด และสิ่งของไม่แตกต่างกันทั้งหมด

6. ครูแบ่งแบบฝึกหัด 3.2 ข ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4

1. ครูให้นักเรียนถามข้อสงสัยและเฉลยการบ้านข้อ

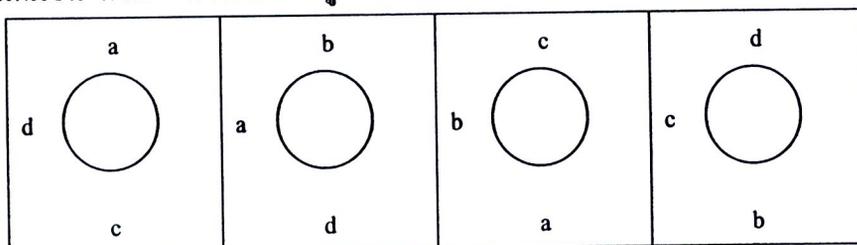
2. ครูทบทวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น ได้แก่ 1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

1.1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่แตกต่างกันทั้งหมด ใช้สูตร $P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

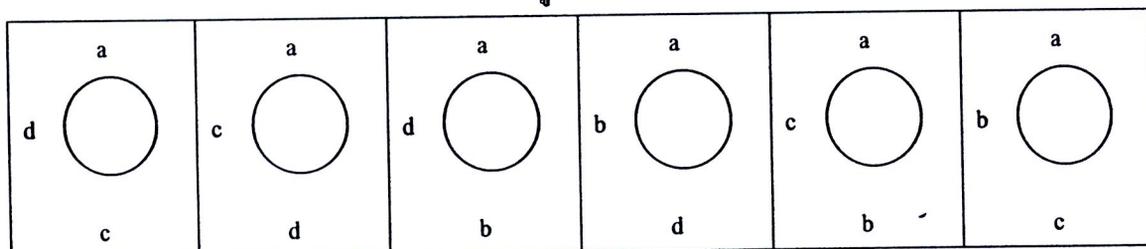
1.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด คือ

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$$

3. ให้นักเรียนพิจารณาแผนภาพการจัดเรียงสิ่งของในแนววงกลม 2 ภาพ แล้วถามกระตุ้นความคิดของนักเรียน ดังนี้ พิจารณาจากรูปต่อไปนี้



รูปที่ 1



รูปที่ 2

- 1) รูปที่ 1 มีการจัดเรียงสับเปลี่ยนกี่วิธี เพราะเหตุใด (1 วิธี เพราะอยู่ตำแหน่งเดิม)
- 2) รูปที่ 2 มีการจัดเรียงสับเปลี่ยนกี่วิธี เพราะเหตุใด (6 วิธี เพราะตำแหน่งมีการเรียงสับเปลี่ยนไป)
- 3) รูปที่ 1 และรูปที่ 2 แตกต่างกันอย่างไรมากน้อยอย่างไร ในลักษณะการเรียงสับเปลี่ยน (รูปที่ 1 ตำแหน่งไม่เปลี่ยน)
- 4) การเรียงสับเปลี่ยนในรูปที่ 2 ใช้ความสัมพันธ์ของแฟกทอเรียลแก้ปัญหาได้หรือไม่ (ได้ โดยใช้ $(n-1)!$)

4. ครูอธิบายและยกตัวอย่าง 1 และ 2 และอธิบายหมายโดยการถามตอบนักเรียน
 ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 5 คน หญิง 3 คน นั่งประชมรอบโต๊ะกลมที่ห้องประชุม
 ตัวอย่างที่ 2 จัดชาย 6 คน หญิง 6 คน ขึ้นรอบกองไฟเป็นวงกลมได้กี่วิธี เมื่อ

- 1) ถ้าไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม
 - 2) ถ้าหญิงสลับกับชาย
5. นักเรียนทำใบงานที่ 3.4 และช่วยกันเฉลย
6. นักเรียนร่วมกันสรุปจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม
7. ครูแบ่งแบบฝึกหัด 3.2ค ให้นักเรียนทำเป็นการบ้าน

5. การประเมินผลตามสภาพจริง

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจในการเรียน
2. จากใบงาน
3. จากแบบทดสอบความก้าวหน้า

ใบความรู้ 3.1

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่แตกต่างกันทั้งหมด

โดยทั่วไป วิธีเรียงสับเปลี่ยนแบ่งได้ 2 แบบ คือ วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

1. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้น

1.1 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ n สิ่งซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด โดยนำมาจัดคราวละ r สิ่ง ($1 \leq r \leq n$) เท่ากับ $P_{n,r}$ วิธี

$$\text{โดย } P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ตัวอย่าง 1 มีตัวอักษร คือ A, B และ C จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันในการจัดเรียงอักษรทั้ง 3

ตัว วิธีทำ การจัดเรียงอักษรทั้ง 3 ตัว

จัดเรียงอันดับ 1 จัดได้ 3 วิธี (มีอักษรให้เลือก 3 ตัว)

จัดเรียงอันดับ 2 จัดได้ 2 วิธี (มีอักษรให้เลือก 2 ตัว)

จัดเรียงอันดับ 3 จัดได้ 1 วิธี (มีอักษรให้เลือก 1 ตัว)

ดังนั้นจำนวนวิธีการจัดเรียงอักษรทั้ง 3 ตัว วางแถวตรงได้ คือ $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3!$ วิธี หรือ 6 วิธี

ตัวอย่าง 2 ถ้านำตัวเลขห้าตัว คือ 1, 2, 3, 4 และ 5 มาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มี 5 หลัก และแต่ละหลักไม่ซ้ำกัน จะได้กี่จำนวน

วิธีทำ การสร้างจำนวนดังกล่าว เป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนของ 1, 2, 3, 4 และ 5 แบบ

เส้นตรง

ดังนั้น จำนวนที่สร้างได้ทั้งหมด คือ $5! = 120$ วิธี

ตัวอย่าง 3 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 3 คน กับหญิง 3 คน ให้ยืนเรียงกันเป็นแถวโดยที่

1) ชายหญิงยืนสลับกัน

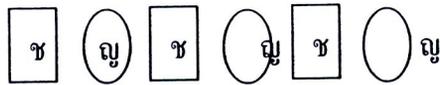
2) หญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

3) ชายทั้งสามคนยืนติดกัน และหญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

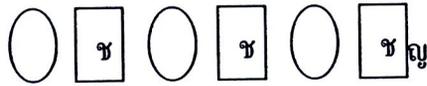
วิธีทำ 1) ชายหญิงยืนสลับกัน

การจัดชาย 3 คน กับหญิง 3 คน ยืนแถวสลับกันทำได้ 2 ทาง คือ

กรณีที่ 1 ชายอยู่หัวแถว จะจัดได้ $3!3!$ วิธี = 36 วิธี



กรณีที่ 2 หญิงอยู่หัวแถว จะจัดได้ $3!3!$ วิธี = 36 วิธี



ดังนั้นจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 3 คน หญิง 3 คน ยืนสลับกัน คือ

$$3!3! + 3!3! = 2(3!3!) = 2 \times 36 = 72 \text{ วิธี}$$

2) หญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

จัดให้หญิง 3 คน ยืนติดกัน ดังนั้น คิดหญิง 3 คน เป็น 1 คน รวมกับชาย 3 คน จึงเป็นการจัดอันดับคน 4 คน ยืนเรียงแถว จะจัดได้ 4! วิธี

แต่หญิง 3 คน ซึ่งยืนติดกัน ยังสลับที่กันได้อีก 3! วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีทั้งหมด คือ $4!3! = 144$ วิธี

3) ชายทั้งสามคนยืนติดกัน และหญิงทั้งสามคนยืนติดกัน

ให้ชาย 3 คนยืนติดกัน จึงคิดเป็น 1 คน และให้หญิง 3 คนยืนติดกัน จึงคิดเป็น 3 คน เช่นกัน ดังนั้น จัดคน 2 คนยืนแถวตรงจะจัดได้ วิธี

แต่ชาย 3 คน ซึ่งยืนติดกันยังยืนสลับกันเองได้อีก วิธี

และหญิง 3 คน ซึ่งยืนติดกันยังยืนสลับกันเองได้อีก วิธี

ดังนั้นจำนวนวิธีทั้งหมด คือ = วิธี

ตัวอย่าง 4 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดคน 4 คน เข้านั่งเก้าอี้ว่าง 8 ตัว ซึ่งวางเรียงกันเป็นเส้นตรง

วิธีทำ มีเก้าอี้ว่าง 8 ตัว วางเป็นแถวตรง

จะจัดคน 4 คน เข้านั่งเก้าอี้ดังกล่าวได้ คือ $P_{8,4}$ วิธี

$$\text{หรือ } P_{8,4} = \frac{8!}{(8-4)!} = \frac{8!}{4!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1,680 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่าง 5 มีเลขโดดอยู่ 9 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, ..., 9 จะสร้างเลขบวก 5 หลัก ได้กี่จำนวน

วิธีทำ จำนวนเลขบวก 5 หลัก = จำนวนการเรียงลำดับตัวเลขครั้งละ 5 ตัว

โดยเลือกจากตัวเลข 9 ตัว ซึ่งไม่ซ้ำกันเลย จะสร้างได้ คือ $P_{9,5}$

$$\text{หรือ } P_{9,5} = \frac{9!}{4!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 15,120 \text{ จำนวน}$$

ใบความรู้ 3.2

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

1.2 วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง ในจำนวนนี้มี n_1 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่หนึ่ง มี n_2 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่สอง ... มี n_k ที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k โดยที่ $n_1 + n_2 + \dots + n_k = n$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนกลุ่มของสิ่งของ n สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_k!}$

ตัวอย่าง 1 จะจัดหนังสือ 5 เล่ม ซึ่งมีหนังสือคณิตศาสตร์อยู่ 2 เล่ม และหนังสืออังกฤษอยู่ 3 เล่ม วางบนชั้นหนังสือได้กี่วิธี

วิธีทำ หนังสือทั้งหมด 5 เล่ม

เป็นหนังสือคณิตศาสตร์ 2 เล่ม ซึ่งเหมือนกัน

และเป็นหนังสืออังกฤษ 3 เล่ม ซึ่งเหมือนกัน

ดังนั้นจะจัดลำดับหนังสือดังกล่าวบนชั้นวางหนังสือได้ทั้งสิ้น คือ $\frac{5!}{2!3!} = 10$ วิธี

ตัวอย่าง 2 ในงานประจำปีของโรงเรียนแห่งหนึ่งใช้ไฟประดับตามรั้วของโรงเรียนยาวตามแนวถนน โดยใช้หลอดไฟสีต่าง ๆ 12 หลอด เป็นไฟสีแดง 5 หลอด สีเหลือง 3 หลอด และสีเขียว 4 หลอด จะมีวิธีจัดหลอดไฟเหล่านี้ได้กี่วิธี

วิธีทำ หลอดไฟมี 12 หลอด

เป็นไฟสีแดง 5 หลอด (เหมือนกัน)

เป็นสีเหลือง 3 หลอด (เหมือนกัน)

เป็นสีเขียว 4 หลอด (เหมือนกัน)

ดังนั้นจะจัดหลอดไฟเหล่านี้ตามแนวรั้วได้ คือ $\frac{12!}{5!3!4!} = 27,720$ วิธี

ตัวอย่าง 3 ตัวอักษรในคำว่า PATTADON จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นคำต่าง ๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ คำว่า PATTADON มีตัวอักษร 8 ตัว มีซ้ำกันบางตัว คือ

A ซ้ำกัน 2 ตัว และ T ซ้ำกัน 2 ตัว

ดังนั้นจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยน คือ $\frac{8!}{2!2!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{2} = 1680$ วิธี

ใบความรู้ 3.3

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

2. วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง เท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 5 คน หญิง 3 คน นั่งประชุมรอบโต๊ะกลมที่ห้องประชุม

วิธีทำ เนื่องจาก จำนวนคนทั้งหมด มี 8 คน

ดังนั้น จำนวนจัดคนทั้งหมดนั่งประชุมรอบโต๊ะกลม คือ

$$(8-1)! = 7! = 5,040 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่างที่ 2 จัดชาย 6 คน หญิง 6 คน ขึ้นรอบกองไฟเป็นวงกลมได้กี่วิธี เมื่อ

- 1) ถ้าไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม
- 2) ถ้าหญิงสลับกับชาย

วิธีทำ 1) ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม

ดังนั้น จะมีคนทั้งหมด 12 คน ขึ้นรอบกองไฟ

ดังนั้น จำนวนวิธีที่ขึ้นเรียงสับเปลี่ยนกันได้ คือ $11! = 39,916,800$ วิธี

- 2) ถ้าหญิงสลับกับชาย

ให้หญิงคนหนึ่งยืนอยู่กับที่

ดังนั้น หญิงอีก 5 คน ที่เหลือเรียงสับเปลี่ยนได้ $5!$ วิธี

แต่ละวิธีที่หญิงยืน ชายจะเรียงสับเปลี่ยนได้ $6!$ วิธี

ดังนั้น จัดชาย 6 คน หญิง 6 คน ขึ้นสลับรอบกองไฟได้ คือ $5! \times 6! = 86,400$ วิธี

ใบงาน 3.1

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน

ชื่อ ชั้น

1. สามีภรรยาคนหนึ่ง พร้อมด้วยลูก 4 คน มาขึ้นเรียงแถวยาวเพื่อถ่ายรูป จะมีวิธีจัดให้ยืนทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ (1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม
 (2) พ่อและแม่ยืนติดกัน
 (3) พ่อและแม่ยืนริมทั้งสองด้าน
2. ชาย 3 คน และหญิง 3 คน มานั่งบนม้านั่ง 5 ตัวเรียงแถวยาว จะมีวิธีการนั่งทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ
 (1) เพศเดียวกัน นั่งติดกัน
 (2) หญิง 2 คน นั่งติดกัน
 (3) ชาย 3 คน นั่งติดกัน
 (4) ชายและหญิงนั่งสลับกันทีละคน
3. จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดที่จะจัดตัวอักษรจากคำว่า SUNDAY ให้เป็นคำใหม่โดยใช้ตัวอักษรทั้งหมด เมื่อ
 (1) ไม่คำนึงถึงความหมายของคำ
 (2) ถ้าอักษรตัวแรกเป็น S
 (3) ถ้าใช้อักษรตัวแรกเป็น S และอักษรตัวสุดท้ายเป็น Y
4. ครูคนหนึ่งนำลูกศิษย์ 6 คน มาขึ้นถ่ายรูป โดยยืนเป็น 2 แถว ๆ ละ 3 คน จะมีวิธีจัดให้ยืนทั้งหมดกี่วิธี
5. รถเก๋ง 5 คัน เข้าจอดในที่จอดรถได้ 5 คันพอดี จะมีวิธีการเข้าจอดรถทั้งหมดกี่วิธี
6. ชาย 6 คน และหญิง 6 คน ในจำนวนนี้มีนายवरพันธ์และนางสาวช่อฟ้ารวมอยู่ด้วย ถ้าให้ผู้ชายไปจับคู่กับผู้หญิง จะมีวิธีจับคู่กี่วิธี
 (1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม
 (2) นายवरพันธ์จับคู่กับนางสาวช่อฟ้า
 (3) นายवरพันธ์ไม่จับคู่กับนางสาวช่อฟ้า

เฉลยใบงาน 3.1

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน

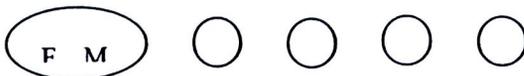
1. สามีภรรยาคนหนึ่ง พร้อมด้วยลูก 4 คน มาขึ้นเรียงแถวยาวเพื่อถ่ายรูป จะมีวิธีจัดให้ยืนทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

วิธีทำ จำนวนวิธีจัดแบบไม่มีเงื่อนไข คือ $6! = 720$ วิธี

(2) พ่อและแม่ยืนติดกัน

วิธีทำ ถ้าต้องการให้พ่อและแม่ยืนติดกัน จะถือว่าพ่อและแม่เป็นบุคคลเดียวกัน ดังนั้น คน 6 คน จะคิดเป็น 5 คน

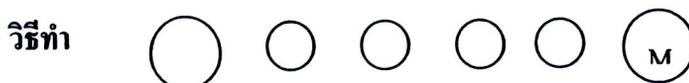


คน 5 คน มีวิธีจัดให้ยืนได้ $5! = 120$ วิธี

ในแต่ละวิธี พ่อและแม่มีวิธีจัดให้ยืนได้ $2! = 2$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธียืนทั้งหมด คือ $120 \cdot 2 = 240$ วิธี

(3) พ่อและแม่ยืนริมทั้งสองด้าน



พ่อและแม่มีวิธีจัดให้ยืนริมทั้งสองด้าน ได้ $2! = 2$ วิธี

ในแต่ละวิธี ลูก 4 คน มีวิธีจัดได้ $4! = 24$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธียืนทั้งหมด คือ $2 \cdot 24 = 48$ วิธี

2. ชาย 3 คน และหญิง 2 คน มานั่งบนม้านั่ง 5 ตัวเรียงแถวยาว จะมีวิธีการนั่งทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

(1) เพศเดียวกัน นั่งติดกัน



ชาย 3 คน คิดเป็น 1 คน และหญิง 2 คน คิดเป็น 1 คน

คน 2 คน มีวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 2! = 2$ วิธี

ในแต่ละวิธี ชาย 3 คน วิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 3! = 6$ วิธี

ในแต่ละวิธี หญิง 2 คน วิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 2! = 2$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีการนั่งทั้งหมด คือ $2 \cdot 6 \cdot 2 = 24$ วิธี

(2) หญิง 2 คน นั่งติดกัน

วิธีทำ ข ข ข

ผู้หญิง 2 คน คิดเป็น 1 คน ดังนั้น คน 5 คน คิดเป็น 4 คน
 คน 4 คน มีวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 4! = 24$ วิธี
 ในแต่ละวิธี หญิง 2 คน มีวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 2! = 2$ วิธี
 ดังนั้น จำนวนวิธีการนั่ง คือ $24 \times 2 = 48$ วิธี

(3) ชาย 3 คน นั่งติดกัน

วิธีทำ

ผู้ชาย 3 คน คิดเป็น 1 คน ดังนั้น คน 5 คน คิดเป็น 3 คน
 คน 3 คน มีวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 3! = 6$ วิธี
 ในแต่ละวิธี ชาย 3 คน มีวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 3! = 6$ วิธี
 ดังนั้นจำนวนวิธีการนั่ง $= 6 \cdot 6 = 36$ วิธี

(4) ชายและหญิงนั่งสลับกันทีละคน

วิธีทำ ข ข ข

ชาย 3 คน มีวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 3! = 6$ วิธี
 ในแต่ละวิธี หญิง 2 คน มีวิธีเรียงสับเปลี่ยน $= 2! = 2$ วิธี
 ดังนั้น จำนวนวิธีการนั่ง คือ $6 \times 2 = 12$ วิธี

3. จงหาจำนวนวิธีที่แตกต่างกันทั้งหมดที่จะจัดตัวอักษรจากคำว่า SUNDAY ให้เป็นคำใหม่โดยใช้ตัวอักษรทั้งหมด เมื่อ

(1) ไม่คำนึงถึงความหมายของคำ

วิธีทำ มีตัวอักษร ดังนี้ S U N D A Y มี 6 ตัว ต่างกัน
 ดังนั้น การจัดลำดับสิ่งของ 6 สิ่ง ที่แตกต่างกันจะจัดได้ 6! วิธี
 ดังนั้น จำนวนวิธีจัดเป็นคำใหม่จัดได้ คือ $6! = 720$ วิธี

(2) ถ้าอักษรตัวแรกเป็น S

วิธีทำ S

อักษรตัวแรกเป็น S จะเหลือตำแหน่งอื่นให้เรียงสับเปลี่ยนได้อีก 5 ตำแหน่ง
 ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ทั้งหมด คือ $5! = 120$ วิธี

(3) ถ้าใช้อักษรตัวแรกเป็น S และอักษรตัวสุดท้ายเป็น Y

วิธีทำ S Y

อักษรตัวแรกเป็น S และอักษรตัวสุดท้ายเป็น Y

จะเหลือตำแหน่งอื่นให้เรียงสับเปลี่ยนได้อีก 4 ตำแหน่ง

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ทั้งหมด คือ $4! = 24$ วิธี

4. ครูคนหนึ่งนำลูกศิษย์ 6 คน มายืนถ่ายรูป โดยยืนเป็น 2 แถว ๆ ละ 3 คน จะมีวิธีจัดให้ยืนทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ การยืนแยกเป็น 2 แถว ๆ ละ 3 คน ถือว่าเป็นวิธีเรียงสับเปลี่ยนแบบเชิงเส้นของสิ่งของ 6 สิ่ง 6 ตำแหน่ง

ดังนั้น จำนวนวิธีจัดให้ยืนทั้งหมด คือ $6! = 720$ วิธี

5. รถแท็กซี่ 5 คัน เข้าจอดในที่จอดรถได้ 5 คันพอดี จะมีวิธีการเข้าจอดรถทั้งหมดกี่วิธี

ตอบ จำนวนวิธีการเข้าจอด คือ $5! = 120$ วิธี

6. ชาย 6 คน และหญิง 6 คน ในจำนวนนี้มีนายวรพันธ์และนางสาวช่อฟ้ารวมอยู่ด้วย ถ้าให้ผู้ชายไปจับคู่กับผู้หญิง จะมีวิธีจับคู่กี่วิธี

(1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

วิธีทำ จำนวนวิธีของการจับคู่ เท่ากับ จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของชาย 6 คน

(หรือของหญิง 6 คน) คือ $6! = 720$ วิธี

ห

(2) นายวรพันธ์จับคู่กับนางสาวช่อฟ้า

วิธีทำ จำนวนวิธีของการจับคู่โดยวรพันธ์จับคู่กับช่อฟ้า = 1 วิธี

จำนวนวิธีของการจับคู่ที่เหลือ = $5!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีของการจับคู่ คือ $1 \cdot 5! = 120$ วิธี

(3) นายวรพันธ์ไม่จับคู่กับนางสาวช่อฟ้า

วิธีทำ จำนวนวิธีของการจับคู่โดยวรพันธ์ไม่จับคู่กับช่อฟ้า คือ $5 \cdot 5! = 600$ วิธี

(หรือเท่ากับ $6! - 5! = 720 - 120 = 600$ วิธี)

ใบงาน 3.2

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยน

ชื่อ ชั้น

1. จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $P_{n,2} = 6$

วิธีทำ

.....

2) $P_{n,2} = 3P_{5,2}$

วิธีทำ

.....

3) $P_{n,5} = 2P_{n,3}$

วิธีทำ

.....

4) $P_{n,4} = 18P_{n-1,2}$

วิธีทำ

.....

2. มีรูปภาพที่แตกต่างกัน 12 รูป ต้องการแขวนรูปภาพเหล่านี้เรียงเป็นแถวจำนวน k รูป จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนของรูปภาพกี่วิธี เมื่อ

1) $k = 4$

วิธีทำ

.....

2) $k = 6$

วิธีทำ

.....

เฉลยใบงาน 3.2

1. จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1) $P_{n,2} = 6$

วิธีทำ $P_{n,2} = 6$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 6$$

$$n(n-1) = 3 \cdot 2$$

$$\therefore n = 3$$

2) $P_{n,3} = 3P_{5,2}$

วิธีทำ $P_{n,3} = 3P_{5,2}$

$$\frac{n!}{(n-3)!} = 3 \cdot \frac{5!}{(5-2)!}$$

$$n(n-1)(n-2) = 5 \cdot 4 \cdot 3$$

$$\therefore n = 5$$

3) $P_{n,5} = 2P_{n,3}$

วิธีทำ $P_{n,5} = 2P_{n,3}$

$$\frac{n!}{(n-5)!} = 2 \cdot \frac{n!}{(n-3)!}$$

$$\frac{(n-3)!}{(n-5)!} = 2$$

$$(n-3)(n-4) = 2 \cdot 1$$

$$n-3 = 2$$

$$\therefore n = 5$$

4) $P_{n,4} = 18P_{n-1,2}$

วิธีทำ $P_{n,4} = 18P_{n-1,2}$

$$\frac{n!}{(n-4)!} = 18 \cdot \frac{(n-1)!}{(n-3)!}$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3) = 18(n-1)(n-2)$$

$$n(n-3) = 18$$

$$n^2 - 3n - 18 = 0$$

$$(n-6)(n+3) = 0$$

$$n = 6, -3$$

เนื่องจาก n เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้น $n = 6$

2. มีรูปภาพที่แตกต่างกัน 12 รูป ต้องการแขวนรูปภาพเหล่านี้เรียงเป็นแถวจำนวน k รูป จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนของรูปภาพกี่วิธี เมื่อ

1) $k = 4$

2) $k = 6$

วิธีทำ 1) $k = 4$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของรูปภาพ = ${}_{12}P_4 = \frac{12!}{8!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11,880$ วิธี

2) $k = 6$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของรูปภาพ = ${}_{12}P_6 = \frac{12!}{6!} = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665,280$ วิธี

3. มีตำแหน่งว่างงานอยู่ 5 ตำแหน่ง ซึ่งเป็นตำแหน่งสำหรับชาย 3 ตำแหน่ง เฉพาะหญิง 2 ตำแหน่ง ถ้ามีผู้สมัครเป็นชาย 7 คน หญิง 4 คน จะมีวิธีจัดบรรจุคนเหล่านั้นเข้าทำงานได้ทั้งสิ้นกี่วิธี

วิธีทำ มีชายสมัคร 7 คน แต่ต้องการเพียง 3 คน เลือกได้ $P_{7,3}$ วิธี

$$P_{7,3} = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \cdot 6 \cdot 5 = 210 \text{ วิธี}$$

มีหญิงสมัคร 4 คน แต่ต้องการเพียง 2 คน เลือกได้ $P_{4,2}$ วิธี

$$P_{4,2} = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด ที่จะบรรจุเข้าทำงานได้ คือ $210 \times 12 = 2,520$ วิธี

4. ถ้าต้องการสร้างคำ ซึ่งประกอบด้วยตัวอักษร 5 ตัว ไม่ซ้ำกัน โดยที่ตัวอักษรเลือกมาจากคำว่า PERMUTATION จะสร้างได้ทั้งหมดกี่คำ โดยที่คำที่สร้างไม่จำเป็นต้องมีความหมาย และ

- 1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม
- 2) อักษรตัวแรกเป็นพยัญชนะ
- 3) อักษรตัวกลางเป็นสระ
- 4) มีสระอย่างน้อย 1 ตัว

วิธีทำ คำว่า PERMUTATION แยกอักษรเป็นพยัญชนะและสระไม่ซ้ำกัน ดังนี้
พยัญชนะ ได้แก่ P, R, M, T, N และ สระ ได้แก่ E, U, A, I, O

- 1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

จำนวนคำที่สร้างได้ คือ $P_{10,5} = \frac{10!}{5!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30,240$ วิธี

- 2) อักษรตัวแรกเป็นพยัญชนะ



$$5 \quad P_{9,4}$$

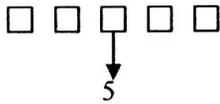
อักษรตัวแรก เลือกพยัญชนะมาได้ 5 วิธี

ในแต่ละวิธี มีวิธีเรียงสับเปลี่ยนของอีก 4 ตัว

ได้ $P_{9,4} = \frac{9!}{5!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3,024$ วิธี

ดังนั้น จำนวนคำที่สร้างได้ = $5 \times 3,024 = 15,120$ วิธี

3) อักษรตัวกลางเป็นสระ



อักษรตัวกลาง เลือกสระมาได้ 5 วิธี

ในแต่ละวิธี มีวิธีเรียงสับเปลี่ยนของอีก 4 ตัว

$$\text{ได้ } P_{9,4} = \frac{9!}{5!} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3,024 \text{ วิธี}$$

ดังนั้น จำนวนคำที่สร้างได้ คือ $5 \times 3,024 = 15,120$ วิธี

4) มีสระอย่างน้อย 1 ตัว

จำนวนคำที่มีสระอย่างน้อย 1 ตัว = จำนวนคำที่ไม่มีเงื่อนไข - จำนวนคำที่ไม่มีสระ

$$= P_{10,5} - P_{5,5} = 30,240 - 5!$$

$$= 30,240 - 120 = 30,120 \text{ คำ}$$

ใบงาน 3.4

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

ชื่อ ชั้น

จงตอบคำถามข้างล่างนี้ให้ถูกต้องตามที่โจทย์กำหนดให้

1. จัดกระดางโป๊ยเซียน 7 กระดางแตกต่างกัน และกระดางหงอนไก่ 7 กระดางแตกต่างกัน เรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้กี่วิธี ถ้า

- (1) ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม
- (2) วางกระดางโป๊ยเซียนสลับกับกระดางหงอนไก่

.....

2. จัดบุชแสดงสินค้า 8 บุชแตกต่างกัน เชิงวงกลม จะจัดเป็นแบบต่างๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....

3. จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษร 6 ตัวจากคำว่า SUNDAY เป็นวงกลมโดยไม่คิดถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....

4. สามภรรยา 5 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม ในจำนวนนี้มีหนุ่มและสาวเป็นสามภรรยาคนหนึ่ง จะมีวิธีจัดคนเหล่านี้นั่งรับประทานอาหารได้กี่วิธี ถ้าไม่ต้องการให้หนุ่มและสาวสามภรรยาผู้นี้ นั่งติดกัน

.....

5. มีกระดาษไม้ประดับอยู่ 6 ชนิด ต่างๆ กัน แต่ละชนิดมีลักษณะเหมือนกันชนิดละ 2 กระดาษ จะนำมาวางรอบเสาธง จะมีวิธีจัดวางได้ทั้งหมดกี่วิธี

.....
.....
.....

6. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 8 คน และหญิง 8 คน นั่งรอบโต๊ะกลม โดยให้ชาย 2 คน นั่งสลับกับหญิง 2 คน

.....
.....
.....

7. จงเรียงตัวอักษรคำว่า MARUKIY เป็นวงกลมโดยไม่คิดถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

- (1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม
- (2) ตัวอักษร IY อยู่ติดกัน
- (3) ตัวอักษร IY ไม่อยู่ติดกัน

.....
.....
.....
.....
.....
.....

9. สร้อยข้อมือเส้นหนึ่งมีห่วงสำหรับแขวนลูกปัดอยู่ 8 อัน จะนำลูกปัดทั้ง 8 อันร้อยสร้อยข้อมือนี้ได้กี่วิธี

.....
.....
.....
.....

เฉลยใบงาน 3.4

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

1. จัดกระดางโป๊ยเขียน 7 กระดางแตกต่างกัน และกระดางหงอนไก่ 7 กระดางแตกต่างกัน เรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมได้กี่วิธี ถ้า

- (1) ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม (2) วางกระดางโป๊ยเขียนสลับกับกระดางหงอน

ไก่

วิธีทำ (1) ไม่มีข้อกำหนดอื่นเพิ่มเติม

มีกระดางแตกต่างกันทั้งหมด 14 กระดาง

ดังนั้น จะจัดแบบวงกลมต่าง ๆ ได้ทั้งหมด $(14 - 1)! = 13! = 6,227,020,800$ วิธี

(2) วางกระดางโป๊ยเขียนสลับกับกระดางหงอนไก่

ให้กระดางโป๊ยเขียนกระดางหนึ่งอยู่กับที่

ดังนั้น กระดางโป๊ยเขียนที่เหลือจัดได้ $6!$ วิธี

แต่ละวิธีที่วางกระดางโป๊ยเขียน กระดางหงอนไก่จะเรียงสับเปลี่ยนได้ $7!$ วิธี

ดังนั้น จะจัดเป็นแบบต่าง ๆ ได้ทั้งหมด $6!7! = 3,628,800$ วิธี

2. จัดบุธแสดงสินค้า 8 บุธแตกต่างกัน เชิงวงกลม จะจัดเป็นแบบต่างๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ บุธแสดงสินค้าแตกต่างกัน 8 บุธ

ดังนั้น จะจัดเรียงเชิงวงกลมแบบต่างๆ ได้ทั้งหมด $(8 - 1)! = 7! = 5,040$ วิธี

3. จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนตัวอักษร 6 ตัวจากคำว่า SUNDAY เป็นวงกลมโดยไม่คิดถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่

วิธีทำ จากคำว่า SUNDAY มีตัวอักษรทั้งหมด 6 ตัว

ดังนั้น จะมีวิธีเรียงสับเปลี่ยนได้ทั้งหมด $(6 - 1)! = 5! = 120$ วิธี

4. สามภรรยา 5 คู่ นั่งรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลม ในจำนวนนี้มีหนุ่มและสาวเป็นสามภรรยาคนหนึ่ง จะมีวิธีจัดคนเหล่านี้นั่งรับประทานอาหารได้กี่วิธี ถ้าไม่ต้องการให้หนุ่มและสาวสามภรรยาผู้นั่งติดกัน

วิธีทำ จากคนทั้งหมด 10 คน จัดโดยไม่มีเงื่อนไขได้ $(10 - 1)! = 9!$ วิธี

ให้หนุ่มสาวสามภรรยาที่นั่งติดกันคิดเป็น 1 คน

จะคิดได้คนทั้งหมด 9 คน จัดได้ $(9 - 1)! = 8!$ วิธี

สามภรรยาที่นั่งสลับที่กันได้ $8!2!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่หนุ่มและสาวสามภรรยาผู้นั่งติดกัน $9! - 8!2!$ วิธี

5. มีกระถางไม้ประดับอยู่ 6 ชนิด ต่างๆ กัน แต่ละชนิดมีลักษณะเหมือนกันชนิดละ 2 กระถาง จะนำมาวางรอบเสาธง จะมีวิธีจัดวางได้ทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ มีกระถางไม้ประดับแตกต่างกันทั้งหมด 12 ชนิด แต่เหมือนกันชนิดละ 2 กระถาง

$$\text{ดังนั้น จะมีวิธีวางได้ทั้งหมด } \frac{(12-1)!}{2!2!2!2!2!} = \frac{11!}{(2!)^6} \text{ วิธี}$$

6. จงหาจำนวนวิธีที่จะจัดชาย 8 คน และหญิง 8 คน นั่งรอบโต๊ะกลมโดยให้ชาย 2 คน นั่งสลับกับหญิง 2 คน

วิธีทำ เลือกชายหรือหญิงมานั่งก่อน 1 คน

สมมติ เลือกชายนั่งก่อน 1 คน

เนื่องจาก จัดชาย 2 คนนั่งสลับกับหญิง 2 คน

จะได้ว่า ชายที่เลือกมานั่งก่อนนั้น อาจจะได้เลือกนั่งได้ 2 วิธี

ส่วนชายที่เหลือ 7 คน จะจัดได้ $7!$ วิธี

ส่วนหญิงอีก 8 คน ก็จะจัดได้ $8!$ วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีที่นั่งเป็นวงกลมสลับชาย 2 คนหญิง 2 คนได้ทั้งหมด $2 \cdot 7! \cdot 8!$ วิธี

7. จงเรียงตัวอักษรคำว่า MARUKIY เป็นวงกลมโดยไม่คิดถึงความหมายได้ทั้งหมดกี่วิธี เมื่อ

(1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

(2) ตัวอักษร IY อยู่ติดกัน

(3) ตัวอักษร IY ไม่อยู่ติดกัน

วิธีทำ (1) ไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

ตัวอักษรคำว่า MARUKIY มีตัวอักษร 7 ตัว

ดังนั้น จะจัดเรียงเป็นวงกลมได้ $(7-1)! = 6!$ วิธี

(2) ตัวอักษร IY อยู่ติดกัน

IY อยู่ติดกันคิดเป็น 1 ตัว จากตัวอักษร 7 ตัว เหลือ 6 ตัว จัดได้ $5!$ วิธี

IY สลับกันเองได้ 2 วิธี

ดังนั้น จะจัดเรียงเป็นวงกลมได้โดย IY อยู่ติดกัน $2 \cdot 5! = 240$ วิธี

(3) ตัวอักษร IY ไม่อยู่ติดกัน

จำนวนวิธีจัดตัวอักษร IY ไม่อยู่ติดกัน = จำนวนวิธีจัดไม่มีเงื่อนไขใดเพิ่มเติม

- จำนวนวิธีจัดตัวอักษร IY อยู่ติดกัน

$$= 6! - 2 \cdot 5! = 720 - 240 = 480 \text{ วิธี}$$

8. สร้อยข้อมือเส้นหนึ่งมีห่วงสำหรับแขวนลูกปัดอยู่ 8 อัน จะนำลูกปัดทั้ง 8 อันร้อยสร้อยข้อมือได้ที่

วิธีทำ มีห่วงสำหรับแขวนลูกปัดอยู่ 8 อัน ห่วงเป็นวงกลม 3 มิติ

$$\text{ดังนั้น จะนำลูกปัดทั้ง 3 อันร้อยสร้อยข้อมือนี้ได้ } \frac{(8-1)!}{2} = \frac{7!}{2} \text{ วิธี}$$

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,3} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสองหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,4} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลข โดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,2} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลข โดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,1} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสองหลัก จากเลข โดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,3} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลข โดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,4} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลข โดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,2} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลข โดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,1} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{6,3} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{6,4} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{6,2} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{6,5} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสามหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,3} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสี่หลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5, 6 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อย 3.2 จงหาค่าของ

(2 คะแนน)

1. $P_{5,4} = \dots\dots\dots$

2. จะสร้างจำนวนที่มีสองหลัก จากเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5, 6 ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

แบบทดสอบย่อยวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นและเชิงวงกลม

1. จัดชาย 4 คน และหญิง 3 คนนั่งรอบโต๊ะกลมโดยที่ไม่มีหญิงคนใดนั่งติดกัน จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี
 ก. 144 ข. 216 ค. 288 ง. 342
2. นำลูกแก้วซึ่งมีลักษณะและขนาดเหมือนกันต่างกันแต่สี มีสีแดง 2 ลูก สีขาว 3 ลูก และสีเขียว 4 ลูก มาจัดเรียงเป็นวงกลม จงพิจารณาข้อใดต่อไปนี้นี้กล่าวไม่ถูกต้อง
 ก. นำทั้งหมดมาจัดเรียงได้ 140 วิธี ข. ให้สีแดงอยู่ติดกันทั้ง 2 ลูกได้ 35 วิธี
 ค. ให้สีขาวอยู่ติดกันทั้ง 3 ลูก ได้ 20 วิธี ง. ให้สีเขียวอยู่ติดกันทั้ง 4 ลูก ได้ 10 วิธี
3. จัดชาย 5 คน หญิง 5 คน นั่งล้อมเป็นวงกลมโดยที่ชายหญิงนั่งสลับกันทีละ 1 คนจะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี
 ก. $4!4!$ ข. $2!4!4!$ ค. $4!5!$ ง. $2!4!5!$
4. มีที่นั่งว่างเรียงเป็นแถว 9 ตัว ถ้า บี,เวียร์ และปอยฝ้าย ต้องการนั่งบนที่นั่งตัวนี้ โดยที่ไม่มี 2 คนนั่งติดกันเลย จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี
 ก. 144 ข. 180 ค. 208 ง. 210
5. นำเลข 0,2,2,3,3,3,4 ทั้งหมดมาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่า 1 ล้าน จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี
 ก. 120 ข. 180 ค. 240 ง. 360



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ช่วงชั้นที่ 4 (มัธยมศึกษาปีที่ 4-6)

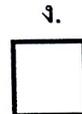
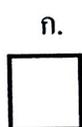
คะแนน 30 คะแนน

เวลา 60 นาที

คำชี้แจง

1. ข้อสอบทั้งหมดมี 30 ข้อ
2. ห้ามขีดเขียนหรือทำเครื่องหมายใดๆ ในแบบทดสอบนี้
3. จงพิจารณาข้อสอบต่อไปนี้และเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วทำ
 ✕ เครื่องหมาย ลงในกระดาษคำตอบที่แจกให้ ถ้านักเรียนต้องการเปลี่ยนคำตอบให้ปฏิบัติ
 ตามตัวอย่างข้างล่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง



แบบทดสอบหลังเรียนเรื่องความน่าจะเป็น

วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ก32202)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนาหว้าพิทยาคม จังหวัดนครพนม สพม. เขต 22

วันที่สอบ 11 มีนาคม 2554 คะแนนเต็ม 30 คะแนน

คำชี้แจง

1. ไม่อนุญาตให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณในการทำแบบทดสอบ
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในข้อที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดในกระดาษคำตอบ

1. ในการแข่งขันฟุตบอล จำนวน 50 ทีม แบบพบกันหมดทั้งหมด จำนวนครั้งในการจัดการแข่งขันทั้งหมดเท่ากับข้อใด

- ก. 1,176 ข. 1,225 ค. 2,450 ง. 2,540

2. ข้อสอบชุดหนึ่งมี 2 ตอน ตอนที่ 1 มี 5 ข้อ ให้เลือกตอบว่าจริงหรือเท็จ และ ตอนที่ 2 มี 5 ข้อ เป็นแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก ถ้าต้องตอบข้อสอบชุดนี้ทุกข้อโดยไม่เว้นแล้ว จะมีวิธีตอบข้อสอบชุดนี้ได้ต่าง ๆ กันทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. $5^2 \times 5^4$ วิธี ข. $2^5 \times 5^4$ วิธี ค. $2^5 \times 4^5$ วิธี ง. $5^2 \times 4^5$ วิธี

3. ตัวแทนนักเรียนโรงเรียนนาหว้าพิทยาคมจำนวน m คน ไปเยี่ยมชมโรงงานที่มีผู้คอนรับ n คน ถ้าคนทั้งหมดทักทายกันด้วยการจับมือ ถ้ามามีการจับมือทั้งหมดกี่ครั้ง

- ก. mn ข. m^n ค. n^m ง. $(m+n)!$

4. จำนวนเต็มที่มีค่าไม่เกิน 500 ที่หาร 2 หรือ 3 ลงตัว มีกี่จำนวน

- ก. 416 ข. 333 ค. 250 ง. 83

5. นำเลขโดด 0, 2, 2, 3, 3, 3, 4 ทั้งหมดมาจัดเรียงเป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่า 1 ล้าน จะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

- ก. 120 ข. 180 ค. 240 ง. 360

6. ข้อใดต่อไปนี้เป็นสมการที่ไม่ถูกต้อง

- ก. $\frac{6!}{2!3!} = 60$ ข. $\frac{7!}{(7-2)!} = 42$ ค. $3!5! = 720$ ง. $(3!)^2 = 9!$

7. ครอบครัวหนึ่งมีพี่น้อง 6 คน เป็นชาย 2 คน และหญิง 4 คน จำนวนวิธีที่จะจัดให้คนทั้งหมดยืนเรียงกันเพื่อถ่ายรูป โดยให้ชายสองคนยืนอยู่ริมสองข้างเสมอ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. 12 วิธี ข. 24 วิธี ค. 36 วิธี ง. 48 วิธี

8. จำนวนวิธีในการจัดคน 8 คนให้นั่งเก้าอี้ 3 ตัวที่วางเรียงเป็นแถวตรง ได้ทั้งหมดกี่วิธีต่อไปนี้

- ก. 21 วิธี ข. 24 วิธี ค. 56 วิธี ง. 336 วิธี

9. การจัดกระดาษต้นไม้ 6 กระดาษที่แตกต่างกันรอบเสาธง จะมีวิธีการจัดวางที่แตกต่างกันได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. 120 วิธี ข. 180 วิธี ค. 360 วิธี ง. 720 วิธี

10. จัดชาย 5 คน หญิง 4 คน นั่งล้อมเป็นวงกลมโดยที่ชายหญิงนั่งสลับกันทีละ 1 คนจะจัดได้ทั้งหมดกี่วิธี

ก. $4!4!$ ข. $2!4!4!$ ค. $4!5!$ ง. $2!4!5!$

11. ในการเลือกตั้งคณะกรรมการนักเรียนจำนวน 3 คน มีผู้สมัครเข้ารับการคัดเลือก 10 คน นักเรียนคนหนึ่งๆ จะมีวิธีการออกเสียงลงคะแนนเลือกตั้งครั้งนี้ได้กี่วิธี

ก. 120 วิธี ข. 175 วิธี ค. 225 วิธี ง. 315 วิธี

12. ในการเลือกตัวแทน 4 คน โดยมีครู 1 คน และนักเรียนหญิงอย่างน้อย 1 คน จากครูทั้งหมด 4 คน นักเรียนชาย 5 คน และนักเรียนหญิง 2 คน จะมีจำนวนวิธีเลือกเท่ากับข้อใด

ก. 80 วิธี ข. 120 วิธี ค. 160 วิธี ง. 200 วิธี

13. กล่องใบหนึ่งมีบัตร 10 ใบ ซึ่งเขียนหมายเลขกำกับไว้โดยไม่ซ้ำกัน เริ่มจาก 1-10 ถ้าหยิบบัตร 2 ใบทีละใบ จำนวนวิธีที่จะได้บัตรใบหนึ่งเป็นบัตรหมายเลข 3 และอีกใบเป็นบัตรหมายเลขน้อยกว่า 3 ตรงกับข้อใด

ก. 4 ข. 6 ค. 10 ง. 16

14. การจัดนักเรียน 6 คน ซึ่งมีนันทิคาและขวัญภารวมอยู่ด้วย ให้เรียงเป็นแถวตรงโดยที่นันทิคาและขวัญภาขึ้นติดกัน จะมีวิธีขึ้นที่แตกต่างกันกี่วิธี

ก. $4!$ ข. $5!$ ค. $2 \times 4!$ ง. $2 \times 5!$

15. เฉลิมศักดิ์มีหนังสือการ์ตูน 4 เล่มต่างกัน และอัญชลิมีหนังสือการ์ตูน 6 เล่ม ต่างกันและไม่เหมือนกับเฉลิมศักดิ์ ถ้าทั้งสองคนนำหนังสือมาแลกกันอ่านเขาจะแลกได้กี่วิธี ถ้าแต่ละคนมีหนังสือเท่าเดิม

ก. 208 ข. 209 ค. 210 ง. 211

16. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (1) การทดลองสุ่มเป็นการทดลองที่สามารถทราบผลล่วงหน้า
 - (2) แซมเปิลสเปซคือเซตของผลลัพธ์ซึ่งอาจเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
 - (3) การทดลองสุ่มอย่างหนึ่งอาจมีแซมเปิลสเปซมากกว่าหนึ่งแซมเปิลสเปซก็ได้
- ข้อใดกล่าวถูกต้อง

ก. ข้อ (1)–(3) ผิดทุกข้อ ข. ข้อ (1)–(3) ถูกทุกข้อ
 ค. ข้อ (1)–(3) ถูกเพียง 1 ข้อ ง. ข้อ (1)–(3) ถูกเพียง 2 ข้อ

17. การออกรางวัลเลขท้าย 2 ตัวของสลากกินแบ่งรัฐบาล มีแซมเปิลสเปซคือข้อใด

ก. $\{01, 02, 03, \dots, 99\}$

ข. $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$

ค. $\{00, 01, 02, \dots, 99\}$

ง. $\{00, 10, 11, \dots, 100\}$

18. ผลทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นในการจัดการแข่งขันฟุตบอลของนักเรียน 4 ทีม คือ ทีม A ทีม B ทีม C และทีม D โดยจัดแบบพบกันหมด ตรงกับข้อใด

ก. AB, BC, DC

ข. AB, BC, CD, DA

ค. AB, AC, AD, BC, BD, CD

ง. AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD

19. ในการทำข้อสอบแบบถูกหรือผิด จำนวน 3 ข้อ สนใจผลของคะแนนที่เกิดขึ้น แซมเปิลสเปซคือข้อใด

ก. 0, 1, 2, 3

ข. TTT, TTF, TFT, TFF, FTT, FTF, FFT, FFF

ค. $\{0, 1, 2, 3\}$

ง. $\{TTT, TTF, TFT, TFF, FTT, FTF, FFT, FFF\}$

20. กล่องทึบใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง(R) 1 ลูก สีดำ(B) 1 ลูก และสีขาว(W) 1 ลูก และกำหนดให้ $S = \{(R,R), (R,W), (R,B), (W,W), (W,R), (W,B), (B,B), (B,W), (B,R)\}$

แซมเปิลสเปซจากตัวเลือกในข้อใดต่อไปนี้ ตรงกับแซมเปิลสเปซที่โจทย์กำหนดให้

ก. สุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูกพร้อมกัน

ข. สุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก หยิบทีละลูก เมื่อหยิบลูกที่ 1 แล้วใส่คืนก่อนหยิบลูกที่ 2

ค. สุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก หยิบทีละลูก เมื่อหยิบลูกที่ 1 แล้วไม่ต้องใส่คืนก่อนหยิบลูกที่ 2

ง. ลูกต้องทั้งข้อ ข. และข้อ ค.

21. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 14 ลูก และบอลสีขาวจำนวนหนึ่ง ถ้าความน่าจะเป็นที่หยิบลูกบอล 1 ลูกเป็นสีขาวเท่ากับ $\frac{3}{4}$ แล้วจำนวนลูกบอลสีขาวตรงกับข้อใดต่อไปนี้

ก. 24 ลูก

ข. 28 ลูก

ค. 36 ลูก

ง. 42 ลูก

22. โยนลูกเต๋า 3 ลูก ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋ายกขึ้นแต้มคืออย่างน้อย 1 ลูก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{2}{3}$

ข. $\frac{5}{8}$

ค. $\frac{3}{4}$

ง. $\frac{7}{8}$

23. ในการเลือกคณะกรรมการชุดหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วย ประธาน รองประธาน และเลขานุการอย่างละ 1 คน จากหญิง 6 คน และชาย 4 คน ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการชุดนี้ จะมีประธานและรองประธานเป็นหญิงเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{1}{18}$

ข. $\frac{1}{12}$

ค. $\frac{1}{9}$

ง. $\frac{1}{3}$

24. กำหนดให้ A และ B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ ถ้า $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{3}{8}$ และ

$P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ แล้ว $P(A' \cap B')$ มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{1}{4}$

ข. $\frac{1}{2}$

ค. $\frac{3}{4}$

ง. 1

25. โยนเหรียญ 1 เหรียญ และทอดลูกเต๋า 1 ลูก ความน่าจะเป็นที่เหรียญขึ้นหัว และลูกเต๋าค้นแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ คือข้อใด

ก. $\frac{1}{6}$

ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{1}{4}$

26. มีจดหมายต่างกัน 4 ฉบับ ต้องการที่จะจดหมายลงตู้ไปรษณีย์ทั้งหมด 6 ตู้ ความน่าจะเป็นที่จะทิ้งจดหมายไม่เข้าตู้เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{3}{18}$

ข. $\frac{4}{18}$

ค. $\frac{5}{18}$

ง. $\frac{7}{18}$

27. ความน่าจะเป็นในการสุ่มตัวเลขจำนวน 5, 6, 6, 8, 12, 7, 9, 15, โดยสุ่มตัวเลข ที่สุ่มได้น้อยกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{5}{8}$

ข. $\frac{3}{8}$

ค. $\frac{7}{8}$

ง. 1

28. ในการออกรางวัลสลากกินแบ่งรัฐบาลรางวัลที่ 1 โดยที่หลักหมื่นเป็นจำนวนมากกว่า 6 และหลักสิบเป็นจำนวนคู่ ความน่าจะเป็นเท่ากับข้อใด

ก. $\frac{2}{3}$

ข. $\frac{3}{20}$

ค. $\frac{5}{21}$

ง. $\frac{7}{25}$

29. สุ่มหยิบตัวเลข จาก 1-100 มา 1 จำนวน ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวเลขที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์เท่ากับข้อใด

ก. 0.1

ข. 0.2

ค. 0.5

ง. 1.0

30. ถ้าจำนวน 2578A เป็นจำนวนที่มีห้าหลัก แล้วความน่าจะเป็นที่ 3 หารจำนวนนี้ลงตัว เท่ากับข้อใด

ก. 0.2

ข. 0.3

ค. 0.4

ง. 0.5

.....ขอให้นักเรียนทุกคน โชคดีในการทำแบบทดสอบ.....


.....ครูประจำวิชา

.....หัวหน้ากลุ่มสาระ


.....หัวหน้างานวัดผล

.....หัวหน้ากลุ่มงานบริหารงานวิชาการ

แบบสอบถามวัดความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาข้อความแต่ละข้อความแล้วทำเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องว่าง ที่ตรงกับ
ความคิดเห็นและความรู้สึกที่แท้จริงของนักเรียนต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น เพียง
ข้อละหนึ่งระดับ

ตอนที่ 1: แบบสอบถามเกี่ยวกับสถานภาพของนักเรียน

เพศ () ชาย () หญิง ชั้น

ตอนที่ 2: แบบสอบถามที่วัดความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น

ข้อ	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
1	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้ ข้าพเจ้าเข้าใจเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้อย่าง ชัดเจน มองเห็นเป็นรูปธรรม					
2	ข้าพเจ้ารู้สึกภูมิใจที่สามารถทำแบบฝึกหัด คณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง					
3	ข้าพเจ้ารู้สึกสนุกกับกิจกรรมคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น					
4	เมื่อมีข้อสงสัยในการเรียนข้าพเจ้ารีบทำความเข้าใจ และถามครูหรือถามเพื่อนทันที					
5	ข้าพเจ้าจะอ่านบทเรียนคณิตศาสตร์มาล่วงหน้า ก่อนจะถึงชั่วโมงเรียนคณิตศาสตร์					
6	ในการเรียนแต่ละครั้งจะจดบันทึกใจความ เกี่ยวกับเนื้อหาแต่ละบทเรียน					
7	การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน มีการใช้สื่อ ภาษา และยกตัวอย่าง ที่เหมาะสม					
8	ข้าพเจ้าจะคุยกันมากกว่าสนใจเรียน					
9	ข้าพเจ้าอยากให้มีเวลาเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น มากกว่านี้					
10	ข้าพเจ้าพยายามหลีกเลี่ยงการปฏิบัติกิจกรรม การเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น					

ข้อ	ข้อความ	ระดับความพึงพอใจ				
		มากที่สุด	มาก	ปานกลาง	น้อย	น้อยที่สุด
11	ข้าพเจ้ารู้สึกวิตกกังวลเมื่อรู้ว่าตัวเองต้องนำเสนอหน้าชั้นเรียน					
12	ข้าพเจ้าไม่กล้าแสดงความคิดเห็นหรือตอบคำถามในขณะที่เรียนคณิตศาสตร์ เพราะไม่มั่นใจในตนเอง					
13	ในการปฏิบัติกิจกรรมคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น รู้สึกมีความแปลกใหม่					
14	ข้าพเจ้าช่วยเหลือเพื่อนด้วยการอธิบาย แนะนำ เสนอแนะ หรือปฏิบัติเพื่อให้เพื่อนได้เรียนรู้ไปพร้อมๆ กันด้วยความเต็มใจ					
15	จากการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ข้าพเจ้าจดจำเนื้อหาได้ดี					
16	ข้าพเจ้านำความรู้จากการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น มาทำข้อสอบได้					
17	ข้าพเจ้าตั้งใจ พยายามทำงานที่ได้รับมอบหมายให้เสร็จทันเวลาที่กำหนด					
18	ในการทำงานที่ได้รับมอบหมายหรือข้อสอบ ข้าพเจ้าจะทำด้วยตัวเอง โดยไม่ลอกเพื่อน					
19	หลังจากเรียนเรื่องความน่าจะเป็น ทำให้ข้าพเจ้าอยากเรียนคณิตศาสตร์					
20	การเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ทำให้เชื่อมโยงกับสาระอื่นในชีวิตประจำวัน					

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ค

ค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือ

- ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (IOC)
- ค่าความยากง่าย และค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ตารางที่ ค.1 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (IOC)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	เกณฑ์การประเมิน
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
1	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
2	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
3	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
4	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
5	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
6	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
7	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
8	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
9	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
10	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
11	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
12	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
13	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
14	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
15	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
16	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
17	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
18	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
19	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
20	+1	+1	0	0.67	ใช้ได้
21	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
22	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
23	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
24	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
25	+1	+1	+1	1	ใช้ได้

ตารางที่ ค.1 (ต่อ) แสดงค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (IOC)

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC	เกณฑ์การประเมิน
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3		
26	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
27	+1	+1	0	0.67	ใช้ได้
28	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
29	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
30	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
31	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
32	+1	0	+1	0.67	ใช้ได้
33	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
34	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
35	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
36	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
37	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
38	0	+1	+1	0.67	ใช้ได้
39	+1	+1	+1	1	ใช้ได้
40	+1	+1	+1	1	ใช้ได้

ตารางที่ ค.2 ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	p	r
*1	0.42	0.39
*2	0.39	0.33
*3	0.67	0.56
4	0.61	0.11
*5	0.44	0.22
*6	0.36	0.28
7	0.94	0.11
*8	0.69	0.28
9	0.78	-0.22
*10	0.47	0.28
*11	0.31	0.39
*12	0.44	0.56
*13	0.58	0.50
*14	0.56	0.22
*15	0.50	0.44
*16	0.50	0.67
*17	0.33	0.44
18	0.42	-0.39
*19	0.47	0.39
20	0.69	0.06
*21	0.72	0.44
*22	0.31	0.28
*23	0.75	0.39
*24	0.50	0.33

ตารางที่ ค.2 (ต่อ) ค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ข้อที่	p	r
*25	0.61	0.33
26	0.92	-0.17
*27	0.58	0.39
*28	0.44	0.44
29	0.42	-0.50
*30	0.33	0.22
*31	0.72	0.22
*32	0.42	0.28
33	0.64	-0.28
*34	0.50	0.44
*35	0.56	0.44
36	0.31	-0.17
*37	0.56	0.33
38	0.42	-0.39
*39	0.44	0.44
*40	0.67	0.22

ภาคผนวก ง

1. คะแนนการเปรียบเทียบแบบบุคคลต่อบุคคลของวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 33201) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553
2. คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน และหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง
3. คะแนนระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง
4. คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียน และหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม
5. คะแนนระหว่างเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุม
6. คะแนนความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนกลุ่มทดลอง
7. คะแนนความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ตารางที่ ง.1 จำนวนนักเรียน กลุ่มเรียนเก่ง กลุ่มเรียนปานกลาง และกลุ่มเรียนอ่อน ในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ที่มีคะแนนการเปรียบเทียบแบบบุคคลต่อบุคคลของวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 32201) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553

กลุ่มทดลอง (ใช้แผนการจัดการรูที่สร้างจากปัญหาการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น)					กลุ่มควบคุม (ใช้แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ)				เกณฑ์การแบ่งกลุ่ม
กลุ่ม	นักเรียน	เลขที่	ห้อง	คะแนน	นักเรียน	เลขที่	ห้อง	คะแนน	
กลุ่มเก่ง	1**	8	5/1	90	1	7	5/2	88	> 80 คะแนน
	2*	40	5/1	88	2	9	5/2	87	
	3*	11	5/1	87	3	11	5/2	86	
	4*	1	5/1	87	4	14	5/2	86	
	5*	16	5/1	86	5	12	5/2	85	
	6**	37	5/1	86	6	28	5/2	84	
	7**	14	5/1	85	7	10	5/2	83	
	8*	36	5/1	84	8	16	5/2	83	
	9*	9	5/1	83	9	27	5/2	82	
	10*	18	5/1	82	10	3	5/2	81	
	11*	20	5/1	82	11	19	5/2	81	
	12*	28	5/1	82	12	24	5/2	81	
	13*	2	5/1	80	13	31	5/2	81	
	14	13	5/1	80	14	1	5/2	80	
กลุ่มปานกลาง	1	33	5/1	79	1	25	5/2	79	70-79 คะแนน
	2*	30	5/1	78	2	36	5/2	79	
	3*	34	5/1	78	3	29	5/2	77	
	4*	27	5/1	77	4	18	5/2	76	
	5**	31	5/1	77	5	15	5/2	75	
	6*	29	5/1	76	6	35	5/2	75	
	7*	32	5/1	74	7	32	5/2	75	
	8**	15	5/1	73	8	30	5/2	75	

ตารางที่ ง.1(ต่อ) จำนวนนักเรียน กลุ่มเรียนเก่ง กลุ่มเรียนปานกลาง และกลุ่มเรียนอ่อน ในกลุ่ม
ทดลองและกลุ่มควบคุมที่มีคะแนนการเปรียบเทียบแบบบุคคลต่อบุคคลของวิชา
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ค 32201) ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2553

กลุ่มทดลอง (ใช้แผนการจัดการรูที่สร้างจากปัญหา การเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น)					กลุ่มควบคุม (ใช้แผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ)				เกณฑ์ การ แบ่งกลุ่ม
กลุ่ม	นักเรียน	เลขที่	ห้อง	คะแนน	นักเรียน	เลขที่	ห้อง	คะแนน	
กลุ่ม ปาน กลาง	9**	35	5/1	72	9	8	5/2	74	70-79 คะแนน
	10*	7	5/1	72	10	23	5/2	73	
	11	38	5/1	71	11	21	5/2	71	
กลุ่ม อ่อน	1	21	5/1	69	1	17	5/2	69	60 - 69 คะแนน
	2	19	5/1	68	2	2	5/2	68	
	3*	23	5/1	68	3	20	5/2	67	
	4	3	5/1	67	4	33	5/2	67	
	5*	4	5/1	67	5	26	5/2	66	
	6	6	5/1	65	6	6	5/2	65	
	7	17	5/1	65	7	13	5/2	65	
	8	25	5/1	65	8	5	5/2	65	
	9	39	5/1	64	9	22	5/2	64	
	10*	12	5/1	63	10	4	5/2	62	

หมายเหตุ * หมายถึง นักเรียนที่มีคะแนนผลการเรียนเปรียบเทียบต่างกัน 1 คะแนน
** หมายถึง นักเรียนที่มีคะแนนผลการเรียนเปรียบเทียบต่างกัน 2 คะแนน

ตารางที่ ง.2 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้เรียน	แบบทดสอบ		ผู้เรียน	แบบทดสอบ	
	ก่อนเรียน(30)	หลังเรียน (30)		ก่อนเรียน(30)	หลังเรียน (30)
H1	15	29	M5	10	23
H2	6	26	M6	6	21
H3	9	25	M7	7	22
H4	13	27	M8	5	20
H5	8	26	M9	6	24
H6	8	23	M10	9	22
H7	6	23	M11	7	22
H8	5	22	L1	6	22
H9	7	26	L2	5	18
H10	8	24	L3	4	18
H11	10	25	L4	7	23
H12	8	23	L5	7	20
H13	9	25	L6	6	19
H14	9	22	L7	10	19
M1	7	24	L8	7	21
M2	11	22	L9	8	21
M3	5	22	L10	11	22
M4	5	24			

H หมายถึง นักเรียนกลุ่มสูง

M หมายถึง นักเรียนกลุ่มปานกลาง

L หมายถึง นักเรียนกลุ่มต่ำ

ตารางที่ ๓.3 คะแนนระหว่างเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้เรียน	กฎการนับ (15)	แฟกทอเรียล (5)	วิธีเรียงสับเปลี่ยน (25)	วิธีจัดหมู่ (15)	ความน่าจะเป็น (30)	รวม (90)
H1	13	5	22	12	26	78
H2	12	5	20	12	24	73
H3	13	5	16	12	26	72
H4	13	5	22	12	26	78
H5	13	5	20	12	26	76
H6	13	5	18	12	26	74
H7	11	5	18	12	26	72
H8	12	5	20	12	25	74
H9	11	5	20	12	20	68
H10	11	5	20	12	25	73
H11	12	5	16	12	25	70
H12	13	5	22	12	22	74
H13	12	5	20	12	24	73
H14	12	5	18	12	26	73
M1	11	4	20	12	22	69
M2	12	4	20	12	23	71
M3	11	4	20	12	26	73
M4	11	4	16	10	24	65
M5	11	5	20	12	26	74
M6	11	4	20	12	21	68
M7	12	4	20	12	22	70
M8	11	4	16	12	25	68
M9	12	4	20	12	24	72
M10	12	4	18	10	19	63
M11	10	4	20	12	25	71

ตารางที่ ง.3(ต่อ) คะแนนระหว่างเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ผู้เรียน	กฎการนับ (15)	แฟกทอเรียล (5)	วิธีเรียงสับเปลี่ยน (25)	วิธีจัดหมู่ (15)	ความน่าจะเป็น (30)	รวม (90)
L1	11	4	18	12	24	69
L2	12	4	20	10	23	69
L3	11	4	20	10	22	67
L4	11	4	20	10	25	70
L5	12	4	16	10	24	66
L6	10	4	20	10	20	64
L7	11	4	20	10	23	68
L8	11	4	20	10	24	69
L9	11	4	20	12	22	69
L10	10	4	18	10	23	65
เฉลี่ย	11.57	4.43	19.26	11.43	23.83	70.51
ร้อยละ	77.14	88.57	77.03	76.19	79.43	78.35

H หมายถึง นักเรียนกลุ่มสูง

M หมายถึง นักเรียนกลุ่มปานกลาง

L หมายถึง นักเรียนกลุ่มต่ำ

ตารางที่ ง.4 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก่อนเรียนและหลังเรียน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ผู้เรียน	แบบทดสอบ		ผู้เรียน	แบบทดสอบ	
	ก่อนเรียน(30)	หลังเรียน (30)		ก่อนเรียน(30)	หลังเรียน (30)
H1	11	28	M5	7	22
H2	11	26	M6	5	21
H3	9	22	M7	9	20
H4	10	25	M8	7	20
H5	10	24	M9	8	24
H6	10	24	M10	7	18
H7	12	25	M11	4	17
H8	6	22	L1	6	22
H9	9	24	L2	8	15
H10	9	24	L3	10	20
H11	10	23	L4	5	16
H12	8	23	L5	7	18
H13	10	25	L6	6	17
H14	8	22	L7	7	19
M1	9	19	L8	8	22
M2	7	19	L9	5	17
M3	6	23	L10	5	18
M4	7	24			

H หมายถึง นักเรียนกลุ่มสูง

M หมายถึง นักเรียนกลุ่มปานกลาง

L หมายถึง นักเรียนกลุ่มต่ำ

ตารางที่ ๖.5 คะแนนระหว่างเรียน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ผู้เรียน	กฎการนับ (15)	แฟกทอเรียล (5)	วิธีเรียงสับเปลี่ยน (25)	วิธีจัดหมู่ (15)	ความน่าจะเป็น (30)	รวม (90)
H1	13	5	22	12	26	78
H2	13	5	22	12	26	78
H3	13	5	16	12	26	72
H4	12	5	18	12	23	70
H5	12	5	18	12	22	69
H6	11	5	20	12	26	74
H7	12	5	18	10	25	70
H8	11	5	18	12	22	68
H9	12	5	16	12	25	70
H10	12	5	18	12	23	70
H11	12	4	18	10	23	67
H12	12	4	18	12	23	69
H13	13	4	22	12	21	72
H14	11	4	18	10	26	69
M1	11	4	16	10	23	64
M2	12	4	18	10	20	64
M3	10	4	16	10	26	66
M4	11	4	20	10	23	68
M5	11	4	16	10	26	67
M6	11	4	18	12	23	68
M7	11	4	18	12	22	67
M8	11	4	18	10	22	65
M9	11	5	18	10	24	68
M10	10	4	16	10	24	64
M11	11	4	18	10	23	66

ตารางที่ ง.5(ต่อ) คะแนนระหว่างเรียน ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ผู้เรียน	กฎการนับ (15)	แฟกทอเรียล (5)	วิธีเรียงสับเปลี่ยน (25)	วิธีจัดหมู่ (15)	ความน่าจะเป็น (30)	รวม (90)
L1	11	4	18	10	21	64
L2	9	4	16	10	21	60
L3	10	4	16	10	20	60
L4	9	4	20	12	22	67
L5	10	4	14	10	22	60
L6	11	4	18	10	24	67
L7	9	4	14	10	21	58
L8	10	4	18	10	23	65
L9	11	4	16	10	22	63
L10	9	4	16	10	23	62
เฉลี่ย	11.09	4.31	17.71	10.80	23.20	67.11
ร้อยละ	73.90	86.29	70.86	72.00	77.33	74.57

H หมายถึง นักเรียนกลุ่มสูง

M หมายถึง นักเรียนกลุ่มปานกลาง

L หมายถึง นักเรียนกลุ่มต่ำ

ตารางที่ ๓.๖ คะแนนความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ข้อ ผู้เรียน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
H1	5	5	4	5	5	3	4	5	5	5	4	5	3	5	4	5	5	5	5	4
H2	5	5	4	4	4	4	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	5	4	5
H3	5	5	5	5	4	4	4	5	5	5	4	5	5	5	4	4	5	5	5	4
H4	5	5	4	5	4	4	4	4	5	4	5	5	3	5	5	4	5	5	4	4
H5	5	5	4	5	4	3	4	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	4	3
H6	5	5	3	4	4	3	4	4	4	4	5	5	4	5	4	4	5	4	4	5
H7	5	5	4	5	4	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	4	4
H8	5	5	4	4	4	4	5	5	4	4	5	5	4	4	4	4	5	5	4	5
H9	5	5	4	5	4	4	4	5	5	4	4	4	3	4	5	5	5	5	5	3
H10	5	5	4	5	4	5	4	5	5	5	4	5	5	5	4	5	4	5	5	5
H11	5	5	5	4	4	4	5	4	4	4	4	4	4	4	5	4	5	4	3	3
H12	5	5	4	5	4	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
H13	5	5	4	5	4	4	5	4	5	5	4	4	4	5	5	5	4	5	4	4
H14	5	5	3	5	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	3	5	5	5	5	4
M1	4	5	3	5	4	5	5	5	4	3	5	5	4	4	4	3	5	3	4	3

ตารางที่ ง.6(ต่อ) คะแนนความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ข้อ ผู้เรียน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
M2	4	4	5	4	3	4	4	4	4	5	4	4	5	5	3	3	5	4	5	4
M3	4	4	4	5	3	4	4	4	5	4	3	3	4	3	3	3	5	5	5	4
M4	4	5	4	5	3	4	3	5	5	4	5	4	5	4	3	3	5	3	4	3
M5	5	5	4	5	4	4	4	5	5	3	5	5	4	4	3	4	5	5	4	4
M6	5	4	4	4	3	4	5	5	4	5	5	4	4	4	4	4	5	4	4	4
M7	4	5	5	4	3	5	5	4	5	4	5	5	5	4	4	3	5	5	3	3
M8	5	5	5	5	3	4	4	4	5	3	4	4	4	4	3	2	3	3	5	4
M9	5	5	4	5	3	4	5	4	5	4	5	5	5	5	4	3	5	3	5	5
M10	3	4	5	3	3	4	4	5	4	2	5	3	4	4	3	3	4	3	5	3
M11	4	5	4	5	3	4	5	4	5	4	5	4	5	5	4	3	5	5	5	5
L1	4	3	4	5	3	5	4	5	5	4	4	5	3	5	3	3	4	3	5	4
L2	4	4	4	5	3	4	4	4	5	4	4	4	4	4	3	3	5	4	5	3
L3	4	4	4	5	3	4	4	4	5	4	4	4	4	4	3	3	5	3	5	4
L4	4	5	5	5	3	5	5	4	5	5	3	4	5	3	3	3	5	5	5	4
L5	4	5	5	5	3	4	4	4	3	4	3	3	5	3	3	4	4	4	5	4

ตารางที่ ง.6(ต่อ) คะแนนความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนกลุ่มทดลอง

ข้อ ผู้เรียน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
L6	4	5	5	4	3	3	4	5	5	4	3	4	4	3	5	2	4	4	4	5
L7	3	4	4	4	2	4	4	4	4	4	3	4	4	3	3	3	3	2	4	4
L8	4	3	4	5	2	4	4	4	4	4	4	4	4	5	4	1	5	3	4	4
L9	4	4	4	4	2	4	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	5	4	4	3
L10	4	4	5	4	3	4	4	4	4	4	2	3	4	3	4	4	3	3	3	4

H หมายถึง นักเรียนกลุ่มสูง

M หมายถึง นักเรียนกลุ่มปานกลาง

L หมายถึง นักเรียนกลุ่มต่ำ

ตารางที่ ง.7 คะแนนความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ข้อ ผู้เรียน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
H1	5	4	3	5	4	5	4	5	4	2	5	4	2	5	2	5	5	5	5	3
H2	4	4	4	5	5	5	3	4	3	4	3	3	3	5	3	5	5	5	5	3
H3	4	4	3	4	5	5	4	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4
H4	4	4	4	5	5	4	4	5	5	3	4	4	3	4	3	5	5	4	5	4
H5	4	4	3	5	5	5	4	5	4	4	5	5	2	5	3	5	5	5	5	4
H6	4	4	5	4	3	4	4	4	4	5	4	4	3	3	2	3	5	4	5	4
H7	5	5	4	5	4	5	4	5	5	5	3	4	3	4	2	4	4	4	5	4
H8	4	3	4	4	4	5	4	5	4	4	5	4	3	4	3	3	3	4	4	4
H9	4	4	4	4	4	4	5	5	4	5	4	4	3	2	1	3	5	4	4	4
H10	4	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	3	4	3	4	5	4
H11	4	5	4	4	3	4	3	4	4	4	5	4	4	2	1	5	5	4	3	3
H12	4	5	4	5	2	4	4	5	4	4	4	4	4	5	1	5	5	5	4	4
H13	4	4	3	5	4	5	3	3	4	3	5	5	3	4	2	5	5	4	4	3
H14	4	5	4	5	4	5	4	5	5	4	3	4	3	5	3	4	4	4	4	4
M1	4	5	4	5	5	4	3	3	5	4	5	4	3	3	3	4	4	4	2	3

ตารางที่ ง.7(ต่อ) คะแนนความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ข้อ ผู้เรียน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
M2	4	4	3	5	3	5	4	4	4	3	4	4	3	3	3	4	5	3	4	3
M3	4	4	4	5	4	4	4	3	3	3	4	4	4	4	3	2	5	2	4	4
M4	4	5	4	5	4	4	4	4	5	3	4	4	4	3	3	3	3	3	5	3
M5	3	5	3	5	4	3	4	3	5	4	4	4	4	3	2	3	3	4	4	3
M6	5	4	4	5	3	5	4	5	4	3	5	4	3	4	3	4	5	4	4	3
M7	4	4	4	5	2	4	4	4	5	4	5	4	2	4	3	3	5	3	5	4
M8	3	4	5	4	5	5	5	4	3	4	3	3	5	2	2	2	5	3	3	3
M9	4	4	3	5	5	5	4	4	5	5	3	4	3	5	1	4	2	4	5	4
M10	4	4	2	4	4	4	4	3	2	2	3	3	4	3	1	2	4	2	1	2
M11	4	4	3	3	3	3	4	5	4	3	2	3	2	2	5	2	4	3	3	5
L1	3	5	4	5	5	5	4	5	5	5	1	3	3	2	1	2	5	2	5	5
L2	4	4	4	5	3	5	3	4	5	5	4	3	2	3	5	2	5	2	4	4
L3	4	5	4	5	5	5	4	5	5	4	4	5	3	3	3	2	4	2	5	4
L4	3	5	4	5	2	4	5	4	5	4	2	3	3	2	4	2	5	3	5	5
L5	3	5	5	5	4	4	5	4	5	5	2	5	3	2	2	2	4	2	5	5

ตารางที่ ง.7(ต่อ) คะแนนความพึงพอใจต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนกลุ่มควบคุม

ข้อ ผู้เรียน	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
L6	4	4	3	4	2	3	4	3	5	4	3	4	3	4	5	2	2	3	4	5
L7	3	4	4	5	3	4	5	3	4	5	3	4	4	2	5	3	3	2	4	4
L8	3	4	4	3	3	4	3	4	3	4	4	4	2	3	2	2	3	4	5	4
L9	3	4	4	5	4	4	4	4	5	4	3	3	4	3	3	3	3	3	5	4
L10	3	4	4	3	3	4	3	4	3	4	4	4	2	3	3	2	4	2	5	4

H หมายถึง นักเรียนกลุ่มสูง

M หมายถึง นักเรียนกลุ่มปานกลาง

L หมายถึง นักเรียนกลุ่มต่ำ

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ – สกุล	นายพัทธคนย์ วัฒนานาม
วัน เดือน ปีเกิด	24 มกราคม พ.ศ. 2526
ประวัติการศึกษา	
ระดับมัธยมศึกษา	โรงเรียนนาหว้าพิทยาคม จังหวัดนครพนม พ.ศ.2544
ระดับปริญญาตรี	วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น พ.ศ. 2548
ระดับประกาศนียบัตรบัณฑิต	ประกาศนียบัตรบัณฑิตวิชาชีพครู มหาวิทยาลัยขอนแก่น พ.ศ. 2549
ระดับปริญญาโท	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี พ.ศ. 2554
ทุนการศึกษา หรือทุนวิจัย	ทุนการศึกษา โครงการส่งเสริมและผลิตครูที่มีความสามารถทาง วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สกว.) ระดับปริญญาโท ทุนอุดหนุนสนับสนุนการวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา ทบวงมหาวิทยาลัย ปีงบประมาณ 2553
ประวัติการทำงาน	ครูผู้ช่วย โรงเรียนบ้านคอนแดง อำเภอท่าอุเทน จังหวัดนครพนม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครพนม เขต 2 พ.ศ. 2550-2551 ครู โรงเรียนนาหว้าพิทยาคม อำเภอนาหว้า จังหวัดนครพนม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 22 พ.ศ.2551-ปัจจุบัน
ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์	พัทธคนย์ วัฒนานาม, อติศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์ และวิราวรรณ ชินวิ- ริยสิทธิ์, 2554, “การค้นคว้าปัญหาการเรียนจากนักเรียนสำหรับ สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษา ตอนปลาย”, การประชุมทางวิชาการสถิติและสถิติประยุกต์ ระดับชาติ ครั้งที่ 12, 18-22 พฤษภาคม 2554, โรงแรมเจบี อำเภอ หาดใหญ่ จังหวัดสงขลา, หน้า 101-109.



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี
ขอตกลงว่าด้วยการโอนลิขสิทธิ์ในวิทยานิพนธ์

วันที่ 6 เดือน มิ.ย. พ.ศ. 54

ข้าพเจ้า (นาย/นาง/ นางสาว) ... พัทธคนย์ วัฒนานาม ... รหัสประจำตัว 52408006.....

เป็นนักศึกษาของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ระดับปริญญา (/) โท () เอก

หลักสูตร วท.ม./ปร.ศ. สาขาวิชา..... การสอนคณิตศาสตร์..... คณะวิทยาศาสตร์ อยู่บ้านเลขที่ 154 หมู่ที่ 2

ตروق / ซอย ถนน ตำบล / แขวง ท่าเรือ.....

อำเภอ / เขต นานาหัว จังหวัด นครพนม..... รหัสไปรษณีย์ 48180.....

ขอโอนลิขสิทธิ์ในวิทยานิพนธ์ให้ไว้กับมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี โดยมี ผศ.ดร.วรนุช เกิดสินธุ์ชัย
ตำแหน่ง คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ เป็นผู้รับโอนลิขสิทธิ์และมีข้อตกลงดังนี้

1. ข้าพเจ้าได้จัดทำวิทยานิพนธ์เรื่อง ... การศึกษาปัญหาการเรียนจากนักเรียนสำหรับสร้างแผนการจัดการเรียนรู้
เรื่องความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย.....

ซึ่งอยู่ในความควบคุมของ ... รศ.อดิศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์ และ ผศ.ดร.วிரาวรรณ ชินวิวิธสิทธิ์.....

ตามมาตรา 14 แห่ง พ.ร.บ.ลิขสิทธิ์ พ.ศ. 2537 และถือว่าเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรของมหาวิทยาลัย
เทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

2. ข้าพเจ้าตกลงโอนลิขสิทธิ์จากผลงานทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากการสร้างสรรค์ของข้าพเจ้าในวิทยานิพนธ์ให้กับ
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ตลอดอายุแห่งการคุ้มครองลิขสิทธิ์ตามมาตรา 23 แห่งพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์
พ.ศ. 2537 ตั้งแต่วันที่ได้รับอนุมัติโครงร่างวิทยานิพนธ์จากมหาวิทยาลัย

3. ในกรณีที่ข้าพเจ้าประสงค์จะนำวิทยานิพนธ์ไปใช้ในการเผยแพร่ในสื่อใดๆ ก็ตาม ข้าพเจ้าจะต้องระบุว่า
วิทยานิพนธ์เป็นผลงานของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรีทุก ๆ ครั้งที่มีการเผยแพร่

4. ในกรณีที่ข้าพเจ้าประสงค์จะนำวิทยานิพนธ์ไปเผยแพร่ หรืออนุญาตให้ผู้อื่นทำซ้ำ หรือดัดแปลง หรือเผยแพร่ต่อ
สาธารณชน หรือกระทำการอื่นใด ตามมาตรา 27, มาตรา 28, มาตรา 29 และมาตรา 30 แห่งพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์
พ.ศ. 2537 โดยมีค่าตอบแทนในเชิงธุรกิจ ข้าพเจ้าจะกระทำได้เมื่อได้รับความยินยอมเป็นลายลักษณ์อักษรจากมหาวิทยาลัย
เทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

ลงชื่อ ผู้โอนลิขสิทธิ์

(นายพัทธคนย์ วัฒนานาม)

ลงชื่อ ผู้รับโอนลิขสิทธิ์

(ผศ.ดร.วรนุช เกิดสินธุ์ชัย)

ลงชื่อ พยาน

(รศ.อดิศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์)

ลงชื่อ พยาน

(ดร.อุษณี สุขวัฒน์)

