

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา
2. หลักการสอนคณิตศาสตร์และเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์
3. การสอนการบวกจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ
4. การสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ
5. การจัดกิจกรรมการสอนการบวกและการลบเบื้องต้น
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

1. ลักษณะของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่ง คณิตศาสตร์มิได้มีความหมายเพียงตัวเลข และสัญลักษณ์เท่านั้น คณิตศาสตร์มีความหมายกว้างมากที่สุด ซึ่ง ยุพิน พิศิษฐกุล (2523, หน้า 1-2) ได้สรุปลักษณะสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1.1 คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิดเราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์บางอย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดนั้นเป็นจริงหรือไม่ ด้วยวิชาการคิดเราก็สามารถนำวิชาคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาในทางวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและอุตสาหกรรมต่างๆ คณิตศาสตร์ช่วยให้คนเป็นผู้มีเหตุ มีผล เป็นคนใฝ่รู้ตลอดจนพยากรณ์คิดค้นสิ่งแปลกใหม่ คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานแห่งความเจริญในด้านต่างๆ

1.2 คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์มีภาษาเฉพาะของตัวเอง เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด เช่น $X + 3 = 8$ เมื่อเขียนสมการนี้ทุกคนที่เรียนคณิตศาสตร์ก็จะเข้าใจความหมายที่ตรงกัน

1.3 คณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างที่มีเหตุผล เราจะเห็นว่า คณิตศาสตร์นั้นจะเริ่มต้นด้วยเรื่องง่ายๆ และอธิบายข้อจำกัดต่างๆ ที่สำคัญ ซึ่งเริ่มต้นด้วย อนิยาม จุด เส้นตรง ระนาบ เรืองอันเป็นพื้นฐานเหล่านี้ก็จะนำไปสู่เรื่องอื่นต่อไป

1.4 คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน เราจะเห็นว่าการคิดในทางคณิตศาสตร์นั้นจะต้องคิดอยู่ในแบบแผน และมีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

1.5 คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง เช่นเดียวกับศิลปะอื่นๆ ความงามของคณิตศาสตร์ก็คือ ความมีระเบียบและกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิด มีความคิดสร้างสรรค์จินตนาการ ความคิดริเริ่มที่จะแสดงความคิดใหม่ๆ และแสดงโครงสร้างใหม่ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

2. ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งวิชาหนึ่ง ซึ่งมีความจำเป็นต่อชีวิตความเป็นอยู่ของมนุษย์ และเป็นเครื่องมือสำคัญในการปลูกฝังอบรมให้นักเรียนมีความละเอียด รอบคอบ รู้จักคิดอย่างมีเหตุมีผล เป็นคนช่างสังเกต มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนมีความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหาต่างๆ อย่างมีเหตุผล เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้วิชาต่างๆ ในอันที่จะดำรงชีวิตอยู่ในสังคมได้อย่างมีความสุข และเป็นมรดกทางวัฒนธรรมที่สืบทอดต่อมาจนถึงเยาวชนรุ่นหลัง

สิริรัตน์ เดชศรี (2528, หน้า 11) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้คือ

1. คณิตศาสตร์มีประโยชน์ต่อชีวิตประจำวันของมนุษย์ เพราะมนุษย์ทุกคนต้องใช้และเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อยู่เสมอ

2. คณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนวิทยาศาสตร์ เพราะคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือของวิทยาศาสตร์ ความเจริญของวิทยาศาสตร์แขนงต่างๆ และเทคโนโลยีขึ้นอยู่กับคณิตศาสตร์เป็นส่วนใหญ่

3. คณิตศาสตร์สร้างทัศนคติที่ถูกต้องต่อการศึกษา เพราะเป็นวิชาที่ต้องใช้เหตุผล ทำให้ผู้เรียนคิดด้วยตนเองได้ และสามารถจะวิเคราะห์ปัญหาต่างๆ ได้

4. คณิตศาสตร์เป็นมรดกของวัฒนธรรมส่วนหนึ่งของคนรุ่นก่อนได้คิดสร้างสรรค์ไว้และถ่ายทอดให้คนรุ่นหลัง การศึกษาคณิตศาสตร์จึงเป็นการศึกษาวัฒนธรรม อารยธรรม และความก้าวหน้าของมนุษย์

สุรศักดิ์ อมรรตน์ศักดิ์ และอนุสรณ์ สกุลคู (2537, หน้า 1-7) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ ซึ่งพอจะสรุปได้ดังนี้คือ

1. ความสำคัญในแง่ชีวิตประจำวัน คณิตศาสตร์ได้เข้ามามีบทบาทในชีวิตประจำวันของมนุษย์ นับตั้งแต่อดีต ปัจจุบัน และยังคงมีความสำคัญต่อไปในอนาคต โดยเฉพาะการประกอบอาชีพต่างๆ ของมนุษย์ทุกอาชีพต้องเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นพื้นฐานของการเรียนวิชาการอื่นๆ ที่สูงขึ้นไปด้วย

2. ความสำคัญในแง่ที่เป็นภาษาของศาสตร์นั้นๆ คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือหรือภาษาของศาสตร์อื่นๆ เช่น ฟิสิกส์ เคมี ดาราศาสตร์ เป็นต้น ซึ่งกล่าวได้ว่ายิ่งคณิตศาสตร์พัฒนาไปมากเพียงใด ศาสตร์เหล่านี้ก็ยิ่งได้ใช้ความเจริญทางคณิตศาสตร์มาเป็นเครื่องมือเพื่อพัฒนาตนเองให้ก้าวหน้าไปมากขึ้นเพียงนั้น

3. ความสำคัญในแง่ที่เป็นวิธีคิด คณิตศาสตร์เป็นเรื่องของเหตุผลและมีโครงสร้างที่มีลักษณะเฉพาะพิเศษคือ มีลำดับจากอนิยามไปสู่นิยาม กติกา และทฤษฎีบทชัดเจนทุกชั้นทุกตอน ซึ่งจะช่วยให้เราสามารถคิดอย่างมีเหตุผลถูกต้อง และคิดอย่างละเอียดลออ มีลำดับ มีความถูกต้องชัดเจน โดยผู้ที่เรียนคณิตศาสตร์สามารถสร้างและสะสมพร้อมกับสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันหรือในศาสตร์แขนงอื่นๆ

3. คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ประกอบด้วยสาระสำคัญดังต่อไปนี้

1. จุดประสงค์ทั่วไป

จุดประสงค์ทั่วไปของหลักสูตรคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ต้องการให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ จึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้

- 1.1 มีความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ
- 1.2 รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบชัดเจนและรัดกุม
- 1.3 รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
- 1.4 สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียน

คณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

2. โครงสร้างและเนื้อหา

โครงสร้างของคณิตศาสตร์ประถมศึกษา ประกอบด้วยเนื้อหาตามพื้นฐาน 5 สาขา คือ พื้นฐานทางจำนวน พีชคณิต พื้นฐานทางการวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต และพื้นฐานทางสถิติ โดยผสมกลมกลืนกันไปทุกพื้นฐาน เริ่มจากง่ายที่สุดแล้วค่อยยากขึ้นตามลำดับให้เหมาะสมกับวัยและสมรรถภาพของนักเรียน รวมทั้งความจำเป็นที่ต้องใช้ในชีวิตประจำวัน โดยแต่ละพื้นฐานมีรายละเอียดดังนี้

- 2.1 พื้นฐานทางจำนวน พีชคณิต ได้แก่ จำนวน และตัวเลข (ป.1-6) เศษส่วน (ป.2-6) ทศนิยม (ป.4-6) เงิน (ป.1-4) และการประยุกต์ (ป.4-6)

2.2 พื้นฐานทางการวัด ได้แก่ การชั่ง การตวง การวัดความยาว ความสูง ระยะทาง (ป.1-4) เวลา วัน เดือน ปี (ป.1-4) การหาพื้นที่ (ป.4-6) ปริมาตรของรูปทรง (ป.5-6) ทิศและแผนผัง (ป.5-6)

2.3 พื้นฐานทางเรขาคณิต ได้แก่ รูปเรขาคณิต (ป.2-6) และรูปทรง (ป.2-6)

2.4 พื้นฐานทางสถิติ ได้แก่ การอ่าน การเขียนแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง (ป.3-6) การอ่านตารางเวลา และตารางอื่นๆ (ป.3-4) การอ่านแผนภูมิวงหรือแผนภูมิรูปวงกลม การบอกตำแหน่ง การเขียนตำแหน่งของกลุ่มลำดับ การอ่านและการเขียนกราฟของกลุ่มลำดับ (ป.6)

หลักการสอนคณิตศาสตร์และเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

หลักการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

ในการนำหลักสูตรคณิตศาสตร์ไปสู่การจัดการเรียนการสอนให้บรรลุจุดประสงค์ของหลักสูตรนั้น ครูเป็นผู้มีบทบาทยิ่ง จุดมุ่งหมายของหลักสูตรมุ่งให้ผู้เรียนได้รับทั้งเนื้อหาและกระบวนการ ดังที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ ได้เสนอแนะแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนได้บรรลุจุดประสงค์ของหลักสูตร (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2535, หน้า 2-4) สรุปตามจุดประสงค์ของหลักสูตรรายข้อดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์และมีทักษะการคิดคำนวณให้จัดกิจกรรมโดยใช้ของจริง ใช้ภาพ (ทั้งรูปธรรม) และใช้สัญลักษณ์ (นามธรรม) ในการจัดกิจกรรมควรมุ่งไปสู่ประสบการณ์ระดับนามธรรมให้เร็วที่สุดตามความสามารถของผู้เรียน และเมื่อนักเรียนมีความรู้ความเข้าใจดีแล้วจะต้องมีการฝึกฝนเพื่อให้เกิดความชำนาญถูกต้อง แม่นยำและรวดเร็วในการคิดคำนวณ การฝึกเป็นสิ่งจำเป็น ครูต้องให้นักเรียนได้ฝึกฝนให้มากพอ เช่น ทำแบบฝึกหัดจากหนังสือเรียนจากบัตรงานหรือจากแบบฝึกหัดที่ครูคิดขึ้นเอง หรือจากกิจกรรมประเภทต่างๆ เช่น การฝึกคิดเลขเร็ว การเล่นเกม การท่องสูตรคูณ ก็เป็นวิธีการอย่างหนึ่งที่ช่วยให้นักเรียนมีความแม่นยำ รวดเร็วในเรื่องของสูตรคูณได้

2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกมาอย่างเป็นระเบียบ ชัดเจน รัดกุม ธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์มีลักษณะโครงสร้างที่เป็นระบบและมีเหตุผลอยู่ในตัวเองเป็นวิชาที่สามารถช่วยฝึกการคิดอย่างมีเหตุผลได้เป็นอย่างดี และควรใช้สอนสอดแทรกทุกครั้งที่มีโอกาส คำถามที่ใช้ควรเป็นประเภท ทำไม เพราะเหตุใด จึงยกตัวอย่าง จริงหรือไม่ ฯลฯ และแนวทางของกิจกรรมควรเป็นดังนี้

- 2.1 ให้อธิบายเหตุผลโดยใช้ความรู้ที่เรียนมา
- 2.2 ให้อธิบายเหตุผลตามความเข้าใจ ความคิดของนักเรียน
- 2.3 ให้นักเรียนสรุปกฎเกณฑ์ด้วยตนเอง โดยความช่วยเหลือของครู
- 2.4 ให้ยกตัวอย่างขัดแย้งหรือหาเหตุผลสนับสนุน
- 2.5 ยั่วให้มีการทดลองหรือการเสาะแสวงหาคำตอบ

3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ การปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ มีความสำคัญและจำเป็นเช่นเดียวกับการพัฒนาความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา ดังนั้นครูจึงควรให้ความสนใจด้วยว่ากิจกรรมเหล่านั้นจะมีผลต่อเจตคติในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในทางบวกหรือทางลบ แนวการจัดกิจกรรมควรยึดหลักดังนี้

- 3.1 การสอนคณิตศาสตร์โดยเน้นความเข้าใจ
- 3.2 ให้แบบฝึกหัดที่เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน
- 3.3 ให้ทำกิจกรรมสนุกสนาน เช่น กิจกรรมการแข่งขัน

4. สามารถนำความรู้ ความคิด และทักษะในการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้ในสิ่งต่าง ๆ และชีวิตประจำวัน เนื่องจากวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มทักษะที่เป็นเครื่องมือการเรียนรู้ ดังนั้นการเรียนรู้ในหลายเรื่อง ต้องอาศัยคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน ครูจะต้องสอนให้นักเรียนได้เคยชินกับทักษะกระบวนการ กระบวนการแก้ปัญหาและกระบวนการคิด

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529, หน้า 24-25) ได้กล่าวถึงการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรม การเรียนการสอนของครูไว้ดังนี้

1. สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก คือ พร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และพร้อมในแง่ความรู้ที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อนเพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกันจะช่วยให้เด็กเกิดความเข้าใจมองเห็นความเข้าใจมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนได้ดี
2. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องจัดให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการความสนใจและความสามารถของเด็ก เพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาภายหลัง
3. คำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ครูต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่นๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา
4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก่อนเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละคน
5. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้น การสอนเพื่อสร้างความคิดความเข้าใจในระยะเริ่มแรก จะต้องเป็นประสบการณ์ต่างๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้

เกิดความสับสนจะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอน การสอนจะเป็นไปตามขั้นตอนที่วางไว้

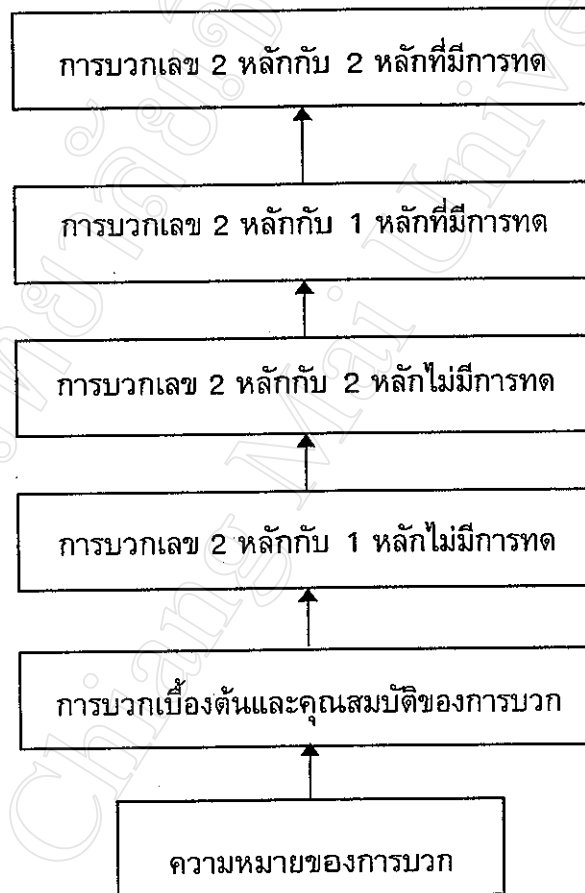
6. การสอนแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่า จัดกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์อะไร
 7. เวลาที่ใช้ในการสอน ควรจะใช้ระยะเวลาพอสมควร ไม่นานจนเกินไป
 8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่นได้ ให้เด็กมีโอกาสเลือกทำกิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตนและให้อิสระในการทำงานแก่เด็ก
 9. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการวางแผนร่วมกันกับครู เพราะจะช่วยให้ครูเกิดความมั่นใจในการสอนและเป็นไปตามความพอใจของเด็ก
 10. การสอนคณิตศาสตร์จะดีถ้าเด็กมีการทำงานร่วมกันหรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้าสรุปกฎเกณฑ์ต่างๆ แก่ปัญหาต่างๆ ด้วยตนเองร่วมกับเพื่อนๆ
 11. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วยจึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามต่อไปแก่เด็ก
 12. นักเรียนระดับประถมศึกษาอยู่ในระหว่างอายุ 6-12 ปี จะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนโดยครูใช้ของจริงหรืออุปกรณ์ซึ่งเป็นรูปธรรม นำไปสู่นามธรรมตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจมิใช่จำ ดังเช่น การสอนในอดีตที่ผ่านมาทำให้เห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้
 13. การประเมินผลการเรียนการสอน เป็นกระบวนการต่อเนื่องและเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม เป็นเครื่องมือในการวัดผล จะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของตน
 14. ไม่ควรจำกัดวิธีคิดคำนวณหาคำตอบของเด็ก แต่ควรแนะวิธีคิดที่รวดเร็ว แต่แม่นยำภายหลัง
 15. ฝึกให้เด็กรู้จักตรวจเช็คคำตอบช่วยตนเอง
- นอกจากนี้ วัลลภา อารีรัตน์ (2532, หน้า 47-50) ได้เสนอว่า หลักในการสอนคณิตศาสตร์นั้นควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. การสอนเนื้อหาใหม่แต่ละครั้งครูจะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนทั้งความพร้อมด้านวุฒิภาวะ และเนื้อหา

ความพร้อมด้านวุฒิภาวะ หมายถึง ความพร้อมของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องสำรวจความรู้เดิมของผู้เรียนว่ามีเพียงพอที่จะเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาใหม่หรือไม่

ความพร้อมในด้านเนื้อหา นั้น ผู้สอนจะต้องทราบขอบข่ายเรื่องที่เรียนว่า มีเนื้อหาอะไรบ้างที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้เพราะการจัดเนื้อหาคณิตศาสตร์แนวใหม่เน้นโครงสร้างของเนื้อหา ซึ่งโครงสร้างของเนื้อหาวิชา มี 2 ลักษณะคือ

- (ก) ลำดับเนื้อหาวิชาโดยส่วนรวม เช่น การเรียนคณิตศาสตร์ควรจะเริ่มจากความรู้ที่เกี่ยวกับการจำแนก การจัดลำดับ การนับตัวเลข ค่าประจำหลัก การบวก การลบ การคูณ การหาร
- (ข) ลำดับเนื้อหาเฉพาะเรื่อง เช่น การสอนการบวก ควรมีลำดับขั้นดังนี้



ดังนั้นหน้าที่ของครูคณิตศาสตร์ก็คือ พิจารณาความสัมพันธ์ของโครงสร้างของเนื้อหาแต่ละเรื่อง ซึ่งจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งทั้งต่อผู้เรียนในการเตรียมความพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ และช่วยครูในการเตรียมวางแผนการสอนด้วย

2. การสอนคณิตศาสตร์เน้นเรื่องความเข้าใจมากกว่าความจำ การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่จึงเน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีความหมายและใช้วิธีการสอนต่างๆ มากขึ้น นักเรียนจะต้อง

เข้าใจความคิดรวบยอดก่อนแล้วจึงฝึกทักษะหรือทำแบบฝึกหัดเพื่อเพิ่มพูนประสบการณ์อันจะนำไปสู่การนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์จึงยึดหลักการดังนี้

2.1 การสอนเพื่อให้เกิดการซึมซาบ หมายถึง ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นเป็นเรื่องของการจัดระบบที่ต้องเรียนตามลำดับขั้น เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจทีละน้อยๆ และมีทักษะเบื้องต้นตามที่ต้องการ นอกจากนั้นแนวคิดใหม่จะต้องสัมพันธ์กับความคิดเดิมไม่ขัดแย้ง สับสน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนด้วยตนเองตามลำพังได้ในที่สุด

2.2 การสอนเพื่อให้เกิดความรู้ถาวร เมื่อผู้เรียนเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์แล้วจึงให้ทำแบบฝึกหัด ฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผลและถูกต้อง มีการจัดสภาพการเรียนการสอนที่คำนึงถึงความเจริญเติบโต และพัฒนาการของผู้เรียน ผู้สอนจะต้องทบทวนย้ำแนวคิดที่สำคัญๆ ด้วยการเตรียมกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนตอบคำถาม จัดสื่อการสอน เขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ หรือบางครั้งผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมเสริมประสบการณ์เป็นครั้งคราว เช่น ให้ทำแบบฝึกหัดเสริมเพิ่มเติม เป็นต้น

2.3 การสอนเพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ ได้ การจัดการเรียนการสอนในขั้นนี้จะต้องเน้นกิจกรรมที่ฝึกให้ผู้เรียนได้ฝึกโดยให้คิดตามขั้นตอนอย่างมีระบบ ตลอดจนสามารถสรุปความคิดรวบยอดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ อันจะมีผลช่วยให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจในการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้

3. ใช้วิธีอุปมาน (Inductive) ในการสรุปหลักการทางคณิตศาสตร์แล้วนำความไปใช้ด้วยวิธีอนุมาน (Deductive)

4. ควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่นักเรียนเพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายและหลักการทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ควรจัดมี 3 ประเภท ได้แก่

4.1 ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม

4.2 ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม

4.3 ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม

5. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน การที่เด็กจะมีความสามารถในการแก้ปัญหา นั้น ครูควรส่งเสริมให้เด็กได้อภิปรายและแสดงความคิดเห็นในโจทย์ปัญหา หรือสถานการณ์ต่างๆ แล้วแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคคณิตศาสตร์ เมื่อได้ผลลัพธ์แล้วจะต้องฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบด้วย ดังนั้นในการสอนโจทย์ปัญหานั้นผู้สอนจะต้องเตรียมการสอนล่วงหน้า เพื่อให้ได้สัดส่วนกันอย่างแท้จริงทั้งในด้านส่งเสริมการคิด และนำเอาไปใช้ในสถานการณ์ภาคปฏิบัติ

6. ส่งเสริมการสอนโดยใช้กิจกรรมและสื่อการสอน การสอนเรื่องใหม่แต่ละครั้งควรใช้สื่อรูปธรรม อธิบายแนวคิดนามธรรมทางคณิตศาสตร์ ในการจัดกิจกรรมควรจัดให้นักเรียนได้ทดลอง

ค้นคว้าหาคำตอบด้วยตนเอง นักเรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมกับนามธรรม การแสดงตัวอย่างควรให้ความหมายแก่นักเรียน และเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ในชีวิตประจำวันของผู้เรียนด้วย

7. จัดบทเรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล นักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกันตั้งแต่เริ่มเข้าเรียน ทั้งในด้านความสนใจ ระดับสติปัญญาและจะยิ่งแตกต่างกันมากยิ่งขึ้นในระดับสูงๆ ขึ้นไป ดังนั้นถ้าครูสามารถจัดบทเรียนและกิจกรรมการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงเด็กเก่ง และเด็กเรียนช้าแล้วจะช่วยพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

8. ครูควรใช้เทคนิคต่างๆ สร้างบรรยากาศที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยธรรมชาติวิชาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับนามธรรม เข้าใจยาก ดังนั้นในการจัดกิจกรรมครูจะต้องมีเทคนิคในการเสริมสร้างบทเรียนให้มีชีวิตชีวา นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน มีความกระตือรือร้น ไม่เบื่อหน่าย ซึ่งนอกจากจะช่วยเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์แล้วยังเป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้ นักเรียนนำทักษะต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่ดีนั้น ครูจะต้องสอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก ควรจัดกิจกรรมให้เด็กเกิดความสนุกสนานในขณะที่เรียน กิจกรรมที่จัดต้องเหมาะสมกับเด็กในแต่ละวัยและสอนจากสิ่งที่ง่ายไปหาสิ่งที่ยากขึ้น สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม โดยอาศัยอุปกรณ์หรือประสบการณ์จริงของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ และเกิดความเชื่อมั่นในตนเองในการที่จะนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520, หน้า 22-23) ได้กล่าวถึงทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ไว้ 3 ทฤษฎีคือ

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory) เน้นในเรื่องการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมาก ซ้ำกันมากๆ จนกว่าเด็กจะเคยชินกับวิธีการนั้นๆ โดยครูเป็นผู้บอกสูตรหรือกฎเกณฑ์ให้หรือเป็นผู้ให้ตัวอย่าง แต่ทฤษฎีนี้ยังมีข้อบกพร่องอยู่หลายประการคือ

1.1 เป็นทฤษฎีที่เด็กต้องจดจำ ท่องจำกฎเกณฑ์ สูตรซึ่งเป็นเรื่องยากสำหรับเด็ก

1.2 เด็กไม่อาจจะจดจำข้อเท็จจริงต่างๆ ที่ได้เรียนมาแล้วได้หมด

1.3 เด็กจะขาดความเข้าใจในสิ่งที่ได้เรียนเป็นเหตุให้เกิดความลำบากสับสนในการคิดคำนวณแก้ปัญหาและสิ่งที่ยากที่เรียนได้ง่าย

2. ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยบังเอิญ (Incidental-Learning Theory) ทฤษฎีนี้มีความเชื่อว่า เด็กจะเรียนได้เมื่อเกิดความต้องการหรือเกิดความอยากรู้ แต่จุดอ่อนหรือข้อบกพร่องของทฤษฎีนี้ คือ ในทางปฏิบัติจริงแล้ว เหตุการณ์จะไม่เกิดขึ้นบ่อยนัก จึงทำให้ทฤษฎีนี้ไม่ได้ผล

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory) เน้นว่าการคิดคำนวณกับการเป็นอยู่ในสังคม เป็นหัวใจในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และเชื่อว่าเด็กจะเรียนรู้และเข้าใจสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อสิ่งนั้นมีความหมายต่อเด็กเอง และเป็นเรื่อง que เด็กได้เห็นและปฏิบัติในสังคมประจำวันของเด็ก จากผลการค้นคว้าและวิจัยเรื่องการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาาระดับชั้น ป.1-2 ตามทฤษฎีนี้เด็ก จะเรียนคณิตศาสตร์ได้ผลดีที่สุด

เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากครูจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ตลอดจนการวัดผลประเมินผลเป็นอย่างดีแล้ว ครูจำเป็นต้องศึกษาเทคนิคที่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและค้นพบหลักการทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งควรจัดกิจกรรมให้เกิดความสนุกสนาน ไม่เบื่อหน่าย เพื่อทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่งมีนักการศึกษาเสนอเทคนิคในการสอนคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

วัลลภา อาริรัตน์ (2532, หน้า 55-57) ได้กล่าวถึงเทคนิคในการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เทคนิคการยกตัวอย่าง การยกตัวอย่างและการให้โจทย์ปัญหานั้นไม่จำเป็นที่จะต้องใช้ตัวอย่างหรือโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเสมอไป การที่ผู้สอนสามารถยกตัวอย่างได้อย่างสมเหตุสมผลทันทีทันใด ตัวอย่างนั้นน่าสนใจ ทำทลายความคิดจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจอยากที่จะเรียน และศรัทธาในตัวผู้สอน

การยกตัวอย่างประกอบการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูโดยทั่วไปมักจะยกตัวอย่างตามหนังสือเรียน ซึ่งถ้าครูทำเช่นนั้นตลอดเวลาผู้เรียนจะเกิดการเบื่อหน่ายได้ ฉะนั้นเทคนิคที่สำคัญในการยกตัวอย่างก็คือ

1. ควรยกตัวอย่างที่แตกต่างจากหนังสือเรียน การสร้างตัวอย่างให้แตกต่างจากแบบเรียนจะมีส่วนช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจบทเรียนยิ่งขึ้น แต่ผู้สอนจะต้องวิเคราะห์จุดประสงค์ของตัวอย่างในหนังสือเรียนเสียก่อน เพื่อจะได้ดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของบทเรียน

2. ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน โดยพยายามเริ่มจากตัวอย่างที่ใกล้ตัวนักเรียน เพื่อที่เขาจะได้เข้าใจหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเบื้องต้นก่อน จากนั้นจึงให้ตัวอย่างในหนังสือเรียนเสียก่อน เพื่อจะได้ดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของบทเรียน

3. การยกตัวอย่างในวิชาคณิตศาสตร์ คือ การเสนอโจทย์ปัญหานั้นเอง การให้โจทย์นักเรียน ครูจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องในเนื้อหาที่จะสอนด้วย ถ้าเป็นโจทย์ที่ยุ่งยากซับซ้อน ครูควรเตรียมเครื่องมือ สื่อการสอนประกอบการอธิบาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและค้นพบวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและมั่นใจ

การยกตัวอย่างเป็นเทคนิคที่ต้องอาศัยการฝึกฝน การเตรียมการล่วงหน้าและประสบการณ์เดิม เพราะการยกตัวอย่างนั้นมักจะเกิดขึ้นขณะกำลังดำเนินการสอนอยู่อย่างต่อเนื่อง ผู้สอนจึงจำเป็นต้องศึกษาหาวิธีการยกตัวอย่างที่เหมาะสม อันจะเป็นการช่วยสร้างความเข้าใจและเชื่อมโยงมโนทัศน์คณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการนำไปใช้มากขึ้น

2. เทคนิคการใช้คำถาม การตั้งคำถามเป็นเรื่องที่จำเป็นในการสอน การถามแทรกอยู่กับการสอนทุกวิธี ยิ่งการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่เน้นการสอนแบบค้นพบด้วยตนเอง ยิ่งทำให้บทบาทของการใช้คำถามเด่นชัดขึ้น คำถามที่ดีจะเป็นประโยชน์ในการกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักคิด รู้จักสังเกตนำไปสู่แนวทางการสรุปมโนทัศน์คณิตศาสตร์ ซึ่งคำถามที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. เป็นคำถามที่ชัดเจน มีความหมายที่แน่นอน
2. คำถามนั้นไม่ยากและไม่ยากจนเกินไป เหมาะสมกับเนื้อหาที่เรียน และเหมาะสมกับวัยและระดับของผู้เรียน
3. ไม่เป็นคำถามซ้อนคำถาม ควรถามทีละประโยคเช่น รูปนี้เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด รูปนี้มีพื้นที่เท่าไร เป็นต้น
4. ไม่ควรเป็นคำถามเชิงปฏิเสธ
5. ไม่ควรเป็นคำถามนำ
6. คำถามที่ดีควรเป็นคำถามที่พัฒนาความคิด ช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นการวิเคราะห์ปัญหา การใช้คำถามเพื่อชักนำให้นักเรียนคิดนั้น จะเกิดขึ้นได้จากการจัดกิจกรรมที่เน้นกิจกรรมระหว่างครูกับนักเรียน

การใช้คำถามประกอบการสอนนั้น ผู้สอนจะต้องให้ความสนใจศึกษาหาวิธีการถาม โดยใช้คำถามที่ชัดเจน เพื่อชักนำให้นักเรียนคิด สำหรับเนื้อหาที่ยากต้องใช้กระบวนการคิดที่ซับซ้อน ครูควรใช้เทคนิคการใช้คำถามควบคู่กับการเล่าเรื่องโดยอาจใช้ภาพ เกม หรือการเล่านิทานประกอบการตอบคำถามไปด้วย ซึ่งนอกจากจะให้บทเรียนนั้นสนุกสนานน่าสนใจยังเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมแสดงความคิดเห็น ทำให้ครูทราบแนวคิดของนักเรียนในเรื่องว่ามีความเข้าใจเพียงไร การตั้งคำถามที่ดีจะเป็นสื่อช่วยให้ผู้ตอบพัฒนาความคิดจนสามารถหาคำตอบและสรุปได้

3. เทคนิคการนำเข้าสู่บทเรียน การนำเข้าสู่บทเรียนเป็นกิจกรรมที่ครูจัดขึ้นก่อนเริ่มการสอนเนื้อหา เพื่อเป็นการเตรียมผู้เรียนให้มีความคิดอยู่ในใจว่ากำลังจะเรียนร่วมกิจกรรมในบทเรียนมากขึ้น

เทคนิคการนำเข้าสู่บทเรียนมีหลายวิธี ดังนี้

1. วิธีสนทนาซักถาม ซึ่งอาจเป็นการซักถามเพื่อทบทวนความรู้เดิม และตรวจสอบว่าผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้อยู่ในระดับใด เช่น จะสอนการคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็มโดยใช้นิยามของการคูณ ครูจะทบทวนโดยการถามถึงการหาผลบวกของเศษส่วน

2. การร้องเพลง การใช้เพลงนั้นสามารถนำเข้าสู่บทเรียนหรือสรุปบทเรียนได้ ซึ่งก่อนที่นักเรียนจะร้องเพลง ครูจะต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาเสียก่อน เพลงนั้นควรเลือกให้เหมาะกับเนื้อหาในระดับชั้น และวัยของผู้เรียน

3. การทนายปัญหา การทนายปัญหาคูจะต้องคำนึงถึงเนื้อหา การใช้ภาษาที่สั้นกระชับรัดชัดเจน และศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องด้วย เช่น ฉันทันเป็นเลขจำนวน 3 หลัก หลักร้อยเป็นเลขดีอยู่ระหว่าง 8 กับ 9 หลักสิบมีค่าเป็นศูนย์ หลักหน่วยเป็นเลขคู่อยู่ระหว่าง 3 กับ 5 จงหาว่าฉันทันคือจำนวนอะไร เป็นต้น

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครั้งใดก็ตาม การสรุปบทเรียนจะทำได้เมื่อจบบทเรียนเมื่อเรียนเรื่องหนึ่งเรื่องใดในบทเรียน หรือเมื่อนักเรียนอภิปรายหรือฝึกปฏิบัติทดลองจบลง ซึ่งในการสรุปสาระสำคัญของเนื้อหานั้นครูไม่จำเป็นต้องสรุปเองทั้งหมด นักเรียนควรมีส่วนร่วม แต่ครูจะต้องพยายามขมวดปมให้ได้สาระสำคัญๆ และประมวลเรียบเรียงอย่างเหมาะสม เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่ถูกต้องในเรื่องนั้นๆ และเชื่อมโยงไปสู่การเรียนรู้ในเนื้อหาต่อไป

นอกจากนี้ เกื้อจิตต์ จิมทิม (อ้างใน สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 21-23) ยังได้เสนอเทคนิคการสอนที่สำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ มีดังต่อไปนี้

1. การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นปัจจัยที่มีความสำคัญมากต่อการสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรมเพราะสื่อการสอนจะแสดงออกมาในรูปของรูปธรรม ทั้งนี้ในหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 ได้เน้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยการค้นพบจากการใช้สื่อการสอนในการสอนนักเรียนระดับประถมศึกษา ยิ่งเล็กเท่าใดก็มีความจำเป็นจะต้องใช้สื่อการสอนมากขึ้นเท่านั้น เนื่องจากเป็นขั้นวางพื้นฐานในการสร้างความเข้าใจความคิดรวบยอดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเรื่องสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาอันเป็นจุดประสงค์ของหลักสูตร นอกจากนี้ยังใช้สื่อการสอนในการเปลี่ยนสภาพเนื้อหาที่เป็นนามธรรมให้อยู่ในรูปธรรมแล้ว สื่อการสอนยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจ จำได้นาน ทุ่นเวลาในการสอนและที่สำคัญที่สุด คือ การใช้สื่อการสอนจะช่วยให้นักเรียนเกิดความอยากเรียนรู้ทำให้เกิดความพร้อมในการเรียน

การเลือกใช้สื่อการสอน ควรพิจารณาให้เหมาะสมกับบทเรียน หาได้ง่ายในท้องถิ่น ประหยัด ทั้งนี้ครูจะต้องเตรียมสื่อให้พร้อม ฝึกใช้อย่างคล่องแคล่ว เลือกลักษณะของสื่อการสอนที่มี ขนาดที่พอเหมาะและสีที่น่าสนใจ ดังนั้นเทคนิคการใช้สื่อการสอนอาจจัดเป็นเทคนิคการสอนวิชา คณิตศาสตร์ที่สำคัญที่สุดก็ได้

2. การทำแบบฝึกหัด ครูควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

2.1 ควรหาโจทย์ปัญหาแปลกๆ ที่ใกล้ตัวและเหมาะสมกับวัยและระดับชั้นเรียนของนักเรียน

2.2 ควรหาวิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหาในรูปแบบต่างๆ เช่น ใช้คำสั่งเป็นบทร้อยกรอง หรือการแสดงวิธีทำหลายๆ รูปแบบ

2.3 ในแต่ละแบบฝึกควรมีรายละเอียดเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์และจุดประสงค์ของ แบบฝึกแต่ละชุด และวันที่ไว้สำหรับให้นักเรียน เขียนชื่อ-สกุล เลขที่ และวันที่

2.4 เขียนคำสั่งในแต่ละแบบฝึกให้ชัดเจน

2.5 ควรเสริมสร้างให้นักเรียนทำงานด้วยความเพลิดเพลิน เช่น การระบายสี

2.6 การทำแบบฝึก ควรมีการเตรียมงานอย่างมีระบบ เช่น

2.6.1 เลือกเนื้อหาที่ต้องการฝึกทักษะ

2.6.2 ตั้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของเนื้อหาที่ต้องการฝึกนั้น

2.6.3 เตรียมคำถามหรือโจทย์ปัญหา

2.6.4 ร่างรูปแบบของแบบฝึกแล้วตรวจสอบความถูกต้อง

2.6.5 จัดทำแบบฝึกตามฉบับร่าง

2.7 เสริมสร้างให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์

3. การใช้บัตรงาน ควรพิจารณาการใช้บัตรงานดังนี้

3.1 เรียงลำดับบัตรงานจากง่ายไปหายาก เลือกให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละกลุ่ม เช่น กลุ่มเก่งอาจจะไม่ชอบงานง่ายก็ควรเลือกงานยากให้เพื่อเป็นการท้าทายความคิด

3.2 เลือกใช้บัตรงานให้ตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการจะฝึก

3.3 ให้นักเรียนเลือกบัตรงานในแต่ละเรื่องด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถ

3.4 ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมจากในหนังสือ

3.5 ให้นักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าของตนเอง สามารถตรวจคำตอบด้วยตนเอง ทำให้เกิดความมั่นใจและเพลิดเพลินในการทำงาน

3.6 บัตรงานแต่ละบัตรควรมีแนวคิดหรือตัวอย่างให้นักเรียนดูก่อน

3.7 ครูควรให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม จะเป็นการช่วยเหลือนักเรียนอ่อนและส่งเสริมนักเรียนที่เก่ง

3.8 ใช้บัตรงานกับนักเรียนที่มีพื้นฐานที่ไม่ดีพอ เพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาเดิม

ในการเตรียมบัตรงานให้นักเรียนนั้นควรจัดแบ่งบัตรงานออกเป็น 3 ประเภทคือ ประเภทที่ง่ายกว่าแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ประเภทที่ยากกว่าหนังสือเรียน และประเภทที่มีไว้เพื่อแก้ปัญหาแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนน้อยเกินไปไม่เพียงพอที่จะฝึกทักษะให้นักเรียนบัตรงานทั้ง

3 ประเภทจะช่วยแบ่งเบาภาระการทำงานของครู ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการการเรียนรู้จากกันและกัน เป็นประสบการณ์การเรียนรู้จากเพื่อนสอนเพื่อน ทำให้นักเรียนไม่เบื่อหน่ายที่จะทำแบบฝึก ทั้งนี้จะส่งเสริมนิสัยรักการทำงานเป็นกลุ่มด้วย

4. การสรุปบทเรียน การสรุปบทเรียนเป็นหัวใจของการจัดการเรียนการสอนในแต่ละชั่วโมง เพราะเป็นการสรุปความคิดรวบยอดของเนื้อหาต่างๆ ดังนั้นในการสรุปเนื้อหาทุกครั้งควรมีเทคนิคหลายรูปแบบที่แตกต่างกัน เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย เทคนิคต่างๆ ที่น่าจะมาใช้ในการสรุปบทเรียนมีดังนี้

4.1 สรุปด้วยการใช้เพลงหรือกลอน

4.2 สรุปด้วยการตั้งคำถาม

4.3 สรุปด้วยการยกตัวอย่างให้นักเรียนดู

4.4 สรุปจากการสังเกตและทดลอง

4.5 สรุปจากกิจกรรมที่จัดขึ้น

ทั้งนี้ควรใช้เทคนิคต่างๆ หมุนเวียนกันไปไม่ควรใช้ซ้ำๆ กัน นอกจากจะทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายแล้วยังมีผลต่อทัศนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

จากเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา พอสรุปได้ว่า ในการสอนคณิตศาสตร์ที่จะให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีนั้น ผู้สอนจำเป็นต้องนำเทคนิคในการสอนมาใช้อย่างหลากหลายเพื่อเป็นแรงจูงใจและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนรู้ โดยผู้สอนต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับความสนใจและความสามารถของเด็กในแต่ละวัย

แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

ทักษะ (Skill) เป็นแบบของพฤติกรรมที่กระทำไปด้วยความราบเรียบ รวดเร็ว แม่นยำ ซึ่งเป็นผลมาจากการพัฒนาความสามารถของคน ทักษะเป็นระดับความคล่องแคล่วในการประกอบกิจกรรมอย่างใดอย่างหนึ่ง ให้ดำเนินไปอย่างต่อเนื่องตามลำดับ มีระบบและมีรูปแบบของการ

ประสานต่อเนื่องกันทั้งกิจกรรมทางร่างกายและจิตใจ ซึ่งประกอบไปด้วยกระบวนการรับ (ได้แก่ อวัยวะสัมผัสต่าง ๆ) กับกระบวนการแสดงออก (กล้ามเนื้อต่าง ๆ) ซึ่งเป็นการตอบสนองทักษะเป็น การใช้การรับรู้ ด้านกลไก การใช้มือและความสามารถทางสังคม ซึ่งขึ้นอยู่กับเนื้อหาของทักษะนั้น

ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์ (2534, หน้า 83) ได้เสนอขั้นตอนการเรียนรู้ทักษะปฏิบัติไว้ ดังต่อไปนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจ (Cognitive Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจำเป็นต้องศึกษาให้เข้าใจ ขั้นตอน ต่าง ๆ ของทักษะนั้นเสียก่อน คือรู้ว่าทำอะไร อย่างไร จะปฏิบัติอย่างไร ผู้เรียนและผู้สอนต้องพยายาม วิเคราะห์ทักษะนั้น ๆ และอาจอธิบายถึงสิ่งที่คาดหวังว่าจะเกิดขึ้น

2. ขั้นฝึกหัดจนเป็นพฤติกรรมคงที่ (Fication Phase) หลังจากที่ได้เข้าใจวิธีการที่จะก่อให้เกิด ทักษะแล้ว ก็เริ่มลงมือฝึกฝน แล้วพฤติกรรมต่าง ๆ ก็จะถูกแก้ไขให้ถูกต้องจนกระทั่งพฤติกรรมที่ ผิดพลาดลดลงเป็นศูนย์ พฤติกรรมที่ถูกแก้ไขก็จะคงที่และทำการฝึกหัดจนเกิดความชำนาญขึ้น

3. ขั้นปฏิบัติได้อย่างอัตโนมัติ (Autonomous Phase) เป็นขั้นที่ทำให้รวดเร็ว ถูกต้อง มีโอกาสผิดนั้นจะไม่เกิดขึ้น ซึ่งเป็นขั้นที่เชี่ยวชาญมาก

สุณีย์ ชีรดากร (2524, หน้า 137-138) กล่าวถึงลำดับขั้นในการสอนทักษะมีดังนี้

1. วิเคราะห์เรื่องที่จะสอนว่ามีรายละเอียดอะไรบ้าง ควรใช้วิธีฝึกอย่างไรแล้วบันทึกไว้ให้ ชัดเจน เพื่อเป็นประโยชน์ในการวางแผนการสอน

2. ประเมินความสามารถเบื้องต้นของผู้เรียนทักษะว่าพร้อมที่จะเรียนทักษะได้หรือยัง

2.1 ฝึกความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นและส่งเสริมที่เด็กมีอยู่แล้วให้ชำนาญยิ่งขึ้น

2.2 อธิบายและสาธิตทักษะที่จะฝึก

2.3 จัดเงื่อนไขที่จะเป็นประโยชน์ต่อการเรียนทักษะให้ 3 ประการคือ

2.4 ให้มีการกระทำที่ต่อเนื่องกันระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง (Contiguity) เพื่อให้ การกระทำเป็นไปอย่างรวดเร็วและมีระบบ

2.5 จัดให้มีการฝึกหัด (Practice) ทบทวนอยู่เสมอ เพื่อฝึกมือกับตาให้ทำงานประสานกัน และต้องรู้จักแบ่งเวลาในการฝึกให้เหมาะสม

2.6 มีการให้ทราบผลย้อนกลับ (Feed back) เช่น ให้แรงเสริมด้วยการชมเชยให้รู้ผลงาน เพื่อให้ผู้เรียนทราบผลการเรียนของตนและเป็นประโยชน์ในการประเมินผลของตนเอง

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2533, หน้า 21-22) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการฝึกทักษะการคิด คำนวน คือ

1. การฝึกทำให้ช่วยจำได้แม่นยำยิ่งขึ้นเพราะโดยปกติการอ่าน การฟัง การมอง การดู หรือ การทำเพียงครั้งเดียวย่อมยากที่จะจดจำได้ทั้งหมด

2. การฝึกเป็นทางนำไปสู่ความถูกต้อง
3. การฝึกเป็นรากฐานในการพัฒนาประสิทธิภาพในการคำนวณ เช่น เมื่อนักเรียนรู้ว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้นแล้ว จากการฝึกจะช่วยเฝ้ามองเห็นวิธีคิด อันจะทำให้คิดได้รวดเร็วขึ้น
4. การฝึกเป็นวิธีหนึ่งที่จะช่วยสร้างความเชื่อมั่นในการคิดคำนวณ เมื่อผู้เรียนประสบความสำเร็จในการคิดคำนวณ คือ คิดคำนวณได้ถูกต้อง และรวดเร็วย่อมก่อให้เกิดแรงตลใจทำให้มีเจตคติที่ดีต่อรายวิชานี้และอยากมีส่วนร่วม

การสอนการบวกจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

การบวกและการลบจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนลบเป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญในการคิดคำนวณ ผู้สอนควรจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้เด็กได้เรียนรู้เข้าใจอย่างชัดเจน เพื่อผู้เรียนจะได้มีทักษะพื้นฐานในการเรียนรู้ในทศคณิตศาสตร์ต่อไป อีกทั้งยังเป็นการสร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วย มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอวิธีการสอนการบวกไว้หลายวิธีด้วยกัน ซึ่งจำแนกตามหัวข้อไว้ดังนี้

ความหมายของการบวก

วรรณิ โสมประยูร (2529, หน้า 18) และ วัลลภา อารีรัตน์ (2532, หน้า 124) ได้ให้ความหมายของการบวกไว้คล้ายกันว่า การบวกเป็นการนำจำนวนสองจำนวนหรือมากกว่ามารวมกัน เพื่อหาจำนวนทั้งหมด จำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกันนี้เรียกว่า ผลรวมหรือผลบวก และสัญลักษณ์ที่แสดงการรวมกันเรียกว่า เครื่องหมาย “+” ใช้เขียนระหว่างตัวเลขสองจำนวนที่นำมาบวกกัน

Gerard (อ้างใน สิริพร ทิพย์คง, 2534, หน้า 105) ได้ให้ความหมายของการบวกไว้ว่า การบวกเป็นการรวมสิ่งของต่างๆ เข้าด้วยกัน โดยการหยิบสิ่งของเหล่านั้นมารวมเข้าอยู่ในกลุ่มเดียวกัน

จากความหมายที่กล่าวมาแล้วนั้น สรุปได้ว่า การบวกหมายถึงการนำสิ่งของสองกลุ่มหรือจำนวนสองจำนวนมารวมกันเพื่อให้ได้จำนวนใหม่หรือสิ่งของกลุ่มใหญ่ซึ่งมีปริมาณมากกว่าเดิม

การสอนความหมายของการบวก

การสอนความหมายของการบวกนั้น อาจแยกเป็น 2 ความหมาย คือ

1. การรวมกัน ความหมายของการบวกในลักษณะเช่นนี้ ใช้ในสถานการณ์ที่มีสิ่งของอยู่สองกลุ่มแล้วรวมกลุ่มของสิ่งของทั้งสองกลุ่มเข้าด้วยกัน

การสอนความหมายของการบวกในประเด็นนี้ ครูควรจะเริ่มแนะนำนักเรียนด้วยกลุ่มของสิ่งของสองกลุ่ม โดยให้นักเรียนบอกจำนวนสมาชิกของสิ่งของในแต่ละกลุ่ม จากนั้นจึงรวมสมาชิกกลุ่มสิ่งของทั้งสองกลุ่มเข้าด้วยกันให้นักเรียนบวกจำนวนสมาชิกของสิ่งของของกลุ่มใหม่ ซึ่งก็คือ ผลบวกของจำนวนสมาชิกกลุ่มนี้หรือกับจำนวนสมาชิกกลุ่มที่สอง

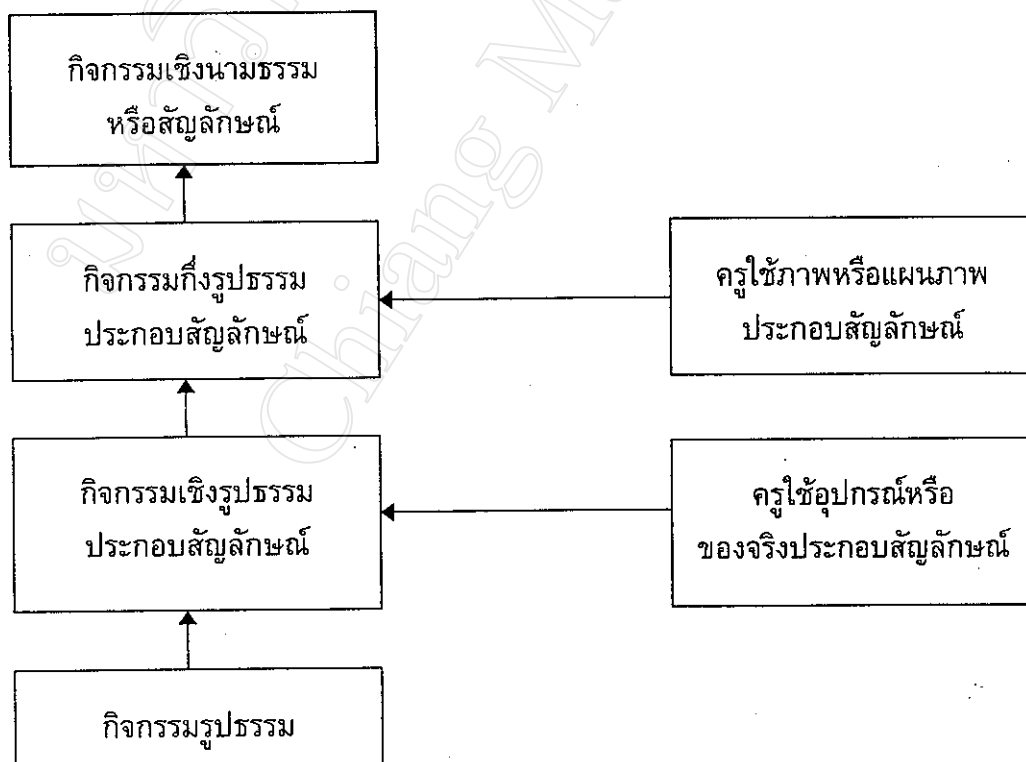
2. การเพิ่มขึ้น ความหมายของการบวกในรูปของการเพิ่มขึ้นใช้ในสถานการณ์ที่เดิมมีสิ่งของอยู่เพียงกลุ่มเดียว หลังจากนั้นมีการ “เพิ่ม” สิ่งของเข้าไปในกลุ่มของสิ่งของที่มีอยู่แล้ว จำนวนสมาชิกของกลุ่มสิ่งของใหม่หลังจากการเพิ่มแล้ว คือ ผลบวกระหว่างจำนวนสมาชิกของกลุ่มสิ่งของเดิมกับสมาชิกของกลุ่มที่เพิ่มเติมเข้าไป

การจัดกิจกรรมการสอนความหมายของการบวกมี 2 วิธีคือ

1. การรวมสมาชิกของเซต ควรเริ่มสอนจากการใช้กิจกรรมรูปธรรม กึ่งรูปธรรมและสัญลักษณ์
2. การใช้เส้นจำนวน เส้นจำนวนเป็นเส้นตรงซึ่งมีสเกลกำหนดไว้ว่า แต่ละหนึ่งหน่วยบนเส้นจำนวนนั้นเป็นเท่าใด โดยแต่ละหน่วยบนเส้นจำนวนนั้นจะต้องยาวเท่ากัน

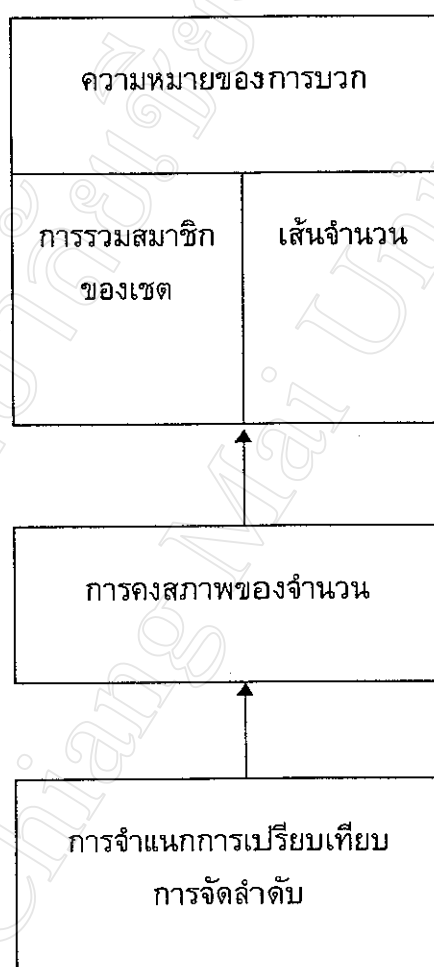
การจัดกิจกรรมการสอนความหมายของการบวกโดยใช้เส้นจำนวน ผู้สอนจะต้องจัดให้เป็นลำดับขั้นอย่างรอบคอบโดยเริ่มต้นจากกิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรมและนามธรรม ตามลำดับ เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้เส้นจำนวนแสดงความหมายและคุณสมบัติที่เกี่ยวกับการบวก

ในการสอนความหมายของการบวกโดยการรวมสมาชิกของเซตและการใช้เส้นจำนวนนั้น ครูควรจัดกิจกรรมเป็นลำดับขั้นดังนี้ (สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 25)



แผนภูมิ 1 แสดงลำดับขั้นการจัดกิจกรรมการสอนความหมายของการบวก

การจัดกิจกรรมเพื่อสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของการบวกนั้นผู้สอนจะต้องพิจารณาจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้เป็นระบบเพื่อความเข้าใจที่ถูกต้องของผู้เรียน จากกิจกรรมการสอนความหมายของการบวกนั้น สามารถสรุปเป็นขั้นตอนดังนี้ (สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 26)



แผนภูมิ 2 แสดงขั้นตอนการสอนความหมายของการบวก

จากแผนภูมิดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า ก่อนนักเรียนจะเรียนความหมายของการบวกนั้น นักเรียนมีประสบการณ์เกี่ยวกับการจำแนก การเปรียบเทียบ การจัดลำดับและการนับ นอกจากนี้เด็กจะต้องมีความเข้าใจการคงสภาพของจำนวนและกระบวนการย้อนกลับ (ประมาณ 7 ขวบ)

คุณสมบัติของการบวก

การบวกในระดับประถมศึกษาเป็นการบวกจำนวนเต็มบวกและศูนย์เท่านั้น ดังนั้นคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มบวกและศูนย์ที่สำคัญซึ่งใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มีดังนี้

1. คุณสมบัติการสลับที่ของการบวก (Commutative Property for Addition) ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์แล้ว $a + b = b + a$

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ตัวตั้งและตัวบวกสามารถสลับที่กันได้โดยไม่ทำให้ผลบวกเปลี่ยนแปลง เช่น $3 + 4 = 4 + 3 = 7$

2. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก (Associative Property for Addition) ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์แล้ว $a + (b + c) = (a + b) + c$

นั่นคือ การบวกจำนวนที่เกิน 2 จำนวนขึ้นไป เราสามารถเลือกจำนวนใดจำนวนหนึ่งมากระทำการบวกก่อนก็ได้ เพราะค่าของผลบวกจะเท่ากัน เช่น $3 + (7 + 5) = (3 + 7) + 5 = 15$

3. คุณสมบัติเอกลักษณ์ของการบวก (Identity Element of Addition) ถ้า $a + 0 = 0 + a = a$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a ทุกตัว เรียก a ว่า เป็นเอกลักษณ์ของการบวก

4. คุณสมบัติการเท่ากันของการบวก เมื่อ a , b และ c ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ ถ้า $a = b$ และ $a + c = b + c$

นั่นคือ จำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน ผลบวกที่ได้ย่อมเท่ากัน เช่น

$$3 + 1 = 5 - 1$$

$$\text{ดังนั้น } (3 + 1) + 6 = (5 - 1) + 6$$

(เรื่องรอง สรแก้ว, 2539, หน้า 37)

การบวกเบื้องต้น (Basic Addition Facts)

การสอนการบวกเบื้องต้นเป็นการหาผลบวกของเลขหลักเดียว ในระหว่าง 0-9 ซึ่งการบวกเราจะหาผลบวกทีละคู่คือ $2 + 3$, $4 + 6$, $8 + 9$, $4 + 1$ ถ้าผลบวกเกิน 10 จะมีการทด การบวกเบื้องต้นเป็นทักษะขั้นพื้นฐานที่ครูควรฝึกฝนให้นักเรียนสามารถบวกได้อย่างคล่องแคล่ว นอกจากนั้นผู้สอนจะต้องฝึกให้ผู้เรียนมีทักษะในการบวกและมีความแม่นยำเรื่องค่าประจำหลัก (Place Value) แล้ว ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ลักษณะและคุณสมบัติของการบวกอีกหลายประการดังนี้ (สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 27-29)

1. การหาผลบวกของ 2 จำนวนที่เท่ากัน (Sum Families) เช่น

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 1 = 3$$

$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 1 = 4$$

.....

.....

$$8 + 9 = 17$$

$$9 + 8 = 17$$

2. การบวกที่ตัวตั้งและตัวบวกเท่ากัน เช่น $0 + 0$, $1 + 1$, $2 + 2$ เป็นต้น

3. เอกลักษณ์ของการบวก คือ การหาผลบวกของ $a + 0 = a$ เมื่อ a คือ จำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

4. คุณสมบัติของการบวกที่สำคัญคือ คุณสมบัติการสลับที่ (Commutative Property) และคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ในการบวก (Associative Property)

จากแนวคิดและเอกสารเกี่ยวกับการสอนการบวกจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบที่กล่าวทั้งหมดสามารถสรุปได้ว่าการสอนเรื่องการบวกนั้น ผู้สอนจะต้องมีมโนคติเกี่ยวกับเนื้อหาแต่ละเรื่องอย่างถูกต้อง นอกจากนั้นยังจะต้องมีความรู้เรื่องลำดับขั้นของเนื้อหาที่เรียงตามลำดับขั้นการเรียนรู้จากง่ายไปยากด้วย ซึ่งจะเป็นแนวทางช่วยให้ครูจัดกิจกรรมได้อย่างเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียนเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องอื่นๆ ต่อไป

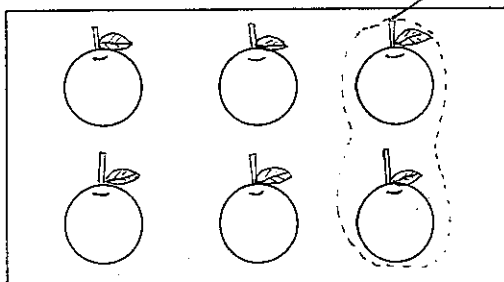
การสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

วัลลภา อารีรัตน์ (2532, หน้า 103-105) ได้เสนอแนวทางการสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ ดังนี้

1. การสอนความหมายของการลบ

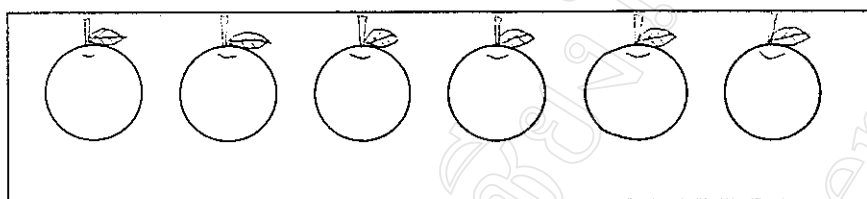
ความหมายของการลบจำแนกออกเป็น 3 ลักษณะคือ

1.1 การนำออก (Take - Away Situation) การสอนความหมายนี้เป็นการหาจำนวนที่เหลืออยู่ เมื่อนำจำนวนหนึ่งหักออกจากจำนวนทั้งหมด เช่น มีส้มอยู่ 6 ผล ให้นำไป 2 ผล ยังมีส้มเหลืออีกเท่าไร

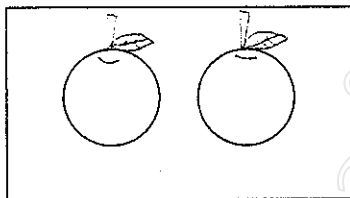


$$6 - 2 = \square$$

1.2 การเปรียบเทียบ (Comparison) เป็นการเปรียบเทียบหาผลต่างของจำนวนสมาชิก 2 เซต ว่าต่างกันอยู่เท่าไร หรือมากน้อยกว่ากันเท่าไร เช่น นิตมีส้ม 6 ผล น้อยมีส้ม 2 ผล นิตมีส้มมากกว่าน้อยก็ผล



นิตมีส้ม 6 ผล



น้อยมีส้ม 2 ผล

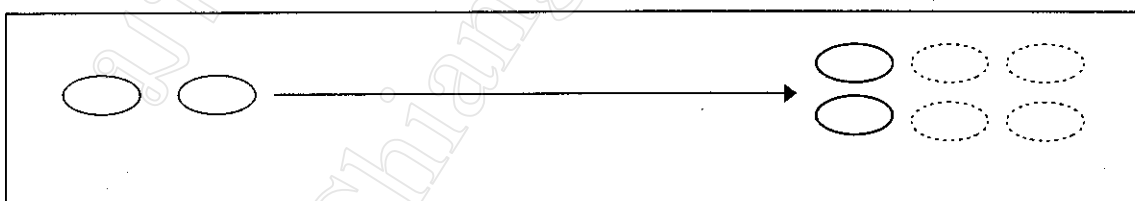
นิตมีส้มมากกว่าน้อย 4 ผล

$$6 - 2 = \square$$

1.3 การนับทบ (How - Many - More - Needed Situation) ความหมายของการสอนในลักษณะนี้ต้องการหาว่าจะต้องนำจำนวนมาเพิ่มอีกเท่าไร จึงจะได้จำนวนครบตามที่ต้องการ เช่น แม่ซื้อไข่มา 2 ฟอง ถ้าต้องการไข่ไก่ 6 ฟอง จะต้องซื้อเพิ่มอีกกี่ฟอง

$$2 + \square = 6$$

$$6 - 2 = \square$$



การสอนความหมายของการลบทั้ง 3 ลักษณะนี้ การสอนในความหมายของการนำออกเป็นความหมายที่ง่ายต่อการเรียนรู้ และทำความเข้าใจของผู้เรียน

คุณสมบัติของการลบ

ในการสอนการลบเบื้องต้น ครูควรสอดแทรกมโนคติที่ไม่เป็นจริงของคุณสมบัติ การสลับที่ และการเปลี่ยนกลุ่มได้ เช่น

1. การลบไม่มีคุณสมบัติการสลับที่ $a - b \neq b - a$ เช่น $3 - 2 \neq 2 - 3$

2. การลบไม่มีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม คือ $a - (b - c) \neq (a - b) - c$

$$\text{เช่น } 5 - (3 - 2) \neq (5 - 3) - 2$$

$$5 - 1 \neq 2 - 2$$

$$4 \neq 0$$

3. “ศูนย์” ไม่เป็นเอกลักษณ์ของการลบ คือ $a - 0 = a$ แต่ $0 - a \neq a$

(สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 31)

จากแนวคิดและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่การลบที่กล่าวมาทั้งหมด สามารถสรุปได้ว่าการสอนการลบนั้น ครูผู้สอนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับลำดับขั้นการเรียนรู้ของเนื้อหาเรื่องการลบเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและประสบความสำเร็จในการเรียนรู้ต่อไป

การฝึกทักษะการคิดคำนวณ

ในการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูไม่สามารถสอนให้นักเรียนทุกคนทำได้รวดเร็วและถูกต้องเหมือนกันหมด แต่ครูก็ต้องพยายามค่อยๆ เปลี่ยนระดับทักษะของนักเรียนตามสติปัญญาและความสามารถของแต่ละบุคคล เพราะนักเรียนบางคนก็คิดได้คล่องแคล่วรวดเร็ว บางคนก็คิดเชื่องช้าแต่อย่างไรก็ตามการสอนของครูนั้นมีความสำคัญยิ่งต่อการฝึกทักษะการคำนวณของนักเรียน

ยุพิน พิพิธกุล (2523, หน้า 222-223) ได้กล่าวถึงหลักในการฝึกทักษะการคิดคำนวณดังนี้

หลักในการฝึกทักษะการคำนวณ

1. ให้นักเรียนเข้าใจความรู้พื้นฐานอย่างมีเหตุมีผลเช่นการบวก $5 + 2 = 7$ ก็อาจใช้เส้นจำนวนแสดง นักเรียนจะบวก ลบ คูณ หาร เก่งและควรจะทำให้รวดเร็วนำมาใช้ได้ทันทีเมื่อต้องการใช้ในรูปแบบต่างๆ

2. การใช้รูปธรรมอธิบายนามธรรมจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้น

3. เมื่อนักเรียนเข้าใจแล้วก็สามารถเขียนเป็นสัญลักษณ์ขึ้นและครูจะต้องเน้นข้อผิดพลาดที่ควรระวังก่อนที่จะทำการฝึกต่อไป

4. ขั้นต่อไปครูจะต้องทำการฝึก อาจจะใช้คำถามให้เขียนตอบ ขณะที่ฝึกนั้นครูจะต้องทบทวนอยู่เสมอในเรื่องที่มีความสำคัญและควรเน้นครูจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

5. เมื่อฝึกบ่อยๆ นักเรียนก็จะสามารถจำได้ ควรฝึกให้นักเรียนจำแต่เรื่องสำคัญๆ และสามารถพลิกแพลงใช้

6. เมื่อนักเรียนจำสูตร กฎเกณฑ์ได้แล้วก็จะต้องนำไปใช้ นักเรียนควรจะคิดได้อย่างถูกต้อง และรวดเร็ว คิดหลายแบบ

7. ฝึกให้เกิดทักษะในการคำนวณ โดยการนำไปใช้กับเรื่องอื่นได้

นอกจากนี้ Johnson และ Rising (อ้างใน สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 33) ได้เสนอหลักการในการฝึกทักษะการคิดคำนวณไว้ดังนี้

1. การฝึกทักษะจะต้องกระทำเมื่อผู้เรียนมีความต้องการที่จะปรับปรุงตนเองให้เกิดความชำนาญคล่องแคล่ว

2. การฝึกควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3. ควรให้ผู้เรียนฝึกทักษะการคิดคำนวณหลังจากที่เข้าใจแนวคิดแล้ว

4. แบบฝึกทักษะที่ให้นักเรียนฝึกไม่ควรยากเกินไป เพื่อให้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาด้วยตนเองได้

5. ควรให้ผู้เรียนฝึกทักษะโดยใช้ความคิดอย่างพินิจพิจารณาควบคู่ไปด้วย

6. การฝึกควรให้นักเรียนฝึกในเนื้อหาที่ซ้ำๆ กัน แต่เปลี่ยนวิธีการฝึกเพื่อผู้เรียนจะได้ไม่เบื่อ

7. การฝึกจะต้องฝึกในสิ่งที่ถูกต้องและนำไปใช้ได้

8. การฝึกแต่ละครั้งควรใช้ระยะเวลาสั้นๆ ประมาณ 10-15 นาที และฝึกทุกวัน

9. ควรเน้นหลักการหรือกฎเกณฑ์ทั่วไปมากกว่าเน้นวิธีลัด

10. การฝึกแต่ละครั้งควรให้ผลย้อนกลับนักเรียนทันทีว่าการฝึกนั้นถูกต้องหรือไม่

11. ให้ผู้เรียนทราบความก้าวหน้าของตนเองทุกครั้งหลังจากการฝึก

12. ไม่ควรใช้การฝึกเป็นการทำโทษเด็กจะทำให้ผู้เรียนมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อการฝึกทักษะ

กระทรวงศึกษาธิการ (2535, หน้า 2-3) ได้กล่าวถึงสิ่งที่ควรคำนึงในการฝึกทักษะการคิดคำนวณ สอดคล้องกันไว้ดังต่อไปนี้

1. การฝึกทักษะควรทำหลังจากนักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องต่างๆ แล้ว

2. การฝึกควรฝึกในช่วงเวลาไม่มากนัก แต่ควรทำบ่อยๆ

3. ควรใช้กิจกรรมการฝึกหลายๆ แบบ

4. การฝึกควรเริ่มจากง่ายไปหายาก

5. การฝึกควรให้น่าสนใจและท้าทายความสามารถ

6. การฝึกควรให้เหมาะสมกับความสามารถของนักเรียนแต่ละคน ดังนั้นนักเรียนทุกคนจึงไม่จำเป็นต้องได้รับการฝึกแบบเดียวกัน

จากแนวคิดต่างๆ เกี่ยวกับการฝึกทักษะคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาที่กล่าวมาพอสรุปเป็นแนวทางในการฝึกทักษะการคิดคำนวณได้ดังนี้

1. การฝึกทักษะการคิดคำนวณจะต้องฝึกหลังจากที่นักเรียนเกิดความเข้าใจในบทสนทนาในเรื่องนั้นๆ อย่างชัดเจนแล้ว
2. การฝึกทักษะควรให้นักเรียนฝึกเป็นรายบุคคล
3. เนื้อหาที่ใช้ในการฝึกควรสอดคล้องกับสิ่งที่ให้นักเรียน ได้เรียนรู้ในแต่ละชั่วโมงเนื้อหาหนึ่งๆ ควรเป็นเรื่องเดียวกันและฝึกซ้ำหลายๆ ครั้งจนเกิดความชำนาญแล้วจึงเปลี่ยนเป็นเนื้อหาใหม่
4. การฝึกแต่ละครั้งควรควรเอาใจใส่นักเรียนอย่างต่อเนื่องและบอกความก้าวหน้าให้ผู้เรียนทราบทุกครั้ง
5. คอยให้กำลังใจ ให้คำชมเชยแก่นักเรียนอย่างสม่ำเสมอด้วยความจริงใจเพื่อสร้างความเชื่อมั่นในตนเองให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

เทคนิควิธีการคิดเกี่ยวกับการบวก

Sundam & Reys (อ้างใน สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 35-36) ได้กล่าวถึงเทคนิควิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนในระดับประถมศึกษา ได้ศึกษาถึงวิธีการหาผลบวกเบื้องต้นได้โดยง่ายไว้ดังนี้

1. เทคนิคการนับเพิ่ม (Counting on) เป็นการบวกโดยวิธีนับเพิ่มทีละหนึ่งจากตัวตั้งจนถึงผลบวก
2. เทคนิคการนับที่มีผลบวกน้อยกว่าหรือมากกว่าผลบวกของจำนวนที่รู้ คำตอบแล้วอยู่หนึ่ง (One more or less than the known fact) หากเด็กสามารถเรียนรู้และเข้าใจการบวกจำนวนสองจำนวนที่มีค่าเท่ากันเป็นอย่างดีแล้ว จะทำให้เด็กสามารถหาผลบวกโดยวิธีมากกว่าหรือน้อยกว่าอยู่ 1 จากจำนวนที่รู้จริงได้ง่ายขึ้น เช่น $5 + 6 = \underline{\quad}$ โดยที่ทราบว่า $5 + 5 = 10$ ดังนั้น $5 + 6$ คือ จำนวนมีค่ามากกว่า 10 อยู่ 1 คือ 11 นั่นคือ มีผลลัพธ์เท่ากับ 11 หรือ $9 + 4 = \underline{\quad}$ โดยที่ทราบว่า $10 + 4 = 14$ ดังนั้น $9 + 4$ คือ จำนวนมีค่าน้อยกว่า 14 อยู่ 1 คือ 13 นั่นคือ มีผลลัพธ์เท่ากับ 13
3. เทคนิคการเพิ่มให้เป็นสิบ (Add to ten) หรือเทคนิคการเปลี่ยนจำนวนที่นำมาบวกกัน ให้จำนวนหนึ่งมีค่าเป็นสิบ (Technique of change unknown to known fact also center on 10) ซึ่งการหาผลบวกโดยวิธีนี้ เด็กจะต้องรู้จักกระบวนการคิด และมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น เช่น

$9 + 6 = \underline{\quad}$ เปลี่ยนมาเป็น $10 + 5$ โดยอาศัยกระบวนการคิดที่ว่า 9 รวมกับ 1 เท่ากับ 10 และนำ 10 รวมกับ 5 ผลลัพธ์จึงเป็น 15 เป็นต้น

Fuson & Kwon (อ้างใน สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 36-37) พบว่านักเรียนในระดับประถมศึกษาามีเทคนิควิธีการในการแก้ปัญหาเรื่องการบวกโดยใช้เทคนิคเหล่านี้คือ

1. เทคนิคการนับรวม (Counting all) เป็นวิธีการบวกโดยการนับรวมที่เริ่มนับจาก 1 ไปจนถึงคำตอบของผลลัพธ์ เช่น $5 + 6 = \underline{\quad}$ (1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 11)

2. เทคนิคการรวมด้วยห้า (Add - fives and then add amounts over five) เป็นวิธีการบวกด้วยการเปลี่ยนจำนวนที่นำมาบวกกันโดยให้จำนวนทั้งสองนั้นมี 5 รวมอยู่ด้วย เช่น $7 + 8 = \underline{\quad}$ เปลี่ยนมาเป็น $5 + 2$ และ $5 + 3$ แล้วอาศัยกระบวนการคิดที่ว่า 5 รวมกับ 5 เท่า 10 และ 2 รวมกับ 3 เท่ากับ 5 แล้วจึงนำ 10 รวมกับ 5 ได้เท่ากับ 15 เป็นต้น

3. เทคนิคการนับเพิ่ม (Counting on) เป็นการบวกโดยวิธีการนับเพิ่มโดยนับต่อจากจำนวนแรก เช่น $8 + 3 = \underline{\quad}$ (8, ..., 9, 10, 11 ผลลัพธ์คือ 11)

4. เทคนิคการทำให้เป็นสิบ (Up over ten) เช่น $7 + 8 = \underline{\quad}$ ให้นำจำนวนใดจำนวนหนึ่งจะเป็นตัวตั้งหรือตัวบวกก็ได้มาแยกออกเป็นสองจำนวน ในที่นี้จะแยกตัวตั้งจะได้ว่า $7 = 5 + 2$ หลังจากนั้นนำจำนวนที่แยกออกมาจำนวนหนึ่งไปบวกกับตัวบวก ให้อีกตัวบวกมีค่าเท่ากับ 10 แล้วจึงนำเอาผลลัพธ์ 10 ที่ได้ไปบวกกับอีกจำนวนหนึ่งที่เหลือคือ 5 ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 15 เป็นต้น

สุร กาญจนมยุร (2538, หน้า 21-23) ได้กล่าวถึงเทคนิควิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนในระดับประถมศึกษาได้ การหาผลบวกโดยใช้เทคนิคเหล่านี้คือ

1. เทคนิครวมด้วยเก้า เป็นวิธีการเปลี่ยนจำนวนที่นำมาบวก ให้จำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 9 เช่น $7 + 7 = \underline{\quad}$ เปลี่ยนมาเป็น $5 + 9$ โดยอาศัยกระบวนการคิดที่ว่า 7 รวมกับ 2 เท่ากับ 9 แล้วนำไปบวกกับ 5 ผลลัพธ์จึงเป็น 14

2. เทคนิครวมด้วยแปด เป็นวิธีการเปลี่ยนจำนวนที่นำมาบวกให้จำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับ 8 เช่น $4 + 7 = \underline{\quad}$ เปลี่ยนมาเป็น $3 + 8$ โดยอาศัยกระบวนการคิดที่ว่า 7 รวมกับ 1 เท่ากับ 8 แล้วนำ 8 ไปรวมกับ 3 ผลลัพธ์จึงเป็น 11

เทคนิควิธีการคิดเกี่ยวกับการลบ

Rathmell และ Thornton (อ้างใน สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 37-38) ได้ศึกษาวิธีการคิดเรื่องการลบของนักเรียน พบว่า วิธีการคิดที่นักเรียนในชั้นประถมศึกษาส่วนมากใช้ในเรื่องการลบมีดังนี้

1. การลบที่ทำให้ตัวตั้งมีค่าเป็นสิบ ตัวอย่างเช่น “สิบสามลบออกเสียห้าเหลือเท่าไร”
นักเรียนคิดโดยเอา $13 - 3$ เหลือคำตอบเท่ากับ 10 เอา $10 - 2$ เหลือคำตอบเท่ากับ 8
2. การลดให้เท่ากับสิบ (Down over ten) เป็นเทคนิควิธีการลบโดยการนำตัวลบมาแยกออกเป็น 2 จำนวน โดยที่จำนวนนั้นเมื่อนำไปลบกับตัวตั้งแล้วมีผลทำให้ตัวตั้งมีค่าเป็นสิบ แล้วจึงนำ 10 ไปลบกับตัวลบที่เหลืออยู่ เช่น $15 - 8 = \underline{\hspace{2cm}}$ ให้นำตัวลบคือ 8 มาแยกออกเป็นสองจำนวน จะได้ $5 + 3$ แล้วนำตัวตั้งคือ 15 ไปลบด้วย 5 ทำให้ตัวตั้งมีค่าเป็น 10 หลังจากนั้นนำ 10 ไปลบด้วย 3 ผลลัพธ์เท่ากับ 7
3. เทคนิคการลบออกจากสิบ (Subtract from ten) เป็นเทคนิควิธีการลบโดยการนำเอาตัวตั้งซึ่งเป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่า 10 มาแยกออกเป็นสองจำนวน โดยให้จำนวนหนึ่งมีค่าเป็นสิบ โดยอาศัยคุณสมบัติการกระจายของจำนวน แล้วนำเอา 10 ไปลบกับตัวลบ จากนั้นนำผลลัพธ์ที่ได้ไปบวกกับจำนวนที่เหลือ เช่น $16 - 7 = \underline{\hspace{2cm}}$ ให้นำตัวตั้งคือ 16 มาแยกเป็น $16 = 10 + 6$ แล้วจึงนำ 10 ไปลบกับ 7 ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 3 นำ 3 ไปบวกกับ 6 ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 9

การจัดกิจกรรมการสอนการบวกและการลบเบื้องต้น

Sydam & Reys (อ้างใน สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 39) ได้เสนอแนะว่าในการสอนการหาผลบวกเบื้องต้น มีองค์ประกอบที่ควรคำนึงถึง 3 ประการด้วยกันคือ

1. ก่อนเริ่มจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้น ครูจะต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจมโนคติของการบวกอย่างดีแล้ว
2. การแนะนำกลวิธีในการคิด (Thinking Strategies) จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาวิธีการนำมโนคติทางการบวกไปใช้เพื่อพัฒนาทักษะในการบวกเบื้องต้น
3. การใช้กลวิธีในการคิดเพื่อพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้นต้องใช้เวลา ครูควรให้เวลานักเรียนมากเพียงพอที่จะพัฒนาความสามารถดังกล่าว

กลวิธีในการคิด คือ การใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหรือการกระทำเพื่อช่วยให้นักเรียนจำผลบวกของการบวกเบื้องต้น โดยปกตินักเรียนจะใช้กลวิธีในการคิดเพื่อช่วยให้สามารถหาผลลัพธ์ของการบวกเบื้องต้นคู่ต่าง ๆ ได้

ในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาการบวกเบื้องต้น นักเรียนจะได้ผ่านประสบการณ์ที่จะช่วยให้เขาเรียนและพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ กิจกรรมที่ครูจัดให้ควรจะต้องประกอบด้วย

1. กิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กิจกรรมที่เป็นรูปธรรมจะช่วยให้นักเรียนเรียนกลวิธีการคิดใหม่ๆ ที่ครูเสนอให้นักเรียนเพื่อช่วยให้ได้พัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ สื่อรูปธรรมจะเป็นตัวเชื่อมโยงให้เข้าใจกลวิธีการคิดในการหาผลบวกเบื้องต้นที่นักเรียนจะต้องจำและฝึกให้คล่องแคล่ว

2. กลวิธีในการคิด จุดประสงค์เบื้องต้นของกลวิธีในการคิดคือการช่วยนักเรียนให้เรียนเทคนิคที่เป็นประโยชน์และมีประสิทธิภาพที่จะช่วยนักเรียนในการหาผลบวกเบื้องต้นในคู่ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียน นักเรียนควรจะสามารถใช้เทคนิคในการคิดในชั้นนามธรรมได้ กล่าวคือสามารถใช้เทคนิควิธีในการคิดหาผลลัพธ์ของการบวกเบื้องต้นใดๆ ได้ โดยไม่ต้องอาศัยสื่อที่เป็นรูปธรรม

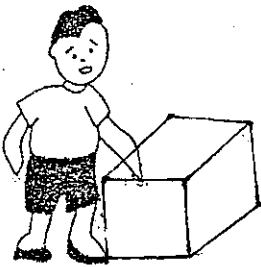
3. กิจกรรมสำหรับฝึกทักษะ การฝึกทักษะถือว่าเป็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้น หลังจากนักเรียนเรียนรู้กลวิธีในการคิดในการหาผลบวกของการบวกเบื้องต้นแล้ว นักเรียนจะต้องฝึกการใช้กลวิธีดังกล่าวให้คล่องจนเกิดความชำนาญเป็นอัตโนมัติ กิจกรรมการฝึกทักษะควรกระทำหลังจากเข้าใจกลวิธีในการคิดแล้ว และควรมีหลายรูปแบบ เช่น เกม การโต้ตอบสั้นๆ การแข่งขัน การคิดคำนวณในรูปแบบฝึกหัดถาม-ตอบ กิจกรรมแบบกลุ่ม เป็นต้น

นอกจากนี้ สิริพร ทิพย์คง (2534, หน้า 105-107) ได้เสนอวิธีการจัดกิจกรรมการสอนที่จะช่วยส่งเสริมความเข้าใจของนักเรียนในการเรียนเรื่องการบวกและการลบเบื้องต้นนั้น ผู้สอนควรปฏิบัติดังนี้

1. การให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้รูปธรรม ได้แก่ วัสดุต่างๆ ในการนับ ซึ่งทำให้นักเรียนได้สัมผัส มองเห็นปริมาณของวัตถุหรือสิ่งของเหล่านั้นที่นับอยู่ว่ามากหรือน้อยและมีปริมาณแตกต่างกันเท่าไร ตัวอย่างเช่น การนับหลอดกาแฟ 100 หลอด กับ การนับหลอดกาแฟ 20 หลอด ครูอาจจะให้นักเรียนมีหลอดกาแฟเป็นมัดๆ โดยมัดหนึ่งมีหลอดกาแฟ 10 หลอด (นับหลอดกาแฟ 10 หลอดแล้วมัดติดกันด้วยยางพลาสติก) วิธีการนี้จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจหลักเกี่ยวกับการกระจายได้ดี ตัวอย่างเช่น ครูถามนักเรียนว่า “ถ้านักเรียนต้องการมีหลอดกาแฟ 18 หลอด นักเรียนจะต้องทำอย่างไร” ซึ่งนักเรียนจะทำได้โดยหยิบหลอดกาแฟออก 1 มัดและหลอดกาแฟอีก 8 หลอด การที่ให้โอกาสนักเรียนได้ทำกิจกรรมการนับ ได้สัมผัสกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม สามารถมองเห็นภาพขณะกำลังคิดจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจว่า “ทำไมจึงต้องมีการกระจายหรือขอยืมกันในเรื่องของการลบ” เป็นต้น

2. การใช้รูปภาพประกอบในการสอนเกี่ยวกับการลบ โดยเฉพาะในกรณีที่โจทย์ต้องการให้นักเรียนเติมจำนวนลงในช่องว่าง เช่น $\square - 3 = 4$

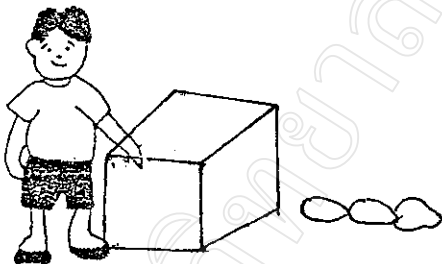
ภาพที่ 1



นักเรียนมีกล่องซึ่งบรรจุก้อนหิน แต่นักเรียน
ไม่ทราบจำนวนของก้อนหินในกล่องนั้น



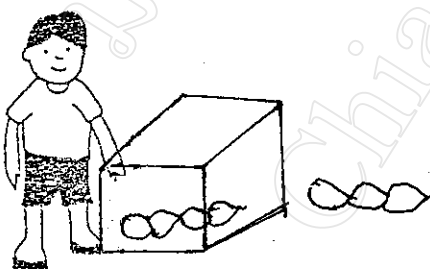
ภาพที่ 2



นักเรียนหยิบลูกหินออกมาจากกล่อง 3 ลูก
ทิ้งไว้ข้างนอกกล่อง

$$\square - 3$$

ภาพที่ 3



นักเรียนก้มมองลงไปกล่อง พบว่า มีลูกหิน
อยู่ภายในกล่อง 4 ลูก

$$\square - 3 = 4$$

ครูถามนักเรียนว่า “เดิมกล่องนี้มีลูกหินทั้งหมดกี่ลูก” นักเรียนจะสามารถตอบได้
จากภาพที่นักเรียนมองเห็นว่า “เดิมในกล่องมีลูกหินทั้งหมด 7 ลูก” เป็นต้น

3. การสอนโดยให้นักเรียนใช้จำนวนที่มีค่าน้อยกว่าจำนวนที่โจทย์บอกมาให้แทนลงไป
เพื่อคิดว่าควรจะใช้การบวกหรือการลบ เช่น $\square - 423 = 188$ อาจแทนด้วย $\square - 4 = 2$
หรือ $638 - \square = 465$ อาจแทนด้วย $6 - \square = 4$ เป็นต้น ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถ
คิดได้รวดเร็วและบอกได้ว่าควรจะเป็นการบวกหรือการลบ

4. การให้โอกาสนักเรียนในการตั้งโจทย์ปัญหาเอง โดยครูอาจจะเริ่มจากการให้ตัวอย่างประโยคสัญลักษณ์ เช่น $3 + 8 = 11$ แล้วให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเป็นเรื่องราว ต่อมาก็ให้นักเรียนช่วยกันตั้งประโยคสัญลักษณ์และโจทย์ปัญหา

5. การให้ตัวอย่างที่ใช้ภาษาที่กำลังเป็นที่น่าสนใจในปัจจุบัน เช่น ชื่อดารารายวัน ชื่อดาราร้องเพลง ชื่อเพลงที่กำลังฮิต ชื่อผัก ชื่อผลไม้ที่กำลังออกในฤดูนั้น ชื่อบุคคลที่กำลังเป็นที่สนใจในข่าว ชื่อบุคคลสำคัญ เป็นต้น ตลอดจนราคาของสิ่งของที่เป็นราคาตามท้องตลาดในขณะนั้น

6. การบวกโดยใช้หลักการของการบวกเลขพื้นฐาน (basic facts) ซึ่งเป็นการบวกโดยเลขสองจำนวนบวกกันได้สิบ เช่น $1 + 9, 2 + 8, 3 + 7, 4 + 6, 5 + 5, 6 + 4, 7 + 3, 8 + 2$ และ $9 + 1$ เป็นต้น ซึ่งการบวกเลขเหล่านี้จะช่วยในการคิดเลขของนักเรียนได้รวดเร็วและจะเป็นประโยชน์ในการเรียนเรื่องต่อไป

7. การลบโดยใช้วิธีการนับเพิ่มจากตัวเลข ตัวอย่างเช่น $13 - 7 = ?$ นักเรียนที่นับเพิ่มจากเจ็ดเป็นแปด, เก้า, สิบเอ็ด, สิบสอง และสิบสามนั้น จะได้คำตอบคือ หก ซึ่งวิธีการนับเพิ่มขึ้นจากตัวลบนี้จะช่วยให้นักเรียนลบเลขได้รวดเร็วขึ้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการสอนเรื่องการบวกและการลบเบื้องต้นที่กล่าวมาทั้งหมด สามารถสรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการสอนนั้น ครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงวัยความพร้อมและความสนใจของผู้เรียนเป็นสำคัญ พยายามจัดกิจกรรมการสอนให้สอดคล้องกับเนื้อหาและความต้องการของผู้เรียนเป็นหลัก จะทำให้ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้และสนใจที่จะเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

จากแนวคิดเกี่ยวกับทักษะคณิตศาสตร์และกลวิธีการนับที่กล่าวมา ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำกลวิธีการนับมาใช้ในการสอนจึงได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการนับดังกล่าวขึ้น ทั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนได้คิดจนเกิดการรู้จริง รู้แจ้ง คิดเป็น และคิดเร็ว ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

การจัดกิจกรรมการสอนการบวกและการลบเบื้องต้น

เป้าหมายและหลักการ

ในการพัฒนาทักษะการบวกและการลบเบื้องต้นด้วยกลวิธีการนับทางคณิตศาสตร์ มีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ที่จะพัฒนาทักษะการบวกและการลบเบื้องต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถนำความรู้และทักษะที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันโดยมีหลักการสำคัญอยู่ที่การจัดกิจกรรมการสอนเพื่อพัฒนาทักษะดังกล่าว ซึ่งกิจกรรมที่ครูจะจัดให้แก่ผู้เรียนนั้นจะต้องประกอบด้วย

1. กิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กิจกรรมที่เป็นรูปธรรมจะช่วยให้นักเรียนเรียนกลวิธีการคิดใหม่ๆ ที่ครูเสนอให้นักเรียนเพื่อช่วยให้ได้พัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ สื่อรูปธรรมจะเป็นตัวเชื่อมโยงให้เข้าใจกลวิธีการคิดในการหาผลบวกเบื้องต้นที่นักเรียนจะต้องจำและฝึกให้คล่องแคล่ว

2. กลวิธีในการคิด จุดประสงค์เบื้องต้นของกลวิธีในการคิดคือการช่วยนักเรียนให้เรียนเทคนิคที่เป็นประโยชน์และมีประสิทธิภาพที่จะช่วยนักเรียนในการหาผลบวกของการเบื้องต้นในคู่ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียน นักเรียนควรจะสามารถใช้เทคนิคในการคิดในชั้นนามธรรมได้ กล่าวคือสามารถใช้เทคนิควิธีในการคิดหาผลลัพธ์ของการบวกเบื้องต้นคู่ใดๆได้ โดยไม่ต้องอาศัยสื่อที่เป็นรูปธรรม

3. กิจกรรมสำหรับฝึกทักษะ การฝึกทักษะถือว่าเป็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้น หลังจากนักเรียนเรียนรู้กลวิธีในการคิดในการหาผลบวกของการบวกเบื้องต้นแล้ว นักเรียนจะต้องฝึกการใช้กลวิธีดังกล่าวให้คล่องจนเกิดความชำนาญเป็นอัตโนมัติ กิจกรรมการฝึกทักษะควรกระทำหลังจากเข้าใจกลวิธีในการคิดแล้ว และควรมีหลายรูปแบบ เช่น เกม การโต้ตอบสั้นๆ การแข่งขัน การคิดคำนวณในรูปแบบฝึกหัดถาม-ตอบ กิจกรรมแบบกลุ่ม เป็นต้น

ลำดับขั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้คือ

ขั้นเตรียมการก่อนสอน

ครูตรวจสอบความรู้พื้นฐาน

ครูตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนโดยการจัดกิจกรรม/เกมเพื่อทบทวนความรู้เดิมก่อนเสนอบทเรียนใหม่

ขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน

1. กิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กี่รูปธรรม และสัญลักษณ์
2. กลวิธีในการคิด
3. กิจกรรมสำหรับฝึกทักษะ

ซึ่งแต่ละขั้นของกิจกรรมการเรียนการสอนประกอบด้วย

ขั้นนำ การสร้างความคิดรวบยอด

ครูเสนอกิจกรรมการเรียนการสอน เรื่อง ความหมายของการบวก และการลบ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นๆ ได้ถูกต้อง ซึ่งกิจกรรมที่ครูจัดอาศัยกิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กี่รูปธรรม และสัญลักษณ์ จัดกิจกรรมโดยใช้เส้นจำนวน

ขั้นสอน ขั้นพัฒนาความคิดรวบยอด ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 เสนอความรู้

ครูเสนอวิธีสอนการบวกและการลบเบื้องต้นที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 9 ก่อนโดยการใช้เกมหรือวิธีการอื่นๆ ตามความเหมาะสมหลังจากนักเรียนเข้าใจดีแล้ว จึงสอนการบวกและการลบเบื้องต้นที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งเกิน 9 โดยการใช้กิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรมและสัญลักษณ์ พร้อมทั้งเสนอแนะกลวิธีการนับ ซึ่งแต่ละกลวิธีให้ตามลำดับดังนี้

กลวิธีการนับเกี่ยวกับการบวก

1. การนับเพิ่ม
2. การนับที่มีผลบวกน้อยกว่าหรือมากกว่าผลบวกของจำนวนที่รู้คำตอบแล้วอยู่หนึ่ง
3. การนับเพิ่มให้เป็นสิบ
4. การนับรวมด้วยห้า
5. การนับรวมด้วยเก้า
6. การนับรวมด้วยแปด

กลวิธีการนับเกี่ยวกับการลบ

7. การลดให้เท่ากับสิบ
8. การลบออกจากสิบ

ขั้นที่ 2 เสริมความคิด

นักเรียนเสนอเทคนิควิธีคิดของตนเองเพิ่มเติม นอกเหนือจากกลวิธีที่ครูนำเสนอ

ขั้นที่ 3 สรุปแนวทางการคิด

ครูและนักเรียนร่วมกับสรุปวิธีการคิดตามกลวิธีที่แต่ละฝ่ายนำเสนอ

ขั้นปฏิบัติให้ถูกต้อง

ให้นักเรียนฝึกทักษะการบวกและการลบเบื้องต้นจากแบบฝึกหัด/บัตรงาน โดยอาศัยกลวิธีการคิดเป็นแนวทางในการหาคำตอบทั้งที่เป็นกลวิธีของตนเองและกลวิธีที่ครูนำเสนอ

ขั้นประยุกต์ใช้

ให้นักเรียนฝึกแก้โจทย์ปัญหาตามสถานการณ์ที่พบในชีวิตประจำวัน

ขั้นประเมินผล

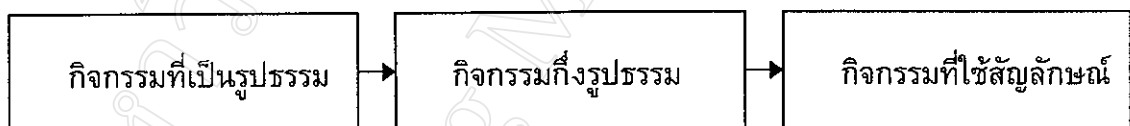
สังเกตจากการตอบคำถามทุกขั้นตอนของกิจกรรม/สังเกตการปฏิบัติกิจกรรม เช่น ความสนใจและการตรวจผลงาน

บรรยากาศที่ส่งเสริมการคิดคำนวณในการเรียนคณิตศาสตร์

การเรียนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดใหม่ ๆ นั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมตลอดเวลา ลักษณะที่สำคัญของบรรยากาศในการส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์นั้น สุภาภรณ์ ประสานพานิช (2538, หน้า 49) ได้เสนอไว้ดังนี้

1. ความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นเรื่องของนามธรรม เป็นความคิดที่ไม่มีตัวตนให้สัมผัสได้จึงเป็นการยากที่จะถ่ายทอดความคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้โดยง่าย นักเรียนในระดับประถมศึกษาอยู่ในวัยที่มีแนวคิดที่เป็นรูปธรรมมากกว่านามธรรม นักเรียนจะเข้าใจคณิตศาสตร์ได้อย่างดีมีเหตุผลจะต้องใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม เป็นสื่อเชื่อมโยงให้เกิดแนวคิดและความเข้าใจ นักเรียนจะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนด้วยของจริงหรืออุปกรณ์ที่มีลักษณะเป็นรูปธรรม ประสบการณ์จากสื่อการสอนจะช่วยให้นักเรียนค้นพบความจริง เรียนรู้แนวคิดและวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ดีกว่าที่ไม่ใช้สื่อการสอน ฉะนั้นในการพัฒนาความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นแก่ผู้เรียนนั้น ครูผู้สอนควรจะต้องจัดกิจกรรมให้เป็นไปตามลำดับขั้นดังนี้



2. การกระตุ้นให้มีการเสนอแนวทางการคิดของตนเอง

การให้นักเรียนมีการเสนอแนวทางการคิดหาคำตอบของปัญหาด้วยตนเองอย่างสมเหตุสมผล จะทำให้นักเรียนเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เห็นว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความหมายสำหรับเขา สามารถที่จะตัดสินใจได้ว่าคำตอบของเขาถูกต้องและเหมาะสมหรือไม่เพียงใด ผลที่ตามมาก็คือ นักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในตนเองยิ่งขึ้น มีความพอใจจะสนใจที่จะค้นคว้าหาคำตอบเพิ่มเติมต่อไป

3. การฝึกทักษะหลังจากเข้าใจมโนคติแล้ว

การฝึกทักษะในการคิดคำนวณที่มีประสิทธิภาพดี จะส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหา แต่การฝึกจะต้องเป็นขบวนการต่อการสอนที่มีความหมาย นั่นคือการฝึกในแต่ละเรื่อง แต่ละครั้ง นักเรียนจะต้องเข้าใจในมโนคติเรื่องนั้นๆ เสียก่อน จะทำให้การฝึกฝนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น เมื่อนักเรียนฝึกทักษะจนเกิดความชำนาญแล้ว จึงจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างอัตโนมัติ

บทบาทของครูในการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

บทบาทของครูในการที่จะช่วยพัฒนาทักษะการคิดให้แก่นักเรียน ซึ่งครูจะต้องทำหน้าที่ดังนี้

1. สนับสนุนหรือกระตุ้นให้นักเรียนคิดค้นหาคำตอบ

นักเรียนจะคิดค้นหาคำตอบของปัญหาได้ นักเรียนจะต้องใช้วิธีการคิดต่างๆ ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างเป็นประจำสม่ำเสมอ

2. สนับสนุนให้นักเรียนมีวิธีการคิดหลายๆ วิธีในการหาคำตอบ

ทั้งนี้เพื่อเป็นการช่วยให้นักเรียนเกิดความคล่องแคล่วและประสบผลสำเร็จมากขึ้น เพราะการคิดที่หลากหลายย่อมสะดวกในการเลือกใช้ให้เหมาะสมกับสถานการณ์ได้และยังประหยัดเวลาและเพิ่มกำลังใจในการหาคำตอบด้วย ถ้าวิธีหนึ่งใช้ไม่ได้ก็ยังสามารถใช้วิธีอื่นได้

3. ครูควรใช้คำถามในลักษณะสร้างสรรค์

เมื่อนักเรียนค้นหาวิธีการคิดในการหาคำตอบไม่ได้ ครูควรใช้คำถามในลักษณะชี้แนะหรือเสนอแนะแนวทางในการคิดหาคำตอบ

4. ครูจะต้องทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะเมื่อถึงเวลาจำเป็น

ครูจะต้องคอยให้คำปรึกษาแก่นักเรียนเพื่อนักเรียนจะได้แนวทางการคิดที่ดีขึ้น ครูจะเป็นผู้คอยช่วยเหลือและสนับสนุน ไม่ใช่เป็นเพียงผู้สั่งสอนหรือผู้บังคับ

5. ให้โอกาสนักเรียนในการเสนอเทคนิควิธีการคิดของตนเอง

การที่นักเรียนมีเทคนิควิธีการคิดของตนเองในการหาคำตอบ แสดงว่า นักเรียนเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี

6. รับฟังและยอมรับในวิธีการคิดของนักเรียน หลีกเลี่ยงการตรวจสอบวิธีการคิดของนักเรียน

การที่ครูประเมินความถูกต้องของวิธีการคิดของนักเรียนทันทีที่นักเรียนเสนอวิธีการคิดจะทำให้นักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ดังนั้นครูควรเป็นผู้ฟังที่ดีและยอมรับวิธีการคิดของนักเรียน (สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 50)

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สุภาภรณ์ ประสานพานิช (2538) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบเบื้องต้น ผลการศึกษาพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบเบื้องต้นของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างวิธีสอนกับระดับความสามารถทางการเรียน

วิชาคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบเบื้องต้นและนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลางและต่ำที่ได้รับการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบเบื้องต้นมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูง ปานกลาง และต่ำ ที่ได้รับการสอนด้วยวิธีตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นัยนา พัฒนรัฐ (2538) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาเทคนิคการบวกของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษากรุงเทพมหานคร จำนวน 90 คน ผลการวิจัยพบว่า เทคนิคการบวกของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ใช้เรียงลำดับจากการใช้จากมากที่สุดไปน้อยที่สุดดังนี้ เทคนิคการเพิ่มจำนวน การแยกจำนวนเพื่อจับคู่สิบ การเพิ่มทีละ 1 การทวีคูณและบวกเพิ่ม การบวกจากหลักใหญ่ไปหาหลักย่อย การบวกจำนวนถ้วนถูกต้องและบวกเพิ่ม การทวีคูณและลบออก การบวกจำนวนถ้วนและลบออก การเพิ่มทีละ 2 และ การแยกจำนวน และ ทวีคูณ การเปรียบเทียบเทคนิคการบวกของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษากรุงเทพมหานครที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกันเมื่อเปรียบเทียบเทคนิคการบวกปรากฏว่าเทคนิคการบวกของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันในทุกๆ กรณี

เรืองรอง ศรีแก้ว (2539) ได้ทำการศึกษาการใช้แบบฝึกที่เน้นหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อเสริมทักษะการคิดคำนวณสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาเป็นนักเรียนในกลุ่มโรงเรียนอุดรศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดลำพูน จำนวน 237 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 20 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 20 คน ผลการศึกษาพบว่า

1. แบบฝึกที่เน้นการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ จำนวน 40 แบบฝึก สามารถพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

2. ผลสัมฤทธิ์ด้านการคิดคำนวณของนักเรียนที่ได้รับการฝึกโดยใช้แบบฝึกสูงกว่านักเรียนที่สอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ผลสัมฤทธิ์ด้านการคิดคำนวณของนักเรียนที่ได้รับการฝึกโดยใช้แบบฝึกหลังการฝึกสูงกว่าก่อนได้รับการฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .001

พวงผกา เจริญวิจิตร (2530) ได้ทำวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการสอนแบบเรียนเพื่อรู้แจ้งและแบบสืบสวน-สอบสวน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการสอนแบบเรียนเพื่อรู้แจ้ง และแบบสืบสวน-สอบสวนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Gerard Vergnaud (อ้างใน สิริพร ทิพย์คง, 2534, หน้า 111) นักจิตวิทยาชาวฝรั่งเศส ได้ศึกษาเด็กอายุ 3-4 ขวบ เกี่ยวกับความเข้าใจในเรื่องการบวกและการลบ พบว่า เด็กที่มีอายุในช่วงนี้สามารถเข้าใจเรื่องการบวกและการลบ ถ้าครูผู้สอนสามารถยกตัวอย่างให้เด็ก ได้มีโอกาสทำกิจกรรมที่สามารถเชื่อมโยงความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกันระหว่างการบวกและการลบได้

Beattie & Deichmann (อ้างใน สุภาภรณ์ ประสานพานิช, 2538, หน้า 44) ได้ศึกษาวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวกและการลบของนักเรียนชั้นประถมศึกษาพบว่าลักษณะของโจทย์ต่อไปนี้ง่ายที่สุดสำหรับนักเรียน

1. การใช้จำนวนที่เท่ากันบวกกัน เช่น $4 + 4$, $5 + 5$
2. การลบที่ได้ผลลัพธ์เท่ากับตัวลบ เช่น $12 - 6$, $10 - 5$
3. การบวกหรือการลบด้วยศูนย์ เช่น $3 + 0$, $9 - 0$
4. การบวกหรือการลบด้วยหนึ่ง เช่น $6 + 1$, $3 + 1$, $8 - 1$ และ $9 - 1$
5. การใช้จำนวนสองจำนวนที่บวกกันได้สิบ เช่น $7 + 3$, $6 + 4$, $2 + 8$
6. การลบออกจากสิบ เช่น $10 - 3$, $10 - 2$ และ $10 - 4$
7. การบวกจำนวนสองจำนวนที่จำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่หนึ่ง
เช่น $6 + 5$, $4 + 5$ และ $3 + 2$