

บทที่ 4

การคำนวณค่าพารามิเตอร์ทางกายภาพของระบบดาวคู่ จีอาร์ ทอรี ด้วยโปรแกรมวิลสันและเดวินี

4.1 โปรแกรมวิลสันและเดวินี

โปรแกรมวิลสันและเดวินี เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณค่าพารามิเตอร์ทางกายภาพของระบบดาวคู่ เพื่อนำไปสร้างข้อมูลของกราฟแสง และกราฟความเร็ว ซึ่งประกอบด้วยโปรแกรมหลักสองส่วนดังนี้

1. โปรแกรมหลัก Differential Correction (DC) เป็นโปรแกรมที่ใช้คำนวณหาค่าพารามิเตอร์ทางกายภาพ เช่น อัตราส่วนมวล อุณหภูมิ ค่าความเอียงของระนาบวงโคจร กำลังส่องสว่าง เป็นต้น การคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ทำได้โดยการใส่ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นเข้าไปในโปรแกรมพร้อมกับข้อมูลที่ได้จากการเฉลี่ยจากการสังเกต คือ เฟส พลั๊กซ์ และค่าน้ำหนักของการเฉลี่ย โปรแกรมจะสร้างข้อมูลจากค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นเหล่านี้ เพื่อนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลที่เฉลี่ยจากการสังเกตแล้วข้างต้นด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method) โปรแกรมจะบอกค่าความถูกต้องของพารามิเตอร์ (Parameter Corrections) ค่าความผิดพลาดที่เป็นไปได้ (Probable Errors) ของพารามิเตอร์แต่ละตัว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ป้อนเข้า ($\sum_{input}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่คำนวณจากทฤษฎี ($\sum_{predict}$) ถ้าข้อมูลที่โปรแกรมสร้างขึ้นมีความสอดคล้องกับข้อมูลจากการสังเกต ค่า Parameter Corrections ทุกตัวจะมีค่าน้อยกว่าค่า Probable Errors ค่า $\sum_{input}$ และ $\sum_{predict}$ มีค่าน้อยและใกล้เคียงกัน ในทางตรงกันข้าม ถ้าข้อมูลยังไม่สอดคล้องกัน ค่า Parameter Corrections จะมีค่ามากกว่าค่า Probable Errors ค่า $\sum_{input}$ และ $\sum_{predict}$ มีค่ามากและมีค่าต่างกันมาก ซึ่งจะต้องใส่ค่าพารามิเตอร์เข้าไปใหม่ โดยค่าพารามิเตอร์ที่ใส่เข้าไปใหม่ได้จากการบวกค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นกับค่า Parameter Corrections ดังนั้น ข้อมูลที่ป้อนเข้า (Input) ของโปรแกรมหลัก DC ประกอบด้วย เซตของพารามิเตอร์และข้อมูลจากการสังเกต ส่วนผล (Output) ของโปรแกรม ประกอบด้วย ข้อมูลที่โปรแกรมคำนวณจากเซตของพารามิเตอร์ ค่า Parameter Corrections ค่า Probable Errors ค่า $\sum_{input}$ และค่า $\sum_{predict}$

2. โปรแกรมหลัก Light and Velocity Curves (LC) เป็นโปรแกรมที่ใช้สร้างข้อมูลของกราฟแสงสักระยะและกราฟความเร็วจากค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จากโปรแกรมหลัก DC และข้อมูลที่ป้อนเข้าของโปรแกรม คือ เซตของพารามิเตอร์จากโปรแกรมหลัก DC และข้อมูลจากการสังเกต ส่วนผลของโปรแกรม คือ ข้อมูลของกราฟแสงสักระยะและกราฟความเร็ว

4.2 พารามิเตอร์ที่ใช้ในโปรแกรมวิลสันและเดวินนิ

พารามิเตอร์ที่ใช้ในโปรแกรมหลัก DC และ LC มีทั้งพารามิเตอร์ที่ปรับค่าได้และพารามิเตอร์ที่ปรับค่าไม่ได้

1. พารามิเตอร์ที่ปรับค่าไม่ได้ มีดังนี้

PERIOD คือ คาบการโคจรของระบบดาวคู่ในหน่วยของวันสุริยะเฉลี่ย (Mean Solar Days) เป็นพารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณกราฟความเร็ว

THE คือ ช่วงเวลาครึ่งหนึ่ง (Semi-Duration) ของการเกิดอุปราคาใช้ใน Mode -1 และใช้ในระบบดาวคู่ที่สมาชิกดวงที่ 1 เป็นดาวนิวตรอน (Neutron Star) หลุมดำ (Black Hole) หรือ ดาวแคระขาว (White Dwarf)

2. พารามิเตอร์ที่ปรับค่าได้ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

2.1 พารามิเตอร์ที่ไม่ขึ้นอยู่กับความยาวคลื่น ได้แก่

ECC คือ ค่า Binary Orbital Eccentricity

ARG.PERI คือ ค่า Argument of Periastron ที่สามารถเปลี่ยนค่าได้ในแต่ละเฟสของการเกิดอุปราคา ในกรณีที่วงโคจรเป็นวงกลม โปรแกรมจะกำหนดให้พารามิเตอร์นี้มีค่า 90 องศา

a/R_{sun} คือ ค่าครึ่งแกนยาว (Semi-Major Axis) ของวงโคจรที่เป็นวงรี ในหน่วยของรัศมีดวงอาทิตย์ (Solar Radii = 6.960×10^5 km)

F_1, F_2 คือ ค่าอัตราส่วนการหมุนของ (Axial Rotation Rate) ดาวกับอัตราส่วนการโคจรเฉลี่ย (Mean Orbital Rotation Rate) ของดาวดวงที่ 1 และ ดาวดวงที่ 2 ตามลำดับ

V_γ คือ ความเร็วในแนวรัศมีที่ศูนย์กลางมวลของระบบดาวคู่

PSHIFT คือ ค่า Constant Shift ที่นำมาใช้ในการคำนวณเฟส เช่น ในการเปลี่ยนระหว่างดาวดวงที่ 1 และดาวดวงที่ 2 สามารถใช้พารามิเตอร์นี้ในการเลื่อนเฟสได้ โดยไม่ต้องสลับข้อมูลจากการสังเกต โดยปกติพารามิเตอร์นี้มีค่า 0.0000

i คือ ค่าความเอียงระนาบวงโคจร มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 90 องศา เมื่อ i เท่ากับ 0° เป็นการมองลงมาที่ขั้วของดาว ถ้า i เท่ากับ 90° ระนาบวงโคจรจะวางตัวในแนวสายตาผู้สังเกต

g_1, g_2 คือ ค่า Gravity Darkening Exponent ของดาวดวงที่ 1 และดาวดวงที่ 2 ตามลำดับ สำหรับ Radiative Stars $g = 1.00$ และ Convective Stars $g = 0.32$

T_1, T_2 คือ ค่าเฉลี่ยอุณหภูมิพื้นผิวสัมฤทธิ์ (Mean Surface Effective Temperature) ของดาวดวงที่ 1 และดาวดวงที่ 2 ตามลำดับ

A_1, A_2 คือ ค่า Bolometric Albedos ของดาวดวงที่ 1 และดาวดวงที่ 2 ตามลำดับ สำหรับ Radiative Stars $A = 1.00$ และ Convective Stars $A = 0.50$

Ω_1, Ω_2 คือ ค่า Potential ของดาวดวงที่ 1 และดาวดวงที่ 2 ตามลำดับ

m_1 / m_2 คือ อัตราส่วนมวลของระบบ

$x_1 \text{ (BOL)}, x_2 \text{ (BOL)}$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของ $\cos \gamma$ ในกฎของ Bolometric Limb Darkening

$$\frac{I}{I_0} = 1 - x + x \cos \gamma - y \cos \gamma (\ln \cos \gamma)$$

$y_1 \text{ (BOL)}, y_2 \text{ (BOL)}$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของเทอม $\cos \gamma (\ln \cos \gamma)$ ในกฎของ Bolometric Limb Darkening

SPOT LAT. คือ ละติจูดของศูนย์กลางจุด มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 180 องศา วัดจากขั้วเหนือถึงขั้วใต้ของดาว

SPOT LONG. คือ ลองจิจูดของศูนย์กลางจุด มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 360 องศา วัดตามเข็มนาฬิกา จากเส้นต่อระหว่างจุดศูนย์กลางมวล เมื่อมองจาก Upper Pole เนื่องจากค่า DEL ของละติจูดและลองจิจูดมีหน่วยเป็นองศา แต่ใน Parameter Correction ของ DC มีหน่วยมุมเป็นเรเดียน ดังนั้น ต้องแปลงเรเดียนให้เป็นองศา ก่อนจึงนำไปใช้ได้

SPOT ANG.RAD. คือ รัศมีเชิงมุม (Angular Radius) ของจุดมีหน่วยเป็นองศา โดยมีศูนย์กลางอยู่ที่ละติจูดที่กำหนด

SPOT TEMP. FACTOR. คือ เปอร์เซนต์ที่ร้อนกว่าหรือเย็นกว่าของอุณหภูมิจุด เมื่อเทียบกับโฟโตสเฟียร์ของดาว เช่น ถ้า SPOT TEMP. FACTOR = 0.6 หมายความว่า จุดมีอุณหภูมิต่ำกว่าโฟโตสเฟียร์ 40 เปอร์เซนต์ ดังนั้นเป็นจุดเย็น (Cool Spot) ถ้า SPOT TEMP.

FACTOR = 1.25 หมายความว่า จุดมีอุณหภูมิสูงกว่าโฟโตสเฟียร์ 25 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้นเป็นจุดร้อน (Hot Spot) และถ้า SPOT TEMP. FACTOR = 1 หมายความว่าอุณหภูมิของจุดเท่ากับโฟโตสเฟียร์ นั่นคือไม่มีจุด

2.2 พารามิเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับความยาวคลื่น ได้แก่

L_1, L_2 คือ กำลังสองของของดาวดวงที่ 1 และดาวดวงที่ 2 ตามลำดับ

x_1, x_2, y_1, y_2 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ของการมืดคล้ำที่ของดวงที่ความยาวคลื่นใดๆ ซึ่ง มีรูปแบบเหมือนกฎของ Bolometric Limb Darkening ข้างต้น

I_3 คือ แสงของดาวดวงที่ 3

4.3 การคำนวณค่าพารามิเตอร์ทางกายภาพของระบบดาวคู่ จีอาร์ ทอรี

ขั้นตอนการคำนวณค่าพารามิเตอร์โดยใช้โปรแกรมวิลสันและเดวีนีสรุปได้ดังนี้

1. การคำนวณค่าพารามิเตอร์จากโปรแกรมหลัก DC แบ่งเป็นขั้นตอนดังนี้

1.1 ใส่ค่าของพารามิเตอร์ที่ปรับค่าได้ และพารามิเตอร์ที่ปรับค่าไม่ได้ในโปรแกรม พารามิเตอร์ที่ยอมให้มีการปรับค่าได้คือ ค่าศักยภาพของพื้นผิวดาวปฐมภูมิและทุติยภูมิ ค่ามุมเอียงของระนาบวงโคจร อุณหภูมิดาวทุติยภูมิ ค่าความสว่างของดาวทุติยภูมิ พารามิเตอร์ที่ปรับค่าไม่ได้คือ คาบของการบังกัน อุณหภูมิดาวปฐมภูมิ ค่าความมืดของขอบดวงจากความโน้มถ่วงสำหรับดาวประเภท Radiative Star มีค่าเท่ากับ 1.000 และสำหรับประเภท Convective Star มีค่าเท่ากับ 0.320 ค่าความสะท้อน สำหรับดาวประเภท Radiative Star มีค่าเท่ากับ 1.000 และสำหรับประเภท Convective Star มีค่าเท่ากับ 0.500 ค่าความยาวคลื่นของแผ่นกรองแสง Visual filter ป้อนข้อมูลค่า เฟส (Phase) สัดส่วนความเข้ม (Intensity Ratio) และ น้ำหนัก (Weight) ที่ได้จากการเฉลี่ยข้อมูลที่ได้จากการสังเกต ลงในโปรแกรมหลัก DC

1.2 ขั้นตอนนี้กำหนดให้อัตราส่วนมวลเป็นพารามิเตอร์ที่ปรับค่าไม่ได้ คือ 0.20, 0.22, 0.24, 0.26, 0.28, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6 ตามลำดับ เพื่อที่จะรันโปรแกรม เพื่อหาผลลัพธ์ที่ดีที่สุด

1.3 การกำหนดพารามิเตอร์ที่ต้องการมีการเปลี่ยนแปลงปรับค่าพารามิเตอร์ได้นั้น กระทำโดยการ KEEP พารามิเตอร์เหล่านั้น พารามิเตอร์ที่ต้องการเปลี่ยนแปลงค่าได้จะ KEEP = 0 พารามิเตอร์ที่ไม่ต้องการเปลี่ยนแปลงค่าได้ จะ KEEP = 1 พารามิเตอร์ที่จะ KEEP เป็นไปตามข้อ 1.1 และ 1.2

1.4 ทำการรันโปรแกรมด้วยคำสั่ง ndprun_dc92_<ชื่อไฟล์อินพุต>_ชื่อไฟล์เอาต์พุต
เช่น ndprun_dc92_<gr200.dat>_gr200

1.5 จากผลของการรันโปรแกรม ได้ค่า Probable Errors และ Parameter Corrections พารามิเตอร์ที่มีค่า Parameter Corrections น้อยกว่าค่า Probable Errors ถือว่า พารามิเตอร์นั้นมีความเชื่อถือได้ กระทำการบวกค่า Parameter Corrections กับเซตของพารามิเตอร์ที่ปรับค่าได้ในแต่ละค่า เป็นค่าพารามิเตอร์ที่ปรับค่าได้ในการรันโปรแกรมครั้งต่อไป นำผลที่ได้กระทำซ้ำดังเดิม แนวโน้มของคำตอบที่ได้จากไฟล์เอาต์พุต จะเป็นคำตอบที่ดีที่สุดของแต่ละค่า อัตราส่วนมวลที่ปรับค่าไม่ได้ โดยพิจารณาจากค่า Σ_{input} และ Σ_{predict} ที่มีค่าน้อยที่สุดและใกล้เคียงกันมากที่สุดจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด

1.6 การกำหนดชนิดของดาวคู่ หรือ Mode นั้น จะเริ่มกำหนดจาก Mode 2 ซึ่งเป็น โหมดของดาวคู่ชนิดไม่ติดกัน (Detached Binaries) เพื่อให้กำหนดค่าพารามิเตอร์ศักย์ของพื้นผิว ปรับค่าได้ เนื่องจากขนาดของดาวทั้งสองดวงไม่เต็มผิวของโรซซ์ ค่าศักย์ของพื้นผิวทั้งสองดวงจะมีค่ามากกว่า พื้นผิววิกฤต (Critical Surface) หรือ Inner Roch Lobe ตามภาคผนวก ข. ค่าที่ได้จากการรันโปรแกรม ซึ่งมาทำเป็นเซตพารามิเตอร์ตั้งต้นนั้น ถ้าค่าพารามิเตอร์ของศักย์ของพื้นผิว เปลี่ยนแปลงไปมีค่าน้อยกว่าพื้นผิววิกฤต ดวงใดดวงหนึ่ง ระบบของดาวคู่จะเปลี่ยนโหมดไปเป็น Semi-Detached นั่นคือ Mode 4 สำหรับดาวปฐมภูมิเต็ม Inner Roch Lobe หรือ Mode 5 สำหรับดาวทุติยภูมิเต็ม Inner Roch Lobe ซึ่งมีผลไปถึงการกำหนดพารามิเตอร์ของศักย์ของพื้นผิวให้ปรับค่าไม่ได้ ในระหว่างการรันโปรแกรมในแต่ละค่าของอัตราส่วนมวล เมื่อค่าของศักย์ของพื้นผิว ของดาวทั้งสองดวงมีค่าน้อยกว่า Inner Roch Lobe โหมดของดาวจะเปลี่ยนไปเป็น Mode 3 นั่นคือ ดาวคู่แบบติดกัน ค่าของศักย์ของพื้นผิวจะมีค่าเท่ากัน ดังนั้นจะต้องปรับค่าของศักย์ของพื้นผิว ให้มีการปรับค่าได้เพียงตัวเดียวเท่านั้น แต่ค่าศักย์ของพื้นผิวจะต้องเปลี่ยนแปลงเท่ากัน

1.7 เปลี่ยนค่าอัตราส่วนมวล โดยการ KEEP 0 ที่อัตราส่วนมวล เพื่อให้ได้ค่าอัตราส่วนมวลที่ละเอียดขึ้น โดยใช้คำตอบที่ดีที่สุดในช่วง 1.1 ถึง 1.6 เป็นเซตของพารามิเตอร์เริ่มต้นในการหาคำตอบที่ดีที่สุด ทำตามขั้นตอน 1.1 ถึง 1.5 อีกครั้ง เพื่อหาเซตของพารามิเตอร์ที่ดีที่สุด เพื่อนำไปสร้างข้อมูลของกราฟแสงสัณเคราะห์ สำหรับดาวคู่จีอาร์ทอรี ได้เซตของพารามิเตอร์ที่ใกล้เคียงกันของสองแบบจำลอง แบบจำลองที่หนึ่ง เป็นดาวคู่ประเภทติดกัน แบบจำลองที่สอง เป็นดาวคู่ประเภทกึ่งติดกัน ได้ผลของพารามิเตอร์ดังตารางที่ 4.12

2 การสร้างข้อมูลของกราฟแสงสังเคราะห์โดยใช้โปรแกรมหลัก LC

ทำได้โดยการป้อนเซตของพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดที่ได้จากโปรแกรม DC ลงไปในโปรแกรมหลัก LC รันโปรแกรมหลัก LC โดยใช้คำสั่งดังนี้ `ndprun_lc92_<ชื่อไฟล์อินพุต>_ชื่อไฟล์เอาต์พุต` เช่น `ndprun_lc92_<gr200.dat>_gr200` โปรแกรมจะสร้างข้อมูลของกราฟแสงสังเคราะห์จะได้ไฟล์เอาต์พุต นำข้อมูลของกราฟแสงสังเคราะห์ที่ได้จากไฟล์เอาต์พุต ไปสร้างกราฟแสงสังเคราะห์เพื่อเปรียบเทียบกับกราฟแสงจากการสังเกต

3 กรณีที่กราฟแสงทั้งสองเส้นยังไม่สอดคล้องกัน อาจใช้พารามิเตอร์ของจุด (Spot) หรือแสงดาวดวงที่สาม (Third Light) เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด

ตารางที่ 4.1 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ เมื่อ $q=0.20$

Mode	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	Σ_{predict}
2	70.000	<u>0.4000*</u>	2.5000	2.5000	6.3700	96.07	0.01
2	70.190	<u>0.3904</u>	2.3510	2.3759	<u>1.5722</u>	0.058	0.007
3	71.514	0.3952	2.0968	<u>2.0508</u>	1.5584	0.016	0.0016
3	65.514	0.5110	2.1142	2.1142	1.5075	0.024	0.0019
3	79.641	0.4019	2.1808	2.1808	1.6639	0.016	0.0017
3	82.166	0.4566	2.1926	2.1926	1.5915	0.00171	0.00160
3	81.863	0.4440	2.1777	2.1777	1.5996	0.00180	0.00168
3	<u>82.818</u>	<u>0.4561</u>	<u>2.1959</u>	2.1959	<u>1.5900</u>	0.00185	0.00183
3	<u>82.779</u>	<u>0.4614</u>	<u>2.2004</u>	2.2004	<u>1.5864</u>	0.0018427	0.0018428
3	82.909	<u>0.4623</u>	<u>2.2021</u>	2.2021	<u>1.5855</u>	0.001853	0.0018243
3	<u>82.583</u>	<u>0.4626</u>	<u>2.2019</u>	2.2019	<u>1.5844</u>	0.001851	0.001842
3	<u>82.806</u>	<u>0.4629</u>	<u>2.2008</u>	2.2008	<u>1.5858</u>	0.0018435	0.0018428
3	<u>82.819</u>	<u>0.4622</u>	<u>2.2019</u>	2.2019	<u>1.5853</u>	0.0018457	0.0018457
3	<u>82.847</u>	<u>0.4625</u>	<u>2.2023</u>	2.2023	<u>1.5851</u>	0.0018464	0.0018442
3	83.146	<u>0.4629</u>	<u>2.2046</u>	2.2046	<u>1.5848</u>	0.0018449	0.0018357
3	83.673	<u>0.4638</u>	2.2081	2.2081	<u>1.5846</u>	0.00182	0.00170

ตารางที่ 4.2 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ เมื่อ $q=0.22$

Mode	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	Σ_{predict}
2	70.000	<u>0.4000</u>	2.5000	2.5000	6.3700	94.65	0.003
2	75.797	0.3958	2.3036	2.6366	1.6809	0.089	0.0047
3	<u>81.500</u>	0.4944	2.2574	2.2574	1.5886	0.0053	0.00147
3	81.494	0.4644	2.2643	2.2643	<u>1.5723</u>	0.00150	0.00146
3	<u>81.366</u>	<u>0.4584</u>	2.2602	2.2602	<u>1.5741</u>	0.0014712	0.0014778

หมายเหตุ ค่าที่ขีดเส้นใต้ หมายถึง Parameter Corrections มีค่าน้อยกว่า Probable Errors

3	81.544	<u>0.4593</u>	2.2658	2.2658	<u>1.5720</u>	0.0014793	0.0014558
3	<u>81.330</u>	<u>0.4573</u>	<u>2.2611</u>	2.2611	<u>1.5739</u>	0.0014905	0.0014838
3	<u>81.311</u>	<u>0.4585</u>	2.2641	2.2641	<u>1.5719</u>	0.0014776	0.0014648
3	81.307	<u>0.4573</u>	2.2554	2.2554	<u>1.5750</u>	0.0015177	0.0014688
3	<u>81.102</u>	<u>0.4586</u>	2.2601	2.2601	1.5730	0.0014940	0.0014820
3	<u>81.422</u>	<u>0.4586</u>	<u>2.2639</u>	2.2639	1.5724	0.0014785	0.0014720
3	<u>81.442</u>	0.4646	2.2681	2.2681	1.5765	0.00175	0.00147

ตารางที่ 4.3 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ เมื่อ $q=0.24$

Mode	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	Σ_{predict}
2	80.000	0.4000	2.4000	2.4000	1.6000	0.008664	0.001581
4	82.536	0.0489	2.3294	2.3470	1.5733	0.0024658	0.0014846
4	83.035	<u>0.4739</u>	<u>2.3294</u>	2.3467	<u>1.5693</u>	0.0014941	0.0014724
4	<u>83.895</u>	<u>0.4736</u>	<u>2.3294</u>	2.3506	<u>1.5713</u>	0.0014932	0.0014742
4	<u>83.728</u>	<u>0.4725</u>	<u>2.3294</u>	2.3455	<u>1.5708</u>	0.00147687	0.0014767
4	<u>83.737</u>	<u>0.4725</u>	<u>2.3294</u>	2.3459	<u>1.5707</u>	0.00147762	0.0014775
4	<u>83.642</u>	<u>0.4724</u>	<u>2.3294</u>	2.3464	<u>1.5707</u>	0.0014804	0.0014799
4	<u>83.608</u>	<u>0.4172</u>	<u>2.3294</u>	2.3476	<u>1.5706</u>	0.00148213	0.0014808
4	83.315	0.4718	2.3294	2.3478	1.5702	0.0014801	0.0014771

ตารางที่ 4.4 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ เมื่อ $q=0.26$

Mode	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	Σ_{predict}
2	70.000	<u>0.4000</u>	2.5000	<u>2.5000</u>	1.5000	0.023595	0.002169
4	79.132	0.3908	2.3760	2.5305	1.6096	0.00716	0.00195
4	81.795	0.4955	2.3760	2.4449	<u>1.5703</u>	0.00365	0.00153
4	<u>82.352</u>	<u>0.4665</u>	2.3760	<u>2.4382</u>	<u>1.5702</u>	0.001572	0.001535

4	<u>82.607</u>	<u>0.4640</u>	2.3760	<u>2.4377</u>	<u>1.5696</u>	0.0015209	0.0014953
4	<u>83.404</u>	<u>0.4672</u>	2.3760	<u>2.4404</u>	<u>1.5709</u>	0.0014956	0.0014875
4	<u>83.915</u>	<u>0.4682</u>	2.3760	<u>2.4393</u>	<u>1.5716</u>	0.0014901	0.0014855
4	<u>83.818</u>	<u>0.4677</u>	2.3760	<u>2.4351</u>	<u>1.5713</u>	0.0014878	0.0014862
4	<u>83.843</u>	<u>0.4673</u>	2.3760	<u>2.4375</u>	<u>1.5716</u>	0.0014868	0.0014860
4	<u>83.926</u>	<u>0.4675</u>	2.3760	<u>2.4356</u>	<u>1.5717</u>	0.0014863	0.0014851
4	<u>83.752</u>	<u>0.4675</u>	2.3760	<u>2.4360</u>	<u>1.5712</u>	0.0014888	0.0014875
4	<u>83.800</u>	<u>0.4674</u>	2.3760	<u>2.4374</u>	<u>1.5715</u>	0.0014870	0.0014868
4	<u>83.802</u>	<u>0.4673</u>	2.3760	<u>2.4371</u>	<u>1.5715</u>	0.0014872	0.0014871
4	<u>83.834</u>	<u>0.4673</u>	2.3760	<u>2.4375</u>	<u>1.5714</u>	0.0014869	0.0014862
4	<u>83.779</u>	<u>0.4673</u>	2.3760	<u>2.4360</u>	<u>1.5714</u>	0.0014882	0.0014868

ตารางที่ 4.5 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ เมื่อ $q=0.28$

Mode	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	Σ_{predict}
2	70.000	0.4000	2.7000	2.7000	1.5000	00468	0.01007
4	71.562	0.2090	2.4216	2.5847	1.6214	0.0316	0.00279
4	<u>81.557</u>	1.0609	2.4216	<u>2.7715</u>	1.6022	2.658	0.008
4	81.795	0.7584	2.4216	2.7745	1.5343	0.19567	0.00219
4	82.856	0.5095	2.4216	2.5747	<u>1.5753</u>	0.0067	0.00158
4	<u>83.426</u>	<u>0.4621</u>	2.4216	2.5449	<u>1.5730</u>	0.001557	0.00158
4	83.647	<u>0.4600</u>	2.4216	<u>2.5390</u>	<u>1.5724</u>	0.001516	0.001507
4	<u>83.953</u>	<u>0.4610</u>	2.4216	<u>2.5342</u>	<u>1.5729</u>	0.0015089	0.0015085
4	<u>83.898</u>	<u>0.4610</u>	2.4216	<u>2.5327</u>	<u>1.5726</u>	0.0015061	0.0015059
4	<u>83.912</u>	<u>0.4615</u>	2.4216	<u>2.5316</u>	<u>1.5725</u>	0.0015090	0.0015087
4	<u>83.847</u>	<u>0.4611</u>	2.4216	<u>2.5327</u>	<u>1.5726</u>	0.0015067	0.0015041
4	<u>84.040</u>	<u>0.4616</u>	2.4216	<u>2.5308</u>	<u>1.5727</u>	0.00151	0.00149

ตารางที่ 4.6 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ เมื่อ $q=0.3$

Mode	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	$\Sigma_{predict}$
2	70.000	0.4000	2.7000	2.7000	6.3700	94.95	0.005
2	71.206	<u>0.3625</u>	2.5681	2.7263	1.6394	0.087	0.0021
4	80.374	0.3786	0.4662	2.8865	1.6132	0.0116	0.0023
4	<u>83.050</u>	0.4764	0.4662	2.5530	1.5780	0.0033	0.00158
4	83.031	<u>0.4605</u>	0.4662	2.6169	<u>1.5708</u>	0.00157	0.00153
4	<u>83.541</u>	<u>0.4556</u>	0.4662	2.6293	<u>1.5727</u>	0.00152	0.00151
4	<u>83.888</u>	<u>0.4541</u>	0.4662	<u>2.6372</u>	<u>1.5741</u>	0.0015150	0.0015139
4	<u>83.843</u>	<u>0.4533</u>	0.4662	<u>2.6361</u>	<u>1.5741</u>	0.0015146	0.0015140
4	<u>83.976</u>	<u>0.4534</u>	0.4662	<u>2.6358</u>	<u>1.5738</u>	0.0015092	0.0015069
4	<u>83.898</u>	<u>0.4534</u>	2.4662	<u>2.6350</u>	<u>1.5739</u>	0.0015072	0.0015038
4	<u>84.190</u>	<u>0.4548</u>	2.4662	<u>2.6416</u>	<u>1.5744</u>	0.0015042	0.0014959
4	<u>84.464</u>	<u>0.4549</u>	2.4662	<u>2.6355</u>	<u>1.5750</u>	0.0014972	0.0014925
4	<u>84.724</u>	<u>0.4538</u>	2.4662	<u>2.6397</u>	<u>1.5759</u>	0.0014950	0.0014944
4	<u>84.313</u>	<u>0.4538</u>	2.4662	<u>2.6358</u>	<u>1.5751</u>	0.0014977	0.0014946
4	<u>84.462</u>	<u>0.4536</u>	2.4662	<u>2.6369</u>	<u>1.5754</u>	0.0014977	0.0014938
4	<u>84.659</u>	<u>0.4534</u>	2.4662	<u>2.6393</u>	<u>1.5759</u>	0.0014935	0.0014272
4	<u>84.845</u>	<u>0.4543</u>	2.4662	<u>2.6371</u>	<u>1.5763</u>	0.0014979	0.0014943
4	<u>85.769</u>	<u>0.4541</u>	2.4662	<u>2.6461</u>	<u>1.5777</u>	0.0015151	0.0014891
4	<u>84.790</u>	<u>0.4538</u>	2.4662	<u>2.6310</u>	<u>1.5739</u>	0.00151	0.00149

ตารางที่ 4.7 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ เมื่อ $q=0.4$

Mode	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	$\Sigma_{predict}$
2	70.000	0.4000	2.8000	2.8000	1.5000	0.0109	0.0020
4	75.308	0.3283	2.6780	3.0540	1.6118	0.0111	0.0023

4	<u>75.377</u>	0.4635	2.6780	<u>2.9109</u>	<u>1.5491</u>	0.0056	0.0023
4	<u>75.647</u>	<u>0.4245</u>	2.6780	<u>2.9262</u>	<u>1.5483</u>	0.00248	0.00237
4	<u>75.280</u>	<u>0.4161</u>	2.6780	<u>2.9037</u>	<u>1.5451</u>	0.0024099	0.0024043
4	74.874	<u>0.4148</u>	2.6780	2.8796	1.5425	0.002416	0.002345
4	76.569	0.4128	2.6780	<u>2.7779</u>	1.5545	0.00469	0.00249
4	<u>72.929</u>	<u>0.4235</u>	2.6780	<u>2.7572</u>	1.5262	0.00241	0.00236

ตารางที่ 4.8 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ เมื่อ $q=0.5$

Mode	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	$\Sigma_{predict}$
2	70.000	0.4000	3.0000	3.0000	1.5000	0.0075	0.00185
4	71.893	0.3276	2.8758	<u>3.1425</u>	1.5855	0.00896	0.00232
4	73.226	0.4096	2.8758	3.1683	1.5365	0.00276	0.00232
4	<u>73.271</u>	<u>0.3713</u>	2.8758	3.2178	1.5479	0.002498	0.002325
4	<u>73.232</u>	<u>0.3834</u>	2.8758	<u>3.1597</u>	<u>1.5388</u>	0.0024582	0.002442
4	73.389	0.3911	2.8758	3.1754	1.5370	0.002454	0.002359
4	<u>73.813</u>	<u>0.3721</u>	2.8758	<u>3.2294</u>	<u>1.5469</u>	0.0024027	0.0023935
4	73.635	0.3718	2.8757	3.2298	1.5448	0.002388	0.0022782
4	<u>73.615</u>	0.3431	2.8758	3.2683	1.5526	0.002424	0.002356
4	73.356	<u>0.3832</u>	2.8757	3.1824	<u>1.5418</u>	0.002431	0.002349
4	73.801	<u>0.3804</u>	2.8758	3.2348	1.5438	0.0023958	0.002244
4	75.468	<u>0.3676</u>	2.8757	3.3695	<u>1.5580</u>	0.0023228	0.002295
4	76.662	<u>0.3668</u>	2.8757	3.4001	<u>1.8636</u>	0.00264	0.00205

ตารางที่ 4.9 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ เมื่อ $q=0.6$

Mode	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	$\Sigma_{predict}$
2	<u>70.000</u>	0.4000	3.2000	3.2000	1.5000	0.00708	0.002223

4	<u>69.931</u>	<u>0.3455</u>	3.0634	<u>3.2737</u>	1.5547	0.00565	0.00237
4	<u>69.827</u>	<u>0.3701</u>	3.0634	3.2366	<u>1.5165</u>	0.0023337	0.0023104
4	<u>69.579</u>	<u>0.3838</u>	3.0634	3.2068	1.5078	0.00230	0.002194
4	<u>68.607</u>	0.3981	3.0634	<u>3.1060</u>	1.4918	0.00270	0.00201
4	<u>68.566</u>	0.4125	3.0634	<u>3.0741</u>	1.4801	0.0021471	0.0019731
4	<u>66.745</u>	<u>0.3992</u>	3.0634	<u>3.2078</u>	1.4708	0.00526	0.00207
4	<u>69.195</u>	0.3908	3.0634	<u>3.0897</u>	1.4983	0.00237	0.00201

ตารางที่ 4.10 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ Mode 3 อัตราส่วนมวลมีการเปลี่ยนค่าได้

Q	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	$\Sigma_{predict}$
0.22000	<u>81.420</u>	<u>0.4587</u>	2.2817	2.2817	1.5724	0.001806	0.001496
0.22438	<u>81.424</u>	<u>0.4635</u>	2.2922	2.2922	<u>1.5672</u>	0.001609	0.001503
0.22741	<u>81.228</u>	<u>0.4639</u>	2.2993	2.2993	<u>1.5645</u>	0.001563	0.001526
<u>0.22877</u>	<u>81.235</u>	<u>0.4653</u>	2.3026	2.3026	<u>1.5623</u>	0.001543	0.001534
<u>0.22951</u>	<u>81.267</u>	<u>0.4659</u>	2.3043	2.3043	<u>1.5615</u>	0.001541	0.001538
<u>0.23000</u>	<u>81.222</u>	<u>0.4660</u>	2.3055	2.3055	<u>1.5609</u>	0.001541	0.001540
<u>0.23041</u>	<u>81.149</u>	<u>0.4660</u>	2.3065	2.3065	<u>1.5606</u>	0.001545	0.001541
<u>0.23032</u>	<u>81.321</u>	<u>0.4665</u>	2.3063	2.3063	<u>1.5606</u>	0.001543	0.001539
<u>0.22972</u>	<u>81.533</u>	<u>0.4675</u>	2.3048	2.3048	<u>1.5606</u>	0.001540	0.001531
<u>0.23006</u>	<u>81.212</u>	<u>0.4662</u>	2.3057	2.3057	<u>1.5607</u>	0.001542	0.001541
<u>0.23045</u>	<u>81.154</u>	<u>0.4661</u>	2.3066	2.3066	<u>1.5606</u>	0.001544	0.001543
<u>0.23065</u>	<u>81.185</u>	<u>0.4661</u>	2.3071	2.3071	<u>1.5604</u>	0.001545	0.001544
<u>0.23073</u>	<u>81.191</u>	<u>0.4662</u>	2.3073	2.3073	<u>1.5603</u>	0.001545	0.001544
<u>0.23092</u>	<u>81.134</u>	<u>0.4661</u>	2.3077	2.3077	<u>1.5603</u>	0.001548	0.001543
<u>0.23088</u>	<u>81.251</u>	<u>0.4662</u>	2.3076	2.3076	<u>1.5603</u>	0.001548	0.001547

ตารางที่ 4.11 ผลการคำนวณพารามิเตอร์ Mode 4 อัตราส่วนมีการเปลี่ยนค่าได้

Q	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Σ_{input}	Σ_{predict}
0.24000	83.737	0.4725	2.3294	2.3459	1.5708	0.001477	0.001472
0.24320	83.653	0.4716	2.3368	2.3590	1.5706	0.001485	0.001463
0.24982	83.469	0.1693	2.3316	2.3334	1.5701	0.002288	0.001501
0.24126	83.016	0.4671	2.3323	2.3481	1.5684	0.001538	0.001468
0.24207	83.928	0.4729	2.3342	2.3590	1.5715	0.001491	0.001472
0.24579	83.779	0.4712	2.3428	2.3732	1.5710	0.001487	0.001475
0.24986	83.676	0.4700	2.3523	2.3904	1.5709	0.001485	0.001478
0.24277	83.706	0.4691	2.3591	2.4024	1.5710	0.001488	0.001481
0.25496	83.633	0.4684	2.3642	2.4026	1.5709	0.001524	0.001487
0.25629	83.630	0.4687	2.3673	2.4203	1.5709	0.001489	0.001485
0.25860	83.751	0.4676	2.3727	2.4103	1.5713	0.001587	0.001488
0.25464	83.666	0.4692	2.3634	2.4136	1.5709	0.001485	0.001483
0.25543	83.672	0.4685	2.3653	2.4160	1.5711	0.001489	0.001483
0.25823	83.712	0.4677	2.3718	2.4278	1.5712	0.001489	0.001487
0.25919	83.770	0.4675	2.3740	2.4339	1.5714	0.001486	0.001486
0.25882	83.704	0.4676	2.3732	2.4327	1.5713	0.001488	0.001486
0.25765	83.863	0.4680	2.3705	2.4265	1.5716	0.001484	0.001483
0.25728	83.788	0.4682	2.3696	2.4230	1.5713	0.001483	0.001481
0.25481	83.856	0.4690	2.3638	2.4329	1.5714	0.001573	0.001489

ตารางที่ 4.12 ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการคำนวณของสองแบบจำลอง

q	i	T_2	Ω_1	Ω_2	L_1	Mode
0.23065	81.185	0.4661	2.3071	2.3071	1.5604	3
0.25919	83.770	0.4675	2.3740	2.4339	1.5714	4