

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นพื้นฐานและแนวคิดในการดำเนินการวิจัย โดยเสนอสาระสำคัญและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องตามลำดับดังนี้

1. เอกสารที่เกี่ยวกับหลักการสอนคณิตศาสตร์
2. เอกสารที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาและการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
3. งานวิจัยที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
4. เอกสารที่เกี่ยวกับขั้นตอนในการสร้างชุดฝึกและหลักในการฝึก
5. งานวิจัยที่เกี่ยวกับการฝึก

หลักการสอนคณิตศาสตร์

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529, หน้า 24-25) ได้สรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก คือ พร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และความพร้อมในแง่ความรู้พื้นฐานที่มาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูจะต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกัน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมองเห็นความสัมพันธ์กับสิ่งที่เรียนได้ดี
2. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจะต้องจัดให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจและความสามารถของเด็ก เพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาภายหลัง
3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา
4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่ม เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละคน
5. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบต้องเรียนไปตามลำดับขั้น การสอนเพื่อสร้างความคิดความเข้าใจในระยะเริ่มแรกจะต้องเป็นประสบการณ์ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้เกิดความสับสน จะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอน การสอนจึงจะเป็นไปตามลำดับขั้นที่วางไว้
6. การสอนแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่า จัดกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์อะไร

7. เวลาที่ใช้ในการสอนควรจะใช้ระยะเวลาพอสมควร ไม่นานเกินไป
8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่นได้ ให้นักเรียนมีโอกาเลือกทำกิจกรรมตามความพอใจ ตามความถนัดของตน และให้อิสระในการทำงานแก่เด็ก สิ่งสำคัญประการหนึ่งคือ การปลูกฝังเจตคติที่ดีแก่เด็กในการเรียนคณิตศาสตร์ เพราะจะช่วยให้เด็กพอใจในการเรียนวิชานี้ รวมทั้งเห็นประโยชน์และคุณค่าจนเกิดความสนใจมากขึ้น
9. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการวางแผนร่วมกันกับครู เพราะจะช่วยให้ครูเกิดความมั่นใจในการสอนและเป็นไปตามความพอใจของเด็ก
10. การสอนคณิตศาสตร์ที่ดีควรให้เด็กมีโอกาทำงานร่วมกันหรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้า สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเองกับเพื่อน ๆ
11. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วย จึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามต่อไปแก่เด็ก
12. นักเรียนจะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนโดยครูใช้ของจริง อุปกรณ์จึงเป็นรูปธรรมนำไปสู่นามธรรมตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ ไม่ใช่จำดังเช่นการสอนในอดีตที่ผ่านมา ทำให้เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้
13. การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการต่อเนื่องและเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม เป็นเครื่องมือในการวัดผล จะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของตน
14. ไม่ควรจำกัดวิธีคิดคำนวณหาคำตอบของเด็ก แต่ควรแนะวิธีคิดที่เร็วและแม่นยำในภายหลัง
15. ฝึกให้เด็กรู้จักตรวจคำตอบด้วยตนเอง

จากความหมาย ความสำคัญ จุดประสงค์ตลอดจนหลักการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่าหลักสูตรคณิตศาสตร์มุ่งเน้นให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมด้านการคิดอย่างมีเหตุผล และเน้นพฤติกรรมด้านความรู้สึกเป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญ ในเรื่องนี้ วิลสัน (Wilson, 1971, pp. 660-664) ได้แบ่งพฤติกรรมด้านความรู้และการคิดในวิชาคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับ ได้แก่

1. ความรู้ ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ
2. ความเข้าใจ
3. การนำไปใช้
4. การวิเคราะห์

ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

จากการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ให้เกิดเกิดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และให้มีทักษะในการคิดคำนวณนั้นก็เพื่อให้เด็กสามารถนำเอาสมรรถภาพทั้งสองประการมาช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ ทั้งนี้เพราะโจทย์ปัญหาเป็นเป้าหมายสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังที่กล่าวมาตามลำดับ

ในเรื่องของทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นี้เป็นพฤติกรรม 2 ขั้นสุดท้าย ที่ วิลสัน (Wilson, 1971, อ้างใน สนิท พรหมมา, 2534, หน้า 24-26) กล่าวไว้ข้างต้นคือ ขั้นนำไปใช้และขั้นการวิเคราะห์

ขั้นการนำไปใช้ (Application) เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่คล้ายกับที่เคยเรียนมาแล้ว นั่นคือ ผู้เรียนต้องนำเอาความรู้ความสามารถจากขั้น 1 และ 2 มาผสมผสานกันในการนำมาใช้แก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะมีหลายขั้นตอนต้องเลือกตัดสินใจว่าจะทำขั้นตอนใดก่อนหลัง โดยแบ่งเป็นพฤติกรรมย่อย ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย (Solve routine problem) เป็นการแก้โจทย์ปัญหาที่คล้ายคลึงแต่ไม่ใช่ข้อเดียวกันกับตัวอย่างหรือแบบฝึกหัดที่นักเรียนเคยทำมาแล้ว นักเรียนต้องอาศัยความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณและความเข้าใจมาประกอบกันแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ
2. ความสามารถในการเปรียบเทียบ (Make comparisons) เป็นความสามารถในการหาความสัมพันธ์โดยการเปรียบเทียบข้อมูลที่โจทย์ให้มา 2 ชุด ในการแก้ปัญหาอาจจะต้องใช้วิธีการคิดคำนวณ ความเข้าใจ แล้วจึงนำมาเปรียบเทียบเพื่อตัดสินใจ
3. ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูล (Analyze data) เป็นความสามารถในการจำแนกและตัดสินใจว่า ข้อมูลส่วนใดจำเป็นหรือไม่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา
4. ความสามารถในการมองเห็นแบบ ลักษณะโครงสร้างที่เหมือนกันและการสมมาตร (Recognize patterns, isomorphisms and symmetries) พฤติกรรมในขั้นนี้จะเกี่ยวกับการระลึกถึงข้อมูล แปลงปัญหาการจัดกระทำกับข้อมูล การมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่คุ้นเคยกับข้อมูลที่กำหนดให้

ขั้นการวิเคราะห์ (Analysis) พฤติกรรมขั้นนี้ถือว่าเป็นพฤติกรรมขั้นสูงสุดด้านสติปัญญา โจทย์ปัญหามีลักษณะซับซ้อน พลิกแพลง นักเรียนไม่เคยลองฝึกมาก่อนแต่โจทย์ยังอยู่ในขอบข่ายเนื้อหาวิชาที่เรียนมาดังนั้นในขั้นนี้การแก้ปัญหาจึงต้องใช้ความรู้ความสามารถใน

3 ขั้น ที่กล่าวมาคือ ความรู้ความจำเกี่ยวกับการคิดคำนวณ ความเข้าใจ การนำไปใช้ รวมทั้งการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เพื่อสามารถค้นพบวิธีการหรือแนวทางแก้โจทย์ปัญหานั้น ๆ แบ่งเป็นพฤติกรรมย่อย ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน (Solve nonroutine problems) คำถามในขั้นนี้ต้องคิดซับซ้อน เป็นโจทย์ที่ไม่ได้อยู่ในแบบฝึกหัดหรือตัวอย่างไม่เคยเห็นมาก่อน นักเรียนจะแก้ปัญหานั้นได้ต้องอาศัยความคิดสร้างสรรค์ของคณิตศาสตร์ ต้องเข้าใจในมิติหรือนิยาม ตลอดจนทฤษฎีต่าง ๆ ที่ครูสอนมาแล้วเป็นอย่างดีแล้วให้ความรู้เหล่านั้นมาผสมผสานกันแก้ปัญหา
2. ความสามารถในการค้นหาความสัมพันธ์ (Discover relationship) เป็นความสามารถในการจัดส่วนต่าง ๆ ที่โจทย์กำหนดให้ใหม่แล้วสร้างความสัมพันธ์ขึ้นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา
3. ความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์ (Construct proves) เป็นความสามารถในการสร้างข้อพิสูจน์โจทย์ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ต้องอาศัยนิยามและทฤษฎีความรู้ต่าง ๆ มาช่วยแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการวิพากษ์วิจารณ์การพิสูจน์ (Criticize proves) เป็นการชี้เหตุผลที่ควบคู่ไปกับความสามารถในการพิสูจน์ ซึ่งต้องการให้นักเรียนมองเห็นหรือเข้าใจการพิสูจน์นั้นว่าถูกต้องหรือไม่ มีตอนใดผิดพลาดไปบ้าง
5. ความสามารถในการสร้างสูตรและการทดสอบความถูกต้องของสูตรนั้น ซึ่งใช้เป็นกรณีทั่วไปได้ (Formulate and validate generalization) เป็นความสามารถในการสร้างสูตรขึ้นมาใหม่ โดยให้สัมพันธ์กับเรื่องที่เคยเรียนมาแล้วและต้องสมเหตุสมผลใช้ได้ทุกกรณี

ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แอนเดอร์สัน และพินกรี (Anderson and Pingry อ้างใน บุญรวม ชูรักษา , 2524, หน้า 9-10) ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการข้อแก้ไข (Solution) หรือคำตอบที่ผู้แก้ปัญหานั้นทำได้ต้องมีกระบวนการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ประสบการณ์และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

อาดัมส์ (Adams, 1977, p.176) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณและต้องมีการตัดสินใจ แล้วหาคำตอบจากการลงมือกระทำซึ่งปัญหานั้นจะใช้ภาษา เรื่องราว หรือคำพูดก็ได้

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2514, หน้า 12) และมนูญ อรุณไพโรจน์ (2517, หน้า 22) ก็ได้ให้คำจำกัดความของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ใกล้เคียงกันว่า หมายถึง สภาพของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยจำนวนเลขและข้อความประกอบที่ก่อให้เกิดปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องตัดสินใจเอาว่าจะใช้วิธีการอะไรทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหานั้น หรือหมายถึงแบบฝึกหัดเลขคณิตที่ต้องการให้นักเรียนคิดและตัดสินใจเองว่าจะทำอย่างไร นักเรียนไม่สามารถดำเนินการหาคำตอบได้ทันทีเพราะโจทย์ปัญหานี้ ไม่มีเครื่องหมาย คำบอก หรือคำสั่ง อย่างเด่นชัด

บุญรวัย ชูรักษา (2524, หน้า 10) กล่าวว่า ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ สถานการณ์ที่ผู้เรียนต้องใช้ความสามารถ ความรู้ ความเข้าใจในการอ่านโจทย์มาประกอบการพิจารณาหาคำตอบที่ถูกต้อง สถานการณ์ที่ตอบได้โดยไม่ต้องคิด จึงไม่เรียกว่าปัญหา

นอกจากนี้นิยม ไชยวงศ์ (2537, หน้า 52) ก็ได้กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ สถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องการคำตอบ โดยผู้เรียนต้องใช้ความสามารถ ความรู้ ความเข้าใจในการอ่านโจทย์ มาประกอบการพิจารณาหาวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือก ตัดสินใจ และลงมือแก้ปัญหาลอง ส่วนสถานการณ์ที่ตอบได้โดยไม่ต้องคิด จึงไม่เรียกว่า ปัญหา

สนธิ พรหมมา (2534, หน้า 27) กล่าวไว้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หมายถึง ภาวะการณ์ที่ถูกสร้างขึ้น เพื่อต้องการให้ผู้เรียนใช้ความสามารถในด้านการคิดคำนวณความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ตลอดจนความสามารถในการอ่านโจทย์ มาใช้หาคำตอบที่ถูกต้อง

กมล ชื่นทองคำ (2527, หน้า 23) และวิไลวรรณ เอื้อสุวรรณ (2531, หน้า 28) ได้ให้คำจำกัดความของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกันว่า หมายถึงสถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องการคำตอบโดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องหาวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือก ตัดสินใจ และลงมือแก้ปัญหาลอง

จากความหมายที่กล่าวมาพอจะสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่ประกอบด้วยข้อความและตัวเลขที่ต้องการคำตอบ ผู้แก้ปัญหามustใช้ความรู้ความเข้าใจทางภาษาและคณิตศาสตร์ ตลอดจนทักษะต่าง ๆ มาประกอบกัน จึงจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ประเภทของโจทย์ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2526, หน้า 87) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาเป็น 2 ประเภท คือ

1. โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน
2. โจทย์สมมุติเพื่อเสริมทักษะ ฝึกเชาว์ และสมองของเด็ก

ทั้งนี้ รัสเซลล์ (Russell, 1961, p. 255) ได้แบ่งลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. โจทย์ที่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ต้องการคำตอบที่ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ได้แก่ โจทย์ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือแบบเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป การหาคำตอบของโจทย์ลักษณะนี้ใช้วิธีคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยตรง เช่น “นายวิชัยต้องการจัดน้อยหน้าจำนวน 456 ผล ใส่กระถาง โดยใส่กระถางละ 6 ผลเท่า ๆ กัน อยากทราบว่าต้องใช้กระถางกี่ใบ”

2. โจทย์ที่ไม่มีรูปแบบ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ลักษณะนี้ต้องการให้นักเรียนแสดงกระบวนการหรือขั้นตอนในการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะต้องใช้แผนภาพหรือรูปภาพประกอบ โจทย์ปัญหานี้จะมีความเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน เช่น “มีผู้ชาย 8 คน ในงานเลี้ยง ถ้าผู้ชายคนหนึ่งจะต้องจับมือกับคนอื่น ๆ ให้ครบทุกคนแล้ว อยากทราบว่าจะมีการจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง”

องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหา

โดโนแวน จอห์นสัน และ เจอรัลด์ ไรซิง (Donovan Johnson and Jerald Rising) อ้างใน คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ , 2524, หน้า 141) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน จะประกอบด้วย การมองเห็นภาพ การจินตนาการ การจัดทำอย่างมีทักษะ การวิเคราะห์ การสรุปและการโยงความคิด

แม็คสเวน และคูก (Mc Swain and Cooke อ้างใน บุญรวัย ชูรักษา, 2524, หน้า 11) กล่าวว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมการคิดของผู้แก้ปัญหา ได้แก่ ประสบการณ์ ความสนใจ จุดมุ่งหมาย สุขภาพจิต บรรยากาศในห้องเรียน ความเข้าใจในแนวคิดและหลักการทางคณิตศาสตร์ การคิดที่รอบคอบเพื่อหาสิ่งที่โจทย์ให้มา สิ่งที่ต้องการทราบและคำถามคืออะไร เพื่อใช้ประกอบการคาดคะเนคำตอบ

นอกจากนี้ เฮนนี่ (Henney, 1971, pp. 223-224) ได้ศึกษาถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า องค์ประกอบที่สำคัญประกอบด้วย ความสามารถในการเข้าใจคำพูด ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา การตีความปัญหาอย่างมีเหตุผล และการคิดคำนวณ

ซาลิวสกี (Zalewaki, อ้างใน กมล ขึ้นทองคำ, 2527, หน้า 27) ได้ทำการศึกษาและพบว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนประกอบด้วย

1. ความเข้าใจในการอ่านคำศัพท์ การตีความกราฟและตาราง
2. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์
4. การรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ
5. ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา
6. ความสามารถในการคำนวณ

ดังเช่นรายงานการวิจัยของ เพส (Pace อ้างใน สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพะเยา, 2531) ได้ศึกษาผลของความเข้าใจหลักเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ คือ การบวก ลบ คูณ และหาร ที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยทำการศึกษาเกี่ยวกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ได้สรุปผลของการศึกษาไว้ว่า ความเข้าใจหลักคณิตศาสตร์พื้นฐานทั้งสี่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และจากผลการวิจัยของ ซิสเตอร์แมรี แคมิลล์ เกลอบแน ได้ศึกษาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชายชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 472 คน พบว่า นักเรียนชายชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความสามารถและทักษะในทางคณิตศสตร์น้อย มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์น้อยตามไปด้วย (Pace, Sister Mary Camille Klicbhan อ้างใน สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดพะเยา, 2531, หน้า 23-25)

อัลเฟรด เอช วิลเลียม (Alfred H. Williams อ้างใน สุมาลี รัตนพันธุ์ 2524, หน้า 45-46) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ทักษะคณิตศาสตร์ข้อมูลฐานกับความสามารถในการแก้ปัญหาทั่วไปจากประชากรที่ศึกษาในระดับอนุบาล พบว่า ทักษะคณิตศาสตร์ขั้นมูลฐานมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทั่วไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติและจากผลการวิจัยของ มอร์ดัน (Morton) พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีสหสัมพันธ์กับระดับสติปัญญาสูงที่สุด รองลงมาเป็นทักษะการบวก ลบ คูณ หาร

วาสนา ยิสู (2535) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “สมรรถภาพพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูง พบว่า สมรรถภาพพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา แบ่งเป็นสามองค์ประกอบ คือ ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ทักษะการอ่านและการตีความโจทย์ปัญหาและทักษะการคิดคำนวณ ส่วนขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนมี 4 แบบ โดยแบบที่ 1 มี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการอ่าน และทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ขั้นเขียนประโยคสัญลักษณ์ ขั้นคิดคำนวณและขั้นการตรวจคำตอบ แบบที่ 2 มี 3 ขั้นตอน คือ ขั้นอ่าน และทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ขั้นเขียนประโยค

สัญลักษณ์และขั้นตอนคิดคำนวณ แบบที่ 3 มี 3 ขั้นตอนคือ ขั้นอ่าน และทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ขั้นคิดคำนวณและขั้นตรวจคำตอบ แบบที่ 4 มี 2 ขั้นตอนคือ ขั้นอ่านและทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาและขั้นคิดคำนวณ

ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายอย่างที่จะช่วยให้การแก้ปัญหาประสบผลสำเร็จ องค์ประกอบต่าง ๆ ที่มีส่วนในการแก้ปัญหานั้น ๆ ควรได้รับการสอนฝึกฝน และพัฒนา ดังที่คณะอนุกรรมการพัฒนาการสอนและผลิตวัสดุอุปกรณ์การสอนคณิตศาสตร์ (2524, หน้า 14) ได้กล่าวว่า การที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ นักเรียนควรจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ ความสามารถพื้นฐาน และมีองค์ประกอบในด้านเจตคติที่จะช่วยเป็นพลังสำคัญในการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติ และทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น ๆ
2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ
3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์ หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ หาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับประสบการณ์เก่า
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับตอน การวิเคราะห์หารูปแบบและการหาข้อสรุป
6. ความใส่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น
7. มีความศรัทธา มีกำลังใจ และมีความอดทนในการคิดแก้ปัญหา

ดังรายงานการวิจัยของ บุญรวัย ชูรักษา (2524) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดสุราษฎร์ธานี” พบว่า โดยส่วนรวมความเข้าใจในการอ่านกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .613 นอกจากนั้นความเข้าใจในการอ่านยังมีความสัมพันธ์กับความเข้าใจโจทย์ปัญหาและการคิดคำนวณอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .561 และ 454 ตามลำดับ

ไฮร์เมอ และเทรียบลัด (Heimer and Traeblood, อ้างใน สุดสวาท ชันธมูล, 2530, หน้า 12) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาดังนี้

1. เทคนิคการรู้คำศัพท์ การรู้คำศัพท์ในโจทย์คำถามจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ครูอาจช่วยฝึกฝนให้นักเรียนได้มีความรู้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น โดยจัดหาเกมหรือกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้คำศัพท์มาให้เล่น

2. ทักษะการคำนวณ ครูควรช่วยให้นักเรียนได้ฝึกฝนในด้านนี้ เช่น อาจใช้วิธีการให้ฝึกคิดคำนวณในใจ

3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีจัดกระทำกับข้อมูลอย่างถูกต้อง
7. ความสามารถในการหาข้อมูลเพิ่มเติม
8. การแปลความหมายของโจทย์

ส่วน สุวรร กาญจนมยุร (2532, หน้า ก-ข) กล่าวว่า การที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้ที่ตนมีอยู่ไปวิเคราะห์โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้ จะต้องอาศัยองค์ประกอบอื่นอีกหลายประการ เช่น

1. องค์ประกอบทางด้านภาษา ได้แก่

1.1 ทักษะการอ่าน หมายถึง อ่านได้คล่อง ชัดเจน รู้จักแบ่งวรรคตอนได้ถูกต้อง ไม่ว่าจะอ่านในใจหรืออ่านออกเสียง

1.2 ทักษะในการเก็บใจความ หมายถึง เมื่ออ่านโจทย์ปัญหาแล้วสามารถแบ่งได้ว่าข้อความใดเป็นสิ่งที่กำหนดให้ และข้อความใดเป็นสิ่งที่โจทย์ถามหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

- 1.3 รู้จักเลือกใช้ความหมายของคำถูกต้องตามเจตนาของโจทย์ปัญหา

2. องค์ประกอบด้านความเข้าใจ ได้แก่

2.1 ทักษะจับใจความ

2.2 ทักษะตีความ

2.3 ทักษะแปลความ

ซึ่งจากรายงานการวิจัยของ วิชัย พาณิชยสว (2523, หน้า 35) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ปีการศึกษา 2522 จำนวน 240 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดแบบเอกนัยทางสัญลักษณ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์ต่อกันในทางบวกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 โดยมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .496

3. องค์ประกอบด้านการคิดคำนวณ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ การหาร การยกกำลัง และการแก้สมการ

ดังเช่น รายงานวิจัยของ สนิท พรหมมา (2534) ได้ทำการวิจัย เรื่อง “ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ ความเข้าใจ ทักษะการคิดคำนวณและทักษะการแก้โจทย์ปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นประถมศึกษา” พบว่า ทักษะการแก้โจทย์ปัญหากับความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และทักษะการคิดคำนวณมีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .001 และมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เท่ากับ .617

4. การย่อความและสรุปความ
5. ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่
- 5.1 ฝึกตามตัวอย่าง
- 5.2 ฝึกจากการแปลความ
- 5.3 ฝึกจากหนังสือเรียน

วีณา วโรตมะวิชญ (2523, หน้า 111-112) กล่าวว่า ปัจจัย (Factor) ที่มีอิทธิพลต่อการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนมีดังนี้

1. ประสบการณ์พื้นฐาน
2. ความสามารถในการอ่าน
3. ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับทักษะพื้นฐาน คือ บวก ลบ คูณ หาร
4. บรรยากาศในชั้นเรียน
5. การกระตุ้น (Motivation) ซึ่งควรจะให้ในลักษณะบวก เช่น รางวัล คำชมเชย เป็นต้น

นิยม ไชยวงศ์ (2537, หน้า 59) ได้กล่าวถึง องค์ประกอบในการแก้โจทย์ปัญหาว่า การสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบสำคัญสองอย่าง คือ องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวครูผู้สอน ซึ่งได้แก่ เทคนิควิธีสอนของครูที่จะช่วยให้นักเรียนได้ฝึก และพัฒนาความรู้ความสามารถพื้นฐาน และเจตคติที่เป็นองค์ประกอบสำคัญในการแก้ปัญหา องค์ประกอบเกี่ยวกับตัวนักเรียน ได้แก่ ความสามารถในการอ่านข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้แล้ว ตีความหรือขยายความโจทย์ แปลงโจทย์ปัญหาจากรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่ง โดยการตอบคำถามเกี่ยวกับปัญหานั้น ๆ ได้ โดยอาศัยการคาดคะเน ซึ่งความสามารถดังกล่าว ครูผู้สอนต้องฝึกฝนให้นักเรียนจนเกิดเป็นทักษะ สามารถใช้อย่างคล่องแคล่ว รู้จักวิเคราะห์โจทย์ปัญหาที่ต้องอาศัยความเข้าใจโจทย์ปัญหาเป็นพื้นฐาน สามารถกระทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งจะส่งผลไปสู่การแก้ปัญหาที่ถูกต้อง รวดเร็ว

ซึ่งจะเห็นได้ว่า การแก้โจทย์ปัญหานั้น นอกจากจะขึ้นอยู่กับประสบการณ์พื้นฐานของผู้เรียนแล้วยังต้องอาศัยความสามารถในหลาย ๆ ด้านมาประสมประสานกันประกอบกับสิ่งแวดล้อมที่เอื้อต่อการเรียนรู้จึงจะทำให้การแก้โจทย์ปัญหาประสบผลสำเร็จได้

ลำดับขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การสอนโจทย์ปัญหาเป็นเรื่องราวที่สร้างความลำบากใจให้ครูผู้สอนมาโดยตลอด ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะผู้สอนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นที่ไหน จะให้เด็กคิดอย่างไร ไม่ทราบขั้นตอนว่าควรจะทำอะไรก่อนหลัง ดังนั้นลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งสำคัญอย่างหนึ่งที่ครูจะต้องเป็นผู้ชี้แนะและฝึกฝนให้เด็กรู้จักแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไปตามลำดับขั้น ตามที่สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2526, หน้า 90 ให้ไว้ดังนี้)

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจเป็นตอน ๆ และพยายามใช้อุปกรณ์ประกอบเรื่องราวของโจทย์
2. หาวว่าโจทย์ถามอะไร
3. โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง เลือกข้อความที่ไม่เกี่ยวกับการทำเลขข้อนี้ออก
4. เลือกกระบวนการที่ต้องใช้กับโจทย์ข้อนี้
5. แปลโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์
6. กะประมาณหรือคาดคะเนคำตอบ
7. คิดคำนวณและเปรียบเทียบกับคำตอบที่เรากะประมาณไว้
8. ตรวจสอบคำตอบ
9. ใส่คำตอบ

กมล ชื่นทองคำ (2527, หน้า 33-34) เสนอขั้นตอนการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ไว้ 3 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นตีความและทำความเข้าใจปัญหา ประกอบด้วย

- 1.1 การทำความเข้าใจความหมายของคำและสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา
- 1.2 การมองปัญหาในหลาย ๆ แง่มุม เพื่อดูความเป็นไปได้ของปัญหา
- 1.3 วาดรูปประกอบปัญหา
- 1.4 หาส่วนที่สำคัญของปัญหา เช่น สิ่งที่โจทย์ถาม ข้อมูลที่ให้มาและเงื่อนไขต่าง ๆ
- 1.5 ค้นหาความสัมพันธ์ของส่วนต่าง ๆ ของปัญหา

ขั้นที่ 2 ขั้นตอนวางแผนในการแก้ปัญหา ประกอบด้วย

- 2.1 ทบทวนความรู้เดิมที่มีที่ต้องนำมาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา
- 2.2 คิดถึงวิธีการให้เหตุผลเพื่อจะระบุสิ่งที่ต้องการ
- 2.3 แบ่งขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหา ว่าอะไรเป็นขั้นตอนใหญ่ อะไรเป็นขั้นตอนย่อย จะต้องหาอะไรก่อน อะไรหลัง
- 2.4 พิจารณาปัญหาที่ใกล้เคียงกัน เพื่อจะดูว่ามีอะไรรวมหรือคล้ายคลึงกันบ้างจะได้แก้ปัญหาลักษณะที่คล้าย ๆ กัน
- 2.5 พิจารณาว่าข้อมูลที่ให้มาในโจทย์เพียงพอหรือไม่
- 2.6 เลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสม

ขั้นที่ 3 ขั้นตอนปฏิบัติการแก้โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย

- 3.1 ลงมือคิดคำนวณตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2
- 3.2 คาดคะเนคำตอบที่ใกล้เคียง
- 3.3 ตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ รวมทั้งการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ
- 3.4 ตรวจสอบว่าคำตอบสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ให้มาหรือไม่ รวมทั้งตรวจสอบกระบวนการต่าง ๆ ในการหาคำตอบ
- 3.5 ปรับปรุงคำตอบให้เป็นคำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์

ส่วน วิจิตรา การกลาง (2532, หน้า 102) ได้จัดกระบวนการคิดในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่ามี 5 ลำดับขั้น และลำดับขั้นเหล่านั้นมีความสัมพันธ์เชื่อมโยงซึ่งกันและกันดังนี้คือ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจ
2. แปลงภาษาโจทย์เป็นสัญลักษณ์
3. บอกวิธีทำ
4. เขียนประโยคสัญลักษณ์
5. คิดคำนวณและหาคำตอบได้

แบงส์ (Banks, อ้างใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533, หน้า 83-85) ได้เสนอวิธีการปรับปรุงความสามารถในการแก้ปัญหาวทางคณิตศาสตร์ 4 วิธี ได้แก่

1. วิธีการวิเคราะห์ (The analysis method) เป็นวิธีที่นิยมสอนกันอย่างแพร่หลายตามหนังสือคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 โจทย์ให้อะไรมาบ้าง

ขั้นที่ 2 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 3 พิจารณาความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณ ระหว่างสิ่งที่โจทย์ให้กับสิ่งที่โจทย์ต้องการหา และพิจารณาว่าจะใช้วิธีใดแก้ปัญหา

ขั้นที่ 4 ประเมินคำตอบ

ขั้นที่ 5 ดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ

ขั้นที่ 6 ตรวจสอบคำตอบ

สิ่งที่สำคัญที่สุดที่จะทำให้การแก้ปัญหาสำเร็จ คือ ความสามารถในการแปลงประโยคภาษาให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และการบ่งชี้ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ให้มา กับข้อมูลที่โจทย์ต้องการ ดังนั้นขั้นที่ 3 จึงเป็นขั้นตอนที่จำเป็นยิ่ง

2. วิธีอุปมาอุปมัย (The method of analogies) เป็นวิธีที่ยึดหลักการอุปมาอุปมัย หรือการเปรียบเทียบ โดยพยายามแปลงโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปที่เข้าใจง่ายหรือคุ้นเคย เช่น การสมมติตัวเลขใหม่ที่ย่อย ๆ เข้าแทนที่ตัวเลขที่ค่อนข้างสลับซับซ้อน เช่น เศษส่วน ทศนิยม วิธีนี้จะทำให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถขยายความเข้าใจจากสิ่งที่คุ้นเคยไปสู่สิ่งที่ไม่คุ้นเคย

3. วิธีการหาความสัมพันธ์เชิงพึ่งพิง (The method of dependence) เป็นวิธีที่ยึดหลักความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน หรือความเชื่อมโยงของข้อมูลต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา โดยมุ่งจากคำตอบที่ต้องการจะหาว่าขึ้นกับตัวแปรหรือข้อมูลอะไรบ้าง เป็นลำดับขั้นตามหลักเหตุผล ซึ่งวิธีนี้จะมีประสิทธิภาพมากในการพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูล และช่วยบ่งชี้ข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

4. วิธีใช้กราฟหรือรูปภาพ (The graphic method) เป็นวิธีที่เหมาะสมมาก สำหรับบางปัญหาที่วิธีอื่นไม่สามารถใช้ได้เหมาะสม วิธีนี้ประกอบด้วยการใช้กราฟ รูปภาพ หรือแผนผัง เพื่อแสดงถึงปัญหา ซึ่งจะช่วยให้ค้นพบความสัมพันธ์ในเชิงปริมาณได้ชัดเจนและแจ่มชัด แต่อย่างไรก็ตามการใช้วิธีนี้จะประสบความสำเร็จได้ก็ต่อเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจในความสัมพันธ์ของเนื้อหาวิชาจึงจะสามารถวาดรูปได้ถูกต้องกับข้อเท็จจริงที่โจทย์ระบุ

ดังรายงานการวิจัยของ สุมาลี วงศ์ยะรา (2536) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ภาพกับไม่ใช้ภาพ” ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ภาพ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยไม่ใช้ภาพอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นอกจากนี้ แบลล์ ยังกล่าวถึงว่า ในการสอนแก้โจทย์ปัญหา ผู้สอนควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ควรจะสอนให้นักเรียนใช้คำหลัก หรือคำชี้แนะ (Word cues) และจำนวนแนะ (Number cues) ในการแก้ปัญหหรือไม่ ในการใช้เทคนิคการชี้แนะ (Cues) นั้นมีทั้งข้อดีและข้อเสียขึ้นกับว่าใช้อย่างไร หากใช้โดยการจำคำหลัก เช่น มากกว่าหมายถึง การลบก็อาจก่อให้เกิดความผิดพลาด แต่ถ้าหากใช้โดยอาศัยความคิดเชิงเหตุผลและตีความภายใต้บริบทของโจทย์ปัญหานั้น ๆ ก็จะทำให้การแก้ปัญหามีประสิทธิภาพและถูกต้อง

2. ควรใช้โจทย์ที่มีข้อมูลไม่เพียงพอ หรือข้อมูลที่เกินความจำเป็นหรือไม่
ปัญหาในชีวิตจริงมักจะมีข้อมูลที่หลากหลาย ซึ่งเราต้องพิจารณาว่าข้อมูลใดเป็นสิ่งจำเป็นหรือไม่จำเป็นหรือไม่เพียงพอ ฉะนั้นโจทย์ปัญหาควรผูกโยงกับสภาพความเป็นจริงของชีวิต เพื่อพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา

3. ควรเน้นให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยการพูดปากเปล่าหรือไม่
เป็นเวลานานแล้วที่หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มักจะสอนให้นักเรียนคิดแก้โจทย์ปัญหาด้วยสติปัญญาอย่างเงียบ ซึ่งทำให้ครูไม่ทราบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องในด้านใด แต่จากผลการวิจัยได้ยืนยันว่าการให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาโดยการคิดออกมาดัง ๆ หรือโดยการพูดให้ฟังเป็นเทคนิควิธีที่มีคุณค่ายิ่งในการปรับปรุงความสามารถในการแก้ปัญหา

4. ควรจะแก้ปัญหด้วยรูปแบบใด
การที่จะแก้ปัญหด้วยรูปแบบใดนั้น ขึ้นกับวัตถุประสงค์ของโจทย์ปัญหาว่าเป็นไปเพื่ออะไร ถ้าใช้โจทย์ปัญหาเพื่ออธิบายหรือพัฒนาทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์แล้ว โจทย์ปัญหาก็ควรมีลักษณะหลากหลายพอที่จะอธิบายหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ หากเป็นไปเพื่อประโยชน์ทางสังคมและดำเนินชีวิต โจทย์ปัญหาควรมีลักษณะเป็นปัญหาทั่ว ๆ ไป ซึ่งแตกต่างจากหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

ส่วน ดไวท์ (Leslie Dwight, 1966, p. 47) เสนอไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. ให้นักเรียนอ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์ เพื่อทำความเข้าใจอย่างคร่าว ๆ
2. อ่านบททวนแล้วระบุให้ได้ว่า
 - โจทย์ต้องการให้หาอะไร
 - อะไรเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบ
3. แสดงหรือระบุให้เห็นอย่างชัดเจนถึงความสัมพันธ์ของจำนวนที่รู้ค่าและไม่รู้ค่า ซึ่งระบุอยู่ในตัวโจทย์ปัญหา อาจแสดงออกเป็นคำพูดหรือเป็นข้อความที่ชัดเจน

4. เขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาคำตอบ
5. คำนวณหรือหาตัวเลขที่ทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
6. ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคำนวณในข้อที่ 5
7. ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

จากลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา พอสรุปเป็นแนวทางที่ผู้วิจัยได้นำมาสร้างชุดเสริมทักษะ ดังนี้

1. ทำความเข้าใจโจทย์ให้แจ่มชัด
2. รวบรวมข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้
3. เลือกวิธีการที่จะจัดกระทำกับข้อมูล โดยใช้วิธีการที่รวดเร็ว ถูกต้องและสมเหตุสมผล
4. แปลงโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ เพื่อให้ง่ายกับการจัดกระทำข้อมูล
5. ลงมือแก้โจทย์ปัญหา
6. ทบทวนและตรวจสอบคำตอบที่ได้

จากที่กล่าวมาในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ทักษะการคิดคำนวณและทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ครูผู้สอนต้องจัดกิจกรรมให้สอดคล้องสัมพันธ์กัน ต้องใช้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรมมาช่วยจึงจะทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างแท้จริง ทั้งนี้เพราะเด็กวัย 7-11 ปี กำลังเรียนระดับชั้นประถมศึกษา มีพัฒนาการอยู่ในขั้นที่สามารถใช้สมองคิดอย่างมีเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหาที่เป็นรูปธรรมได้ (เพียตเจต์ อ้างใน พรณี ชูทัย, 2522, หน้า 59) ดังนั้นครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์

มาร์กและคนอื่น ๆ (Marks et al., อ้างใน สุนีย์ เหมะประสิทธิ์, 2533, หน้า 88-91) ได้เสนอวิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนมีโอกาสสำรวจและค้นพบปัญห ด้วยวิธีทางต่าง ๆ โดยที่ครูควรยึดหลักดังนี้
 - 1.1 เน้นกิจกรรมการแก้ไขโจทย์ปัญห ด้วยวิธีการวิเคราะห์มากกว่าคำตอบ
 - 1.2 ควรให้นักเรียนได้พัฒนาทัศนคติเชิงทดลอง คือ ยอมรับตัวเองเผชิญกับสิ่งใหม่ ๆ หรือปัญหาใหม่ ๆ โดยไม่ท้อแท้ แม้ว่าจะแก้ปัญหาไม่สำเร็จ
 - 1.3 ควรให้นักเรียนได้ค้นพบการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูเป็นเพียงผู้ชี้แนะและสนับสนุน

1.4 ความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถพัฒนาให้ก้าวหน้าได้ด้วยตัวเอง

นักเรียนเองและในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูควรจะยิ่ดนักเรียนเป็นศูนย์กลาง

1.5 ถามคำถามที่จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

1.6 ตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนในเรื่องของคำศัพท์ ข้อมูลอะไรที่ต้องการหา และข้อมูลอะไรที่เป็นประโยชน์

1.7 แนะนำนักเรียนให้รู้จักวางแผนเพื่อจัดกระทำข้อมูล ซึ่งจะช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล

1.8 ให้ความสำคัญในเรื่องทัศนคติของนักเรียนมากพอ ๆ กับเรื่องความรู้ความเข้าใจของนักเรียน

2. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

2.1 การพัฒนาความเข้าใจปัญหา

บางครั้งนักเรียนอาจไม่คุ้นเคยกับโจทย์ปัญหาบางลักษณะ จึงไม่สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลในปัญหานั้นได้ วิธีแก้ก็คือ ครูควรแนะนำให้นักเรียนแปลงโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ตัวอย่างเช่น โจทย์ที่เกี่ยวกับการเดินทางของยานอวกาศไปยังดาวพระศุกร์ ซึ่งนักเรียนบางคนอาจไม่สามารถมองเห็นข้อมูลในโจทย์ได้ ควรเปลี่ยนเป็นโจทย์ที่เกี่ยวกับรถคันหนึ่งเดินทางระหว่างเมือง 2 เมือง

2.2 จัดทัศนศึกษาหรือประสบการณ์ครั้งแรกให้แก่นักเรียน

วิธีที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงรูปแบบของปัญหาก็คือ การไปเยี่ยมชมห้างร้าน ธุรกิจ และองค์กรของรัฐ ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้สัมผัสกับสภาพปัญหาและข้อเท็จจริง

2.3 การเล่นเกมหรือบทบาทสมมติ

บางปัญหาเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่สามารถเข้าใจได้อย่างแจ่มชัด แม้ว่าจะใช้วิธีที่ 2.1 หรือ 2.2 หากแต่ต้องใช้การเล่นละครหรือบทบาทสมมติจึงจะเข้าใจปัญหา

2.4 ใช้สื่อรูปธรรม

สื่อรูปธรรมจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นและเข้าใจปัญหาได้กระจ่างชัดเจขึ้น สื่อรูปธรรมอาจใช้วัสดุที่หาง่าย เช่น กระป๋องนม ขวด โป เส้นด้าย เมล็ดพืช เป็นต้น

2.5 ใช้รูปภาพ ฟลิ้ม ฟลิ้มสตริป และบุคคล

ปัญหาบางอย่างอาจจะคลุมเครือสำหรับนักเรียน แต่สามารถทำให้กระจ่างขึ้นได้โดยใช้รูปภาพ หรือฟลิ้ม หรือฟลิ้มสตริป และบุคคล แล้วแต่ความเหมาะสม

2.6 การสอนที่เกี่ยวกับการอ่านโดยเฉพาะ

โดยทั่วไปนักเรียนมักจะคุ้นเคยกับการอ่านเล่าเรื่อง ซึ่งมีลักษณะผิวเผิน แต่ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีลักษณะย้อนแย้งและรวบรัด ดังนั้นการอ่านโจทย์ปัญหาทาง คณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องใช้สมาธิและพยายามเก็บรายละเอียดหรือข้อมูลทั้งหมด และต้อง สามารถวิเคราะห์ได้ว่า ข้อมูลส่วนใดสำคัญ

การจัดกิจกรรมเพื่อปรับปรุงทักษะที่จำเป็นในการอ่านโจทย์ปัญหา จึงควรจัดใน ชั่วโมงที่สอนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยครูควรทดสอบระดับความสามารถในการอ่านของ นักเรียนก่อน แล้วจึงจัดประสบการณ์ในการอ่านโจทย์ปัญหาให้กับนักเรียนที่มีปัญหา

2.7 ใช้หนังสือที่มีข้อมูลเชิงปริมาณ

เพื่อให้ นักเรียนมีประสบการณ์ในการอ่านและตีความสาระทางคณิตศาสตร์ ครู ควรให้นักเรียนมีโอกาสดำเนินการอ่านหนังสือหรือบทความที่บรรจุข้อมูลเชิงปริมาณ โดยอาจจัด ประสบการณ์การอ่านและตอบคำถามเกี่ยวกับเนื้อหาที่น่าสนใจ เช่น เรื่องอวกาศ การอนุรักษ์ ธรรมชาติ กีฬา เป็นต้น อันจะเป็นการเพิ่มความสามารถในการอ่านข้อมูลเชิงปริมาณให้แก่ นักเรียน

2.8 การสอนอ่านในชั่วโมงคณิตศาสตร์

นักเรียนส่วนใหญ่จะอ่านโจทย์ปัญหาโดยขาดความระมัดระวัง วิธีการที่มี ประสิทธิภาพในการปรับปรุงความสามารถในการอ่านก็คือ ให้นักเรียนได้อ่านโจทย์ปัญหาทุกวัน ก่อนที่นักเรียนจะแก้โจทย์ปัญหา โดยให้นักเรียนอ่านออกเสียงและถกเถียงเกี่ยวกับสาระในโจทย์ ปัญหา ครูก็สามารถจะตัดสินได้ว่า นักเรียนคนใดมีระดับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาอยู่ใน ระดับใด และทำให้สามารถพัฒนาได้ตรงเป้าหมายยิ่งขึ้น

3. การสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความสัมพันธ์

ครูควรใช้เทคนิควิธี ดังต่อไปนี้

3.1 วาดรูปภาพ

ครูอาจสอนให้นักเรียนเห็นปัญหา โดยการวาดรูปและต่อไปอาจให้นักเรียนตั้ง โจทย์ปัญหาโดยการวาดรูป ซึ่งจะทำให้นักเรียนมองเห็นว่าข้อมูลใดที่รู้และไม่รู้และยังมองเห็น ความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ

3.2 ฝึกการตั้งโจทย์ปัญหา

ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาจากสภาพที่คุ้นเคย และให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ว่ามีข้อมูลใดที่เหมาะสมหรือไม่เหมาะสม

3.3 วิเคราะห์รูปแบบการแก้ปัญหา

ครูให้โจทย์พร้อมวิธีแก้ปัญหา ครูตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า วิธีการดังกล่าวเหมาะสมหรือไม่

3.4 ใช้ตัวเลขใหม่ในปัญหาเดิม

นักเรียนมักจะไม่ชอบตัวเลขเศษส่วนหรือตัวเลขจำนวนมาก ๆ ดังนั้นเมื่อเห็นโจทย์ที่มีตัวเลขลักษณะนี้ก็จะคิดว่าโจทย์ข้อนั้นยากมาก ครูควรแนะนำให้ใช้ตัวเลขง่าย ๆ แทน

3.5 ตรวจสอบข้อมูลอย่างรอบคอบ

ปัญหาในชีวิตจริงมิใช่จะมีแต่เฉพาะข้อมูลที่จำเป็นเท่านั้น หากแต่มีข้อมูลมากมายทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น หรืออาจไม่เพียงพอ ดังนั้นควรมีโจทย์ที่มีข้อมูลทั้งที่จำเป็น ไม่จำเป็น มากเกินไป หรือไม่เพียงพอ โดยครูและนักเรียนช่วยกันสร้าง

3.6 ใช้ประโยคคณิตศาสตร์

ในการสอนแก้โจทย์ปัญหานั้น ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักประมาณและตรวจสอบคำตอบ คณิตศาสตร์ก็คือ วิธีแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ประโยคคณิตศาสตร์ เพราะจะทำให้นักเรียนสามารถเข้าใจเนื้อหาสาระของโจทย์ปัญหาได้อย่างมีระบบ

4. การตรวจสอบการคำนวณ

ในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักประมาณและตรวจสอบคำตอบ หรือผลการคำนวณว่าถูกต้องหรือไม่ ซึ่งโดยทั่วไปครูมักจะสอนให้นักเรียนตรวจสอบการคำนวณทุกขั้นตอน หากแต่วิธีที่ดีที่สุดในการตรวจสอบการคำนวณนั้นก็คือ การประมาณคำตอบโดยไม่ใช้ดินสอและกระดาษ คือ การคิดในใจนั่นเอง ทั้งนี้เพราะในชีวิตจริงนั้น เรามักจะประมาณคำตอบโดยไม่มีดินสอและกระดาษ อีกทั้งปัญหาที่เราเผชิญในชีวิตประจำวันนั้นไม่จำเป็นต้องการคำตอบที่เที่ยงตรงแน่นอน ดังนั้นครูควรจัดแบบฝึกหัดโดยเฉพาะเพื่อฝึกการประมาณคำตอบ

5. การแก้ปัญหาย่างกว้างขวาง

นอกเหนือจากการสอนการแก้โจทย์ปัญหาแล้ว ครูควรจัดแบบฝึกการแก้ปัญหาย่างกว้าง ซึ่งจะเป็นการพัฒนาคุณภาพในการแก้ปัญหของนักเรียน โดยแบบฝึกควรมีลักษณะหลากหลาย เพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงกฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ระบุ เช่น โจทย์เกี่ยวกับรูปเรขาคณิต ชุดของตัวเลข ข้อมูลทางสถิติ เป็นต้น

อดัม เอลลิส และ บีสัน (Adam, Ellis and Beeson, อ้างใน สุณีย์ เหมาะประสิทธิ์, 2533, หน้า 91-93) กล่าวว่า ความจริงการแก้โจทย์ปัญหานั้นจำเป็นต้องใช้การคิดแบบสร้างสรรค์ (Creative thinking) ซึ่งมีได้หมายความว่า ครูไม่สามารถสอนให้เด็กแก้โจทย์ปัญหาได้ ทั้งนี้เพราะครูอาจไม่แน่ใจว่าจะสามารถสอนให้นักเรียนคิดอย่างมีเหตุผลและสร้างสรรค์ อย่างไรก็ตามมีวิธีการสอนที่สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหโดยสอนให้นักเรียนรู้จักคิด แต่ทั้งนี้ครูจะต้องมีทัศนคติที่ดีและสร้างบรรยากาศที่ดีเพื่อให้เด็กคิดสร้างสรรค์ดังต่อไปนี้

1. วิธีการสอนเพื่อพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนประถมศึกษาตอนต้น

1.1 ฝึกให้ค้นหารายละเอียด

ครูควรสอนให้นักเรียนรู้จักค้นหารายละเอียดจากภาพหรือเรื่องราว ซึ่งทำให้เกิดความเพลิดเพลินและฝึกทักษะในการเห็นหรือได้ยิน

1.2 ฝึกแก้โจทย์ปัญหาโดยมีตัวเลข

ฝึกให้นักเรียนรู้จักตัดสินใจว่าควรทำอะไร โดยไม่ต้องมีการคำนวณ ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีโอกาสฝึก เช่น การเล่าเรื่อง แล้วครูคอยซักถาม

1.3 ฝึกให้รู้จักตั้งคำถาม

ฝึกให้นักเรียนรู้จักตั้งคำถามหลาย ๆ รูปแบบ เป็นการพัฒนานิสัยการคิดวิเคราะห์ โดยครูตั้งโจทย์ที่ไม่มีคำถามแล้วให้นักเรียนตั้งคำถามเอง และต่อไปอาจให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเองทั้งหมด

1.4 ฝึกให้รู้จักโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลมากเกินไปเกินความต้องการ

ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาข้อมูลที่จำเป็นจากโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลมากเกินไปเกินความต้องการ

2. วิธีการสอนเพื่อพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนปลายและมัธยมศึกษาตอนต้น

ความจริงเทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาจะไม่เปลี่ยนแปลงในแต่ละระดับชั้นเรียน แต่จะมีความสลับซับซ้อนมากขึ้นในระดับชั้นที่สูงขึ้น ดังนั้นในระดับประถมศึกษาตอนปลายและมัธยมศึกษาตอนต้น นักเรียนจะได้เรียนพีชคณิต ซึ่งเป็นเรื่องของสมการ โจทย์ปัญหาจะมีความซับซ้อนมากขึ้น เทคนิควิธีการสอนแก้โจทย์ปัญหาจึงมีดังนี้

2.1 ฝึกให้อธิบายปัญหา

ครูควรฝึกให้นักเรียนอธิบายและคิดโดยการพูดโต้ตอบคำถามต่อไปนี้

2.1.1 อะไรคือปัญหา นั่นคือ โจทย์ต้องการอะไร

2.1.2 อะไรคือข้อมูลที่โจทย์ให้มา คือ หาข้อมูลที่จำเป็น

2.1.3 ทำอย่างไรจึงจะใช้ข้อมูลที่โจทย์ให้มาแก้ปัญหา

โดยครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้ชี้แนะ กระตุ้นให้นักเรียนคิดโดยอาศัยคำถาม 3 ข้อ ข้างต้น พร้อมทั้งควรจะช่วยแนะให้นักเรียนรู้จักแยกแยะมโนคติหลักออกเป็นมโนคติย่อย ๆ และให้เห็นขั้นตอนย่อย ๆ ที่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา

2.2 ฝึกแก้โจทย์ปัญหาที่คล้ายคลึงกับที่เคยประสบมา

ในระดับประถมศึกษาตอนปลาย โจทย์ปัญหาจะมีลักษณะซับซ้อนและค่อนข้างยากกว่าระดับประถมศึกษาตอนต้น ดังนั้นครูควรฝึกให้นักเรียนรู้จักแก้โจทย์ปัญหาที่ค่อนข้างยาก แต่มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่นักเรียนเคยประสบมาในระดับประถมศึกษาตอนต้น จึงจะช่วยพัฒนาความคิดแก้ปัญหาก็ได้เป็นอย่างดี

2.3 ฝึกให้รู้จักใช้เทคนิคการวาดรูป

ครูควรฝึกให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา โดยอาศัยวิธีการวาดรูปซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ที่โจทย์ระบุและเข้าใจปัญหามากขึ้น เทคนิคการวาดรูปนี้เหมาะที่จะใช้จำแนกข้อมูลของโจทย์ปัญหาที่เป็นเรื่องของการวัด เช่น ความยาว พื้นที่ อัตรา ความเร็ว ระยะทาง เวลา เป็นต้น

นอกจากนี้ยังได้เสนอว่า ในการพัฒนาทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียน ครูควรฝึกให้นักเรียนรู้จักแปลงสภาพของโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคคณิตศาสตร์ โดยมุ่งตอบคำถาม 3 ข้อ ดังกล่าวข้างต้น คือ โจทย์ให้อะไรมา โจทย์ต้องการให้หาอะไร และจะอย่างไรจึงได้คำตอบ โดยที่นักเรียนจะต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์ให้มากับสิ่งที่ไม่รู้ ซึ่งจะต้องหา ครูควรฝึกนักเรียนเป็นรายบุคคลให้รู้จักแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ และควรมุ่งฝึกให้นักเรียนแปลงประโยคคณิตศาสตร์เป็นประโยคทางภาษาด้วย

ประยูร อาษานาม (2528, หน้า 47-49) ได้เสนอเทคนิคการปรับปรุงการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. การใช้การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
2. การใช้การอุปมาอุปไมย ได้แก่ การนำวิธีการที่เคยใช้ในการแก้โจทย์ปัญหามาแก้ โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะคล้าย ๆ กัน
3. การเขียนรูปประกอบการแปลความโจทย์ปัญหา
4. การใช้วัสดุจริง รูปภาพ ประกอบการแก้โจทย์ปัญหา
5. การฝึกฝนการคิดเลขในใจ โดยไม่ต้องใช้กระดาษ และดินสอหรือเครื่องคิดเลข โจทย์ปัญหาควรเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ และยากขึ้น ๆ ควรให้นักเรียนได้ฝึกฝน การนำเอาคุณสมบัติของระบบจำนวนต่าง ๆ มาใช้ในการคิดคำนวณ
6. การคะเนหรือประมาณค่าของคำตอบ
7. การตั้งโจทย์ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ให้นักเรียนวิเคราะห์ความถูกต้อง หาส่วนที่ขาดและควรเพิ่มเติมอะไร การกระทำเช่นนี้จะฝึกให้นักเรียนรู้จักอ่านอย่างละเอียด ถี่ถ้วน และรู้จักโจทย์ปัญหา

8. การตั้งโจทย์ที่มีสิ่งที่กำหนดให้เกิดความต้องการ ให้นักเรียนวิเคราะห์แก้โจทย์ปัญหา เพื่อทราบว่าสิ่งกำหนดให้บางอย่างไม่มีความจำเป็นก็ตัดทิ้งไปได้ ซึ่งวิธีการนี้ก็จะช่วยปรับปรุงการคิดเชิงวิเคราะห์ของนักเรียนได้

9. การแปลความของโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ ข้อสำคัญคือ นักเรียนจะต้องเข้าใจคำศัพท์ที่ปรากฏในโจทย์ปัญหา เพื่อที่จะตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการคำนวณอย่างไร แล้วจึงจะเขียนประโยคคณิตศาสตร์ได้

10. โจทย์ปัญหาควรเป็นสถานการณ์ ที่เกี่ยวข้อง กับชีวิตประจำวัน และเป็นเรื่องที่นักเรียนสนใจ

11. การสอนทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา

12. การตั้งโจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์เดียว แต่หลายคำถาม

13. การเล่นเกมและกิจกรรมพิเศษที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา

นอกจากนี้ วีณา ะโรตมวิชญ (2523, หน้า 112) ยังได้เสนอขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. ในโจทย์นักเรียนต้องค้นหาให้ได้ว่าอะไรเป็นสิ่งจำเป็นต่อการคิด และอะไรเป็นสิ่งที่ไม่จำเป็น

2. สิ่งที่ทำให้มีความสัมพันธ์กันอย่างไรต่อคำตอบ

3. การคาดคะเน (Estimate) คำตอบ เช่น การบวกเลขคู่ ผลที่ออกมาจะเป็นเลขคู่ เป็นต้น

4. ควรให้นักเรียนพยายามหาวิธีคิดที่เป็นของตนเอง โดยครูทำหน้าที่เป็นผู้คอยเปรียบเทียบและชี้แนะวิธีต่าง ๆ ให้นักเรียนทราบเท่านั้น

จากที่กล่าวมาทั้งหมดพอจะสรุปได้ว่า ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหามีดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหาและทำความเข้าใจ

2. วิเคราะห์ในประเด็นต่อไปนี้

- โจทย์ปัญหาต้องการทราบอะไร

- นักเรียนรู้อะไรจากโจทย์บ้าง

3. เลือกกระบวนการเพื่อแก้ปัญหา

4. เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

5. แสดงวิธีทำและคิดคำนวณ

6. ตรวจสอบคำตอบ

ในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ครูผู้สอนต้องจัดกิจกรรมให้สอดคล้องสัมพันธ์กันให้นักเรียนได้ฝึกฝนบ่อย ๆ ในที่สุดนักเรียนก็จะเกิดทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาและสามารถนำทักษะเหล่านี้มาใช้ในชีวิตประจำวันได้

ดังเช่นรายการวิจัยของ มณเฑียร ชมดอกไม้ (2533) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “ผลการใช้กิจกรรมการสอนเพื่อฝึกสมรรถภาพการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4” พบว่า หลังการทดลองกลุ่มทดลอง 2 ที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนที่สร้างขึ้น โดยมีการทดสอบก่อนเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ด้านการแก้โจทย์ปัญหา และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อการเรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม 1 ที่เรียนโดยวิธีสอนปกติไม่มีการทดสอบก่อนเรียน ส่วนกลุ่มทดลองที่ 2 ที่เรียนโดยใช้ชุดการสอนที่สร้างขึ้นโดยไม่มีการทดสอบก่อนเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกันกับกลุ่มทดลองที่ 2 แต่กลุ่มทดลองที่ 2 มีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อการเรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มทดลองที่ 1

ชัยวัฒน์ ต่อมดวงแก้ว (2534) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การสร้างชุดการสอนประกอบการบรรยาย เพื่อใช้ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบวกลบระคน” ผลการวิจัยปรากฏว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 85.78/87.50 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้ และจากการเปรียบเทียบคะแนนการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน ปรากฏว่า แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.001 โดยที่คะแนนการทดสอบหลังเรียนสูงกว่าคะแนนการทดสอบก่อนเรียน นั้นแสดงว่าชุดการสอนที่สร้างขึ้นสามารถช่วยให้ผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นจริง

วินาวรรณ จันทรงษ์ (2533) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การออกแบบการสร้างชุดการสอนวิชาคณิตศาสตร์ ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เรื่อง ความเข้าใจในโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์” พบว่า ชุดการสอนทั้ง 5 หน่วยย่อย มีประสิทธิภาพ 86.00/80.00, 88.24/88.24, 86.00/83.33, 87.14/85.71 และ 85.73/86.67 ตามลำดับซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่กำหนดไว้และจากการเปรียบเทียบผลต่างของคะแนนก่อนเรียนและหลังเรียน ปรากฏว่า แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01 แสดงว่าผู้เรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นจริง

อุปสรรคในการทำโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ปัญหาที่ประสบมากคือ นักเรียนไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากมีอุปสรรคหลายประการ ซึ่ง กรอสนิคเคิล และบรูกเนอร์ (Grossnickly and Brueckner, อ้างใน วิไลวรรณ เอื้อสุวรรณา, 2531, หน้า 31) ได้กล่าวถึงอุปสรรคในการทำโจทย์ปัญหาของนักเรียนไว้ดังนี้

1. นักเรียนไม่สามารถเข้าใจโจทย์ปัญหาทั้งหมดหรือบางส่วน เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดความคิดรวบยอดในสภาพของโจทย์ปัญหา
2. นักเรียนมีความบกพร่องในการอ่านและความเข้าใจ เช่น ไม่เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรให้ ไม่สามารถจดจำ และจัดระบบสิ่งที่เขาได้อ่านมา และไม่สามารถจะอ่านเพื่อหารายละเอียดของเนื้อหา
3. นักเรียนไม่สามารถคิดคำนวณได้ ซึ่งอาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนลืมวิธีทำตอบโดยวิธีเดาสุ่ม
4. นักเรียนขาดความเข้าใจในกระบวนการและวิธีการ เป็นผลทำให้นักเรียนหาคำตอบโดยวิธีเดาสุ่ม
5. นักเรียนขาดความรู้ในเรื่องความสำคัญ กฎเกณฑ์ สูตร เช่น ไม่ทราบว่ามีหนึ่งหลามมีกี่นิ้ว หรือไม่ทราบกฎการหาเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมผืนผ้า เป็นต้น
6. นักเรียนขาดความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเขียนคำอธิบาย
7. นักเรียนไม่ทราบความสัมพันธ์เชิงปริมาณวิเคราะห์ ทั้งนี้สาเหตุมาจากการเรียนรู้ศัพท์เพียงจำวนจำกัด หรือขาดความเข้าใจในหลักเกณฑ์ต่างๆ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างราคาขาด ต้นทุน กำไร ขาดทุน เป็นต้น
8. นักเรียนขาดความสนใจ เนื่องจากขาดความสามารถในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งมีความยาก หรือโจทย์ปัญหาไม่สนใจและไม่ได้รับประโยชน์อะไรเป็นการตอบสนอง
9. ระดับสติปัญญาของนักเรียนต่ำเกินไปที่จะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ต่าง ๆ ซึ่งปรากฏอยู่ในโจทย์ปัญหา
10. นักเรียนขาดการฝึกฝนในการทำโจทย์ปัญหา

ส่วนพนัส หันนาคินทร์ และพิทักษ์ รัชพลเดช (2521, หน้า 104) ก็ได้กล่าวไว้ว่า การที่นักเรียนทำโจทย์ปัญหาไม่ได้ เนื่องจากสาเหตุต่อไปนี้

1. นักเรียนขาดทักษะในเรื่องการบวก ลบ คูณ หาร อันก่อให้เกิดความติดขัดในการทำโจทย์ต่อ ๆ ไป
2. นักเรียนขาดความคิดหาเหตุผล มองไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อที่จะบรรลุสิ่งที่โจทย์ต้องการ
3. นักเรียนใช้วิธีการผิด ๆ ในการแก้ปัญหา เพราะไม่รู้จักนำเอาทฤษฎีที่ได้เรียนไปแล้วมาใช้ในการแก้ปัญหา

4. นักเรียนอ่านโจทย์แล้วไม่เข้าใจ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนขาดความสามารถในการอ่าน ตลอดจนไม่รู้ความหมายของคำที่ใช้อย่างชัดเจน หรืออาจเป็นเพราะโจทย์นั้นซับซ้อนเกินระดับความเข้าใจของนักเรียนในชั้นนั้น ๆ

5. นักเรียนขาดความสนใจในการทำโจทย์ปัญหา บทเรียนไม่มีลักษณะที่ยั่วความสนใจของนักเรียน

6. นักเรียนมีความสะเพร่า ทำให้นำตัวเลขมาใช้อย่างผิด ๆ นักเรียนตีโจทย์ปัญหาผิด ตลอดจนการคำนวณผิด

7. นักเรียนชอบเดา เพราะต้องการให้เสร็จเร็ว ๆ ขาดความตั้งใจที่จะแก้ปัญหา

จากอุปสรรคที่กล่าวมาทั้งหมด พอจะสรุปได้ว่า การที่นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่ได้นั้น มีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนขาดความรู้ ความเข้าใจในองค์ประกอบของการแก้โจทย์ปัญหาและขาดประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าครูต้องการที่จะขจัดอุปสรรคดังกล่าวมาแล้ว ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้รับความรู้ความเข้าใจอย่างเต็มที่ ซึ่งชุดเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาที่ผู้วิจัยได้สร้างขึ้น สามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้

หลักในการให้โจทย์ปัญหแก่นักเรียน

การให้โจทย์ปัญหากับนักเรียนอย่างเหมาะสมก็เป็นสิ่งสำคัญ ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีขึ้น ซึ่ง วิณา วโรตมะวิษญู (2523, หน้า 112) และน้อมศรี เกท (2526, หน้า 23) ก็ได้เสนอแนะหลักในการแก้โจทย์ปัญหแก่นักเรียนซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ต้องสอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน
2. สอดคล้องกับความสนใจ วัย และเพศของนักเรียน
3. ภาษาที่ใช้ต้องเหมาะสมกับวัย
4. เป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนประกอบการคิดได้เพื่อจะช่วยให้ นักเรียนประสบความสำเร็จ

5. ให้โจทย์อย่างสม่ำเสมอ ในปริมาณพอสมควรกับเวลาและความพร้อมของนักเรียน มีการเน้น ย้ำ ซ้ำ ทวนแก่นักเรียน

6. ให้นักเรียนมีโอกาสอธิบายวิธีแก้ปัญหาของตนเอง

7. พยายามใช้โจทย์แต่ละข้อเป็นแนวทางที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

จากที่กล่าวมาเมื่อครูผู้สอนจะนำไปสอนจะต้องสร้างโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนจะได้มีความกระตือรือร้นที่จะแก้ปัญหานั้น และได้มีผู้ที่กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจไว้ดังนี้

ไคลด์ (Clyde, 1967, p. 108) ได้กล่าวถึงลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจว่าควรมีลักษณะดังนี้

1. มีความใกล้เคียงกับปัญหาในชีวิตประจำวัน และสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหามากที่สุด โดยอาจเป็นเรื่องราวหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับผู้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน หรือลักษณะคล้ายกับสถานการณ์ในชีวิตจริง เป็นต้น

2. สถานการณ์ที่สร้างขึ้นเป็นปัญหา ควรใช้ภาษาหรือบรรยายในลักษณะที่ผู้แก้ปัญหา มีประสบการณ์และไม่ควรเป็นปัญหาธรรมดาทั่ว ๆ ไป

กรุลิก และเรย์ (Krulik & Reys, 1980, p. 208) ได้กล่าวถึงการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจว่า ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์
2. กลวิธีที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา
3. ความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

นิพนธ์ จิตต์ภักดี (2517, หน้า 7-10) ได้เสนอแนะวิธีการสร้างโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจไว้ ดังต่อไปนี้

1. สร้างโจทย์ปัญหาให้ตรงกับความสนใจของเด็ก โดยใช้ความรู้จิตวิทยาและสังเกตความสนใจของเด็กด้วยวิธีการต่าง ๆ ดังนี้

- 1.1 ให้วาดภาพ
- 1.2 ให้เลือกของเล่น
- 1.3 สัมภาษณ์
- 1.4 ให้เด็กเล่าเรื่องที่สนใจ

2. สร้างโจทย์ปัญหาให้เหมาะสมกับสภาพของท้องถิ่น

3. สร้างโจทย์ปัญหาให้สัมพันธ์กับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นจริง ๆ

4. สร้างโจทย์ปัญหาให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง การบวกกับการลบ การคูณกับการหาร

5. สร้างโจทย์ปัญหาในหลาย ๆ ลักษณะ เพื่อจะช่วยให้เด็กรู้จักพิจารณาแยกแยะปัญหาและสามารถสร้างโจทย์ปัญหาได้เอง เช่น

- 5.1 โจทย์ที่ขาดตัวเลข

- 5.2 โจทย์ที่มีข้อความไม่สมบูรณ์

5.3 โจทย์ที่มีข้อความบางตอนไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ

5.4 โจทย์ที่ขาดคำถาม มีแต่สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

นอกจากลักษณะของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังกล่าวมาแล้ว แฟร์ และ ฟิลลิปส์ (Fehr & Phillips, อ้างใน สนิท ศิริ, 2536, หน้า 19) ยังกล่าวอีกว่า เทคนิคอันหนึ่งที่จะช่วยทำให้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ คือ การให้นักเรียนได้ช่วยกันสร้างโจทย์ปัญหาขึ้นเอง

จากข้อความที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจนั้นควรจะเป็นโจทย์ปัญหา ซึ่งแตกต่างไปจากปัญหาที่พบเห็นบ่อย ๆ ในบทเรียน และควรจะมีลักษณะดังนี้

1. เป็นปัญหาที่สัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหาและชีวิตประจำวัน
2. เป็นปัญหาที่ใช้ภาษาในลักษณะที่เข้าใจง่าย
3. เป็นปัญหาที่เหมาะสมกับระดับความรู้พื้นฐานของผู้แก้ปัญหา
4. เป็นปัญหาที่มีความยากง่ายเหมาะสมกับผู้แก้ปัญหา
5. เป็นปัญหาที่ให้โอกาสผู้แก้ปัญหาใช้ทักษะเบื้องต้นทั้งสิ้น คือ บวก ลบ คูณ หาร

งานวิจัยเกี่ยวกับโจทย์ปัญหา

สำนักงานการประถมศึกษาในเขตการศึกษา 6 (2531) ได้ศึกษาเปรียบเทียบ “ผลการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างวิธีสอนที่เน้นให้เขียนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์กับวิธีสอนที่ไม่เน้นให้เขียนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ของโรงเรียนในเขตการศึกษา 6 พบว่า กลุ่มทดลองที่ใช้วิธีสอนเน้นให้เขียนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์กับกลุ่มควบคุมที่ใช้วิธีสอนไม่เน้นให้เขียนโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นทั้ง 2 วิธี แต่เมื่อเปรียบเทียบคะแนนความก้าวหน้าของการสอนทั้ง 2 วิธี พบว่า การสอนของกลุ่มทดลองทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก้าวหน้าสูงกว่ากลุ่มควบคุม

จากเอกสารและงานวิจัยที่กล่าวมา พบว่า ความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาเป็นทักษะที่ต้องอาศัยทักษะอื่น ๆ เช่น ทักษะในการอ่าน ทักษะการคิดคำนวณ การวิเคราะห์หรือเข้าใจโจทย์ปัญหามาประกอบกัน และต้องอาศัยการฝึกฝนให้เกิดความรู้ความเข้าใจอย่างแท้จริงจึงจะสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ ซึ่งชุดฝึกมีกิจกรรมต่าง ๆ ที่หลากหลายอันจะช่วยให้ผู้เรียนฝึกทักษะเหล่านี้ได้อย่างเหมาะสม ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำชุดฝึกมาใช้เสริมทักษะในการแก้โจทย์ปัญหา การบวกและการลบ ซึ่งผู้เรียนจะได้รับความรู้และกระบวนการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา อันเป็นพื้นฐานของการเรียนในระดับที่สูงขึ้น และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

เอกสารที่เกี่ยวข้องขั้นตอนการสร้างชุดฝึกและหลักในการฝึก

การสร้างชุดฝึกทักษะ

ชุดฝึกทักษะจัดเป็นกิจกรรม หรือสื่อการเรียนรู้การสอนอย่างหนึ่งที่พัฒนาขึ้นมาเพื่อใช้สำหรับการฝึกทักษะ ตามจุดมุ่งหมายและลักษณะของชุดฝึกที่พัฒนาขึ้น แต่ว่าในการพัฒนาชุดฝึกนั้นจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้สร้างจะต้องคำนึงถึงจุดมุ่งหมาย รูปแบบหรือลักษณะของชุดฝึกทักษะที่สนองตอบกับจุดมุ่งหมายและเหมาะสมกับผู้ใช้ รวมทั้งทำให้ชุดฝึกที่พัฒนาขึ้นมีคุณภาพ และประสิทธิภาพ

บิลโลว์ (Billows, ศศิธร สุทธิแพทย์, 2518, อ้างใน ปรีศนา พุทธสุวรรณ, 2528, หน้า 19) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบฝึกที่ดีว่า หนังสือแบบเรียนนั้น ครูควรสร้างเรื่องใดเรื่องหนึ่งเพื่อฝึกหัดเด็กโดยเฉพาะ ไม่มีความผสมปนเปกัน ผู้เรียนจะกระตือรือร้นและสนใจที่จะทำ ครูควรใช้ภาษาที่สื่อความหมายได้เหมาะสมกับวัย วัฒนธรรมประเพณี และภูมิหลังทางภาษาของเด็กและ ศศิธร สุทธิแพทย์ ได้นำแบบฝึกของ บอร์เนต (Borrett) และครูไปทดลองใช้และพบว่า แบบฝึกที่ดีควรมีจุดประสงค์ที่แน่นอนเพื่อใช้วัดผลการเรียนการสอนของนักเรียนและครูได้ นอกจากนั้นแบบฝึกที่ดียังควรใช้หลักจิตวิทยาพัฒนาการมาเป็นส่วนประกอบ ในการสร้างแบบฝึกใช้สำนวนภาษาที่ง่ายสำหรับผู้เรียน เนื้อหาในแบบฝึกนั้นเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนโดยมีเรื่องราวเร้าความสนใจเหมาะสมกับวัย และความสามารถของผู้เรียน ผู้เรียนสามารถศึกษาแบบฝึกได้ด้วยตนเอง

พรรณี ชูทัย (2522, อ้างใน ปรีศนา พุทธสุวรรณ, 2528, หน้า 19) ได้แนะนำหลักจิตวิทยาที่จะใช้ในการเรียนการสอนไว้ คือ

1. ความใกล้ชิด คือ ถ้าการใช้สิ่งเร้า และการตอบสนองเกิดขึ้นในระยะเวลาใกล้เคียงกันจะสร้างความพอใจให้แก่ผู้เรียน
2. การฝึกหัด คือ การให้ผู้เรียนได้ทำซ้ำ ๆ กันเพื่อช่วยสร้างความรู้ความเข้าใจที่แม่นยำ
3. กฎแห่งผล คือ การที่ผู้เรียนได้ทราบผลการทำงานของตนด้วยการเฉลยคำตอบให้ จะช่วยให้ผู้เรียนได้ทราบข้อบกพร่องเพื่อปรับปรุงแก้ไขและเป็นการสร้างความพอใจให้แก่ผู้เรียน
4. การจูงใจ คือ การจัดแบบฝึกหัดเรียงลำดับจากง่ายไปหายาก จากสั้นไปสู่ยาว และควรมีภาพประกอบ มีหลายรสหลายรูปแบบ

ขั้นตอนการสร้างแบบฝึกจากเอกสารแนวทางการจัดทำผลงานทางวิชาการ สำหรับข้าราชการครู สำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ (2531, หน้า 174) ได้เสนอขั้นตอนไว้ดังนี้

1. ศึกษาปัญหาและความต้องการ โดยศึกษาจากการผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน หากเป็นไปได้ศึกษาความต่อเนื่องของปัญหาทุกระดับชั้น
2. วิเคราะห์เนื้อหาหรือทักษะที่เป็นปัญหาออกเป็นเนื้อหาหรือทักษะย่อย ๆ เพื่อใช้ในการสร้างแบบฝึก แบบทดสอบ และบัตรฝึกหัด
3. พิจารณาวัตถุประสงค์ รูปแบบ และขั้นตอนการใช้ชุดแบบฝึกหัด เช่น จะนำชุดแบบฝึกไปใช้อย่างไร ในแต่ละชุดประกอบด้วยอะไรบ้าง
4. สร้างแบบทดสอบ ซึ่งอาจจะมีแบบทดสอบดังนี้
 - 4.1 แบบทดสอบเชิงสำรวจ
 - 4.2 แบบทดสอบเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่อง
 - 4.3 แบบทดสอบความก้าวหน้าเฉพาะเรื่อง
5. สร้างบัตรฝึกหัด เพื่อพัฒนาทักษะย่อย แต่ละทักษะในแต่ละบัตรจะมีคำถามให้นักเรียนตอบ การกำหนดรูปแบบ ขนาดของบัตรพิจารณาตามความเหมาะสม
6. สร้างบัตรอ้างอิง เพื่อใช้อธิบายคำตอบหรือแนวการตอบแต่ละเรื่อง การสร้างบัตรอ้างอิงนี้อาจทำเพิ่มเติมเมื่อนำบัตรฝึกไปทดลองใช้แล้ว
7. สร้างแบบบันทึกความก้าวหน้า เพื่อใช้บันทึกผลการทดลอง หรือผลการเรียนโดยจัดทำเป็นตอนหรือเป็นเรื่อง เพื่อให้เห็นความก้าวหน้าเป็นระยะ ๆ สอดคล้องกับแบบทดสอบความก้าวหน้า
8. นำแบบฝึกหัดไปทดลองใช้ เพื่อหาข้อบกพร่อง คุณภาพของบัตรฝึกหัด คุณภาพของแบบฝึกหัด
9. ปรับปรุงแก้ไข
10. รวบรวมเป็นชุด จัดทำคำชี้แจง คู่มือการใช้ สารบัญ เพื่อเป็นประโยชน์ต่อไป

หลักในการฝึก

มาร์คส์ เพอร์ดี และ คินนีย์ (Marks Perdee and Kinney, อ้างใน ศศิธร อินตุน, 2535, หน้า 27) ได้ให้หลักการฝึกทักษะไว้ดังนี้คือ

1. ก่อนการฝึก ควรสอนให้ผู้เรียนเข้าใจเสียก่อน เพราะจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและทราบเหตุผลที่ต้องฝึก การฝึกอย่างไม่เข้าใจความหมายอาจไม่ทำให้เกิดทักษะ

2. การฝึกควรให้ผู้เรียนได้รับการฝึกตามขั้นตอนที่ถูกต้องภายใต้การแนะนำที่ดี ถ้าฝึกหักโหม ๑ จะทำให้เสียเวลาเป็นอย่างมากในการแก้ไข

3. ช่วงเวลาการฝึกสั้น ๆ บ่อย ๆ ด้วยแบบฝึกที่คัดเลือกแล้วเป็นอย่างดี จะมีประสิทธิภาพกว่าการฝึกชว่ยาว ๆ ซึ่งผู้เรียนจะเบื่อหน่ายไม่สนใจ

4. กิจกรรมการฝึกควรจะหลากหลาย นอกจากแบบฝึกหัดต่าง ๆ แล้วอาจใช้เกมส์ ปัญหาหรือกิจกรรมอื่น ๆ บ้าง

5. การฝึกอย่างมีความมุ่งหมายจะเกิดประโยชน์มาก ถ้าผู้เรียนเห็นคุณค่าและความจำเป็นของสิ่งที่เรียนหรือฝึกโดยอาจใช้การทดสอบ หรือวิธีการอื่นเพื่อชี้ให้เห็นผลที่เกิดขึ้น ภายหลังการฝึก

6. การฝึกควรสัมพันธ์กับความมีเหตุผล ขณะฝึกควรให้ผู้เรียนใช้ความคิดหาเหตุผลควบคู่ไปด้วย

การฝึกนั้นเป็นเรื่องที่จำเป็นสำหรับนักเรียน แต่ถ้าให้ฝึกซ้ำ ๆ นักเรียนก็จะเกิดการเบื่อหน่าย ครูบางท่านคิดว่าการฝึกให้นักเรียนทำโจทย์มาก ๆ จะทำให้นักเรียนทำได้คล่อง และจำสูตรได้ แต่ในบางครั้งโจทย์ที่เป็นแบบเดียวกัน ถ้าให้ทำหลาย ๆ ครั้ง นักเรียนก็เบื่อหน่าย ครูจะต้องดูให้เหมาะสม ซึ่ง ยุพิน พิศกุล (2523, หน้า 11) กับ โสภณ บารุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520, หน้า 113-114) ได้เสนอแนะแนวทางที่สอดคล้องกันไว้ว่า การฝึกที่มีผลอาจพิจารณา ดังนี้

1. การฝึกจะให้ได้ดีต้องเป็นรายบุคคล คำนึงถึงความแตกต่างของบุคคล
2. ควรจะฝึกไปที่ละเรื่อง เมื่อจบบทเรียนหนึ่งและเมื่อเรียนได้หลายบทก็ควรฝึกรวบยอดอีกครั้งหนึ่ง
3. ควรมีการตรวจสอบแบบฝึกแต่ละครั้งที่ให้นักเรียนทำ เพื่อประเมินผลนักเรียนตลอดจนประเมินการสอนของครูด้วย
4. เลือกแบบฝึกที่สอดคล้องกับบทเรียนและให้แบบฝึกพอเหมาะ ไม่มากหรือน้อยเกินไป
5. แบบฝึกที่ให้นักเรียนทำนั้น ควรจะฝึกหลาย ๆ ด้าน คำนึงถึงความยากง่ายเรื่องใดควรเน้น อาจจะให้ทำมาก เพื่อให้นักเรียนเข้าใจและจำได้
6. พึงตระหนักอยู่เสมอว่า ก่อนที่จะให้นักเรียนทำโจทย์นั้น นักเรียนเข้าใจในวิธีการทำโจทย์นั้นโดยต้องแท้แล้วหรือไม่ อย่าปล่อยให้ให้นักเรียนทำโจทย์ตามตัวอย่างที่ครูสอน โดยไม่เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์แต่ประการใด
7. แบบฝึกหัดต้องท้าทายความคิดความสามารถของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนฝึกฝนอย่างสนุกสนาน ไม่เบื่อหน่าย

ก่อนที่ครูผู้สอนจะได้ใช้แบบฝึกในการฝึกฝน เด็กนักเรียนก็ควรที่ได้ศึกษาถึงหลักการฝึกให้เกิดความเข้าใจเสียก่อน ซึ่งเมื่อครูผู้สอนได้นำหลักการฝึกเหล่านี้ไปใช้ในการฝึกฝน นักเรียนอย่างสม่ำเสมอแล้ว นักเรียนก็จะเกิดทักษะ ความรู้ความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ รวมทั้งเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนด้วย

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวกับการฝึก

ยุพดี พูลเวชประชาสุข (2525) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การเปรียบเทียบผลการเขียนสะกดคำและทัศนคติต่อการเขียนสะกดคำของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยการใช้แบบฝึกหัดการเขียนสะกดคำกับการเขียนตามคำบอก” ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกการเขียนสะกดคำมีผลการเขียนสะกดคำสูงกว่านักเรียนที่เรียน โดยการใช้ตามคำบอกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จารุณี โชคสมัย (2526) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การเปรียบเทียบการใช้แบบฝึกอ่าน 2 แบบ ที่ส่งผลต่อสมรรถภาพการอ่านเร็วและทัศนคติต่อภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในจังหวัดสุรินทร์” ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองที่ 1 และกลุ่มทดลองที่ 2 มีสมรรถภาพการอ่านเร็วสูงกว่าก่อนการใช้แบบฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีทัศนคติต่อภาษาไทยสูงกว่าก่อนใช้แบบฝึกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อีกทั้งกลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม มีทัศนคติต่อภาษาไทยแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จรรยา ศรีพันธุ์บุตร (2533) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อการเขียนเรียงความของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระหว่างกลุ่มที่สอนโดยใช้และไม่ใช้ชุดฝึกการเขียน” ผลการวิจัยพบว่า ชุดฝึกการเขียนมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 80/80 และมีผลสัมฤทธิ์ทางการเขียนเรียงความของกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และเจตคติต่อการเขียนเรียงความของกลุ่มทดลองทั้งก่อนและหลังการทดลอง มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

สมมารท จัยทอง (2533) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การศึกษาผลการสอนภาษาไทย โดยใช้แบบฝึกการอ่านจับใจความของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนประถมศึกษาในเขตการศึกษา 6” ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์การอ่านจับใจความของนักเรียนในเขตการศึกษาโดยใช้แบบฝึกการอ่านจับใจความมีแนวโน้มสูงกว่าการสอนโดยใช้คู่มือครูการสอนภาษาไทยของกรมวิชาการ ซึ่งครูผู้สอนมีความคิดเห็นต่อการจัดทำคู่มือครูว่าจัดทำได้เหมาะสมดีมาก และในการทำแบบฝึกหัดการอ่านจับใจความ นักเรียนมีความสนใจมากที่สุด แสดงว่า แบบฝึกเสริมทักษะการเขียนคำนี้ สามารถพัฒนาความรู้ความสามารถในการเขียนคำที่มีพยัญชนะ น ง ด ม ด บ เป็นตัวสะกด

กิงดาว พุทธพันธ์ (2534) ได้ศึกษาเรื่อง "กิจกรรมฝึกทักษะการเขียนเชิงสร้างสรรค์ สำหรับนักเรียนชาวเขา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2" ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วย กิจกรรมฝึกทักษะการเขียนเชิงสร้างสรรค์ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นที่ระดับความมีนัยสำคัญ .01 และพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแต่งประโยคสูงขึ้น

พิพัฒน์ เองศลปี (2534) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การใช้แบบฝึกเสริมสมรรถนะการอ่าน เร็วกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2" โดยการสร้างแบบฝึกสมรรถนะการอ่านเร็ว 6 แบบ รวมทั้ง หมด 80 แบบฝึกมาใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลปรากฏว่ากลุ่มที่ได้รับการฝึกด้วย แบบฝึกสมรรถนะการอ่านเร็ว มีสมรรถนะการอ่านเร็วสูงกว่ากลุ่มที่ไม่ได้รับการฝึกที่ระดับความมี นัยสำคัญ .01

ทิพวรรณ นามแก้ว (2535) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การใช้แบบฝึกเสริมทักษะการเขียน คำที่มีพยัญชนะ น ง ด ม ก บ เป็นตัวสะกดสำหรับนักเรียนชาวเขาเผ่ากะเหรี่ยง ชั้นประถม ศึกษปีที่ 1 " พบว่า แบบฝึกเสริมทักษะการเขียนคำที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 89.26/80.00 และ นักเรียนมีความสนใจ ตั้งใจในการทำแบบฝึกหัดและยังพบว่า คะแนนเฉลี่ยของการทดสอบก่อน เรียนและหลังเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่ง สุคนธ์ กาสุยะ (2538) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การพัฒนาทักษะการอ่านวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้แบบฝึกการอ่านใจใน" พบว่า นักเรียนที่เป็นกลุ่มทดลองสามารถทำคะแนนเฉลี่ยในการทำ แบบทดสอบได้สูงกว่ากลุ่มควบคุมและคะแนนเฉลี่ยของการทดสอบหลังการเรียนของกลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 นอกจากนี้นักเรียนยังมีความคิด เห็นต่อแบบฝึกทักษะการอ่านใจในใจว่ามีความเหมาะสม ชัดเจน เข้าใจเนื้อหาได้ดี และสามารถ พัฒนาทักษะการอ่านใจในใจได้ดี

นิจ จันทร้มล (2535) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การใช้แบบฝึกทักษะการเขียนเชิงสร้าง สรรค์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ " ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกการเขียนเชิงสร้าง สรรค์ มีคะแนนเฉลี่ยการเขียนเชิงสร้างสรรค์หลังสอนสูงกว่า คะแนนรวมเฉลี่ยก่อนสอน อย่างมีนัย สำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

รัตนา คุณาธรรม (2535) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การพัฒนาและการใช้แบบฝึกการคัดลาย มือสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 " พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยแบบฝึกการคัดลายมือมีผล สัมฤทธิ์ทางการคัดลายมือสูงขึ้นที่ระดับความมีนัยสำคัญทางสถิติ .01 แสดงว่า แบบฝึกการคัดลาย มือสามารถพัฒนาความรู้ความสามารถในการคัดลายมือได้ นอกจากนี้ยังพบว่า คะแนนเฉลี่ยของ การคัดลายมือในด้านความถูกต้อง ความสวยงาม ความสะอาด และความรวดเร็ว หลังจากใช้แบบ ฝึกสูงขึ้นกว่าเดิม

ศศิธร อินตุน (2535) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การพัฒนาแบบฝึกการอ่านจับใจความ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3" ซึ่งผลการวิจัยปรากฏว่า แบบฝึกการอ่านจับใจความที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 83.33/84.33 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์มาตรฐานที่ตั้งไว้และนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกการอ่านจับใจความนี้ มีความสนใจกระตือรือร้นในการทำแบบฝึก และคะแนนเฉลี่ยของการทดสอบก่อนเรียน-หลังเรียน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ซึ่งแสดงว่า แบบฝึกการอ่านจับใจความสำคัญสามารถพัฒนาความรู้ความสามารถในการอ่านจับใจความสำคัญได้

จงพัฒน์ แก้วมีชัย (2538) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ผลการใช้แบบฝึกการสนทนา ภาษาอังกฤษของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6" ผลการวิจัยพบว่า แบบฝึกการสนทนาภาษาอังกฤษที่สร้างขึ้นมีคะแนนเฉลี่ยหลังทำการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนแตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และการเปรียบเทียบผลการใช้แบบฝึกการสนทนาภาษาอังกฤษระหว่างนักเรียนกลุ่มที่ใช้แบบฝึกและกลุ่มที่ไม่ใช้แบบฝึก สรุปได้ว่า แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจ เอาใจใส่ และกระตือรือร้นที่จะเรียนจากแบบฝึกการสนทนาภาษาอังกฤษ เนื่องจากกิจกรรมการเรียนการสอนแตกต่างจากที่เคยเรียนมาก่อน

กนกพร เทพคำ (2539) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การใช้ชุดฝึกเพื่อเสริมทักษะการแก้ โจทย์ปัญหาการบวกและการลบ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2" ผลการวิจัยพบว่า เมื่อนำชุดฝึกเพื่อเสริมทักษะการแก้โจทย์ปัญหาการบวกและการลบที่สร้างขึ้นไปใช้ นักเรียนให้ความสนใจในสื่อและกิจกรรมการเรียนการสอน มีความกระตือรือร้น เอาใจใส่ต่อการทำกิจกรรมต่างๆ เป็นอย่างดี และเมื่อเปรียบเทียบทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาของนักเรียนก่อนการใช้ชุดฝึกและหลังใช้ชุดฝึก นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยหลังเรียนสูงขึ้นกว่าคะแนนเฉลี่ยก่อนเรียน และเมื่อเทียบกับเกณฑ์ 60/60 ที่ตั้งไว้ พบว่า นักเรียนสามารถทำคะแนนได้เกินเกณฑ์นั้นคือ ทำได้ 78.72/76.6