

4.บทสรุป

จากทฤษฎีบท 3.4 ได้แสดงว่าสมการ $x^4 + 2iy^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ จากผลที่ได้นี้จะเห็นว่าวิธีการพิสูจน์นั้นนอกจากจะเป็นการแสดงว่าสมการ (1) ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์แล้วยังเป็นการแสดงว่าสมการในรูป

$$x^{4n} + 2iy^{4n} = z^{2n} \quad \dots\dots\dots (2)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ด้วย เนื่องจาก ถ้า

(x_0, y_0, z_0) ซึ่ง $x_0 y_0 z_0 \neq 0$ เป็นคำตอบของสมการ (2) ใน G แล้ว (x_0^n, y_0^n, z_0^n)

จะเป็นคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ของสมการ (1) ด้วย

จากที่ได้ว่าสมการ (1) ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ จะช่วยให้สามารถแสดงได้ว่าสมการ

$$x^4 + 2iy^4 = z^4 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ด้วย เนื่องจาก ถ้า $(x_1, y_1, z_1), x_1 y_1 z_1 \neq 0$ เป็นคำตอบของสมการ (3) ใน G แล้ว (x_1, y_1, z_1^2) จะเป็นคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ของสมการ (1) ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ด้วย และในทำนองเดียวกัน จะสามารถแสดงได้ว่าสมการในรูป

$$x^{4n} + 2iy^{4n} = z^{4n}$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก จะไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ด้วย