

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกและการลบเบื้องต้น ผู้วิจัยได้กำหนดเรื่องที่จะศึกษาไว้ดังนี้

2.1 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.1.1 ลักษณะของคณิตศาสตร์

2.1.2 คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

2.2 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับหลักการสอนคณิตศาสตร์และเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

2.3 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนการบวกจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

2.3.1 ความหมายของการบวก

2.3.2 การสอนความหมายของการบวก

2.3.3 คุณสมบัติของการบวก

2.3.4 การบวกเบื้องต้น

2.4 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

2.4.1 ความหมายของการลบ

2.4.2 การสอนความหมายของการลบ

2.4.3 คุณสมบัติของการลบ

2.4.4 การลบเบื้องต้น

2.5 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

2.5.1 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

2.5.2 เทคนิคการคิดในกระบวนการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

2.5.3 การจัดกิจกรรมการสอนการบวกและการลบเบื้องต้น

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศและต่างประเทศ

2.6.1 งานวิจัยในประเทศ

2.6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

2.7 รูปแบบการพัฒนาทักษะการบวกและการลบเบื้องต้นด้วยเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์

2.1 หลักสตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.1.1 ลักษณะของคณิตศาสตร์

บุญทัน (2529) กล่าวว่า ครูคณิตศาสตร์ควรจะต้องมีความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของคณิตศาสตร์พอสมควร เพื่อสามารถนำไปวิเคราะห์สภาพการณ์ที่เกี่ยวกับการเรียนรู้ สามารถเลือกและปรับปรุงกลวิธีในการสอน และวัสดุประกอบการสอนให้เหมาะสมกับสภาพของนักเรียน โดยสรุปลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิด เป็นเครื่องมือสุจน์ว่าสิ่งที่เขาคิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่อย่างมีเหตุผล ด้วยเหตุนี้เราจึงนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและอุตสาหกรรม และยังช่วยให้คนมีเหตุผล ใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานความจริงในด้านต่าง ๆ
2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง ใช้ตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด ซึ่งสื่อความหมายให้เข้าใจได้ตรงกัน
3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง คณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยเรื่องง่าย ๆ ซึ่งเป็นพื้นฐานนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง
4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน การคิดในทางคณิตศาสตร์นั้นต้องคิดในแบบแผนมีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้ และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้
5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์ คือความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดสร้างสรรค์ จินตนาการ ความคิดริเริ่ม ในการแสดงสิ่งใหม่ ๆ โครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

2.1.2 คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ประกอบด้วยสาระสำคัญดังต่อไปนี้

1. จุดประสงค์ทั่วไป

จุดประสงค์ทั่วไปของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ต้องการให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ จึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1.1 มีความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิด

คำนวณ

1.2 รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ

ชัดเจนและรัดกุม

1.3 รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

1.4 สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

2. โครงสร้างและเนื้อหา

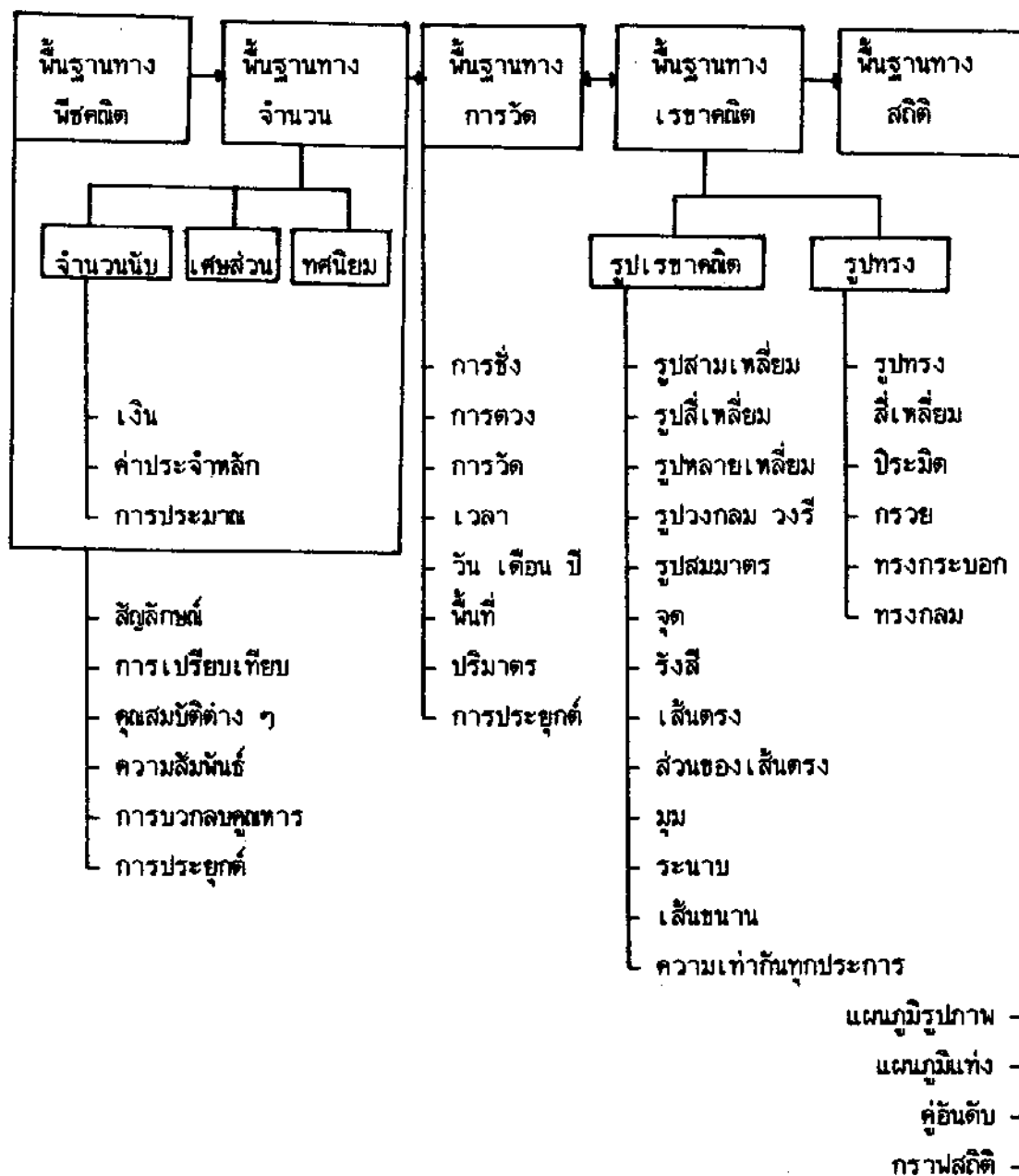
โครงสร้างของคณิตศาสตร์ประถมศึกษา ประกอบด้วยเนื้อหาพื้นฐาน 4 สาขา คือ พื้นฐานทางจำนวนและพีชคณิต พื้นฐานทางการวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต และพื้นฐานทางสถิติ โดยผสมกลมกลืนกันไปทุกพื้นฐาน เริ่มจากง่ายที่สุดแล้วค่อยยากขึ้นตามลำดับให้เหมาะสมกับวัย และสมรรถภาพของนักเรียน รวมทั้งความจำเป็นที่ต้องใช้ในชีวิตประจำวัน โดยแต่ละพื้นฐานมีรายละเอียดดังนี้

1. พื้นฐานทางจำนวนและพีชคณิต ได้แก่ จำนวนและตัวเลข (ป.1-6) เศษส่วน (ป.2-6) ทศนิยม (ป.4-6) เงิน (ป.1-4) และการประยุกต์ (ป.4-6)

2. พื้นฐานทางการวัด ได้แก่ การชั่ง การตวง การวัดความยาว ความสูง ระยะทาง (ป.1-4) เวลา วัน เดือน ปี (ป.1-4) การหาพื้นที่ (ป.4-6) ปริมาตรของรูปทรง (ป.5-6) พิกัดและแผนผัง (ป.5-6)

3. พื้นฐานทางเรขาคณิต ได้แก่ รูปเรขาคณิต (ป.2-6) และรูปทรง (ป.2-6)

4. พื้นฐานทางสถิติ ได้แก่ การอ่าน การเขียนแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง (ป.3-6) การอ่านตารางเวลาและตารางอื่น ๆ (ป.3-4) การอ่านแผนภูมิวงหรือแผนภูมิรูปวงกลม การบอกตำแหน่ง การเขียนตำแหน่งของคู่ลำดับ การอ่านและการเขียนกราฟของคู่ลำดับ (ป.8) ดังจะแสดงในแผนภูมิที่ 1 ดังนี้



แบบฉบับที่ 1 แบบฉบับโครงสร้างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา

2.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์และเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

2.2.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์

บุญทัน (2529) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูไว้ดังนี้

1. สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก คือพร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และพร้อมในแง่ความรู้ที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกันจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ มองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนได้ดี
2. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องจัดให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจ และความสามารถของเด็ก เพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาในภายหลัง
3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา
4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก่อนเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละคน
5. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้น การสอนเพื่อสร้างความคิด ความเข้าใจในระยะเริ่มแรก จะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้เกิดความสับสนจะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอน การสอนจะเป็นไปตามขั้นตอนที่วางไว้
6. การสอนแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่า จัดกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์อะไร
7. เวลาที่ใช้ในการสอน ควรจะใช้ระยะเวลาพอสมควร ไม่นานจนเกินไป
8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่นได้ ให้เด็กมีโอกาสเลือกทำกิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตน และให้อิสระในการทำงานแก่เด็ก
9. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียน มีการวางแผนร่วมกันกับครู เพราะจะช่วยให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในการสอน และเป็นไปตามความพอใจของเด็ก
10. การสอนคณิตศาสตร์จะดี ถ้าเด็กมีการทำงานร่วมกัน หรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้า สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ แก่ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเองร่วมกับเพื่อน ๆ
11. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วยจึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามต่อไปแก่เด็ก

12. นักเรียนระดับประถมศึกษาอยู่ในระหว่างอายุ 6 - 12 ปี จะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนโดยครูใช้ของจริงหรืออุปกรณ์ ซึ่งเป็นรูปธรรม นำไปสู่นามธรรม ตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ มิใช่ จำ ดังเช่น การสอนในอดีตที่ผ่านมาทำให้เห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้

13. การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการต่อเนื่อง และเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม เป็นเครื่องมือในการวัดผล จะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของตน

14. ไม่ควรจำกัดวิธีคิดคำนวณหาคำตอบของเด็ก แต่ควรแนะวิธีคิดที่รวดเร็ว และแม่นยำให้ภายหลัง

15. ฝึกให้เด็กรู้จักตรวจสอบเช็คคำตอบด้วยตนเอง

นอกจากนี้ วัลลภา (2532) ยังได้เสนอว่า หลักในการสอนคณิตศาสตร์นั้นควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

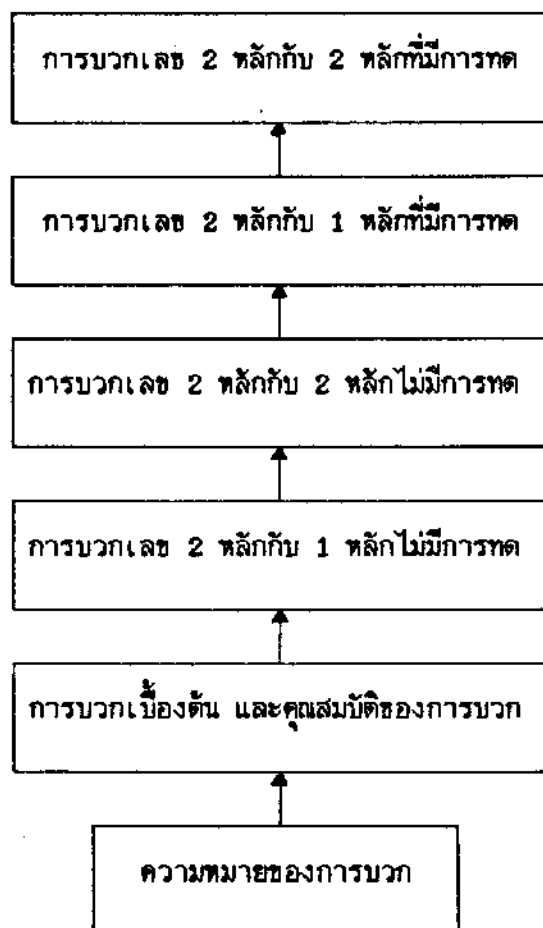
1. การสอนเนื้อหาใหม่แต่ละครั้งครูจะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนทั้งความพร้อมด้านวุฒิภาวะ และเนื้อหา

ความพร้อมด้านวุฒิภาวะ หมายถึงความพร้อมของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องสำรวจความรู้เดิมของผู้เรียนว่ามีเพียงพอที่จะเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาใหม่หรือไม่ เช่น ในการสอนความหมายของการคูณนั้น ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการรวมกลุ่มสิ่งของ กลุ่มละเท่า ๆ กัน เป็นต้น

ความพร้อมในด้านเนื้อหา นั้น ผู้สอนจะต้องทราบขอบข่ายของเรื่องที่เรียนว่า มีเนื้อหาอะไรบ้างที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้เพราะการจัดเนื้อหาคณิตศาสตร์แนวใหม่เน้นโครงสร้างของเนื้อหา ซึ่งโครงสร้างของเนื้อหาวิชา มี 2 ลักษณะคือ

(ก) ลำดับเนื้อหาวิชาโดยส่วนรวม เช่น การเรียนคณิตศาสตร์ควรจะเริ่มความรู้ที่เกี่ยวกับการจำแนก การจัดลำดับ การนับตัวเลข ค่าประจำหลัก การบวก การลบ การคูณ การหาร และต่อไป

(ข) ลำดับเนื้อหาเฉพาะเรื่อง เช่น การสอนการบวก ควรมีลำดับขั้นดังนี้



ดังนั้นหน้าที่ของครูคณิตศาสตร์ก็คือ พิจารณาความสัมพันธ์ของโครงสร้างของเนื้อหาแต่ละเรื่อง ซึ่งจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งทั้งต่อผู้เรียนในการเตรียมความพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ และช่วยครูในการเตรียมวางแผนการสอนด้วย

2. การสอนคณิตศาสตร์เน้นเรื่องความเข้าใจมากกว่าความจำ การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่จึงเน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีความหมายและใช้วิธีการสอนต่าง ๆ มากขึ้น นักเรียนจะต้องเข้าใจความคิดรวบยอดก่อนแล้วจึงฝึกทักษะหรือทำแบบฝึกหัด เพื่อเน้นประสบการณ์อื่นจะนำไปสู่การนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์จึงยึดหลักการดังนี้

2.1 การสอนเพื่อให้เกิดการซึมซาบ หมายถึงในการจัดการเรียนการสอน คณิตศาสตร์นั้นเป็นเรื่องของการจัดระบบที่ต้องเรียนตามลำดับขั้น เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจทีละน้อย ๆ และมีทักษะเบื้องต้นตามที่ต้องการ นอกจากนั้นแนวคิดใหม่จะต้องสัมพันธ์กับความคิดเดิม ไม่ซับซ้อน สับสน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นได้ในที่สุด

2.2 การสอนเพื่อให้เกิดความรู้ถาวร เมื่อผู้เรียนเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์แล้วจึงให้ทำแบบฝึกหัด ฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผลและถูกต้อง มีการจัดสภาพการเรียนการสอน ที่คำนึงถึงความเจริญเติบโต และพัฒนาการของผู้เรียน ผู้สอนจะต้องทบทวนย้ำแนวคิดที่สำคัญ ๆ ด้วยการเตรียมกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนตอบคำถาม จัดสื่อการสอน เขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ หรือบางครั้งผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมเสริมประสบการณ์เป็นครั้งคราว เช่นให้ทำแบบฝึกหัดเสริมเพิ่มเติม เป็นต้น

2.3 การสอนเพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้ การจัดการเรียนการสอนในขั้นนี้จะต้องเน้นกิจกรรมที่ฝึกให้ผู้เรียนเรียนโดยยึดเหตุผล ที่มา ฝึกให้คิดตามขั้นตอนอย่างมีระบบ ตลอดจนสามารถสรุปความคิดรวบยอดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ อันจะมีผลช่วยให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจในการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้

3. ใช้วิธีอุปมาน (Inductive) ในการสรุปหลักการทางคณิตศาสตร์ แล้วนำความรู้ไปใช้ด้วยวิธีอนุมาน (Deductive)

4. ควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่นักเรียนเพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายและหลักการทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ควรจัดมี 3 ประเภท ได้แก่

- ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม
- ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม
- ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม

5. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน การที่เด็กจะมีความสามารถในการแก้ปัญหา นั้น ครูควรส่งเสริมให้เด็กได้อภิปรายและแสดงความคิดเห็นในโจทย์ปัญหา หรือสถานการณ์ต่าง ๆ แล้วแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคคณิตศาสตร์ เมื่อได้ผลลัพธ์แล้วจะต้องฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบด้วย ดังนั้นในการสอนโจทย์ปัญหานี้ผู้สอนจะต้องเตรียมการสอนล่วงหน้า เพื่อให้ได้สัดส่วนกันอย่างแท้จริงทั้งในด้านส่งเสริมการคิด และนำเอาไปใช้ในสถานการณ์ภาคปฏิบัติ

6. ส่งเสริมการสอนโดยใช้กิจกรรมและสื่อการสอน การสอนเรื่องใหม่แต่ละครั้งควรใช้สื่อรูปธรรม อธิบายแนวคิดนามธรรมทางคณิตศาสตร์ ในการจัดกิจกรรมควรจัดให้นักเรียนได้ทดลองค้นคว้าหาคำตอบด้วยตนเอง นักเรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่เป็น

รูปธรรมกับนามธรรม การแสดงตัวอย่างควรให้มีความหมายแก่นักเรียน และเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ในชีวิตประจำวันของผู้เรียนด้วย

7. จัดบทเรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล นักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกันตั้งแต่เริ่มเข้าเรียน ทั้งในด้านความสนใจ ระดับสติปัญญาและจะยิ่งแตกต่างกันมากยิ่งขึ้นในระดับสูง ๆ ขึ้นไป ดังนั้นถ้าครูสามารถจัดบทเรียนและกิจกรรมการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงเด็กเก่ง และเด็กเรียนช้าแล้วจะช่วยพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

8. ครูควรใช้เทคนิคต่าง ๆ สร้างบรรยากาศที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยธรรมชาติวิชาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับนามธรรม เข้าใจยาก ดังนั้นในการจัดกิจกรรมครูจะต้องมีเทคนิคในการเสริมสร้างบทเรียนให้มีชีวิตชีวา นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน มีความกระตือรือร้น ไม่เบื่อหน่าย ซึ่งนอกจากจะช่วยเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์แล้วยังเป็นส่วนสำคัญจะทำให้ให้นักเรียนนำทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นครูจะต้องสอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก ควรจัดกิจกรรมให้เด็กเกิดความสนุกสนานในขณะเรียน กิจกรรมที่จัดต้องเหมาะสมกับเด็กในแต่ละวัยและสอนจากสิ่งที่ย่อยไปหาสิ่งที่ยากขึ้น สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม โดยอาศัยอุปกรณ์หรือประสบการณ์จริงของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ และเกิดความเชื่อมั่นในตนเองในการที่จะนำมโนทัศน์นั้น ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.2.2 เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากครูจะต้องเป็นผู้มีความรู้ในเนื้อหาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ตลอดจนการวัดผลประเมินผลเป็นอย่างดีแล้ว ครูจำเป็นต้องศึกษาเทคนิคการสอนที่จะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจ และค้นพบหลักการทางคณิตศาสตร์ ทั้งยังเป็นเครื่องเสริมบรรยากาศการสอนให้ผู้เรียนเกิดความสนุกสนาน ไม่เบื่อหน่าย ทำให้การเรียนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่งเทคนิคในการสอนคณิตศาสตร์มีมากมาย ดังเช่น

วัลลภา (2532) ได้กล่าวถึงเทคนิคในการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เทคนิคการยกตัวอย่าง การยกตัวอย่างและการให้โจทย์ปัญหานั้นไม่จำเป็นต้องใช้ตัวอย่างหรือโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเสมอไป การที่ผู้สอนสามารถยกตัวอย่างได้อย่างสมเหตุสมผลทันทีทันใด ตัวอย่างนั้นน่าสนใจ ทำทลายความคิด จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจอยากที่จะเรียนและศรัทธาในตัวผู้สอน

การยกตัวอย่างประกอบการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูโดยทั่วไปมักจะยกตัวอย่างตามหนังสือเรียน ซึ่งถ้าครูทำเช่นนั้นตลอดเวลาผู้เรียนจะเกิดการเบื่อหน่ายได้ ฉะนั้นเทคนิคที่สำคัญในการยกตัวอย่างก็คือ

1.1 ควรยกตัวอย่างที่แตกต่างจากหนังสือเรียน การสร้างตัวอย่างให้แตกต่างจากแบบเรียนจะมีส่วนช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจบทเรียนยิ่งขึ้น แต่ผู้สอนจะต้องวิเคราะห์จุดประสงค์ของตัวอย่างในหนังสือเรียนเสียก่อน เพื่อจะได้ดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของบทเรียน

1.2 ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน โดยพยายามเริ่มจากตัวอย่างที่ใกล้ตัวนักเรียน เพื่อที่เขาจะได้เข้าใจหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเบื้องต้น จากนั้นจึงให้ตัวอย่างที่ไกลตัวนักเรียนมากขึ้น หรือยกตัวอย่างให้ซับซ้อนยิ่งขึ้น

1.3 การยกตัวอย่างในวิชาคณิตศาสตร์ คือการเสนอโจทย์ปัญหาที่ตนเองทำให้โจทย์นักเรียน ครูจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องในเนื้อหาที่จะสอนด้วย ถ้าเป็นโจทย์ที่ย่างยากซับซ้อนครูควรเตรียมสื่อการสอนประกอบการอธิบาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและค้นพบวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและมั่นใจ

การยกตัวอย่างเป็นเทคนิคที่ต้องอาศัยการฝึกฝน การเตรียมการล่วงหน้า และประสบการณ์เดิม เพราะการยกตัวอย่างนั้นมักจะเกิดขึ้นขณะกำลังดำเนินการสอนอยู่อย่างต่อเนื่อง ผู้สอนจึงจำเป็นต้องศึกษาหาวิธีการยกตัวอย่างที่เหมาะสม อันจะเป็นการช่วยสร้างความเข้าใจและเชื่อมโยงมโนทัศน์คณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการนำไปใช้ได้มากขึ้น

2. เทคนิคการใช้คำถาม การตั้งคำถามเป็นเรื่องที่จำเป็นในการสอน การถามแทรกอยู่กับการสอนทุกวิธี ยิ่งการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่เน้นการสอนแบบค้นพบด้วยตนเอง ยิ่งทำให้บทบาทของการใช้คำถามเด่นชัดขึ้น คำถามที่ดีจะเป็นประโยชน์ในการกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักคิด สังเกต นำไปสู่แนวทางการสรุปมโนทัศน์คณิตศาสตร์

คำถามที่ดี ควรมีลักษณะดังนี้

1. เป็นคำถามที่ชัดเจน มีความหมายที่แน่นอน
2. คำถามนั้นไม่ง่ายและไม่ยากจนเกินไป เหมาะสมกับเนื้อหานั้น ๆ

และเหมาะสมกับวัยและระดับของผู้เรียน

3. ไม่เป็นคำถามซ้อนคำถาม ควรถามทีละประโยค เช่น รูปนี้เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด รูปนี้มีพื้นที่เท่าไร เป็นต้น

4. ไม่ควรเป็นคำถามเชิงปฏิเสธ เช่น 50 × ไม่ใช่ ใช่หรือไม่

5. ไม่ควรเป็นคำถามนำ เช่น $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ใช่หรือไม่

6. คำถามที่ดีควรเป็นคำถามที่พัฒนาความคิด ช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นการวิเคราะห์ปัญหา การใช้คำถามเพื่อชักนำให้นักเรียนคิดนั้น จะเกิดขึ้นได้จากการจัดกิจกรรมที่เน้นกิจกรรมระหว่างครูกับนักเรียน

การใช้คำถามประกอบการสอนนั้น ผู้สอนจะต้องให้ความสนใจศึกษาหาวิธีการถามโดยใช้คำถามที่ชัดเจน เพื่อชักนำให้นักเรียนคิด สำหรับเนื้อหาที่ยากต้องใช้กระบวนการคิดที่ซับซ้อน ครูควรใช้เทคนิคการใช้คำถามควบคู่กับการเล่าเรื่องโดยอาจใช้ภาพ เกมหรือการเล่านิทาน เป็นต้น ประกอบการตอบคำถามไปด้วย ซึ่งนอกจากจะให้บทเรียนนั้นสนุกสนานน่าสนใจ ยังเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมแสดงความคิดเห็น ทำให้ครูทราบแนวความคิดของนักเรียนในเรื่องว่า มีความเข้าใจเพียงไร การตั้งคำถามที่ดีจะเป็นสื่อช่วยให้ผู้ตอบพัฒนาความคิดจนสามารถหาคำตอบและสรุปได้

3. เทคนิคการนำเข้าสู่บทเรียน การนำเข้าสู่บทเรียนเป็นกิจกรรมที่ครูจัดขึ้นก่อนเริ่มการสอนเนื้อหา เพื่อเป็นการเตรียมผู้เรียนให้มีความคิดอยู่ในใจว่ากำลังจะเรียนร่วมกิจกรรมในบทเรียนมากขึ้น

เทคนิคการนำเข้าสู่บทเรียนมีหลายวิธี ดังนี้

1. วิธีสนทนาซักถาม ซึ่งอาจเป็นการซักถามเพื่อทบทวนความรู้เดิม และตรวจสอบว่าผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้อยู่ในระดับใด เช่น จะสอนการคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็มโดยใช้นิยามของการคูณ ครูจะทบทวนโดยการถามถึงการหาผลบวกของเศษส่วน

2. การร้องเพลง การใช้เพลงนั้นสามารถนำเข้าสู่บทเรียนหรือสรุปบทเรียนได้ ซึ่งก่อนที่นักเรียนจะร้องเพลง ครูจะต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาเสียก่อน เพลงนั้นควรเลือกให้เหมาะกับเนื้อหาระดับชั้น และวัยของผู้เรียน

3. การทายปัญหา เช่น ฉันเป็นเลขจำนวน 3 หลัก หลักร้อยเป็นเลขที่อยู่ระหว่าง 8 กับ 10 หลักสิบมีค่าเป็นศูนย์ หลักหน่วยเป็นเลขคู่อยู่ระหว่าง 3 กับ 5 จงทายว่าฉันคือจำนวนอะไร เป็นต้น การทายปัญหาคูจะต้องคำนึงถึงเนื้อหา การใช้ภาษาที่สั้นกระชับรัดกุม ชัดเจนและศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องด้วย

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนครั้งใดก็ตาม การสรุปบทเรียนจะทำได้เมื่อจบบทเรียน เมื่อเรียนเรื่องหนึ่งเรื่องใดในบทเรียน หรือเมื่อนักเรียนอภิปรายหรือฝึกปฏิบัติทดลองจบลง ซึ่งในการสรุปสาระสำคัญของเนื้อหานั้นครูไม่จำเป็นต้องสรุปเองทั้งหมด นักเรียนควรมี

ส่วนร่วม แต่ครูจะต้องพยายามขมวดปมให้ได้สาระสำคัญๆ และประมวลเรียบเรียงอย่างเหมาะสม เพื่อให้นักเรียนได้แนวคิดที่ถูกต้องในเรื่องนั้น ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การเรียนรู้ในเนื้อหาต่อไป

นอกจากนี้ เกื้อจิตต์ (2532) ยังได้เสนอเทคนิคการสอนที่สำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้

1. การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นปัจจัยที่มีความสำคัญมากต่อการสอนให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรม เพราะสื่อการสอนจะแสดงออกมาในรูปของรูปธรรม ทั้งนี้ในหลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 ได้เน้นให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยการค้นพบจากการใช้สื่อการสอน ในการสอนนักเรียนระดับประถมศึกษาจึงเล็กเท่าใดก็มีความจำเป็นจะต้องใช้สื่อการสอนมากขึ้นเท่านั้น เนื่องจากเป็นขั้นวางพื้นฐานในการสร้างความเข้าใจความคิดรวบยอดเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นเรื่องสำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาอันเป็นจุดประสงค์ของหลักสูตร นอกจากนี้ยังใช้สื่อการสอนในการเปลี่ยนสภาพเนื้อหาที่เป็นนามธรรมให้อยู่ในรูปธรรมแล้ว สื่อการสอนยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจ จำได้นานทันท่วงทีในการสอนและที่สำคัญที่สุดคือการใช้สื่อการสอนจะช่วยให้นักเรียนเกิดความอยากเรียนรู้ทำให้เกิดความพร้อมในการเรียน

การเลือกใช้สื่อการสอน ควรพิจารณาให้เหมาะสมกับบทเรียน ทำได้ง่ายในท้องถิ่น ประหยัด ทั้งนี้ครูจะต้องเตรียมสื่อให้พร้อม ผึกใช้อย่างคล่องแคล่ว เลือกลักษณะของสื่อการสอนที่มีขนาดที่พอเหมาะและสีที่น่าสนใจ ดังนั้น เทคนิคการใช้สื่อการสอนอาจจัดเป็นเทคนิคการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่สุดก็ได้

2. การทำแบบฝึกหัด ครูควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ควรหาโจทย์ปัญหาแปลก ๆ ที่ใกล้ตัวและเหมาะสมกับวัยและระดับชั้นเรียนของนักเรียน

2. ควรหาวิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ใช้คำสั่งเป็นบทหรือกรอกร หรือการแสดงวิธีทำหลาย ๆ รูปแบบ

3. ในแต่ละแบบฝึกควรมีรายละเอียดเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์และจุดประสงค์ของแบบฝึกแต่ละชุด และวันที่ไว้สำหรับให้นักเรียน เขียนชื่อ-สกุล เลขที่ และวันที่

4. เขียนคำสั่งในแต่ละแบบฝึกให้ชัดเจน

5. ควรเสริมสร้างให้นักเรียนทำงานด้วยความเพลิดเพลิน เช่น การระบายสี

6. การทำแบบฝึก ควรมีการเตรียมงานอย่างมีระบบ คือ

1) เลือกเนื้อหาที่ต้องการฝึกทักษะ

2) ตั้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของเนื้อหาที่ต้องการฝึกนั้น

3) เตรียมคำถามหรือโจทย์ปัญหา

4) ร่างรูปแบบของแบบฝึกแล้วตรวจสอบความถูกต้อง

5) จัดทำแบบฝึกตามฉบับร่าง

7. เสริมสร้างให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์

3. การใช้บัตรงาน ควรพิจารณาการใช้บัตรงานดังนี้

1. เรียงลำดับบัตรงานจากง่ายไปหายาก เลือกให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละกลุ่ม เช่น กลุ่มเก่งอาจจะไม่ชอบงานง่ายก็ควรเลือกงานยากให้เพื่อเป็นการท้าทายความคิด

2. เลือกใช้บัตรงานให้ตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการจะฝึก

3. ให้นักเรียนเลือกบัตรงานในแต่ละเรื่องด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้เรียนตามความสามารถ

4. ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมจากในหนังสือ

5. ให้นักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าของตนเอง สามารถตรวจคำตอบด้วยตนเอง ทำให้เกิดความมั่นใจและเพลิดเพลินในการทำงาน

6. บัตรงานแต่ละบัตรควรมีแนวคิดหรือตัวอย่างให้นักเรียนดูก่อน

7. ครูควรให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม จะเป็นการช่วยเหลือนักเรียนอ่อนและส่งเสริมนักเรียนที่เก่ง

8. ใช้บัตรงานกับนักเรียนที่มีพื้นฐานที่ไม่ดีพอ เพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาเดิมในการเตรียมบัตรงานให้นักเรียนนั้น ควรจัดแบ่งบัตรงานออกเป็น 3 ประเภทคือ ประเภทที่ง่ายกว่าแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน ประเภทที่ยากกว่าหนังสือเรียน และประเภทที่มีไว้เพื่อแก้ปัญหาแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนน้อยเกินไป ไม่เพียงพอที่จะฝึกทักษะให้นักเรียน บัตรงานทั้ง 3 ประเภทจะช่วยแบ่งเบาภาระการทำงานของครู ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการเรียนรู้จากกันและกัน เป็นประสบการณ์การเรียนรู้จากเพื่อนสอนเพื่อน ทำให้นักเรียนไม่เบื่อหน่ายที่จะทำแบบฝึก ทั้งนี้จะส่งเสริมนิสัยการรักการทำงานเป็นกลุ่มด้วย

4. การสรุปบทเรียน การสรุปบทเรียนเป็นหัวใจของการจัดการเรียนการสอนในแต่ละชั่วโมง เพราะเป็นการสรุปความคิดรวบยอดของเนื้อหา นั้นๆ ดังนั้นในการสรุปเนื้อหาทุกครั้งควรมีเทคนิคหลายรูปแบบที่แตกต่างกัน เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย เทคนิคต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในการสรุปบทเรียน มีดังนี้

1. สรุปด้วยการใช้เพลงหรือกลอน

2. สรุปด้วยการตั้งคำถาม

3. สรุปด้วยการยกตัวอย่างให้นักเรียนดู

4. สรุปจากการสังเกตและทดลอง

5. สรุปจากกิจกรรมที่จัดขึ้น

ทั้งนี้ควรใช้เทคนิคต่าง ๆ หมุนเวียนกันไปไม่ควรใช้ซ้ำ ๆ กัน นอกจากจะทำให้เด็กเรียนเกิดความเบื่อหน่ายแล้ว ยังมีผลต่อทัศนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

จากเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมานอสรุปได้ว่าการสอนคณิตศาสตร์ที่จะให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดั่งนั้น ผู้สอนจำเป็นต้องนำเทคนิคในการสอนมาใช้อย่างหลากหลาย เพื่อเป็นแรงจูงใจและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนรู้ โดยผู้สอนต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับความสนใจ และความสามารถของเด็กในแต่ละวัย

2.3 การสอนการบวกจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

การบวกและการลบจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนลบ เป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญในการคิดคำนวณ ผู้สอนควรจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้เด็กได้เรียนรู้เข้าใจอย่างชัดเจน เพื่อให้ผู้เรียนจะได้มีทักษะพื้นฐานในการเรียนรู้ในคณิตศาสตร์ต่อไป อีกทั้งยังเป็นการสร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ด้วย มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอวิธีการสอนการบวกไว้หลายวิธีด้วยกัน ซึ่งจำแนกตามหัวข้อได้ดังนี้

2.3.1 ความหมายของการบวก

วรณี (2529) และวัลลภา (2532) ได้ให้ความหมายของการบวกไว้คล้ายกันว่า การบวกเป็นการนำจำนวนสองจำนวนหรือมากกว่ามารวมกันเพื่อหาจำนวนทั้งหมด จำนวนที่ได้จากการรวมสองจำนวนเข้าด้วยกันนี้ เรียกว่า ผลรวม หรือ ผลบวก และสัญลักษณ์ที่แสดงการรวมกันเรียกว่า เครื่องหมาย "+" ใช้เขียนระหว่างตัวเลขสองจำนวนที่นำมาบวกกัน

Gerard (อ้างถึงใน สิริพร, 2534) ได้ให้ความหมายของการบวกไว้ว่าการบวกเป็นการรวมสิ่งของต่าง ๆ เข้าด้วยกันโดยการหยิบสิ่งของเหล่านั้นมารวมเข้าอยู่ในกลุ่มเดียวกัน

จากความหมายที่กล่าวมาแล้วนั้น สรุปได้ว่าการบวก หมายถึงการนำสิ่งของสองกลุ่มหรือจำนวนสองจำนวนมารวมกันเพื่อให้ได้จำนวนใหม่ หรือสิ่งของกลุ่มใหม่ซึ่งมีปริมาณมากกว่าเดิม

2.3.2 การสอนความหมายของการบวก

สุจิตตา และคณะ (2536) กล่าวถึงวิธีสอนความหมายของการบวกไว้ว่าการสอนความหมายของการบวก ควรเริ่มต้นจากการให้นักเรียนบอกจำนวนสมาชิกของกลุ่มสิ่งของที่ครู

กำหนดขึ้น และบอกจำนวนสมาชิกของกลุ่มของสิ่งของที่เกิดจากการรวมกันของสมาชิกสิ่งของสองกลุ่มซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตประจำวัน การสอนความหมายของการบวกนั้นเราอาจแยกออกเป็น 2 ความหมาย คือ

1. การรวมกัน ความหมายของการบวกในลักษณะเช่นนี้ ใช้ในสถานการณ์ที่มีสิ่งของอยู่สองกลุ่มแล้วรวมกลุ่มของสิ่งของทั้งสองกลุ่มเข้าด้วยกัน

การสอนความหมายของการบวกในประเด็นแรกนี้ ครูควรจะเริ่มแนะนำนักเรียนด้วยกลุ่มของสิ่งของสองกลุ่ม โดยให้นักเรียนบอกจำนวนสมาชิกของสิ่งของในแต่ละกลุ่ม จากนั้นจึงรวมสมาชิกกลุ่มสิ่งของทั้งสองกลุ่มเข้าด้วยกัน ให้นักเรียนบวกจำนวนสมาชิกของสิ่งของกลุ่มใหม่ ซึ่งก็คือผลบวกของจำนวนสมาชิกกลุ่มที่หนึ่งกับจำนวนสมาชิกกลุ่มที่สอง

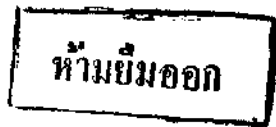
2. การเพิ่มขึ้น ความหมายของการบวกในรูปของการเพิ่มขึ้นใช้ในสถานการณ์ที่เดิมมีสิ่งของอยู่เพียงกลุ่มเดียว หลังจากนั้นมีการ "เพิ่ม" สิ่งของเข้าไปในกลุ่มสิ่งของที่มีอยู่แล้ว จำนวนสมาชิกของกลุ่มสิ่งของใหม่หลังจากการเพิ่มแล้วคือ ผลบวกระหว่างจำนวนสมาชิกของกลุ่มสิ่งของเดิม กับจำนวนสมาชิกของกลุ่มที่เพิ่มเติมเข้าไป

ซึ่งการจัดกิจกรรมการสอนความหมายของการบวกมี 2 วิธีคือ

1. การรวมสมาชิกของเซต การสอนควรเริ่มจากการใช้กิจกรรมรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และสัญลักษณ์

2. การใช้เส้นจำนวน เส้นจำนวนเป็นเส้นตรงซึ่งมีสเกลกำหนดไว้ว่าแต่ละหน่วยบนเส้นจำนวนนั้นเป็นเท่าใด โดยแต่ละหน่วยบนเส้นจำนวนนั้นจะต้องยาวเท่ากัน

การจัดกิจกรรมการสอนความหมายของการบวกโดยใช้เส้นจำนวน ผู้สอนจะต้องจัดให้เป็นลำดับชั้นอย่างรอบคอบโดยเริ่มต้นจากกิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรมและนามธรรมตามลำดับ เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้เส้นจำนวนแสดงความหมายและคุณสมบัติที่เกี่ยวข้องกับการบวก

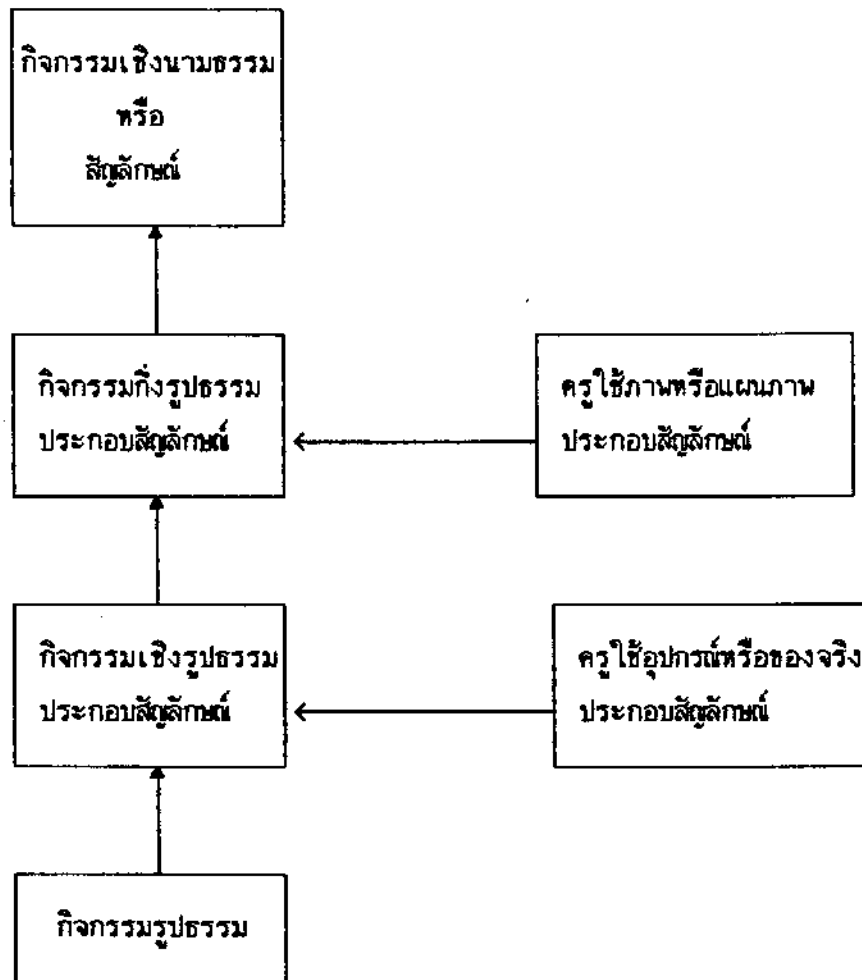


วพ
ร.ร.
ศ 838
อ. 1



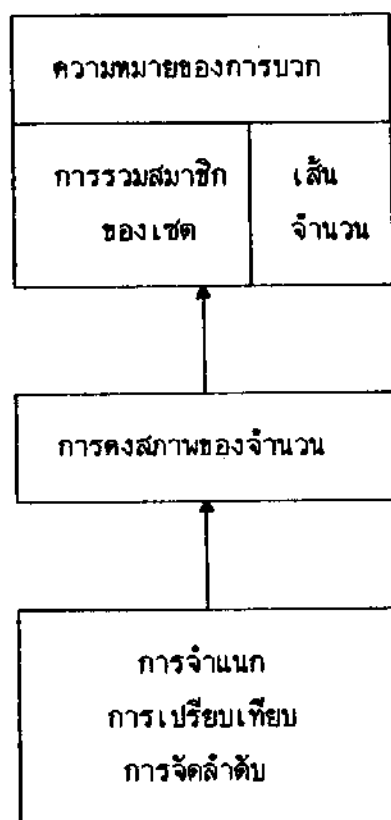
ท 60698
หอสมุดกลาง ม.อ.ปัตตานี
25

ในการสอนความหมายของการบวกโดยการรวมสมาชิกของเซต และการใช้
เส้นจำนวนนั้น ครูควรจัดกิจกรรมเป็นลำดับขั้นดังนี้



การจัดกิจกรรมเพื่อสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนคติเกี่ยวกับความหมายของการบวกนั้น
ผู้สอนจะต้องพิจารณาจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้เป็นระบบเพื่อความเข้าใจที่ถูกต้องของผู้เรียน

จากกิจกรรมการสอนความหมายของการบวกนั้น สามารถสรุปเป็นขั้นตอน ดังนี้



จากแผนภูมิดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า ก่อนนักเรียนจะเรียนความหมายของการบวกนั้น นักเรียนมีประสบการณ์เกี่ยวกับการจำแนก การเปรียบเทียบ การจัดลำดับ และการนับ นอกจากนี้เด็กจะต้องมีความเข้าใจการคงสภาพของจำนวนและกระบวนการย้อนกลับ (ประมาณ 7 ขวบ)

2.3.3 คุณสมบัติของการบวก

วอร์นี (2529) กล่าวว่า การบวกในระดับประถมศึกษาามีเฉพาะจำนวนเต็มบวก และศูนย์เท่านั้น ดังนั้นคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มบวก และศูนย์ที่สำคัญซึ่งใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มีดังนี้

1. คุณสมบัติการสลับที่ของการบวก ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์แล้ว $a + b = b + a$

คุณสมบัตินี้หมายความว่า ตัวตั้งและตัวบวกสามารถสลับที่กันได้โดยไม่ทำให้ผลบวกเปลี่ยนแปลง เช่น $3 + 4 = 4 + 3 = 7$

2. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์แล้ว $a + (b + c) = (a + b) + c$

นั่นคือ การบวกจำนวนที่เกิน 2 จำนวนขึ้นไป เราสามารถเลือกจำนวนใดจำนวนหนึ่งมากระทำการบวกก่อนก็ได้ เพราะค่าของผลบวกจะเท่ากัน เช่น

$$3 + (7 + 5) = (3 + 7) + 5 = 15$$

3. คุณสมบัติเอกลักษณ์ของการบวก ถ้า $a + 0 = 0 + a = a$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a ทุกตัว เรียก 0 ว่า เป็นเอกลักษณ์ของการบวก (Identity Element of Addition)

4. คุณสมบัติการเท่ากันของการบวก สำหรับ a , b และ c ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$

นั่นคือจำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน ผลบวกที่ได้ย่อมเท่ากัน เช่น

$$3 + 1 = 5 - 1$$

$$\text{ดังนั้น} \quad (3 + 1) + 6 = (5 - 1) + 6$$

2.3.4 การบวกเบื้องต้น (Basic Addition Facts)

การสอนการบวกเบื้องต้นเป็นการหาผลบวกของเลขหลักเดียว ในระหว่าง 0-9 ทั้ง 100 คู่ ซึ่งการบวกเราจะหาผลบวกทีละคู่คือ $2+3$, $4+6$, $8+9$, $4+1$ ถ้าผลบวกเกิน 10 จะมีการทด การบวกเบื้องต้น เป็นทักษะขั้นพื้นฐานที่ครูควรฝึกฝนให้นักเรียนสามารถบวกได้อย่างคล่องแคล่ว นอกจากนั้น ผู้สอนจะต้องฝึกให้ผู้เรียนมีทักษะในการบวก และมีความแม่นยำเรื่องค่าประจำหลัก (Place Value) แล้ว ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ลักษณะและคุณสมบัติของการบวกอีกหลายประการดังนี้ (วัลลภา, 2532)

1. การหาผลบวกของ 2 จำนวนที่เท่ากัน (Sum Families) เช่น

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 1 = 3$$

$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 1 = 4$$

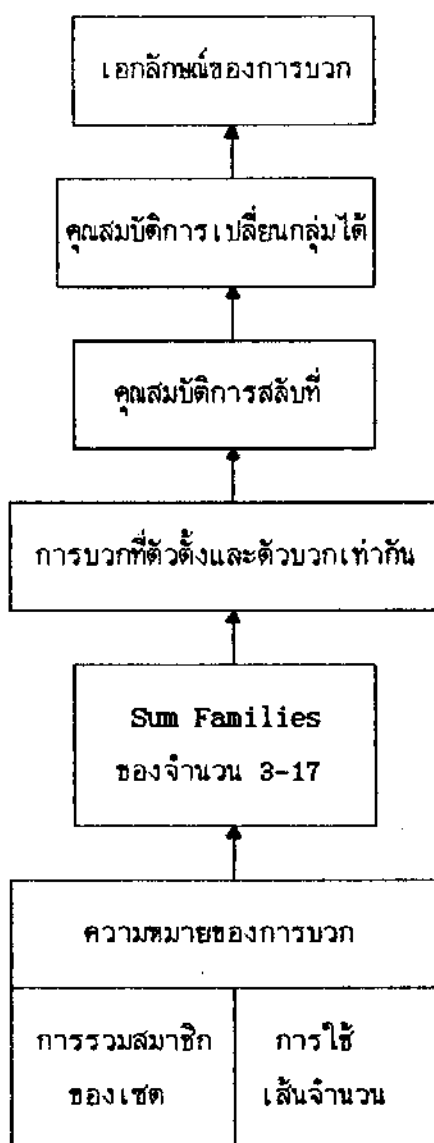
$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

$$8 + 9 = 17$$

$$9 + 8 = 17$$

2. การบวกที่ตัวตั้งและตัวบวกเท่ากัน เช่น $0 + 0$, $1 + 1$, $2 + 2$ เป็นต้น
 3. เอกลักษณ์ของการบวก คือ การหาผลบวกของ $a + 0 = a$ เมื่อ a คือ จำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ
 4. คุณสมบัติของการบวกที่สำคัญ คือคุณสมบัติการสลับที่ (Commutative Property) และคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ในการบวก (Associative Property)
- จากที่กล่าวมาทั้งหมด สามารถสรุปขั้นตอนการสอนการบวกเบื้องต้นเป็นแผนภูมิ ดังนี้



จากแนวคิดและเอกสารเกี่ยวกับการสอนการบวกจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบที่กล่าวมาทั้งหมดสามารถสรุปได้ว่า ในการสอนเรื่องการบวกนั้น ผู้สอนจะต้องมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเนื้อหาแต่ละเรื่องอย่างถูกต้อง นอกจากนั้นยังจะต้องมีความรู้เรื่องลำดับขั้นของเนื้อหาที่เรียงตามลำดับขั้นการเรียนรู้จากง่ายไปยากด้วย ซึ่งจะเป็นแนวทางช่วยให้ครูจัดกิจกรรมได้อย่างเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียนเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องอื่น ๆ ต่อไป

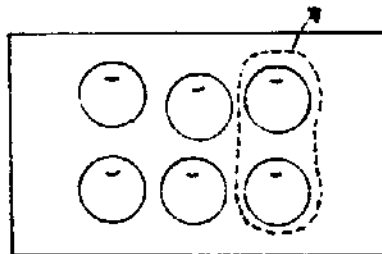
2.4 การสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

วัลลภา (2532) และสุลัดดา (2536) ได้เสนอแนวทางการสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ แยกรายละเอียดตามหัวข้อได้ดังนี้

2.4.1 การสอนความหมายของการลบ

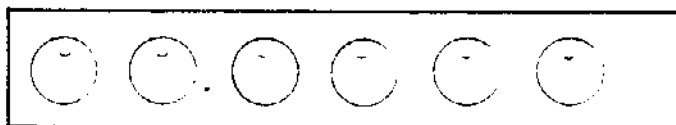
ความหมายของการลบจำแนกออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. การนำออก (Take-Away Situation) การสอนความหมายนี้เป็นการหาจำนวนที่เหลืออยู่ เมื่อนำจำนวนหนึ่งหักออกจากจำนวนทั้งหมด เช่น มีส้มอยู่ 6 ผล ให้น้องไป 2 ผล ยังมีส้มเหลืออีกเท่าไร

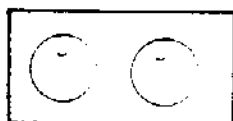


$$6 - 2 = \square$$

2. การเปรียบเทียบ (Comparison) เป็นการเปรียบเทียบหาผลต่างของจำนวนสมาชิก 2 เซตว่าต่างกันอยู่เท่าไร หรือมากน้อยกว่ากันเท่าไร เช่น นิตมีส้ม 6 ผล น้อยมีส้ม 2 ผล นิตมีส้มมากกว่าน้อยกี่ผล



นิตมีส้ม 6 ผล



น้อยมีส้ม 2 ผล

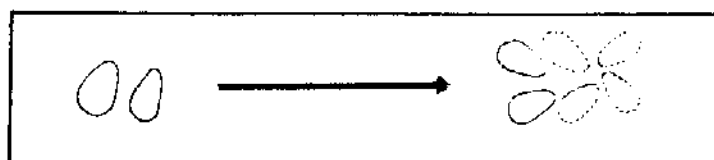
นิตมีส้มมากกว่าน้อย 4 ผล

$$6 - 2 = \square$$

3. การนับทบ (How-Many-More-Needed Situation) ความหมายของการลบในลักษณะนี้คือการหาว่าจะต้องนำจำนวนมาเพิ่มอีกเท่าไรจึงจะได้จำนวนครบตามที่ต้องการ เช่น แม่ซื้อไข่มา 2 ฟอง ถ้าต้องการไข่ไก่ 6 ฟอง จะต้องซื้อเพิ่มอีกกี่ฟอง

$$2 + \square = 6$$

$$6 - 2 = \square$$



การสอนความหมายของการลบทั้ง 3 ลักษณะนี้ การสอนในความหมายของการนำออกเป็นความหมายที่ง่ายต่อการเรียนรู้ และทำความเข้าใจของผู้เรียน

2.4.2 คุณสมบัติของการลบ

ในการสอนการลบเบื้องต้น ครูควรสอดแทรกมโนคติที่ไม่เป็นจริงของคุณสมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนกลุ่มได้ เช่น

1. การลบไม่มีคุณสมบัติการสลับที่ $a - b \neq b - a$ เช่น $3 - 2 \neq 2 - 3$

2. การลบไม่มีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม คือ $a - (b - c) \neq (a - b) - c$

เช่น $5 - (3 - 2) \neq (5 - 3) - 2$

$$5 - 1 \neq 2 - 2$$

$$4 \neq 0$$

3. "ศูนย์" ไม่เป็นเอกลักษณ์ของการลบ คือ $a - 0 = a$ แต่ $0 - a \neq a$

จากแนวคิดและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่การลบที่กล่าวมาทั้งหมด สามารถสรุปได้ว่า ในการสอนการลบนั้น ครูผู้สอนจะต้องมีความรู้ ความเข้าใจ เกี่ยวกับลำดับขั้นการเรียนรู้ของเนื้อหาเรื่องการลบ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การสอนให้ผู้เรียนเกิดความสนใจและประสบความสำเร็จในการเรียนรู้ต่อไป

2.5 การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

2.5.1 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

Garrison (1972) ได้ให้ความหมายของทักษะไว้ว่า เป็นลักษณะของการกระทำด้วยความรวดเร็ว แม่นยำ และถูกต้อง ซึ่งเป็นผลมาจากการพัฒนาความสามารถของคนที่บุคคลใดจะมีลักษณะในด้านใดด้านหนึ่ง ได้นั้นต้องได้รับการฝึกหัดหรือปฏิบัติบ่อย ๆ จนสามารถกระทำสิ่งนั้น ๆ ได้ด้วยความชำนาญ ในทำนองเดียวกันการฝึกทักษะอย่างสม่ำเสมอหลังจากการเรียนการสอนแล้ว จะทำให้นักเรียนเข้าใจมากกว่าจำและก่อให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาต่อไป

Johnson และ Rising (1967) ได้เสนอหลักการในการฝึกทักษะการคิดคำนวณไว้ ดังนี้

1. การฝึกทักษะจะต้องกระทำเมื่อผู้เรียนมีความต้องการที่จะปรับปรุงตนเองให้เกิดความชำนาญคล่องแคล่ว
2. การฝึกควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
3. ควรให้ผู้เรียนฝึกทักษะการคิดคำนวณหลังจากที่เข้าใจแนวคิดแล้ว
4. แบบฝึกทักษะที่ให้นักเรียนฝึกไม่ควรยากเกินไป เพื่อให้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาด้วยตนเองได้
5. ควรให้ผู้เรียนฝึกทักษะโดยใช้ความคิดอย่างนิรนัยพิจารณาควบคู่ไปด้วย
6. การฝึกควรให้นักเรียนฝึกในเนื้อหาที่ซ้ำ ๆ กันแต่เปลี่ยนวิธีการฝึกเพื่อให้นักเรียนจะได้ไม่เบื่อ
7. การฝึกจะต้องฝึกในสิ่งที่ถูกต้องและนำไปใช้ได้
8. การฝึกแต่ละครั้งควรใช้ระยะเวลาสั้น ๆ ประมาณ 10 - 15 นาที และฝึกทุกวัน
9. ควรเน้นหลักการหรือกฎเกณฑ์ทั่วไปมากกว่าเน้นวิธีลัด
10. การฝึกแต่ละครั้งควรให้ผลย้อนกลับกับนักเรียนทันทีว่าการฝึกนั้นถูกต้องหรือไม่
11. ให้ผู้เรียนทราบความก้าวหน้าของตนเองทุกครั้งหลังจากการฝึก

12. ไม่ควรใช้การฝึกเป็นการทำโทษเด็ก จะทำให้ผู้เรียนมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อการฝึกทักษะ

จากแนวคิดต่าง ๆ เกี่ยวกับการฝึกทักษะคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาที่กล่าวมา พอสรุปเป็นแนวทางในการฝึกทักษะการคิดคำนวณได้ดังนี้

1. การฝึกทักษะการคิดคำนวณจะต้องฝึกหลังจากที่นักเรียนเกิดความเข้าใจมโนคติในเรื่องนั้น ๆ อย่างชัดเจนแล้ว
2. การฝึกทักษะควรให้นักเรียนฝึกเป็นรายบุคคล
3. เนื้อหาที่ใช้ในการฝึกควรสอดคล้องกับสิ่งที่ให้นักเรียนได้เรียนรู้ในแต่ละชั่วโมง เนื้อหาหนึ่ง ๆ ควรเป็นเรื่องเดียวกันและฝึกซ้ำหลาย ๆ ครั้งจนเกิดความชำนาญแล้วจึงเปลี่ยนเป็นเนื้อหาใหม่
4. การฝึกแต่ละครั้งครูควรเอาใจใส่นักเรียนอย่างต่อเนื่อง และบอกความก้าวหน้าให้ผู้เรียนทราบทุกครั้ง
5. คอยให้กำลังใจ ให้คำชมเชยแก่นักเรียนอย่างสม่ำเสมอด้วยความจริงใจ เพื่อสร้างความเชื่อมั่นในตนเองให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

2.5.2 เทคนิคการคิดในกระบวนการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

ทักษะในการคิด การคำนวณ เป็นทักษะที่มีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะทางด้านการบวกและการลบ ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่จะนำนักเรียนไปสู่การเรียนรู้ในทักษะอื่น ๆ ต่อไป มีนักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษาและค้นคว้าหาเทคนิควิธีการคิดที่จะช่วยพัฒนาทักษะการบวกและการลบแก่ผู้เรียน โดยจำแนกเทคนิคการคิดของแต่ละทักษะไว้ดังนี้คือ

เทคนิควิธีการคิดเกี่ยวกับการบวก

Rathmell และ Thornton (1978) กล่าวว่าวิธีการคิดที่นักเรียนในชั้นประถมศึกษาส่วนมากใช้ในเรื่องการบวกมีดังนี้

1. การใช้จำนวนที่เป็นสองเท่าของอีกจำนวนหนึ่ง ตัวอย่างเช่น คำถามถามว่า "หกบวกแปดเท่ากับเท่าไร?" นักเรียนคิดโดยเอาหกบวกหกเท่ากับสิบสอง และเพิ่มอีกสอง ดังนั้นคำตอบก็คือสิบสี่ เป็นต้น
2. การใช้จำนวนที่บวกกันได้สิบ ตัวอย่างเช่น "แปดบวกห้าเท่ากับเท่าไร?" นักเรียนคิดโดยเอาแปดบวกกับสองได้เท่ากับสิบ แล้วบวกเพิ่มอีกสาม ดังนั้นคำตอบต้องเท่ากับสิบสาม เป็นต้น

3. การเพิ่มเข้าและลบออกด้วยจำนวนที่เท่ากัน ตัวอย่างเช่น "เก็บบวกเจ็ดเท่ากับเท่าไร" นักเรียนบางคนคิดโดยเอาหนึ่งบวกกับเก้าได้สิบแล้วเอาหนึ่งลบออกจากเจ็ดเหลือหก แล้วเอาสิบบวกกับหกได้คำตอบเท่ากับสิบหก แต่นักเรียนบางคนคิดโดยเอาหนึ่งลบออกจากเก้าได้แปด แล้วเอาหนึ่งบวกกับเจ็ดได้แปด แล้วแปดบวกกับแปดได้คำตอบเท่ากับสิบหก

Sundam & Reys (1979) ได้กล่าวถึงเทคนิควิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนในระดับประถมศึกษา ได้ศึกษาถึงวิธีการหาผลบวกเบื้องต้นได้โดยง่ายไว้ดังนี้

1. เทคนิคการนับเพิ่ม (Counting on) เป็นการบวกโดยวิธีนับเพิ่มซึ่งจะมีประสิทธิภาพก็ต่อเมื่อจำนวนที่นำมาบวกกันเข้ามีค่าไม่เกิน 3(1, 2, 3) เช่น $2 + 9 = \underline{\hspace{2cm}}$ (9..., 10, 11 ผลลัพธ์คือ 11) สำหรับการบวกเบื้องต้นที่เหมาะสมกับเทคนิคการนับเพิ่มจะมีอยู่ด้วยกัน 45 คู่ ดังรูป

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

2. เทคนิค "น้อยกว่าหรือมากกว่า ผลบวกของคู่ที่รู้แล้วอยู่ 1" (One more or less than the known fact) หากเด็กสามารถเรียนรู้และเข้าใจการบวกจำนวนสองจำนวนที่มีค่าเท่ากันเป็นอย่างดีแล้ว จะทำให้เด็กสามารถหาผลบวกโดยวิธีมากกว่าหรือน้อยกว่าอยู่ 1 จากจำนวนที่รู้จริงได้ง่ายขึ้น เช่น $5 + 6 = \underline{\hspace{2cm}}$ โดยที่ทราบว่า $5 + 5 = 10$ ดังนั้น $5 + 6$ คือจำนวนมีค่ามากกว่า 10 อยู่ 1 คือ 11 นั่นคือมีผลลัพธ์เท่ากับ 11 หรือ $9 + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ โดยที่ทราบว่า $10 + 4 = 14$ ดังนั้น $9 + 4$ คือ จำนวนมีค่าน้อยกว่า 14 อยู่ 1 คือ 13 นั่นคือมีผลลัพธ์เท่ากับ 13 สำหรับการบวกเบื้องต้นที่เหมาะสมกับการใช้เทคนิค "น้อยกว่าหรือมากกว่าผลบวกของคู่ที่รู้แล้วอยู่ 1" จะมีอยู่ด้วยกัน 31 คู่ ดังรูป

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

3. เทคนิคการเพิ่มให้เป็นสิบ (Add to ten) หรือเทคนิคการเปลี่ยนจำนวนที่นำมาบวกกันให้จำนวนหนึ่งอยู่ในรูปพหุคูณของสิบ (Technique of change unknown to known fact also center on 10) ซึ่งการหาผลบวกโดยวิธีนี้ เด็กจะต้องรู้จักกระบวนการคิด และมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น เช่น $9 + 6 = \underline{\quad}$ เปลี่ยนมาเป็น $10 + 5$ โดยอาศัยกระบวนการคิดที่ว่า 9 รวมกับ 1 เท่ากับ 10 และนำ 10 รวมกับ 5 ผลลัพธ์จึงเป็น 15 เป็นต้น สำหรับการบวกเบื้องต้นคู่ที่เหมาะสมกับการใช้เทคนิค "การเพิ่มให้เป็นสิบ" มีประมาณ 26 คู่ ดังรูป

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										

Fuson & Kwon (1992) พบว่านักเรียนในระดับประถมศึกษา มีเทคนิควิธีการในการแก้ปัญหาเรื่องการบวก โดยใช้เทคนิคเหล่านี้คือ

1. เทคนิคการนับรวม (Counting all) เป็นวิธีการบวกโดยการนับรวมที่เริ่มนับจาก 1 ไปจนถึงคำตอบของผลลัพธ์ เช่น $5 + 6 = \underline{\quad}$ (1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., 11)

2. เทคนิคการรวมด้วยห้า (Add-fives and then add amounts over five) เป็นวิธีการบวกด้วยการเปลี่ยนจำนวนที่นำมาบวกกันโดยให้จำนวนทั้งสองนั้นมี 5 รวมอยู่ด้วย เช่น $7 + 8 = \underline{\quad}$ เปลี่ยนมาเป็น $5 + 2$ และ $5 + 3$ แล้วอาศัยกระบวนการคิดที่ว่า 5 รวมกับ 5 เท่ากับ 10 และ 2 รวมกับ 3 เท่ากับ 5 แล้วจึงนำ 10 รวมกับ 5 ได้เท่ากับ 15 เป็นต้น

3. เทคนิคการนับเพิ่ม (Counting on) เป็นการบวกโดยวิธีการนับเพิ่มโดยนับต่อจากจำนวนที่ 1 เช่น $8 + 3 = \underline{\quad}$ (8..., 9, 10, 11 ผลลัพธ์คือ 11)

4. เทคนิคการทำให้เป็นสิบ (Up over ten) เช่น $7 + 8 = \underline{\quad}$ ให้นำจำนวนใดจำนวนหนึ่งจะเป็นตัวตั้งหรือตัวบวกก็ได้มาแยกออกเป็นสองจำนวน ในที่นี้จะแยกตัวตั้งจะได้ว่า $7 = 5 + 2$ หลังจากนั้นนำจำนวนที่แยกออกมาจำนวนหนึ่งไปบวกกับตัวบวก ให้ตัวบวกมีค่าเท่ากับ 10 แล้วจึงนำเอาผลลัพธ์ 10 ที่ได้ไปบวกกับอีกจำนวนหนึ่งที่เหลือคือ 5 ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 15 เป็นต้น

เทคนิควิธีการคิดเกี่ยวกับการลบ

Rathmell และ Thornton (1978) ได้ศึกษาวิธีการคิดเรื่องการลบของนักเรียน พบว่าวิธีการคิดที่นักเรียนในชั้นประถมศึกษาส่วนมากใช้ในเรื่องการลบมีดังนี้

1. การหาจำนวนลบจากตัวตั้งให้ได้สิบ ตัวอย่างเช่น "สิบสามลบออกเสียห้า เหลือเท่าไร" นักเรียนคิดโดยเอาสามลบออกจากสิบสามเหลือคำตอบเท่ากับสิบแล้วเอาสองลบออกจากสิบ คำตอบที่ได้เท่ากับแปด

2. การเพิ่มจำนวนหนึ่งให้เท่ากับสิบ ตัวอย่างเช่น "เก้าบวกหกเท่ากับเท่าไร" นักเรียนคิดโดยเอาหนึ่งบวกกับเก้าได้สิบแล้วเอาสิบบวกกับหกได้เท่ากับสิบหก แต่คำตอบนั้นน้อยกว่าสิบหกอยู่หนึ่ง ดังนั้นคำตอบที่ได้คือสิบห้า

Fuson & Kwon (1992) กล่าวว่าเทคนิควิธีการคิดที่นักเรียนในระดับประถมศึกษาใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาเรื่องการลบมีดังนี้

1. เทคนิคการนำออกจากกลุ่ม (Separate) เป็นการนำสิ่งของออกจากกลุ่มเดิมแล้วหาจำนวนที่เหลือ

2. เทคนิคการลดให้เท่ากับสิบ (Down over ten) เป็นเทคนิควิธีการลบโดยการนำตัวลบมาแยกออกเป็น 2 จำนวน ซึ่งเมื่อนำจำนวนใดจำนวนหนึ่งของตัวลบที่แยกออกมาไปลบออกจากตัวตั้งแล้วมีผลทำให้ตัวตั้งลดลงเหลือ 10 หลังจากนั้นจึงนำ 10 ไปด้วยตัวลบอีกจำนวนหนึ่งที่แยกไว้ เช่น $15 - 8 = \underline{\quad}$ ให้นำตัวลบคือ 8 มาแยกออกเป็น 2 จำนวนจะได้ $5 + 3$

แล้วนำตัวตั้งคือ 15 ไปลบด้วย 5 ทำให้ตัวตั้งลดลงเหลือ 10 หลังจากนั้นจึงนำเอา 10 ไปลบด้วย 3 ได้เท่ากับ 7 เป็นต้น

3. เทคนิคการลบออกจากสิบ (Subtract from ten) เป็นวิธีการลบโดยการนำเอาตัวตั้งซึ่งเป็นจำนวนที่มีค่ามากกว่า 10 มาแยกออกเป็น 2 จำนวนโดยให้จำนวนหนึ่งอยู่ในรูปทศนิยมของสิบโดยอาศัยคุณสมบัติการกระจายของจำนวนแล้วจึงนำเอา 10 ไปลบด้วยตัวลบได้ผลลัพธ์เป็นเท่าไร ก็ให้นำผลลัพธ์นั้นไปบวกกับจำนวนอีกจำนวนหนึ่งที่แยกออกมาจากตัวตั้ง เช่น $15 - 8 = \underline{\quad}$ ให้นำตัวตั้งคือ 15 มาแยกเป็น 2 จำนวนโดยให้จำนวนหนึ่งอยู่ในรูปทศนิยมของสิบ นั่นคือให้นำมาแยกตามค่าประจำหลัก จะได้ $15 = 10 + 5$ แล้วจึงนำ 10 ไปลบด้วย 8 ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 2 หลังจากนั้นจึงนำ 2 ไปบวกกับ 5 ได้เท่ากับ 7 เป็นต้น

จากเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยได้สรุปเป็นตารางแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างเทคนิควิธีการหาผลบวกและเทคนิควิธีการหาผลลบ เพื่อสะดวกในการนำไปใช้ได้ ดังนี้

เทคนิควิธีการคิดเกี่ยวกับการบวก	เทคนิควิธีการคิดเกี่ยวกับการลบ
1. การนับรวม	1. การนำออกจากกลุ่ม
2. การนับเพิ่ม	
3. การจัดกลุ่มใหม่	2. การจัดกลุ่มใหม่
- การเพิ่มให้เป็นสิบ	- การลบให้เท่ากับสิบ
- การรวมด้วยห้า	- การลบออกจากสิบ
4. น้อยกว่าหรือมากกว่าผลบวกของคู่ที่รู้แล้ว อยู่ 1	3. น้อยกว่าหรือมากกว่าผลบวกของคู่ที่รู้แล้ว อยู่ 1
5. การเพิ่มเข้าและลบออกด้วยจำนวนที่เท่ากัน	4. การเพิ่มเข้าและลบออกด้วยจำนวนที่เท่ากัน

2.5.3 การจัดกิจกรรมการสอนการบวกและการลบเบื้องต้น

Sydam & Reys (1979) ได้เสนอแนะว่าในการสอนการทาลบบวกเบื้องต้น มีองค์ประกอบที่ครูควรคำนึง 3 ประการด้วยกันคือ

1. ก่อนเริ่มจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้น ครูจะต้องแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจแนวคิดของการบวกอย่างดีแล้ว

2. การแนะนำกลวิธีในการคิด (Thinking Strategies) จะช่วยให้ นักเรียนพัฒนาวิธีการนามแนวคิดทางการบวกไปใช้เพื่อพัฒนาทักษะในการบวกเบื้องต้น

3. การใช้กลวิธีในการคิดเพื่อพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้นต้องใช้เวลา ครูควรให้เวลานักเรียนมากเพียงพอที่จะพัฒนาความสามารถดังกล่าว

กลวิธีในการคิด คือการใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนหรือการกระทำเพื่อช่วยให้ นักเรียนจำผลบวกของการบวกเบื้องต้น โดยปกตินักเรียนจะใช้กลวิธีในการคิดเพื่อช่วยให้สามารถหาผลลัพธ์ของการบวกเบื้องต้นคู่ต่าง ๆ ได้

ในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาการบวกเบื้องต้น นักเรียนจะได้ผ่านประสบการณ์ที่จะช่วยให้เขาเรียนและพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ กิจกรรมที่ครูจัดให้ควรจะต้องประกอบด้วย

1. กิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กิจกรรมที่เป็นรูปธรรมจะช่วยให้นักเรียนเรียนกลวิธีในการคิดใหม่ๆ ที่ครูเสนอให้นักเรียนเพื่อช่วยให้ได้พัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ สื่อรูปธรรมจะเป็นตัวเชื่อมโยงให้เข้าใจกลวิธีในการคิดในการหาผลบวกเบื้องต้นที่นักเรียนจะต้องจำและฝึกให้คล่องแคล่ว

2. กลวิธีในการคิด จุดประสงค์เบื้องต้นของกลวิธีในการคิดคือการช่วยนักเรียนให้เรียนเทคนิคที่เป็นประโยชน์และมีประสิทธิภาพ ที่จะช่วยนักเรียนในการหาผลบวกของการบวกเบื้องต้นในคู่ที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียน นักเรียนควรจะสามารถใช้เทคนิควิธีในการคิดในชั้นนามธรรมได้ กล่าวคือสามารถใช้เทคนิควิธีในการคิดหาผลลัพธ์ของการบวกเบื้องต้นคู่ใด ๆ ได้โดยไม่ต้องอาศัยสื่อที่เป็นรูปธรรม

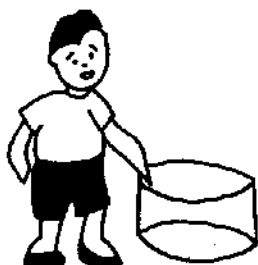
3. กิจกรรมสำหรับฝึกทักษะ การฝึกทักษะถือว่าเป็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้น หลังจากนักเรียนเรียนรู้กลวิธีในการคิดในการหาผลบวกของการบวกเบื้องต้นแล้ว นักเรียนจะต้องฝึกการใช้กลวิธีดังกล่าวให้คล่องจนเกิดความชำนาญเป็นอัตโนมัติ กิจกรรมการฝึกทักษะควรกระทำหลังจากเข้าใจกลวิธีในการคิดแล้ว และควรมีหลายรูปแบบ เช่น เกม การโต้ตอบสั้น ๆ - การแข่งขัน การคิดคำนวณในแบบฝึกหัดปากเปล่า กิจกรรมแบบกลุ่ม เหล่านี้เป็นต้น

นอกจากนี้ ลิวิพร (2534) ยังได้เสนอวิธีการจัดกิจกรรมการสอนที่จะช่วยส่งเสริมความเข้าใจของนักเรียนในการเรียนเรื่องการบวกและการลบเบื้องต้นนั้น ผู้สอนควรปฏิบัติ ดังนี้

1. การให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้รูปธรรม ได้แก่ วัสดุต่าง ๆ ในการนับ ซึ่งทำให้นักเรียนได้สัมผัส มองเห็นปริมาณของวัตถุหรือสิ่งของเหล่านั้นที่นับอยู่ว่ามากหรือน้อยและมีปริมาณแตกต่างกันเท่าไร ตัวอย่างเช่น การนับหลอดกาแฟ 100 หลอด กับ การนับหลอดกาแฟ 20 หลอด ครูอาจจะให้นักเรียนนับหลอดกาแฟเป็นมัด ๆ โดยมัดหนึ่งมีหลอดกาแฟ 10 หลอด (นับหลอดกาแฟ 10 หลอดแล้วมัดติดกันด้วยยางพลาสติค) วิธีการนี้จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจหลักการเกี่ยวกับการกระจายได้ดี ตัวอย่างเช่น ครูถามนักเรียนว่า "ถ้านักเรียนมีหลอดกาแฟ 18 หลอด นักเรียนจะต้องทำอะไร" ซึ่งนักเรียนจะทำได้โดยหยิบหลอดกาแฟออก 1 มัดและหลอดกาแฟอีก 8 หลอด การที่ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมการนับ ได้สัมผัสกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม สามารถมองเห็นภาพขณะกำลังคิดจะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจว่า "ทำไมจึงต้องมีการกระจายหรือขอยืมกันในเรื่องของการลบ" เป็นต้น

2. การใช้รูปภาพประกอบในการสอนเกี่ยวกับการลบ โดยเฉพาะในกรณีที่โจทย์ต้องการให้นักเรียนเติมจำนวนลงในช่องว่าง เช่น $\square - 3 = 4$

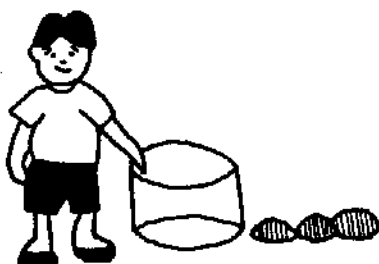
ภาพที่ 1



นักเรียนมีกล่องซึ่งบรรจุก้อนหิน แต่นักเรียนไม่ทราบจำนวนของก้อนหินในกล่องนั้น



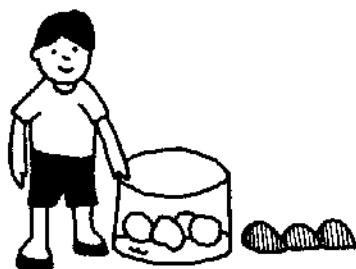
ภาพที่ 2



นักเรียนหยิบลูกหินออกมาจากกล่อง 3 ลูก ตั้งทิ้งไว้ข้างนอกกล่อง

$$\square - 3$$

ภาพที่ 3



นักเรียนก้มมองลงไปในกลุ่ม พบว่ามีลูกหิน
อยู่ภายในกลุ่ม 4 ลูก

$$\square - 3 = 4$$

ครูถามนักเรียนว่า "เดิมกลุ่มนี้มีลูกหินทั้งหมดกี่ลูก" นักเรียนจะสามารถตอบได้
จากภาพที่นักเรียนมองเห็นว่า "เดิมในกลุ่มมีลูกหินทั้งหมด 7 ลูก" เป็นต้น

3. การสอนโดยให้นักเรียนใช้จำนวนที่มีค่าน้อยกว่าจำนวนที่โจทย์บอกมาให้แทน
ลงไปเพื่อคิดว่าควรจะใช้การบวกหรือการลบ เช่น $\square - 423 = 188$ อาจแทนด้วย
 $\square - 4 = 2$ หรือ $638 - \square = 465$ อาจแทนด้วย $6 - \square = 4$ เป็นต้น ซึ่งจะช่วยให้นักเรียน
สามารถคิดได้รวดเร็วและบอกได้ว่าควรจะเป็นการบวกหรือการลบ

4. การให้โอกาสนักเรียนในการตั้งโจทย์ปัญหาเอง โดยครูอาจจะเริ่มจากการ
ให้ตัวอย่างประโยคสัญลักษณ์ เช่น $3 + 8 = 11$ แล้วให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเป็นเรื่องราว
ต่อมาก็ให้นักเรียนช่วยกันตั้งประโยคสัญลักษณ์และโจทย์ปัญหา

5. การให้ตัวอย่างที่ใช้ภาษาที่กำลังเป็นสิ่งน่าสนใจในปัจจุบัน เช่น ชื่อดารา
ภาพยนตร์ ชื่อดาราร้องเพลง ชื่อเพลงที่กำลังฮิต ชื่อผัก ชื่อผลไม้ที่กำลังออกในฤดูนั้น ชื่อบุคคลที่
กำลังเป็นที่น่าสนใจในช่วง ชื่อบุคคลสำคัญ เป็นต้น ตลอดจนราคาของสิ่งของที่ เป็นราคาตามท้อง
ตลาดในขณะนั้น

6. การบวกโดยการใช้นิพจน์ของการบวกเลขพื้นฐาน (basic facts) ซึ่งเป็นการบวกโดยเลขสองจำนวนบวกกันได้สิบ เช่น $1+9, 2+8, 3+7, 4+6, 5+5, 6+4, 7+3, 8+2$ และ $9+1$ เป็นต้น ซึ่งการบวกเลขเหล่านี้จะช่วยในการคิดเลขของนักเรียนได้
รวดเร็ว และจะเป็นประโยชน์ในการเรียนเรื่องลบต่อไป

7. การลบโดยใช้วิธีการนับเพิ่มจากตัวลบ ตัวอย่างเช่น $13 - 7 = ?$
นักเรียนที่นับเพิ่มจากเจ็ดเป็นแปด, เก้า, สิบ, สิบเอ็ด, สิบสอง และสิบสามนั้น จะได้คำตอบคือ
หก ซึ่งวิธีการนับเพิ่มขึ้นจากตัวลบนี้จะช่วยให้นักเรียนลบเลขได้รวดเร็วขึ้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการสอน เรื่องการบวกและการลบเบื้องต้นที่
กล่าวมาทั้งหมด สามารถสรุปได้ว่า ในการจัดกิจกรรมการสอนนั้น ครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงวัย
ความพร้อม และความสนใจของผู้เรียนเป็นสำคัญ พยายามจัดกิจกรรมการสอนให้สอดคล้องกับ

เนื้อหาและความต้องการของผู้เรียนเป็นหลัก จะทำให้ผู้เรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้และสนใจที่จะเรียนคณิตศาสตร์ต่อไป

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศและต่างประเทศ

2.6.1 งานวิจัยในประเทศ

วรรณ (2528) ได้ทำวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการบวก ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยวิธีสอนของสสวท.และวิธีสอนของวรวิทย์ ผลการวิจัยพบว่า

1. จำนวนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผ่านเกณฑ์ 64 % ที่ตั้งไว้ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ
2. จำนวนนักเรียนที่มีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผ่านเกณฑ์ 64 % ที่ตั้งไว้ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. ความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
5. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

สมคิด (2528) ได้ทำวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้และแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยวิธีสอนของสสวท.และวิธีสอนของวรวิทย์ ผลการวิจัยพบว่า

1. จำนวนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผ่านเกณฑ์ 80 % ที่ตั้งไว้ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ
2. จำนวนนักเรียนที่มีความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมผ่านเกณฑ์ 80 % ที่ตั้งไว้ แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ
3. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. ความคงทนในการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
5. แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ต่อวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม แตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พวงนภา (2530) ได้ทำวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการสอนแบบเรียนเพื่อรู้แจ้งและแบบสืบสวน-สอบสวน ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการสอนด้วยกระบวนการสอนแบบเรียนเพื่อรู้แจ้ง และแบบสืบสวน-สอบสวนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วิชัย (2531) ได้ทำวิจัยเรื่อง ชุดฝึกทักษะการคิดคำนวณสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมมีความสามารถทางการคิดคำนวณสูงกว่าเดิมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่กลุ่มนักเรียนที่เรียนจากชุดฝึกทักษะมีความสามารถทางการคิดคำนวณสูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนเสริมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

2.6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Weaver (1971) ได้ศึกษาการบวกและการลบของนักเรียนพบว่า การบวกที่มี การกระจายจากหลักหน่วยเป็นหลักสิบและจากหลักสิบเป็นหลักร้อยนั้นง่ายกว่าการลบที่ต้องกระจายจากหลักร้อยเป็นหลักสิบและจากหลักสิบเป็นหลักหน่วย และการลบที่มีเลขศูนย์อยู่ในตำแหน่งของเลขหลักหน่วยหรือหลักสิบสำหรับเลขสามหลักนั้นยากสำหรับนักเรียน โดยเฉพาะเมื่อตัวเลขในตัวเลขมีค่าน้อยกว่าตัวเลขในตัวเลข เช่น 603 - 248 เป็นต้น

Rathmell & Thornton (1978) และลิวีร (1988) ได้ทำวิจัยเรื่องการบวกและการลบของนักเรียนชั้นประถมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่านักเรียนสามารถตอบคำถามของโจทย์เกี่ยวกับการบวกได้มากกว่าการลบ และลักษณะของโจทย์ที่ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างมีความยากและความง่ายสำหรับนักเรียนต่างกัน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

เมื่อกำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก

การบวก	การลบ	ความยากหรือความง่าย
1. $\square + b = c$	$\square - b = c$	ยากที่สุด
2. $a + \square = c$	$a - \square = c$	ยาก
3. $a + b = \square$	$a - b = \square$	ง่ายที่สุด

Gerard Vergnaud (1982 อ้างถึงใน ลิวีร, 2534) นักจิตวิทยาชาวฝรั่งเศสได้ศึกษาเด็กอายุ 3-4 ขวบ เกี่ยวกับความเข้าใจในเรื่องการบวกและการลบ พบว่าเด็กที่มีอายุในช่วงนี้สามารถเข้าใจเรื่องการบวกและการลบ ถ้าครูผู้สอนสามารถยกตัวอย่างให้เด็กได้มีโอกาสทำกิจกรรมที่สามารถเชื่อมโยงความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกันระหว่างการบวกและการลบได้

Baroody (1984) และ Beattie & Deichmann (1972) ได้ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับการบวกและการลบของนักเรียนในชั้นประถมศึกษา พบว่าลักษณะของโจทย์ต่อไปนี้ง่ายที่สุดสำหรับนักเรียน

1. การใช้จำนวนที่เท่ากันบวกกัน เช่น $4+4$, $5+5$ เป็นต้น
2. การลบที่ได้ผลลัพธ์เท่ากับตัวลบ เช่น $12-6$, $10-5$ เป็นต้น
3. การบวกหรือการลบด้วยศูนย์ เช่น $3+0$, $9-0$ เป็นต้น
4. การบวกหรือการลบด้วยหนึ่ง เช่น $6+1$, $3+1$, $8-1$ และ $9-1$ เป็นต้น
5. การใช้จำนวนสองจำนวนที่บวกกันได้สิบ เช่น $7+3$, $6+4$, $2+8$ เป็นต้น
6. การลบออกจากสิบ เช่น $10-3$, $10-2$ และ $10-4$ เป็นต้น
7. การบวกจำนวนสองจำนวนที่จำนวนหนึ่งมากกว่าอีกจำนวนหนึ่งอยู่หนึ่ง เช่น $6+5$, $4+5$ และ $3+2$ เป็นต้น

Meindert (1993) ได้ศึกษาถึงวิธีการบวกและการลบ ระหว่างวิธีการรวมจำนวนเต็มกับพหุคูณของสิบ และวิธีการการรวมจำนวนที่เป็นพหุคูณของสิบกับพหุคูณของสิบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่าวิธีการทั้งสองวิธีทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น และวิธีการรวมจำนวนเต็มกับพหุคูณของสิบนั้นจะทำให้ผู้เรียนคิดได้รวดเร็ว แม่นยำ และถูกต้องมากกว่าวิธีการการรวมจำนวนที่เป็นพหุคูณของสิบกับพหุคูณของสิบ

จากผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศที่กล่าวมาทั้งหมดยังไม่อาจสรุปได้ว่าวิธีการสอนใดเป็นวิธีที่ดีที่สุด แต่เป็นหน้าที่ของครูผู้สอนที่จะต้องพิจารณา และวินิจฉัยวิเคราะห์ในการที่จะเลือกวิธีสอนมาใช้ให้เหมาะสมกับเนื้อหาสาระ วัย และความสามารถของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้มากที่สุด ลึกซึ้งที่สุด และสามารถนำความรู้ที่ได้จากการเรียนไปประยุกต์ใช้ในการดำรงชีวิตประจำวันได้

2.7 รูปแบบการพัฒนากิจกรรมการบวกและการลบเบื้องต้นด้วยเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์

จากแนวคิดเกี่ยวกับทักษะคณิตศาสตร์และเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะนำเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการสอน ผู้วิจัยจึงได้พัฒนารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิคดังกล่าวขึ้น ทั้งนี้มีจุดประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนได้คิดจนเกิดการรู้จริง รู้แจ้ง และคิดเป็น คิดเร็ว อันเป็นหัวใจของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (สุวรร, 2533) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.7.1 เป้าหมายและหลักการ

ในการพัฒนาทักษะการบวกและการลบเบื้องต้นด้วยเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์ มีเป้าหมาย เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ที่จะพัฒนาทักษะการบวกและการลบเบื้องต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ สามารถนำความรู้และทักษะที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน โดยมีหลักการสำคัญอยู่ที่การจัดกิจกรรมการสอนเพื่อพัฒนาทักษะดังกล่าว ซึ่งกิจกรรมที่ครูจะจัดให้นักเรียนนั้นจะต้องประกอบด้วย

1. กิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กิจกรรมที่เป็นรูปธรรมจะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้กลวิธีการคิดใหม่ๆ ที่ครูเสนอให้นักเรียนเพื่อช่วยให้ได้พัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ สื่อรูปธรรมจะเป็นตัวเชื่อมโยงให้เข้าใจกลวิธีการคิดในการหาผลบวกเบื้องต้นที่นักเรียนจะต้องจำและฝึกให้คล่องแคล่ว

2. กลวิธีในการคิด จุดประสงค์เบื้องต้นของกลวิธีในการคิดคือการช่วยให้นักเรียนให้เรียนเทคนิคที่เป็นประโยชน์และมีประสิทธิภาพ ที่จะช่วยนักเรียนในการหาผลบวกของการบวกเบื้องต้นในคู่ที่เป็นปัญหาลำหรับนักเรียน นักเรียนควรจะสามารถใช้เทคนิควิธีในการคิดในขั้นนามธรรมได้ กล่าวคือสามารถใช้เทคนิควิธีในการคิดหาผลลัพธ์ของการบวกเบื้องต้นคู่ใด ๆ ได้ โดยไม่ต้องอาศัยสื่อที่เป็นรูปธรรม

3. กิจกรรมสำหรับฝึกทักษะ การฝึกทักษะถือว่าเป็นองค์ประกอบที่จำเป็นในการพัฒนาทักษะการบวกเบื้องต้น หลังจากนักเรียนเรียนรู้กลวิธีในการคิดในการหาผลบวกของการบวกเบื้องต้นแล้ว นักเรียนจะต้องฝึกการใช้กลวิธีดังกล่าวให้คล่องจนเกิดความชำนาญเป็นอัตโนมัติ กิจกรรมการฝึกทักษะควรกระทำหลังจากเข้าใจกลวิธีในการคิดแล้ว และควรมีหลายรูปแบบ เช่น เกม การโต้ตอบสั้น ๆ การแข่งขัน การคิดคำนวณในแบบฝึกหัดปากเปล่า กิจกรรมแบบกลุ่ม เหล่านี้เป็นต้น

2.7.2 ลำดับขั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ประกอบด้วยขั้นตอนดังต่อไปนี้คือ

ขั้นการเตรียมการก่อนสอน

- ครูตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนโดยการจัดกิจกรรม/เกมเพื่อทบทวนความรู้เดิมก่อนเสนอบทเรียนใหม่

ชั้นกิจกรรมการเรียนรู้การสอน

- กิจกรรมที่ครูจัดให้นักเรียน ประกอบด้วยกิจกรรมดังต่อไปนี้คือ

1. กิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และสัญลักษณ์
2. กลวิธีในการคิด
3. กิจกรรมสำหรับฝึกทักษะ

ซึ่งแต่ละชั้นของกิจกรรมการเรียนรู้การสอนประกอบด้วย

ชั้นนำ การสร้างความคิดรวบยอด

- ครูเสนอกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เรื่องความหมายของการบวก และการลบ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้น ๆ ได้ถูกต้อง ซึ่งกิจกรรมที่ครูจัดอาศัยกิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และสัญลักษณ์/จัดกิจกรรมโดยการใช้เส้นจำนวน

ชั้นสอน ชั้นพัฒนาความคิดรวบยอด ประกอบด้วย 3 ขั้นตอนคือ

ขั้นที่ 1 เสนอความรู้

- ครูเสนอวิธีสอนการบวกและการลบเบื้องต้นที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 9 ก่อน โดยการใช้เกมหรือวิธีการอื่น ๆ ตามความเหมาะสม หลังจากนั้นนักเรียนเข้าใจดีแล้วจึงสอนการบวกและการลบเบื้องต้นที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งเกิน 9 โดยการใช้กิจกรรมที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรมและสัญลักษณ์ พร้อมทั้งเสนอแนะเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแต่ละเทคนิคจะให้ตามลำดับดังนี้

เทคนิควิธีการคิดเกี่ยวกับการบวก

1. การนับรวม
2. การนับเพิ่ม
3. น้อยกว่าหรือมากกว่าผลบวกของคู่วัดแล้วอยู่ 1
4. การเพิ่มให้เป็นสิบ
5. การรวมด้วยเท้า

เทคนิควิธีการคิดเกี่ยวกับการลบ

1. การลดให้เท่ากับสิบ
2. การลบออกจากสิบ

ขั้นที่ 2 เสริมความคิด

- นักเรียนเสนอเทคนิควิธีคิดของตนเองเพิ่มเติม นอกเหนือจากเทคนิคที่ครูนำเสนอ

ขั้นที่ 3 สรุปแนวทางการคิด

- ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการคิดตามเทคนิคที่แต่ละฝ่ายนำเสนอ

ขั้นปฏิบัติให้ถูกต้อง

- ให้นักเรียนฝึกทักษะการบวกและการลบเบื้องต้นจากแบบฝึกหัด/ใบตรางาน โดยอาศัยเทคนิคการคิดเป็นแนวทางในการหาคำตอบทั้งที่เป็นเทคนิคของตนเองและเทคนิคที่ครูนำเสนอ

ขั้นประยุกต์ใช้

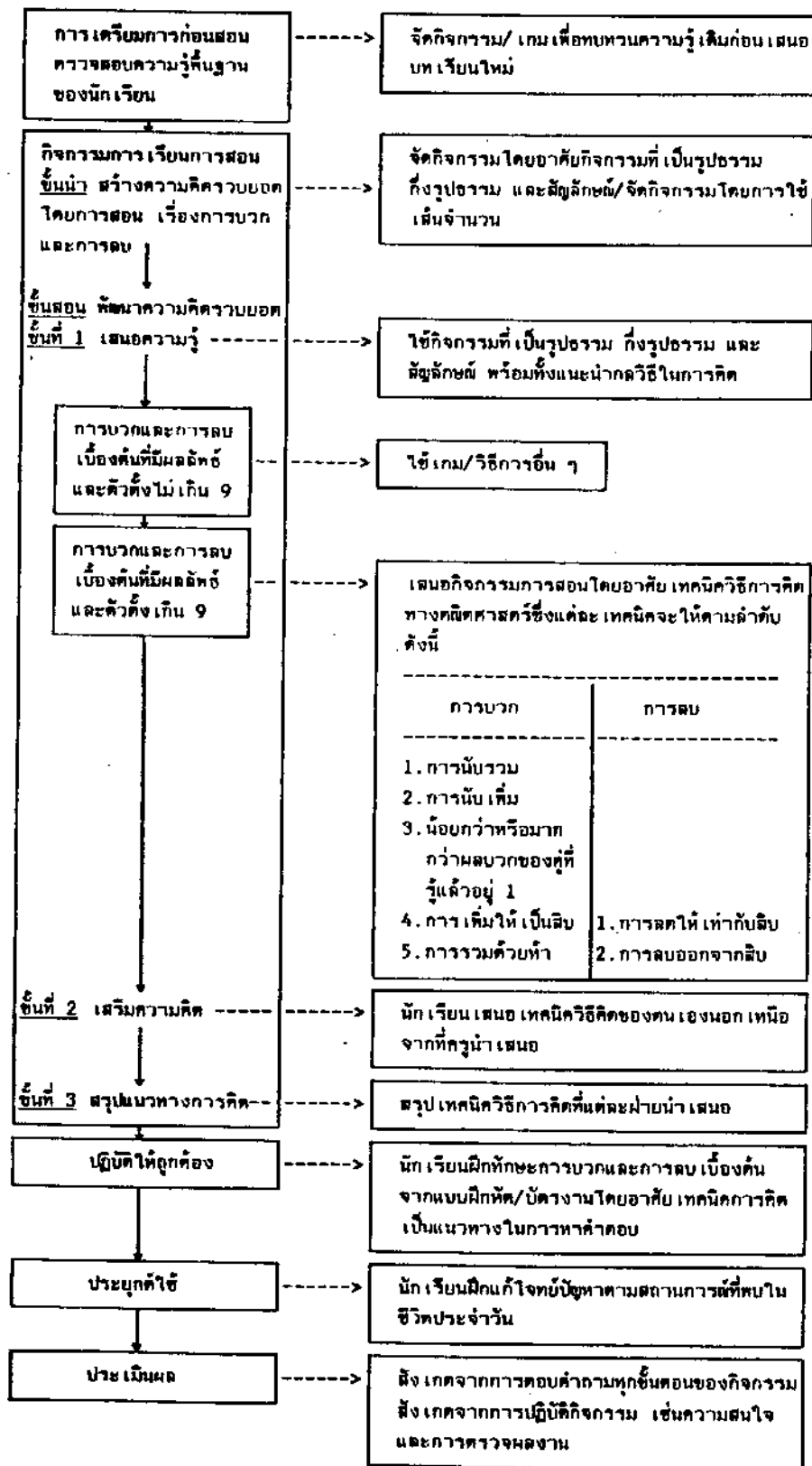
- ให้นักเรียนฝึกแก้โจทย์ปัญหาตามสถานการณ์ที่พบในชีวิตประจำวัน

ขั้นประเมินผล

- สังเกตจากการตอบคำถามทุกขั้นตอนของกิจกรรม/สังเกตจากการปฏิบัติกิจกรรม เช่น ความสนใจและการตรวจผลงาน

จากขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนการบวกและการลบเบื้องต้น ผู้วิจัยได้นำเสนอรูปแบบการจัดกิจกรรมไว้เป็นลำดับขั้นตอนตามแผนภูมิต่อไปนี้

แผนภูมิลำดับขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์



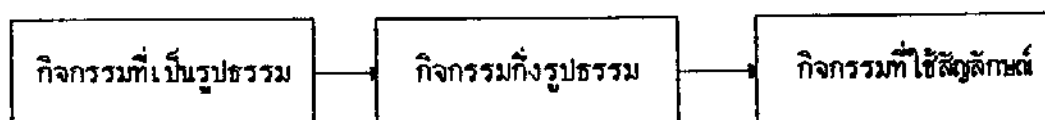
แผนภูมิที่ 2 แสดงลำดับขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนโดยเน้น
เทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์

2.7.3 บรรยากาศที่ส่งเสริมการคิดคำนวณในการเรียนคณิตศาสตร์

การเรียนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดใหม่ ๆ นั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมตลอดเวลา ลักษณะที่สำคัญของบรรยากาศในการส่งเสริมการคิดทางคณิตศาสตร์เป็นดังนี้

1. ความเข้าใจในเมโนมตีทางคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นเรื่องของนามธรรม เป็นความคิดที่ไม่มีตัวตนให้สัมผัสได้จึงเป็นการยากที่จะถ่ายทอดความคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้โดยง่าย นักเรียนในระดับประถมศึกษาอยู่ในวัยที่มีแนวคิดที่เป็นรูปธรรมมากกว่านามธรรม นักเรียนจะเข้าใจคณิตศาสตร์ได้อย่างดีมีเหตุผลจะต้องใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม เป็นสื่อเชื่อมโยงให้เกิดแนวคิดและความเข้าใจ นักเรียนจะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนด้วยของจริงหรืออุปกรณ์ที่มีลักษณะเป็นรูปธรรม ประสบการณ์จากสื่อการสอนจะช่วยให้นักเรียนค้นพบความจริง เรียนรู้แนวคิดและวิธีแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ดีกว่าที่ไม่ใช้สื่อการสอน ฉะนั้นในการพัฒนาความเข้าใจในเมโนมตีทางคณิตศาสตร์ให้เกิดขึ้นแก่ผู้เรียนนั้น ครูผู้สอนควรจะต้องจัดกิจกรรมให้เป็นไปตามลำดับขั้นดังนี้



2. การกระตุ้นให้มีการเสนอแนวทางการคิดของตนเอง

การให้นักเรียนมีการเสนอแนวทางการคิดหาคำตอบของปัญหาด้วยตนเองอย่างสมเหตุสมผล จะทำให้นักเรียนเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์มากขึ้น เห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความหมายสำหรับเขา สามารถที่จะตัดสินใจได้ว่าคำตอบของเขาถูกต้องและเหมาะสมหรือไม่เพียงใด ผลที่ตามมาก็คือ นักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในตนเองยิ่งขึ้น มีความพอใจและสนใจที่จะค้นคว้าหาคำตอบเพิ่มเติมต่อไป

3. การฝึกทักษะหลังจากเข้าใจเมโนมตีแล้ว

การฝึกทักษะในการคิดคำนวณที่มีประสิทธิภาพดี จะส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหา แต่การฝึกจะต้องเป็นกระบวนการต่อจากการสอนที่มีความหมาย นั่นคือการฝึกในแต่ละเรื่อง แต่ละครั้ง นักเรียนจะต้องเข้าใจเมโนมตีเรื่องนั้น ๆ เสียก่อน จะทำให้การฝึกมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น เมื่อนักเรียนฝึกทักษะจนเกิดความชำนาญแล้ว จึงจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างอัตโนมัติ

2.7.4 บทบาทของครูในการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

บทบาทของครูในการที่จะช่วยพัฒนาทักษะการคิดให้แก่นักเรียน ซึ่งครูจะต้องทำหน้าที่ดังนี้

1. **สนับสนุนหรือกระตุ้นให้นักเรียนคิดค้นหาคำตอบ**
นักเรียนจะคิดค้นหาคำตอบของปัญหาได้ นักเรียนจะต้องใช้วิธีการคิดต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างเป็นประจำและสม่ำเสมอ
2. **สนับสนุนให้นักเรียนมีวิธีการคิดหลาย ๆ วิธีในการหาคำตอบ**
ทั้งนี้เพื่อเป็นการช่วยให้นักเรียนเกิดความคล่องแคล่วและประสิทธิผลสำเร็จมากขึ้น เพราะการคิดที่หลากหลายย่อมสะดวกในการเลือกใช้ให้เหมาะสมกับสถานการณ์ได้และยังประหยัดเวลาและเพิ่มกำลังใจในการหาคำตอบด้วย ถ้าวิธีหนึ่งใช้ไม่ได้ก็ยังสามารถใช้วิธีอื่นได้
3. **ครูควรใช้คำถามในลักษณะสร้างสรรค์**
เมื่อนักเรียนค้นหาวิธีคิดในการหาคำตอบไม่ได้ ครูควรใช้คำถามในลักษณะชี้แนะหรือเสนอแนะแนวทางในการคิดหาคำตอบ
4. **ครูจะต้องทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะเมื่อถึงเวลาจำเป็น**
ครูจะต้องคอยให้คำปรึกษาแก่นักเรียนเพื่อนักเรียนจะได้แนวทางการคิดที่ดีขึ้น ครูจะเป็นผู้คอยช่วยเหลือและสนับสนุน ไม่ใช่เป็นเพียงผู้สั่งสอนหรือผู้บังคับ
5. **ให้โอกาสนักเรียนในการเสนอเทคนิควิธีการคิดของตนเอง**
การที่นักเรียนมีเทคนิควิธีการคิดของตนเองในการหาคำตอบ แสดงว่านักเรียนเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี
6. **รับฟังและยอมรับในวิธีการคิดของนักเรียน หลีกเลี่ยงการตรวจสอบวิธีการคิดของนักเรียน**
การที่ครูประเมินความถูกต้องของวิธีการคิดของนักเรียนทันทีที่นักเรียนเสนอวิธีการคิด จะทำให้นักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ดังนั้นครูควรเป็นผู้ฟังที่ดีและยอมรับวิธีการคิดของนักเรียน