

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยจะเสนอตามลำดับดังนี้

- 2.1 คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)
- 2.2 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา
- 2.3 ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับตัวครู
- 2.4 เศษส่วนในระดับประถมศึกษา
- 2.5 การสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา
- 2.6 ปัญหาการเรียนการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา
- 2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มีจุดประสงค์เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีความพึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1. มีความรู้ ความเข้าใจ ในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2533)

เนื้อหาของหลักสูตรคณิตศาสตร์มีโครงสร้างประกอบด้วยพื้นฐานด้านต่าง ๆ 5 พื้นฐาน คือ

1. พื้นฐานทางจำนวน เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่องจำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม เป็นต้น

2. พื้นฐานทางพีชคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับพื้นฐานทางจำนวน เช่น สมการ

3. พื้นฐานทางการวัด เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับการวัดความยาว การชั่ง การตวง การหาพื้นที่ การหาปริมาตร ทิศ แผนที่ เวลา วัน เดือน ปีและเงิน เป็นต้น

4. พื้นฐานทางเรขาคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตและรูปทรงเรขาคณิต

5. พื้นฐานทางสถิติ เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูลในรูปแบบภูมิและกราฟ

พื้นฐานทั้งหมดจะผสมผสานมีความสัมพันธ์กัน ไม่แยกเป็นรายวิชา ซึ่ง จิวรรณ (2527) ได้กล่าวถึงการผสมผสานโดยยึดหลักสำคัญ 4 ประการ คือ

1. จัดเนื้อหาให้มีความสัมพันธ์กัน
2. คำนึงถึงความเหมาะสมในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
3. จัดเนื้อเรื่องให้เหมาะสมกับบุคลิกภาพของนักเรียน
4. เน้นกระบวนการพัฒนาสติปัญญาและกระบวนการแก้ปัญหา

จากโครงสร้างของหลักสูตรคณิตศาสตร์จะเห็นได้ว่าพื้นฐานทางจำนวนเป็นพื้นฐานแรกที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งที่จะส่งผลให้นักเรียนสามารถเรียนรู้พื้นฐานอื่น ๆ ได้ ซึ่งการเรียนในเรื่องอื่น ๆ นั้นจะมีผลสัมฤทธิ์หรือไม่ขึ้นขึ้นอยู่กับการวางพื้นฐานทางจำนวนว่าครูได้สอนถูกต้องตามหลักการและเป็นไปตามลำดับขั้นหรือไม่เพียงใด

2.2 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

การสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ต้องถือว่าการสอนที่ถูกต้อง เพราะเป็นพื้นฐานที่จะนำไปใช้เรียนในระดับสูงต่อไป ซึ่งการที่จะสอนให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ เป็นเรื่องที่ยากพอควรเพราะเป็นวิชาที่เป็นนามธรรม ฉะนั้นกระบวนการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ครูผู้สอนจะต้องระมัดระวังและเอาใจใส่เป็นอย่างมาก (วัลลภา, 2532) เพราะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไม่ใช่เพียงแต่รู้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เท่านั้น ครูคณิตศาสตร์จะต้องสามารถชี้แนะและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ สามารถประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการพัฒนาของผู้เรียนด้วย ในการจัดการเรียนการสอนแต่ละครั้งควรคำนึงถึงเทคนิคการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งต้องประกอบไปด้วยเทคนิคต่าง ๆ มากมาย เช่น การแบ่งกลุ่มผู้เรียนตามระดับความสามารถ การสอนเป็นทีมโดยมีครูหลาย ๆ คนร่วมกันวางแผนการสอน การใช้สื่อการสอนชนิดต่าง ๆ การสอนซ่อมเสริม โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลเป็นสำคัญ (ชูชาติ, 2521) ซึ่งสอดคล้องกับวัลลภา (2532) ที่กล่าวว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นเรื่องของนามธรรมครูผู้สอนจะต้องคิดหาวิธีการเชื่อมโยง เพื่อถ่ายทอดสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรมให้ได้ หลักการสอนคณิตศาสตร์จึงควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. การสอนเนื้อหาใหม่แต่ละครั้งครูจะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนทั้งความพร้อมด้านบุคลิกภาพและเนื้อหา

2. การสอนคณิตศาสตร์เน้นความเข้าใจมากกว่าความจำ การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ จึงเน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีความหมายและใช้วิธีการสอนแบบต่าง ๆ มากขึ้น นักเรียน จะต้องเข้าใจความคิดรวบยอดก่อนจึงจะฝึกทักษะ หรือทำแบบฝึกหัดเพื่อเพิ่มพูนประสบการณ์อื่นจะ นำไปสู่การนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. ใช้วิธีอุปมาน (Inductive) ในการสรุปหลักการทางคณิตศาสตร์แล้วนำความรู้ไปใช้ ด้วยวิธีอนุมาน (Deductive)

4. ควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่นักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายและหลักการทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ควรจัดมี 3 ประเภท ได้แก่ ประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม

5. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน โดยให้เด็กได้อภิปรายและ แสดงความคิดเห็นในสถานการณ์ต่าง ๆ และแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

6. ส่งเสริมการสอนโดยใช้กิจกรรมและสื่อการสอน การสอนเรื่องใหม่แต่ละครั้งควรใช้ สื่อรูปธรรม อธิบายแนวคิดนามธรรมทางคณิตศาสตร์และควรให้นักเรียนได้ทดลองค้นคว้าหาคำตอบ ด้วยตนเอง

7. จัดบทเรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

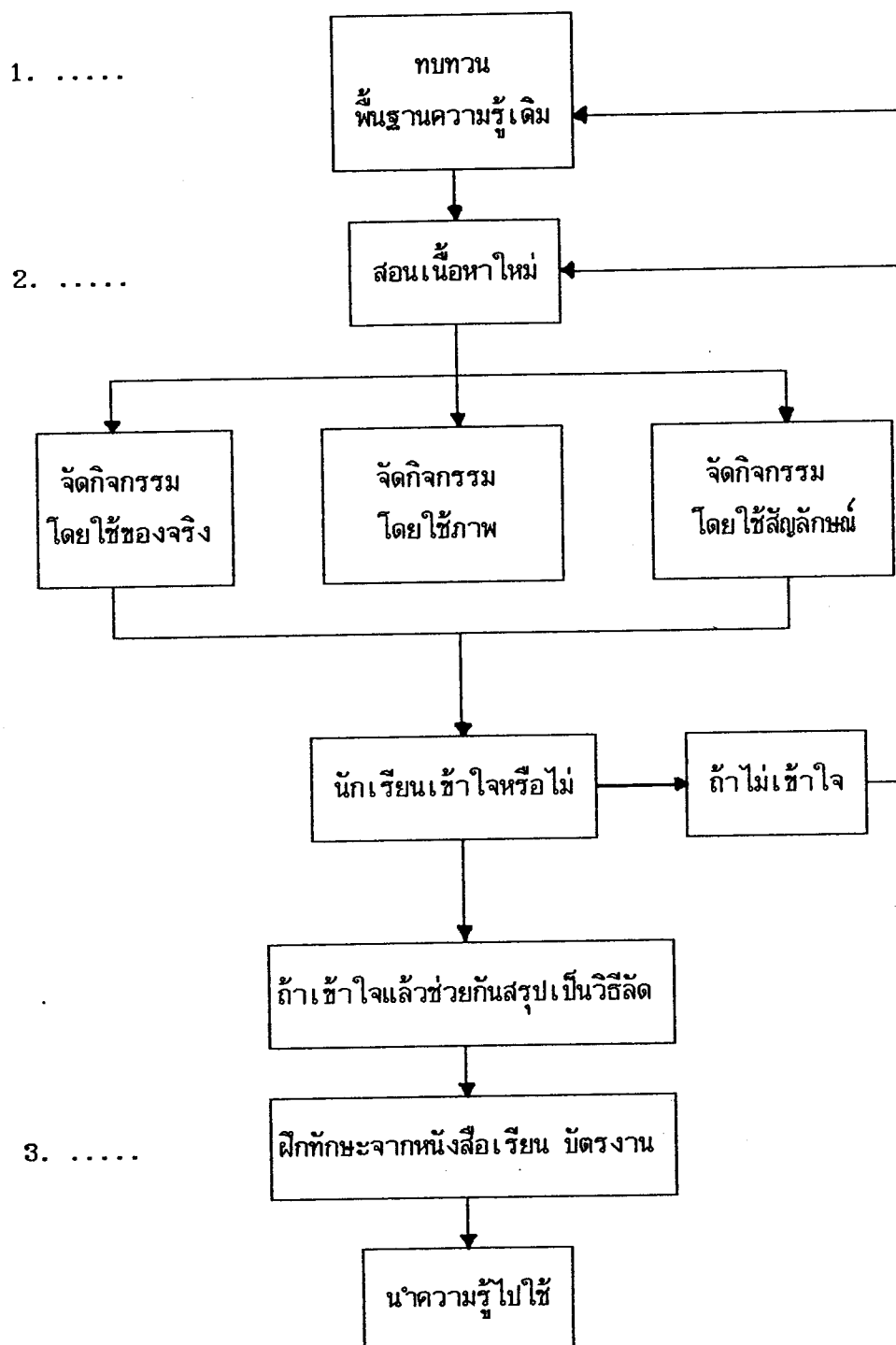
8. ควรใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการเสริมสร้างบทเรียนให้มีชีวิตชีวา นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน มีความกระตือรือร้นไม่เบื่อหน่าย มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ดวงเดือน (2532) ให้ข้อเสนอแนะว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่นับว่าประสบผลสำเร็จ คือ การที่สามารถทำให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความหมาย ไม่ใช่เรื่องที่ประกอบไปด้วย ทฤษฎี หลักการ การพิสูจน์หรือการคำนวณเพื่อตัวอย่างคณิตศาสตร์เอง ดังนั้นจึงควรมีการจัด ประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่นักเรียนเพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายของคณิตศาสตร์ ซึ่ง ประสบการณ์ที่ควรจัดมี 3 ประเภท ได้แก่ ประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และ ประสบการณ์นามธรรม

สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ซึ่งเป็นผู้รับผิดชอบในด้านเนื้อหาและ วิธีการเรียนการสอนได้เสนอแนะวิธีสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่อยู่ในคู่มือครู คณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ตอน คือ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2532)

1. ทบทวนความรู้เดิม
2. สอนความรู้ใหม่ โดยใช้ของจริง ภาพ สัญลักษณ์
3. ฝึกทักษะ จากแบบฝึกหัด หรือใบงาน

ซึ่งสามารถเขียนเป็นแผนภูมิได้ดังนี้



แผนภูมิที่ 1 แสดงลำดับขั้นตอนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวการสอนของ สสวท.

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าครูที่มีหลักในการสอนที่ดีจะช่วยทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ง่าย ทำให้เกิดความพอใจในการเรียนและหลักการสอนคณิตศาสตร์นั้นต้องคำนึงถึงตัวผู้เรียน ธรรมชาติของวิชา ลำดับชั้นของการสอน เทคนิคและวิธีการสอนและการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนด้วยกัน

2.3 ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับตัวครู

ครูเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะส่งเสริมให้การเรียนการสอนสัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์ของหลักสูตร แม้ว่าครูจะได้พยายามเปลี่ยนกลวิธีการสอนโดยพยายามหาสื่อการสอนมาใช้ก็ยังคงพบว่านักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ การที่นักเรียนจะเรียนได้ดีขึ้นอยู่กับองค์ประกอบหลายประการ ทั้งตัวนักเรียนเอง และตัวครูที่ต้องประกอบซึ่งกันและกัน ครูนั้นนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่สุด เพราะเป็นผู้มีบทบาททำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ หากตัวครูมีปัญหาแล้วก็จะทำให้การเรียนการสอนไม่ดีเท่าที่ควร

ยุพิน (2524) กล่าวว่า ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับตัวครูที่ควรคำนึงถึง คือ

1. คุณภาพด้านความรู้ของครูว่ามีพื้นฐานดีพอหรือไม่เพื่อเป็นแนวทางในการที่จะศึกษาเพิ่มเติมต่อไป
2. ในด้านการเรียนการสอน ได้แก่ การศึกษาคู่มือครู หนังสือแบบเรียนตลอดจนการใช้อุปกรณ์การสอน ครูควรรู้จักพิจารณาเนื้อหา เลือกเนื้อหาให้มีความต่อเนื่องกัน
3. บุคลิกภาพ ต้องมีบุคลิกภาพที่ดี แต่งกายดี และใช้ภาษาได้เหมาะสม
4. มนุษยสัมพันธ์ของครูกับนักเรียน ต้องขมข้มแจ่มใสและพูดจาอ่อนหวานเป็นกันเองกับนักเรียน
5. เจตคติของครู ถ้าครูมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ก็จะก่อให้เกิดปัญหา
6. สภาพเศรษฐกิจของครู
7. การประเมินผลนักเรียน

ประยูร (2525) กล่าวถึง สาเหตุที่นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ มี 4 ประการ คือ นักเรียน ครู ผู้ปกครองและการบริการการเรียนการสอน ส่วนสาเหตุที่เกี่ยวกับครูมีรายละเอียด ดังนี้

1. ครูขาดความแม่นยำในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์
2. ครูไม่มีเทคนิควิธีสอนที่ดี และใช้เทคนิควิธีสอนไม่เหมาะสม
3. ครูขาดความเอาใจใส่ในด้านการสอนอย่างเต็มที่
4. ครูขาดความรู้และขาดวิธีการช่วยเหลือเด็กที่มีปัญหา
5. ขาดมนุษยสัมพันธ์ที่ดีระหว่างครูกับนักเรียน

สมจิต (2529) พบว่า ปัญหาด้านครูผู้สอนคือ ครูใช้วิธีสอนแบบบรรยายอย่างเดียวสอนเร็วเกินไปและไม่ใช้สื่อการสอน ไม่มีเวลาเตรียมการสอน ดูแลเข้มงวดเกินไป ไม่สนใจนักเรียน

ที่เรียนอ่อน และสอนมุ่งเน้นที่คำตอบมากกว่ากระบวนการ

เกอิจิตต์ (2529) กล่าวว่า ปัญหาการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับตัวครูนั้น มีหลายประการ แต่ปัญหาเกี่ยวกับความรู้ในเนื้อหาของครูเป็นปัญหาที่สำคัญ ถ้าครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ปราศจากความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เบื้องต้นแล้ว ก็เป็นการยากที่จะสอนให้นักเรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

กองวิจัยการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2533) ระบุถึงปัญหาในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาที่เกี่ยวกับครูไว้ ว่าครูส่วนใหญ่สอนโดยไม่ใช้แนวทางการสอนในคู่มือครู มีครูเป็นจำนวนน้อยที่มีการเตรียมการสอนล่วงหน้าครูมีปัญหามองหาเวลาสำหรับการอธิบาย แต่ละบท ตลอดจนถึงไม่เข้าใจการสอนคณิตศาสตร์โดยการทดลองสาธิต อภิปราย และสรุปเชิงกฎเกณฑ์ในด้านวิธีสอนนั้น ครูไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ด้านคณิตศาสตร์ที่ศึกษามากับคณิตศาสตร์ประถมศึกษาในปัจจุบัน เพราะครูส่วนใหญ่ได้รับการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ไม่สอดคล้องกับสภาพการเรียนการสอนปัจจุบัน นอกจากนั้นครูยังขาดตัวอย่างรูปแบบการสอนที่ดี หรือตัวอย่างการสอนเนื้อหาที่ครูส่วนใหญ่เห็นว่าสอนยาก ซึ่งส่วนมากครูจะสอนไปตามแบบเรียน โดยอธิบายตัวอย่างในหนังสือแล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ส่วนในด้านของการวัดผลนั้น มีครูจำนวนน้อยมากที่ทำการประเมินผลก่อนเรียน ซึ่งเป็นการตรวจสอบพื้นฐานความรู้ของนักเรียน ครูส่วนใหญ่ใช้แบบทดสอบเป็นเครื่องมือวัดผลระหว่างเรียน ไม่นิยมใช้วิธีวัดผลโดยการสังเกต สัมภาษณ์ และการตรวจผลงาน

และจากการวิจัยเรื่อง การสังเคราะห์กระบวนการหลักสูตร หลักสูตรพุทธศักราช 2521 (กรมวิชาการ, 2532) ผลการวิจัยสรุปได้ว่าปัญหาในด้านครูผู้สอน พบว่า ครูมีภาระมากไม่มีเวลาเตรียมการสอน

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2528) สรุปปัญหาที่เกี่ยวกับตัวครูไว้ดังนี้

1. ครูไม่ทำความเข้าใจเกี่ยวกับหลักสูตร คู่มือครู การจัดกิจกรรม การใช้สื่อการเรียนการสอน การวัดและการประเมินผล

2. การปกครองชุมชนไม่ถูกต้อง

3. ไม่มีความรู้ที่จะสอนคณิตศาสตร์

4. โรงเรียนที่มีขนาดเล็กมีปัญหาด้านเศรษฐกิจ สังคม มีครูเป็นจำนวนน้อย

สำหรับปัจจัยด้านตัวครูผู้สอนพบว่าครูส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายให้เด็กเข้าใจและเกิดความคิดรวบยอดได้ เนื่องมาจากครูขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาและเทคนิควิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครู สาเหตุที่สำคัญอีกประการหนึ่งคือเวลาที่ใช้ในการสอนไม่เพียงพอ ครูผู้สอนขาดความกระตือรือร้นในการสอน และใช้วิธีการสอนแบบรวบรัดไม่เป็นไปตามขั้นตอนเนื่องจากครูพยายามสอนให้จบทันเวลา ขาดการตรวจงานและการบ้านโดยละเอียดและรวมถึงความรับผิดชอบของครูผู้สอนด้วย

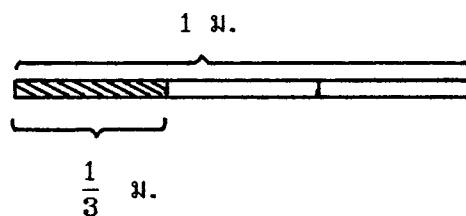
2.4 เศษส่วนในระดับประถมศึกษา

การพัฒนาโมเดลเศษส่วนในระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนจะต้องพยายามจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ชี้ให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการนำเอาความรู้เรื่องเศษส่วนไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การพัฒนาโมเดลเศษส่วนในระดับนี้ เป็นเรื่องที่ค่อนข้างยากที่จะให้นักเรียนในระดับประถมศึกษาเข้าใจโมเดล โดยการที่ครูบอกนิยามของโมเดลดังกล่าวเลย ดังนั้น การพัฒนาโมเดลจะต้องอาศัยกิจกรรมหลายอย่างและหลายประเภท เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจโมเดลอย่างมีเหตุผลตามลำดับขั้น ดังนี้

1 การสอนความหมายของเศษส่วน

ความหมายของเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษานั้น จะสอนอยู่ด้วยกัน 2 ความหมาย โดยเน้นความหมายที่สัมพันธ์กับการใช้ในชีวิตประจำวัน ให้มากที่สุด ดังนี้

1.1 เศษส่วน หมายถึง ปริมาณของสิ่งที่กล่าวถึงเมื่อเทียบกับปริมาณทั้งหมด
ตัวอย่าง เทป 1 เมตร ถัดแบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน แต่ละส่วนจะยาวกี่เมตร



เนื่องจากเทป 1 เมตร แบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน ฉะนั้นปริมาณที่เราต้องการหาจะมีขนาด 1 ใน 3 ของ 1 เมตร ซึ่งเขียนแทนด้วย " $\frac{1}{3}$ " นั่นคือ แต่ละส่วนจะยาว $\frac{1}{3}$ ม.

ความหมายของเศษส่วนในแง่นี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่เรากล่าวถึงเปรียบเทียบกับปริมาณทั้งหมด โดยที่ "ส่วน" คือ ตัวกำหนดว่าปริมาณทั้งหมดแบ่งออกเป็นกี่ส่วนเท่า ๆ กัน "เศษ" เป็นตัวกำหนดปริมาณที่กล่าวถึงว่ามีกี่ส่วน เช่น

$\frac{1}{5}$ หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 1 ส่วน จากปริมาณทั้งหมด ซึ่งมี 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

ถ้าของทั้งหมดยาวเท่ากับ 1 เมตร

1 ม. 

$\frac{1}{2}$ ม.  หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง

1 เมตร ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน

$\frac{1}{3}$ ม.  หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง

1 เมตร ออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน

$\frac{1}{4}$ ม.  หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง

1 เมตร ออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน

$\frac{1}{5}$ ม.  หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง

1 เมตร ออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

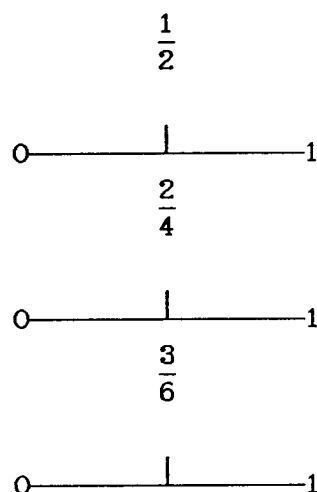
จะพบว่า $1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$

$\frac{2}{5}$ หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 2 ส่วน จากปริมาณทั้งหมดมี 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า

$\frac{2}{5}$ หมายถึง มีปริมาณ $\frac{1}{5}$ อยู่ 2 ส่วน

ซึ่งจากเศษส่วนในความหมายที่ 1 นี้ เราจะได้ลักษณะเฉพาะของเศษส่วนซึ่งจำเป็นที่นักเรียนในระดับประถมศึกษาจะต้องทำความเข้าใจให้ชัดเจน ลักษณะดังกล่าว คือ มีเศษส่วนหลายจำนวนที่แทนปริมาณเดียวกันหรือปริมาณที่เท่ากัน ดังรูป



จากรูปจะพบว่า เศษส่วน $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ ต่างแทนความยาวที่เท่ากันหรือปริมาณอันเดียว

กัน ซึ่งคุณสมบัตินี้ก็คือ $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ ซึ่งหมายถึงการทำให้เท่ากันโดยการหาจำนวนเต็ม

ใด ๆ ก็ได้มาคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนซึ่งเป็นวิธีการหา ค.ร.น. นั้นเอง

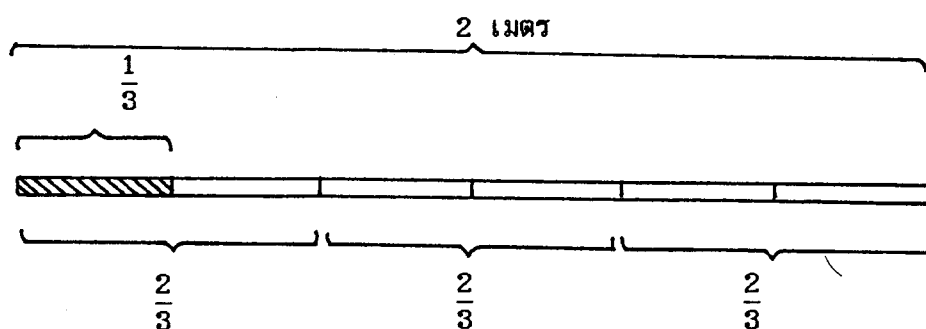
1.2 เศษส่วน หมายถึง ผลหารระหว่างจำนวนสองจำนวน กล่าวคือ

$$\frac{2}{3} \text{ หมายถึง } 2 \div 3 \text{ หรือ } 2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

ตัวอย่าง มีเชือกยาว 2 เมตร ต้องการแบ่งให้น้อง 3 คน คนละเท่า ๆ กันจะได้คนละกี่เมตร
เราสามารถเขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$2 \div 3 = \square$$

ดังรูป



จะพบว่า แต่ละคนจะได้เชือกยาวคนละ 2 ใน 3 ของ 1 เมตร หรือเท่ากับ $\frac{2}{3}$ เมตร

แสดงว่า $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

ความหมายของเศษส่วนในความหมายที่ 2 นี้ จะสอนหลังจากที่สอนความหมายที่ 1 แล้ว
 ดังเช่น ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษาของญี่ปุ่น กำหนดให้สอนความหมายที่ 1 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 แต่สอนความหมายที่ 2 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (สัจจดา, 2529)

2. การบวกและการลบเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

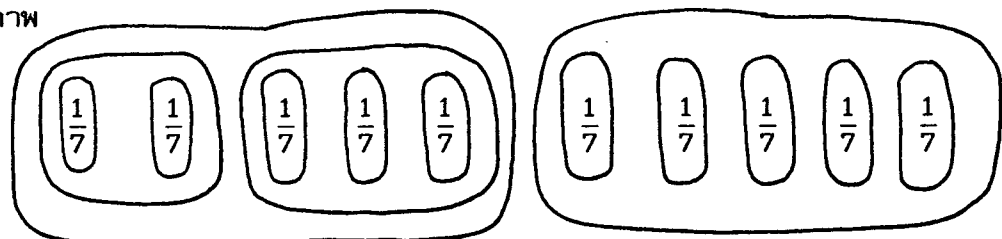
การบวกจำนวนเศษส่วนสองจำนวนก็ คือ การรวมสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มที่ไม่มีสมาชิกซ้ำกันเลย จำนวนที่แทนที่จำนวนสมาชิกของกลุ่มที่เกิดจากการรวมกันนี้ คือ ผลบวกของจำนวนเศษส่วนสองจำนวน ซึ่งการบวกลักษณะนี้คือ นิยามการบวกของ whole number นั่นเอง

2.1 สำหรับการบวกและลบจำนวนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาแล้ว การทำส่วนของเศษส่วนที่แทนจำนวนเศษส่วนให้เท่ากันแล้ว จะสามารถหาผลบวกได้ง่ายขึ้นและสามารถใช้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม หรือทั้งรูปธรรมแสดงผลบวก หรือลบดังกล่าวให้นักเรียนเห็นได้ชัดเจนด้วย เพราะการบวกและลบลักษณะนี้จะสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับการบวกและลบ whole number ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \square$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{7} \text{ หมายถึง มีของขนาด } \frac{1}{7} \text{ อยู่ } 2 \text{ ชิ้น} \\ \frac{3}{7} \text{ หมายถึง มีของขนาด } \frac{1}{7} \text{ อยู่ } 3 \text{ ชิ้น} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{รวมกันแล้วมีของขนาด } \frac{1}{7} \\ \text{อยู่ } 2+3 \text{ ชิ้น} \end{array}$$

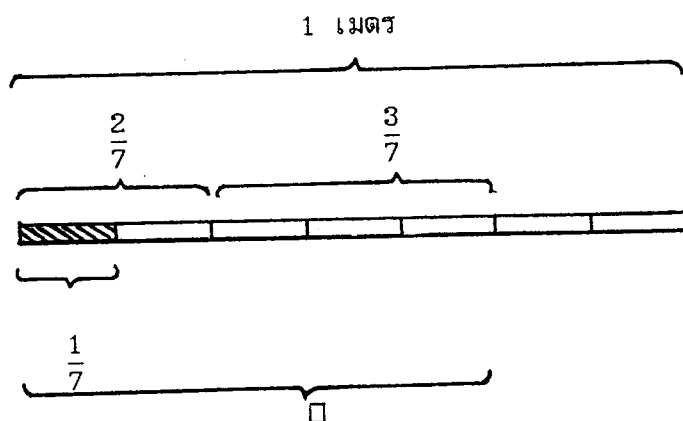
ดังแผนภาพ



$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

นั่นคือ $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$

หรือแสดงโดยใช้สื่อการสอนเกี่ยวกับระยะทาง ได้ดังนี้



จากแผนภาพ

$\frac{2}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 2 ส่วน

$\frac{3}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 3 ส่วน

รวมระยะทางทั้งสองจะเท่ากับมีระยะทางขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ $2 + 3$ ส่วน

$$\text{นั่นคือ } \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

การหาวิธีการที่จะทำให้การบวกและลบเศษส่วน กรณีที่ส่วนไม่เท่ากัน ให้ได้ผลลัพธ์ที่เร็วและถูกต้อง จะพัฒนามาจากคุณสมบัติของจำนวนดัดยะที่ว่า $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}$ กล่าวคือจำนวนดัดยะที่แทน

ด้วยเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากัน จะหาผลบวกได้ง่ายและสามารถใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริงได้ ซึ่งจำเป็นมากในระดับประถมศึกษา และในกรณีการบวกและลบจำนวนดัดยะสองจำนวนใดที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน จึงต้องทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองดังกล่าวให้เท่ากัน การทำส่วนของเศษส่วนให้เท่ากันได้ โดยใช้คุณสมบัติที่ว่า $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m}$ และตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสอง

นั้นมีวิธีหาได้ง่ายและมีจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดได้ โดยการประยุกต์เอา ค.ร.น. มาใช้ กล่าวคือ ส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองคือ ค.ร.น. ของส่วนของเศษส่วนทั้งสองนั่นเอง (สัลดดา, 2529)

ตัวอย่าง จงหาผลบวกของ $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \square$

วิธีทำ

1. หาตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสอง ซึ่งเท่ากับ ค.ร.น. ของ $(5, 2) = 10$
2. ทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองให้เท่ากับ 10 โดยใช้คุณสมบัติ $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times \boxed{2}}{5 \times \boxed{2}} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times \boxed{5}}{2 \times \boxed{5}} = \frac{5}{10}$$

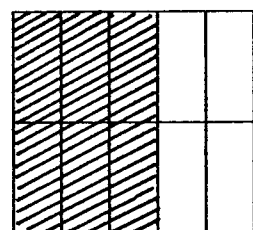
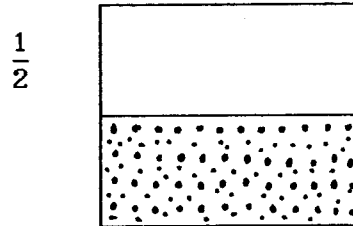
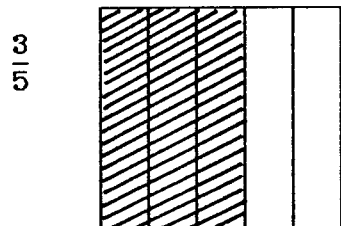
เนื่องจาก $5 \times 2 = 10$ และ $2 \times 5 = 10$

จะได้ว่า $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$

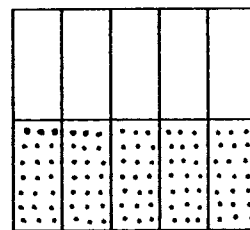
$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

ดังนั้น $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{6+5}{10} = \frac{11}{10}$

สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้

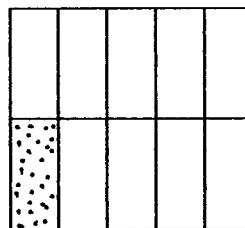
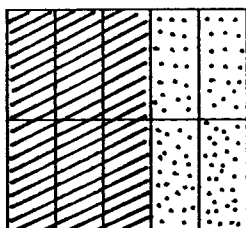


$\frac{3}{5}$ หรือ $\frac{6}{10}$



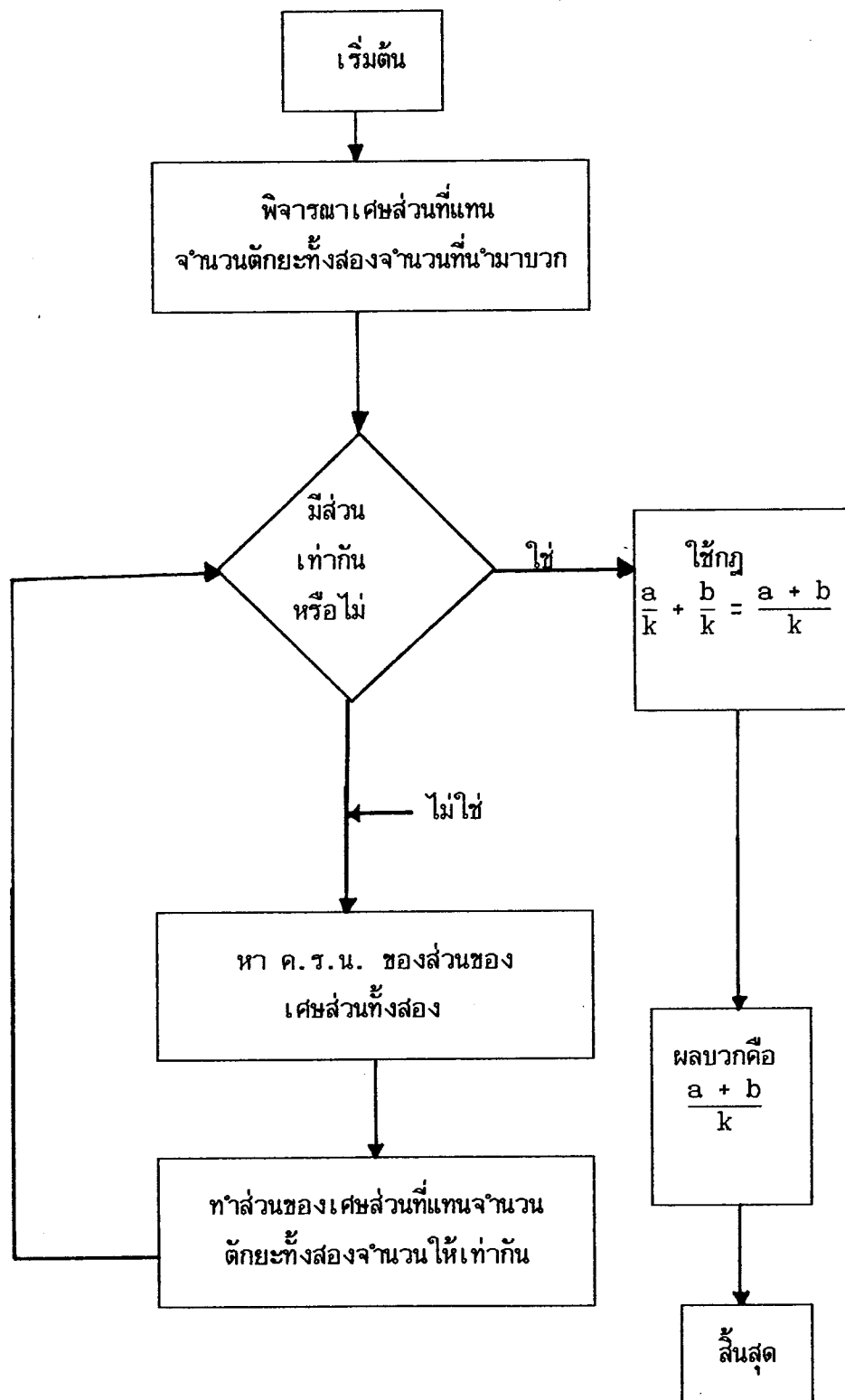
$\frac{1}{2}$ หรือ $\frac{5}{10}$

... จะได้



$$\frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$$

ซึ่งกรรมวิธีในการบวกจำนวนดิกยะดังกล่าวสามารถเขียนเป็นแผนภูมิต่อเนื่อง ได้ดังนี้



แผนภูมิที่ 2 แสดงการบวกเศษส่วน

ถ้ามองกรรมวิธีการบวกจำนวนย้อนกลับ เราจะได้ข้อสรุปที่น่าสนใจดังนี้
สมมติให้ผลบวกของจำนวนดักยะสองจำนวนใด ๆ แทนด้วยเศษส่วน
 $\frac{73}{15}$ เราจะพบว่า

$$\begin{aligned}\frac{73}{15} &= \frac{60 + 13}{15} \quad (\text{การบวกจำนวนเต็ม } 73 = 60 + 13) \\ &= \frac{60}{15} + \frac{13}{15} \quad \left\{ \text{จากกฎ } \frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k} \right\} \\ &= 4 + \frac{13}{15} = (60 \div 15 = 4 \text{ และ } \frac{60}{15} \text{ หมายถึง } 60 \div 15) \\ &= 4\frac{13}{15} \quad (\text{นิยามของจำนวนคละ})\end{aligned}$$

เราจะพบว่า จำนวนคละสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่มีเศษมากกว่าส่วนซึ่งเศษส่วนที่มีเศษมากกว่าส่วนนี้เราเรียกว่า "เศษส่วนเกิน" (Improper Fraction) และเศษส่วนที่มีเศษน้อยกว่าส่วนเราเรียกว่า "เศษส่วนแท้" (Proper Fraction)

3. การคูณและการหารเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษา

นิยามการคูณและการหารเศษส่วนนั้น เน้นกระบวนการให้ได้มาซึ่งผลคูณและผลหารระหว่างเศษส่วนสองจำนวนใด ๆ แต่สำหรับหลักสูตรประถมศึกษาซึ่งมีวัตถุประสงค์ในการเรียนการสอนเพื่อเป็นเครื่องมือเอาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การตีความหมายให้เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องย้ำให้เด็กประถมศึกษาเข้าใจเพิ่มเติมเข้าไปอีกด้วย ดังนี้ (สลัดดา, 2529)

3.1 การคูณเศษส่วน

3.1.1 การคูณจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง

ขั้นที่ 1 $3 \times \frac{1}{2} = \square$

ครูประถมศึกษาจะต้องสามารถตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ $3 \times \frac{1}{2} = \square$

ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงในหลาย ๆ รูปแบบ ดังเช่น

$$3 \times \frac{1}{2} = \square \quad \text{หมายถึง สามเท่าของ } \frac{1}{2} \text{ เป็นเท่าไร}$$

หรือ หมายถึง ถ้าเอาเชือกขนาด $\frac{1}{2}$ เมตร มาต่อกัน 3 ท่อน จะได้

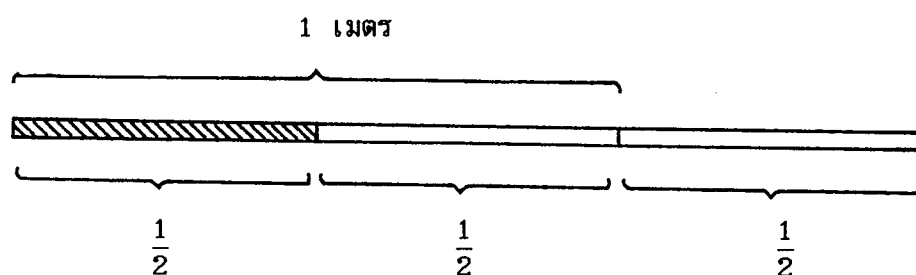
เชือกยาวทั้งหมดกี่เมตร

หรือ หมายถึง รถของแดงมีน้ำมันอยู่ $\frac{1}{2}$ ลิตร แต่รถของดำมีน้ำมันเป็น

3 เท่าของรถของแดง ถามว่ารถของดำมีน้ำมันกี่ลิตร

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ครูจะต้องมีความสามารถในการเขียนแผนภาพประกอบความหมายดังกล่าว เพื่อย้ำให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้นอีกด้วย



ขั้นที่ 3 เป็นขั้นนามธรรม เพื่อนำไปสู่วิธีคิดของการหาผลคูณ จากแผนภาพจะได้ว่า

$$\begin{aligned} 3 \times \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1 + 1 + 1}{2} \\ &= \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

จากนั้นครูประถมศึกษาจึงชี้ให้เห็นนักเรียนสังเกตผลคูณและวิธีการหาผลคูณว่าจะนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีใดได้อย่างไร

3.1.2 เศษส่วนคูณด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $\frac{1}{3} \times 5 = \square$

ขั้นที่ 1

ตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์กับชีวิตจริงดัง เช่น

$\frac{1}{3} \times 5 = \square$ หมายถึง มีของอยู่ 5 แบ่งออกเป็น 3 ส่วน แล้วเอามาหนึ่งส่วน เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง ดาซอส้ม 5 กิโลกรัม แต่แดงซอส้ม $\frac{1}{3}$ ของดาถามว่า

แดงซอส้มกี่กิโลกรัม

หรือ หมายถึง มาน้ำที่ดินอยู่ 5 ไร่ ต้องการแบ่งขายไป $\frac{1}{3}$ ของที่มีอยู่

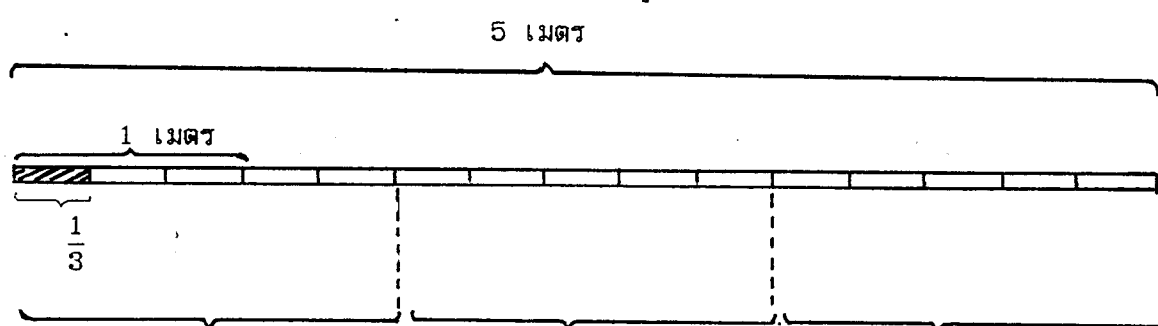
ถามว่าจะแบ่งขายไปกี่ไร่

หรือ หมายถึง มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการให้น้องไป $\frac{1}{3}$ ของที่มีอยู่

จะต้องตัดเทปให้น้องไปกี่เมตร

หรือ หมายถึง ผ้า 1 เมตรหนัก 60 กรัม ผ้า $\frac{1}{3}$ เมตร จะหนักกี่กรัม

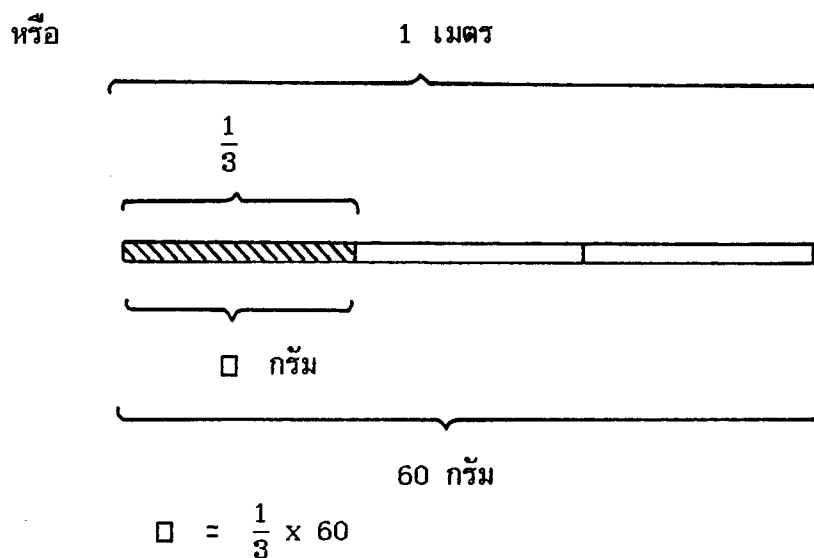
ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น



□ ม.

รูป ก

$\therefore \square = \frac{1}{3} \times 5$ (เพราะมีขนาด $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 5 ส่วน)



รูป ข

แผนภาพในรูป ก. แทนปัญหา "มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการตัดให้เหลือไป $\frac{1}{3}$ ของที่มี

อยู่ จะต้องตัดเทปให้เหลือไปกี่เมตร" หมายถึง มีผ้าเทปอยู่ทั้งหมด 5 เมตร แล้วนำมาแบ่งเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน ให้เหลือไป 1 ส่วน คิดเป็นเท่าไร เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ คือ

$$\frac{1}{3} \times 5 = \square \text{ ส่วน } \frac{1}{3} \text{ เมตร ในรูป ก. นั้น หมายถึง ผ้าเทปยาว 1 เมตร แบ่งออกเป็น}$$

3 ส่วน เท่า ๆ กัน สนใจ 1 ส่วนก็คือ 1 ใน 3 ของ 1 เมตร หรือ ปริมาณขนาด ของผ้าเทป 1 ส่วน จากการ แบ่งผ้าเทป 1 เมตร ออกเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน

หรือแผนภาพรูป ข. แทนปัญหา "ผ้า 1 เมตรหนัก 60 กรัม แล้วผ้า $\frac{1}{3}$ เมตร จะหนัก

กี่กรัม

ขั้นที่ 3 ขึ้นนามธรรมนำไปสู่วิธีคิด

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times 5 &= \frac{1}{3} \times 5 \\ &= \frac{1 \times 5}{3} \\ &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$



วิชา
คณิต
ชั้น
ประถมศึกษา
ปีที่ ๖



3.1.3 เศษส่วนคูณด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายของประโยค $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$ ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ดังเช่น

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$ หมายถึง ครึ่งหนึ่งของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง 1 ใน 2 ของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง มีของอยู่ $\frac{1}{3}$ แบ่งออกเป็น 2 ส่วนแล้วนำมา 1 ส่วน

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว $\frac{1}{3}$ เมตร แบ่งให้น้องไปครึ่งหนึ่ง น้องจะได้

เชือกยาวกี่เมตร

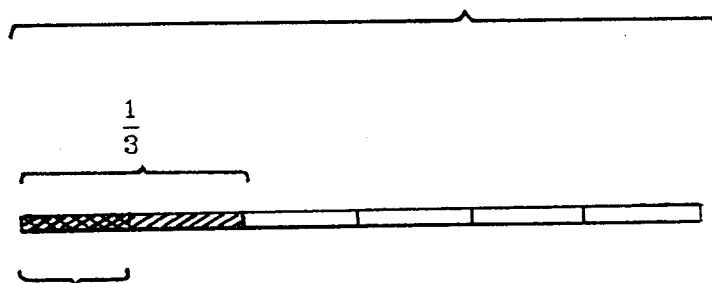
หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ $\frac{1}{3}$ ไร่ ต้องการแบ่งเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน

จะได้ส่วนละกี่ไร่

เหล่านี้เป็นต้น

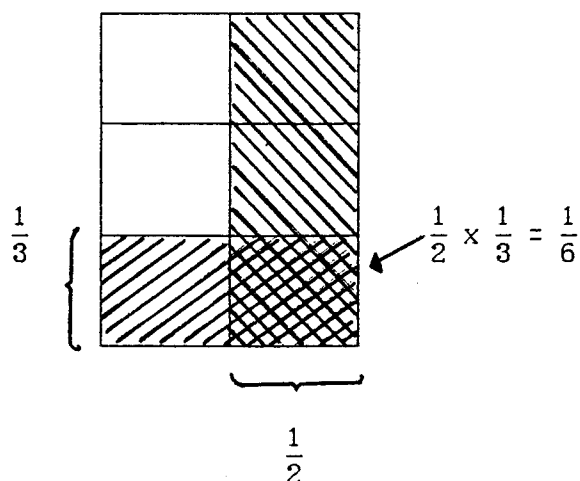
ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งสามารถเขียนได้แตกต่างกันออกไป ตามสถานการณ์ของปัญหา
ดังเช่น

1 เมตร



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

หรือ



พื้นที่ว่าง



แทนด้วยเศษส่วน $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นตอนการนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีลด

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3}$$

$$= \frac{1}{6}$$

3.2 การหารเศษส่วน

3.2.1 จำนวนเต็มหารด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $6 \div \frac{1}{2} = \square$

ขั้นที่ 1 ขั้นตอนความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

$$6 \div \frac{1}{2} = \square \quad \text{หมายถึง มี } \frac{1}{2} \text{ อยู่กี่ครั้งใน 6}$$

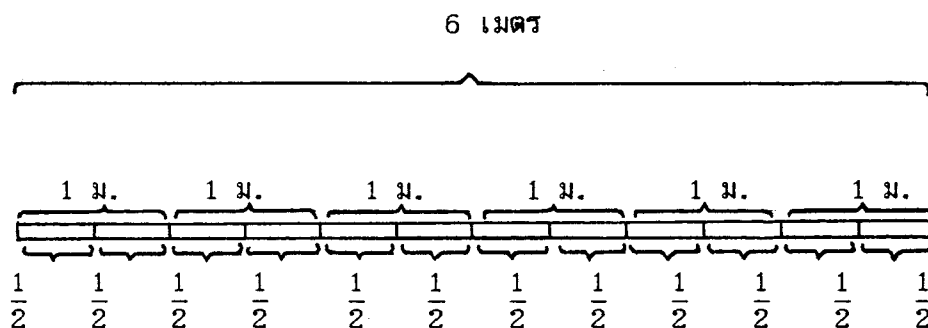
หรือ หมายถึง มีเชือกยาว 6 เมตร ต้องการแบ่งออกเป็นท่อน ๆ

ท่อนละ $\frac{1}{2}$ เมตร จะได้เชือกทั้งหมดกี่ท่อน

หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ 6 ไร่ ต้องการแบ่งเป็นล๊อค $\frac{1}{2}$ ไร่ จะได้ที่ดินกี่ล๊อค

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นเขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหา
 ดังเช่น



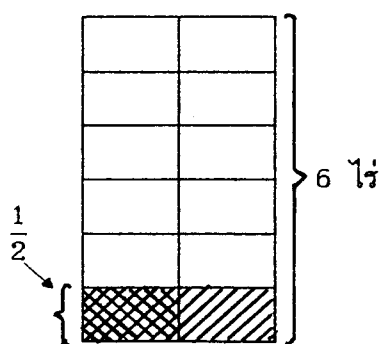
รูป ก.

ถ้าแบ่งเชือกท่อนละ $\frac{1}{2}$ เมตร เชือก 1 เมตร จะแบ่งได้ 2 ท่อน เชือก 6 เมตร จะ

แบ่งได้ 6×2 ท่อน

$$\therefore 6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12 \text{ (ดูรูป ก. ประกอบ)}$$

หรืออาจเขียนแผนภาพในรูปพื้นที่ เช่น



ถ้าแบ่งที่ดินล้อยละ $\frac{1}{2}$ ไร่

ที่ดิน 1 ไร่ แบ่งได้ 2 ล้อย

ที่ดิน 6 ไร่ แบ่งได้ $6 \times 2 = 12$ ล้อย

$$\text{ดังนั้น } 6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12$$

(ดูรูป ข. ประกอบ)

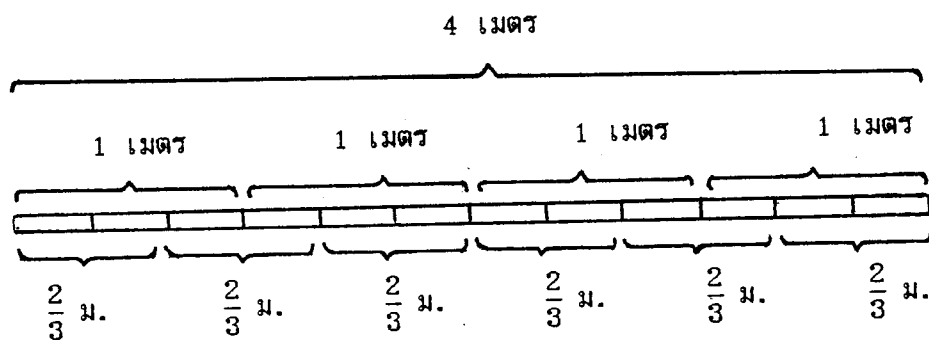
รูป ข.

สำหรับกรณี $4 \div \frac{2}{3} = \square$ อาจแสดงได้โดย

$4 \div \frac{2}{3} = \square$ หมายถึง มีเชือกอยู่ 4 เมตร ต้องการตัด

เป็นท่อน ๆ ละเท่ากัน ขนาด $\frac{2}{3}$

เมตร จะได้กี่ท่อน



เชือกขนาด $\frac{2}{3}$ เมตร หมายถึง มีขนาด $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 2 ท่อน

เพราะฉะนั้น วิธีการแบ่งทำได้นี้ คือ

ใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ 1 เมตร อยู่ 4 ท่อน

ใน 1 เมตร จะมีขนาดท่อนละ $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 3 ท่อน

ใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 4×3 ท่อน

เราต้องการเชือกขนาด $\frac{2}{3}$ เมตร หรือ หมายถึง เชือกที่มีขนาด $\frac{1}{3}$ อยู่ 2 ท่อน

เรามีขนาด $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 4×3 ท่อน แต่ต้องการแบ่งเป็นขนาด $\frac{2}{3}$ เมตร

เพราะฉะนั้นจะได้ทั้งหมด $(4 \times 3) \div 2 = 12 \div 2 = 6$ ท่อน

ดังนั้น $4 \div \frac{2}{3} = (4 \times 3) \div 2 = 4 \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

ขั้นที่ 3 ชื่อนามธรรมนำไปสู่วิธีคิด จะได้ว่า

$$6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12$$

$$5 \div \frac{1}{3} = 5 \times 3 = 15$$

$$4 \div \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

3.2.2 เศษส่วนหารด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \div 5 = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์จริง ดังเช่น

$$\frac{1}{2} \div 5 = \square \quad \text{หมายถึง} \quad \text{มีของอยู่ } \frac{1}{2} \text{ แบ่งออกเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กัน}$$

จะได้ส่วนละเท่าไร

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว $\frac{1}{2}$ เมตร แบ่งออกเป็น 5 ท่อน

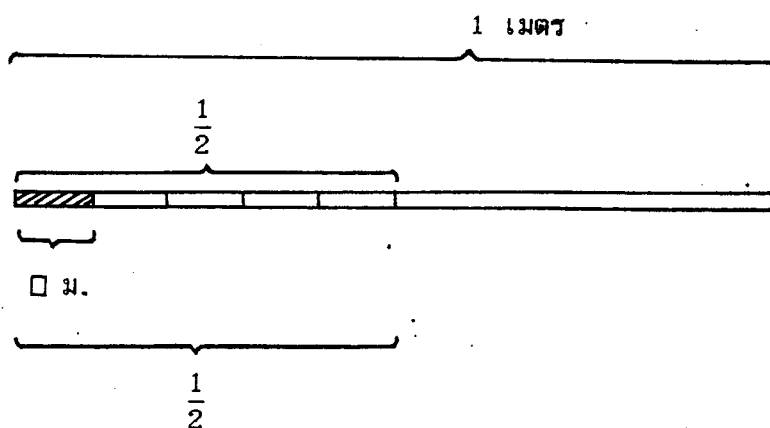
เท่า ๆ กัน แต่ละท่อนจะยาวกี่เมตร

หรือ หมายถึง มีที่ดิน $\frac{1}{2}$ ไร่ แบ่งเป็น 5 ล็อค จะได้ล็อค

ละกี่ไร่

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขึ้นเขียนรูปภาพหรือแผนภาพประกอบ



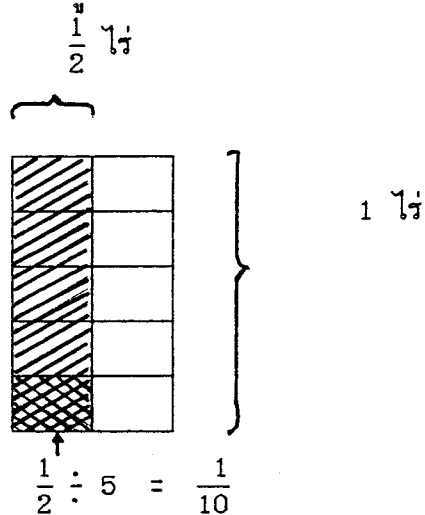
ถ้า $\frac{1}{2}$ เมตร แบ่งออกเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กัน

1 เมตร จะแบ่งออกเป็น $2 \times 5 = 10$ ส่วน

แต่ละท่อนจะยาว $\frac{1}{10}$ เมตร

นั่นคือ $\frac{1}{2} \div 5 = \frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$

หรืออาจเขียนแผนภาพเป็นรูปพื้นที่ เช่น



ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่ชีวิต

$$\frac{1}{2} \div 5 = \frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$$

3.2.3 เศษส่วนหารด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายไปสู่สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \square$ หมายถึง มี $\frac{1}{6}$ อยู่กี่ครั้งใน $\frac{1}{2}$

หรือ หมายถึง มีของอยู่ $\frac{1}{2}$ แบ่งออกเป็นขนาด $\frac{1}{6}$ จะได้กี่ขนาด

หรือ หมายถึง มีที่ดิน $\frac{1}{2}$ ไร่ ต้องการแบ่งเป็นล๊อต ๗

ละ $\frac{1}{6}$ ไร่ จะได้กี่ล๊อต

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ชั้นเขียนแผนภาพประกอบปัญหา เพื่อจะได้เข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้

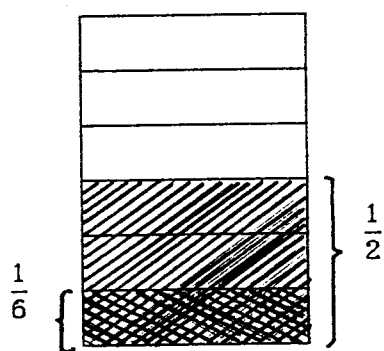
พื้นที่แรก  แสดงที่ดินขนาด $\frac{1}{2}$ ไร่

แบ่งที่ดินดังกล่าวออกเป็นล๊อต ๗ ละ $\frac{1}{6}$ ไร่

พื้นที่แรก  คือ ที่ดินขนาด $\frac{1}{6}$ ไร่

ฉะนั้นจะแบ่งได้ทั้งหมด 3 ล๊อต

นั่นคือ $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = 3$



ขั้นที่ 3 ชั้นนำธรรมะไปสู่วิธีลัดในการคิดคำนวณ

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{1} = 3$

สรุป

ระบบจำนวนดิกยะเป็นระบบ ซึ่งขยายระบบจำนวนเต็ม ให้มีขอบเขตและคุณสมบัติเพิ่มขึ้น และสามารถเขียนให้อยู่ในรูป $\frac{a}{b}$ โดยที่ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$ ประกอบด้วย

1. จำนวนเต็มเป็นจำนวนดิกยะ เพราะจำนวนเต็มทุกจำนวนสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ เช่น $3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2}$ ซึ่งจำนวนเต็มจะประกอบไปด้วย จำนวนเต็มบวกจำนวนเต็มลบและศูนย์

2. เศษส่วน เป็นจำนวนที่ไม่เต็มหน่วย เช่น $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$

3. ทศนิยม แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ ทศนิยมรู้จบและทศนิยมไม่รู้จบแบบซ้ำเพราะสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ เช่น $2.5 = \frac{5}{2}$ หรือ $0.6 = \frac{2}{3}$ (วัลลภา, 2532)

จะเห็นได้ว่าทศนิยมก็เป็นจำนวนเศษส่วนอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งเขียนในรูปแบบที่แตกต่างไปส่วนร้อยละเป็นการเปรียบเทียบจำนวนต่าง ๆ กับจำนวนร้อย หรือเรียกว่าเศษส่วนที่มีส่วนเป็นร้อย (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2528)

2.5 การสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดความคิดรวบยอดหรือหลักการที่ครูจะต้องรู้และเข้าใจเพื่อที่จะถ่ายทอดให้นักเรียนได้ถูกต้องตามเป้าหมายของหลักสูตรดังนี้

1. เศษส่วนใช้แสดงการเปรียบเทียบส่วนแบ่งที่เรากล่าวถึงกับส่วนแบ่งที่เท่า ๆ กันทั้งหมด
2. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ของจำนวนใดหมายถึงส่วนแบ่งหนึ่งส่วนเมื่อแบ่งจำนวนนั้นด้วย 2, 3, 4

3. เศษส่วนที่มีตัวเศษและตัวส่วนเท่ากันหรือตัวส่วนหารตัวเศษ ได้ลงตัวพอดีสามารถเขียนเป็นจำนวนนับได้

4. เศษส่วนสองจำนวนเมื่อนำมาเปรียบเทียบกัน อาจมีค่าเท่ากัน ไม่เท่ากัน มากกว่ากัน หรือน้อยกว่ากัน

5. การบวกหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ทำได้โดยนำตัวเศษมาบวกหรือลบกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม

6. การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนนับมีความหมายเช่นเดียวกับการบวกเศษส่วนนั้นซ้ำ ๆ กัน เป็นจำนวนครั้งเท่ากับจำนวนนับนั้น

7. เศษส่วนของจำนวนเต็มใด อาจแสดงโดยการคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็มนั้น

8. การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม ทำได้โดยนำจำนวนเต็มคูณกับตัวเศษ โดยมีตัวส่วนคงเดิม

9. ร้อยละแสดงความหมายในรูปเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็นร้อยได้

10. การบวกหรือการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน ใช้วิธีการแปลงเศษส่วนนั้นให้เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนของทุกจำนวนเท่ากันเสียก่อน จึงบวกหรือลบกัน โดยใช้หลักการบวกหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

11. การแปลงเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนของทุกจำนวนเท่ากันมีหลายวิธี วิธีที่นิยมใช้กันคือการหา ค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งหมด แล้วคูณเศษส่วนนั้น โดยคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนที่ทำให้ผลคูณของตัวส่วนเท่ากับ ค.ร.น. ที่ทำได้

12. การคูณเศษส่วนด้วยเศษส่วน ทำได้โดยการนำตัวเศษคูณกับตัวเศษและตัวส่วนคูณกับตัวส่วน

13. การคูณระหว่างจำนวนเต็มกับเศษส่วน ใช้วิธีนำจำนวนเต็มคูณกับตัวเศษ โดยมีตัวส่วนคงเดิม

14. การหารเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม ใช้วิธีการคูณเศษส่วนนั้นกับส่วนกลับของจำนวนเต็ม

15. การหารจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน ใช้วิธีการคูณจำนวนเต็มกับส่วนกลับของเศษส่วนนั้น

16. การหารเศษส่วนด้วยเศษส่วน ใช้วิธีคูณเศษส่วนจำนวนแรกด้วยส่วนกลับของเศษส่วนจำนวนหลัง

17. เศษส่วนสองจำนวนที่นำมาบวกกันหรือคูณกัน อาจสลับที่กันได้โดยผลลัพธ์ยังคงเดิม

18. เศษส่วนสามจำนวนที่นำมาบวกกันหรือคูณกัน จะบวกหรือคูณสองจำนวนใดก่อนแล้วนำมาบวกหรือคูณกับจำนวนที่เหลือ ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากัน

19. การเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันอาจใช้ภาพหรือใช้วิธีแปลงเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันเสียก่อน แล้วนำมาเปรียบเทียบกัน โดยอาศัยหลักการเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันคือ นำตัวเศษมาเปรียบเทียบกัน

20. เศษส่วนใด ๆ เมื่อนำจำนวนหนึ่งมาคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วน หรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน จะไม่ทำให้ค่าของเศษส่วนนั้นเปลี่ยนแปลง

21. เศษส่วนที่ไม่สามารถหาจำนวนนับใด ๆ ที่มากกว่า 1 มาหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนได้ ลงตัวเรียกว่าเศษส่วนอย่างต่ำ

22. เศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าตัวส่วนเรียกว่าเศษเกิน

23. จำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษเกิน เมื่อเขียนในรูปของจำนวนเต็มกับเศษส่วนเรียกว่าจำนวนคละ

24. การแปลงเศษเกินให้เป็นจำนวนคละทำได้หลายวิธี วิธีที่นิยมคือ นำตัวส่วนไปหารตัวเศษ

25. การบวก ลบ คูณ หาร เศษเกิน ใช้วิธีการเช่นเดียวกับการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน

26. การบวก ลบ คูณ หาร จำนวนคละ นิยมเขียนจำนวนคละให้เป็นเศษเกินแล้วใช้วิธีการเช่นเดียวกับการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน

27. การบอกกำไรหรือขาดทุนเป็นเปอร์เซ็นต์หรือร้อยละเป็นการบอกกำไรหรือขาดทุนเมื่อเทียบกับต้นทุน 100 บาท

28. การบอกลดราคาเป็นเปอร์เซ็นต์หรือร้อยละเป็นการบอกราคาที่ลดจากราคาขายที่ติดไว้เมื่อเทียบกับราคาที่ติดไว้ 100 บาท

29. การคิดดอกเบี้ยเงินฝากธนาคารเมื่อครบสองปีต้องคิดจากเงินต้นเดิมรวมกับดอกเบี้ยของปีแรก (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2532)

ในส่วนของเนื้อหาชั้น หลักสูตรได้กำหนดขอบข่ายของเนื้อหาแต่ละส่วนในแต่ละระดับชั้นดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงเนื้อหาแต่ละส่วนในแต่ละระดับชั้น

เนื้อหาเรื่องแต่ละส่วน	ชั้นประถมศึกษาปีที่					
	1	2	3	4	5	6
ความหมายของการอ่านการเขียนเศษส่วน		/	/	/	/	/
การเปรียบเทียบเศษส่วน			/	/	/	
การบวกและการลบเศษส่วน		/	/	/	/	/
การคูณ				/	/	/
การหาร					/	/
คุณสมบัติต่าง ๆ ของเศษส่วน					/	/
เศษเกินและจำนวนคละ					/	/
เศษซ้อน						/
โจทย์ระคน					/	/

หมายเหตุ เครื่องหมาย / แสดงว่า มีการสอนในระดับชั้นนั้น

สำหรับขอบข่ายเนื้อหาเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งครูคณิตศาสตร์จะต้องสอนนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่จะกล่าวต่อไปนี้ ได้จากการวิเคราะห์แบบเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2525) ดังนี้

- ทบทวนความหมายของเศษส่วน และการหาเศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน
- ทบทวนการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและไม่เท่ากัน
- ทบทวนการคูณและการหารเศษส่วน และการทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ
- ความหมายของเศษเกินและจำนวนคละ และความสัมพันธ์ของเศษเกินกับจำนวนคละ

- การบวกและลบจำนวนคละที่มีส่วนเท่ากันและไม่เท่ากัน
- การคูณและการหารจำนวนคละ
- การบวก ลบ คูณ หาร ระคนของเศษส่วน
- ความหมายของเศษซ้อน และการหาค่าของเศษซ้อน
- ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน

สำหรับการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาชั้นนั้น นักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์หลายท่านมีความเห็นตรงกันว่า เด็กในวัย 6-10 ปี มีความพร้อมที่จะเรียนรู้เรื่องเศษส่วน เพราะเด็กมีประสบการณ์เกี่ยวกับเรื่องเศษส่วนในชีวิตประจำวันเสมอ ดังนั้นเมื่อเริ่มต้นสอน ครูไม่ควรให้นักเรียนรู้สึกว่าเป็นของใหม่ ควรทำให้นักเรียนเข้าใจว่าเป็นสิ่งที่รู้เรื่องมาบ้างแล้ว แต่ในขณะนั้นเป็นเพียงหัดเขียนและนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์เท่านั้น (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2528) ซึ่งมีหลายท่านได้เสนอแนวคิดและเทคนิคการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

โสภณ และสมหวัง (2520) ได้เสนอเทคนิคการสอนเรื่องเศษส่วนสรุปได้ว่าในการสอนครูควรใช้คำพูดธรรมดาโดยทั่ว ๆ ไป แล้วจึงแบ่งของจริงเทียบกับคำพูดแล้วจึงใช้เส้นจำนวนแสดงการแบ่ง และควรยกตัวอย่างเศษส่วนให้ดูหลาย ๆ ตัวอย่าง

สัลลิตดา (2529) ได้เสนอแนะว่าในการสอนคูณหรือหารเศษส่วนนั้นครูจะต้องมีความสามารถในการแปลงประโยคสัญลักษณ์นั้น ๆ ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง ๆ หลาย ๆ รูปแบบ อาจเกี่ยวกับความยาว น้ำหนัก ปริมาตร หรือพื้นที่ แล้วจึงเขียนแผนภาพประกอบตามสถานการณ์ของปัญหาที่กำหนดขึ้นแล้วจึงมาเป็นขั้นตอนนามธรรมเพื่อนำไปสู่วิธีลด

ชชาติ (2521) ได้ให้แนวคิดในการสอนเศษส่วนไว้ว่า การสอนเศษส่วนจะต้องให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและเกิดการค้นพบด้วยตัวเอง ซึ่งตัวครูผู้สอนจะต้องใช้อุปกรณ์ที่เป็นของจริง และรูปภาพเป็นสื่อ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง เนื่องจากเศษส่วนเป็นจำนวนที่ไม่เต็มหน่วย ดังนั้นก่อนเรียน ครูผู้สอนจะต้องแน่ใจว่านักเรียนสามารถเปรียบเทียบสิ่งของต่างๆ ได้ว่า สิ่งใดเป็นจำนวนเต็มหน่วยและไม่เต็มหน่วยมาแล้วอย่างนี้

สมัย (2529) มีความเห็นเกี่ยวกับการสอนเศษส่วนว่า ควรใช้วิธีการทั้งอุปมาและอุปมาผสมผสานกันเป็นขั้นตอน และสร้างแนวการสอนโดยละเอียด โดยเริ่มจากเหตุการณ์ที่เป็นรูปธรรม ตลอดจนการนำไปใช้ควบคู่กันไป

ดวงเดือน (2532) กล่าวว่า การสอนความหมายของเศษส่วนต้องเน้นว่าตัวส่วนของเศษส่วนเป็นตัวแสดงส่วนย่อยที่เท่ากัน ควรระมัดระวังในการใช้สื่อการสอนและควรอธิบายให้เข้าใจถึงการใช้เศษส่วนในชีวิตประจำวันว่าเป็นการกะประมาณควรฝึกให้นักเรียนได้เรียนและเห็นถึงความสัมพันธ์ของเศษส่วนกับจำนวนนับ การสอนบวกลบและคูณหารเศษส่วน อาจสรุปวิธีคิดคำนวณได้จากการสังเกตภาพหรือเส้นจำนวน การหารเศษส่วนนั้นเข้าใจยาก ครูอาจแสดงวิธีคิดคำนวณแบบต่าง ๆ ได้แล้วนำผลหารไปเปรียบเทียบกับภาพหรือเส้นจำนวน

วัลลภา (2532) ได้ให้ทรรศนะว่า การจัดกิจกรรมการสอนในมิติที่เกี่ยวกับเศษส่วนนั้น ครูควรใช้สื่ออธิบายประกอบการหาคำตอบจนแน่ใจเสียก่อนว่านักเรียนเข้าใจกระบวนการในการหาคำตอบเสียก่อนแล้วจึงค่อยสรุปเป็นวิธีลัด

สุวรร (2533) กล่าวว่า การสอนเศษส่วนจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เทคนิคการจัดกระบวนการเรียนการสอนตลอดจนสื่อการเรียนการสอนควรจะต่างกัน โดยเฉพาะกลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถทางสติปัญญาต่ำ ควรเริ่มจากสื่อที่เป็นรูปธรรม ไปสู่นามธรรม และต้องเสริมแรงหรือให้กำลังใจในขณะเรียนมาก ๆ ค่อย ๆ เรียนในลักษณะ เล่น เรียน สรุป และ ฝึกทักษะ

Cope land (อ้างถึงในบุญมา, 2524) ได้สรุปความคิดเห็นพื้นฐานในการสอนเศษส่วนที่จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนตามแนวคิดของ plaget ว่า เศษส่วนเป็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนทั้งหมด ซึ่งมีแนวคิดมาจากของทั้งหมดถูกแบ่งโดยไม่เหลือเศษ ส่วนย่อยทั้งหมดต้องเท่ากัน และควรส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดเรื่องการอนุรักษ์จำนวน

Gunderson (อ้างถึงในสนิย์, 2529) ให้ข้อคิดเห็นว่า การสอนเศษส่วนจะต้องโยงไปให้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่นักเรียนได้พบเห็นในชีวิตประจำวัน การสอนคณิตศาสตร์ที่ตื้นเขินจะต้องยกตัวอย่างจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อน แล้วจึงเป็นกึ่งรูปธรรม แล้วจึงไปเป็นนามธรรมตามลำดับ

Elterbruch and Payne (1978) กล่าวว่า ครูควรสอนเรื่องการอ่านเศษส่วนก่อน การเขียนสัญลักษณ์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 สามารถเรียนรู้เรื่องเศษส่วนได้

Carpenter (1976) แสดงข้อคิดเห็นว่า การบวก การลบ การคูณ และการหาร เศษส่วน ควรจะสอนเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจเรื่องความหมายของเศษส่วนและมีความคิดรวบยอดเรื่องเศษส่วนแล้ว

จากแนวคิดต่าง ๆ ที่กล่าวมาพอจะสรุปได้ว่า การสอนเศษส่วนควรจะต้องคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. การสอนที่เริ่มจากประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม การยกตัวอย่างจากของจริงหรืออุปกรณ์ที่จับต้องได้ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง
2. นักเรียนต้องมีพื้นฐานในเรื่องของจำนวนนับมาเป็นอย่างดี
3. เริ่มจากเนื้อหาและตัวเลขที่ง่าย ๆ ไปก่อน ได้แก่ ความหมายของเศษส่วน การอ่าน การเขียน เศษส่วน แล้วจึงค่อยเริ่มสอนการบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ตามลำดับต่อไป

2.6 ปัญหาการเรียนการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

ได้มีผู้ทำการศึกษาถึงปัญหาของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ ลักษณะพบว่า ปัญหาหนึ่งคือเรื่องเศษส่วน ซึ่งมีผู้ทำการศึกษาดังนี้

สลัดดา (2527) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ความเข้าใจเรื่องเศษส่วนของนักเรียนไทยและนักเรียนญี่ปุ่น ผลการวิจัยพบว่า การหารเศษส่วนของนักเรียนไทยมีปัญหาในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน และจากการวิเคราะห์คำตอบที่ผิดของนักเรียนพบว่า นักเรียนใช้การคูณในการแก้ปัญหาคำหารเศษส่วน ซึ่งชี้ให้เห็นว่า นักเรียนขาดความเข้าใจในโมเมนต์เกี่ยวกับความหมายของเศษส่วน

มนู (2527) ได้ศึกษาปัญหาเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชา ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า เนื้อหาวิชาที่เป็นปัญหาในระดับสูง 5 หัวข้อ จาก 47 หัวข้อ คือ การหารเมื่อตัวเลขไม่เกินสามหลัก โจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์ของการหาร การเปรียบเทียบหน่วยต่าง ๆ ในมาตราเดียวกัน และต่างมาตราของการบวกและการคูณ โจทย์ปัญหาเศษส่วน โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร และโจทย์ระยะคน

สมหมาย (2527) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เป็นปัญหาสำหรับครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มี 6 หัวข้อ เรียงตามลำดับ คือ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนเศษส่วนอย่างต่ำ การคูณและการหารเศษส่วน ผลบวกและผลลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

มนตรี (2527) ได้วิเคราะห์เนื้อหา 51 หัวข้อของวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาอยู่ในระดับสูงมีอยู่ 2 หัวข้อ คือ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนและเศษซ้อน

สมัยและคณะ (2529) ได้ทำการศึกษาวิจัยเรื่อง การศึกษาความเข้าใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียน เรื่องการหารเศษส่วน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่มีความเข้าใจเรื่องการหารเศษส่วนดีเท่าที่ควรและไม่เข้าใจเกี่ยวกับการหารเศษส่วน นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความเข้าใจเรื่องการหารเศษส่วนดีกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งเป็นผลมาจากความแตกต่างของอายุ นอกจากนั้นยังพบว่าการเรียนการสอนการหารเศษส่วน ครูส่วนใหญ่ใช้วิธีบอกกฎเกณฑ์ให้นักเรียน และให้นักเรียนท่องจำกฎเกณฑ์ เพื่อทำแบบฝึกหัดหรือทำแบบทดสอบ

เกื้อจิตต์ (2529) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การศึกษาความรู้ คณิตศาสตร์ของครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดขอนแก่น ผลการวิจัยพบว่า ในส่วนของเนื้อหาวิชาที่เป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 คือ ความหมายของการคูณตัวประกอบเฉพาะและความหมายของการหารเศษส่วน และเรื่องเศษส่วนในภาพรวม มีปัญหาเป็นลำดับที่ 8 จาก 19 ลำดับ

อิศเรศ (2530) ได้ทำการศึกษาความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาโจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ และการหารมีปัญหาอยู่ในระดับที่มาก และการสอนความหมายของเศษส่วนอยู่ในระดับปานกลาง

กรมวิชาการ (2532) ทำการวิจัยเรื่อง การสังเคราะห์กระบวนการหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาเรื่องเศษส่วนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เป็น

ปัญหาต่อผู้เรียนมาก ควรได้มีการทบทวนเกี่ยวกับความเหมาะสมของอัตราเวลาเรียนในกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ โดยให้มีความสอดคล้องกับวัยและระดับชั้น

สุวร (2533) กล่าวว่า ปัญหาการเรียนการสอนเรื่องเศษส่วนนั้นมาจากกระบวนการและเทคนิคการสอนของครู ซึ่งทำให้ผู้เรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด และหลักการ ตลอดจนขาดทักษะในการคิดคำนวณ

Behr and The Other (1984) มีความเห็นว่า ความรู้เรื่องจำนวนเต็มเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้เรื่องเศษส่วน และนักเรียนมักจะเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างเศษและส่วน โดยนำเศษและส่วนมาคำนวณแยกจากกัน

Carpenter and The Others (1980) ได้กล่าวถึงการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ NAEP (National Assessment of Educational Progeass) ที่ว่าเด็กอายุ 9-13 ปี ยังขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติของเศษส่วนอย่างแท้จริงและมีผลการเรียนเรื่องเศษส่วนอยู่ในระดับต่ำ

Ball (1990) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจของครูเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเรื่องเศษส่วน พบว่า การเรียนเรื่องเศษส่วนมีความยากสำหรับนักเรียนทั้งขึ้นอยู่กับความเข้าใจและความสามารถของครูในการที่จะถ่ายทอดให้นักเรียนเข้าใจได้

จะเห็นได้ว่าการเรียนการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษามีปัญหาอยู่ด้วยกันหลายด้าน ซึ่งอาจสรุปได้ดังนี้

1. ความรู้ความเข้าใจอย่างชัดเจนในเรื่องที่จะสอนของครู
2. ความเหมาะสมของเนื้อหาที่จัดให้เรียนในแต่ละระดับชั้น
3. กระบวนการจัดการเรียนการสอนของครู การใช้สื่อและอุปกรณ์ที่เหมาะสมกับระดับสติปัญญาของนักเรียนด้วย

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.7.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ

ยุวนิตย์ (2520) วิจัยเรื่อง "การผลิตและการใช้ครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา" โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อศึกษาคุณสมบัติและเกณฑ์ในการบรรจุครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา และเพื่อศึกษาแนวทางในการผลิตครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา ผลการวิจัยพบว่าสถาบันผลิตครูควรจะมีมาตรการในการคัดเลือกผู้ที่มีความสนใจและมีความถนัดทางคณิตศาสตร์ค่อนข้างสูง เพื่อจะได้ครูคณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ และเกณฑ์การจัดครูเข้าสอนวิชาคณิตศาสตร์ควรพิจารณาจากพื้นความรู้มากกว่าความเห็นของผู้บริหาร

พัชรินทร์ (2523) วิจัยเรื่อง "ความคิดเห็นเกี่ยวกับสมรรถภาพครูคณิตศาสตร์" พบว่าสมรรถภาพครูคณิตศาสตร์ควรมีมากคือ สมรรถภาพด้านความรู้ในเนื้อหาวิชาที่สอน เตรียมการสอน และมีความมั่นใจในเนื้อหาที่จะสอนมีจุดมุ่งหมายในการสอน ติดตามผลการเรียนของนักเรียน และ

มีความยุติธรรมในการตรวจให้คะแนน

ประยูร (2525) วิจัยเรื่อง "การประเมินผลการเตรียมครูคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ของสถานศึกษาฝึกหัดครู ในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ" พบว่าในการเตรียมครูคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา จะต้องเน้นสมรรถภาพด้านความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ หลักการและวิธีสอน รวมทั้งเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์จากการศึกษาวิจัยพบว่า การจัดรายวิชาแบบบูรณาการ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ และวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์เข้าด้วยกันจะทำให้ครูเข้าใจเนื้อหา คณิตศาสตร์ได้ดีและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

สนธิ (2526) วิจัยเรื่อง "ความต้องการการนิเทศการสอนของครูคณิตศาสตร์ใน โรงเรียนมัธยมศึกษาในเขตการศึกษา 9" พบว่า ครูคณิตศาสตร์ต้องการการนิเทศการสอนในด้าน หลักสูตรเนื้อหาวิชา วิธีการสอน สื่อการสอน การวัดและประเมินผล อยู่ในระดับมาก

อวยชิต (2527) วิจัยเรื่อง "ความต้องการการเสริมสมรรถภาพทางการสอนวิชา คณิตศาสตร์ ของครูคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนมัธยมศึกษาเขตการศึกษา 10" พบว่า ครูคณิตศาสตร์ มีความต้องการเสริมสมรรถภาพทางการสอนวิชาคณิตศาสตร์ด้านหลักสูตร และเนื้อหาอยู่ในระดับ มาก

น้อมศรี เคท (2528) ทำการศึกษาเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานของนิสิตคณะครุศาสตร์ สาขา การประถมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย พบว่า นิสิตคณะครุศาสตร์สาขาประถมศึกษา จบชั้น มัธยมศึกษาตอนปลายสายวิทยาศาสตร์ ได้คะแนนความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์สูงกว่านิสิตที่จบชั้น มัธยมศึกษาตอนปลาย สายศิลป์ภาษา และได้เสนอแนะไว้ว่าควรจัดวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครู ประถมศึกษา โดยให้เนื้อหา มีความสอดคล้องกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เป็นวิชา บังคับสำหรับนิสิตสาขาประถมศึกษา ที่มีได้เลือกวิชาเอกหรือโททางคณิตศาสตร์

เกื้อจิตต์ (2529) วิจัยเรื่อง "การศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดขอนแก่น" โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อศึกษาความรู้ทางคณิตศาสตร์ของครูที่ สอนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ครูที่เรียนวิชาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์พื้นฐานมีความรู้ทาง คณิตศาสตร์สูงกว่าครูที่ไม่ได้เรียนวิชาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์พื้นฐาน และครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มี ประสบการณ์ในการสอนคณิตศาสตร์ต่างกัน มีความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

หรรษา (2530) วิจัยเรื่อง "ปัญหาในการสอนและความต้องการเกี่ยวกับการนิเทศการ สอนของครูคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดประจวบ คิรีขันธ์" พบว่า ครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ในทุกระดับชั้นมีปัญหาในด้านการเตรียมการสอน หลักสูตร และเอกสารประกอบหลักสูตร จุดประสงค์การเรียนการสอน ความคิดรวบยอด/หลักการ เนื้อหา สารที่สอน วิธีสอน เทคนิคการสอน สื่อการเรียน การได้รับบริจาคจากแหล่งวิชาการ และการ บริการการสนับสนุนการวัดผลและประเมินผล

ดาร์ม (2531) วิจัยเรื่อง "ความต้องการในการเสริมสมรรถภาพทางการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดปราจีนบุรี" พบว่าครูมีความต้องการในการเสริมสมรรถภาพทางการสอนคณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษา อยู่ในระดับปานกลางทุกด้าน ในด้านหลักสูตรและเนื้อหา เรื่องที่ครูส่วนใหญ่ต้องการ คือ การหาแหล่งความรู้เกี่ยวกับเอกสาร สิ่งพิมพ์ที่จะเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์

วรรณวิไล (2531) วิจัยเรื่อง "การใช้หลักสูตรกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 ในโรงเรียนประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดปราจีนบุรี" โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อศึกษาความต้องการในการเสริมสมรรถภาพทางการสอนคณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า ครูมีความต้องการในการเสริมสมรรถภาพทางการสอนคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลางทุกด้าน ในด้านหลักสูตรและเนื้อหา เรื่องที่ครูส่วนใหญ่ต้องการ คือ การหาแหล่งความรู้เกี่ยวกับเอกสาร สิ่งพิมพ์ที่จะเสริมความรู้ทางคณิตศาสตร์

โสภณ (2532) วิจัยเรื่อง "การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวกับการเรียนการสอนกลุ่มทักษะในระดับประถมศึกษาของภาคตะวันออกเฉียงเหนือ" วัตถุประสงค์การวิจัย เพื่อวิเคราะห์และสังเคราะห์งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนกลุ่มทักษะในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ได้สรุปผลการวิจัยไว้ว่า สมรรถภาพครูคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา และสรุปได้ 3 ด้าน คือ สมรรถภาพด้านความรู้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรประถมศึกษา สมรรถภาพด้านการสอนคณิตศาสตร์และสมรรถภาพด้านลักษณะและเจตคติวิชาคณิตศาสตร์

ประยงค์ (2535) วิจัยเรื่อง "การเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกับโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ" วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง กับโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัย พบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง กับโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01

2.7.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Dossey (อ้างถึงใน เกื้อจิตต์, 2529) ศึกษางานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องโปรแกรมการเตรียมคณิตศาสตร์ศึกษาสำหรับครูประถมศึกษา พบว่า องค์ประกอบที่น่าสนใจเกี่ยวกับการเตรียมครูคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา มี 3 ประการ คือ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ วิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์ และประสบการณ์การฝึกสอน

Sturgess (อ้างถึงใน เกื้อจิตต์, 2529) ศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาและวิธีสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับครู พบว่า ความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์มากและการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาชั้นนั้นครูไม่จำเป็นต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูง แต่ครูจะมีความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อย่างกว้าง ๆ และครอบคลุมในชั้นประถมศึกษา

Rising (อ้างถึงใน เกื้อจิตต์, 2529) ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาครูคณิตศาสตร์ พบว่า การจัดการฝึกหัดครูคณิตศาสตร์ในด้านเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์นั้น ควรจัดวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะความคิดรวบยอดของเนื้อหาขั้นพื้นฐานทางพีชคณิตกรรมวิธีทางเลขคณิตและเรขาคณิตเป็นต้น เพื่อให้ครูมีพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดียิ่งขึ้น

Ball (1990) วิจัยเรื่อง "ความรู้และเหตุผลในวิชาครูในทางคณิตศาสตร์" โดยวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อทดสอบความรู้ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และการสอนคณิตศาสตร์ของครูในอนาคต ผลการวิจัยพบว่า ครูในอนาคตจะต้องเตรียมตัวที่จะสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความรู้ในเนื้อหาวิชาเกี่ยวกับการอ้างเหตุผลและธรรมชาติของความรู้ทางคณิตศาสตร์

Balaban (อ้างถึงใน ประยงค์, 2535) วิจัยเรื่อง "ความสัมพันธ์ของการเตรียมตัวของครูคณิตศาสตร์กับความชำนาญในการเรียนรู้ที่จำเป็น" โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อจะปรับปรุงเตรียมเนื้อหาของวิชาของครูให้ดีขึ้น ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ในความชำนาญด้านการเรียนรู้ที่จำเป็นของครูมีได้เกี่ยวข้องโดยตรงกับการเตรียมตัวของเขาในฐานะที่เป็นครูในระดับประถมศึกษา และระดับมัธยมศึกษา ซึ่งจากผลการวิจัยครั้งนี้ สภาครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์แห่งชาติได้พัฒนามาตรฐานต่าง ๆ เพื่อที่จะปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น

จากการศึกษาผลการวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศจะเห็นได้ว่า ครูเป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ที่ทำให้การสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูควรพิจารณาคือความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะต้องศึกษาหาความรู้และมีความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง และมีความสามารถที่จะถ่ายทอดให้นักเรียนเข้าใจหลักการและความคิดรวบยอดของเรื่องนั้น ๆ ได้เป็นอย่างดี เพื่อนักเรียนจะได้มีความรู้ที่ได้นั้นไปใช้ได้ในชีวิตประจำวันซึ่งตรงกับเป้าหมายของหลักสูตรที่กำหนดไว้