บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

2.1 วิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา

2.2 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.3 การวินิจฉัย

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 วิชาคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา

2.1.1 ความหมาย ลักษณะสำคัญและความสำคัญของคณิตศาสตร์

1) ความหมายของคณิตศาสตร์

การที่จะสอนคณิตศาสตร์นั้น ก่อนอื่นควรทำความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายของคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบแนวทางและขอบเขตของวิชา ซึ่งพอจะกล่าวถึงความหมายโดยสังเขปดังนี้

คณิตศาสตร์ (mathematics) ตามพจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พุทธศักราช 2525 ให้ความหมายว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยการคำนวณ (ราชบัณฑิตยสถาน, 2530)

เวบสเตอร์ (Webster) อธิบายว่า คณิตศาสตร์ หมายถึง กลุ่มของวิชาต่างๆ ได้แก่ เลขคณิต เรขาคณิต พีชคณิต แคลคูลัส ฯลฯ ซึ่งเกี่ยวกับปริมาณ (quantities) ขนาด (sizes) รูปร่าง (forms) และความสัมพันธ์ (relation) โดยการใช้จำนวน (number) และสัญลักษณ์ (symbols) เป็นเครื่องช่วย

ดังนั้น ความหมายของคณิตศาสตร์จึงพอสรุปได้ว่า เป็นกลุ่มของวิชาต่าง ๆ ที่ว่าด้วยการคิดคำนวณโดยอาศัยตัวเลขและสัญลักษณ์เป็นเครื่องมือ

2) ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่ง ซึ่งไม่ได้หมายความเพียงตัวเลขสัญลักษณ์เท่านั้น แต่มีลักษณะที่สำคัญพอสรุปได้ดังนี้ (บุญทัน, 2529)

(1) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิด เป็นเครื่องมือพิสูจน์ว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่อย่างมีเหตุผล ด้วยเหตุนี้เราจึงนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและอุตสาหกรรม และยังช่วยให้คนมีเหตุผล ใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานความเจริญในด้านต่าง ๆ

(2) คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้อง ใช้ตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด ซึ่งสื่อความหมายให้เข้าใจได้ตรงกัน

(3) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง คณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยเรื่องที่ง่ายๆ ซึ่งเป็นพื้นฐานนำไปสู่เรื่องอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง

(4) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผนการคิด ในทางคณิตศาสตร์นั้นต้องคิดในแบบแผน มีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นได้

(5) คณิตศาสตร์เป็นศิลปอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดสร้างสรรค์ จินตนาการ ความริเริ่มในการแสดงสิ่งใหม่ ๆ โครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งที่นับว่าจะมีบทบาทสำคัญมากยิ่งขึ้น เพราะคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการแก้ปัญหาในการเรียนรู้วิชาต่าง ๆ โดยเฉพาะวิชาวิทยาศาสตร์และเป็นเครื่องมือในการดำเนินชีวิตประจำวัน กล่าวได้ว่า คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือนำไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์เทคนิค เศรษฐกิจและสังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท ซึ่งความเจริญทางวิทยาการต่าง ๆ ทุกแขนงต้องอาศัยหลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น นอกจากนี้คณิตศาสตร์เป็นปัจจัยที่สำคัญที่สุดในการพัฒนาคุณภาพมนุษย์ คณิต-ศาสตร์ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้สามารถคิดได้อย่างมีระบบ มีเหตุผล และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ จึงเห็นได้ว่าการจัดการศึกษาทั้งในอดีตและปัจจุบันจะมีการบรรจุวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรตลอดมา และได้มีการพยายามที่จะปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยการทดลองหรือใช้นวัตกรรมใหม่ ๆ เข้ามามีบทบาทในการเรียนคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ทั้งนี้โดยหวังให้วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาความคิด สติปัญญา ให้มีทักษะในการคิดคำนวณ และการแก้ปัญหาของนักเรียนเพื่อให้สอดคล้องกับแผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ที่มุ่งเน้นพัฒนาเทคโนโลยีและวิทยาการต่าง ๆ ดังนั้นวิชาคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญมากวิชาหนึ่ง เพราะชีวิตประจำวันของมนุษย์เรานี้ต้องอาศัยความคิดในการแก้ปัญหาต่างๆ อยู่เสมอ และวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ส่งเสริมการคิดอย่างมีเหตุผล นอกจากนี้ยังเป็นเครื่องมือช่วยในการพัฒนาความรู้และความคิดสร้างสรรค์ของบุคคล ฉะนั้นการวางรากฐานทาง

คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา จึงนับว่ามีความสำคัญมากที่จะช่วยให้เด็กสามารถดำรงชีวิตได้อย่างมีประสิทธิภาพในสังคมปัจจุบัน และเป็นกำลังในการพัฒนาประเทศต่อไป (ไสภาพรรณ, 2527)

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาจึงควรให้นักเรียนเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจ รักที่จะเรียนคณิตศาสตร์ และยอมรับว่าความรู้ที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์นั้นมีประโยชน์คุ้มค่ากับการอดทนในการเรียนรู้ ซึ่งพอสรุปให้เห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ (วรรณี, 2526)

1. คณิตศาสตร์มีประโยชน์ในชีวิตประจำวัน กิจกรรมต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน เช่น การซื้อขาย การดูเวลา การนับจำนวน ล้วนต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

2. คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจโลก คณิตศาสตร์ช่วยให้เข้าใจและรู้จักปรากฏการณ์ต่างๆ เช่น ทิศทางลม ฤดูกาล แรงดึงดูดของโลก โดยการอธิบายและคำนวณทางคณิตศาสตร์

3. คณิตศาสตร์ช่วยสร้างทัศนคติที่ถูกต้องทางการศึกษา คณิตศาสตร์ช่วยให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผลด้วยตนเอง รู้จักแก้ไขให้ถูกต้องเมื่อพบสิ่งที่ผิด และรู้จักนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์

4. คณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการเรียนวิทยาศาสตร์ เนื่องจากการเรียนวิทยาศาสตร์ต้องมีความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง เพราะต้องอาศัยความสามารถในการสังเกตอย่างถี่ถ้วน การวัดที่ระมัดระวังและคิดเลขที่ถูกต้อง

5. คณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรม คณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรมส่วนหนึ่งที่คนรุ่นก่อนคิดสร้างสรรค์และถ่ายทอดมาสู่คนรุ่นหลัง การศึกษาคณิตศาสตร์จึงเป็นการศึกษาวัฒนธรรม อารยธรรม และความก้าวหน้าของมนุษย์

นอกจากนี้ได้มีผู้ที่กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์หลายท่านดังนี้

มาลินี (2527) กล่าวไว้ว่า คณิตศาสตร์มีความสำคัญในการดำรงชีวิตของเราในสังคมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิชาที่มีความจำเป็นต้องใช้ในการประกอบอาชีพต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ฝึกให้รู้จักคิดพิจารณา รู้จักใช้เหตุผลต่าง ๆ แก้ปัญหาที่ยุ่งยากได้อย่างมีระเบียบแบบแผน

พานทิพย์ (2530) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาไว้ว่า ในระดับประถมศึกษาวิชาคณิตศาสตร์นับว่ามีความสำคัญอย่างยิ่ง สำหรับผู้เรียนที่จะนำความรู้ไปใช้ในการดำรงชีวิตประจำวัน นอกจากนั้นยังช่วยพัฒนาบุคคลให้เป็นคนคิดอย่างมีเหตุผล ช่างสังเกต มีระเบียบในการทำงาน มีความสามารถและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหา

ซึ่งเป็นแนวทางที่จะก่อให้เกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และเป็นพื้นฐานในการเรียนคณิตศาสตร์ระดับสูงต่อไป

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น สามารถสรุปความสำคัญของคณิตศาสตร์ได้ 3 ประการ คือ

1. ความสำคัญในแง่ของการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

2. ความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแง่ที่เป็นเครื่องปลูกฝัง และอบรมให้ผู้เรียนมีคุณสมบัติ นิสัย ทัศนคติ และความสามารถทางสมองบางประการ เช่น ความเป็นคนช่างสังเกต การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและการแสดงความคิดเห็นออกมาเป็นระเบียบง่าย สั้น และชัดเจน ตลอดจนความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา

3. ความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแง่วัฒนธรรม คณิตศาสตร์เป็นมรดกทางวัฒนธรรม ดังนั้น ในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ควรจะเป็นการศึกษาเพื่อชื่นชมในผลงานของคณิตศาสตร์ที่มีต่อวัฒนธรรม อารยธรรมและความก้าวหน้าของมนุษย์ และยังเป็นการศึกษาคณิตศาสตร์เพื่อคณิต-ศาสตร์เองได้อีกแง่หนึ่งด้วย

จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญ และจำเป็นในการดำเนินชีวิตของคนเรา การที่รัฐได้จัดให้มีการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตั้งแต่ระดับประถมศึกษานับได้ว่าเป็นการวางรากฐานที่สำคัญในอันที่จะพัฒนาคุณภาพของมนุษย์ให้เป็นพลเมืองดี มีคุณธรรม มีความรู้ ความสามารถ และสามารถใช้ความรู้ที่ศึกษามาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาตัดสินใจในการดำรงชีวิตประจำวัน เพื่อพัฒนาคนและสังคมให้มีความเป็นอยู่ที่ดีขึ้น

2.1.2 จุดประสงค์ทั่วไปของการสอนคณิตศาสตร์ประถมศึกษา

สำหรับหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533 ได้กำหนดจุดประสงค์ทั่วไปของการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2533)

เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ จึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1) มีความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ

2) รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจนและรัดกุม

3) รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีทัศนคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

4) สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

จะเห็นได้ว่าการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาโดยทั่วไปมีความมุ่งหมาย เพื่อให้นักเรียนมีมโนทัศน์ (concept) ทางคณิตศาสตร์ มีทักษะ (skill) ในการคิดคำนวณ ให้มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สามารถแก้ปัญหาได้และให้มีทัศนคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ทั้งนี้เพื่อให้เด็กสามารถนำสิ่งเหล่านี้ไปแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

2.1.3 ลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533)

คณิตศาสตร์ในปัจจุบันเน้นความสำคัญของโครงสร้างและวิธีทางคณิตศาสตร์ มากกว่าการคิด โดยไม่รู้ความหมายหรือเหตุผล คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) สอนให้ผู้เรียนเข้าใจและรู้ความเป็นมาของคณิตศาสตร์เน้นการคิดอย่างมีเหตุผล การฝึกให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจตลอดจนรู้ความหมายของเรื่องที่เรียน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียน

ลักษณะของคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) มีลักษณะแตกต่างจากเดิม พอที่จะสรุปสาระสำคัญได้ดังนี้

1) ด้านโครงสร้าง หลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) มีโครงสร้างที่เป็นพื้นฐานทางจำนวน พื้นฐานทางพื้นคณิต พื้นฐานทางการวัด พื้นฐานทางเรขาคณิตและพื้นฐานทางสถิติ การจัดเนื้อหาจะคำนึงถึงความเหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียนเป็นหลักใหญ่อันเป็นผลมาจากแนวความคิดของพีอาเจท์ (Piaget) และไม่ได้สอนเฉพาะข้อเท็จจริงเพียงอย่างเดียว แต่พยายามให้ผู้เรียนเข้าใจเกี่ยวกับวิธีการและโครงสร้างด้วย ทั้งนี้ได้จัดเนื้อหาเป็นแบบผสมผสานเข้าด้วยกัน โดยไม่แยกส่วนเป็นรายวิชาเหมือนก่อน ความรู้ที่เคยเรียนมาแล้วสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ซึ่งการจัดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ยึดหลักสำคัญ 4 ประการ ได้แก่

1.1 จัดเนื้อหาให้มีความสัมพันธ์กัน

1.2 คำนึงถึงความเหมาะสมกับการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

1.3 จัดเนื้อหาให้เหมาะสมกับวุฒิภาวะของผู้เรียน

1.4 เน้นกระบวนการพัฒนาสติปัญญาและกระบวนการแก้ปัญหา

2) ด้านจุดประสงค์ หลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) เน้นให้ผู้เรียนใช้เหตุผลในการแก้ปัญหาโดยการทดลองและการคิดคำนวณได้ด้วยวิธีการง่าย ๆ สั้น ๆ ด้วยตนเอง

3) ด้านการเรียนการสอน หลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ถือว่าครูและวิธีสอนของครู นับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญยิ่งในการพัฒนาหลักสูตร กระบวนการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้นักเรียนเรียนโดยวิธีการค้นพบด้วยตนเอง (discovery method) ส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสได้เรียนตามวิธีการวิทยาศาสตร์ (scientific method) เน้นการใช้อุปกรณ์และกิจกรรมในการเรียนรู้จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ให้ผู้เรียนมีสมรรถภาพพื้นฐานด้านความรู้ความเข้าใจในมโนทัศน์ ทักษะการคิดคำนวณและการนำไปใช้

4) ด้านการวัดผล หลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ได้กำหนดแนวในการวัดผลไว้ใหม่ คือกำหนดให้วัดผลตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม ซึ่งจะต้องทำการวัดอย่างน้อย 3 ระยะคือ วัดผลก่อนเริ่มเรียน วัดผลระหว่างเรียน และวัดผลสัมฤทธิ์หรือวัดผลหลังเรียน

สรุปได้ว่าลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) มีกระบวนการสอนที่ให้นักเรียนค้นคว้า ทดลอง ปฏิบัติจริง เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจในหลักการ กฎเกณฑ์หรือมโนทัศน์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ครูเป็นผู้แนะแนวทางหลาย ๆ วิธีให้ผู้เรียนเลือกและตัดสินใจ สรุปสิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง หลังจากนั้นจึงให้นักเรียนฝึกทักษะเพื่อหาความชำนาญในการคิดคำนวณต่อไป

2.1.4 วิธีสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

คณิตศาสตร์ที่จะสอนกับเด็กในระดับประถมศึกษานั้น จะต้องถือว่าเป็นการสอนที่ถูกต้องและเป็นพื้นฐานที่จะนำไปใช้ในการเรียนระดับสูงต่อไปได้ และเป็นการสร้างแรงจูงใจในการเรียนของเด็ก เพราะถ้าเด็กได้รับความเข้าใจและมีพื้นฐานดี การคิดคำนวณถูกต้องเสมอย่อมทำให้เด็กเกิดความสนใจ ไม่เบื่อหน่ายต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากจะเกิดผลต่าง ๆ ดังกล่าวแล้ว เด็กยังสามารถนำเอาไปใช้กับงานต่าง ๆ ของตนได้

หลักการสอนคณิตศาสตร์เบื้องต้นตามแนวปัจจุบัน สรุปได้ดังนี้คือ

1. เริ่มสอนจากปัญหาที่เกิดขึ้นจริง ๆ ในชีวิตประจำวัน
2. ให้เด็กอภิปรายทำความเข้าใจในโจทย์ปัญหา

3. ใช้วิธีสอนด้วยวิธีอุปมานและวิธีต่าง ๆ ให้เด็กมีประสบการณ์จากการค้นคว้าด้วยตนเอง

4. ครูแนะนำให้ใช้วิธีที่ดีที่สุดเพียงวิธีเดียว

5. ส่งเสริมให้เด็กตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง

6. ให้ทำแบบฝึกหัดหลังจากที่เข้าใจบทเรียนแล้ว และไม่จำเป็นต้องฝึกทักษะทุกบทเรียน

7. ส่งเสริมให้เด็กรู้จักทำงานตามลำพัง

8. ครูสรุปหลักเกณฑ์แล้วให้เด็กนำความรู้ไปใช้โดยวิธีอุปมาน

ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา มุ่งให้นักเรียนมีความสามารถขั้นพื้นฐานใน 3 ด้านคือ ความสามารถหรือทักษะในการคิดคำนวณ ความเข้าใจในหลักการหรือมโนทัศน์ และความสามารถในการแก้ปัญหาหรือการนำไปใช้ ความสามารถทั้ง 3 ด้านนี้มีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน กล่าวคือ นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในหลักการหรือมโนทัศน์หนึ่ง ๆ เสียก่อน แล้วฝึกฝนให้เกิดทักษะ จนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์อื่น ๆ ได้

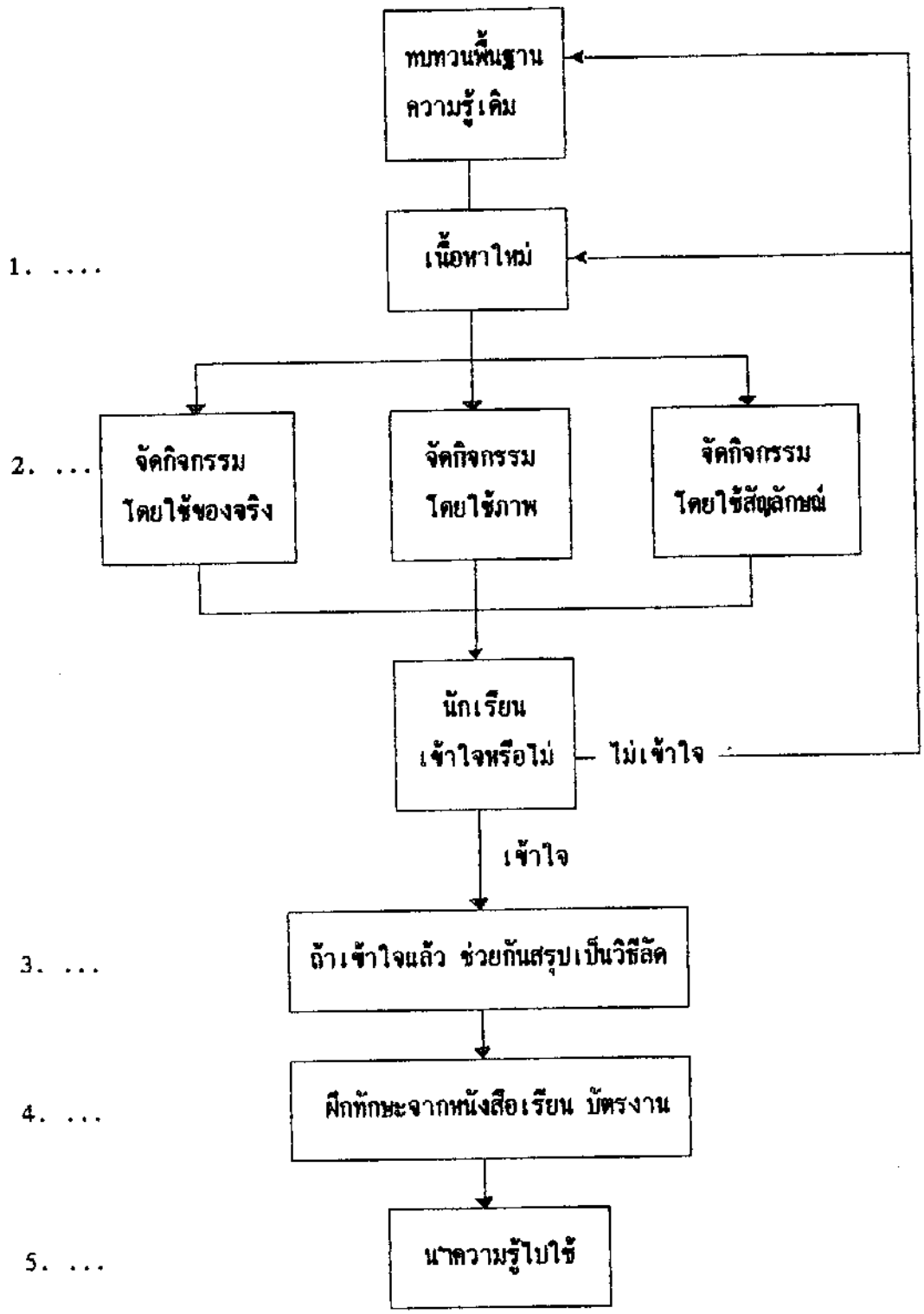
ปัจจุบันสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นผู้รับผิดชอบทั้งในด้านเนื้อหาและวิธีการเรียนการสอน วิธีสอนและกิจกรรมที่อยู่ในคู่มือครูคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ แบ่งออกได้ 3 ตอน คือ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2525)

1. ทบทวนความรู้เดิม

2. สอนความรู้ใหม่ โดยใช้ของจริง ภาพ สัญลักษณ์

3. ฝึกทักษะหรือทำแบบฝึกหัด

ซึ่งสามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



แผนภาพที่ 1 แสดงลำดับขั้นการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวการสอนของ สสวท.

จากแผนภาพ อาจอธิบายเป็นลำดับขั้นการสอนได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมที่เป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาใหม่ กล่าวหรืออ้างอิงถึงสิ่งที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้ว และเกี่ยวกับบทเรียนใหม่ที่กำลังจะสอนมีลักษณะเป็นแบบบันไดเวียน (spiral approach) คือจะต้องทบทวนความรู้เดิมก่อน

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นจัดกิจกรรมในขั้นการเรียนเพื่อนำสู่บทเรียน

ขั้นของจริง เป็นขั้นที่พยายามนำรูปธรรมมาใช้เพื่อให้นักเรียนสามารถสรุปไปสู่นามธรรม

ขั้นรูปภาพ ครูเปลี่ยนเครื่องช่วยคิดจากของจริงมาเป็นภาพ

ขั้นสัญลักษณ์ หลังจากนักเรียนเรียนรู้จากขั้นใช้ของจริง หรือรูปภาพประกอบการสอนแล้ว ครูอธิบายการใช้ประโยคสัญลักษณ์

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปให้เป็นวิธีลัด ครูสร้างแบบ (patterns) ให้นักเรียนสังเกต แล้วให้นักเรียนช่วยกันสรุปเป็นวิธีลัด

ขั้นที่ 4 ขั้นฝึกทักษะ เมื่อนักเรียนเข้าใจวิธีลัดแล้ว ให้นักเรียนฝึกทักษะโดยทำแบบฝึกหัดจากหนังสือเรียน หรือบัตรงาน

ขั้นที่ 5 ขั้นนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน และในวิชาที่เกี่ยวข้อง นักเรียนจะต้องมีทักษะในการคิดคำนวณ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ในการดำรงชีวิตในสังคมได้

ลำดับขั้นตอนการสอนคณิตศาสตร์ดังกล่าวนี้ เป็นการจัดกิจกรรมให้เด็กได้รับประสบการณ์ตรงจากรูปธรรมไปหานามธรรม จากง่ายไปหายาก ฝึกฝนจนเกิดความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.1.5 เนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนระดับประถมศึกษา

สำหรับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนที่เรียนในระดับประถมศึกษานั้น หลักสูตรประถมศึกษาฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533 ได้จัดยืดหยุ่นตามพัฒนาการของเด็ก โดยแบ่งเป็น 3 ช่วง ช่วงละ 2 ปี คือ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-2 ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3-4 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 5-6 ซึ่งมีเนื้อหาที่จะเรียนในแต่ละช่วงดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2533)

2.1.6 ความหมายและขอบข่ายเนื้อหาของเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

สุชาติ และ พิทักษ์ (2505) ได้ให้ความหมายของเศษส่วนได้ 4 อย่างคือ

ก. ส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กันจากสิ่ง ๆ หนึ่ง

ข. ส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กันจากแต่ละสิ่งที่อยู่รวมกันเป็นหมู่

ค. การหาร

ง. อัตราส่วน

บุญมา (2524) กล่าวถึงความหมายของเศษส่วนว่า เศษส่วนมีความหมายเป็นการระบุ "จำนวน" ของเศษส่วนย่อยในส่วน "ทั้งหมด"

ชุนประสงค์จรรยา (อ้างถึงใน สุนีย์, 2529) ให้ข้อสังเกตเดียวกับเศษส่วนได้ดังนี้

ก. ถ้าคำนึงถึงตัวส่วนเป็นสำคัญ เศษส่วนแบ่งได้เป็น 2 ชนิดคือ

1. เศษส่วนสามัญ (Vulgar Fractions) ได้แก่เศษส่วนที่มีส่วนไม่เป็น 10 หรือไม่เป็นกำลังของ 10 เช่น 1/2, 2/5, 6/7

2. เศษสิบ (Decimal Fractions) ได้แก่เศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็น 10 หรือเป็นกำลังของ 10 เช่น 1/10, 1/100, 57/1000

Downes and Paling (อ้างถึงในสุนีย์, 2529) กล่าวถึง ความหมายของเศษส่วนไว้ว่าเศษส่วนมาจากคำว่า FRANGERE ซึ่งเป็นคำละติน แปลว่า แตกออก หมายถึง การนำเอาของชิ้นหนึ่งหรือจำนวนหนึ่งมาแยกออกเป็นส่วนย่อยที่เท่ากัน ส่วนย่อยที่เท่ากันนี้เป็นเศษส่วนของทั้งหมด

Lay (อ้างถึงใน ไพศาล, 2522) ได้ให้ความหมายเศษส่วนไว้ว่า จำนวนที่เขียนไว้ในรูปของ ซึ่งทั้ง a และ b เป็นตัวเลขแทนจำนวนเต็มและ b ต้องไม่เท่ากับ o เรียก a ว่าตัวเศษ (numerator) และ b ว่าตัวส่วน (denominator)

Fehr and Philips (อ้างถึงใน สุนีย์, 2529) กล่าวว่า เศษส่วนหมายถึง จำนวน 2 จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปของ $\frac{x}{y}$, $y = 0$ ซึ่งสามารถสื่อความหมายได้ 3 ประการคือ

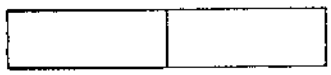
1. อัตราส่วน

2. การหาร

3. ส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กัน จากหนึ่งหน่วยหรือหนึ่งกลุ่ม

Spitzer (อ้างถึงใน สุนีย์, 2529) กล่าวว่า เศษส่วนหมายถึงจำนวนที่เป็นส่วนหนึ่งของหนึ่งหน่วย หรือหนึ่งกลุ่มที่ถูกแบ่งออกเท่า ๆ กัน โดยมีเส้นแบ่งส่วน (fraction bar) เป็นเส้นกั้นระหว่างเศษและส่วน

$$\frac{\text{ตัวเศษ (numerator)}}{\text{ตัวส่วน (denominator)}} = \frac{\text{จำนวนส่วนที่ต้องการ}}{\text{จำนวนส่วนที่ถูกแบ่งออกทั้งหมด}}$$



1/2 1/2 1/2 1/2

จำนวนที่เป็นส่วนหนึ่งของหนึ่งหน่วย จำนวนที่เป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มที่แบ่งออกเท่า ๆ กัน

สรุปได้ว่าเศษส่วนคือ สัญลักษณ์ที่แสดงจำนวนที่ถูกแบ่งออกส่วนละเท่า ๆ กันอาจแบ่งจากของจำนวนหนึ่งหน่วยหรือหนึ่งกลุ่ม เขียนอยู่ในรูปของตัวเศษอยู่บนและตัวส่วนอยู่ล่างโดยมีเส้นคั่นตรงกลาง ทั้งตัวเศษและตัวส่วนมีความสัมพันธ์กันจะแยกจากกันโดด ๆ ไม่ได้

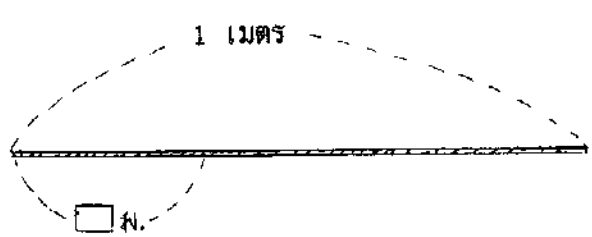
การพัฒนามโนมติเศษส่วนในระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนจะต้องพยายามจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ชี้ให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการนำเอาความรู้เรื่องเศษส่วนไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การพัฒนามโนมติเศษส่วนในระดับนี้เป็นเรื่องที่ค่อนข้างยากที่จะให้นักเรียนในระดับประถมศึกษาเข้าใจมโนมติ โดยการที่ครูบอกนิยามของมโนมติดังกล่าวเลย ดังนั้นการพัฒนามโนมติจะต้องอาศัยกิจกรรมหลายอย่างและหลายประเภท เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมโนมติอย่างมีเหตุผลตามลำดับขั้น ดังนี้

1) การสอนความหมายของเศษส่วน

ความหมายของเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษานั้น จะสอนอยู่ด้วยกัน 2 ความหมาย โดยเน้นความหมายที่สัมพันธ์กับการใช้ในชีวิตประจำวันให้มากที่สุด ดังนี้

1.1 เศษส่วน หมายถึง ปริมาณของสิ่งที่กล่าวถึงเมื่อเทียบกับปริมาณทั้งหมด

<u>ตัวอย่าง</u> เทป 1 เมตร ถ้าแบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน แต่ละส่วนจะยาวกี่เมตร



เนื่องจากเทป 1 เมตร แบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน ฉะนั้นปริมาณที่เราต้องการหาจะมีขนาด 1 ใน 3 ของ 1 เมตร ซึ่งเขียนแทนด้วย " 1/3" นั่นคือแต่ละส่วนจะยาว 1/3 เมตร

ความหมายของเศษส่วนในแง่นี้ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่เรากล่าวถึงเปรียบเทียบกับปริมาณทั้งหมด โดยที่ "ส่วน" คือ ตัวกำหนดว่าปริมาณทั้งหมดแบ่งออกเป็นกี่ส่วนเท่า ๆ กัน "เศษ" เป็นตัวกำหนดปริมาณที่กล่าวถึงว่ามีกี่ส่วน เช่น

1/5 หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 1 ส่วน จากปริมาณทั้งหมด ซึ่งมี 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

ถ้าของทั้งหมดยาวเท่ากับ 1 เมตร

1 ม.

1/3 ม. หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน

1/4 ม. หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน

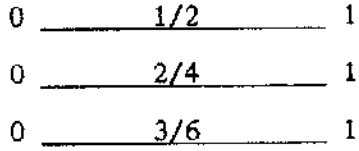
1/5 ม. หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

จะพบว่า $1 > 1/2 > 1/3 > 1/4 > 1/5$

2/5 หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 2 ส่วน จากปริมาณทั้งหมดมี 5 ส่วนเท่า ๆ กัน หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า

2/5 หมายถึง มีปริมาณ 2/5 อยู่ 2 ส่วน

ซึ่งจากเศษส่วนในความหมายที่ 1 นี้ เราจะได้ลักษณะเฉพาะของเศษส่วนซึ่งจำเป็นที่นักเรียนในระดับประถมศึกษาจะต้องทำความเข้าใจให้ชัดเจน ลักษณะดังกล่าว คือ มีเศษส่วนหลายจำนวนที่แทนปริมาณเดียวกันหรือปริมาณที่เท่ากัน ดังรูป



จากรูปจะพบว่าเศษส่วน 1/2, 2/4, 3/6 ต่างแทนความยาวที่เท่ากัน หรือปริมาณอันเดียวกัน ซึ่งคุณสมบัตินี้ก็คือ $a/b = a.m/b.m$ นั่นเอง

1.2 เศษส่วน หมายถึง ผลหารระหว่างจำนวนสองจำนวน กล่าวคือ

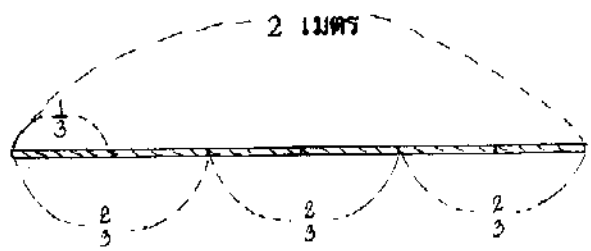
2/3 หมายถึง 2÷3 หรือ 2÷3 = 2/3

<u>ตัวอย่าง</u> มีเชือกยาว 2 เมตร ต้องการแบ่งให้น้อง 3 คน คนละเท่า ๆ กัน จะได้คนละกี่เมตร

เราสามารถเขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

2÷3 = □

ดังรูป



จะพบว่าแต่ละคนจะได้เชือกยาวคนละ 2 ใน 3 ของ 1 เมตร หรือเท่ากับ 2/3 เมตร แสดงว่า 2÷3 = 2/3

ความหมายของเศษส่วนในความหมายที่ 2 นี้ จะสอนหลังจากที่สอนความหมายที่ 1 แล้ว ดังเช่นในหลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษาของญี่ปุ่น กำหนดให้สอนความหมายที่ 1 ในชั้น ป. 3 แต่สอนความหมายที่ 2 ในชั้น ป. 5

2) การบวกและการลบเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

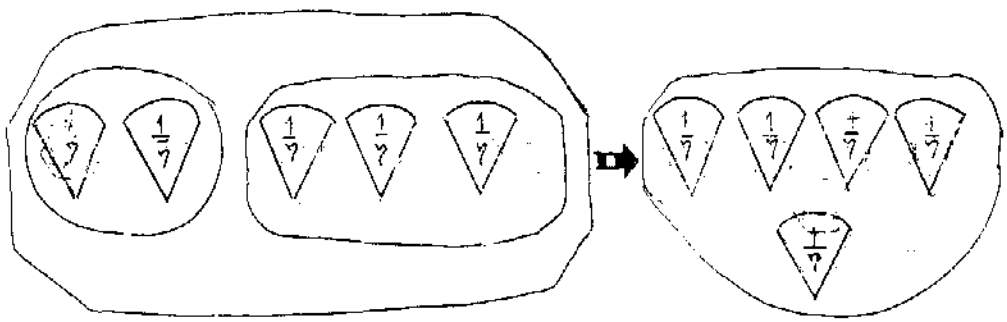
การบวกจำนวนเศษส่วนสองจำนวนก็คือ การรวมสมาชิกของกลุ่มที่ไม่มีสมาชิกซ้ำกันเลย จำนวนที่แทนที่จำนวนสมาชิกของกลุ่มที่เกิดจากการรวมกันนี้ คือ ผลบวกของจำนวนเศษส่วนสองจำนวน ซึ่งการบวกลักษณะนี้คือนิยามการบวกของ Whole number นั่นเอง

2.1 สำหรับการบวกและลบจำนวนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาแล้ว การทำส่วนของเศษส่วนที่แทนจำนวนเศษส่วนให้เท่ากันแล้ว จะสามารถหาผลบวกได้ง่ายขึ้นและสามารถใช้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรมหรือกึ่งรูปธรรม แสดงผลบวกหรือลบดังกล่าวให้นักเรียนเห็นได้ชัดเจนด้วย เพราะการบวกและลบลักษณะนี้จะสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับการบวกและลบ Whole number ดังตัวอย่างต่อไปนี้

<u>ตัวอย่าง</u> $2/7 + 3/7 = \square$

$2/7$ หมายถึง มีของขนาด $1/7$ อยู่ 2 ชิ้น ┐ รวมกันแล้วมีของขนาด $1/7$
$3/7$ หมายถึง มีของขนาด $1/7$ อยู่ 3 ชิ้น ┘ อยู่ 2+3 ชิ้น

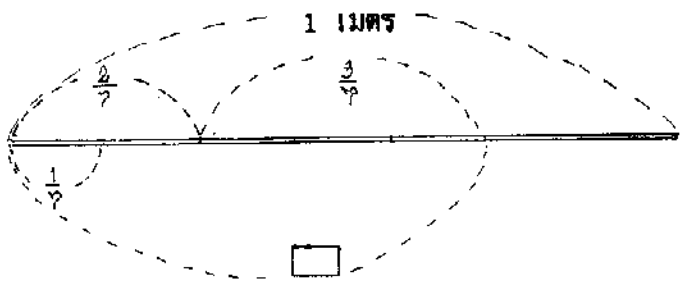
ดังแผนภาพ



$2/7 + 3/7 = 5/7$

นั่นคือ $2/7 + 3/7 = 2+3/7 = 5/7$

หรือแสดงโดยใช้สื่อการสอนเกี่ยวกับระยะทางได้ดังนี้



จากแผนภาพ

$2/7$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $1/7$ เมตร อยู่ 2 ส่วน ┐ รวมระยะทางทั้งสองจะเท่ากับ
$3/7$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $1/7$ เมตร อยู่ 3 ส่วน ┘ มีระยะทางขนาด $1/7$ อยู่ 2+3 ส่วน

นั่นคือ $2/7 + 3/7 = 2+3/7 = 5/7$

การหาวิธีการที่จะทำให้การบวกและลบเศษส่วน กรณีที่ส่วนไม่เท่ากัน ให้ได้ผลลัพธ์ที่เร็วและถูกต้อง จะพัฒนามาจากคุณสมบัติของจำนวนตักยะที่ว่า a/b = a.m/b.m กล่าวคือจำนวนตักนะที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากัน จะหาผลบวกได้ง่ายและสามารถใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริงได้ ซึ่งจำเป็นมากในระดับประถมศึกษา และในกรณีการบวกและลบจำนวนตักยะสองจำนวนใดที่แทนด้วยเศษส่วนที่ส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน จึงต้องทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองดังกล่าวให้เท่ากัน การทำส่วนของเศษส่วนให้ให้เท่ากันได้ โดยใช้คุณสมบัติที่ว่า a/b = a.m /b.m และตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองนั้นมีวิธีหาได้ง่ายและมีจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดได้ โดนการประยุกต์เอา ค.ร.น. มาใช้ กล่าวคือ ส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองคือ ค.ร.น. ของส่วนของเศษส่วนทั้งสองนั้นเอง สุลัดดา (อ้างถึงใน สาเริง, 2537)

<u>ตัวอย่าง</u>

จงหาผลบวกของ 3/5 + 1/2 = □

1. หาตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสอง ซึ่งเท่ากับ ค.ร.น.ของ (5,2) = 10
2. ทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองให้เท่ากับ 10 โดยใช้คุณสมบัติ a/b =a.m/b.m

$$3/5 = 3/5 = \frac{\square}{10}$$

$$1/2 = 1/2 = \frac{\square}{10}$$

เนื่องจาก 5.2 = 10 และ 2x5 = 10

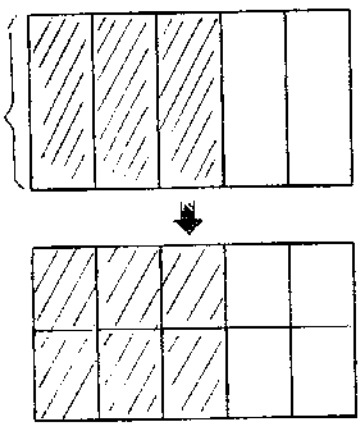
จะได้ว่า 3/5 = 3/5 . 5/2 = 6/10

1/2 = 1/2 . 5/5 = 5/10

ดังนั้น 3/5 + 1/2 = 6/10 + 5/10 = 6+5/10 = 11/10

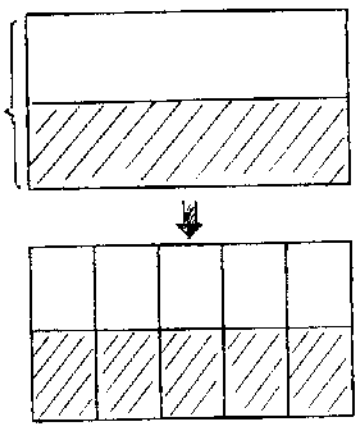
สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้

$\frac{3}{5}$



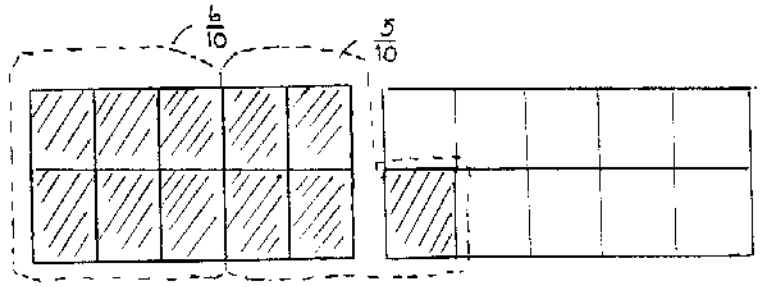
$\frac{3}{5}$ หรือ $\frac{6}{10}$

$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}$ หรือ $\frac{5}{10}$

จะได้

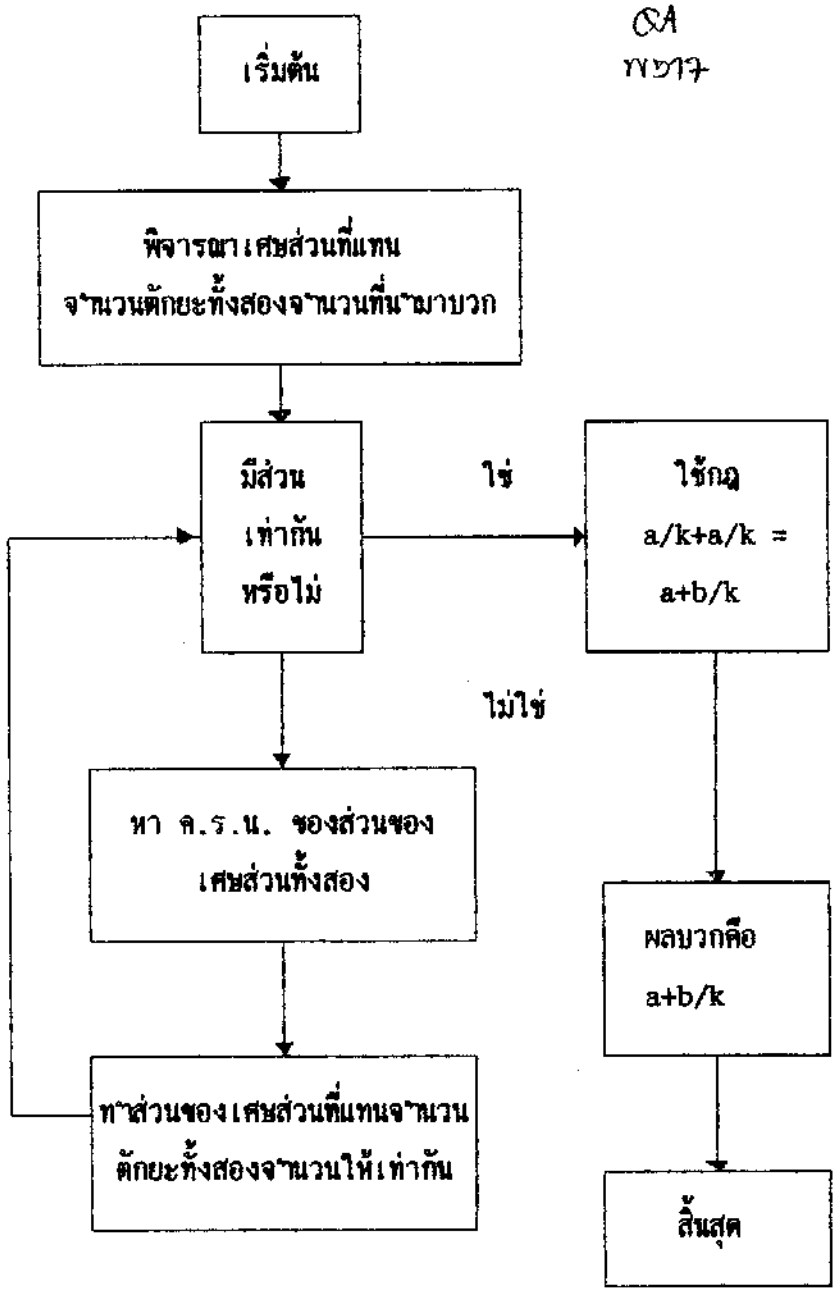


$\frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$ หรือ $1\frac{1}{10}$

ท. 65958

ซึ่งกรรมวิธีการบวกจำนวนตักยะดังกล่าวสามารถเขียนเป็นแผนภูมิต่อเนื่องได้ดังนี้

วพ
QA
พ๒๑๗



ถ้ามองกรรมวิธีการบวกจำนวนย้อนกลับเราจะได้ข้อสรุปที่น่าสนใจดังนี้

สมมติให้ผลบวกของจำนวนตักยะสองจำนวนใด ๆ แทนด้วยเศษส่วน "73/15" เราจะพบว่า

$73/15 = \frac{60+13}{15}$ (การบวกจำนวนเต็ม 73 = 60+13)

$= 60/15 + 13/15$ (จากกฎ $a/k + b/k = a+b/k$)

$= 4 + 13/15$ = (60–15 = 4 และ 60/15 หมายถึง 60–15)

$= 4\ 13/15$ (นิยามของจำนวนคละ)

เราจะพบว่า จำนวนคละสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่มีเศษส่วนมากกว่าส่วน ซึ่งเศษส่วนที่มีเศษมากกว่าส่วนนี้เราเรียกว่า "เศษเกิน" (Improper Fraction) และเศษส่วนที่มีเศษน้อยกว่าส่วนเราเรียกว่า "เศษส่วนแท้" (Proper Fraction)

3) การคูณและการหารเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษา

นิยามการคูณและการหารเศษส่วนนั้น เน้นกระบวนการให้ได้มาซึ่งผลคูณและผลหารระหว่างเศษส่วนสองจำนวนใด ๆ แต่สำหรับหลักสูตรประถมศึกษา ซึ่งมีวัตถุประสงค์ในการเรียนการสอนเพื่อเป็นเครื่องมือนำเอาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การตีความหมายให้เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องย้ำให้เด็กประถมศึกษาเข้าใจเพิ่มเข้าไปอีกด้วย ดังนี้ (สุลัดดา, 2529)

3.1 การคูณเศษส่วน

3.1.1 การคูณจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน

<u>ตัวอย่าง</u>

<u>ขั้นที่ 1</u> $3 \times 1/2 = \square$

ครูประถมศึกษาจะต้องสามารถตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ $3 \times 1/2 = \square$ ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงในหลาย ๆ รูปแบบ ดังเช่น

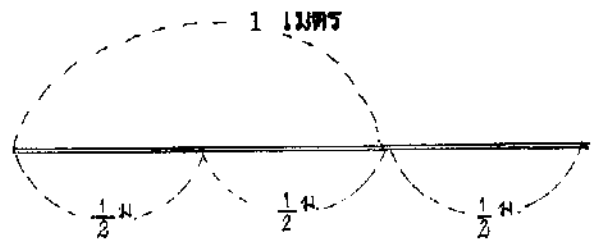
$3 \times 1/2 = \square$ หมายถึง สามเท่าของ 1/2 เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง ถ้าเอาเชือกขนาด 1/2 เมตร มาต่อกัน 3 ท่อน จะได้เชือกยาวทั้งหมดกี่เมตร

หรือ หมายถึง รถของแดงมีน้ำมันอยู่ 1/2 ลิตร แต่รถของดำมีน้ำมันเป็น 3 เท่าของรถของแดง ถามว่ารถของดำมีน้ำมันกี่ลิตร

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ครูจะต้องมีความสามารถในการเขียนแผนภาพประกอบความหมายดังกล่าว เพื่อย้ำให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้นอีกด้วย



ขั้นที่ 3

เป็นขั้นนามธรรม เพื่อนำไปสู่วิธีลัดของการหาผลคูณ จากแผนภาพจะได้ว่า

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1 + 1 + 1}{2}$$

$$= \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$$

จากนั้นครูประถมศึกษาจึงชี้ให้เด็กนักเรียนสังเกตผลคูณและวิธีการหาผลคูณว่าจะนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีลัดได้อย่างไร

3.1.2 เศษส่วนคูณด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $1/3 \times 5 = \square$

ขั้นที่ 1

ตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์กับชีวิตจริงดัง เช่น

$1/3 \times 5 = \square$ หมายถึง มีของอยู่ 5 แบ่งออกเป็น 3 ส่วน แล้วเอามาหนึ่งส่วนเป็นเท่าไร

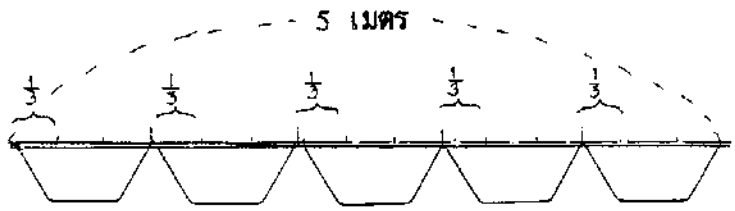
หรือ หมายถึง ตาซื้อส้ม 5 กิโลกรัม แต่แดงซื้อส้ม 1/3 ของตา ถามว่าแดงซื้อส้มกี่กิโลกรัม

หรือ หมายถึง มานีมีที่ดินอยู่ 5 ไร่ ต้องการแบ่งขายไป 1/3 ของที่มีอยู่ ถามว่าจะขายไปกี่ไร่

หรือ หมายถึง มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการให้น้องไป 1/3 ของที่มีอยู่ จะต้องตัดเทปให้น้องไปกี่เมตร

หรือ หมายถึง ถ้า 1 เมตร หนัก 60 กรัม 1/3 เมตร จะหนักกี่กรัม

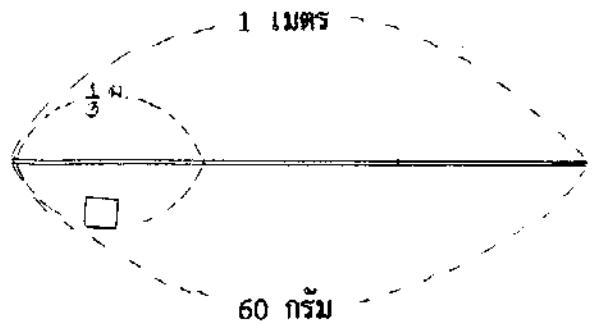
ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น



รูป ก.

$\frac{1}{3}$ ของ 5 หมายถึง มีของอยู่ 5 แบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน จะได้ $\frac{5}{3}$

หรือ



รูป ข.

แผนภาพในรูป ก. แทนปัญหา "มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการให้น้องไป 1/3 ของที่มีอยู่ จะต้องตัดเทปให้น้องไปกี่เมตร"

แต่ในแผนภาพรูป ข. แทนปัญหา "ถ้า 1 เมตร หนัก 60 กรัม แล้ว 1/3 เมตรจะหนักกี่กรัม

ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัด

$$\frac{1}{3} \times 5 = 5 \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{5 \times 1}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

3.1.3 เศษส่วนคูณด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $1/2 \times 1/3 = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายของประโยค $1/2 \times 1/3 = \square$ ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ดังเช่น

$1/2 \times 1/3 = \square$ หมายถึง ครึ่งหนึ่งของ 1/3 เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง 1 ใน 2 ของ 1/3 เป็นเท่าไร

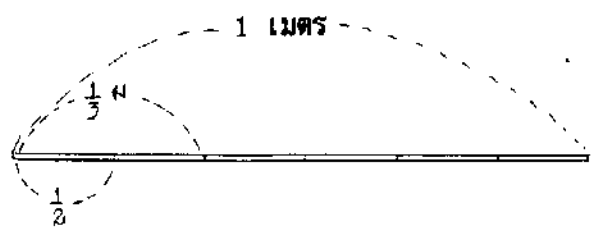
หรือ หมายถึง มีของอยู่ 1/3 แบ่งออกเป็น 2 ส่วนแล้วนำมา 1 ส่วน

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว 1/3 เมตร แบ่งให้น้องไปครึ่งหนึ่งน้องจะได้เชือกยาวกี่เมตร

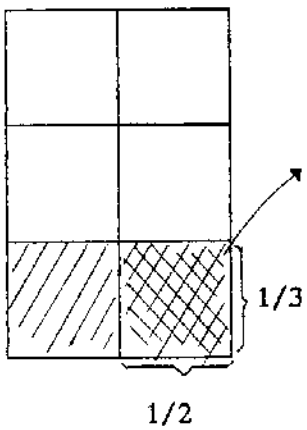
หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ 1/3 ไร่ ต้องการแบ่งเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน จะได้ส่วนละกี่ไร่

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งสามารถเขียนได้แตกต่างกันออกไป ตามสถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$



พื้นที่รเงา แทนด้วยเศษส่วน 1/2 x 1/3 = 1/6

<u>ขั้นที่ 3</u> เป็นขั้นนามธรรมนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีลัด

1/2 x 1/3 = 1/2 x 1/3

= 1/6

3.2 การหารเศษส่วน

3.2.1 จำนวนเต็มหารด้วยเศษส่วน

<u>ตัวอย่าง</u> 6 ÷ 1/2 = □

<u>ขั้นที่ 1</u> ขั้นตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

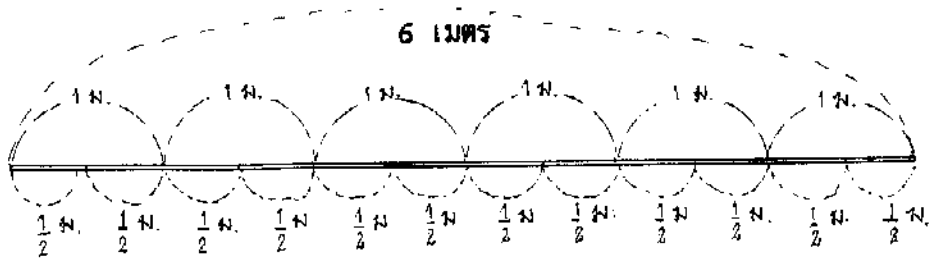
6 ÷ 1/2 = □ หมายถึง มี 1/2 อยู่กี่ครั้งใน 6

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว 6 เมตร ต้องการแบ่งออกเป็นท่อน ท่อนละ 1/2 เมตร จะได้เชือกทั้งหมดกี่ท่อน

หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ 6 ไร่ ต้องการแบ่งเป็นแปลง ๆ ละ 1/2 ไร่ จะได้ที่ดินกี่แปลง

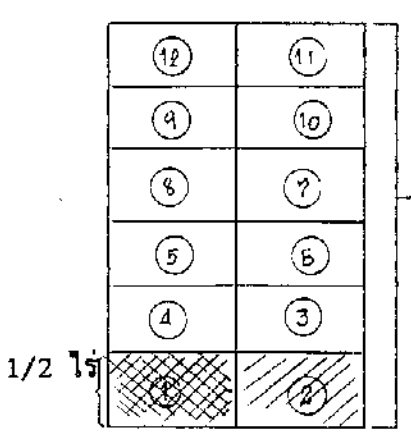
เหล่านี้เป็นต้น

<u>ขั้นที่ 2</u> เป็นขั้นเขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น



ถ้าแบ่งเชือกท่อนละ 1/2 เมตร เชือก 1 เมตร จะแบ่งได้ 2 ท่อน เชือก 6 เมตร จะแบ่งได้ 6 x 2 ท่อน

$6 \div 1/2 = 6 \times 2 = 12$ (ดูรูป ก. ประกอบ)



ถ้าแบ่งล็อคละ 1/2 ไร่ที่ดิน 1 ไร่ แบ่งได้ 2 แปลง ที่ดิน 6 ไร่ แบ่งได้ 6 x 2 = 12 แปลง

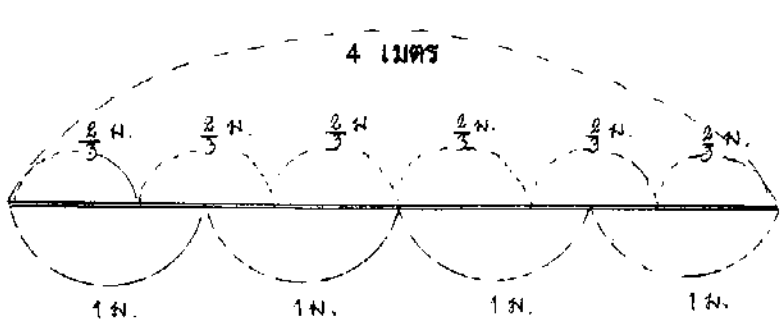
ดังนั้น $6 \div 1/2 = 6 \times 2 = 12$

(ดูรูป ข. ประกอบ)

รูป ข.

สำหรับกรณี $4 \div 2/3 =$ ☐ อาจแสดงได้โดย

$4 \div 2/3 =$ ☐ หมายถึง มีเชือกอยู่ 4 เมตร ต้องการตัดเป็นท่อน ๆ ละเท่ากัน ขนาด 2/3 เมตร จะได้กี่ท่อน



เชือกขนาด 2/3 เมตร หมายถึง มีขนาด 1/3 เมตร อยู่ 2 ท่อน
เพราะฉะนั้น วิธีการแบ่งทำได้ดังนี้ คือ

ใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ 1 เมตร อยู่ 4 ท่อน

ใน 1 เมตร จะมีขนาดท่อนละ 1/3 เมตร อยู่ 3 ท่อน

ใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ 1/3 เมตร อยู่ 4 x 3 ท่อน

เราต้องการเชือกขนาด 2/3 เมตร หรือ หมายถึง เชือกที่มีขนาด 1/3 อยู่ 2 ท่อน เรามีขนาด 1/3 เมตร อยู่ 4 x 3 ท่อน แต่ต้องการแบ่งเป็นขนาด 2/3 เมตร เพราะฉะนั้น จะได้ทั้งหมด $4 \times 3 \div 2 = 12 \div 2 = 6$ ท่อน

ดังนั้น $4 \div 2/3 = 4 \times 3 \div 2 = 4 \times 3/2 = 12/2 = 6$

<u>ขั้นที่ 3</u> ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัด จะได้ว่า

$6 \div 1/2 = 6 \times 2 = 12$

$5 \div 1/3 = 5 \times 3 = 15$

$4 \div 2/3 = 4 \times 3/2 = 12/2 = 6$

3.2.1 เศษส่วนหารด้วยจำนวนเต็ม

<u>ตัวอย่าง</u> $1/2 \div 5 = \square$

<u>ขั้นที่ 1</u> ตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์จริง ดังเช่น

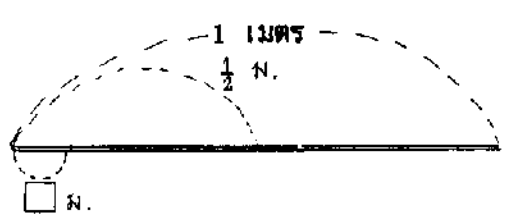
$1/2 \div 5 = \square$ หมายถึง มีของอยู่ 1/2 แบ่งออกเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กันจะได้ส่วนละเท่าไร

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว 1/2 เมตร แบ่งออกเป็น 5 ท่อน เท่า ๆ กัน แต่ละท่อนจะยาวกี่เมตร

หรือ หมายถึง มีที่ดิน 1/2 ไร่ แบ่งเป็น 5 แปลง จะได้แปลงละกี่ไร่

เหล่านี้เป็นต้น

<u>ขั้นที่ 2</u> ขั้นเขียนรูปภาพหรือแผนภาพประกอบ

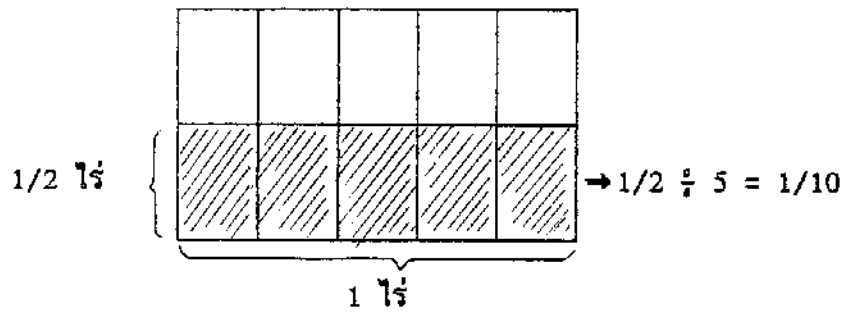


ถ้า 1/2 เมตร แบ่งออกเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กัน

1 เมตร จะแบ่งออกเป็น 2 x 5 = 10 ส่วน

แต่ละท่อนจะยาว 1/10 เมตร

นั่นคือ $1/2 \div 5 = 1/2 \times 5 = 1/10$



ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัด

$1/2 \div 5 = 1/2 \times 5 = 1/10$

$1/3 \div 2 = 1/3 \times 2 = 1/6$

$2/5 \div 3 = 2/5 \times 3 = 2/15$

3.2.3 เศษส่วนหารด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $1/2 \div 1/6 = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายไปสู่สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

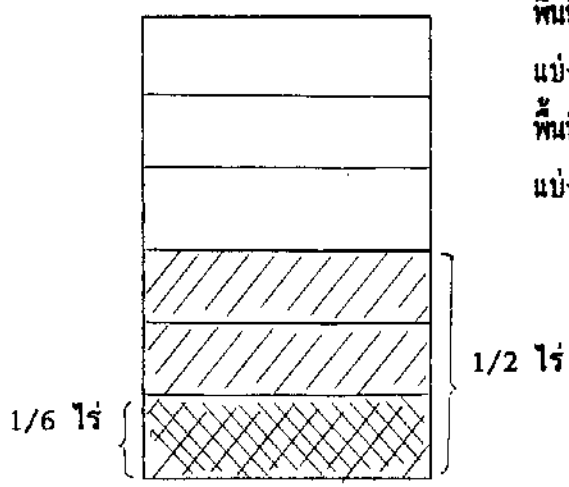
$1/2 \div 1/6 = \square$ หมายถึง มี 1/6 อยู่กี่ครั้งใน 1/2

หรือ หมายถึง มีของอยู่ 1/2 แบ่งออกเป็นขนาด 1/6 จะได้กี่ขนาด

หรือ หมายถึง มีที่ดิน 1/2 ไร่ ต้องการแบ่งเป็นแปลงๆ ละ 1/6 ไร่ จะได้กี่แปลง

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นเขียนแผนภาพประกอบปัญหาเพื่อจะได้เข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้



พื้นที่แรเงา แสดงที่ดินขนาด 1/2 ไร่ แบ่งที่ดินดังกล่าวออกเป็น แปลง ๆ ละ 1/6 ไร่ พื้นที่แรเงา คือ ที่ดิน ขนาด 1/6 ไร่ ฉะนั้นจะแบ่งได้ทั้งหมด 3 แปลง นั่นคือ 1/2 ÷ 1/6 = 3

<u>ขั้นที่ 3</u> ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัดในการคิดคำนวณ

1/2 ÷ 1/6 = 1/2 x 6/1 = 3

สรุป

ระบบจำนวนตักยะเป็นระบบ ซึ่งขยายระบบจำนวนเต็มให้มีขอบเขตและคุณสมบัติเพิ่มขึ้น และสามารถเขียนให้อยู่ในรูป a/b โดยที่ a,b เป็นจำนวนเต็ม และ b = 0 ประกอบด้วย

1. จำนวนเต็มเป็นจำนวนตักยะเพราะจำนวนเต็มทุกจำนวนสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ เช่น 3 = 3/1 = 6/2 ซึ่งจำนวนเต็มจะประกอบไปด้วยจำนวนเต็มบวกจำนวนเต็มลบและศูนย์

2. เศษส่วน เป็นจำนวนที่ไม่เต็มหน่วย เช่น 1/2, 2/5

3. ทศนิยม แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ ทศนิยมรู้จบและทศนิยมไม่รู้จบแบบซ้ำ เพราะสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ เช่น 2.5 = 5/2 หรือ 0.6 = 2/3 วัลลภา (อ้างถึงใน สาเริง, 2537)

จะเห็นได้ว่าทศนิยมก็เป็นจำนวนเศษส่วนอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งเขียนในรูปแบบที่แตกต่างไป ส่วนร้อยละเป็นการเปรียบเทียบจำนวนต่างๆ กับจำนวนร้อย หรือเรียกว่าเศษส่วนที่มีส่วนเป็นร้อย

2.1.7 การสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

หลักสูตรประถมศึกษาพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533) ได้กำหนดความคิดรวบยอดหรือหลักการที่ครูจะต้องรู้และเข้าใจเพื่อที่จะถ่ายทอดให้นักเรียนได้ถูกต้องตามเป้าหมายของหลักสูตรดังนี้

1. เศษส่วนใช้แสดงการเปรียบเทียบส่วนแบ่งที่เรากล่าวถึงกับส่วนแบ่งที่เท่า ๆ กันทั้งหมด

2. 1/2, 1/3, 1/4, ... ของจำนวนใดหมายถึงส่วนแบ่งหนึ่งส่วนเมื่อแบ่งจำนวนนั้นด้วย 2, 3, 4, ...

3. เศษส่วนที่มีตัวเศษและตัวส่วนเท่ากันหรือตัวส่วนหารตัวเศษได้ลงตัวพอดี สามารถเขียนเป็นจำนวนนับได้

4. เศษส่วนสองจำนวนเมื่อนำมาเปรียบเทียบกัน อาจมีค่าเท่ากัน ไม่เท่ากัน มากกว่ากันหรือน้อยกว่ากัน

5. การบวกหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ทำได้โดยนำตัวเศษมาบวกหรือลบกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม

6. การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนนับมีความหมายเช่นเดียวกับการบวกเศษส่วนนั้นซ้ำ ๆ กันเป็นจำนวนครั้งเท่ากับจำนวนนับนั้น

7. เศษส่วนของจำนวนเต็มใด อาจแสดงโดยการคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็มนั้น

8. การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม ทำได้โดยจำนวนเต็มคูณกับตัวเศษ โดยมีตัวส่วนคงเดิม

9. ร้อยละแสดงความหมายในรูปเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็นร้อยได้

10. การบวกหรือการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ใช้วิธีการแปลงเศษส่วนนั้นให้เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนของทุกจำนวนเท่ากันเสียก่อน จึงบวกหรือลบกัน โดยใช้หลักการบวกหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

11. การแปลงเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนของทุกจำนวนเท่ากัน มีหลายวิธี วิธีที่นิยมใช้กันคือ การหา ค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งหมด แล้วคูณเศษส่วนนั้น โดยคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนที่ทำให้ผลคูณของตัวส่วนเท่ากับ ค.ร.น. ที่หาได้

12. การคูณเศษส่วนด้วยเศษส่วน ทำได้โดยการนำตัวเศษคูณกับตัวเศษและตัวส่วนคูณกับตัวส่วน

13. การคูณระหว่างจำนวนเต็มกับเศษส่วน ใช้วิธีนำจำนวนเต็มคูณกับตัวเศษโดยมีตัวส่วนคงเดิม

14. การหารเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม ใช้วิธีการคูณเศษส่วนนั้นกับส่วนกลับของจำนวนเต็ม

15. การหารจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน ใช้วิธีการคูณจำนวนเต็มกับส่วนกลับของเศษส่วนนั้น

16. การหารเศษส่วนด้วยเศษส่วน ใช้วิธีคูณเศษส่วนจำนวนแรกด้วยส่วนกลับของเศษส่วนจำนวนหลัง

17. เศษส่วนของจำนวนที่นำมาบวกกันหรือคูณกัน อาจสลับที่กันได้โดยผลลัพธ์ยังคงเดิม

18. เศษส่วนสามจำนวนที่นำมาบวกกันหรือคูณกัน จะบวกหรือคูณสองจำนวนใดก่อน แล้วนำมาบวกหรือคูณกับจำนวนที่เหลือ ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากัน

19. การเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน อาจใช้ภาพหรือใช้วิธีแปลงเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันเสียก่อน แล้วนำมาเปรียบเทียบกันโดยอาศัยหลักการเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันคือ นำตัวเศษมาเปรียบเทียบกัน

20. เศษส่วนใด ๆ เมื่อนำจำนวนหนึ่งมาคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วน หรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วน จะไม่ทำให้ค่าของเศษส่วนนั้นเปลี่ยนแปลง

21. เศษส่วนที่ไม่สามารถหาจำนวนนับใด ๆ ที่มากกว่า 1 มาหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนได้ลงตัวเรียกว่าเศษส่วนอย่างต่ำ

22. เศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าตัวส่วนเรียกว่าเศษเกิน

23. จำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษเกิน เมื่อเขียนในรูปของจำนวนเต็มกับเศษส่วนเรียกว่าจำนวนคละ

24. การแปลงเศษเกินให้เป็นจำนวนคละทำได้หลายวิธี วิธีที่นิยมคือ นำตัวส่วนไปหารตัวเศษ

25. การบวก ลบ คูณ หาร เศษเกิน ใช้วิธีการเช่นเดียวกับการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน

26. การบวก ลบ คูณ หาร จำนวนคละ นิยมเขียนจำนวนคละให้เป็นเศษเกิน แล้วใช้วิธีการเช่นเดียวกับการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน

27. การบอกกำไรหรือขาดทุนเป็นเปอร์เซนต์หรือร้อยละ เป็นการบอกกำไรหรือขาดทุนเมื่อเทียบกับต้นทุน 100 บาท

28. การบอกลดราคาเป็นเปอร์เซนต์หรือร้อยละ เป็นการบอกราคาที่ลดจากราคาขายที่ติดไว้เมื่อเทียบกับราคาที่ติดไว้ 100 บาท

29. การคิดดอกเบี้ยเงินฝากธนาคาร เมื่อครบสองปีต้องคิดจากเงินต้นเดิม รวมกับดอกเบี้ยของปีแรก (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2532)

นอกจากนี้ นักวิชาการหลายท่านได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับการสอนเศษส่วนไว้ดังนี้

โสภณ และ สมหวัง (2520) ได้นำเสนอเทคนิคการสอนเรื่องเศษส่วน สรุปได้ว่าในการสอนใช้คำพูดธรรมดา โดยทั่วไปแล้วแบ่งของจริงเทียบกับคำพูด ใช้เส้นจำนวนแสดงแนะนำวิธีสอนเศษส่วน และควรยกตัวอย่างเศษส่วนให้ดูหลาย ๆ ชนิด

ชูชาติ (2521) ได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการสอนเศษส่วนไว้ว่า การสอนเศษส่วนจะต้องให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและเกิดการค้นพบด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งครูผู้สอนต้องใช้อุปกรณ์ที่เป็นของจริงและรูปภาพเป็นสื่อเพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง เนื่องจากเศษส่วนเป็นจำนวนที่ไม่เต็มหน่วย ดังนั้นก่อนเรียนครูผู้สอนจะต้องแน่ใจว่านักเรียนสามารถเปรียบเทียบสิ่งของต่าง ๆ ได้ว่าสิ่งใดเป็นจำนวนเต็มหน่วย และไม่เต็มหน่วยมาแล้วอย่างดี

สมัย (2529) มีความเห็นเกี่ยวกับการสอนเศษส่วนว่า ควรใช้วิธีการทั้งอุปมาน และอนุมานผสมผสานกันเป็นขั้นตอน จำเป็นต้องสร้างแนวการสอนโดยละเอียดโดยเริ่มจากเหตุการณ์ที่เป็นรูปธรรม ตลอดจนการนำไปใช้ควบคู่กันไป นอกจากนั้นยังมีความเห็นว่าเศษส่วนไม่ควรสอนในระดับประถมศึกษา เนื่องจากไม่เหมาะสมกับวุฒิภาวะ ความพร้อมของเด็กในวัยนี้

ดวงเดือน (2531) ได้กล่าวถึงการสอนความหมายของเศษส่วนต้องเน้นว่าตัวส่วนของเศษส่วนต้องแสดงจำนวนส่วนย่อยที่เท่ากัน ควรระมัดระวังในการใช้สื่อการสอน และอธิบายให้เข้าใจถึงการใช้เศษส่วนในชีวิตประจำวันว่าเป็นการกะประมาณ ควรฝึกให้นักเรียนได้เรียนและเห็นถึงความสัมพันธ์ของเศษส่วนกับจำนวนนับ การสอนบวกลบและคูณหารเศษส่วนอาจสรุปวิธีคิดคำนวณได้จากการสังเกตภาพหรือเส้นจำนวน การหารเศษส่วนนั้นเข้าใจยาก ครูอาจแสดงวิธีคำนวณแบบต่าง ๆ ให้ดู แล้วนำผลหารไปเทียบกับผลหารที่หาได้จากภาพหรือเส้นจำนวนสำหรับการเริ่มแนะนำความคิดรวบยอดในเรื่องใดควรคุมตัวเลขให้ง่าย และสามารถแสดงความคิดรวบยอดของเรื่องได้

Ellerbruch and Payne (1978) ให้ความเห็นเกี่ยวกับการเริ่มสอนเศษส่วนว่าเด็กในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ก็สามารถเรียนรู้เรื่องเศษส่วนได้

Downes and Palling (อ้างถึงใน ไพศาล, 2522) Gunderson (อ้างถึงในสุนีย์, 2529) Larson (อ้างถึงใน จันทนา, 2527) ได้ให้ข้อคิดเห็นสอดคล้องกันว่าการสอนเศษส่วนจะต้องโยงไปให้เกี่ยวข้องกับสิ่งที่นักเรียนได้พบเห็นในชีวิตประจำวัน การสอนเศษส่วนที่ดีนั้นจะต้องยกตัวอย่างจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อน แล้วจึงเป็นกึ่งรูปธรรม และนามธรรมตามลำดับ

Fehr and Phillips (อ้างถึงใน สุนีย์, 2529) ได้ให้ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมว่าหลังจากได้ทำกิจกรรมแล้ว จึงค่อย ๆ นำเสนอความคิดรวบยอดหรือนิยามเกี่ยวกับเศษส่วนเข้าไป

Copeland (อ้างถึงใน เนรมิตร, 2533) ได้สรุปความคิดพื้นฐานในการสอนเศษส่วนที่จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนตามแนวคิดของ เพียเจต์ ไว้ว่า เศษส่วนเป็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนทั้งหมด ซึ่งมีแนวคิดมาจากของทั้งหมดถูกแบ่งโดยไม่เหลือเศษ ส่วนย่อยทั้งหมดต้องเท่ากัน และควรส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความคิดเรื่องการอนุรักษ์จำนวน

Carpenter (1976) แสดงข้อคิดเห็นว่า การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน ควรสอนเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจความหมาย และมีความคิดรวบยอดเรื่องเศษส่วนแล้ว

Ray and Kane (1973) ยังได้กล่าวถึงลำดับขั้นการเรียนรู้ (Learning Mierarchy) เรื่องเศษส่วนของ กาญเย (Gagne') ดังนี้

1. บวกเศษส่วน 2 จำนวนที่มีส่วนเท่ากัน
2. บวกเศษส่วน 3 จำนวนที่มีส่วนเท่ากัน
3. บวกจำนวนเต็มกับเศษส่วน
4. บวกจำนวนคละ 2 จำนวนที่มีส่วนเท่ากัน
5. หาเศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน โดยหาเลขจำนวนหนึ่งมาหารทั้งเศษและส่วน เช่น
   6/9 = [ ]/3
6. บวกเศษส่วน 2 จำนวนที่มีส่วนเท่ากัน แล้วทำผลบวกให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ
7. บวกจำนวนคละ 2 จำนวนที่มีส่วนเท่ากัน แล้วทำผลบวกให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ
8. บวกจำนวนคละ 3 จำนวนที่มีส่วนเท่ากัน แล้วทำผลบวกให้เป็นจำนวนคละ
9. การทำเศษส่วนให้เป็นจำนวนคละ
10. บวกจำนวนคละ 2 จำนวนที่มีส่วนเท่ากัน แล้วทำผลบวกให้เป็นจำนวนคละ
11. บวกจำนวนคละ 3 จำนวนที่มีส่วนเท่ากัน แล้วทำผลบวกให้เป็นจำนวนคละ

จะเห็นได้ว่าในการเรียนการสอนเศษส่วน ควรเริ่มจากประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม มีการยกตัวอย่างจากของจริงหรืออุปกรณ์เพื่อให้ผู้เรียนสามารถจัดกระทำ และเกิดการเรียนรู้ด้วยตนเองได้ จากนั้นจึงมีการเชื่อมโยงประสบการณ์การเรียนรู้เข้าสู่ชีวิตประจำวัน สิ่งที่ควรคำนึงถึงคือ ควรสอนเนื้อหาเศษส่วนเมื่อนักเรียนมีพื้นฐานเรื่องจำนวนนับเป็นอย่างดีแล้ว ดังนั้นจึงควรมีการวางแผนการสอนเป็นขั้นตอน สอดคล้องกับลำดับขั้นการเรียนรู้ คือ เริ่มจากความหมายของเศษส่วน การอ่าน การเขียนเศษส่วน เมื่อนักเรียนมีความคิดรวบยอดเรื่องเศษส่วนแล้ว จึงเริ่มเนื้อหาบวก ลบ คูณ หารเศษส่วนต่อไป

ตารางที่ 1 เนื้อหาของเศษส่วนในระดับประถมศึกษา จำแนกตามระดับชั้นเรียน (สำเริง, 2537)

เศษส่วน	ชั้นประถมศึกษาปีที่					
	1	2	3	4	5	6
ความหมาย การอ่าน การเขียนเศษส่วน		/	/	/	/	/
การเปรียบเทียบเศษส่วน				/	/	
การบวกและการลบเศษส่วน				/	/	/
การคูณเศษส่วน				/	/	/
การหารเศษส่วน					/	/
คุณสมบัติต่าง ๆ ของเศษส่วน					/	/
เศษเกิน และจำนวนคละ					/	/
เศษซ้อน						/
โจทย์ระคน					/	/

เนื้อหาเรื่องเศษส่วนเริ่มเรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 แล้ว จึงเพิ่มเนื้อหาขึ้นตามลำดับ แต่เมื่อพิจารณาแล้วในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีเนื้อหาเพิ่มจากชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ดังมีเนื้อหาพอสังเขปต่อไปนี้

1. การหาผลบวกและผลลบของเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
2. การคูณ หารเศษส่วน
3. คุณสมบัติการสลับที่/การเปลี่ยนกลุ่มได้ของการบวกและการคูณ
4. การเปรียบเทียบเศษส่วน
5. เศษส่วนอย่างต่ำ
6. เศษเกินและจำนวนคละ
7. โจทย์ปัญหาเศษส่วน

จุดประสงค์ในการเรียนเศษส่วนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีดังนี้

1. เมื่อกำหนดเศษส่วนสองจำนวน ซึ่งมีเท่ากันหรือไม่เท่ากันให้ สามารถเปรียบเทียบโดยใช้สัญลักษณ์ =, > หรือ < ได้

2. เมื่อกำหนดเศษส่วนให้ สามารถเขียนให้เป็นเศษส่วนที่มีค่าเท่าเดิมและมีตัวส่วนตามที่กำหนดให้

3. เมื่อกำหนดเศษส่วนให้ สามารถทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำได้

4. เมื่อกำหนดเศษส่วนชนิดต่าง ๆ ให้ สามารถบอกได้ว่าเศษส่วนใดเรียกว่าเศษเกินและเศษส่วนใด เรียกว่าจำนวนคละ

5. เมื่อกำหนดเศษเกินหรือจำนวนคละให้ สามารถทำเศษเกินให้เป็นจำนวนคละหรือทำจำนวนคละให้เป็นเศษเกินได้

6. เมื่อกำหนดประโยคสัญลักษณ์หรือโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวก ลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันให้ สามารถหาผลบวก ผลลบได้

7. เมื่อกำหนดประโยคสัญลักษณ์หรือโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการบวกหรือการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันให้ สามารถหาผลบวกหรือผลลบได้

8. เมื่อกำหนดการบวกหรือการคูณจำนวนในรูปสลับที่กันให้ สามารถหาผลบวกและผลคูณได้ และบอกได้ว่าผลบวกหรือผลคูณนั้นจะยังคงเท่ากันเมื่อสลับที่เศษส่วนทั้งสองนั้น

9. เมื่อกำหนดเศษส่วนให้สามจำนวน และใส่เครื่องหมายวงเล็บแสดงการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการบวกหรือการเปลี่ยนกลุ่มได้ของการคูณให้อย่างละ 2 แบบ สามารถหาผลบวกหรือผลคูณของจำนวนทั้งสามได้ และบอกได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากันไม่ว่าจะบวกหรือคูณสองจำนวนใดก่อน

10. เมื่อกำหนดประโยคสัญลักษณ์ หรือโจทย์ปัญหา เกี่ยวกับการคูณหารเศษส่วน สามารถหาผลคูณหรือผลหารได้

2.2 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.2.1 ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

สมจิต (2529) ได้ระบุถึงปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ พอสรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาทางด้านผู้เรียน คือ นักเรียนคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่เป็น ทำแบบฝึกหัดหรือการบ้านไม่ได้ ขาดทักษะทางการคิดคำนวณ มีทัศนคติไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ไม่สนใจและไม่ตั้งใจเรียน นักเรียนมีความพร้อมในการเรียนรู้ต่างกัน

2. ปัญหาทางด้านครูผู้สอน พบว่า ครูใช้วิธีสอนแบบบรรยายอย่างเดียว สอนเร็วเกินไป และไม่ใช้สื่อการสอน ไม่มีเวลาเตรียมการสอน ครูดุ เข้มงวด ไม่สนใจนักเรียนที่เรียนก่อน และสอนมุ่งเน้นคำตอบมากกว่ากระบวนการ

กองวิจัยการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ (2531) ระบุถึงปัญหาในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาไว้ว่า

1. ด้านหลักสูตร เนื้อหาหลักสูตรกว้างเกินไป มีเนื้อหาบางอย่างมากเกินไป เช่น วิธีคูณ หาร เวลา การชั่ง ตวง วัด

2. ในด้านสื่อการเรียนการสอนและอุปกรณ์ การออกแบบสื่อไม่เอื้อต่อการใช้เป็นกลุ่ม สื่อบางชิ้นใช้ได้เพียงครั้งเดียว ขาดสื่อด้านเกม ขาดสื่อในเนื้อหาวิชาพื้นฐาน มีสื่อจากหลายแหล่งทำให้ไม่สามารถเลือกใช้ให้เหมาะสมกับหลักสูตรและสภาพของเด็ก เด็กเข้าใจศัพท์บางคำยาก

3. ด้านคู่มือครู ครูส่วนใหญ่สอนโดยไม่ใช้แนวทางการสอนในคู่มือครู มีครูเพียงส่วนน้อยที่เตรียมการสอนล่วงหน้า ครูมีปัญหาเรื่องใช้เวลาสำหรับอธิบายคณิตศาสตร์แต่ละบท ตลอดจนครูยังไม่เข้าใจการสอนคณิตศาสตร์โดยทดลอง สาธิต อภิปราย และสรุปเชิงกฎเกณฑ์

4. ด้านวิธีสอน ครูไม่สามารถเชื่อมโยงความรู้ด้านคณิตศาสตร์ที่ศึกษามากับคณิตศาสตร์ประถมศึกษาในปัจจุบัน เพราะครูส่วนใหญ่ได้รับการศึกษาด้านคณิตศาสตร์ไม่สอดคล้องกับสภาพการเรียนการสอนในปัจจุบัน นอกจากนั้นครูขาดตัวอย่างรูปแบบการสอนที่ดีหรือตัวอย่างการสอนเนื้อหาที่ครูส่วนใหญ่เห็นว่าสอนยาก ซึ่งส่วนมากครูจะสอนไปตามแบบเรียน โดยอธิบายตัวอย่างหนังสือ แล้วให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด

2.2.2 ความหมายของการสอนซ่อมเสริม

ได้มีผู้ให้ความหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้หลายความหมายด้วยกันดังนี้

ชาญชัย (2525) ได้กล่าวถึงการสอนซ่อมเสริมไว้ดังนี้ "การสอนซ่อมเสริมคือ การสอนเพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนช้า หรือเพื่อสอนนักเรียนที่มีข้อบกพร่องในทางการเรียน การที่ครูต้องจัดสอนซ่อมเสริมให้แก่นักเรียนเพราะว่านักเรียนเรียนไม่ทันเพื่อน ถ้าครูไม่ช่วยเหลือผลก็คือนักเรียนถูกทอดทิ้งและสอบตกในที่สุด นักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนก็เช่นกัน ถ้าครูไม่ช่วยเหลือ แก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียน นักเรียนอาจจะเกิดปมด้อย และเรียนไม่ทันเพื่อนในที่สุดสอบตกและประสบความล้มเหลวในการเรียน ในทำนองเดียวกัน สมจิต (2529) กล่าวไว้ว่าการสอนซ่อมเสริมคือ การสอนเพื่อช่วยเหลือนักเรียนที่เรียนช้าหรือนักเรียนที่มีข้อบกพร่องทางการเรียนให้มีโอกาสเรียนดีขึ้น

นอกจากนี้ ยังมีนักการศึกษาชาวต่างประเทศที่สนใจเกี่ยวกับการสอนซ่อมเสริมหลายท่าน เช่น Tansey (อ้างถึงใน นงลักษณ์, 2534) ได้กล่าวถึงความหมายของการสอนซ่อมเสริมว่า การสอนซ่อมเสริมหมายถึง การสอนเพื่อแก้ไขข้อบกพร่องของเด็กหลังจากการวินิจฉัยแล้วแก้ไขให้สอดคล้องกับข้อบกพร่องนั้น ๆ เป็นรายบุคคลไป ซึ่งคำกล่าวนี้ตรงกับความหมายของการสอนซ่อมเสริมตามแนวคิดของ Carter and McGinnes (อ้างถึงใน นงลักษณ์, 2534) ที่ว่า "...การสอนซ่อมเสริมเป็นกระบวนการที่จะแก้ไขข้อบกพร่อง และหาวิธีการที่จะพัฒนา หรือบรรเทาข้อบกพร่องเหล่านั้นให้หมดไป..." และนักการศึกษาชาวตะวันตกอีกท่านหนึ่งคือ Kochevar (อ้างถึงใน นงลักษณ์, 2534) ได้ให้ความหมายว่า "การสอนซ่อมเสริมเป็นการแก้ไขข้อพร่องของผู้เรียนซึ่งมีการเตรียมวิธีการแต่ละสิ่งที่จะแก้ไขให้ถูกต้อง เพื่อช่วยให้นักเรียนหยุดนิสัยหรือการปฏิบัติและการกระทำที่ผิด ๆ พร้อมกับชี้แนะแนวทางที่ถูกต้องไว้ด้วย ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนมีความสามารถด้านการเรียนยิ่งขึ้นไปอีก"

ความหมายของการสอนซ่อมเสริมที่มีผู้กล่าวข้างต้น พอจะสรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริมหมายถึง การสอนเพิ่มเติมที่ครูจัดให้สำหรับนักเรียนที่มีปัญหาและข้อบกพร่องทางการเรียน โดยใช้วิธีการที่สอดคล้องกับข้อบกพร่องนั้น ๆ เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ไขข้อบกพร่องของตนเองจนสามารถบรรลุจุดประสงค์ที่กำหนดไว้ทั้งยังช่วยให้นักเรียนมีความรู้ ความสามารถด้านการเรียนยิ่งขึ้น

2.2.3 จุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริม

การสอนซ่อมเสริมเป็นวิธีการอย่างหนึ่งหลักสูตรได้กำหนดไว้ เพื่อแก้ปัญหาการเรียนการสอน อันเนื่องมาจากการที่หลักสูตรมุ่งให้ผู้เรียนมีความแตกต่างระหว่างบุคคล ได้มีผู้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้หลายท่าน เช่น สุรชัย (2522) สันทนา (2527) และ บุญทัน (2529) ได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริมไว้ พอสรุปได้ดังนี้

1. เพื่อแก้ไขข้อบกพร่องด้านร่างกาย สติปัญญา อารมณ์ และการเรียนรู้ของผู้เรียน
2. เพื่อให้ผู้เรียนแข่งขันกับตนเอง จนสามารถเรียนได้ดีกว่าเดิม
3. เพื่อให้ผู้เรียนเรียนทันเพื่อนในชั้น

นอกจากนี้นักการศึกษาต่างประเทศคือ Kochevar และ Chaplin (อ้างถึงในนงลักษณ์, 2534) ยังได้กล่าวถึงจุดมุ่งหมายของการสอนซ่อมเสริมว่า

1. เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนได้ตามความสามารถที่แท้จริงของตนเองได้อย่างเต็มที่
2. เพื่อช่วยให้ผู้เรียนสามารถแก้ไขข้อบกพร่องทางการเรียนหรือจุดอ่อนของตนได้

3. เพื่อส่งเสริมความเจริญงอกงามทางด้านต่าง ๆ ของนักเรียน ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนได้มากยิ่งขึ้น

จากจุดมุ่งหมายดังกล่าวสรุปได้ว่า การสอนซ่อมเสริมต้องการช่วยเหลือให้นักเรียนที่มีปัญหาหรือข้อบกพร่องทางการเรียน สามารถพัฒนาตนเองให้เรียนดีขึ้นตามขีดความสามารถของตนเอง จนกระทั่งมีความสามารถใกล้เคียงกับเพื่อนในชั้นเรียน

2.2.4 แนวทางการสอนซ่อมเสริม

การสอนซ่อมเสริมเป็นการสอนที่แตกต่างไปจากการสอนตามปกติ ทั้งจุดมุ่งหมายและวิธีสอน ซึ่งต้องเป็นการสอนเพื่อช่วยเหลือนักเรียน ขจัดข้อเสียหรือข้อบกพร่องของนักเรียน ตลอดจนการเรียนที่ไม่ถูกวิธีให้หมดไป เพื่อซ่อมให้ดีขึ้น การจัดสอนซ่อมเสริมให้ประสบผลสำเร็จจึงต้องมีหลักการสอนซ่อมเสริมที่แน่นอนและถูกต้องเหมาะสม มีผู้เสนอหลักการสอนซ่อมเสริมไว้หลายประการด้วยกัน เช่น กรมวิชาการ (2524) สุกัน (2528) สมจิต (2529) จรูญ (2530) Harris (อ้างถึงใน นงลักษณ์, 2534) และ Ashlock (อ้างถึงใน ดวงเดือน, 2532) ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1. ครูผู้สอนต้องรู้ข้อบกพร่องของนักเรียน เพื่อจะได้ช่วยเหลือแก้ไขข้อบกพร่องได้ถูกต้องโดยการสร้างโปรแกรมการสอนบนรากฐานของการวินิจฉัยการเรียน

2. เริ่มต้นจากจุดและสภาพที่นักเรียนเป็นอยู่ ครูจึงต้องรู้พื้นฐานและประสบการณ์ต่าง ๆ ของนักเรียนเพื่อจะได้เหมาะสมกับความสามารถ ความต้องการและความสนใจของผู้เรียนได้ตรงกับความบกพร่องเฉพาะอย่างของเขา

3. เลือกวัสดุ อุปกรณ์ ตลอดจนวิธีการสอนให้เหมาะสมกับความสามารถ ความสนใจของผู้เรียน ในการสอนซ่อมเสริม จึงต้องใช้กิจกรรมที่มีความหลากหลายเพื่อป้องกันความเบื่อหน่ายของนักเรียน จึงควรพลิกแพลงวิธีสอนให้แตกต่างไปจากวิธีการเดิม เป็นกิจกรรมที่น่าสนใจให้ความสนุกสนาน ควบคู่ไปกับความรู้ และต้องยืดหยุ่นเพื่อปรับให้เหมาะสมกับปัญหาของนักเรียน

4. ถ้ามีข้อบกพร่องหลายเรื่อง ควรสอนครั้งละเรื่อง เพื่อไม่ทำให้นักเรียนสับสน

5. ควรพยายามให้เป็นการสอนรายบุคคลมากที่สุด ถึงแม้ว่าบางครั้งครูจำเป็นต้องสอนซ่อมกลุ่ม เด็กแต่ละคนก็ต้องได้รับดูแลแก้ไขเป็นรายบุคคลด้วย

6. ควรเลือกเวลาที่เหมาะสมที่จะทำให้การสอนซ่อมเสริมดำเนินไปได้ด้วยดี อาจสอนในเวลาเรียน ขณะที่เรียนกับเพื่อนในชั้น ก่อนเข้าเรียนตอนเช้า พักกลางวัน หรือหลังโรงเรียนเลิก แล้วแต่ความเหมาะสม การสอนแต่ละครั้งไม่ควรให้เวลานานเกินครั้งละ 30 นาที ซึ่งอาจพิจารณาไม่ให้เป็นเวลาที่ทำให้นักเรียนเคร่งครัดต่อการเรียนจนเกินไป หรือรู้สึกว่าการลงโทษใน

การต้องเรียนเพิ่มเติม แต่ควรให้นักเรียนเข้าใจว่าเป็นการเอาใจใส่เห็นอกเห็นใจจากครูมากกว่า

7. เน้นการจัดระบบการเรียนรู้ โดยนำผลการเรียนรู้ใหม่ไปผสมผสานกับการเรียนรู้เดิม ซึ่งจะช่วยให้เกิดผลการเรียนรู้ใหม่ที่มีความหมายต่อตัวเด็กได้ดียิ่งขึ้น

8. สร้างแรงจูงใจโดยเลือกกิจกรรมการฝึก ซึ่งเห็นผลได้ทันทีว่าคำตอบของเด็กถูกหรือผิด

9. ให้นักเรียนมีโอกาสได้ปฏิบัติจริง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เลือกทำกิจกรรมตามความสนใจ โดยกิจกรรมเหล่านั้นต้องเป็นกิจกรรมที่นำไปสู่การบรรลุวัตถุประสงค์ของการสอน

10. ในเรื่องของการฝึกทักษะการคิดคำนวณ ควรฝึกโดยใช้ระยะเวลาสั้นๆ แต่ฝึกบ่อยๆ

11. จัดประสบการณ์เพื่อให้เด็กพัฒนาความคิดด้วยความรอบคอบ โดยเริ่มจากประสบการณ์รูปธรรมไปสู่ประสบการณ์กึ่งนามธรรม และไปสู่การใช้สัญลักษณ์ในที่สุด

12. เปิดโอกาสให้เด็กแสดงออกซึ่งความเข้าใจด้วยภาษาของตนเอง ไม่ต้องใช้ภาษาคณิตศาสตร์

13. มีการประเมินผลของการสอนทุกครั้งหลังจากการทำการซ่อมเสริมแล้ว และควรติดตามผลอย่างใกล้ชิดและสม่ำเสมอ

14. ให้นักเรียนเห็นความก้าวหน้าของตนเอง ให้เกิดความภูมิใจในความสำเร็จของตน และส่งเสริมให้ได้มีความพยายามยิ่งขึ้น ซึ่งครูอาจทำได้โดย

ก. ชี้แจงข้อบกพร่องเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ

ข. ทำกราฟหรือแผนภูมิแสดงความก้าวหน้าของนักเรียน

15. ให้นักเรียนแข่งขันกับตนเองมากกว่าแข่งขันกับเพื่อนในกลุ่ม

16. ควรแจ้งผลการเรียนและปัญหาการเรียนของนักเรียนให้ผู้ปกครองทราบ เพื่อขอความร่วมมือในการแก้ปัญหาด้วย

หลักการสอนซ่อมเสริมที่กล่าวมานี้ เป็นเพียงหลักการที่ให้แนวทางไว้อย่างกว้าง ๆ เพื่อให้ครูเลือกสรรไปใช้ตามความจำเป็น โดยยึดหลักของความพยายามที่จะช่วยเหลือนักเรียนให้มากที่สุด และให้นักเรียนที่แตกต่างกันได้ประสบความสำเร็จในการเรียนรู้ตามอัตภาพของตนเอง ไม่ว่าจะยึดแนวทางใดก็ตาม การที่จะสอนซ่อมเสริมให้มีประสิทธิภาพต้องเป็นการสอนซ่อมที่ดำเนินการต่อจากการวินิจฉัย ดังนั้นก่อนดำเนินการสอนซ่อมเสริม ครูผู้สอนควรวินิจฉัยความสามารถด้านการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเสียก่อนซึ่งการวินิจฉัยการเรียนจะช่วยให้ครูค้นพบความบกพร่องหรือปัญหาข้อขัดข้องต่าง ๆ ได้ และพิจารณาได้ว่าจำเป็นต้องสอนซ่อมเสริมหรือไม่อย่างไร จะเห็นได้ว่า การสอนซ่อมเสริมและการวินิจฉัยการเรียนเป็นของคู่กัน กล่าวคือ การวินิจฉัยที่มีคุณค่า

จะต้องติดตามด้วยการสอนซ่อม เช่นเดียวกับการสอนซ่อมที่มีคุณค่าจะต้องเป็นการสอนซ่อมที่ดำเนินการต่อจากการวินิจฉัย การสอนซ่อมใดที่ดำเนินการไปโดยปราศจากการวินิจฉัยคือ สอนไปโดยไม่ทราบข้อบกพร่องของนักเรียน การสอนซ่อมนั้นย่อมไร้จุดหมายที่แน่นอน จึงไม่เกิดประโยชน์แก่ตัวนักเรียนเท่าที่ควร (ดวงเดือน, 2533) การวินิจฉัยจึงเป็นสิ่งสำคัญประการแรกที่ครูต้องทำเพื่อค้นหาสาเหตุและข้อบกพร่องของนักเรียนแต่ละคน การวินิจฉัยเป็นพื้นฐานของการสอนซ่อมเสริม และมีความสำคัญที่จะทำให้การสอนซ่อมเสริมประสบผลสำเร็จหรือล้มเหลว ดังที่ Carter and McGinnes (1970) ได้กล่าวว่า "...การสอนซ่อมเสริมอาจล้มเหลวได้ ถ้าการวินิจฉัยผิดพลาด..." ในทางกลับกันถ้าการวินิจฉัยทำได้ละเอียดเป็นลำดับขั้นตอน ก็เท่ากับทำหน้าที่เป็นตัวชี้นำในการสอนซ่อมเสริมไปในตัวด้วย เพราะการวินิจฉัยการเรียน จะช่วยให้ครูค้นพบความบกพร่องหรือปัญหาข้อขัดข้องต่าง ๆ ได้ ครูผู้สอนจะพิจารณาได้ว่าจำเป็นจะต้องสอนซ่อมเสริมหรือไม่อย่างไร ฉะนั้นการวินิจฉัยการเรียนจึงเป็นสิ่งที่ครูผู้สอนควรจะมีความรู้ความเข้าใจด้วย

2.3 การวินิจฉัย

2.3.1 ความหมายของการวินิจฉัย

คำว่า "วินิจฉัย" เป็นคำที่ใช้ในวงการแพทย์และทางด้านพฤติกรรมศาสตร์ที่พยายามศึกษาปัญหาและสาเหตุของความเจ็บป่วยของคนไข้ และพฤติกรรมเบี่ยงเบนของบุคคลโดยทั่วไป โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาพฤติกรรมของเด็ก และได้มีการใช้คำว่า "วินิจฉัย" ในวงการศึกษามากยิ่งขึ้น โดยเฉพาะในเด็กประถมศึกษา ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของคำว่า "วินิจฉัย" ไว้หลายท่านด้วยกัน เช่น

พจนานุกรมการศึกษาของ Good (1959) ได้ให้ความหมายของคำว่า วินิจฉัย (diagnosis) ไว้ว่า "การวินิจฉัย หมายถึงการค้นหาอุปสรรคหรือข้อบกพร่องในการเรียนรู้"

จากการประชุมปฏิบัติการเรื่อง "การสร้างเครื่องมือวินิจฉัย" เมื่อวันที่ 3-7 มิถุนายน 2531 นักการศึกษาไทยได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับความหมายของคำว่า "วินิจฉัย" ไว้ดังนี้ (กรมวิชาการ, 2532)

โกวิท ได้ให้ความหมายไว้ว่า หมายถึง การค้นหาลักษณะข้อบกพร่องของนักเรียนในการทำงานเรื่องหนึ่ง ๆ ว่าที่นักเรียนทำไม่ได้ เนื่องมาจากมีความบกพร่องของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถตรงไหน ในประเด็นอะไรบ้าง เพื่อที่จะได้แก้ไขต่อไป

วัลลภ ให้ความเห็นว่า การวินิจฉัยเป็นเทคนิคของการศึกษาสภาพปัญหาที่แท้จริงทั้งสาเหตุทางตรงและสาเหตุทางอ้อม เพื่อจะได้หาทางเลือกในการแก้ปัญหาได้ตรงจุด

สงบ เห็นว่าการวินิจฉัยมีจุดมุ่งหมาย 3 ประการ กล่าวคือ ประการแรกเป็นการหาข้อบกพร่องในวิชาต่าง ๆ ประการที่สองเพื่อค้นหาสาเหตุของการบกพร่อง และประการที่สามเพื่อหาวิธีการพัฒนาแก้ไขข้อบกพร่อง

จากความหมายของการวินิจฉัยตามที่กล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การวินิจฉัยเป็นการค้นหาปัญหาข้อบกพร่องทางการเรียนที่เป็นอุปสรรค ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียน เพื่อทราบว่านักเรียนมีความบกพร่องในจุดใด เนื่องมาจากสาเหตุอะไร แล้วพยามหาทางแก้ไขเพื่อพัฒนาการเรียนการสอนให้บรรลุผล

2.3.2 การวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์

เมื่อนำความหมายของการวินิจฉัยมาใช้กับการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง การวิเคราะห์หรือรวบรวมข้อมูลเพื่อให้ทราบรายละเอียดของจุดเด่น (สิ่งที่ดีอยู่แล้ว) หรือจุดด้อย (ข้อบกพร่องหรือสิ่งที่เป็นอุปสรรค) ในการเรียนคณิตศาสตร์ของเด็ก (ดวงเดือน, 2533)

2.3.3 ความสำคัญของการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะธรรมชาติเป็นนามธรรมและมีโครงสร้าง ผู้เรียนจะเกิดการเรียนรู้และมีความเข้าใจดี จะต้องใช้ความคิดอย่างสมเหตุสมผล และต้องศึกษาตามลำดับอย่างมีกระบวนการ กล่าวคือ ผู้เรียนจะต้องมีทักษะขั้นพื้นฐานที่เหมาะสม จึงจะสามารถถ่ายโยงไปยังทักษะที่สูงกว่า ครูมักจะพบปัญหาเรื่องนักเรียนมีข้อบกพร่องในการเรียน ซึ่งถ้าข้อบกพร่องเหล่านี้ไม่มีการแก้ไข ก็ส่งผลต่อความล้มเหลวในการเรียนเนื้อหาตอนหลังๆ ที่ต้องอาศัยความรู้หลักการจากตอนต้น ๆ อีกประการหนึ่ง ลักษณะที่สำคัญของคณิตศาสตร์คือเป็นวิชาที่มีความต่อเนื่องกันเป็นลำดับขั้น การเรียนรู้เนื้อหาบางเรื่องทำให้เด็กไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ก็คือการที่ต้องเรียนเรื่องใหม่โดยที่ยังขาดความรู้ความเข้าใจในเรื่องเดิมที่เป็นพื้นฐานของเรื่องใหม่ทำให้ไม่สามารถเกิดการเรียนรู้เรื่องใหม่ที่กำลังเรียนได้ การวินิจฉัยการเรียนจึงเข้ามามีบทบาท เพื่อให้ทราบสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของเด็กอยู่ตรงจุดใด เมื่อรู้แล้วครูจะได้ดำเนินการสมรรถภาพตรงจุดนั้นให้ เมื่อปัญหาถูกขจัดให้หมดไป เด็กก็มีความพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ได้ ดังนั้นจะเห็นได้ว่านอกจากการวินิจฉัยจะช่วยให้ทราบว่าปัญหาหรือข้อบกพร่องอยู่ที่ไหนแล้วยังบอกด้วยว่าจะต้องสอนอะไร (ดวงเดือน, 2533)

2.3.4 เทคนิคในการวินิจฉัย

เทคนิคในการวินิจฉัยมี 2 แบบคือการวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ (formal technique) และการวินิจฉัยอย่างไม่เป็นทางการ (informal technique)

1) การวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ (formal technique) เป็นการวินิจฉัยโดยใช้แบบทดสอบมาตรฐาน ผู้ใช้แบบสอบถามจะต้องรู้จักเลือกแบบสอบมาใช้ให้ตรงตามจุดประสงค์

2) การวินิจฉัยอย่างไม่เป็นทางการ (informal technique) เป็นการวินิจฉัยเพื่อหาข้อมูลเพิ่มเติมจากการใช้แบบทดสอบมาตรฐาน วิธีการที่ใช้เช่นการสังเกตเพื่อให้ทราบความสนใจหรือทัศนคติในการเรียน การตรวจผลงาน การศึกษาประวัติจากบันทึกของโรงเรียน

2.3.5 ระดับของการวินิจฉัย

โดยทั่วๆ ไปการวินิจฉัยมี 3 ระดับคือ

1) ระดับทั่วไป (general level หรือ general diagnosis)

2) ระดับเฉพาะ (specific level หรือ analytical diagnosis)

3) ระดับละเอียด (intensive level หรือ case study procedure หรือ clinical diagnosis)

การวินิจฉัยทั้ง 3 ระดับมีความต่อเนื่องกัน ยิ่งมีการวินิจฉัยมากขึ้นเท่าไรก็ยิ่งเพิ่มพูนความรู้เกี่ยวกับตัวเด็กได้มากขึ้นเท่านั้น ซึ่งมีรายละเอียดในแต่ละระดับดังนี้ (ดวงเดือน, 2533)

1) การวินิจฉัยระดับทั่วไป เป็นการวินิจฉัยอย่างหยาบ จึงมักเรียกว่าเป็นขั้นสำรวจและเป็นเพียงการสำรวจเพื่อให้ทราบระดับความสามารถทั่วๆ ไป ของเด็กทั้งเป็นกลุ่มและรายบุคคลเมื่อเทียบกับกลุ่มใหญ่ เช่น เมื่อเทียบกับเกณฑ์ปกติ (norm) สำหรับประเทศที่มีการใช้แบบทดสอบมาตรฐานกันอย่างแพร่หลาย เช่น ประเทศสหรัฐอเมริกาอาจสำรวจโดยใช้แบบทดสอบคณิตศาสตร์มาตรฐาน (diagnostic mathematics test) โดยการให้นักเรียนทำแบบทดสอบ แต่ผลจากการใช้แบบทดสอบมาตรฐาน ช่วยให้ครูทราบอย่างคร่าวๆ เท่านั้นว่า เด็กมีข้อบกพร่องในด้านใดบ้างตามลักษณะของแบบทดสอบที่ใช้

สำหรับประเทศไทยยังไม่มีการใช้แบบทดสอบมาตรฐานกันอย่างแพร่หลาย ก็ใช่ว่าจะไม่สามารถสำรวจความสามารถทางคณิตศาสตร์ของเด็กอย่างคร่าวๆ ได้ เพราะในการวินิจฉัยอย่างหยาบ อาจทำได้โดยใช้แบบทดสอบชนิดอื่น เช่น แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ใช้ในระดับประเทศ ระดับจังหวัด ระดับอำเภอ ระดับกลุ่มโรงเรียน ระดับโรงเรียนหรือแม้แต่แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ที่มีอยู่ในหนังสือเรียน หรือแบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ครูสร้างเองเพื่อใช้ในการประเมินผลการเรียนก็สามารถนำมาใช้เป็นแบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัยระดับทั่วไปได้

2) การวินิจฉัยระดับเฉพาะ เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลอย่างละเอียดเกี่ยวกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อให้ทราบว่านักเรียนมีข้อบกพร่องที่ใด เครื่องมือที่นิยมใช้ในการวินิจฉัยระดับนี้คือแบบทดสอบเช่นเดียวกับการวินิจฉัยระดับทั่วไป แต่แบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยระดับนี้ต้องเป็นแบบสอบถามที่วัดความสามารถทางคณิตศาสตร์ในวงแคบ คือเฉพาะเจาะจงไปที่เรื่องใดเรื่องหนึ่ง หรือย่อยลงไปถึงมโนทัศน์ใดมโนทัศน์หนึ่ง หรือทักษะใดทักษะหนึ่ง แบบทดสอบที่ยิ่งวัดความสามารถได้ย่อยเท่าไร ก็ยิ่งมีโอกาสที่จะค้นพบข้อบกพร่องของเด็กได้มากขึ้นเท่านั้น แบบทดสอบที่ใช้ในการวินิจฉัยระดับเฉพาะนิยมใช้หลังจากการใช้แบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัยทั่วไป เพื่อรวบรวมข้อมูลเพิ่มเติมให้ละเอียดลึกซึ้งลงไปเกี่ยวกับข้อบกพร่องที่ได้ค้นพบมาแล้วจากการใช้แบบสอบถามเพื่อการวินิจฉัยทั่วไป

3) การวินิจฉัยระดับละเอียด เป็นการศึกษารายละเอียดอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของเด็กที่มีข้อมูลแสดงให้ชัดเจนว่ามีปัญหาซับซ้อน การใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเพียงอย่างเดียวยังได้ข้อมูลไม่เพียงพอ จำเป็นต้องหาข้อมูลเพิ่มเติมด้วยวิธีอื่น เช่น จากการสังเกต จากการสัมภาษณ์ ข้อมูลที่ต้องหาเพิ่มเติม เช่น ชีวิตครอบครัว ทัศนคติต่อคณิตศาสตร์ สุขภาพ อารมณ์ บุคลิกภาพ ในกรณีที่มีปัญหาซับซ้อนมาก เกิดความรู้ความสามารถของครูสอนคณิตศาสตร์หรือต้องใช้เวลาในการวินิจฉัยมากจนครูที่สอนในชั้นเรียนปกติไม่สามารถทำได้ ก็อาจจำเป็นต้องใช้ผู้ที่ได้รับการฝึกฝนในด้านนี้มาแล้วโดยเฉพาะ

2.3.6 ขั้นตอนการวินิจฉัยและการแก้ไขข้อบกพร่อง

Grolund (อ้างถึงใน ดวงเดือน, 2533) เสนอขั้นตอนการวินิจฉัยและการแก้ไขข้อบกพร่องไว้ 4 ขั้น ดังนี้คือ

1) การระบุตัวนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง

2) การระบุข้อบกพร่อง

3) การระบุองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุของการมีข้อบกพร่อง

4) การแก้ไขข้อบกพร่อง

1) การระบุตัวนักเรียนที่มีข้อบกพร่อง การระบุตัวนักเรียนที่มีข้อบกพร่องสามารถทำได้หลายวิธี สำหรับในประเทศที่มีการใช้แบบทดสอบมาตรฐานกันอย่างแพร่หลายก็สามารถใช้แบบทดสอบมาตรฐานเป็นเครื่องมือสำหรับระบุว่า ใครมีปัญหาในการเรียนดังที่เสนอไว้แล้วในเรื่องการใช้แบบทดสอบคณิตศาสตร์มาตรฐาน (standardized mathematics test) ในการวินิจฉัยระดับทั่วไป นอกจากนี้ครูยังอาจใช้การวินิจฉัยอย่างไม่เป็นทางการ โดยการศึกษาเอกสาร

ต่าง ๆ ของโรงเรียน เช่น ระเบียนสะสมหรือใช้การสังเกตของครู เพราะครูมีประสบการณ์ในชั้นเรียนอยู่แล้ว ย่อมทำให้มองออกว่าใครมีปัญหาในการเรียนบ้าง ในการมองปัญหาของนักเรียนครูไม่ควรมองแต่ปัญหาด้านเนื้อหาวิชาเท่านั้น ครูควรมองปัญหาอื่นด้วย เช่น ด้านการปรับตัว ด้านอารมณ์ เพราะปัญหาเหล่านี้อาจมีผลกระทบต่อปัญหาด้านการเรียนของนักเรียน

2) การระบุข้อบกพร่อง ปัญหาของนักเรียนมีหลายระดับ ในบางครั้งการวินิจฉัยเพียงระดับทั่วไป อาจให้ข้อมูลพอเพียงสำหรับการแก้ไข ในบางกรณีต้องการการวินิจฉัยถึงระดับวิเคราะห์ และในบางกรณีอาจต้องการการวินิจฉัยถึงระดับละเอียด จึงจะสามารถหาข้อแก้ไขได้ ตัวอย่างเช่น เมื่อเด็กมีข้อบกพร่องด้านทักษะการคิดคำนวณก็อาจจะให้เด็กทำแบบทดสอบวินิจฉัย ซึ่งแบบทดสอบวินิจฉัยทักษะ การคิดคำนวณมักจะสร้างโดยอาศัยข้อผิดของเด็กเป็นพื้นฐาน และใช้วิธีการที่เป็นระบบในการระบุข้อบกพร่องและยังให้ข้อเสนอแนะในการวินิจฉัยต่อไป วิธีการที่ควรจะใช้ควบคู่ไปกับการใช้แบบทดสอบ ก็คือให้เด็กคิดดัง ๆ ซึ่งจะช่วยให้ครูทราบกระบวนการคิดของเด็ก นอกจากนั้นครูควรสังเกตปฏิกิริยาของเด็กในขณะทำแบบทดสอบในด้านนิสัยในการทำงานและอารมณ์ รวมทั้งผลการสอบและผลการประเมินอื่นๆ ก็จะช่วยให้มองเห็นสาเหตุของปัญหาได้ชัดเจนขึ้น

3) การระบุองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุของการมีข้อบกพร่อง ในบางครั้งปัญหาในการเรียนของเด็กอาจจะเกิดจากการสอนของครู ซึ่งครูทราบได้ง่ายจากการพบว่าเด็กส่วนใหญ่มีปัญหาเดียวกัน ปัญหาลักษณะนี้แก้ไขได้ง่ายโดยครูปรับวิธีสอนใหม่ แต่ถ้าหากเด็กมีปัญหาเฉพาะตัว แสดงว่าปัญหาไม่น่าจะเกิดจากวิธีสอนที่ไม่เหมาะสมของครู จึงต้องศึกษารายละเอียดเกี่ยวกับตัวเด็ก และสิ่งแวดล้อมที่เกี่ยวกับเด็ก

องค์ประกอบที่ควรพิจารณา เช่น สติปัญญา ทักษะการเรียน สุขภาพ การปรับตัวด้านอารมณ์ สิ่งแวดล้อมทางบ้าน เพราะสิ่งเหล่านี้อาจจะเป็นสาเหตุของปัญหาในการเรียน ปัญหาในการเรียนมักเป็นปัญหาที่ซับซ้อน ถ้าครูได้ใช้วิธีการต่างๆ หลายวิธีดังกล่าวแล้ว เช่น การสังเกต การใช้แบบทดสอบ การพูดคุยกับเด็ก การศึกษาเอกสารที่มีข้อมูลเกี่ยวกับตัวเด็ก หรือการพูดคุยกับผู้ปกครอง แล้วปรากฏว่ายังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ก็อาจจะต้องพึ่งนักจิตวิทยาในหน่วยแนะแนวในโรงเรียนหรือหน่วยงานอื่นนอกโรงเรียน

4) การแก้ไขข้อบกพร่อง การแก้ไขข้อบกพร่องไม่มีรูปแบบตายตัว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับธรรมชาติของข้อบกพร่องแต่ละอย่าง ในบางกรณีอาจจะแก้ไขด้วยการทบทวนหรือสอนใหม่ แต่ในบางกรณีอาจต้องใช้ความพยายามในการสร้างแรงจูงใจแก้ไขปัญหาด้านอารมณ์ หรือแก้ไขทักษะการทำงาน ในระหว่างการแก้ไขข้อบกพร่อง การวัดและการประเมินผลสามารถนำมาใช้ให้เป็นประโยชน์ได้หลายแง่ ดังนี้

4.1 ช่วยให้ทราบคำตอบของเด็กในสิ่งที่ครูอยากทราบ

4.2 ช่วยให้ข้อมูลสำหรับการวินิจฉัยต่อไปอีก

4.3 ช่วยให้เด็กเกิดความรู้สึกว่าประสบความสำเร็จจากวิธีการให้คะแนนอย่างเหมาะสม

4.4 ส่งเสริมแรงจูงใจด้วยการกำหนดจุดประสงค์แคบและให้ข้อมูลย้อนกลับทันทีทำให้ทราบความก้าวหน้าของตนเอง

4.5 ให้ข้อมูลเกี่ยวกับประสิทธิภาพในการแก้ไขข้อบกพร่อง

นอกจากการใช้แบบทดสอบแล้ว การประเมินผลในลักษณะอื่น เช่น การใช้มาตราส่วนประมาณค่า (rating scale) การสำรวจรายการ (cheek list) การจดบันทึก ก็จะทำให้ทราบความก้าวหน้าและความสำเร็จในการแก้ไขข้อบกพร่องได้ นอกจากนี้ถ้าได้นำผลของการวัดและประเมินมาวิเคราะห์ก็จะทำให้ทราบข้อบกพร่องและรู้สาเหตุของข้อบกพร่อง ซึ่งสามารถนำไปใช้ในแง่การป้องกันไม่ให้เกิดขึ้นได้ ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่ากระบวนการแก้ไขข้อบกพร่องเป็นส่วนหนึ่งในการพัฒนาหลักสูตรและการเรียนการสอนให้ดียิ่งขึ้น

2.3.7 รูปแบบการวินิจฉัย (Diagnosis Model)

ความสนใจเกี่ยวกับการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์เกิดขึ้นในประเทศสหรัฐอเมริกา เมื่อประมาณสองทศวรรษมาแล้ว เนื่องมาจากความก้าวหน้าในการวินิจฉัยการอ่านและนักการศึกษาทุกสาขาเพิ่มความสนใจในการให้การศึกษาแก่เด็กเป็นรายบุคคลมากขึ้น ใน ค.ศ. 1977 จึงได้เกิดองค์กรระดับชาติขึ้นชื่อว่า Research Council for Diagnostic and Prescriptive Mathematics ต่อจากนั้นได้มีการพัฒนารูปแบบการวินิจฉัยขึ้น

ในปัจจุบันมีประเภทของรูปแบบการวินิจฉัยอยู่ 2 ประเภทที่ใช้กันอยู่ในวงการศึกษา ได้แก่ รูปแบบการฝึกความสามารถ (abity training model) และรูปแบบการวิเคราะห์งาน (task analysis model) Underhill (อ้างถึงใน ดวงเดือน อ่อนน่วม, 2533)

1. รูปแบบการฝึกความสามารถ (ability training model) เป็นรูปแบบที่ใช้กันมากในวงการศึกษาเด็กพิเศษ (exceptional children) ซึ่งเป็นรูปแบบการวินิจฉัยที่เน้นแบบการเรียนรู้ (learning style) ของผู้รับการวินิจฉัย

2. รูปแบบการวิเคราะห์งาน (task analysis model) เป็นรูปแบบที่เกี่ยวกับการสร้างลำดับขั้นของเนื้อหาวิชา ความคิดรวบยอดหรือทักษะ ซึ่งลำดับขั้นที่สร้างขึ้นสะท้อนให้เห็นหลักเหตุผลตามลักษณะของเนื้อหาวิชา ถึงแม้รูปแบบการวิเคราะห์งานจะได้รับการสนับสนุนจากงานวิจัยอยู่บ้าง แต่ก็ได้รับคำติ ดังนี้

2.1 เน้นเฉพาะแต่การวิเคราะห์เนื้อหาวิชาโดยไม่คำนึงถึงตัวผู้เรียน

2.2 ลำดับขั้นของเนื้อหาอาจจะเหมาะกับเด็กบางคน แต่อาจจะไม่เหมาะกับเด็กบางคน

2.3 การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อให้ได้ "สิ่งที่ต้องเรียนรู้มาก่อน" ทำได้ยาก

2.4 ยังไม่มีการวัดผลเชิงปริมาณที่น่าเชื่อถือได้ให้ความตรง (validity) ของแต่ละลำดับขั้น

2.5 การแก้ไขข้อบกพร่องเน้นที่เนื้อหาวิชามากกว่ากิจกรรมการสอน

2.3.8 เครื่องมือสำหรับการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์

ปัญหาหรือข้อบกพร่องในการเรียนรู้ของเด็กย่อมมีความแตกต่างกัน ปัญหาหรือข้อบกพร่องของเด็กบางคนอาจผิวเผิน ค้นพบได้ง่าย แต่ปัญหาหรือข้อบกพร่องของเด็กบางคนอาจซับซ้อน ค้นพบได้ยาก ดังนั้นจึงต้องใช้เทคนิคการวินิจฉัยทั้ง 2 แบบคือ การวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ และการวินิจฉัยอย่างไม่เป็นทางการ ซึ่งการวินิจฉัยทั้ง 2 แบบนี้ ใช้เครื่องมือแตกต่างกันดังนี้

1) เครื่องมือสำหรับการวินิจฉัยอย่างเป็นทางการ

ในการวินิจฉัยอย่างเป็นทางการนิยมใช้แบบสอบ 2 ประเภทคือ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน (standardized achievement test) และแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ (diagnostic mathematics test)

1. แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์มาตรฐาน เป็นแบบสอบเพื่อเปรียบเทียบความสามารถรายบุคคลหรือกลุ่มกับเกณฑ์ปกติ ส่วนมากจะประกอบด้วยหลายส่วน เช่น การอ่าน คณิตศาสตร์ แต่ละส่วนยังประกอบด้วยหลายตอน เช่น ส่วนคณิตศาสตร์อาจจะประกอบด้วยพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ โจทย์ปัญหา การใช้แบบทดสอบมาตรฐานทำให้ทราบระดับความสามารถอย่างกว้าง ๆ เป็นด้าน ๆ ดังกล่าว เช่น ด้านเหตุผล ด้านโจทย์ปัญหา

2. แบบทดสอบวินิจฉัย พจนานุกรมการศึกษาของ Good (1945) อธิบายความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ว่า "แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเนื้อหาแคบ ๆ เพื่อหาจุดอ่อนในการเรียน สำหรับใช้เป็นพื้นฐานในการแก้ไขต่อไป"

2) ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์

มีผู้เสนอแนะลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้หลายประการ สรุปเป็นประเด็นอภิปรายและข้อสรุปได้ ดังนี้ (ดวงเดือน, 2533)

1. วัดได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์ (criterion-referenced) และแบบอิงกลุ่ม (norm-referenced) (Bloom 1971) แต่ Brueckner (1935) ให้ข้อเสนอแนะว่าเกณฑ์ปกติ (norm) ไม่น่าจะเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับแบบทดสอบวินิจฉัย เพราะจุดประสงค์ของแบบสอบเพียงเพื่อระบุหรือชี้ให้เห็นจุดที่เป็นอุปสรรคไม่ใช่เปรียบเทียบความสามารถกับคนอื่น

2. จุดประสงค์ของแบบทดสอบจำกัดอยู่เฉพาะจุดประสงค์ที่มีประโยชน์ต่อการวินิจฉัยเท่านั้น (Gronlund, 1981)

3. ขอบเขตของเนื้อหามี 2 ลักษณะคือแบบทดสอบที่ยึดระดับชั้นเป็นหลัก เช่น แบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องการบวกชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และแบบทดสอบวินิจฉัยที่ยึดเนื้อหาเป็นหลัก เช่น แบบทดสอบวินิจฉัยทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้นเรื่องการบวก (Underhill, 1980)

4. ควรเป็นแบบสอบที่จำกัดเวลา แบบทดสอบที่เปิดโอกาสให้ผู้สอบได้แสดงความสามารถอย่างเต็มที่ โดยไม่จำกัดเวลาเรียกว่าเป็นแบบทดสอบที่มีอำนาจ (power test) ยกเว้นในกรณีที่มีจุดประสงค์ที่ชัดเจนว่าเป็นแบบทดสอบที่เน้นความรวดเร็วในการคิด (speed test) จึงอาจจะกำหนดเวลาได้ (Underhil, 1980)

5. เนื้อหาของแบบทดสอบควรครอบคลุมทุกแง่ทุกมุมของคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิดคำนวณ ความหมาย กระบวนการคิดคำนวณ การคิดในใจ

6. ไม่ควรวัดเฉพาะการรู้ระดับนามธรรมเท่านั้น ควรวัดการรู้ 3 ระดับ คือ ระดับรูปธรรม กึ่งรูปธรรมและนามธรรม หรืออาจวัดการรู้ถึง 4 ระดับ ได้แก่ รูปธรรม กึ่งรูปธรรม กึ่งนามธรรม และนามธรรม (Heddens, 1976)

7. เน้นการให้คะแนนเป็นส่วน ๆ (part scores) และการให้คะแนนข้อสอบในแต่ละส่วน ไม่เน้นคะแนนรวม (Gronlund, 1981)

8. ข้อสอบได้มาจากการวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียด และการศึกษาสิ่งที่เด็กมักทำผิด (common errors) (Gronlund, 1981)

9. ข้อสอบควรจะง่าย เพื่อให้สามารถจำแนกระหว่างเด็กที่มีปัญหาได้ (Gronland, 1981) ข้อสอบแต่ละข้อควรมีระดับความยาก (level of difficully) ตั้งแต่ 0.65 ขึ้นไป แต่ควรมีมากข้อ (Bloom, 1971)

10. เกณฑ์แสดงการรอบรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง นิยมใช้เกณฑ์อย่างต่ำ 2 ใน 3 (67%) หรือ 3 ใน 4 (75%) เพื่อแสดงความมั่นใจว่าเด็กมีความรอบรู้ในเรื่องนั้นจริง มิใช่ทำผิดเพราะความเลินเล่อ (Underhill, 1980)

จากลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยดังกล่าว สรุปลักษณะที่สำคัญได้ว่า เป็นแบบทดสอบที่แบ่งออกเป็นแบบทดสอบย่อย ๆ เพื่อวัดทักษะแต่ละอย่างตามจุดประสงค์ที่ต้องการวัด โดยมีการกำหนด

เกณฑ์ขั้นต่ำไว้ ข้อสอบมีจำนวนมากข้อและเป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย ไม่มีการกำหนดเวลาในการสอบ ไม่จำเป็นต้องสร้างเกณฑ์ปกติ (norm) เพราะมีจุดประสงค์เพื่อค้นหาสาเหตุของข้อบกพร่องหรืออุปสรรคต่าง ๆ ของนักเรียน

ในแง่ของรูปแบบของแบบทดสอบวินิจฉัย Suydam (อ้างถึงใน ดวงเดือน, 2533) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับรูปแบบของแบบทดสอบวินิจฉัยที่ดีไว้ 21 ประการ สรุปประเด็นสำคัญได้ดังนี้

1. เลือกชนิดของข้อสอบได้เหมาะสม เช่น แบบเลือกตอบ แบบเติมคำ แบบแสดงวิธีทำ
2. ใช้สำนวนภาษารัดกุม ตรงตามจุดประสงค์
3. เรียงข้อสอบจากข้อง่ายไปยาก
4. เว้นที่ไว้ให้มากพอสำหรับแสดงการคิดคำนวณ
5. หลีกเลี่ยงคำตอบที่เป็นแบบอย่าง (Pattern) เดียวกัน
6. มีคำสั่งชัดเจนว่าให้เขียนคำตอบได้ที่ไหน อย่างไร

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นว่า การวินิจฉัยทำได้หลายวิธีและไม่ยุ่งยากมากนัก เช่น ใช้การสังเกต การทดสอบ เป็นต้น ครูผู้สอนคณิตศาสตร์สามารถวินิจฉัยการเรียนของนักเรียนที่เรียนก่อนทางคณิตศาสตร์โดยการใช้แบบทดสอบได้ ซึ่งเครื่องมือที่นำมาใช้ก็คือแบบทดสอบซึ่งใช้วัดทักษะเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่ามีความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด มีทักษะหรือขาดทักษะในเรื่องใดบ้าง แบบทดสอบนี้อาจเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน หรือแบบทดสอบที่ครูผู้สอนเป็นผู้สร้างขึ้นมาก็ได้ แต่เนื่องจากแบบทดสอบมาตรฐานที่มีอยู่ในประเทศไทยขณะนี้มีไม่มากนัก (สมจิต, 2529) ดังนั้นครูผู้สอนจึงจำเป็นต้องสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยขึ้นมาใช้เอง

2.3.9 เทคนิควิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

ในต่างประเทศมีแบบทดสอบวินิจฉัยพิมพ์จำหน่าย ซึ่งครูสามารถเลือกไปใช้ได้ แต่สำหรับประเทศไทยมีการสร้างและการใช้แบบสอบวินิจฉัยกันน้อยมาก ส่วนใหญ่เป็นการสร้างเพื่อใช้ในการวิจัยเท่านั้น การสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยที่ดีนั้นจะต้องอาศัยเทคนิคหลายแบบ เพราะแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่มีลักษณะพิเศษกว่าแบบสอบชนิดอื่น ๆ ดังจะเห็นได้จากที่มีผู้ทำการศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้หลายท่าน เช่น

Gropper (1974) มีความเห็นว่าขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย ได้แก่

1. วางแผนในการสร้างแบบสอบ
2. เขียนข้อสอบโดยใช้จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมเป็นเกณฑ์
3. หาสาเหตุของการไม่สัมฤทธิ์ผลตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น
4. นำแบบสอบไปทดลองใช้และปรับปรุงแบบสอบ

ส่วน Mehrens and Lehmann (1980) กล่าวไว้โดยสรุปว่า ส่วนใหญ่จะสร้างเป็นแบบสอบแบบอิงเกณฑ์โดยคำนึงถึงหลัก 2 ประการคือ

1. ต้องวิเคราะห์ทักษะหรือความรู้ออกเป็นทักษะย่อย ๆ

2. ต้องสร้างข้อสอบให้มีความเที่ยงในการจัดทักษะย่อยเหล่านั้น และภายในทักษะย่อยเหล่านั้น จะเน้นลักษณะข้อบกพร่องแบบเดียวกัน

ในประเทศไทยมีผู้ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้หลายท่าน เช่น

สมศักดิ์ (2522) อธิบายถึงลำดับขั้นในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

1. แยกหรือวิเคราะห์ทักษะใหญ่ออกเป็นส่วนย่อย

2. สร้างข้อคำถามในแต่ละทักษะย่อยเหล่านั้น โดยไม่จำเป็นต้องเป็นคำถามที่ยากนัก แต่ควรมีจำนวนมากข้อ

อุไรวรรณ (2523) ได้ศึกษาวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย แล้วสรุปขั้นตอนไว้ดังนี้

1. วางแผนในการสร้างแบบทดสอบ

2. วิเคราะห์เนื้อหาอย่างละเอียดและแบ่งออกเป็นเนื้อหาย่อย ๆ

3. วิเคราะห์ทักษะที่ต้องการจะวัดออกเป็นองค์ประกอบย่อย ๆ ให้ชัดเจน

4. เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

5. วิเคราะห์สาเหตุที่นักเรียนไม่รอบรู้ตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมนั้น

6. นำแบบทดสอบไปทดลองใช้และปรับปรุงแบบทดสอบ

จากวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยที่กล่าวมาแล้ว สรุปได้ดังนี้

1. วางแผนในการดำเนินการสร้างแบบทดสอบ

2. จะต้องแยกแยะหรือวิเคราะห์ความรู้ในเนื้อหาและทักษะใหญ่ออกเป็นทักษะย่อย ๆ

3. ศึกษาและรวบรวมสาเหตุของข้อบกพร่องทางการเรียนในเนื้อหาย่อยเหล่านั้น

4. เขียนข้อสอบให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ และข้อบกพร่องที่ต้องการวัดโดยไม่จำเป็นต้องยาก แต่ให้มีจำนวนมากข้อ

5. นำไปทดลองใช้เพื่อปรับปรุงแก้ไขข้อสอบให้มีประสิทธิภาพ

เทคนิควิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยตามที่กล่าวมาข้างต้นขั้นตอนที่สำคัญคือการวิเคราะห์เนื้อหาแล้วแบ่งออกเป็นเนื้อหาย่อย ๆ ในขั้นตอนนี้สามารถนำแนวคิดเกี่ยวกับทฤษฎีการเรียนรู้ของกาญเย (ดวงเดือน, 2525) ที่เน้นหลักการที่ว่า การพัฒนาการเรียนรู้ขึ้นอยู่กับการเรียนรู้ที่ผ่านมา นำมาประยุกต์ใช้ได้ ซึ่ง กาญเย (Gagne') ได้เสนอแนะว่าลำดับขั้นการสอนที่มีประสิทธิภาพควรเป็นไปตามลำดับขั้นเนื้อหาวิชา นั่นคือ การสอนที่ดีควรกำหนดลำดับขั้นของเนื้อหาวิชาและพฤติกรรมจากระดับเบื้องบนไปหาระดับสูง โดยเฉพาะคณิตศาสตร์เพราะธรรมชาติของคณิตศาสตร์

จะต้องมีการเรียงลำดับขั้นของเนื้อหาให้ถูกต้องเสียก่อน ผู้เรียนจึงจะสามารถเรียนได้ การเรียงเนื้อหาที่ดี จะทำให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนได้ง่าย การที่เราต้องการสำรวจข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนในเรื่องใด ๆ โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นเครื่องมือสามารถที่จะนำลำดับขั้นการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นจากการวิเคราะห์เนื้อหาเป็นเกณฑ์มาสร้างแบบสอบวินิจฉัยได้ ซึ่งการสร้างโดยใช้เทคนิควิธีการสร้างแบบยึดลำดับขั้นการเรียนรู้ จะช่วยให้สามารถสร้างแบบทดสอบได้ง่าย และค้นหาข้อบกพร่องที่ต้องการสำรวจได้ตรงจุดและละเอียดขึ้น

2.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.4.1 งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาในประเทศ

ชูศรี (2516) ได้สร้างสื่อการสอนเป็นแบบเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง การบวก ลบเศษส่วนสำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลของการวิจัยพบว่า บทเรียนแบบโปรแกรมชุดนี้มีประสิทธิภาพ นักเรียนทำคะแนนจากบทเรียนสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้

เฉลิม (2517) ที่ได้สร้างบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องการคูณหารเศษส่วน พบว่านักเรียนทำคะแนนจากบทเรียนสูง แต่นักเรียนทำคะแนนจากแบบทดสอบได้ต่ำกว่ามาตรฐานที่ตั้งไว้

ไพศาล (2522) ได้ทดลองสอนเรื่อง เศษส่วนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับร่างครั้งที่ 1) เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน 3 กลุ่มคือ กลุ่มนักเรียนในกรุงเทพมหานคร กลุ่มนักเรียนในเมือง และกลุ่มนักเรียนในชนบท ผลการวิจัยพบว่า คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนก่อนทดลองสอน และหลังทดลองสอนของนักเรียนแต่ละกลุ่มต่างกัน กลุ่มนักเรียนกรุงเทพมหานคร และกลุ่มนักเรียนในเมือง มีความสามารถในการเรียนเรื่องเศษส่วนสูงกว่านักเรียนในชนบท

จารุณี (2524) ได้ทดลองศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เมื่อสอนโดยแยกกลุ่มตามความสามารถกับไม่แยกกลุ่มตามความสามารถ ผลปรากฏว่า นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนแตกต่างกันโดยคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างที่สอนโดยวิธีแยกกลุ่มตามความสามารถสูงกว่าคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มที่สอนโดยวิธีไม่แยกกลุ่มตามความสามารถ

อุษาพร (2524) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง ทศนิยมและเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนทศนิยมก่อนเศษส่วนกับนักเรียนที่เรียนเศษส่วนก่อน

ทศนิยม ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องทศนิยมและเศษส่วนของนักเรียนที่เรียนทศนิยมก่อนเศษส่วนสูงกว่านักเรียนที่เรียนเศษส่วนก่อนทศนิยม

อุทัย (2527) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำที่สอนโดยกลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์สูง ปานกลาง และสอนโดยครู ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำทั้งสามกลุ่มแตกต่างกัน โดยที่กลุ่มนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยครู และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์สูงทำคะแนนได้สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอน โดยกลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ปานกลาง

จันทนา (2527) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความคงทนในการเรียนรู้เรื่องการคูณและหารเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยวิธีสอนแบบ มศว.(วรรณี โสมประยูร) กับวิธีสอนแบบ สสวท. พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน

เศรษฐศักดิ์ (2527) ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนซ่อมเสริมเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรม แบบฝึกหัดเพิ่มเติมและซ่อมเสริมตามปกติ ผลปรากฏว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมทั้งสามกลุ่มไม่แตกต่างกัน

สุนีย์ (2529) ได้ทำการวิจัยเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เรียนโดยวิธีสอนของวรรณี และวิธีสอนของ สสวท. พบว่าผลสัมฤทธิ์และความคงทนในการเรียนของทั้ง 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน

สุพรรณี (2531) ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนซ่อมต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ พบว่าการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนซ่อมเรื่องเศษส่วน ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ นักเรียนส่วนใหญ่สนใจและสนุกกับการเรียนซ่อมเสริมด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอน และนักเรียนให้ความเห็นว่า ตนได้รับผลประโยชน์ทำให้เข้าใจบทเรียนดีขึ้น นอกจากนั้นผู้ปกครองส่วนใหญ่เห็นว่าการใช้คอมพิวเตอร์มีประโยชน์ต่อนักเรียนมาก

งานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาในต่างประเทศ

Behr, Lesh, Post and Silver (1983) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสร้างความคิดรวบยอดเรื่องเศษส่วนว่า ควรใช้อุปกรณ์หลาย ๆ ชนิด เพราะจะทำให้เกิดมโนภาพในการเข้าใจเศษส่วนได้อย่างแท้จริง นอกจากนั้นยังเกิดความคิดรวบยอดจากรูปธรรมเปลี่ยนไปสู่นามธรรมได้ สำหรับหัวข้อในการสอนเศษส่วน ควรเริ่มจากความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเศษส่วน การเรียงลำดับเศษส่วน เศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน

Bezuk and Gramer (1989) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเศษส่วนไว้ว่า การสอนเศษส่วนควรใช้อุปกรณ์ในการสอน อาทิเช่น กระบะ เศษส่วน การพับกระดาษแสดงจำนวนในด้านการบวก ลบ คูณ หารเศษส่วนนั้น ยังไม่ควรสอนจนกว่านักเรียนจะเข้าใจความหมายของเศษส่วน สามารถเปรียบเทียบ เรียงลำดับเศษส่วนได้ มีความเข้าใจเศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน ในระยะเริ่มเรียนควรสอนเศษส่วนของจำนวนเต็มก่อน แล้วจึงสอนเศษส่วนของกลุ่ม นอกจากนั้นยังให้ความเห็นว่า ตัวส่วนไม่ควรมีค่ามากกว่า 12

2.4.2 งานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาการเรียนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

นักการศึกษาหลายท่านกล่าวถึงปัญหาการเรียนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

สุลัดดา (2527) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ความเข้าใจเรื่องเศษส่วนของนักเรียนไทยและนักเรียนญี่ปุ่น ผลของการวิจัยพบว่า การหารเศษส่วนของนักเรียนไทยมีปัญหามากในด้านการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน และจากการวิเคราะห์คำตอบที่ผิดของนักเรียน พบว่า นักเรียนใช้การคูณในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน ซึ่งชี้ให้เห็นว่านักเรียนขาดความเข้าใจในมโนมติเกี่ยวกับความหมายของการหารเศษส่วน

สมัย และคณะ (2529) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาความเข้าใจของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการเรียนเรื่องการหารเศษส่วน ผลของการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่มีมโนคติทางคณิตศาสตร์ และไม่เข้าใจเกี่ยวกับการหารเศษส่วน นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 มีความเข้าใจเรื่องการหารเศษส่วนดีกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งเป็นผลมาจากความแตกต่างของอายุ นอกจากนั้นยังพบว่าการเรียนการสอนการหารเศษส่วน ครูส่วนใหญ่ใช้วิธีบอกกฎเกณฑ์ให้แก่นักเรียน และให้นักเรียนท่องจำกฎเกณฑ์เพื่อทำแบบฝึกหัดหรือเพื่อทดสอบ

กรมวิชาการ (2532) ทำการวิจัยเรื่องการสังเคราะห์กระบวนการหลักสูตร หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 ผลการวิจัยเกี่ยวกับเนื้อหาเศษส่วนสรุปได้ว่าในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 เนื้อหาเศษส่วนเป็นปัญหาต่อผู้เรียนมาก ควรได้มีการทบทวนเกี่ยวกับความเหมาะสมของอัตราเวลาเรียนในกลุ่มทักษะคณิตศาสตร์ โดยให้มีความสอดคล้องกับวัยและระดับชั้น

งานวิจัยเกี่ยวกับปัญหาการเรียนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาในต่างประเทศ

Gunderson (1958) ได้กล่าวว่าการใช้สัญลักษณ์แทนเศษส่วน เป็นเรื่องที่ยากสำหรับนักเรียนระดับ 2 (Grade 2) ซึ่งเขาได้อธิบายว่า เศษส่วนเป็นนามธรรม การนำเอาสิ่งที่เป็นนามธรรมมาใช้กับเด็กเล็ก ๆ นั้น เด็กไม่สามารถที่จะมองเห็นได้ นอกเสียจากว่าพยายามทำสิ่งที่เป็นนามธรรมนั้นให้เป็นรูปธรรมเสียก่อน

Gibb (อ้างถึงใน สุนีย์, 2529) ได้ระบุถึงประเด็นปัญหาการเรียนการสอนเศษส่วนว่า เศษส่วนเป็นจำนวนที่เป็นนามธรรมเข้าใจยาก และความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเรื่องเศษส่วนที่เป็นเรื่องที่ยากสำหรับเด็ก

Thomas (1976) ได้รวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวกับเรื่องการบวกและการคูณเศษส่วน เขาได้พบว่า การเรียนการสอนเศษส่วนเป็นเรื่องยากสำหรับเด็กชั้นประถม เพราะเด็กจะมีมโนภาพที่สับสน

Carpenter and the Others (1980) ได้กล่าวถึงการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ NAEP (National Assessment of Educational Progress) ที่ว่าเด็กอายุระหว่าง 9-13 ปี ยังขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติของเศษส่วนอย่างแท้จริง ผลการเรียนเรื่องเศษส่วนอยู่ในระดับต่ำ

Hasemann (1981) กล่าวว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เรื่องเศษส่วนเป็นเรื่องยากมาก จนกระทั่งปัจจุบันยังไม่มีการสอนใดที่จะเอาชนะปัญหานี้ได้ สาเหตุสำคัญอาจมีหลายประการ ยกตัวอย่างเช่น วิธีการบวก ลบ คูณ หารเศษส่วนนี้เป็นเรื่องที่นักเรียนทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ได้ยาก

Lindquist (1983) มีความเห็นตรงกันกับ Dossey และคณะ (1988) ที่ว่า ความสามารถในการคิดคำนวณเรื่องเศษส่วนของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำ นักเรียนส่วนมากคิดคำนวณโดยมีความเข้าใจเพียงเล็กน้อย ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอายุ 13 ปี จะพัฒนาขึ้นในทุกเรื่อง ยกเว้นเรื่องเศษส่วน

Behr and others (1984) มีความคิดเห็นสอดคล้องกับ Streefland (1984) ที่ว่า ความรู้เรื่องจำนวนเต็มเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้เรื่องเศษส่วนได้ และนักเรียนมักจะไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างเศษและส่วน นำเศษและส่วนมาคำนวณแยกจากกัน

Brueckner and Bond (1955) ได้ศึกษาปัญหาในการเรียนเศษส่วนโดยสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเป็นหน่วยย่อย ๆ คือ การบวก การลบ การคูณ และการหาร โดยศึกษาจากนักเรียนเกรด 5-6 จำนวน 600 คน พร้อมทั้งได้รวบรวมปัญหาไว้หลายประการ คือ

1. การบวก มีความไม่เข้าใจในกระบวนการ เช่น บวกเศษกับเศษ บวกส่วนกับส่วน มีปัญหาเรื่องการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ การทำเศษส่วนให้เป็นจำนวนคละและมีปัญหาในการคิดคำนวณ

2. การลบ มีความไม่เข้าใจในกระบวนการ มีปัญหาในการทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ มีความผิดพลาดในการคิดคำนวณ

3. การคูณ มีความผิดพลาดในการคิดคำนวณ ไม่เข้าใจในกระบวนการ มีปัญหาในการทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

2.4.3 งานวิจัยเกี่ยวกับการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศไทยเกี่ยวกับการวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์ มีพอรวบรวมได้ดังนี้

สุนันทา (2524) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนบวก ลบ คูณ หาร สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดอ่างทอง จำนวน 4 ฉบับ คือ การบวก การลบ การคูณ และการหาร โดยมีจำนวนตัวอย่างประชากร 826 คน ผลของการศึกษาปรากฏว่าแบบทดสอบวินิจฉัยมีระดับความยากตั้งแต่ 0.53-0.95 ค่าอำนาจจำแนก 0.00-0.84 ค่าความเที่ยง 0.869-0.918 และมีความตรงตามเนื้อหาเนื่องจากผ่านการตรวจสอบจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้ว

สนิท (2524) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนบ้านพวกโป่ง อำเภอสูงเม่น จังหวัดแพร่ จำนวน 60 คน ซึ่งแบ่งออกเป็นกลุ่มทดลอง 30 คน กลุ่มควบคุม 30 คน กลุ่มทดลองให้มีการทดสอบด้วยแบบทดสอบวินิจฉัยก่อนและหลังการสอน เพื่อค้นหาข้อบกพร่องที่เป็นปัญหา แล้วสอนซ่อมเสริม ส่วนกลุ่มควบคุมสอนตามแผนปกติ ผลปรากฏว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุม

สดศรี (2526) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเรื่องเศษส่วนสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดภูเก็ต จำนวน 4 ฉบับ คือ ความหมายเศษส่วน การบวกเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากันและส่วนไม่เกินสิบ การลบเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากัน และส่วนไม่เกินสิบ โจทย์ปัญหาการบวกและการลบเศษส่วน โดยมีตัวอย่างประชากร 345 คน ผลจากการศึกษาพบว่าแบบทดสอบวินิจฉัยมีระดับความยากตั้งแต่ .67-.99 ค่าอำนาจจำแนก .04-.91 ค่าความเชื่อมั่นเรียงตามลำดับดังนี้ .91, .97, .97 และ .87 มีความตรงตามเนื้อหาเนื่องจากผ่านการตรวจสอบจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้ว

อารีย์ (2529) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ชนิดและสาเหตุของการคูณผิดของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดเพชรบุรี ตัวอย่างประชากร 566 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาคือ แบบทดสอบวินิจฉัย 2 ฉบับ และแบบสัมภาษณ์ ผลจากการศึกษาพบว่าชนิดและสาเหตุของการคูณผิดมีดังนี้

1. วิธีการคูณ สาเหตุคือ ใช้ตัวเลขผิดหลักคูณกัน ใส่ผลคูณผิดที่ คูณตัวตั้งไม่ครบทุกหลัก ไม่แม่นสูตรคูณ ใช้การหารและการบวกแทนการคูณ

2. การทด สาเหตุคือ ทดผิดจำนวน ทดผิดหลัก ไม่รวมตัวทดเพื่อไปเป็นผลลัพธ์ ผิดพลาดเมื่อมีการทดไปยังเลข 0 นำตัวคูณไปคูณตัวทดแทนการคูณกับตัวตั้ง บวกตัวทดก่อนที่จะคูณ

3. การใช้ 0 ในการคูณ สาเหตุคือ วางตำแหน่งผลคูรผิดหลัก ให้ 0 มีค่าเป็น 1 เมื่อเป็นตัวคูณหรือตัวตั้ง ตัดตัวเลขหลักหน่วยของตัวคูณที่มีค่าเป็น 0 ออกไป

4. จำสูตรคูณผิด สาเหตุคือ สับสนระหว่างเอกลักษณ์ การคูณกับคุณสมบัติของ 0 จำสูตรคูณไม่ได้ ใช้บวกแทนการคูณ

5. การรวมผลคูณ สาเหตุคือ ลืมทด ลืมรวมผลคูณ ใช้วิธีลบแทนการบวกและทดผิด

6. การวางผลคูณในแต่ละหลัก สาเหตุคือ ใส่ผลคูณผิดตำแหน่ง

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยต่าง ๆ ทำให้ได้ข้อสรุปว่า คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีบทบาทสำคัญในชีวิตประจำวัน ซึ่งควรวางรากฐานในการเรียนตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนนอกจากจะทำหน้าที่สอนแล้ว ยังต้องวินิจฉัยการเรียนของนักเรียนด้วย เพื่อช่วยเหลือนักเรียนให้บรรลุผลตามจุดประสงค์ที่วางไว้ และการใช้แบบทดสอบวินิจฉัยซึ่งเป็นที่ยอมรับกันว่าเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์ต่อการสอนมากที่สุด เนื่องจากสามารถวิเคราะห์หาข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนได้ละเอียดและตรงจุด ซึ่งช่วยให้ครูผู้สอนทราบว่าควรสอนหรือแก้ไขข้อบกพร่องของนักเรียนในเรื่องใด ส่วนนักเรียนสามารถประเมินตัวเองได้ว่า ได้เรียนรู้มากน้อยเพียงใด และควรปรับปรุงอะไรบ้าง ทำให้นักเรียนรู้ความสามารถของตนเอง ซึ่งเป็นจุดมุ่งหมายที่สำคัญอย่างหนึ่งของหลักสูตร

นงลักษณ์ (2534) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวินิจฉัยการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษา เขตการศึกษา 12 ตัวอย่างประชากร 516 คน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบทดสอบวินิจฉัยจำนวน 3 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่า

1. ด้านมโนทัศน์ นักเรียนบกพร่องในการเขียนภาพแสดงการแบ่งไม่ถูกต้อง

2. ด้านการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนบกพร่องในลักษณะการหาว่ามีส่วนที่เท่ากันอยู่กี่ส่วน ซึ่งโจทย์กำหนดตัวตั้งให้ แต่ต้องหาตัวหารเองจากโจทย์ นักเรียนหาคำตอบผิด มาจากการคำนวณผิดมากที่สุด

3. ด้านการคิดคำนวณ ประเภทแบบผิดในการหารที่นักเรียนมีข้อบกพร่องคือ เกี่ยวกับการเรียนรู้ความคิดรวบยอด ซึ่งนักเรียนวางผลหารผิดตำแหน่ง

งานวิจัยต่างประเทศที่เกี่ยวกับการวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์กล่าวโดยสรุปได้ดังนี้

Ellis (1972) ได้ทำการศึกษาปัญหาในการเรียนเรื่องจำนวนเต็มของนักเรียนเกรด 6 ตัวอย่างประชากรมีจำนวน 690 คน นำผลการสอบมาแยกเน้นนักเรียน 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ตอบถูก

ทั้งหมด กลุ่มที่ทำถูกวิธีแต่คำตอบผิด และกลุ่มที่ผิดทั้งวิธีทำและคำตอบ โดยกลุ่มที่ทำถูกวิธีแต่คำตอบผิดได้รับการทดสอบย่อยด้วยแบบทดสอบวินิจฉัย ผลจากการศึกษาพบว่า มีปัญหาในการบวก 17 เปอร์เซนต์ การคูณเลขหลักเดียว 14 เปอร์เซนต์ การคูณด้วยเลขสองหลัก 16 เปอร์เซนต์

Bowman (อ้างถึงใน นงลักษณ์, 2534) ได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เบื้องต้นสำหรับใช้ในวิทยาลัยที่มีโครงการช่วยนักเรียนที่มีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่ำ เพื่อค้นหาจุดเด่นและจุดบกพร่องในการเรียนเรื่อง การบวก ลบ คูณ และหาร การแก้ปัญหาโจทย์และพีชคณิตเบื้องต้น ใช้ทดสอบเป็นกลุ่มแต่นำผลการสอบของนักเรียนแต่ละคนมาพิจารณาหาจุดเด่นและจุดบกพร่องในแต่ละเนื้อหาว่ามักผิดพลาดในลักษณะใด ข้อมูลจะบันทึกเป็นเส้นภาพ (profile) เพื่อให้สะดวกในการตีความหมายผลงานของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ศึกษา 435 คน ผลที่พบคือแบบทดสอบวินิจฉัยนี้มีประโยชน์ในการจัดโครงการสอนซ่อมเสริมนักเรียนเป็นรายบุคคลได้อย่างเหมาะสม

Jean (1978) ได้ศึกษาถึงข้อบกพร่องที่เป็นปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการบวกของนักเรียนเกรด 3-4 โดยใช้แบบทดสอบวินิจฉัย ผลจากการศึกษาพบว่านักเรียนที่มีปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์เป็นเพราะขาดทักษะพื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวน และเมื่อได้รับการซ่อมเสริมผลปรากฏว่าทำคะแนนได้เพิ่มขึ้นมากกว่ากลุ่มควบคุม