บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ความเข้าใจเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนประถมศึกษา อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น ผู้วิจัยได้กำหนดเรื่องที่จะศึกษาไว้ดังนี้

2.1 คณิตศาสตร์หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

2.2 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.3 ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เกี่ยวกับตัวนักเรียน

2.4 เศษส่วนในระดับประถมศึกษา

2.5 การสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

2.6 ปัญหาการเรียนการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 คณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533)

หลักสูตรพุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ได้กำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นวิชาหนึ่งในกลุ่มทักษะที่เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิดการคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ จึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีลักษณะ ดังนี้

1. มีความรู้ ความเข้าใจ ในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2534)

เนื้อหาหลักสูตรคณิตศาสตร์มีโครงสร้างประกอบด้วยพื้นฐานด้านต่าง ๆ 5 พื้นฐาน คือ

1. พื้นฐานทางจำนวน เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับเรื่อง จำนวนนับ เศษส่วน ทศนิยม เป็นต้น
2. พื้นฐานทางพีชคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับพื้นฐานทางจำนวน เช่น สมการ

3. พื้นฐานทางการวัด เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาที่เกี่ยวกับการวัดความยาว การชั่ง การตวง การหาพื้นที่ การหาปริมาตร ทิศ แผนผัง เวลา วัน เดือน ปี และเงิน เป็นต้น
4. พื้นฐานทางเรขาคณิต เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับรูปเรขาคณิต และรูปทรงเรขาคณิต
5. พื้นฐานทางสถิติ เป็นพื้นฐานที่มีขอบข่ายเนื้อหาเกี่ยวกับการนำเสนอข้อมูลในรูปแผนภูมิและกราฟ

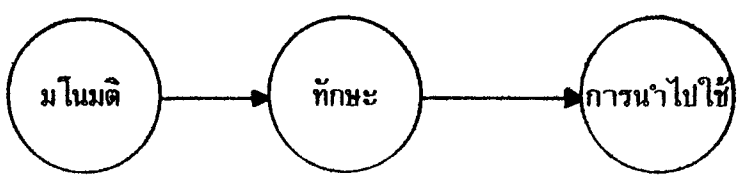
พื้นฐานทั้งหมดจะผสมผสานมีความสัมพันธ์กันไม่แยกเป็นรายวิชา โดยยึดหลัก 4 ประการ คือ

1. จัดเนื้อหาให้มีความสัมพันธ์กัน
2. คำนึงถึงความเหมาะสมในการนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน
3. จัดเนื้อหาให้เหมาะสมกับวุฒิภาวะของนักเรียน
4. เน้นกระบวนการพัฒนาสติปัญญาและกระบวนการแก้ปัญหา (ฉวีวรรณ กีรติกร, 2527)

จากโครงสร้างหลักสูตรเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ จะเห็นว่านักเรียนจะเรียนรู้พื้นฐานอื่น ๆ ได้ดีต้องมีพื้นฐานทางด้านจำนวนมาก่อนเป็นอันดับแรก การที่นักเรียนจะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้นนั้น ครูจะต้องวางพื้นฐานให้ดีตั้งแต่ต้น ตลอดจนสอนให้ถูกต้องตามหลักการและขั้นตอน

2.2 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

การจัดการเรียนการสอนในคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา เน้นการพัฒนานักเรียนให้เกิดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการคณิตศาสตร์เบื้องต้น เพื่อให้สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ รวมทั้งเน้นความรู้พื้นฐานในการเรียนชั้นสูงต่อไป นอกจากนี้ยังเน้นให้นักเรียนมีทักษะในการแก้ปัญหา การสังเกต การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนปลูกฝังและส่งเสริมเจตคติ (Attitude) ที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ดังนั้น จุดประสงค์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงเน้นกิจกรรม 3 ส่วน คือ การพัฒนามโนมติทางคณิตศาสตร์ ทักษะของมโนมติ เพื่อให้เกิดความชำนาญและเป็นอัตโนมัติ และการพัฒนาความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน (สุลัดดา ลอยฟ้าและคณะ, 2537) (อัดสำเนา)



การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จึงควรเน้นการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทั้งสามส่วนนี้

นอกจากนี้สิ่งที่ครูต้องคำนึงถึงในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ ความแตกต่างระหว่างบุคคล การเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นเรื่องของนามธรรม ครูผู้สอนต้องคิดหาวิธีเชื่อมโยง เพื่อถ่ายทอดสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรมให้ได้ หลักการสอนคณิตศาสตร์จึงควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. การสอนเนื้อหาใหม่แต่ละครั้งครูจะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน ทั้งความพร้อมด้านวุฒิภาวะ และเนื้อหา

2. การสอนคณิตศาสตร์เน้นความเข้าใจมากกว่าความจำ การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่จึงเน้นการจัดประสบการณ์การเรียนที่มีความหมายและใช้วิธีการสอนแบบต่าง ๆ มากขึ้น นักเรียนจะต้องเข้าใจความคิดรวบยอดก่อนจึงจะฝึกทักษะ หรือทำแบบฝึกหัด เพื่อเพิ่มพูนประสบการณ์อันจะนำไปสู่การนำไปใช้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. ใช้วิธีอุปมาน (Inductive) ในการสรุปหลักการทางคณิตศาสตร์แล้วนำความรู้ไปใช้ด้วยวิธีอนุมาน (Deductive)

4. ควรมีการจัดประสบการณ์ให้แก่นักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายและหลักการทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ควรจัดมี 3 ประเภท ได้แก่ ประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม

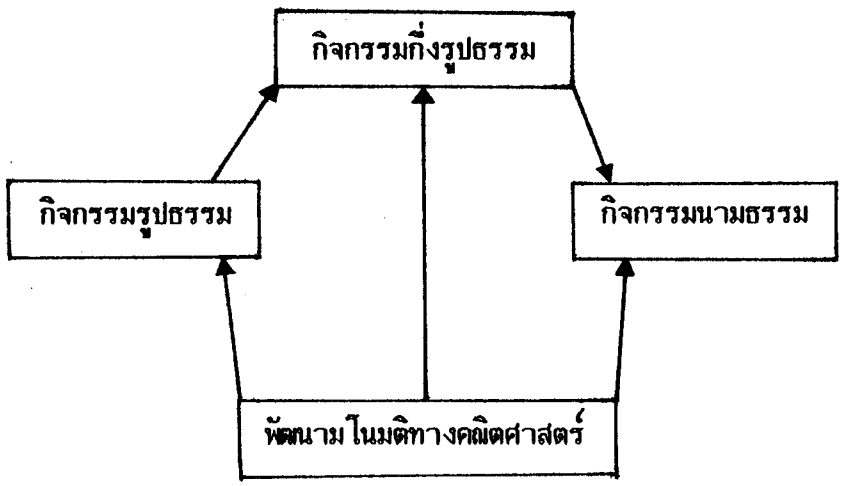
5. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน โดยให้เด็กได้อภิปรายและแสดงความคิดเห็นในสถานการณ์ต่าง ๆ และแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

6. ส่งเสริมการสอนโดยใช้กิจกรรมและสื่อการสอน การสอนเรื่องใหม่แต่ละครั้งควรใช้สื่อรูปธรรม อธิบายแนวคิดนามธรรมทางคณิตศาสตร์และควรให้นักเรียนได้ค้นคว้าทดลองหาคำตอบด้วยตนเอง

7. จัดบทเรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

8. ควรใช้เทคนิคต่าง ๆในการเสริมสร้างบทเรียนให้มีชีวิตชีวา นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน มีความกระตือรือร้นไม่เบื่อหน่าย มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นนามธรรม เนื้อหาบางตอนยากที่จะอธิบายให้เข้าใจได้ เพราะเด็กในระดับประถมศึกษาอยู่ในวัย 6-12 ปี มีแนวคิดเป็นรูปธรรมมากกว่านามธรรม ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องเป็นไปตามลำดับขั้นตอน คือ กิจกรรมรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนามธรรม(ใช้สัญลักษณ์) ซึ่ง Piajet(อ้างถึงในสุลัดดา ลอยฟ้าและคณะ, 2536) ได้เสนอแนะกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ควรจะมีลำดับขั้น ดังนี้



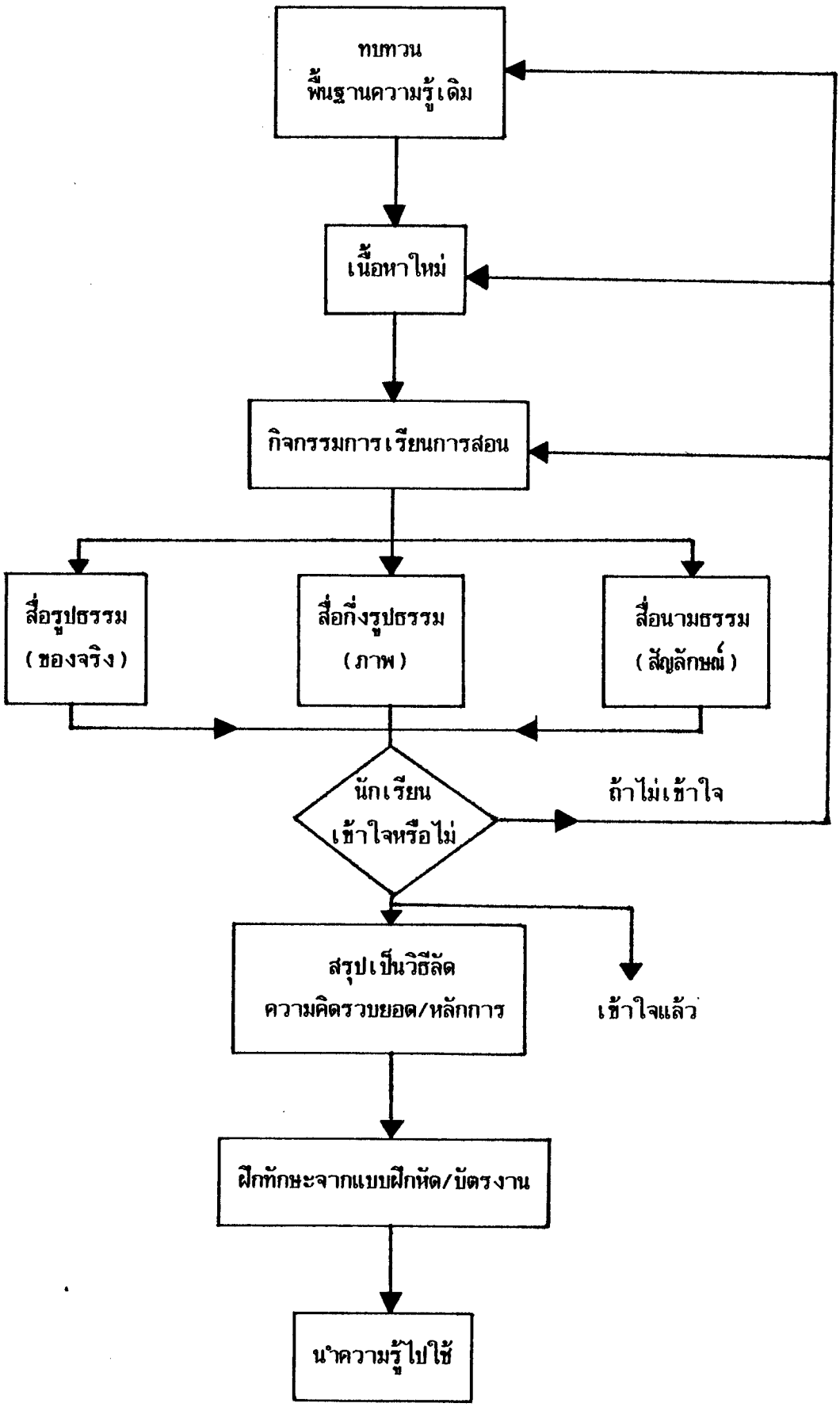
ดวงเดือน อ่อนน่วม (2532) ให้ข้อเสนอแนะว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่นับว่าประสบผลสำเร็จ คือ การที่สามารถทำให้นักเรียนมองเห็นว่า คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความหมาย ไม่ใช่เรื่องประกอบด้วย ทฤษฎี หลักการ การพิสูจน์หรือการคำนวณเพื่อตัวอย่างคณิตศาสตร์เอง ดังนั้นจึงควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่นักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประสบการณ์ที่ควรจัดมี 3 ประเภท ได้แก่ ประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และประสบการณ์นามธรรม ส่วนวิธีสอนที่เด่น ๆนั้นได้เสนอแนะไว้ 3 วิธีด้วยกัน คือ

1. วิธีสอนโดยการค้นพบด้วยตนเอง เป็นการที่ผู้เรียนคิดค้นหาคำตอบที่ต้องการด้วยตนเอง

2. วิธีสอนโดยการค้นพบด้วยตนเองภายใต้การแนะนำ เป็นการสอนที่ครูตั้งปัญหา แล้วให้ผู้เรียนได้แสวงหาคำตอบภายใต้การแนะนำของครู

3. วิธีสอนโดยการสาธิต ซึ่งครูจะเป็นผู้กำหนดปัญหาและเป็นผู้ตอบปัญหาเอง โดยผู้เรียนเป็นผู้ปฏิบัติตามวิธีการที่ครูแนะนำหรือแสดงให้ดู

ดังนั้น การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ควรจัดประสบการณ์ตามขั้นตอนต่อไปนี้ (สุลัดดา ลอยฟ้าและคณะ, 2536)



แผนภูมิที่ 1 ขั้นตอนการจัดประสบการณ์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

การจัดลำดับขั้นการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรเริ่มด้วยการทบทวนความรู้เดิม เพื่อเชื่อมโยงความรู้เดิมที่เรียนมาแล้วให้สัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ เพื่อทบทวนความรู้เดิม ซึ่งถือเป็นการเตรียมความพร้อม แล้วจึงให้เนื้อหาใหม่ แก่ผู้เรียนด้วยการให้ประสบการณ์จากของจริง (สื่อรูปธรรม) รูปภาพ จากนั้นจึงใช้สัญลักษณ์เป็นขั้นสุดท้าย เมื่อให้เนื้อหาใหม่แล้ว ครูจะต้องตรวจสอบดูว่านักเรียนเข้าใจแค่ไหน ถ้ายังไม่เข้าใจก็จะต้องทบทวนใหม่แต่ถ้าเข้าใจแล้ว ครูก็อาจกระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกคิด รวบรวมหาความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นจนเข้าใจมโนมติของเนื้อหานั้น แล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือวิธีลัดเพื่อนำไปใช้ต่อไป หลังจากนั้นจึงให้นักเรียนฝึกทักษะจากแบบเรียน บัตรงาน หรือแบบฝึกที่ครูสร้างขึ้นเอง ซึ่งจะเป็นแนวทางชี้นำให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น การที่เด็กจะบรรลุตามจุดประสงค์การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูต้องคำนึงถึงผู้เรียน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เทคนิควิธีการสอนต่าง ๆ ตลอดจนลำดับขั้นของการสอน เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจได้ง่ายขึ้น

2.3 ปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับตัวนักเรียน

ปัญหาเกี่ยวกับตัวนักเรียนที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไม่ประสบผลสำเร็จส่วนใหญ่เป็นปัญหาอันเนื่องมาจากความแตกต่างระหว่างบุคคล ได้แก่

1. ปัญหาเรื่องอายุ เด็กมีอายุมากหรือน้อยกว่าระดับชั้นมาเรียนร่วมกันจะทำให้เกิดปัญหาในการเตรียมความพร้อม เด็กที่มีอายุมากกว่าจะมีความพร้อมเร็วกว่าเด็กที่มีอายุน้อย

2. ปัญหาด้านสุขภาพและร่างกาย เด็กบางคนมีสุขภาพไม่ดี เช่น ปวดศีรษะบ่อย ๆเนื่องจากสายตาสั้น หรือเด็กบางคนที่มีความบกพร่องทางร่างกายเกี่ยวกับการฟังและการมอง อันเป็นอุปสรรคอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้ เพราะเด็กมองเห็นไม่ชัดเจน ได้ยินเสียงที่ครูพูดไม่ชัดเจน จึงทำให้ขาดการเรียนรู้ เด็กบางคนมีความแข็งแรงทางด้านร่างกายแตกต่างกัน จึงทำให้ความสามารถในการทำงานตามที่ได้รับมอบหมาย ความคล่องแคล่วในการเรียนและการเล่นแตกต่างกัน

3. ปัญหาความสามารถทางด้านสติปัญญา เด็กมีความสามารถทางด้านสติปัญญาแตกต่างกันทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันด้วย

4. ปัญหาประสบการณ์ของเด็กแตกต่างกัน เป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้ เด็กที่ได้รับประสบการณ์มากกว่าจะเกิดการเรียนรู้ได้ผลดีและรวดเร็วกว่าเด็กที่ได้รับประสบการณ์น้อยกว่า

5. ปัญหาด้านความสนใจของเด็ก เด็กมีความสนใจในช่วงระยะเวลาจำกัด และมีความสนใจสิ่งที่แตกต่างกัน แม้ว่าเด็กเริ่มเรียนจะมีความสนใจสิ่งใดสิ่งหนึ่งใกล้เคียงกัน แต่สิ่งที่สนใจพิเศษไม่เหมือนกัน เช่น บางคนสนใจสัตว์เลี้ยง บางคนสนใจของเล่น เป็นต้น

6. ปัญหาความแตกต่างในด้านเพศ ทำให้เกิดความสนใจในกิจกรรมแตกต่างกัน จะทำให้ความร่วมมือเฉพาะที่ตนชอบและสนใจเท่านั้น กิจกรรมใดที่ไม่ชอบและไม่สนใจก็จะเพิกเฉยเสีย เด็กผู้ชายจะชอบการเล่นที่เป็นการเคลื่อนไหวอวัยวะ เช่น การกระโดด การวิ่ง การแข่งขัน ในขณะที่ผู้หญิงสนใจในการจัดของเล่น จัดสิ่งของแต่งตัวตุ๊กตา เป็นต้น

7. ปัญหาทางด้านภาษาและความเข้าใจภาษาแตกต่างกัน ทั้งนี้เพราะสภาพพื้นฐานและประสบการณ์การฝึก การดูแลเอาใจใส่และอื่น ๆที่เป็นต้นเหตุแห่งความเจริญภาษา เด็กที่มีพัฒนาการทางภาษาดีจะเรียนรู้ได้ดีกว่า

8. ปัญหาด้านเจตคติของเด็ก เด็กบางคนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งนี้อาจเป็นผลจากการเรียนคณิตศาสตร์เริ่มต้น เด็กยังไม่มีความพร้อม เด็กพบครูที่สอนไม่ดีและไม่เข้าใจธรรมชาติของเด็ก ยัดเยียดบทเรียนที่ยากเกินความสามารถของเด็ก ทำให้เรียนด้วยความไม่เข้าใจและเป็นผลเสียต่อเด็ก

9. ปัญหาด้านความพร้อมของเด็ก ความพร้อมของเด็กบางคนไม่เป็นไปตามระดับอายุมีพัฒนาการทางด้านต่าง ๆช้ากว่าปกติทั้ง ๆที่อายุไล่เลี่ยกับเด็กคนอื่น ๆ

10. ปัญหาทางอารมณ์ของเด็ก เด็กบางคนแสดงกิริยาก้าวร้าว ชอบเล่นแรง ๆ รังแกเพื่อน ทำให้ไม่เป็นที่ยอมรับของเพื่อน ปรับตัวเข้ากับเพื่อนไม่ได้

11. ปัญหาสภาพความเป็นอยู่ของเด็ก เด็กที่มาจากครอบครัวที่มีฐานะยากจน ขาดอาหารไม่ได้รับประทานอาหารเช้าและกลางวัน ทำให้เด็กมีสุขภาพอ่อนแอ ขี้โรค ไม่สนใจการเรียนเด็กที่ขาดความรักและความอบอุ่นจากครอบครัว จะมีลักษณะไม่กล้าทำ กลัวผิด ไม่กล้าแสดงออก (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2529)

สมจิต ชิวปรีชา (2530) ได้จำแนกลักษณะการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ ปัญหาด้านผู้เรียน และปัญหาด้านครูผู้สอน ส่วนปัญหาทางด้านนักเรียนมีรายละเอียด ดังนี้

1. นักเรียนคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่เป็น การเรียนการสอนจึงมีลักษณะเป็นการเลียนแบบมากกว่าการเรียนรู้ เพราะเมื่อมีปัญหาใหม่ครูต้องอธิบายหรือแสดงวิธีทำให้ดูนักเรียนจึงจะทำได้ ดังนั้นนักเรียนจึงได้รับการฝึกให้จำวิธีการแก้ปัญหาจากครูแล้วนำมาลอกใส่สมุดแบบฝึกหัดอีกไม่นานก็ลืม

2. นักเรียนขาดความเข้าใจในเนื้อหาสาระที่เรียนในการเรียนบางเรื่อง หรือเรียนด้วยความไม่เข้าใจ ทำให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือทำการบ้านไม่ได้

3. นักเรียนไม่สนใจและไม่ตั้งใจเรียน เนื่องจากครูส่วนใหญ่ไม่ใช้สื่อการสอน และการอธิบายเนื้อหาสาระบางเรื่องใช้วิธีบรรยายเพียงอย่างเดียว นักเรียนไม่เข้าใจ ทำแบบฝึกหัดไม่ได้ จึงเกิดความเบื่อหน่ายไม่อยากเรียน

4. นักเรียนมีความพร้อมในการเรียนรู้ต่างกัน ทำให้ครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับนักเรียนทุกคนได้ยาก

5. นักเรียนส่วนมากไม่มีทักษะในการคิดคำนวณ และไม่มีทักษะในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เนื่องจากผู้สอนคณิตศาสตร์โดยทั่วไป คิดว่าการสอนคณิตศาสตร์แผนใหม่มุ่งเน้นความเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์แต่เพียงอย่างเดียว ไม่จำเป็นต้องให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติทางด้านการทำแบบฝึกหัดหรือทำการบ้านมาก ๆ

6. นักเรียนมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เพราะคิดว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก น่าเบื่อหน่าย ไม่สนุก มีเนื้อหาสาระที่ต้องเรียนมากเกินไป และบางเรื่องนักเรียนเห็นว่าไม่มีประโยชน์ เช่น การแก้สมการ เรขาคณิต และเรื่องอื่น ๆ

ปกติ ใจกว้าง (2526) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ ความคิดเห็นของครู และผู้ปกครองเกี่ยวกับปัญหาด้านการศึกษาของนักเรียนในโรงเรียนประถมศึกษา สังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดลพบุรี พบว่า

1. ปัญหาด้านวิธีการเรียนและการค้นคว้าเพิ่มเติม นักเรียนไม่ทราบวิธีการค้นคว้าที่ถูกต้อง ไม่สนใจอ่านหนังสือหรือค้นคว้าเพิ่มเติม ไม่สนใจที่จะทบทวนบทเรียน ไม่กล้าซักถามเมื่อสงสัยหรือไม่เข้าใจบทเรียน และไม่มีใครจะปรึกษาเกี่ยวกับการเรียน

2. ปัญหาด้านเครื่องแบบและอุปกรณ์การเรียน นักเรียนขาดแคลนอุปกรณ์การเรียน เช่น สมุด ดินสอ ปากกา นักเรียนไม่จัดเตรียมอุปกรณ์การเรียนให้พร้อมตามตารางเรียน และไม่สามารถซื้ออุปกรณ์ได้ทันทีที่ทำหายหรือใช้หมด

3. ปัญหาด้านความสามารถทางการเรียน นักเรียนลืมบทเรียนที่เรียนมาแล้วได้ง่าย คิดเลขช้า ใช้ภาษาพูดไม่ดีพอ เขียนและอ่านหนังสือไม่คล่อง และทำเลขผิดอยู่เสมอ

4. ปัญหาด้านความสนใจต่อบทเรียน นักเรียนชอบเล่นหรือคุยมากกว่าเรียนหนังสือ ไม่ตั้งใจเรียน ขาดความกระตือรือร้นต่อการเรียนและไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนมาโรงเรียนไม่ทันเพราะต้องช่วยงานบ้านก่อนมาโรงเรียน

5. ปัญหาด้านการทำงานและการบ้าน นักเรียนไม่มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย ไม่ตั้งใจและรีบทำงานให้เสร็จโดยเร็ว ทำงานไม่รอบคอบและผิดอยู่เสมอ ทำการบ้านไม่ได้ เพราะไม่มีใครช่วยสอน

6. ปัญหาอื่น ๆที่เกี่ยวกับการศึกษา ผู้ปกครองไม่เข้าใจวิธีการเรียนการสอนตามหลักสูตรประถมศึกษา ทางบ้านและโรงเรียนไม่ค่อยร่วมมือกันในการแก้ปัญหาของนักเรียน

7. ปัญหาด้านความคิดเห็นเกี่ยวกับการศึกษา นักเรียนไม่อยากมาโรงเรียน เพราะมีโอกาสศึกษาต่อน้อย ขาดแคลนทุนทรัพย์ และไม่เห็นคุณค่าและประโยชน์ของการศึกษา จึงมาโรงเรียนเพื่อเล่นกับเพื่อนมากกว่าตั้งใจเรียน

ยุพิน พิพิธกุล (2524) กล่าวว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไม่ประสบความสำเร็จเนื่องมาจากปัญหา 4 ด้าน คือ ด้านผู้บริหาร เนื้อหาหลักสูตร ตัวครู นักเรียน สิ่งแวดล้อม ในที่นี้จะกล่าวถึงปัญหาด้านตัวนักเรียน ดังนี้

1. ความพร้อม เรื่องนี้เป็นเรื่องที่สำคัญเมื่อนักเรียนยังไม่มีความพร้อม ครูไปยัดเยียดความรู้ให้ก็ย่อมเป็นผลเสีย การสอนนั้นจะต้องคำนึงถึงวัย ความรู้พื้นฐานของนักเรียนด้วย

2. เจตคติของนักเรียน นักเรียนบางคนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้อาจจะเป็นเพราะการเรียนคณิตศาสตร์ตอนเริ่มต้น นักเรียนผู้นั้นพบครูที่สอนไม่ดี เรียนไม่เข้าใจ ดังนั้นครูที่สอนวิชาคณิตศาสตร์จำเป็นต้องสำรวจความรู้ความเข้าใจของนักเรียนอยู่เสมอ

จารึก ศรีคุณโน (2535) ได้ทำวิจัยเรื่อง การศึกษาการแก้ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนประถมศึกษาที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง พบว่าปัญหาด้านนักเรียนที่พบมากที่สุด คือ ความรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ของนักเรียนแตกต่างกัน

จากข้อความที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จะประสบความสำเร็จได้นั้น นอกจากจะคำนึงถึงตัวครูแล้ว นักเรียนก็มีส่วนสำคัญ เพราะนักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างระหว่างบุคคล นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทางด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจ ลักษณะนิสัย โดยเฉพาะอย่างยิ่งการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนจะมีความสามารถเหมือนกันไม่ได้ นักเรียนบางคนสติปัญญาดีสามารถทำโจทย์ได้คล่อง แต่บางคนไม่สามารถทำได้ ครูจะต้องให้กำลังใจแก่เด็ก ไม่กล่าวสิ่งใดให้เกิดความท้อถอยเพื่อให้เด็กมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งปัญหาเกี่ยวกับตัวนักเรียนมีมากมายทั้งครูและผู้ปกครองตลอดจนตัวนักเรียนเองจะต้องช่วยกันแก้ไข เพื่อให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของเด็กดีขึ้น

2.4 เศษส่วนในระดับประถมศึกษา

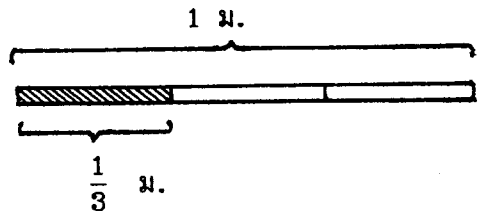
การพัฒนามโนมติเศษส่วนในระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนจะต้องพยายามจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ชี้ให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการนำเอาความรู้เรื่องเศษส่วนไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การพัฒนามโนมติเศษส่วนในระดับนี้เป็นเรื่องที่ค่อนข้างยากที่จะให้นักเรียนในระดับประถมศึกษาเข้าใจมโนมติโดยการที่ครูบอกนิยามของมโนมติดังกล่าวเลย ดังนั้น การพัฒนามโนมติจะต้องอาศัยกิจกรรมหลายอย่างและหลายประเภท เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมโนมติอย่างมีเหตุผลตามลำดับขั้น ดังนี้ (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2529)

1. **การสอนความหมายของเศษส่วน**

ความหมายของเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษานั้น จะสอนอยู่ด้วยกัน 2 ความหมาย โดยเน้นความหมายที่สัมพันธ์กับการใช้ในชีวิตประจำวันให้มากที่สุด ดังนี้

1.1 เศษส่วน หมายถึง ปริมาณของสิ่งที่กล่าวถึงเมื่อเทียบกับปริมาณทั้งหมด

ตัวอย่าง เทป 1 เมตร ถ้าแบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน แต่ละส่วนจะยาวกี่เมตร



เนื่องจากเทป 1 เมตร แบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน ฉะนั้นปริมาณที่เราต้องการหาจะมีขนาด 1 ใน 3 ของ 1 เมตร ซึ่งเขียนแทนด้วย "$\frac{1}{3}$" นั่นคือ แต่ละส่วนจะยาว $\frac{1}{3}$ ม.

ความหมายของเศษส่วนในแง่นี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่เรากล่าวถึงเปรียบเทียบกับปริมาณทั้งหมด โดยที่ "ส่วน" คือ ตัวกำหนดว่าปริมาณทั้งหมดแบ่งออกเป็นกี่ส่วนเท่า ๆ กัน "เศษ" เป็นตัวกำหนดปริมาณที่กล่าวถึงว่ามีกี่ส่วน เช่น

$\frac{1}{5}$ หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 1 ส่วน จากปริมาณทั้งหมด ซึ่งมี 5 ส่วนเท่า ๆกัน

ถ้าของทั้งหมดยาวเท่ากับ 1 เมตร

1 ม.

$\frac{1}{2}$ ม. หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน

$\frac{1}{3}$ ม. หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน

$\frac{1}{4}$ ม. หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน

$\frac{1}{5}$ ม. หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

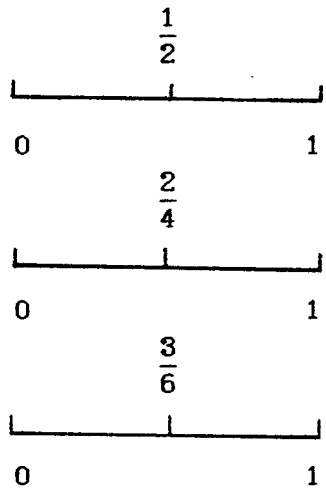
จะพบว่า $1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$

$\frac{2}{5}$ หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 2 ส่วน จากปริมาณทั้งหมดมี 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า

$\frac{2}{5}$ หมายถึง มีปริมาณ $\frac{1}{5}$ อยู่ 2 ส่วน

ซึ่งจากเศษส่วนในความหมายที่ 1 นี้ เราจะได้ลักษณะเฉพาะของเศษส่วนซึ่งจำเป็นที่นักเรียนในระดับประถมศึกษาจะต้องทำความเข้าใจให้ชัดเจน ลักษณะดังกล่าว คือ มีเศษส่วนหลายจำนวนที่แทนปริมาณเดียวกันหรือปริมาณที่เท่ากัน ดังรูป



จากรูปจะพบว่า เศษส่วน $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ ต่างแทนความยาวที่เท่ากันหรือปริมาณอันเดียวกัน ซึ่งคุณสมบัตินี้ก็ คือ $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ ซึ่งหมายถึงการทำส่วนให้เท่ากันโดยการหาจำนวนเต็มใด ๆ ก็ได้มาคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนซึ่งเป็นวิธีการหา ค.ร.น นั่นเอง

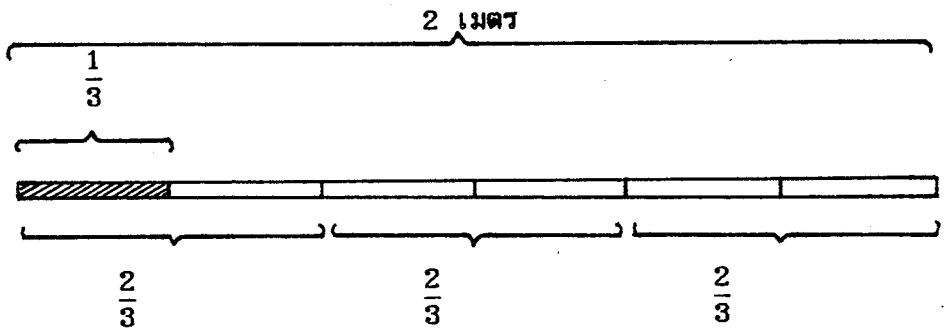
1.2 เศษส่วน หมายถึง ผลหารระหว่างจำนวนสองจำนวน กล่าวคือ

$\frac{2}{3}$ หมายถึง $2 \div 3$ หรือ $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

ตัวอย่าง มีเชือกยาว 2 เมตร ต้องการแบ่งให้น้อง 3 คน คนละเท่า ๆ กันจะได้คนละกี่เมตร เราสามารถเขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$2 \div 3 = \square$

ดังรูป



จะพบว่า แต่ละคนจะได้เชือกยาวคนละ 2 ใน 3 ของ 1 เมตร หรือเท่ากับ $\frac{2}{3}$ เมตร

แสดงว่า $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

ความหมายของเศษส่วนในความหมายที่ 2 นี้ จะสอนหลังจากที่สอนความหมายที่ 1 แล้ว ดังเช่น ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษาของญี่ปุ่น กำหนดให้สอนความหมายที่ 1 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 แต่สอนความหมายที่ 2 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2529)

2. **การบวกและการลบเศษส่วนในระดับประถมศึกษา**

การบวกจำนวนเศษส่วนสองจำนวนก็ คือ การรวมสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มที่ไม่มีสมาชิกซ้ำกันเลย จำนวนที่แทนที่จำนวนสมาชิกของกลุ่มที่เกิดจากการรวมกันนี้ คือ ผลบวกของจำนวนเศษส่วนสองจำนวน ซึ่งการบวกลักษณะนี้คือ นิยามการบวกของ whole number นั่นเอง

2.1 สำหรับการบวกและลบจำนวนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาแล้ว การทำส่วนของเศษส่วนที่แทนจำนวนเศษส่วนให้เท่ากันแล้ว จะสามารถหาผลบวกได้ง่ายขึ้นและสามารถใช้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม หรือกึ่งรูปธรรมแสดงผลบวก หรือลบดังกล่าวให้นักเรียนเห็นได้ชัดเจนด้วย เพราะการบวกและลบลักษณะนี้จะสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับการบวกและลบ whole number ดังตัวอย่างต่อไปนี้

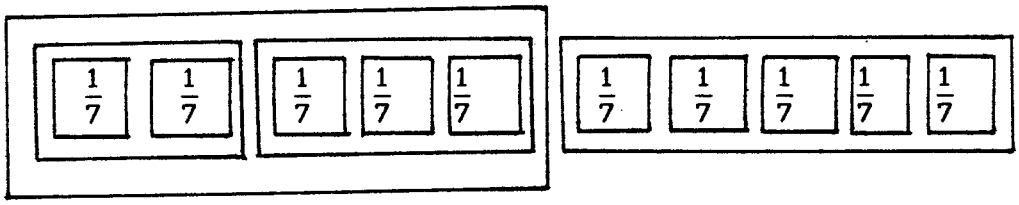
ตัวอย่าง $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \square$

$\frac{2}{7}$ หมายถึง มีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 2 ชิ้น

$\frac{3}{7}$ หมายถึง มีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 3 ชิ้น

รวมกันแล้วมีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 2+3 ชิ้น

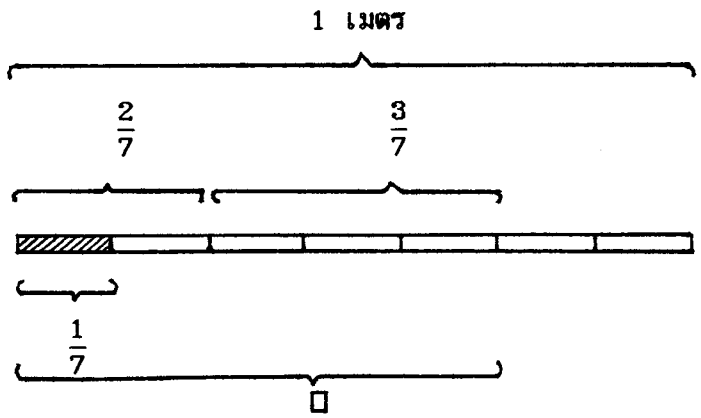
ดังแผนภาพ



$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$

นั่นคือ $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$

หรือแสดงโดยใช้สื่อการสอนเกี่ยวกับระยะทางได้ดังนี้



จากแผนภาพ

$\frac{2}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 2 ส่วน

$\frac{3}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 3 ส่วน

รวมระยะทางทั้งสองจะเท่ากับมีระยะทางขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 2 + 3 ส่วน

นั่นคือ $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2 + 3}{7} = \frac{5}{7}$

การหาวิธีการที่จะทำให้การบวกและลบเศษส่วน กรณีที่ส่วนไม่เท่ากัน ให้ได้ผลลัพธ์ที่เร็วและถูกต้อง จะพัฒนามาจากคุณสมบัติของจำนวนตรรกยะที่ว่า $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ กล่าวคือจำนวนตรรกยะที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากัน จะหาผลบวกได้ง่ายและสามารถใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริงได้ ซึ่งจำเป็นมากในระดับประถมศึกษา และในกรณีการบวกและลบจำนวนตรรกยะสองจำนวนใดที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน จึงต้องทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองดังกล่าวให้เท่ากัน การทำส่วนของเศษส่วนให้เท่ากันได้ โดยใช้คุณสมบัติที่ว่า $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ และตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองนั้นมีวิธีหาได้ง่ายและมีจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดได้ โดยการประยุกต์เอา ค.ร.น.มาใช้ กล่าวคือ ส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองคือ ค.ร.น. ของส่วนของเศษส่วนทั้งสองนั่นเอง

(สุลัดดา ลอยฟ้า, 2529)

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาผลบวกของ $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \square$

วิธีทำ

1. หาตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสอง ซึ่งเท่ากับ ค.ร.น.ของ (5,2) = 10
2. ทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองให้เท่ากับ 10 โดยใช้คุณสมบัติ $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times \boxed{2}}{5 \times \boxed{2}} = \frac{6}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times \boxed{5}}{2 \times \boxed{5}} = \frac{5}{10}$$

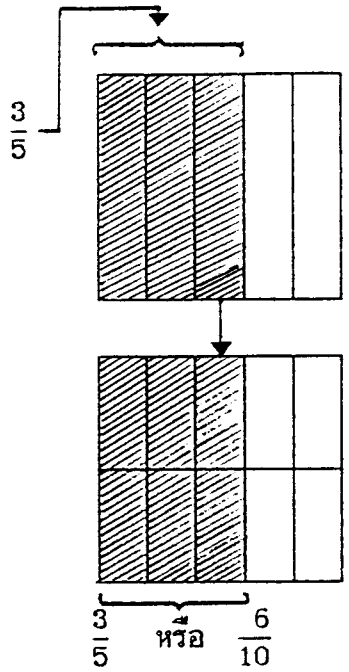
เนื่องจาก 5 x 2 = 10 และ 2 x 5 = 10

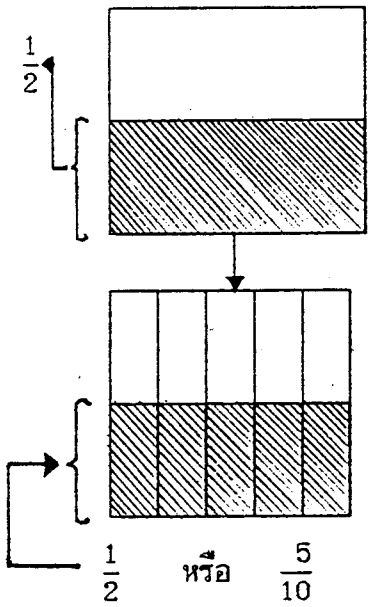
จะได้ว่า $\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

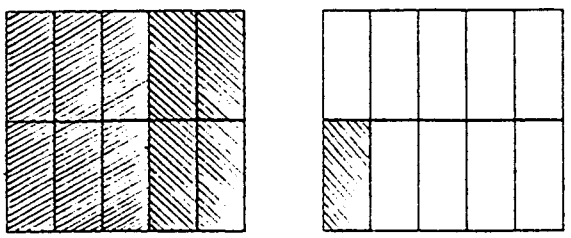
ดังนั้น $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{6+5}{10} = \frac{11}{10}$

สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



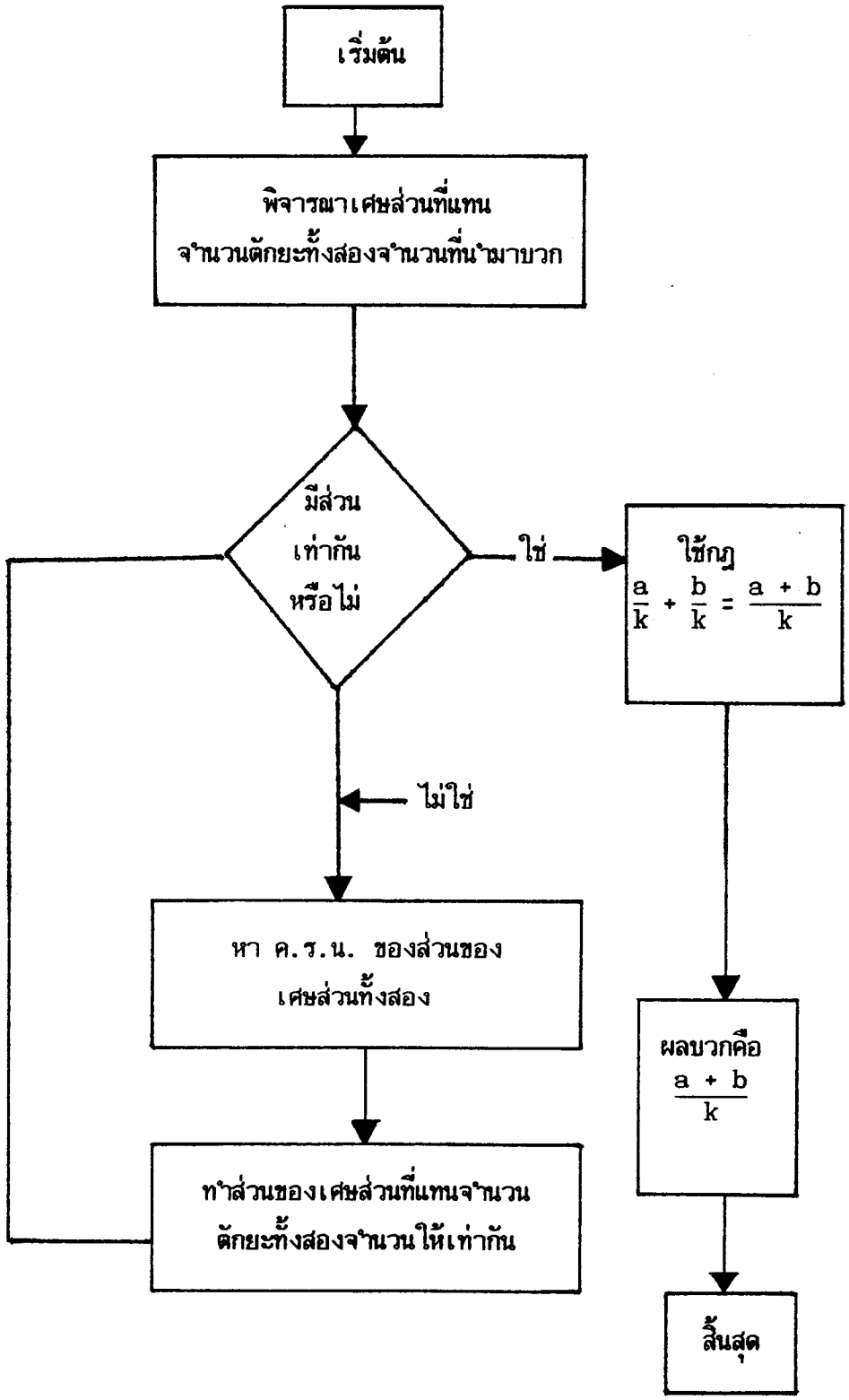


∴ จะได้



$\frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$

ซึ่งกรรมวิธีในการบวกจำนวนตักยะดังกล่าวสามารถเขียนเป็นแผนภูมิต่อเนื่อง ได้ดังนี้



แผนภูมิที่ 2 แสดงการบวกเศษส่วน

ถ้ามองกรรมวิธีการบวกจำนวนย้อนกลับเราจะได้ข้อสรุปที่น่าสนใจดังนี้

สมมติให้ผลบวกของจำนวนตักยะสองจำนวนใด ๆ แทนด้วยเศษส่วน $\frac{73}{15}$ เราจะพบว่า

$$\frac{73}{15} = \frac{60 + 13}{15} \quad \text{(การบวกจำนวนเต็ม } 73 = 60 + 13\text{)}$$

$$= \frac{60}{15} + \frac{13}{15} \quad \left\{\text{จากกฎ } \frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a + b}{k}\right\}$$

$$= 4 + \frac{13}{15} = (60 \div 15 = 4 \text{ และ } \frac{60}{15} \text{ หมายถึง } 60 \div 15)$$

$$= 4\frac{13}{15} \quad \text{(นิยามของจำนวนคละ)}$$

เราจะพบว่า จำนวนคละสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่มีเศษมากกว่าส่วนซึ่งเศษส่วนที่มีเศษมากกว่าส่วนนี้เราเรียกว่า "เศษส่วนเกิน" (Improper Fraction) และเศษส่วนที่มีเศษน้อยกว่าส่วนเราเรียกว่า "เศษส่วนแท้" (Proper Fraction)

3. การคูณและการหารเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษา

นิยามการคูณและการหารเศษส่วนนั้น เน้นกระบวนการให้ได้มาซึ่งผลคูณและผลหารระหว่างเศษส่วนสองจำนวนใด ๆ แต่สำหรับหลักสูตรประถมศึกษาซึ่งมีวัตถุประสงค์ในการเรียนการสอน เพื่อเป็นเครื่องมือนำเอาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การตีความหมายให้เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องย้ำให้เด็กประถมศึกษาเข้าใจเพิ่มเข้าไปอีกด้วย ดังนี้ (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2529)

3.1 การคูณเศษส่วน

3.1.1 การคูณจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง

ขั้นที่ 1 $3 \times \frac{1}{2} = \square$

ครูประถมศึกษาจะต้องสามารถตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ $3 \times \frac{1}{2} = \square$

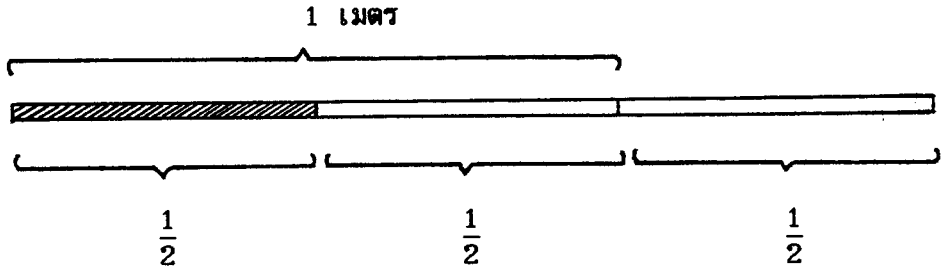
ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงในหลาย ๆ รูปแบบ ดังเช่น

$3 \times \frac{1}{2} = \square$ หมายถึง สามเท่าของ $\frac{1}{2}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง ถ้าเอาเชือกขนาด $\frac{1}{2}$ เมตร มาต่อกัน 3 ท่อน จะได้เชือกยาวทั้งหมดกี่เมตร

หรือ หมายถึง รถของแดงมีน้ำมันอยู่ $\frac{1}{2}$ ลิตร แต่รถของดำมีน้ำมันเป็น 3 เท่าของรถของแดง ถามว่ารถของดำมีน้ำมันกี่ลิตร เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ครูจะต้องมีความสามารถในการเขียนแผนภาพประกอบความหมายดังกล่าว เพื่อย้ำให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้นอีกด้วย



ขั้นที่ 3 เป็นขั้นนามธรรม เพื่อนำไปสู่วิธีลัดของการหาผลคูณ จากแผนภาพจะได้ว่า

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1 + 1 + 1}{2}$$

$$= \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$$

จากนั้นครูประถมศึกษาจึงชี้ให้เด็กนักเรียนสังเกตผลคูณและวิธีการหาผลคูณว่าจะนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีลัดได้อย่างไร

3.1.2 เศษส่วนคูณด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $\frac{1}{3} \times 5 = \square$

ขั้นที่ 1

ตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์กับชีวิตจริง ดังเช่น

$\frac{1}{3} \times 5 = \square$ หมายถึง มีของอยู่ 5 แบ่งออกเป็น 3 ส่วน แล้วเอามาหนึ่งส่วนเป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง ดำซื้อส้ม 5 กิโลกรัม แต่แดงซื้อส้ม $\frac{1}{3}$ ของดำถามว่า

แดงซื้อส้มกี่กิโลกรัม

หรือ หมายถึง มานีมีที่ดินอยู่ 5 ไร่ ต้องการแบ่งขายไป $\frac{1}{3}$ ของที่มีอยู่

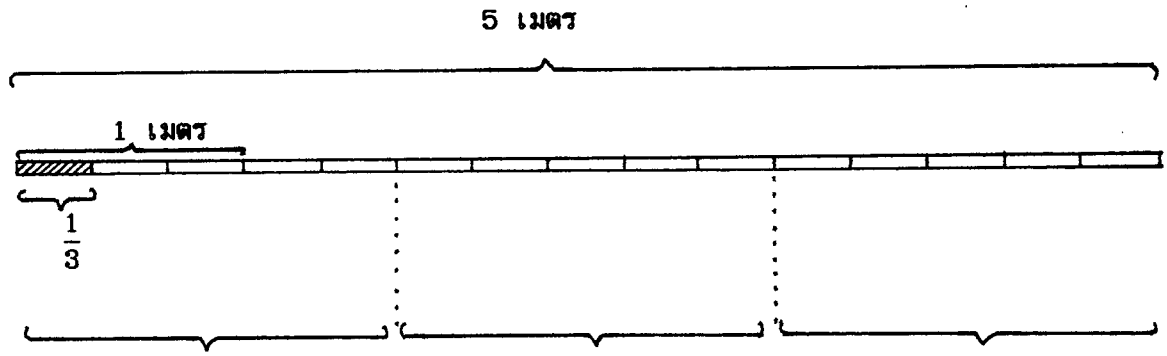
ถามว่าจะแบ่งขายไปกี่ไร่

หรือ หมายถึง มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการให้น้องไป $\frac{1}{3}$ ของที่มีอยู่

จะต้องตัดเทปให้น้องไปกี่เมตร

หรือ หมายถึง ผ้า 1 เมตร หนัก 60 กรัม ผ้า $\frac{1}{3}$ เมตร จะหนักกี่กรัม

ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น



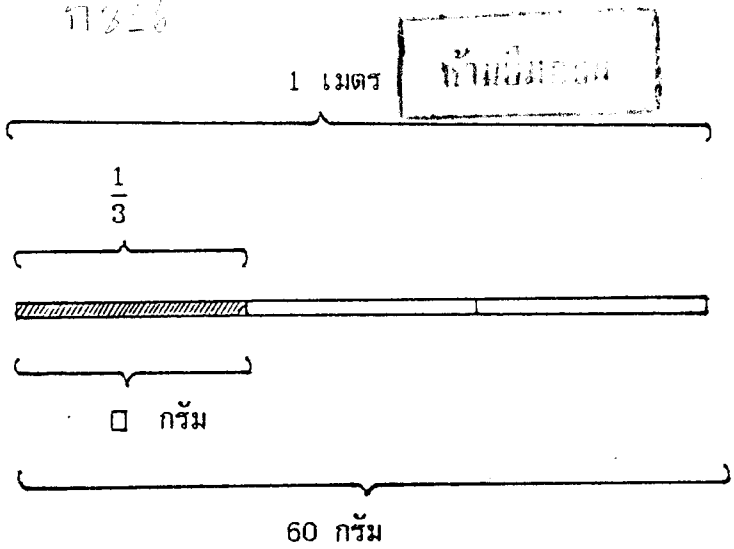
□ ม.

รูป ก

$\therefore$ □ $= \frac{1}{3} \times 5$ (เพราะมีขนาด $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 5 ส่วน)

หอสมุดกลาง
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

หรือ



$\square = \frac{1}{3} \times 60$

รูป ข

แผนภาพในรูป ก. แทนปัญหา "มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการตัดให้น้องไป $\frac{1}{3}$ ของที่มีอยู่ จะต้องตัดเทปให้น้องไปกี่เมตร" หมายถึง มีผ้าเทปอยู่ทั้งหมด 5 เมตร แล้วนำมาแบ่งเป็น 3 ส่วน เท่า ๆกัน ให้น้องไป 1 ส่วน คิดเป็นเท่าไร เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ คือ $\frac{1}{3} \times 5 = \square$ ส่วน $\frac{1}{3}$ เมตร ในรูป ก. นั้น หมายถึง ผ้าเทปยาว 1 เมตร แบ่งออกเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน สนใจ 1 ส่วนก็คือ 1 ใน 3 ของ 1 เมตร หรือ ปริมาณขนาด ของผ้าเทป 1 ส่วน จากการ แบ่งผ้าเทป 1 เมตร ออกเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน

หรือแผนภาพรูป ข. แทนปัญหา "ผ้า 1 เมตร หนัก 60 กรัม แล้วผ้า $\frac{1}{3}$ เมตร จะหนักกี่กรัม

ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัด

$$\frac{1}{3} \times 5 = \frac{1}{3} \times 5$$

$$= \frac{1 \times 5}{3}$$

$$= \frac{5}{3}$$

3.1.3 เศษส่วนคูณด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายของประโยค $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$ ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ดังเช่น

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$ หมายถึง ครึ่งหนึ่งของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง 1 ใน 2 ของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง มีของอยู่ $\frac{1}{3}$ แบ่งออกเป็น 2 ส่วนแล้วนำมา 1 ส่วน

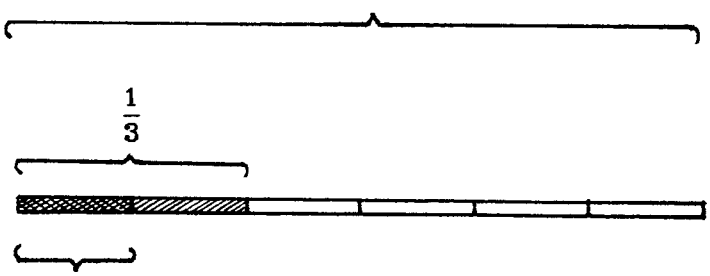
หรือ หมายถึง มีเชือกยาว $\frac{1}{3}$ เมตร แบ่งให้น้องไปครึ่งหนึ่ง น้องจะได้เชือกยาวกี่เมตร

หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ $\frac{1}{3}$ ไร่ ต้องการแบ่งเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน จะได้ส่วนละกี่ไร่

เหล่านี้เป็นต้น

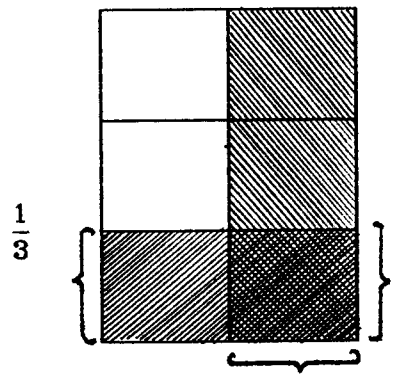
ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งสามารถเขียนได้แตกต่างกันออกไป ตามสถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น

1 เมตร



$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

หรือ



พื้นที่ที่แรเงา แทนด้วยเศษส่วน $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นนามธรรมนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีลัด

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3}$$

$$= \frac{1}{6}$$

3.2 การหารเศษส่วน

3.2.1 จำนวนเต็มหารด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $6 \div \frac{1}{2} = \square$

ขั้นที่ 1 ขั้นตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

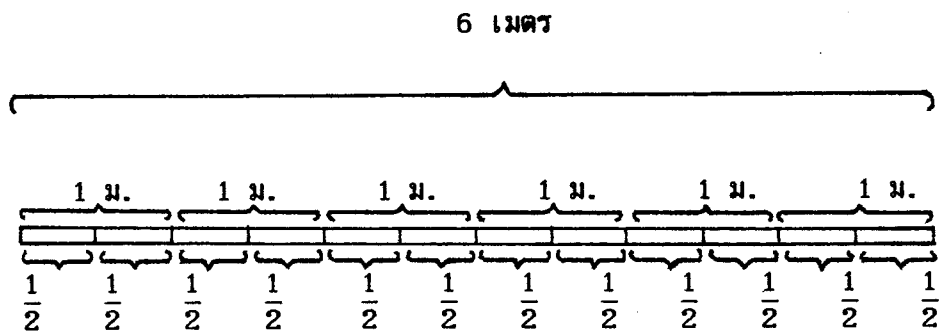
$6 \div \frac{1}{2} = \square$ หมายถึง มี $\frac{1}{2}$ อยู่กี่ครั้งใน 6

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว 6 เมตร ต้องการแบ่งออกเป็นท่อน ๆ ท่อนละ $\frac{1}{2}$ เมตร จะได้เชือกทั้งหมดกี่ท่อน

หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ 6 ไร่ ต้องการแบ่งเป็นล็อค $\frac{1}{2}$ ไร่ จะได้ที่ดินกี่ล็อค

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นเขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น

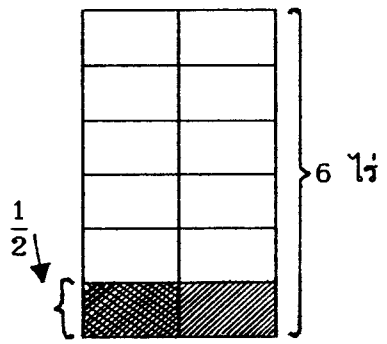


รูป ก.

ถ้าแบ่งเชือกท่อนละ $\frac{1}{2}$ เมตร เชือก 1 เมตร จะแบ่งได้ 2 ท่อน เชือก 6 เมตร จะแบ่งได้ 6 x 2 ท่อน

$\therefore 6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12$ (ดูรูป ก. ประกอบ)

หรืออาจเขียนแผนภาพในรูปพื้นที่ เช่น



ถ้าแบ่งที่ดินล็อคละ $\frac{1}{2}$ ไร่

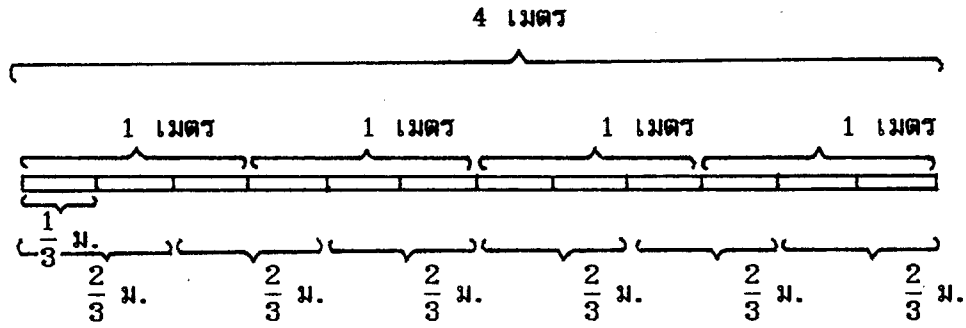
ที่ดิน 1 ไร่ แบ่งได้ 2 ล็อค
ที่ดิน 6 ไร่ แบ่งได้ 6 x 2 = 12 ล็อค
ดังนั้น $6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12$

(ดูรูป ข. ประกอบ)

รูป ข.

สำหรับกรณี $4 \div \frac{2}{3} = \square$ อาจแสดงได้โดย

$4 \div \frac{2}{3} = \square$ หมายถึง มีเชือกอยู่ 4 เมตร ต้องการตัดเป็นท่อน ๆ ละเท่ากัน ขนาด $\frac{2}{3}$ เมตร จะได้กี่ท่อน



เชือกขนาด $\frac{2}{3}$ เมตร หมายถึง มีขนาด $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 2 ท่อน

เพราะฉะนั้น วิธีการแบ่งทำได้ดังนี้ คือ

ใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ 1 เมตร อยู่ 4 ท่อน

ใน 1 เมตร จะมีขนาดท่อนละ $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 3 ท่อน

ใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 4×3 ท่อน

เราต้องการเชือกขนาด $\frac{2}{3}$ เมตร หรือ หมายถึง เชือกที่มีขนาด $\frac{1}{3}$ อยู่ 2 ท่อน

เรามีขนาด $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 4×3 ท่อน แต่ต้องการแบ่งเป็นขนาด $\frac{2}{3}$ เมตร

เพราะฉะนั้นจะได้ทั้งหมด $(4 \times 3) \div 2 = 12 \div 2 = 6$ ท่อน

ดังนั้น $4 \div \frac{2}{3} = (4 \times 3) \div 2 = 4 \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัด จะได้ว่า

$$6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12$$

$$5 \div \frac{1}{3} = 5 \times 3 = 15$$

$$4 \div \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

3.2.2 เศษส่วนหารด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \div 5 = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์จริง ดังเช่น

$\frac{1}{2} \div 5 = \square$ หมายถึง มีของอยู่ $\frac{1}{2}$ แบ่งออกเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กัน

จะได้ส่วนละเท่าไร

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว $\frac{1}{2}$ เมตร แบ่งออกเป็น 5 ท่อน

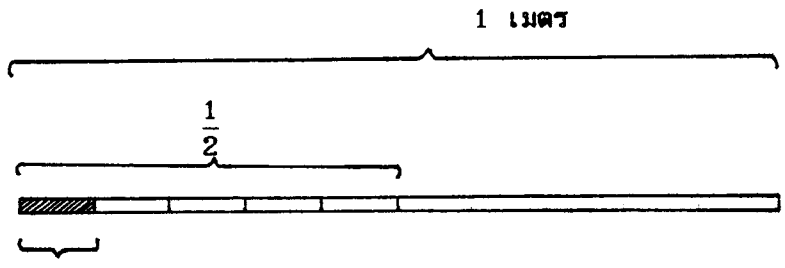
เท่า ๆ กัน แต่ละท่อนจะยาวกี่เมตร

หรือ หมายถึง มีที่ดิน $\frac{1}{2}$ ไร่ แบ่งเป็น 5 ล็อค จะได้ล็อค

ละกี่ไร่

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นเขียนรูปภาพหรือแผนภาพประกอบ



□ ม.

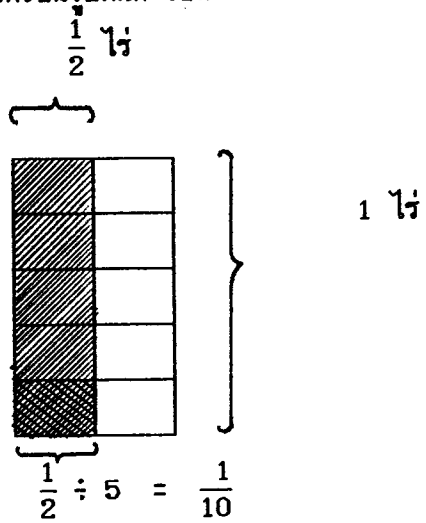
ถ้า $\frac{1}{2}$ เมตร แบ่งออกเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กัน

1 เมตร จะแบ่งออกเป็น $2 \times 5 = 10$ ส่วน

แต่ละท่อนจะยาว $\frac{1}{10}$ เมตร

นั่นคือ $\frac{1}{2} \div 5 = \frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$

หรืออาจเขียนแผนภาพเป็นรูปพื้นที่ เช่น



ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัด

$\frac{1}{2} \div 5 = \frac{1}{2 \times 5} = \frac{1}{10}$

$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$

$\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{5 \times 3} = \frac{2}{15}$

3.2.3 เศษส่วนหารด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายไปสู่สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \square$ หมายถึง มี $\frac{1}{6}$ อยู่กี่ครั้งใน $\frac{1}{2}$

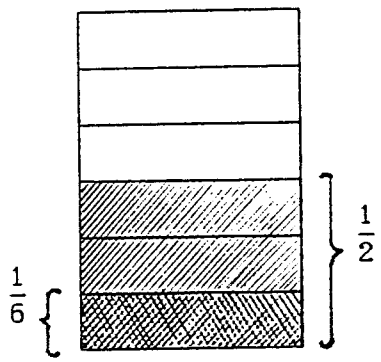
หรือ หมายถึง มีของอยู่ $\frac{1}{2}$ แบ่งออกเป็นขนาด $\frac{1}{6}$ จะได้กี่ขนาด

หรือ หมายถึง มีที่ดิน $\frac{1}{2}$ ไร่ ต้องการแบ่งเป็นล็อค ๆ

ละ $\frac{1}{6}$ ไร่ จะได้กี่ล็อค

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นเขียนแผนภาพประกอบปัญหา เพื่อจะได้เข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้



พื้นที่แรเงา แสดงที่ดินขนาด $\frac{1}{2}$ ไร่

แบ่งที่ดินดังกล่าวออกเป็นล็อค ๆ ละ $\frac{1}{6}$ ไร่

พื้นที่แรเงา คือ ที่ดินขนาด $\frac{1}{6}$ ไร่

ฉะนั้นจะแบ่งได้ทั้งหมด 3 ล็อค

นั่นคือ $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = 3$

ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัดในการคิดคำนวณ

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{1} = 3$$

สรุป

ระบบจำนวนตรรกยะเป็นระบบ ซึ่งขยายระบบจำนวนเต็มให้มีขอบเขตและคุณสมบัติเพิ่มขึ้น และสามารถเขียนให้อยู่ในรูป $\frac{a}{b}$ โดยที่ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$ ประกอบด้วย

1. จำนวนเต็มเป็นจำนวนตรรกยะ เพราะจำนวนเต็มทุกจำนวนสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ เช่น $3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2}$ ซึ่งจำนวนเต็มจะประกอบไปด้วย จำนวนเต็มบวกจำนวนเต็มลบและศูนย์

2. เศษส่วน เป็นจำนวนที่ไม่เต็มหน่วย เช่น $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$

3. ทศนิยม แบ่งเป็น 2 ชนิด คือ ทศนิยมรู้จบและทศนิยมไม่รู้จบแบบซ้ำเพราะสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ เช่น $2.5 = \frac{5}{2}$ หรือ $0.6 = \frac{2}{3}$ (วัลลภา, 2532)

จะเห็นได้ว่าทศนิยมก็เป็นจำนวนเศษส่วนอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งเขียนในรูปแบบที่แตกต่างไป ส่วนร้อยละเป็นการเปรียบเทียบจำนวนต่าง ๆ กับจำนวนร้อย หรือเรียกว่าเศษส่วนที่มีส่วนเป็นร้อย (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2528)

กิจกรรมการสอนมโนมติที่เกี่ยวกับเศษส่วนนั้น เป็นเรื่องละเอียดและยากที่จะทำความเข้าใจได้โดยง่าย ครูจึงควรใช้สื่ออธิบายประกอบการหาคำตอบ จนแน่ว่านักเรียนเข้าใจกระบวนการในการหาคำตอบเสียก่อนจึงสรุปเป็นวิธีลัด

2.5 การสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดความคิดรวบยอดหรือหลักการที่ครูจะต้องรู้และเข้าใจ เพื่อที่จะถ่ายทอดให้นักเรียนได้ถูกต้องตามเป้าหมายของหลักสูตร ดังนี้

1. เศษส่วนใช้แสดงการเปรียบเทียบส่วนแบ่งที่เรากล่าวถึงกับส่วนแบ่งที่เท่า ๆกันทั้งหมด
2. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$,... ของจำนวนใด หมายถึงส่วนแบ่งหนึ่งส่วน เมื่อแบ่งจำนวนนั้นด้วย 2,3,4,...ส่วนเท่า ๆกันตามลำดับ ซึ่งหาได้จากการหารจำนวนนั้นด้วย 2,3,4,...
3. เศษส่วนที่มีตัวเศษและตัวส่วนเท่ากัน หรือตัวส่วนหารตัวเศษได้ลงตัวพอดี สามารถเขียนเป็นจำนวนนับได้
4. เศษส่วนสองจำนวนเมื่อนำมาเปรียบเทียบกัน อาจมีค่าเท่ากัน ไม่เท่ากัน มากกว่ากัน หรือน้อยกว่ากัน
5. การบวกหรือการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน ทำได้โดยนำตัวเศษมาบวก หรือลบกัน โดยมีตัวส่วนคงเดิม
6. การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนนับมีความหมายเช่นเดียวกับการบวกเศษส่วนนั้นซ้ำ ๆกันเป็นจำนวนครั้งเท่ากับจำนวนนับนั้น
7. เศษส่วนของจำนวนเต็มใด อาจแสดงได้โดยการคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็มนั้น
8. การคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม ทำได้โดยนำจำนวนเต็มคูณกับตัวเศษโดยมีตัวส่วนคงเดิม
9. ร้อยละแสดงความหมายในรูปเศษส่วนที่มีตัวส่วนเป็นร้อยได้
10. การบวกหรือการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน ใช้วิธีการแปลงเศษส่วนนั้นให้เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนของทุกจำนวนเท่ากันเสียก่อน จึงบวกหรือลบกัน โดยใช้หลักการบวกหรือลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน
11. การแปลงเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนที่ตัวส่วนของทุกจำนวนเท่ากันมีหลายวิธี วิธีที่นิยมใช้กัน คือ การหา ค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งหมด แล้วคูณเศษส่วนนั้นโดยคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนที่ทำให้ผลคูณของตัวส่วนเท่ากับ ค.ร.น. ที่หาได้

12. การคูณเศษส่วนกับเศษส่วน ทำได้โดยนำตัวเศษคูณกับตัวเศษ และตัวส่วนคูณกับตัวส่วน
13. การคูณระหว่างจำนวนเต็มกับเศษส่วน ใช้วิธีนำจำนวนเต็มคูณกับตัวเศษโดยมีตัวส่วนคงเดิม
14. การหารเศษส่วนด้วยจำนวนเต็ม ใช้วิธีการคูณส่วนนั้นกับส่วนกลับของจำนวนเต็ม
15. การหารจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน ใช้วิธีคูณจำนวนเต็มกับส่วนกลับของเศษส่วนนั้น
16. การหารเศษส่วนด้วยเศษส่วน ใช้วิธีการคูณเศษส่วนจำนวนแรกด้วยส่วนกลับของเศษส่วนจำนวนหลัง
17. เศษส่วนสองจำนวนที่นำมาบวกกันหรือคูณกันอาจสลับที่กันได้โดยผลลัพธ์ยังคงเดิม
18. เศษส่วนสามจำนวนที่นำมาบวกกันหรือคูณกัน จะบวกหรือคูณสองจำนวนใดก่อน แล้วนำมาบวกหรือคูณกับจำนวนที่เหลือ ผลลัพธ์ที่ได้จะเท่ากัน
19. การเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันอาจใช้ภาพ หรือใช้วิธีแปลงเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันเสียก่อน แล้วนำมาเปรียบเทียบกัน โดยอาศัยหลักการเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน คือ นำตัวเศษมาเปรียบเทียบกัน
20. เศษส่วนใด ๆ เมื่อนำจำนวนหนึ่งมาคูณทั้งตัวเศษตัวส่วนหรือหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนจะไม่ทำให้ค่าของเศษส่วนนั้นเปลี่ยนแปลง
21. เศษส่วนที่ไม่สามารถหาจำนวนนับใด ๆ ที่มากกว่า 1 มาหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนได้ลงตัว เรียกว่า เศษส่วนอย่างต่ำ
22. เศษส่วนที่มีตัวเศษมากกว่าตัวส่วน เรียกว่า เศษเกิน
23. จำนวนที่เขียนได้ในรูปเศษเกิน เมื่อเขียนในรูปของจำนวนเต็มกับเศษส่วน เรียกว่า จำนวนคละ
24. การแปลงเศษเกินให้เป็นจำนวนคละทำได้หลายวิธี วิธีที่นิยม คือ นำตัวส่วนไปหารตัวเศษ
25. การบวกการคูณหารเศษเกิน ใช้วิธีการเช่นเดียวกับการบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน
26. การบวกลบคูณหารจำนวนคละ นิยมเขียนจำนวนคละให้เป็นเศษเกิน แล้วใช้วิธีการเช่นเดียวกับการบวกลบคูณหารเศษส่วน
27. การบอกกำไร หรือขาดทุนเป็นเปอร์เซ็นต์ หรือร้อยละ เป็นการบอกกำไรหรือขาดทุนเมื่อเทียบกับต้นทุน 100 บาท
28. การบอกลดราคาเป็นเปอร์เซ็นต์ หรือร้อยละ เป็นการบอกราคาที่ลดจากราคาขายที่ติดไว้เมื่อเทียบกับราคาที่ติดไว้ 100 บาท
29. การคิดดอกเบี้ยเงินฝากธนาคารเมื่อครบสองปีต้องคิดจากเงินต้นเดิม รวมกับดอกเบี้ยของปีแรก (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2532)

การสอนเศษส่วน เป็นเรื่องที่นักเรียนพบอยู่ในชีวิตประจำวันแล้ว เช่น การแบ่งนักเรียนในห้องออกเป็น 4 กลุ่มเท่า ๆกัน การแบ่งขนมคนละครึ่ง ให้เวลาครึ่งชั่วโมงทำแบบฝึกหัด ครูผู้สอนจึงควรโยงเรื่องที่นักเรียนเคยพบเห็น เคยได้ยิน ได้ฟัง ออกมาเป็นความรู้ในเรื่องเศษส่วนที่เป็นรูปธรรมก่อนระยะแรก (บุญทัน อยู่ชมบุญ, 2529) ซึ่งสอดคล้องกับ Larson (อ้างถึงใน สุทธี สงวนถิ่น, 2530) ที่มีความคิดว่าการสอนเศษส่วนนั้นครูจะต้องนำประสบการณ์ของเด็กมาใช้ให้สัมพันธ์กับการเรียนการสอน จะต้องยกตัวอย่างจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อน แล้วจึงอยู่ในรูปกึ่งรูปธรรม และถึงนามธรรมตามลำดับ

ในส่วนของเนื้อหานั้น หลักสูตรได้กำหนดขอบข่ายของเนื้อหาเศษส่วนในแต่ละระดับชั้นดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงเนื้อหาเศษส่วนในแต่ละระดับชั้น

เนื้อหาเรื่องเศษส่วน	ชั้นประถมศึกษาปีที่					
	1	2	3	4	5	6
ความหมายของการอ่านการเขียนเศษส่วน		/	/	/	/	/
การเปรียบเทียบเศษส่วน			/	/	/	
การบวกและการลบเศษส่วน			/	/	/	/
การคูณ				/	/	/
การหาร					/	/
คุณสมบัติต่าง ๆของเศษส่วน					/	/
เศษเกินและจำนวนคละ					/	/
เศษซ้อน						/
โจทย์ระคน					/	/

หมายเหตุ เครื่องหมาย / แสดงว่า มีการสอนในระดับชั้นนั้น

ในการสอนเศษส่วนมีประเด็นสำคัญที่ควรคำนึงถึง ดังนี้

1. จะต้องเน้นให้นักเรียนเห็นว่าตัวส่วนของเศษส่วนต้องแสดงจำนวนของส่วนย่อยที่เท่ากัน ถ้าจำนวนของส่วนย่อยไม่เท่ากันจะเขียนในรูปของเศษส่วนไม่ได้

2. สื่อการสอนสำเร็จรูป หรือสื่อการสอนที่ครูสร้างเอง เช่น แบบรูปเรขาคณิต สามารถแบ่งเป็นส่วนที่เท่ากันทุกประการได้ แต่สื่อการสอนประเภทของจริง เช่น ผลไม้ ครูควรพยายามหาผลไม้ลูกที่แสดงรูปทรงเรขาคณิตได้ใกล้เคียงที่สุด และอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่า การใช้เศษส่วนในชีวิตประจำวันเป็นการกะประมาณ

3. การฝึกนักเรียนให้เขียนจำนวนนับในรูปเศษส่วน และการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปของจำนวนนับ ช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างจำนวนนับและเศษส่วนได้

4. การสอน การบวก ลบ และการคูณเศษส่วนนักเรียนพอจะหาข้อสรุปเป็นวิธีคำนวณจากการสังเกตภาพ และเส้นจำนวนได้ เพราะวิธีคำนวณไม่ซับซ้อน ส่วนการหารเศษส่วนนักเรียนอาจจะไม่สามารถหาข้อสรุปเป็นวิธีคำนวณจากการสังเกตภาพและเส้นจำนวนได้ เพราะวิธีคำนวณไม่ตรงไปตรงมาแบบการบวก การลบ และการคูณเศษส่วน ดังนั้น สำหรับการสอนการหารเศษส่วน ครูอาจารย์แสดงวิธีคำนวณแบบต่าง ๆให้ดู แล้วนำผลหารไปเทียบกับผลหารที่อ่านได้จากภาพหรือเส้นจำนวน ซึ่งจะเห็นว่าได้ผลหารเท่ากัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าวิธีคำนวณดังกล่าวให้คำตอบที่ถูกต้องได้ จึงสรุปเป็นวิธีคำนวณในการหารเศษส่วน

5. ในการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดเรื่องใดควรควบคุมตัวเลขให้ง่าย และสามารถแสดงความคิดรวบยอดของเรื่องได้ เช่น การหารจำนวนนับด้วยเศษส่วน ไจทย์ $6 \div \frac{2}{3} = \square$ เหมาะสมกว่า $6 \div \frac{4}{5} = \square$ เพราะ $6 \div \frac{2}{3}$ เมื่ออธิบายด้วยภาพหรือเส้นจำนวนแล้ว นักเรียนเข้าใจได้ง่ายเพราะคำตอบได้เป็นจำนวนนับ คือแสดงให้เห็นว่า 6 แบ่งออกทีละ $\frac{2}{3}$ พบว่า 9 ครั้ง จึงจะหมด นักเรียนเข้าใจได้ยาก เพราะได้จำนวนครั้งไม่ลงตัว คือ 6 แบ่งออกทีละ $\frac{4}{5}$ พบว่าได้ $7\frac{1}{2}$ ครั้ง (ดวงเดือน อ่อนน่วม, 2535)

กระทรวงศึกษาธิการ (2525) ได้วิเคราะห์แบบเรียนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 สำหรับขอบข่ายเนื้อหาเศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ซึ่งครูคณิตศาสตร์จะต้องสอนนักเรียน ดังนี้

- ทบทวนความหมายของเศษส่วน และการหารเศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน
- ทบทวนการบวกและการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันและไม่เท่ากัน
- ทบทวนการคูณและการหารเศษส่วน และการทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ
- ความหมายของเศษเกินและจำนวนคละ และความสัมพันธ์ของเศษเกินกับจำนวนคละ
- การบวกและการลบจำนวนคละที่มีส่วนเท่ากันและไม่เท่ากัน
- การคูณและการหารจำนวนคละ
- การบวก ลบ คูณ หาร ระคนของเศษส่วน
- ความหมายของเศษซ้อน และการหาค่าของเศษซ้อน
- ความสัมพันธ์ระหว่างทศนิยมและเศษส่วน

สำหรับการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษานั้น นักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์หลายท่านมีความเห็นตรงกันว่า เด็กในวัย 6-10 ปีมีความพร้อมที่จะเรียนรู้เรื่องเศษส่วน เพราะเด็กมีประสบการณ์เกี่ยวกับเศษส่วนในชีวิตประจำวันเสมอ ดังนั้นเมื่อเริ่มต้นสอน ครูไม่ควรให้นักเรียน

รู้สึกว่าเป็นของใหม่ ควรทำให้นักเรียนเข้าใจว่าเป็นสิ่งที่รู้เรื่องมาบ้างแล้ว แต่ในขณะนี้เป็นเพียงหัดเขียนและนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์เท่านั้น (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2528) ซึ่งมีหลายท่านได้เสนอแนวคิดและเทคนิคการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

ไสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520) ได้เสนอเทคนิคการสอนเรื่องเศษส่วนสรุปได้ว่า ในการสอนครูควรใช้คำพูดธรรมดาโดยทั่ว ๆไป แล้วจึงแบ่งของจริงเทียบกับคำพูด แล้วจึงใช้เส้นจำนวนแสดงการแบ่ง และควรยกตัวอย่างเศษส่วนให้ดูหลาย ๆตัวอย่าง

สุลัดดา ลอยฟ้า (2529) ได้เสนอแนะว่าในการสอนการคูณหรือการหารเศษส่วนนั้นครูจะต้องมีความสามารถในการแปลงประโยคสัญลักษณ์นั้น ๆ ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง ๆหลาย ๆรูปแบบ อาจเกี่ยวกับความยาว น้ำหนัก ปริมาตร หรือ พื้นที่ เสร็จแล้วจึงเขียนแผนภาพประกอบตามสถานการณ์ของปัญหาที่กำหนดขึ้นแล้วจึงมาเป็นขั้นนามธรรม เพื่อนำไปสู่วิธีลัด

วัลลภา อารีรัตน์ (2532) ได้ให้ทรรศนะว่า กิจกรรมการสอนมโนมติเกี่ยวกับเศษส่วนนั้นเป็นเรื่องที่ละเอียดและยากที่จะทำความเข้าใจได้โดยง่าย ครูจึงควรใช้สื่ออธิบายประกอบการหาคำตอบจนแน่ใจว่านักเรียนเข้าใจกระบวนการในการหาคำตอบเสียก่อนจึงสรุปเป็นวิธีลัด

สุวร กาญจนมยูร (2533) กล่าวว่า การสอนเศษส่วนจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เทคนิคการจัดกระบวนการเรียนการสอนตลอดจนสื่อการเรียนการสอนควรจะต่างกัน โดยเฉพาะกลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถทางสติปัญญาต่ำ ควรเริ่มจากสื่อที่เป็นรูปธรรมไปสู่นามธรรม และต้องเสริมแรงหรือให้กำลังใจในขณะที่เรียนมาก ๆ ค่อย ๆเรียนในลักษณะเรียนเล่น สรุป และฝึกทักษะ

ชูชาติ เชิงฉลาด (2521) ได้ให้แนวคิดในการสอนเศษส่วนไว้ว่า การสอนเศษส่วนจะต้องให้นักเรียนเข้าใจและเกิดการค้นพบด้วยตนเอง ซึ่งตัวครูผู้สอนจะต้องใช้อุปกรณ์ที่เป็นของจริงและรูปภาพเป็นสื่อ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง เนื่องจากเศษส่วนเป็นจำนวนที่ไม่เต็มหน่วย ดังนั้นก่อนเรียน ครูผู้สอนจะต้องแน่ใจว่านักเรียนสามารถเปรียบเทียบสิ่งของต่าง ๆได้ว่าสิ่งใดเป็นจำนวนเต็มหน่วยและไม่เต็มหน่วยมาแล้วอย่างนี้

Elterbruch and Payne (1978) กล่าวว่า ครูควรสอนเรื่องการอ่านเศษส่วนก่อนการเขียนสัญลักษณ์ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 สามารถเรียนรู้เรื่องเศษส่วนได้

Carpenter (1976) แสดงข้อคิดเห็นว่า การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ควรจะสอนเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจเรื่องความหมายเศษส่วนและมีความคิดรวบยอดเรื่องเศษส่วนแล้ว

จากแนวคิดต่าง ๆที่กล่าวมาพอสรุปได้ว่า การสอนเศษส่วนสิ่งที่จะต้องคำนึงถึง คือ การจัดกิจกรรมการสอนเศษส่วนควรเริ่มจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม จากเนื้อหาที่ง่ายไปสู่เนื้อหาที่ยากขึ้นตามลำดับและใช้สื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้เด็กเข้าใจง่ายขึ้นก่อนที่จะสรุปเป็นวิธีลัด นอกจากนี้ครูต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

2.6 ปัญหาการเรียนการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

ได้มีผู้ทำการศึกษาถึงปัญหาของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ ลักษณะ พบว่าเรื่องเศษส่วนก็มีปัญหามากในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีผู้ทำการศึกษา ดังนี้

สุลัดดา ลอยฟ้า (2529) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ความเข้าใจเรื่องเศษส่วนของนักเรียนไทยและนักเรียนญี่ปุ่น ผลการวิจัยพบว่า การหารเศษส่วนของนักเรียนไทยมีปัญหามากในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน และจากการวิเคราะห์คำตอบที่ผิดของนักเรียน พบว่า นักเรียนใช้การคูณในการแก้ปัญหาการหารเศษส่วน ซึ่งชี้ให้เห็นว่า นักเรียน ขาดความเข้าใจในมโนมติเกี่ยวกับความหมายของเศษส่วน

มนตรี วรรณชาติ (2528) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอน พบว่า เนื้อหาที่เป็นปัญหาระดับสูงมี 2 เนื้อหา จากทั้งหมด 24 เนื้อหา คือ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนและเศษซ้อน

สมหมาย รัตนอุรดินทร์ (2528) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 พบว่า เนื้อหาที่เป็นปัญหาเด่นชัดมี 6 หัวข้อเรื่อง จาก 35 หัวข้อเรื่อง โดยเรียงลำดับจากเรื่องที่มีปัญหามากไปเรื่องที่มีปัญหาน้อย ได้แก่ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วน โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับทศนิยม การเปรียบเทียบเศษส่วน เศษส่วนอย่างต่ำ การคูณการหารเศษส่วน การหาผลบวกและผลลบของเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

เกื้อจิตต์ สุทธิธารธวัช (2529) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การศึกษาความรู้คณิตศาสตร์ของครูชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จังหวัดขอนแก่น ผลการวิจัยพบว่า ในส่วนของเนื้อหาวิชาที่เป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 คือ ความหมายของการคูณตัวประกอบเฉพาะและความหมายของการหารเศษส่วน และเรื่องเศษส่วนในภาพรวม มีปัญหาเป็นลำดับที่ 8 จาก 19 ลำดับ

อิศเรศ พิพัฒน์มงคลพร (2530) ได้ทำการศึกษาความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาโจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ และการหารมีปัญหาอยู่ในระดับที่มาก และการสอนความหมายของเศษส่วนอยู่ในระดับปานกลาง

สุวร กาญจนมยูร (2533) กล่าวว่า ปัจจุบันการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วน มีปัญหาว่าผู้เรียนไม่เข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอด และหลักการ ตลอดจนขาดทักษะในการคิดคำนวณ ทำให้นักเรียนลืมเมื่อเรียนเนื้อหามากขึ้น สาเหตุประการหนึ่งอาจเนื่องมาจากตัวนักเรียนเอง เพราะ นักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างในหลาย ๆด้าน เช่น ด้านเชาวน์ปัญญา ความถนัด ด้านร่างกาย ด้านอารมณ์ และสังคม

Carpenter and The others (1980) ได้กล่าวถึงการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของ NAEP (National Assessment of Educational Progeass) ที่ว่าเด็กอายุ

9-13 ปี ยังขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติของเศษส่วนอย่างแท้จริงและมีผลการเรียนเรื่องเศษส่วนอยู่ในระดับต่ำ

Ball (1990) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจของครูเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะเรื่องเศษส่วน พบว่า การเรียนเรื่องเศษส่วนมีความยากสำหรับนักเรียน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเข้าใจและความสามารถของครูในการที่จะถ่ายทอดให้นักเรียนเข้าใจได้

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.7.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศ

สุลัดดา ลอยฟ้า (2529) ทำการวิจัยเรื่อง ความเข้าใจเรื่องเศษส่วนของนักเรียนไทยและญี่ปุ่นพบว่า ทั้งนักเรียนไทยและญี่ปุ่นจะประสบปัญหาในเรื่องการคูณและการหารเศษส่วนมีความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาที่เสนอในรูปโจทย์ปัญหามากกว่าการคิดคำนวณและการเสนอปัญหาที่มีแผนภาพประกอบ ทั้งนักเรียนไทยและญี่ปุ่นสามารถคิดคำนวณเกี่ยวกับเศษส่วนได้ แต่ขาดความเข้าใจมโนมติของแต่ละการกระทำที่ดีพอที่จะนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา

อิศเรศ พิพัฒน์มงคลพร (2530) วิจัยเรื่อง "การศึกษาความคิดเห็นของครูเกี่ยวกับปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 3" ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาโจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ การหาร มีปัญหาในระดับมาก และการสอนความหมายของเศษส่วนมีปัญหาในระดับปานกลาง

ประยงค์ เลาลักษณ์จรรยา (2535) วิจัยเรื่อง "การเปรียบเทียบความรู้สึกทางคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูง กับโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ต่ำ" วัตถุประสงค์ของการวิจัย เพื่อเปรียบเทียบความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง กับโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ระหว่างครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์สูง กับโรงเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ต่ำ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

มนตรี วรรณชาติ (2527) วิจัยเรื่อง "เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นปัญหาสำหรับครูในจังหวัดพระนครศรีอยุธยา" วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อ ต้องการทราบว่าเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดในชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นปัญหาต่อการสอนของครู ผลการวิจัยพบว่า ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่เป็นปัญหามีทั้งหมด 24 หัวข้อ ตามความคิดเห็นของครูผู้สอนพบว่า เนื้อหาที่เป็นปัญหาระดับสูง มี 2 หัวข้อ ได้แก่ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนและเศษซ้อน

มนู มโนพัฒนกร (2527) วิจัยเรื่อง "เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นปัญหาสำหรับผู้สอนในจังหวัดนครปฐม" วัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อ ต้องการทราบเนื้อหาวิชา

คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นปัญหาต่อครูผู้สอน ผลการวิจัยพบว่า เนื้อหาที่เป็นปัญหาจำนวน 21 เนื้อหา ครูผู้สอนแสดงความคิดเห็นว่ามีเนื้อหาที่เป็นปัญหาระดับสูงอยู่ 5 เนื้อหา คือ การหารเมื่อตัวหารเป็นเลขไม่เกินสามหลัก โจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์การหาร การเปรียบเทียบหน่วยต่าง ๆในมาตราเดียวกันและต่างมาตราของการตวงการชั่ง โจทย์ปัญหาการสอนเศษส่วน โจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หาร ของโจทย์ระคน

สมัย ยอดอินทร์และคณะ (อ้างถึงใน สุทธี สงวนถิ่น, 2530) ศึกษาความเข้าใจเรื่องการหารเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดเชียงใหม่ กลุ่มประชากรเป็นนักเรียนและครูที่สอนชั้นป.5-6 ทั้งในเขตชุมชน ในเมือง ชานเมือง และชนบท รวมจำนวนนักเรียนทั้งสิ้น 5,145 คน และครูประมาณ 100 คน จากจำนวนโรงเรียน 40 โรง ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้

1. นักเรียนดังกล่าวไม่ต่ำกว่า 95 % ยังไม่มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการหารเศษส่วนและยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการหารเศษส่วนด้วย

2. นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยส่วนรวมแล้วมีความเข้าใจเรื่องการหารเศษส่วนได้ดีขึ้นกว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และความเข้าใจเกี่ยวกับเศษส่วนในเรื่องอื่นดีขึ้น

3. การเรียนการสอนการหารเศษส่วนในโรงเรียน พบว่าครูแทบทุกคนใช้วิธีบอกกฎเกณฑ์แก่นักเรียน และให้นักเรียนท่องจำกฎเกณฑ์ที่ทำแบบฝึกหัดหรือเพื่อการทดสอบ

4. วิธีการสอนของครูมิได้เป็นสาเหตุใหญ่ที่ทำให้ผลในข้อ 1 และข้อ 2 เกิดขึ้น

5. อายุของนักเรียนเป็นสาเหตุใหญ่ที่ทำให้ผลในข้อ 1 และข้อ2 เกิดขึ้น และปรากฏว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความเข้าใจในเรื่องการหารเศษส่วนได้ดีมากขึ้นเมื่อเทียบกับนักเรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 และ 6

2.7.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในต่างประเทศ

Peck และ Jencks (อ้างถึงใน สุทธี สงวนถิ่น, 2530) ศึกษาความเข้าใจเรื่องเศษส่วนของนักเรียนระดับ 6, 7 และ 9 ปรากฏว่านักเรียน 55 % ให้สัมภาษณ์ว่ายังมีความเข้าใจเศษส่วนไม่ดีพอ อีก 35 % มีความเข้าใจเศษส่วนบ้างแต่ไม่ลึกซึ้งพอที่จะนำมาใช้ในเรื่องของการเปรียบเทียบและการบวกได้ จำนวนที่ผู้ถูกสัมภาษณ์ต่ำกว่า 10 คน มีความสามารถขยายขอบเขตความรู้เรื่องเศษส่วนเพียงพอที่จะทำการเปรียบเทียบเศษส่วน และบวกเศษส่วนได้โดยที่ไม่ทราบว่ากฎเกณฑ์ที่นำมาใช้นั้นถูกต้องหรือไม่ สรุปผลการค้นคว้าครั้งนี้ก็คือนักเรียนเกือบทุกคนรู้ว่าการหาเศษส่วนของบางอย่างจะต้องแบ่งของนั้นเป็นส่วน ๆและที่รู้ว่าส่วนที่แบ่งนั้นต้องเท่ากันมีจำนวนไม่ถึงครึ่งของนักเรียนทั้งหมด บางคนไม่สามารถขยายความคิดรวบยอดได้ เช่น สามารถแบ่งขนมเป็น หรือ ได้ แต่แบ่งเป็น ไม่ได้ ส่วนใหญ่ไม่สามารถจะนำความคิดรวบยอดของตนไปใช้กับเศษส่วนอื่น ๆได้ ผู้ที่เปรียบเทียบหรือบวกเศษส่วนได้มีไม่ถึง 10 % นักเรียนเกือบทุกคนพยายามจะใช้กฎเกณฑ์จากความทรงจำกับเศษส่วนแต่ก็ใช้ได้ไม่ถูกต้อง และก็ไม่สามารถจะบอกได้ว่าทำไมจึงใช้อย่างนั้น

Thomas (อ้างถึงใน สุทธี สงวนถิ่น, 2530) รายงานผลการประเมินของสำนักวัดผลการศึกษาแห่งชาติ เกี่ยวกับความเข้าใจเรื่องเศษส่วนของนักเรียนอายุระหว่าง 9-13 ปี โดยใช้ตัวอย่าง 3 แบบ คือ ใช้การแบ่งจำนวนเต็มเป็นเศษส่วนเท่า ๆกัน การใช้เซท และการใช้เส้นจำนวนวิธีการศึกษา คือ ให้นักเรียนระบายสีในภาพ เขียนค่าเศษส่วนและหาเศษส่วนที่เท่า ๆกัน ผลการประเมิน พบว่า

1. เด็กอายุ 9 ปี สามารถเข้าใจเศษส่วนที่มีการแบ่งจำนวนเต็มเป็นส่วนเท่า ๆกันแล้วให้บรรเงาเศษส่วนที่ต้องการได้ นักเรียนอายุ 13 ปีมีความเข้าใจเรื่องการขยายเศษส่วน

2. ร้อยละ 50 ของนักเรียนที่มีอายุ 9 ปี สามารถเขียนสัญลักษณ์แทนเศษส่วนได้ จากคำพูดของครู แต่ยังไม่เข้าใจความเกี่ยวโยงระหว่างคำพูดกับสัญลักษณ์นั้น

3. นักเรียนจะทำแบบฝึกหัดที่ใช้ตัวอย่างเป็นเซทได้ต่ำกว่าแบบฝึกหัดที่ใช้การแบ่งจำนวนเต็มเป็นส่วน ๆเล็กน้อย

4. เด็กอายุ 13 ปี ประสบปัญหาเกี่ยวกับการสัมพันธ์เศษส่วนกับเส้นจำนวน

5. 3 ใน 4 ของเด็กวัย 13 ปี สามารถแยกชนิดของเศษส่วนได้ และ 2 ใน 3 ของเด็กวัยนี้สามารถทอนเศษส่วนหรือทำให้เป็นเศษส่วนจำนวนคละได้

6. การบวกเศษส่วน มีนักเรียนร้อยละ 11 เท่านั้นที่ทำได้ถูกต้องโดยอาศัยภาพแบ่งจำนวนเต็มเป็นส่วน ๆ โดยที่ส่วนแบ่งของทั้ง 2 ภาพ เท่ากัน และอีกร้อยละ 16 ที่สามารถทำได้ถูกต้องโดยไม่ต้องอาศัยภาพแสดงการแบ่งเศษส่วน

7. เด็กสามารถทำแบบฝึกหัดการบวกเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากันได้ง่ายกว่าการบวกเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน ถ้านักเรียนมีทักษะการคำนวณดีแล้วจะสามารถใช้ความรู้พื้นฐานกับทุกสถานการณ์ได้ แต่ก็ยังมีผู้ทำผิดมาถึง 20-30 % และถ้าเป็นการบวกเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากันแล้วจะลดจำนวนผู้ทำผิดได้ลงถึง 10 %

8. นักเรียนส่วนมากใช้การจำอย่างเดียวในการบวกเศษส่วน นักเรียนที่ทำโดยการเดาจะได้คะแนนต่ำกว่านักเรียนที่ใช้การคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบ

Hunting (อ้างถึงใน สุทธี สงวนถิ่น, 2530) ศึกษาความเข้าใจเศษส่วนที่มีค่าเท่ากับของนักเรียนระดับ 4 จำนวน 9 คน ระดับ 7 จำนวน 10 คน และระดับ 8 จำนวน 10 คน โดยให้นักเรียนพวกนี้หาคำตอบเศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน และตรวจคำตอบของตนโดยการตัดทอนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำ Hunting ใช้วิธีดำเนินการแบบตัวต่อตัวกับนักเรียนเหล่านี้ในเนื้อหาเดียวกัน ครูจะให้การช่วยเหลือเด็กที่ทำไม่ได้ มีการบันทึกวีดีโอเทปเพื่อนำมาแก้ไขข้อบกพร่อง การสอบจะเป็นแบบถาม - ตอบ สัมภาษณ์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนในระดับ 4 ทำแบบฝึกหัดเกี่ยวกับเศษส่วนที่มีค่าเท่ากันได้น้อยแม้จะใช้สื่อช่วยให้เห็นค่าจริงของเศษส่วน การหาตัวประกอบมาคูณกับจำนวนน้อยเพื่อให้ได้เศษส่วนอีกจำนวนหรือที่มีค่าเท่ากัน จำนวนผู้ที่ทำถูกต้องมี 31 % นอกนั้นใช้วิธีอื่น เช่น ใช้การเปรียบเทียบอัตราส่วน 8 % ใช้การเดา 5 % ใช้การคูณไขว้ 4 % ใช้การจัดกลุ่ม 3 % และใช้ความจำ 2 %

Harrison และ Greer (1992) ได้ศึกษาความเข้าใจเรื่องเศษส่วนโดยเปรียบเทียบนักเรียนในฮ่องกงและไอร์แลนด์เหนือ ประเมินโดยการสอบข้อเขียน เด็กในไอร์แลนด์เหนือ 10 โรง และฮ่องกง 4 โรง เด็กในฮ่องกงมีความเข้าใจเรื่องเศษส่วนได้ดีกว่าเด็กในไอร์แลนด์เหนือ เด็กในฮ่องกงทำได้ 25.8 ไอร์แลนด์เหนือทำได้ 18.5 จากคะแนนเฉลี่ยที่กำหนดไว้คือ 36

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศจะเห็นว่า นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องเศษส่วนไม่ดีพอตั้งแต่เรื่องการบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน นักเรียนจะใช้วิธีการคิดเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบซึ่งกรรมวิธีในการคิดหาคำตอบของแต่ละคนแตกต่างกัน และมีนักเรียนอีกเป็นจำนวนมากที่ยังไม่เข้าใจเรื่องเศษส่วน ซึ่งครูผู้สอนต้องช่วยกันแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเข้าใจเรื่องเศษส่วนมากยิ่งขึ้น