

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ระหว่างการสอนโดยใช้แบบฝึกทักษะกับการสอนโดยปกติ ผู้วิจัยได้
ศึกษาค้นคว้า เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แยกตามหัวข้อได้ดังนี้

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา
 - ลักษณะวิชาคณิตศาสตร์
 - คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา
2. การสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา
 - หลักการสอนคณิตศาสตร์
 - การสอนการบวก ลบ คูณ และหาร
3. การฝึกทักษะคณิตศาสตร์
 - ความหมายของการฝึกทักษะ
 - จิตวิทยาที่ใช้ในการสร้างแบบฝึกทักษะ
 - แนวคิดเกี่ยวกับการสร้างแบบฝึกทักษะ
 - ประโยชน์ในการสร้างแบบฝึกทักษะ
4. ความคงทนในการเรียนรู้
5. เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

1.1 ลักษณะของวิชาคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นวิชาในกลุ่มทักษะที่เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ซึ่งมีลักษณะที่ซับซ้อน
เป็นนามธรรม การจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มุ่งให้นักเรียนมีความเข้าใจ และมี
เหตุผลในการคิดคำนวณ คณิตศาสตร์แนวใหม่เน้นถึงการที่จะให้ผู้เรียน เรียนอย่างไร
มากกว่าการที่จะให้ผู้เรียนเรียนอะไร การสอนมุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนมีอิสระในการค้นพบ
นิยามคณิตศาสตร์ด้วยตนเองมากยิ่งขึ้น ฉะนั้นการที่ครูจะสอนให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์ได้นั้น จำเป็นที่ครูจะต้องศึกษาลักษณะของวิชาคณิตศาสตร์ปัจจุบันดังนี้

(วัลลภา, 2532)

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับมโนคติหรือความคิดรวบยอด (Concept)
 ซึ่งเป็นสิ่งที่มีความสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรประถมศึกษา
 พุทธศักราช 2521 มโนคติทางคณิตศาสตร์เป็นความคิด ความเข้าใจ ที่สรุปรวมเกี่ยวกับ
 เรื่องใดเรื่องหนึ่งในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้นี้นักเรียนจะ
 ต้องมีโอกาสได้ร่วมกิจกรรม มีการสังเกต แยกแยะให้เห็นความแตกต่างของสิ่งที่เกี่ยวข้อง
 เกิดความคิดอันเป็นแนวทางที่มองเห็นโครงสร้างรวมที่เหมือนกัน นำไปสู่ข้อสรุปด้วยการ
 อธิบาย ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันจึงมีแนวโน้มที่จะให้ผู้เรียนค้นพบมโนคติ
 (Concept) และข้อเท็จจริงพื้นฐาน (Basic Facts) ด้วยตนเองมากกว่าวิธีการจดจำ
 รูปแบบของการคิดจากครู

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง หลักสูตรคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2521 มี
โครงสร้างที่จัดให้เป็นระเบียบผสมผสานกัน ไม่แยกส่วนเป็นรายวิชาซึ่งประกอบด้วยพื้นฐาน
ต่าง ๆ ดังนี้ พื้นฐานของทางจำนวน พื้นฐานทางพีชคณิต พื้นฐานทางการวัด พื้นฐานทาง
เรขาคณิต และพื้นฐานทางสถิติ

สำหรับโครงสร้างของเนื้อหาวิชานั้นได้จัดไว้ 2 ลักษณะ กล่าวคือ (वलลภา, 2532)

ก) ลำดับของเนื้อหาโดยส่วนรวม เช่น การเรียนคณิตศาสตร์ ควรจะเริ่มจาก
 ความรู้เกี่ยวกับการจำแนก การจัดลำดับ การนับ ตัวเลข ค่าประจำหลัก การบวก การลบ
 การคูณ การหาร เศษส่วน ทศนิยม และร้อยละ เป็นต้น

ข) ลำดับของเนื้อหาเฉพาะเรื่อง ตัวอย่างเช่น การสอนการคูณ ควรจะมีลำดับ
 ขั้นตอนดังนี้คือ

1. ความหมายของการคูณ
2. การคูณเบื้องต้นและคุณสมบัติต่าง ๆ ของการคูณ
3. การคูณเลข 1 หลักกับพหุคูณของสิบ
4. การคูณเลข 2 หลักกับ 1 หลักที่ไม่มีการทด
5. การคูณเลข 2 หลักกับ 1 หลักที่มีการทด
6. การคูณพหุคูณของสิบกับพหุคูณของสิบ
7. การคูณเลข 2 หลักกับ 2 หลักที่ไม่มีการทด
8. การคูณเลข 2 หลักกับ 2 หลักที่มีการทด

เมื่อนักเรียนเข้าใจในขั้นตอนที่ 8 และสามารถหาผลคูณได้ถูกต้องแล้วจึงหาผลคูณของเลข 3 หลักกับเลข 1 หลัก 2 หลัก และ 3 หลักที่ไม่มีการทดและมีการทดต่อไป

ถ้าครุคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาสามารถเข้าใจโครงสร้างของลำดับเนื้อหาแต่ละเรื่องแล้วก็จะจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการจัดการเรียนการสอน

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่แสดงความเห็นเหตุเป็นผลต่อกัน ทั้งนี้เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ต้องใช้ความคิดชนิดสมเหตุสมผลเพื่อเรียนรู้และเข้าใจโครงสร้างของคณิตศาสตร์ นักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจนั้นจะสามารถคิดแก้ปัญหาในแบบแผนมีรูปแบบไม่ว่าจะคิดในเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

4. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง ภาษาของคณิตศาสตร์เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่ได้กำหนดไว้อย่างมีกฎเกณฑ์ และสามารถสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกันได้ภาษานี้แม้ทั้งที่เป็นตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิดหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น $7 \times 2 = \square$ เมื่อเขียนประโยคสัญลักษณ์นี้ทุกคนที่เรียนคณิตศาสตร์มาจะเข้าใจความหมายตรงกัน ดังนั้นสัญลักษณ์ในวิชาคณิตศาสตร์จึงเป็นเครื่องมือในการฝึกสมอง ซึ่งสามารถช่วยให้เกิดการกระทำในการคิดคำนวณและการแก้ปัญหา

1.2 คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ประกอบด้วยสาระสำคัญดังต่อไปนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2534)

1) จุดประสงค์ทั่วไป

จุดประสงค์ทั่วไปของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ต้องการให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ จึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1.1 มีความรู้ ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานและมีทักษะในการคิดคำนวณ

1.2 รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจน และรัดกุม

1.3 รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

1.4 สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

2) โครงสร้างและเนื้อหา

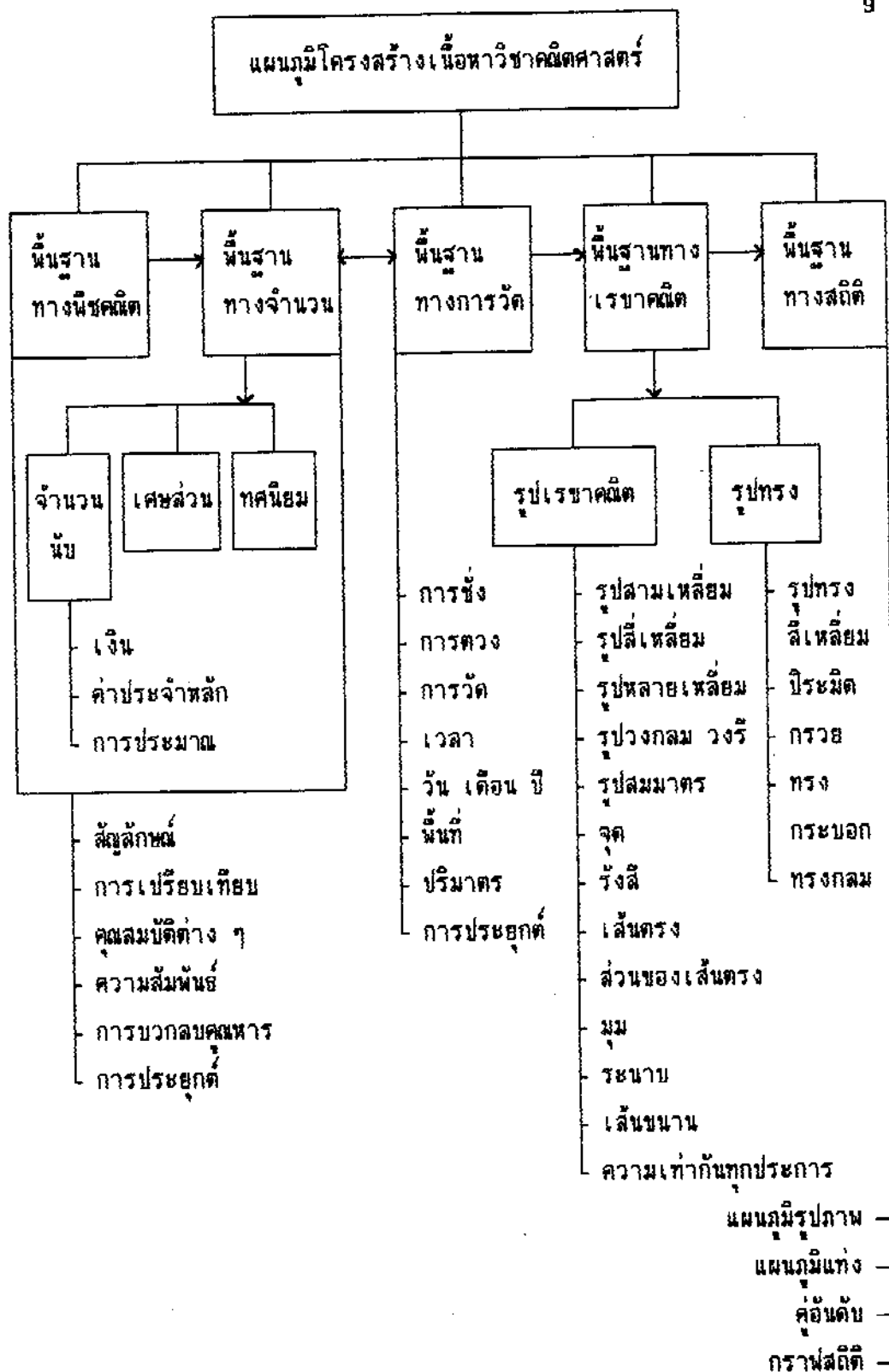
โครงสร้างของคณิตศาสตร์ประถมศึกษา ประกอบด้วยเนื้อหาพื้นฐาน 4 สาขา คือ พื้นฐานทางจำนวนและพีชคณิต พื้นฐานทางการวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต และพื้นฐานทางสถิติ โดยผสมกลมกลืนกันไปทุกพื้นฐาน เริ่มจากง่ายที่สุดแล้วค่อยยากขึ้นตามลำดับให้เหมาะสมกับวัยและสมรรถภาพของนักเรียน รวมทั้งความจำเป็นที่ต้องใช้ในชีวิตประจำวัน โดยแต่ละพื้นฐานมีรายละเอียดดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2534)

1. พื้นฐานทางจำนวนและพีชคณิต ได้แก่ จำนวนและตัวเลข (ป.1-6) เศษส่วน (ป.2-6) ทศนิยม (ป.4-6) เงิน (ป.1-4) และการประยุกต์ (ป.4-6)

2. พื้นฐานทางการวัด ได้แก่ การชั่ง การตวง การวัดความยาว ความสูง ระยะทาง (ป.1-4) เวลา วัน เดือน ปี (ป.1-4) การหาพื้นที่ (ป.4-6) ปริมาตรของรูปทรง (ป.5-6) ทิศและแผนผัง (ป.5-6)

3. พื้นฐานทางเรขาคณิต ได้แก่ รูปเรขาคณิต (ป.2-6) และรูปทรง (ป.2-6)

4. พื้นฐานทางสถิติ ได้แก่ การอ่าน การเขียนแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง (ป.3-6) การอ่านตารางเวลาและตารางอื่น ๆ (ป.3-4) การอ่านแผนภูมิวงหรือแผนภูมิรูปวงกลม การบอกตำแหน่ง การเขียนตำแหน่งของคู่ลำดับ การอ่านและการเขียนกราฟของคู่ลำดับ (ป.6) ดังจะแสดงในแผนภูมิที่ 1 ดังนี้



แผนภูมิที่ 1 แผนภูมิโครงสร้างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา

2. การสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

2.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์

นุญตัน (2529) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูไว้ดังนี้

1. สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก คือพร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และพร้อมในแง่ความรู้ที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกันจะช่วยให้เด็กเกิดความเข้าใจมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนได้ดี

2. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต้องจัดให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจ และความสามารถของเด็ก เพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาในภายหลัง

3. ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา

4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก่อนเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ จะช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละคน

5. วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้น การสอนเพื่อสร้างความคิด ความเข้าใจในระยะเริ่มแรก จะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้เกิดความสับสนจะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอน การสอนจะเป็นไปตามขั้นตอนที่วางไว้

6. การสอนแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่า จัดกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์อะไร

7. เวลาที่ใช้ในการสอน ควรจะใช้ระยะเวลาพอสมควร ไม่นานจนเกินไป

8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่นได้ ให้เด็กมีโอกาสเลือกทำกิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตน และให้อิสระในการทำงานแก่เด็ก

9. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียน มีการวางแผนร่วมกันกับครู เพราะจะช่วยให้ครูเกิดความมั่นใจในการสอน และเป็นไปตามความพอใจของเด็ก

10. การสอนคณิตศาสตร์จะดี ถ้าเด็กมีการทำงานร่วมกัน หรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้า สรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ แก้ปัญหาต่าง ๆ ด้วยตนเองร่วมกับเพื่อน ๆ

11. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรผสมผสานกันทั้งไปพร้อมกับ
การเรียนรู้ด้วยจึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามต่อไปแก่เด็ก

12. นักเรียนระดับประถมศึกษาอยู่ในระหว่างอายุ 6-12 ปี จะเรียนได้ดีเมื่อ
เริ่มเรียนโดยครูใช้ของจริงหรืออุปกรณ์ ซึ่งเป็นรูปธรรม นำไปสู่นามธรรมตามลำดับ จะ
ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ มิใช่ จำ ดังเช่นการสอนในอดีตที่ผ่านมาทำให้เห็น
ว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้

13. การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการต่อเนื่อง และเป็นส่วนหนึ่ง
ของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม เป็น
เครื่องมือในการวัดผล จะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของตน

14. ไม่ควรจำกัดวิธีคิดคำนวณหาคำตอบของเด็ก แต่ควรแนะวิธีคิดที่รวดเร็วและ
แม่นยำให้ภายหลัง

15. ฝึกให้เด็กรู้จักตรวจเช็คคำตอบด้วยตนเอง

นอกจากนี้ วัลลภา (2532) ยังได้เสนอว่า หลักในการสอนคณิตศาสตร์นั้นควร
คำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

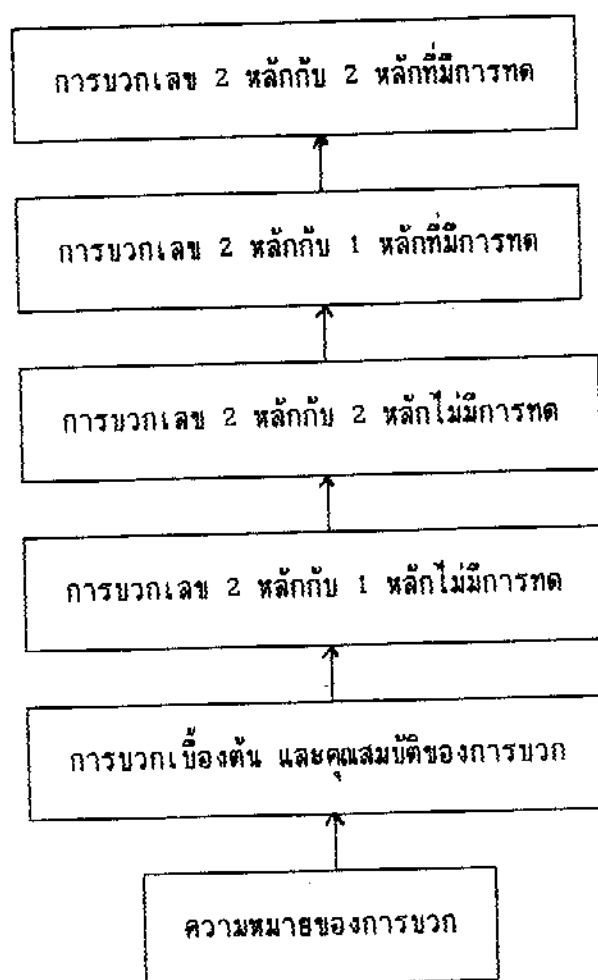
1. การสอนเนื้อหาใหม่แต่ละครั้งครูจะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนทั้ง
ความพร้อมด้านวุฒิภาวะ และเนื้อหา

ความพร้อมด้านวุฒิภาวะ หมายถึงความพร้อมของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์
ผู้สอนจะต้องสำรวจความรู้เดิมของผู้เรียนว่ามีเพียงพอที่จะเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหา
ใหม่หรือไม่ เช่น ในการสอนความหมายของการคูณนั้น ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ
การรวมกลุ่มสิ่งของ กลุ่มละเท่า ๆ กัน เป็นต้น

ความพร้อมในด้านเนื้อหานั้น ผู้สอนจะต้องทราบขอบข่ายของเรื่องที่เรียนว่า มี
เนื้อหาอะไรบ้างที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้เพราะการจัดเนื้อหาคณิตศาสตร์แนวใหม่เน้นโครงสร้าง
ของเนื้อหา ซึ่งโครงสร้างของเนื้อหาวิชามี 2 ลักษณะคือ

(ก) ลำดับเนื้อหาวิชาโดยส่วนรวม เช่น การเรียนคณิตศาสตร์ควรจะเริ่มความรู้
ที่เกี่ยวกับการจำแนก การจัดลำดับ การนับตัวเลข ค่าประจำหลัก การบวก การลบ การคูณ
การหาร และต่อไป

(ข) ลำดับเนื้อหาเฉพาะเรื่อง เช่น การสอนการบวก ควรมีลำดับขั้นดังนี้



ดังนั้นหน้าที่ของครคณิตศาสตร์ก็คือ นิยามความสัณฐานของโครงสร้างของเนื้อหาแต่ละเรื่อง ซึ่งจะเป็ประโยชน์อย่างยิ่งทั้งต่อผู้เรียนในการเตรียมความพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ และช่วยครูในการเตรียมวางแผนการสอนด้วย

2. การสอนคณิตศาสตร์เน้นเรื่องความเข้าใจมากกว่าความจำ การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่จึงเน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีความหมายและใช้วิธีการสอนต่าง ๆ มากขึ้น นักเรียนจะต้องเข้าใจความคิดรวบยอดก่อนแล้วจึงฝึกทักษะหรือทำแบบฝึกหัด เพื่อเพิ่มพูนประสบการณ์อันจะนำไปสู่การนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์จึงยึดหลักการดังนี้

2.1 การสอนเพื่อให้เกิดการซึมซาบ หมายถึงในการจัดการเรียนการสอน คณิตศาสตร์นั้น เป็นเรื่องของการจัดระบบที่ต้องเรียนตามลำดับขั้น เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจ ทีละน้อย ๆ และมีทักษะเบื้องต้นตามที่ต้องการ นอกจากนั้นแนวคิดใหม่จะต้องสัมพันธ์กับ ความคิดเดิมไม่ขัดแย้งกัน เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนด้วยตนเองตามลำดับขั้นได้

2.2 การสอนเพื่อให้เกิดความรู้ถาวร เมื่อผู้เรียนเข้าใจหลักการทาง คณิตศาสตร์แล้วจึงให้ทำแบบฝึกหัด ฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผลและถูกต้อง มีการจัดสภาพ การเรียนการสอนที่คำนึงถึงความเจริญเติบโต และพัฒนาการของผู้เรียน ผู้สอนจะต้อง ทบทวนซ้ำแนวคิดที่สำคัญ ๆ ด้วยการเตรียมกิจกรรมที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนตอบคำถาม จัด สื่อการสอน เขียนแสดงวิธีการหาคำตอบ หรือบางครั้งผู้สอนจะต้องจัดกิจกรรมเสริม ประสิทธิภาพเป็นครั้งคราว เช่น ให้ทำแบบฝึกหัดเสริมเพิ่มเติม เป็นต้น

2.3 การสอนเพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้ การจัดการเรียนการสอน ในขั้นนี้จะต้องเน้นกิจกรรมที่ฝึกให้ผู้เรียนเรียนโดยยึดเหตุผล ที่มา ฝึกให้คิดตามขั้นตอน อย่างมีระบบ ตลอดจนสามารถสรุปความคิดรวบยอดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ อันจะมี ผลช่วยให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจในการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้

3. ใช้วิธีอุปมาน (Inductive) ในการสรุปหลักการทางคณิตศาสตร์ แล้วนำ ความรู้ไปใช้ด้วยวิธีอนุมาน (Deductive)

4. ควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้นักเรียนเพื่อช่วยให้เด็กเรียนเอง เห็นความหมายและหลักการทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ควรมี 3 ประเภท ได้แก่

- ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม
- ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม
- ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม

5. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน การที่เด็กจะมีความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ครูควรส่งเสริมให้เด็กได้อภิปรายและแสดงความคิดเห็น ในโจทย์ ปัญหา หรือสถานการณ์ต่าง ๆ แล้วแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคคณิตศาสตร์ เมื่อได้ผลลัพธ์แล้วจะต้องฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบด้วย ดังนั้นในการสอนโจทย์ปัญหานั้น ผู้สอนจะต้องเตรียมการสอนล่วงหน้า เพื่อให้ได้สัดส่วนกันอย่างแท้จริงทั้งในด้านส่งเสริม การคิด และนำเอาไปใช้ในสถานการณ์ภาคปฏิบัติ

6. ส่งเสริมการสอนโดยใช้กิจกรรมและสื่อการสอน การสอนเรื่องใหม่แต่ละครั้ง ควรใช้สื่อรูปธรรม อธิบายแนวคิดนามธรรมทางคณิตศาสตร์ ในการจัดกิจกรรมควรจัดให้นักเรียนได้ทดลองค้นคว้าหาคำตอบด้วยตนเอง นักเรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่เป็รูปธรรมกับนามธรรม การแสดงตัวอย่างควรให้ความหมายแก่นักเรียน และเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ในชีวิตประจำวันของผู้เรียนด้วย

7. จัดบทเรียนโดยคำนึงความแตกต่างระหว่างบุคคล นักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกันตั้งแต่เริ่มเข้าเรียน ทั้งในด้านความสนใจ ระดับสติปัญญาและจะยิ่งแตกต่างกันมากยิ่งขึ้นในระดับสูง ๆ ขึ้นไป ดังนั้นถ้าครูสามารถจัดบทเรียนและกิจกรรมการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงเด็กเก่ง และเด็กเรียนช้าแล้วจะช่วยพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

8. ครูควรใช้เทคนิคต่าง ๆ สร้างบรรยากาศที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยธรรมชาติวิชาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับนามธรรม เข้าใจยาก ดังนั้นในการจัดกิจกรรมครูจะต้องมีเทคนิคในการเสริมสร้างบทเรียนให้มีชีวิตชีวา นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน มีความกระตือรือร้น ไม่เบื่อหน่าย ซึ่งนอกจากจะช่วยเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์แล้วยังเป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้นักเรียนนำทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากนี้ สมจิต (2529) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. จัดให้มีการเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ ความพร้อมทางคณิตศาสตร์นับว่าเป็นพื้นฐานการเริ่มบทเรียน และเป็นพื้นฐานที่จะเรียนบทเรียนต่อไป ดังนั้นจึงเป็นหน้าที่ของครูต้องเตรียมเด็กให้มีความพร้อม

2. การจัดเนื้อหา โครงสร้างของคณิตศาสตร์ให้ต่อเนื่องกัน ตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงระดับมัธยมศึกษา หรือมหาวิทยาลัย

3. การสอนเนื้อหาใหม่ จะต้องเป็นประสบการณ์และเนื้อหาที่ต่อเนื่องกับประสบการณ์เดิมหรือความรู้เดิมของนักเรียน นักเรียนจะต้องเห็นความสัมพันธ์ ระหว่างประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ เพราะความคิดความเข้าใจจากประสบการณ์เดิม จะช่วยให้ผู้เรียนมีเหตุผล มีความเข้าใจและสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

4. การสอนต้องมีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้น เพราะคณิตศาสตร์เป็น
เรื่องที่มีระบบ ต้องเรียนไปตามลำดับขั้นเพื่อให้นักเรียนเข้าใจและมีทักษะเบื้องต้นตามที่
ต้องการ

5. ควรใช้สื่อการสอน เนื่องจากสื่อการเรียนการสอน เป็นสิ่งที่ช่วยให้นักเรียน
เกิดความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น รวดเร็วขึ้นและเกิดการเรียนรู้ที่ถาวร

6. การจัดการเรียนการสอนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในการจัดกิจกรรม
การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา นั้น ควรเริ่มจากของจริงไปสู่สัญลักษณ์

7. ใช้สัญลักษณ์ใหม่ ๆ แทนความหมายของเรื่องราวและถ้อยคำ คณิตศาสตร์
ปัจจุบันเน้นคณิตศาสตร์ในลักษณะที่เป็นนามธรรม ดังนั้นการเริ่มสอนจะต้องให้นักเรียนเข้าใจ
เนื้อหาแต่ละเรื่องเป็นอย่างดี แล้วจึงใช้สัญลักษณ์หรือถ้อยคำที่เป็นภาษาคณิตศาสตร์

8. ส่งเสริมให้นักเรียนค้นคว้าหาหลักการและวิธีการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง

9. ใช้วีซีดีในการสรุปหลักเกณฑ์และบทเรียน แล้วนำความรู้ไปใช้ด้วย

วิธีนัย

10. เน้นเรื่องความเข้าใจมากกว่าการจำ

11. จัดการสอนเพื่อให้เกิดความรู้ถาวร เมื่อผู้เรียนได้แนวคิดที่ถูกต้องแล้ว จึง
ให้ทำแบบฝึกหัดคำนวณอย่างมีหลักเกณฑ์ ฝึกคิดอย่างมีเหตุผลและถูกต้อง จนทำให้เกิดความรู้ที่
ถาวรขึ้น

12. มีเทคนิคในการช่วยให้นักเรียนสนใจเรียนคณิตศาสตร์

13. จัดบทเรียนให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน

จากหลักการสอนที่กล่าวมา สรุปได้ว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่ดีผู้สอนควรคำนึงถึง
ความพร้อมของผู้เรียน จัดกิจกรรมให้เด็กเกิดความสนุกสนาน กิจกรรมเหมาะสมกับเด็กใน
แต่ละวัย สอนจากง่ายไปหายาก สอนจากรูปธรรมไปหานามธรรม เพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์
นำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.2 การสอนการบวก ลบ คูณ และหาร

การสอนการบวก ลบ คูณ และหาร เป็นมโนทัศน์พื้นฐานที่สำคัญในการคิดคำนวณ
ผู้สอนควรจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจอย่างชัดเจน เพื่อให้ผู้เรียนจะได้มีทักษะ
พื้นฐานในการเรียนมโนทัศน์ที่ซับซ้อนต่อไป

2.2.1 การสอนการบวก

การสอนความหมายของการบวก

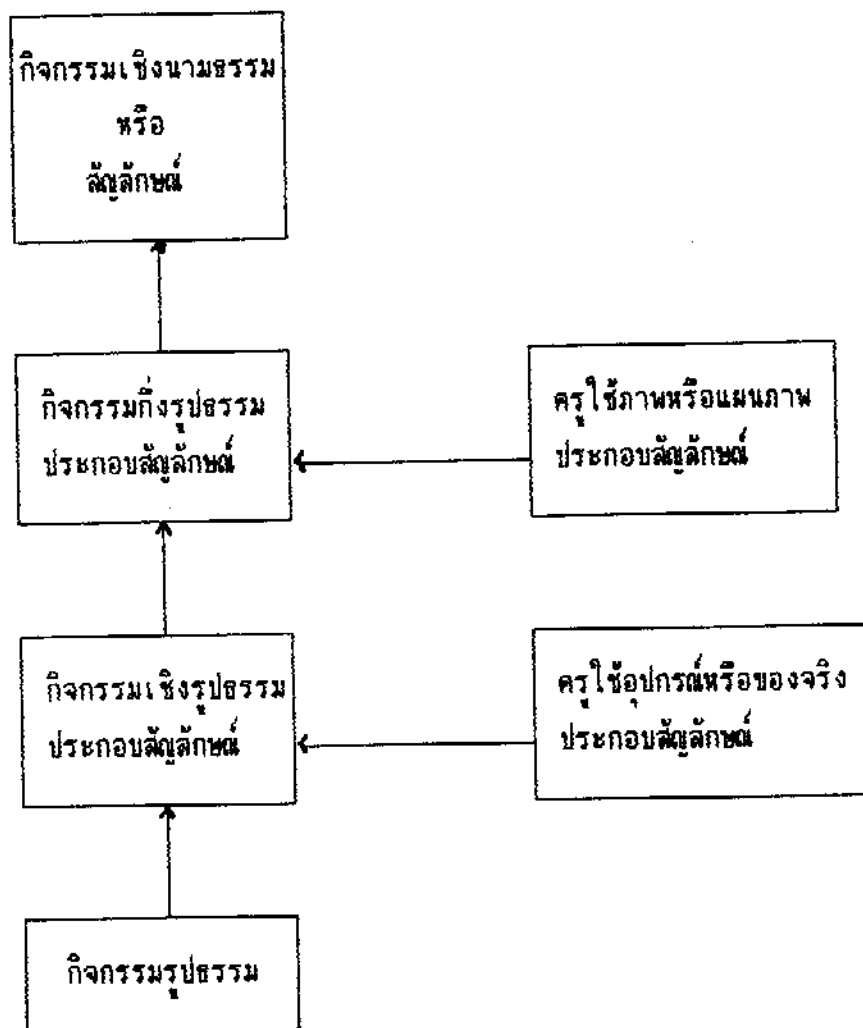
สลัดคา และคณะ (2536) กล่าวถึงวิธีสอนความหมายของการบวกไว้ว่าการสอนความหมายของการบวก ควรเริ่มต้นจากการให้นักเรียนบอกจำนวนสมาชิกของกลุ่มสิ่งของที่ครูกำหนดขึ้น และบอกจำนวนสมาชิกของกลุ่มของสิ่งของที่เกิดจากการรวมกันของสมาชิกสิ่งของสองกลุ่มซึ่งมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน การสอนความหมายของการบวกนั้น เราอาจแยกออกเป็น 2 ความหมายคือ

1. การรวมกัน ความหมายของการบวกในลักษณะเช่นนี้ ใช้ในสถานการณ์ที่มีสิ่งของอยู่สองกลุ่มแล้วรวมกลุ่มของสิ่งของทั้งสองกลุ่มเข้าด้วยกัน การสอนความหมายของการบวกในประเด็นแรกนี้ ครูควรจะเริ่มแนะนำนักเรียนด้วยกลุ่มของสิ่งของสองกลุ่ม โดยให้นักเรียนบอกจำนวนสมาชิกของสิ่งของในแต่ละกลุ่ม จากนั้นจึงรวมสมาชิกกลุ่มสิ่งของทั้งสองกลุ่มเข้าด้วยกัน ให้นักเรียนบอกจำนวนสมาชิกของสิ่งของกลุ่มใหม่ ซึ่งก็คือผลบวกของจำนวนสมาชิกกลุ่มนี้หรือกับจำนวนสมาชิกกลุ่มที่สอง
2. การเพิ่มขึ้น ความหมายของการบวกในรูปของการเพิ่มขึ้นใช้ในสถานการณ์ที่เดิมมีสิ่งของอยู่เพียงกลุ่มเดียว หลังจากนั้นมีการ "เพิ่ม" สิ่งของเข้าไปในกลุ่มสิ่งของที่มีอยู่แล้ว จำนวนสมาชิกของกลุ่มสิ่งของใหม่หลังจากการเพิ่มแล้วคือ ผลบวกระหว่างจำนวนสมาชิกของกลุ่มสิ่งของเดิม กับจำนวนสมาชิกของกลุ่มที่เพิ่มเติมเข้าไป

ซึ่งการจัดกิจกรรมการสอนความหมายของการบวกมี 2 วิธีคือ

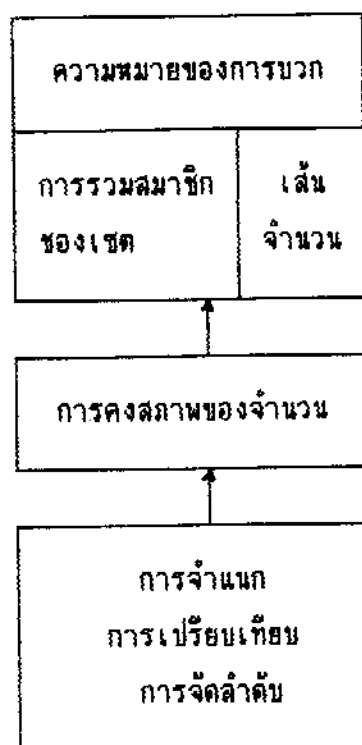
1. การรวมสมาชิกของเซต การสอนควรเริ่มจากการใช้กิจกรรมรูปธรรมถึงรูปธรรม และสัญลักษณ์
2. การใช้เส้นจำนวน เส้นจำนวนเป็นเส้นตรงซึ่งมีสเกลกำหนดไว้ว่าแต่ละหนึ่งหน่วยบนเส้นจำนวนนั้นเป็นเท่าใด โดยแต่ละหน่วยบนเส้นจำนวนนั้นจะต้องยาวเท่ากัน การจัดกิจกรรมการสอนความหมายของการบวกโดยใช้เส้นจำนวน ผู้สอนจะต้องจัดให้เป็นลำดับขั้นตอนอย่างรอบคอบโดยเริ่มต้นจากกิจกรรมที่เป็นรูปธรรม ถึงรูปธรรมและนามธรรมตามลำดับ เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้เส้นจำนวนแสดงความหมายและคุณสมบัติที่เกี่ยวกับการบวก

ในการสอนความหมายของการบวกโดยการรวมสมาชิกของเซต และการใช้
เส้นจำนวนนั้น ครูควรจัดกิจกรรมเป็นลำดับขั้นดังนี้



การจัดกิจกรรมเพื่อสอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์เกี่ยวกับความหมายของการบวกนั้น
ผู้สอนจะต้องพิจารณาจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้เป็นระบบเพื่อความเข้าใจที่ถูกต้องของ
ผู้เรียน

จากกิจกรรมการสอนความหมายของการบวกนั้น สามารถสรุปเป็นขั้นตอน ดังนี้



จากแผนภูมิดังกล่าวแสดงให้เห็นว่า ก่อนนักเรียนจะเรียนความหมายของการบวกนั้น นักเรียนมีประสบการณ์เกี่ยวกับการจำแนก การเปรียบเทียบ การจัดลำดับ และการนับ นอกจากนี้เด็กจะต้องมีความเข้าใจการคงสภาพของจำนวนและกระบวนการย้อนกลับ (ประมาณ 7 ขวบ)

คุณสมบัติของการบวก

วรวณี (2529) กล่าวว่า การบวกในระดับประถมศึกษา มีเฉพาะจำนวนเต็มบวก และศูนย์เท่านั้น ดังนั้นคุณสมบัติของการบวกจำนวนเต็มบวก และศูนย์ที่สำคัญซึ่งใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา มีดังนี้

1. คุณสมบัติการสลับที่ของการบวก ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกหรือศูนย์ แล้ว $a+b = b+a$

คุณสมบัติข้อนี้หมายความว่า ตัวตั้งและตัวบวกสามารถสลับที่กันได้โดยไม่ทำให้ผลบวกเปลี่ยนแปลง เช่น $3 + 4 = 4 + 3 = 7$

2. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการบวก ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก หรือศูนย์แล้ว $a+(b+c) = (a+b)+c$

นั่นคือ การบวกจำนวนที่เกิน 2 จำนวนขึ้นไป เราสามารถเลือกจำนวนใดคู่หนึ่ง มากระทำการบวกก่อนก็ได้ เพราะค่าของผลบวกจะเท่ากัน เช่น

$$3 + (7 + 5) = (3 + 7) + 5 = 15$$

3. คุณสมบัติเอกลักษณ์ของการบวก ถ้า $a+0 = 0+a = a$ สำหรับจำนวนเต็มบวก a ทุกตัว เรียก 0 ว่าเป็นเอกลักษณ์ของการบวก (Identity Element of Addition)

4. คุณสมบัติการเท่ากันของการบวกสำหรับ a , b และ c ซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก หรือศูนย์ ถ้า $a = b$ แล้ว $a+c = b+c$

นั่นคือจำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน เมื่อบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน ผลบวกที่ได้ย่อมเท่ากัน เช่น

$$3 + 1 = 5 - 1$$

$$\text{ดังนั้น} \quad (3 + 1) + 6 = (5 - 1) + 6$$

การบวกเบื้องต้น (Basic Addition Facts)

การสอนการบวกเบื้องต้นเป็นการหาผลบวกของเลขหลักเดียว ในระหว่าง 0-9 ทั้ง 10 คู่ ซึ่งการบวกเราจะหาผลบวกทีละคู่คือ $2+3$, $4+6$, $8+9$, $4+1$ ถ้าผลบวกเกิน 10 จะมีการทด การบวกเบื้องต้นเป็นทักษะขั้นพื้นฐานที่ครูควรฝึกฝนให้นักเรียนสามารถบวกได้อย่างคล่องแคล่ว นอกจากนั้น ผู้สอนจะต้องฝึกให้ผู้เรียนมีทักษะในการบวก และมีความแม่นยำเรื่องค่าประจำหลัก (Place Value) แล้ว ผู้เรียนจะต้องเรียนรู้ลักษณะและคุณสมบัติของการบวกอีกหลายประการดังนี้ (วัลลภา, 2532)

1. การหาผลบวกของ 2 จำนวนที่เท่ากัน (Sum Families) เช่น

$$1 + 2 = 3$$

$$2 + 1 = 3$$

$$1 + 3 = 4$$

$$3 + 1 = 4$$

.....

.....

$$8 + 9 = 17$$

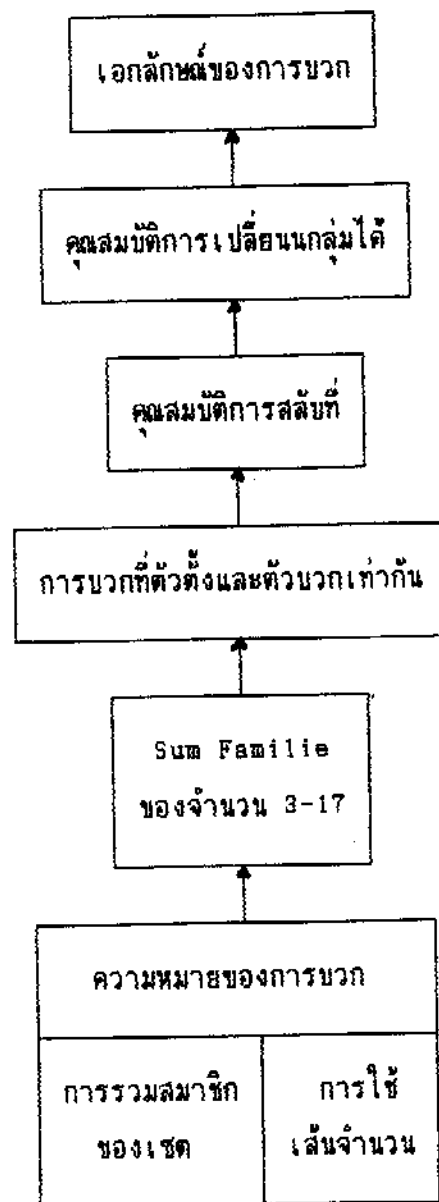
$$9 + 8 = 17$$

2. การบวกที่ตัวตั้งและตัวบวกเท่ากัน เช่น $0 + 0$, $1 + 1$, $2 + 2$ เป็นต้น

3. เวกลักษณ์ของการบวก คือ การหาผลบวกของ $a + 0 = a$ เมื่อ a คือ จำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

4. คุณสมบัติของการบวกที่สำคัญ คือคุณสมบัติการสลับที่ (Commutative Property) และคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ในการบวก (Associative Property)

จากที่กล่าวมาทั้งหมด สามารถสรุปขั้นตอนการสอนการบวกเบื้องต้นเป็นแผนภูมิ
ดังนี้



จากแนวคิดและเอกสารเกี่ยวกับการสอนการบวกจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบที่กล่าวมาทั้งหมดสามารถสรุปได้ว่า ในการสอนเรื่องการบวกนั้น ผู้สอนจะต้องมีมโนคติเกี่ยวกับเนื้อหาแต่ละเรื่องอย่างถูกต้อง นอกจากนั้นยังจะต้องมีความรู้เรื่องลำดับชั้นของเนื้อหาที่เรียงตามลำดับชั้นการเรียนรู้จากง่ายไปหายากด้วย ซึ่งจะเป็นแนวทางช่วยให้ครูจัดกิจกรรมได้อย่างเหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียนเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องอื่น ๆ ต่อไป

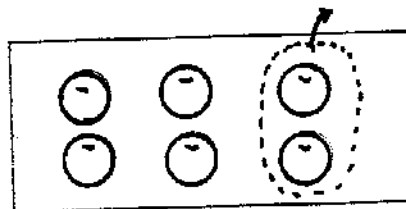
2.2.2 การสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

วิลลภา (2532) และสลัดดา (2536) ได้เสนอแนวทางการสอนการลบจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ แยกรายละเอียดตามหัวข้อต่อไปนี้

การสอนความหมายของการลบ

ความหมายของการลบจำนวนเต็มออกเป็น 3 ลักษณะคือ

1. การนำออก (Take-Away Situation) การสอนความหมายนี้เป็นการหาจำนวนที่เหลืออยู่ เมื่อนำจำนวนหนึ่งหักออกจากจำนวนทั้งหมด เช่น มีส้มอยู่ 6 ผล ให้น้องไป 2 ผล ยังมีส้มเหลืออีกเท่าไร

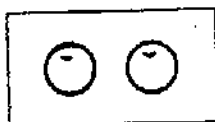


$$6 - 2 = \boxed{}$$

2. การเปรียบเทียบ (Comparison) เป็นการเปรียบเทียบหาผลต่างของจำนวนสมาชิก 2 เซตว่าต่างกันอยู่เท่าไร หรือมากน้อยกว่ากันเท่าไร เช่น นิคมีส้ม 6 ผล น้อยมีส้ม 2 ผล นิคมีส้มมากกว่าน้อยกี่ผล



นิคมมีส้ม 6 ผล



น้อยมีส้ม 2 ผล

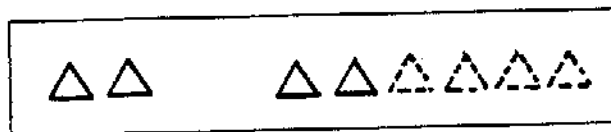
นิคมมีส้มมากกว่าน้อย 4 ผล

$$6 - 2 = \boxed{}$$

3. การนับทบ (How-Many-More-Needed Situation) ความหมายของการลบในลักษณะนี้ต้องการหาว่าจะต้องนำจำนวนมาเพิ่มอีกเท่าไรจึงจะได้จำนวนครบตามที่ต้องการ เช่น แม่ซื้อไข่มา 2 ฟอง ถ้าต้องการไข่ไก่ 6 ฟอง จะต้องซื้อเพิ่มอีกกี่ฟอง

$$2 + \boxed{} = 6$$

$$6 - 2 = \boxed{}$$



การสอนความหมายของการลบทั้ง 3 ลักษณะนี้ การสอนในความหมายของการนำออกเป็นความหมายที่ง่ายต่อการเรียนรู้ และทำความเข้าใจของผู้เรียน

คุณสมบัติของการลบ

ในการสอนการลบเบื้องต้น ครูควรสอดแทรกทฤษฎีในมิติที่ไม่เป็นจริงของคุณสมบัติการสลับที่และการเปลี่ยนกลุ่มได้ เช่น

1. การลบไม่มีคุณสมบัติการสลับที่ $a - b \neq b - a$ เช่น $3 - 2 \neq 2 - 3$
2. การลบไม่มีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม คือ $a - (b - c) \neq (a - b) - c$ เช่น

$$5 - (3 - 2) \neq (5 - 3) - 2$$

เพราะว่า $5 - 1 \neq 2 - 2$

และ $4 \neq 0$

3. "ศูนย์" ไม่เป็นเอกลักษณ์ของการลบ คือ $a - 0 = a$ แต่ $0 - a \neq a$

การลบเบื้องต้น

การลบเบื้องต้นนั้นจะเป็นการผลลบของ 2 จำนวนที่ตัวตั้งไม่เกิน 18 การลบเบื้องต้นมีทั้งหมด 100 คู่ เป็นการลบของจำนวนที่เท่ากัน 10 คู่ และการลบที่ตัวลบเป็น 0 อีก 10 คู่ ยังเหลือการลบเบื้องต้นอีก 81 คู่ ซึ่งจะเป็นการลบที่ตัวตั้งไม่เกิน 9 จำนวน 36 คู่ และตัวตั้ง ตั้งแต่ 10 ขึ้นไป จำนวน 45 คู่ รวมทั้งหมด 81 คู่ ซึ่งจะแสดงให้เห็นในตารางดังนี้



ห้ามยืมออก

25

วพ

QA

ท 612

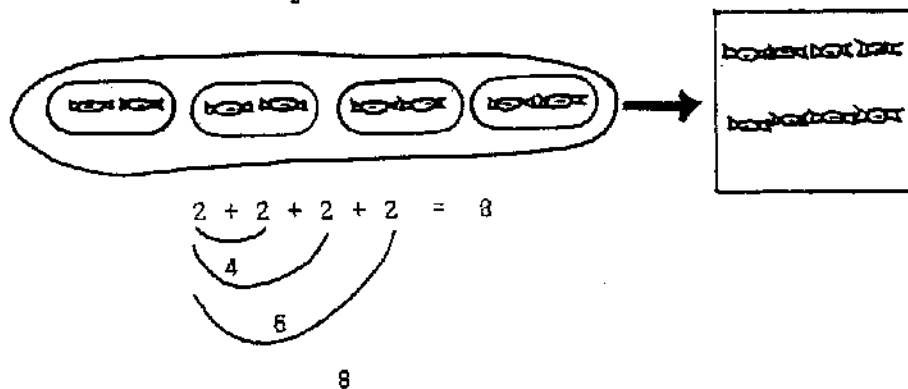
ค.1

2.2.3 การสอนการคูณ

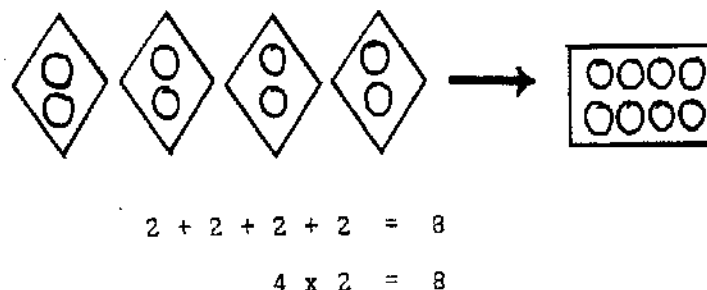
การสอนความหมายของการคูณ

วัลลภา (2532) ได้เสนอแนวทางการสอนดังนี้

1. การสอนความหมายของการคูณในลักษณะการบวกจำนวนใด ๆ ซ้ำกันการอธิบายความหมายนี้เริ่มด้วยการนับเพิ่มครั้งละเท่า ๆ กันดังนี้
 - ครูหยิบลูกอมออกจากกล่องครั้งละ 2 เม็ด 4 ครั้ง แล้วให้นักเรียนนับรวมทั้งหมด พร้อมทั้งเขียนประโยคสัญลักษณ์บนกระดาน



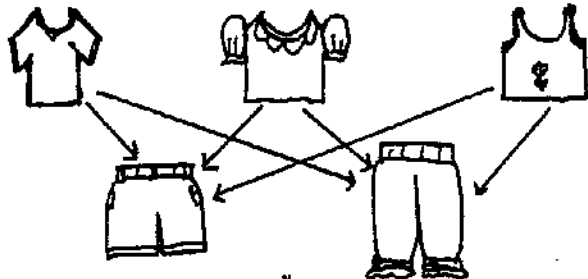
- ครูอธิบายการเขียนประโยคสัญลักษณ์การคูณดังนี้



2. การสอนความหมายของการคูณในลักษณะของผลคูณคาร์ทีเซียน

การอธิบายจะใช้วิธีการกำหนดเซต 2 เซต แล้วแสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกของเซตทั้งสอง จำนวนคู่ที่ได้จะเป็นผลคูณระหว่างจำนวนสมาชิกของเซตทั้งสอง เช่น

มาลีมีเสื้อ 3 ตัว กางเกง 2 ตัว ถ้าจะใส่เป็นชุดไม่ซ้ำกันจะได้กี่ชุด



เสื้อตัวที่ 1 ใส่กับกางเกงขาสั้นได้ 1 ชุด
ใส่กับกางเกงขายาวได้ 1 ชุด

เสื้อตัวที่ 2 ใส่กับกางเกงขาสั้นได้ 1 ชุด 6 ชุด
ใส่กับกางเกงขายาวได้ 1 ชุด

เสื้อตัวที่ 3 ใส่กับกางเกงขาสั้นได้ 1 ชุด
ใส่กับกางเกงขายาวได้ 1 ชุด

$3 \times 2 = 6$

จากแผนภาพครูอธิบายให้นักเรียนเห็นว่าเสื้อ 3 ตัว และกางเกง 2 ตัว จับคู่กันได้ 6 วิธี และเขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้ $3 \times 2 = 6$

คุณสมบัติของการคูณ

1. คุณสมบัติการสลับที่ของการคูณ (The Commutative Property)

การหาผลคูณของ 2 จำนวนใดก็ตาม สามารถสลับที่กันได้โดยที่ผลคูณไม่เปลี่ยนแปลง

เช่น $a \times b = b \times a$ ดังนั้น $2 \times 4 = 4 \times 2$

นั่นคือ เมื่อสลับที่ระหว่างจำนวน 2 จำนวน ผลคูณที่ได้มีค่าเท่ากัน

2. คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ (The Associative Property of Multiplication)

ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ แล้ว

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ เช่น $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$

นั่นคือ เราจะคูณจำนวนคู่ใดก่อนแล้วนำผลคูณมาคูณกับอีกจำนวนหนึ่งก็ได้ ผลคูณจะมีค่าเท่าเดิม

3. คุณสมบัติการแจกแจง (The Distributive Property) เป็นคุณสมบัติข้อหนึ่งของการคูณที่เกี่ยวข้องกับการบวก เป็นการเชื่อมโยงการคูณและการบวก

ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบแล้ว $a(b + c) = ab + ac$
เช่น $4 \times (2 + 3) = (4 \times 2) + (4 \times 3)$ ซึ่งจะสามารถแสดงให้เห็นได้ดังนี้

การหาผลคูณนั้นส่วนมากจะใช้คุณสมบัติการแจกแจงช่วยในการอธิบายวิธีการหาผลคูณ ซึ่งโดยมากนิยมแยกให้อยู่ในรูปการกระจายตามค่าประจำหลัก เช่น

$$\begin{aligned} 6 \times (13) &= 6 \times (10 + 3) \\ &= (6 \times 10) + (6 \times 3) \\ &= 60 + 18 \\ &= 78 \end{aligned}$$

4. เอกลักษณ์ของการคูณ (Multiplicative Identity) ถ้า a เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว $a \times 1 = a = 1 \times a$ เรียก 1 ว่าเป็นเอกลักษณ์ของการคูณ

5. การคูณ เมื่อตัวตั้งหรือตัวคูณเป็น "0" ถ้า a เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบใด ๆ แล้ว $a \times 0 = 0 = 0 \times a$ การอธิบายในลักษณะนี้สามารถใช้คุณสมบัติการสลับที่ และความหมายของการคูณช่วยในการอธิบาย เช่น

$$3 \times 0 = 0 + 0 + 0 = 0$$

การคูณเบื้องต้น (Basic Multiplication Facts)

การคูณเบื้องต้นเป็นการหาผลคูณระหว่างจำนวน 0-9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

การคูณเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนจนเกิดทักษะ สามารถหาผลคูณได้รวดเร็ว ถูกต้องและแม่นยำ ทั้งนี้เพราะในการหาผลคูณ ไม่ว่าจะเป็นจำนวนกี่หลักก็ตาม จะเป็นการหาผลคูณทีละคู่ กล่าวคือ $56 \times 42 = \square$ จะหาคำตอบได้โดยการหาผลคูณของ 2 กับ 6 2 กับ 5 4 กับ 6 และ 4 กับ 5 ฉะนั้นการหาผลคูณเบื้องต้นนี้ นักเรียนควรจำให้คล่องแคล่ว

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อฝึกทักษะการหาผลคูณนั้นควรฝึกทีละขั้น ค่อยเป็นค่อยไป เช่น ผลคูณของ 3

	1×3	3	
	2×3	$3 + 3 = 6$	
	3×3	$3 + 3 + 3 = 9$	
	4×3	$3 + 3 + 3 + 3 = 12$	
	5×3	$3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$	
.....	9×3	$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 27$	

เมื่อนักเรียนเข้าใจความหมายของการคูณ คุณสมบัติต่าง ๆ และการหาผลคูณเบื้องต้นแล้ว นักเรียนจะต้องเรียนรู้เกี่ยวกับการหาผลคูณ ดังนี้

1. การคูณเลข 1 หลัก กับพหุคูณของสิบ

การคูณเลข 1 หลักกับพหุคูณของสิบสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอนได้ดังนี้

วิธีที่ 1 ใช้นิยามของการคูณ

$$\begin{aligned} 3 \times 20 &= 20 + 20 + 20 \\ &= 60 \end{aligned}$$

วิธีที่ 2 ใช้คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มได้ในการคูณ

$$\begin{aligned} 3 \times 20 &= 3(2 \times 10) \\ &= (3 \times 2) \times 10 \\ &= 6 \times 10 \\ &= 60 \end{aligned}$$

2. การคูณเลข 2 หลักกับ 1 หลักที่ไม่มีการทด

การคูณเลข 2 หลักกับ 1 หลักที่ไม่มีการทด สามารถเขียนแสดงวิธีการหาผลคูณได้ คือ

วิธีที่ 1 การกระจายตามแนวนอน

$$11 \times 4 = \boxed{}$$

$$\begin{aligned} 11 \times 4 &= (10 + 1) \times 4 && \dots \text{การกระจายตัวเลข} \\ &= (10 \times 4) + (1 \times 4) && \dots \text{คุณสมบัติการแจกแจง} \\ &= (10 \times 4) + 4 && \dots \text{การคูณเบื้องต้น} \\ &= 40 + 4 && (\text{การคูณเลข 1 หลัก} \\ &&& \text{กับพหุคูณของสิบ}) \\ &= 44 && \dots \text{การบวก} \end{aligned}$$

วิธีที่ 2 การกระจายตามแนวตั้ง

$$11 \times 4 =$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 4 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 10 + 1 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

$$40 + 4 = \underline{44}$$

วิธีที่ 3 วิธีลัด

$$11 \times 4 = \boxed{} \quad \begin{array}{r} 11 \\ \times 4 \\ \hline 44 \end{array}$$

3. การคูณเลข 2 หลักกับ 1 หลักที่มีการทด

วิธีที่ 1 การกระจายตามแนวนอน

$$22 \times 9 = \boxed{}$$

$$\begin{aligned} 22 \times 9 &= (20 + 2) \times 9 && \dots \text{การกระจาย} \\ &= (20 \times 9) + (2 \times 9) && \dots \text{คุณสมบัติการแจกแจง} \\ &= 180 + 18 && \dots \text{การคูณเบื้องต้นและ} \\ & && \text{การคูณเลข 1 หลักกับ} \\ & && \text{พหุคูณของสิบ} \\ &= 198 && \dots \text{การบวก} \end{aligned}$$

วิธีที่ 2 การหาผลคูณแนวตั้ง

$$22 \times 9 = \boxed{}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 9 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 20 + 2 \\ \times 9 \\ \hline \end{array}$$

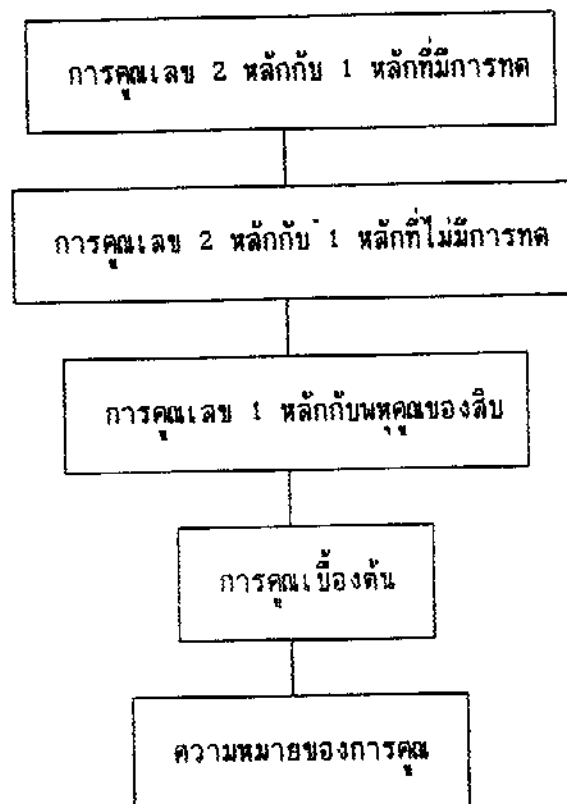
$$180 + 18 = \underline{198}$$

วิธีที่ 3 วิธีลัด

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 9 \\ \hline \end{array} \longrightarrow \begin{array}{r} 22 \\ \times 9 \\ \hline 198 \end{array}$$

ดังนี้

จากกรรมวิธีการคุณดังกล่าวสามารถนำมาเขียนเป็นขั้นตอนในการสอนการคุณได้



2.2.4 การสอนการหาร

การสอนความหมายของการหาร

วัลลภา (2532) ได้กล่าวถึงการสอนความหมายของการหารไว้ดังนี้

การสอนความหมายของการหารสามารถอธิบายได้ 4 ลักษณะคือ

1. การลบซ้ำกัน
2. การแบ่งส่วน
3. การย้อนกลับของคุณ

1. การลบซ้ำ

การสอนความหมายของการหารในลักษณะการลบซ้ำ หรือการนับลดครั้งละเท่า ๆ

กัน ดังนี้

มีอยู่ 18 น้บลดครั้งละ 3 เท่า ๆ กันกี่ครั้งจึงจะหมด

18

3(1)

15

3(2)

12

3(3)

9

3(4)

6

3(5)

3

3(6)

0

18 น้บลดครั้งละ 3 ได้ 6 ครั้ง จะหมดพอดี

ครูยกตัวอย่างอื่นประกอบแล้วจึงสรุป เขียนประโยคคณิตศาสตร์ดังนี้

$$18 \div 3 = \boxed{}$$

$$18 \div 3 = 6$$

2. การแบ่งส่วน

การสอนความหมายของการหารในลักษณะนี้สามารถอธิบายในรูปของโจทย์ปัญหา

ได้ 2 วิธีคือ

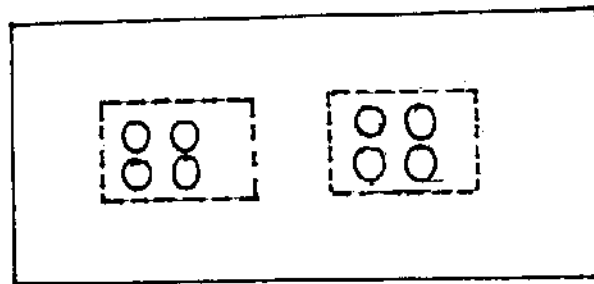
2.1) Measurement Problems เป็นโจทย์ปัญหาที่ให้หาจำนวนกลุ่ม (สับเซต) เมื่อรู้จำนวนที่เท่ากัน ในแต่ละกลุ่ม เช่น มีดินสออยู่ 8 แท่ง แบ่งให้เด็กคนละ 2 แท่ง จะแบ่งให้เด็กได้กี่คน ประโยคสัญลักษณ์คือ $8 \div 2 = \boxed{}$

การอธิบายในลักษณะนี้สามารถหาคำตอบได้โดยการลบครั้งละเท่า ๆ กัน

จนหมด

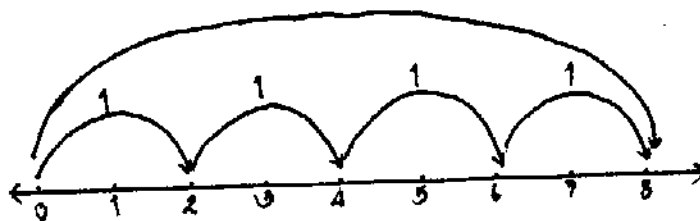
$$\begin{array}{r}
 8 \\
 \underline{2} \quad \text{.....คนที่ 1} \\
 6 \\
 \underline{2} \quad \text{.....คนที่ 2} \\
 4 \\
 \underline{2} \quad \text{.....คนที่ 3} \\
 2 \\
 \underline{2} \quad \text{.....คนที่ 4} \\
 0 \\
 \hline
 8 \div 2 = 4
 \end{array}$$

หรืออาจแสดงได้ดังนี้



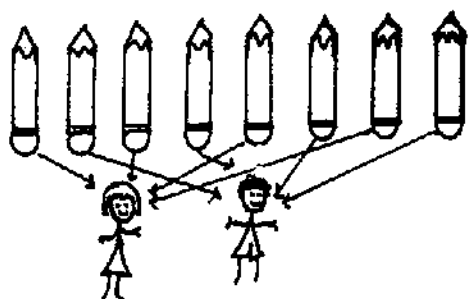
$$8 \div 2 = 4$$

หรือสามารถแสดงได้โดยใช้เส้นจำนวนดังนี้



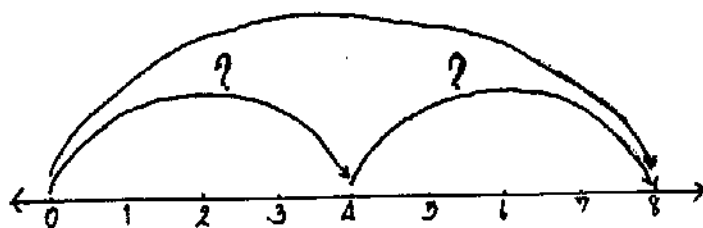
$$8 \div 2 = 4$$

2.2) Partition Problems เป็นโจทย์ปัญหาที่ให้หาจำนวนสมาชิกของสับเซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน เช่น มีดินสออยู่ 8 แท่ง แบ่งให้เด็ก 2 คน จะได้คนละกี่แท่ง ประโยคสัญลักษณ์ $8 \div 2 = \square$



$$8 \div 2 = 4$$

ใช้เส้นจำนวนอธิบายได้ดังนี้



$$8 \div 2 = 4$$

3. การย้อนกลับของการคูณ

จากนิยามความสัมพันธ์ของการคูณและการหารว่า

ถ้า $a \times b = c$ แล้ว $c \div a = b$ และ $c \div b = a$

ตัวอย่างเช่น

$$2 \times 4 = 8 \text{ จะได้ } 8 \div 2 = 4 \text{ และ } 8 \div 4 = 2$$

เมื่อ $a \times b = c$ เราทราบว่า c เป็น a เท่าของ b และเป็น b เท่าของ a

$$2 \times 4 = 8 \text{ แสดงว่า } 8 \text{ เป็น } 2 \text{ เท่าของ } 4 \text{ และ } 8 \text{ เป็น } 4 \text{ ของ } 2$$

จากความหมายในรูปของการย้อนกลับของการคูณนี้ นักเรียนจะต้องเข้าใจการคงสภาพของจำนวน และกระบวนการย้อนกลับของการคูณเป็นอย่างดี จึงจะสามารถหาคำตอบได้

ก็เท่าของ 3 เป็น 6

5 ก็ครึ่งเป็น 15

$$\boxed{} \times 3 = 6$$

$$\boxed{} \times 5 = 15$$

จากตัวอย่างข้างต้นเราจะหาค่า $\boxed{} \times 3 = 6$ ได้จาก $6 \div 3 = \boxed{}$ และ
หาค่า $\boxed{} \times 5 = 15$ ได้จาก $15 \div 5 = \boxed{}$ เมื่อนักเรียนเข้าใจความหมายของ
การหารในลักษณะนี้แล้ว ครูจึงสรุปความสัมพันธ์ของการคูณและหารเพื่อนำไปใช้ในการ
ตรวจสอบคำตอบ

$$\text{ผลหาร} \times \text{ตัวหาร} = \text{ตัวตั้ง}$$

$$8 \div 2 = \boxed{}$$

$$8 \div 2 = 4$$

$$\text{ตรวจคำตอบ } 4 \times 2 = 8$$

คุณสมบัติของการหาร

1. การหารไม่มีคุณสมบัติการสลับที่ คือ $a \div b \neq b \div a$ เช่น

$$8 \div 4 \neq 4 \div 8$$

$$8 \div 4 = 2$$

$$4 \div 8 = 4/8 = 1/2$$

$$\text{ดังนั้น } 8 \div 4 \neq 4 \div 8$$

2. การหารไม่มีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม คือ $a \div (b \div c) \neq (a \div b) \div c$

$$\text{เช่น } 18 \div (9 \div 3) \neq (18 \div 9) \div 3$$

$$\begin{aligned} 18 \div (9 \div 3) &= 18 \div 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (18 \div 9) \div 3 &= 2 \div 3 \\ &= 2/3 \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } 18 \div (9 \div 3) \neq (18 \div 9) \div 3$$

3. คุณสมบัติการแจกแจงในการหาร

3.1) การกระจายตัวตั้ง

$$(36 + 24) \div 12 = 60 \div 12 \\ = 5$$

$$(36 + 24) \div 12 = (36 \div 12) + \\ (24 \div 12) \\ = 3 + 2 \\ = 5$$

$$(36 + 24) \div 12 = (36 \div 12) + (24 \div 12)$$

3.2) การกระจายตัวหาร

$$36 \div (6 + 3) = 12 \div 9 \\ = 12/9$$

$$36 \div (6 + 3) = (36 \div 6) + \\ (36 \div 3) \\ = 6 + 12 \\ = 18$$

$$36 \div (6 + 3) \neq (36 \div 6) + (36 \div 3)$$

การหารเบื้องต้น (Basic Division Facts)

การสอนการหารเบื้องต้นนั้น นักเรียนควรจะได้ฝึกทักษะให้สัมพันธ์กับการคูณเบื้องต้น โดยใช้ตารางคูณดังนี้

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

$$18 = 6 \times 3$$

$$18 \div 3 = \boxed{}$$

$$18 \div 6 = \boxed{}$$

$$18 = 9 \times 2$$

$$18 \div 2 = \boxed{}$$

$$18 \div 9 = \boxed{}$$

ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนควรเป็นการหาที่ตัวหารเป็นตัวประกอบ
ของจำนวนเดียวกัน

การหาผลทศนิยมใช้กันอยู่มี 2 วิธีคือ

1. การหารยาว เขียนแสดงวิธีหารได้ดังนี้

การหารลงตัว

$$12 \div 3 = \boxed{}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 12} \\ \underline{12} \quad \leftarrow 4 \times 3 \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore 12 \div 3 = 4$$

2. การหารสั้น

การหารลงตัว

$$12 \div 3 = \boxed{}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 12} \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore 12 \div 3 = 4$$

การหารเหลือเศษ

$$14 \div 3 = \boxed{}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 3 \overline{) 14} \\ \underline{12} \quad \leftarrow 4 \times 3 \\ 2 \end{array}$$

$$\therefore 14 \div 3 = 4 \text{ เศษ } 2$$

การหารเหลือเศษ

$$14 \div 3 = \boxed{}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 14} \\ \underline{12} \\ 2 \end{array}$$

$$\therefore 14 \div 3 = 4 \text{ เศษ } 2$$

การหารเป็นการย้อนกลับของการคูณ ครูควรชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสัมพันธ์
ของการคูณและการหารดังนี้

1. ความสัมพันธ์ของการคูณและการหารลงตัว

$$\text{ผลหาร} \times \text{ตัวหาร} = \text{ตัวตั้ง}$$

2. ความสัมพันธ์ของการคูณและการหารแบบไม่ลงตัว

$$(\text{ผลหาร} \times \text{ตัวหาร}) + \text{เศษ} = \text{ตัวตั้ง}$$

3. การฝึกทักษะคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการฝึกทักษะ

Garrison (1972) ได้ให้ความหมายของทักษะไว้ว่าเป็นลักษณะของการกระทำด้วยความราบเรียบ รวดเร็ว และแม่นยำ ถูกต้อง ซึ่งเป็นผลมาจากการพัฒนาความสามารถของคน การที่บุคคลใดจะมีลักษณะในด้านใดด้านหนึ่งได้นั้น ต้องได้รับการฝึกหัดหรือปฏิบัติบ่อย ๆ จนสามารถกระทำสิ่งนั้น ๆ ได้ด้วยความชำนาญ ในทำนองเดียวกันการร่วฝึกทักษะอย่างสม่ำเสมอหลังจากการเรียนการสอนแล้ว จะทำให้นักเรียนเข้าใจมากกว่าจำและก่อให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาต่อไปได้

Fitts (อ้างถึงใน ชม. 2523) ได้แบ่งการเรียนทักษะออกเป็น 3 ขั้นดังนี้

1. ขั้นความรู้เป็นขั้นที่ผู้เรียนทักษะจะต้องพยายามศึกษาให้เข้าใจว่าจะปฏิบัติอย่างไรบ้างจึงจะเกิดทักษะที่ต้องการ
2. ขั้นปฏิบัติให้ถูกต้อง เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแนวทางที่วางไว้ไม่ว่าจะทำให้เกิดทักษะนั้น ๆ จนกระทั่งไม่มีความผิดพลาด
3. ขั้นเพิ่มพูนความชำนาญถึงขั้นอัตโนมัติ เป็นขั้นที่ทำได้รวดเร็ว แม่นยำและถูกต้อง

ชม (2523) ได้สรุปผลการวิจัยเกี่ยวกับภาวะเบื้องต้นที่มีผลต่อการเรียนทักษะ ซึ่งได้แก่

1. การเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องของสิ่งเร้าและการตอบสนอง (Continuity) การจัดสิ่งเร้าหรือสิ่งที่ต้องการฝึกไว้อย่างต่อเนื่อง สัมพันธ์กันโดยเริ่มจากสิ่งที่ย้ายไปหาสิ่งที่ยาก

2. การปฏิบัติ (Practice) การลงมือปฏิบัติเป็นการประสานงานย่อยต่าง ๆ เข้าด้วยกัน การปฏิบัติหลังจากเรียนแล้วจะช่วยป้องกันการลืม และถ้าหากปฏิบัติอย่างต่อเนื่องสม่ำเสมอจะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะได้

3. การรู้ผลการปฏิบัติ (Feedback) การรู้ผลการปฏิบัติในเวลาอันรวดเร็วจะเป็นการเสริมแรง (Reinforcement) ในการเรียนและหากเกิดความบกพร่องหรือผิดพลาดก็จะได้ทำการปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องยึดเป็นแนวทางในการปฏิบัติต่อไป

นันท และพิกษ์ (2512) ได้ให้แนวคิดไว้ว่าการฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์จะได้ผลดีจะต้องพิจารณาถึงสิ่งต่อไปนี้

1. การฝึกจะต้องมีการเสริมแรงด้วย
2. การฝึกแต่ละครั้งไม่ควรใช้เวลานานเกินไปในระดับประถมศึกษา ควรใช้เวลาประมาณ 20 นาที
3. การฝึกแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอน เช่น ต้องการฝึกทักษะในเรื่องการบวก ลบ คูณ และหาร รวมทั้งจะฝึกในเรื่องใดก็ตามครูต้องแน่ใจเสียก่อนว่านักเรียนเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นดีแล้ว
4. การฝึกเพื่อให้เกิดทักษะนั้นจะต้องคำนึงถึงความประณีตและความถูกต้องในการคิดคำนวณเป็นสำคัญ ต่อจากนั้นจึงควรขึ้นเรื่องความเร็ว การส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักตรวจคำตอบด้วยวิธีต่าง ๆ ก็เป็นการกระทำอันหนึ่งที่จะทำให้นักเรียนทำงานด้วยความรวดเร็วและมีความมั่นใจมากยิ่งขึ้น
5. การให้ทราบความก้าวหน้าของการฝึก หากเป็นไปได้ครูต้องพยายามให้นักเรียนรู้ความก้าวหน้าของตนเองจะเป็นการจูงใจให้นักเรียนพยายามพัฒนาความสามารถในการคิดคำนวณให้ดีขึ้น

Johnson และ Rising (1972) ได้เสนอแนะหลักการในการฝึกทักษะการคิดคำนวณไว้ดังนี้

1. การฝึกทักษะจะต้องกระทำเมื่อผู้เรียนมีความต้องการที่จะปรับปรุงตนเองให้เกิดความชำนาญคล่องแคล่ว
 2. การฝึกควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
 3. ควรให้ผู้เรียนฝึกทักษะการคิดคำนวณหลังจากที่เข้าใจเนื้อหาดีแล้ว
 4. แบบฝึกทักษะที่ให้นักเรียนฝึกไม่ควรยากเกินไป เพื่อให้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาด้วยตนเองได้
 5. ควรให้ผู้เรียนฝึกทักษะโดยใช้ความคิดอย่างมีวิจารณญาณควบคู่ไปด้วย
 6. การฝึกควรให้นักเรียนฝึกในเนื้อหาที่ซ้ำ ๆ กัน แต่เปลี่ยนวิธีการฝึกเพื่อนักเรียนจะได้ไม่เบื่อ
 7. การฝึกทักษะต้องฝึกในสิ่งที่ถูกต้องและนำไปใช้ได้
- จากแนวคิดต่าง ๆ เกี่ยวกับการฝึกทักษะคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาที่กล่าวมาแล้ว ผู้วิจัยได้สรุปไปเป็นแนวทางในการฝึกทักษะการคิดคำนวณดังนี้

1. การฝึกทักษะจะต้องฝึกเป็นรายบุคคล โดยให้ผู้เรียนฝึกและปฏิบัติตามแบบฝึกทักษะด้วยตนเอง

2. ก่อนฝึกต้องให้ผู้เรียนเข้าใจโมติและกระบวนการของการคิดคำนวณหาคำตอบอย่างถ่องแท้ก่อน

3. เนื้อหาในการฝึกทักษะต้องสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียน และไม่ยากเกินไปเพื่อให้ผู้เรียนคิดคำตอบด้วยตนเองได้

4. แบบฝึกทักษะจะเริ่มจากสิ่งง่ายมีลักษณะเป็นรูปธรรมไปสู่ที่ยากขึ้นและจัดลำดับเนื้อหาที่ฝึกให้มีความเหมาะสมสอดคล้องกับความสามารถของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 และเวลาที่ใช้ในการฝึกแต่ละครั้ง

5. ในการฝึกแต่ละครั้ง ซึ่งผู้เรียนจะต้องฝึกจากแบบฝึกทักษะย่อยด้วยตนเองตามความสามารถของแต่ละบุคคลแต่ละคนจะต้องใช้เวลาไม่เกิน 20 นาที

6. การฝึกทักษะแต่ละครั้งจะพยายามใช้ภาพหรือรูปแบบอื่นที่แตกต่างกันเพื่อไม่ให้ผู้เรียนเกิดความเบื่อหน่าย

7. ในแต่ละแบบฝึกย่อยของแบบฝึกทักษะจะมีคำเฉลย เพื่อให้ผู้เรียนได้ตรวจคำตอบด้วยตนเอง ซึ่งจะเป็นการเสริมแรงให้แก่ผู้เรียนและมีความพยายามที่จะเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการคิดคำนวณ

3.2 จิตวิทยาที่ใช้ในการสร้างแบบฝึก

ทฤษฎีพัฒนาการทางความคิดของ Piaget (The Cognitive Development Theory) เป็นทฤษฎีที่กล่าวถึงพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของเด็กตั้งแต่วัยแรกเกิดจนเข้าสู่วัยผู้ใหญ่ Piaget เชื่อว่า สิ่งแวดล้อมมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อพัฒนาการทางเชาว์ปัญญา เพราะสิ่งแวดล้อมเป็นตัวการสำคัญต่อการปฏิสัมพันธ์ (Interaction) กับมนุษย์ ซึ่งเป็นผลต่อการปรับตัวเพื่อการดำรงอยู่อย่างสมดุลย์ (Equilibrium) สำหรับทฤษฎีของ Piaget นั้นกล่าวว่าเชาว์ปัญญาของมนุษย์เกิดจากการที่อันตรียปลีกตัวต่อสภาพแวดล้อมและจัดกระทำกับสิ่งแวดล้อม อีกทั้งทฤษฎีนี้ยังเกี่ยวข้องกับพื้นฐานของความคิดของมนุษย์ในเรื่องความจริงเกี่ยวกับโลกภายนอกซึ่ง Piaget ได้อธิบายว่าโลกภายนอกเป็นสิ่งที่มั่นคงเป็นอิสระจากการรับรู้ของมนุษย์และโลกภายนอกนั้นประกอบด้วยถาวรวัตถุต่าง ๆ ซึ่งเคลื่อนที่อยู่ในห้วงอวกาศ ถาวรวัตถุเหล่านี้อาจถูกแปรเปลี่ยนคุณสมบัติได้ ส่วนพัฒนาการ

ทางเชาว์ปัญหานั้น เป็นความพยายามที่จะจัดระบบความคิดให้สอดคล้องกับความเป็นจริง ภายนอกโลกและจัดโลกภายนอกให้สอดคล้องกับระบบความคิดที่มีอยู่ (หนวล, 2525)

Piaget และ Inhelder (อ้างถึงใน หนวล, 2525) กล่าวว่า พัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของมนุษย์เป็นไปตามลำดับขั้นและมีโครงสร้างของพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาเหมือนกัน Piaget แบ่งขั้นต่าง ๆ ของพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาออกเป็น 4 ขั้นใหญ่ ๆ คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (The Sensory Motor Period) พัฒนาการในขั้นนี้เริ่มตั้งแต่แรกเกิดจนถึงอายุ 2 ปี เป็นขั้นที่เด็กใช้อวัยวะทางกายสำรวจสิ่งแวดล้อม และเริ่มสร้างแบบการคิดเป็นของตนเอง ในช่วงนี้พฤติกรรมจะอยู่ในรูปของการเคลื่อนไหวอัตโนมัติ (Reflex) สำหรับพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของเด็กในขั้นนี้ เด็กจะค่อย ๆ มีโครงสร้างทางสมองจากสิ่งที่เขาได้พบเห็นและจัดกระทำกับมัน โครงสร้างเหล่านี้เกิดจากกระบวนการที่สำคัญ 2 ประการ คือ การปรับเข้าสู่โครงสร้าง (Assimilation) และการปรับขยายโครงสร้าง (Accommodation)

นอกจากนี้ สิ่งที่ปรากฏว่าได้เริ่มพัฒนาในขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวคือ การพัฒนาเรื่อง ความถาวรของวัตถุ (Objective Permanence) และในตอนปลายของพัฒนาการขั้นนี้ เด็กจะเริ่มเข้าใจเหตุผล ซึ่งเป็นพื้นฐานของพัฒนาการทางตรรกศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นความคิดเกิดก่อนปฏิบัติการ (The Period Preoperation Thought) เป็นพัฒนาการต่อจากขั้นแรกและอยู่ในช่วงอายุ 2-7 ปี เป็นขั้นที่เด็กเริ่มรู้จักใช้สัญลักษณ์แทนคำพูดได้ เด็กเริ่มรู้จักการใช้ภาษาแทนสิ่งของต่าง ๆ ในขั้นนี้ประกอบด้วยความคิดก่อนเกิดมโนคติ (Preconceptual Thought) และความคิดแบบนึกรู้เอง (Intuitive Thought) ซึ่งในความคิดหลังนี้ เด็กจะเริ่มเข้าสู่ระดับการคิดหาเหตุผลทางตรรกศาสตร์ แต่ยังไม่สามารถแก้ปัญหาการอนุรักษ์ได้ ความคิดส่วนใหญ่ จะตกอยู่ภายใต้การรับรู้ นอกจากนี้ เด็กที่มีอายุในช่วงนี้จะสามารถเข้าใจความสัมพันธ์ได้เพียงชนิดใดชนิดหนึ่งในขณะเวลาหนึ่งเท่านั้น

ขั้นที่ 3 ขั้นคิดปฏิบัติการด้วยรูปธรรม (The Period of Concrete Operations) อยู่ระหว่างอายุ 7-11 ปี เป็นขั้นที่เด็กเกิดความคิด โดยอาศัยกระทำหรือปฏิบัติการ (Operation) ซึ่งจะนำไปสู่การคิดให้เหตุผลที่ถูกต้องตามหลักตรรกศาสตร์ เด็กในวัยนี้จะมีมโนคติการอนุรักษ์เกิดขึ้น และมีลักษณะพัฒนาการทางเชาว์ปัญญาที่สำคัญ ๆ

เกิดขึ้น เช่น การคิดกระจายออกจากศูนย์กลาง (Decentration) การไม่ยึดตัวเองเป็นศูนย์กลาง (Non-Egocentric) การติดตามขั้นตอนของการเปลี่ยนแปลง (Transformation) และการคิดแบบย้อนกลับ (Reversibility)

ขั้นที่ 4 ขั้นคิดปฏิบัติการด้วยนามธรรม (The Period of Formal Operations) เป็นขั้นที่อยู่ในช่วงอายุ 11-15 ปี สำหรับพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญานั้น จะเริ่มตั้งแต่ในขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหวและจะดำเนินต่อไปตามลำดับ โดยจะพัฒนาสูงขึ้นเรื่อย ๆ จนกระทั่งสูงที่สุดในขั้นนี้ ดังนั้นขั้นคิดปฏิบัติการด้วยนามธรรมจึงเป็นขั้นที่โครงสร้างทางเชาวน์ปัญญา พัฒนาอย่างสมบูรณ์ ในวัยนี้เด็กจะสามารถแก้ปัญหาทั้งรูปธรรมและนามธรรมได้ นอกจากนี้เด็กยังสามารถใช้เหตุผลทางวิทยาศาสตร์และสามารถสร้างสมมติฐานในการคิดแก้ปัญหาได้

จากลำดับขั้นพัฒนาการทางเชาวน์ปัญญาทั้ง 4 ขั้น ผู้จัดทำมีความสนใจพัฒนาการในขั้นคิดปฏิบัติการด้วยรูปธรรมของเด็กอายุประมาณ 7-11 ปี ซึ่งในขั้นนี้เด็กสามารถสร้างภาพในใจได้ (Mental Representation) สามารถคิดเปรียบเทียบและเข้าใจว่าสิ่งใดสิ่งหนึ่งจะใหญ่กว่า มากกว่า น้อยกว่า สามารถจัดสิ่งของตามหมวดหมู่และตามลำดับได้ ซึ่งความสามารถดังกล่าวเป็นทางนำไปสู่ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนและตัวเลข ตามทฤษฎีของ Piaget เด็กจะมีมิติเกี่ยวกับจำนวน (Concept of Numbers) ต่อเมื่อเด็กมีความสามารถในการอนุรักษ์ (Conservation) และความสามารถในการคิดย้อนกลับได้ ซึ่งเป็นลักษณะที่สำคัญที่สุดของการแสดงถึงความสามารถในการอนุรักษ์จำนวน

ฮอร์นโดต์ นักจิตวิทยาที่เกี่ยวกับการเรียนรู้ กล่าวถึงกฎแห่งการฝึกหัดว่า การสร้างความมั่นคงของการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนองที่ถูกต้อง โดยการฝึกหัดกระทำซ้ำบ่อย ๆ ย่อมทำให้เกิดการเรียนรู้ได้นานและคงทนถาวร และก่อนจะทำพฤติกรรมนั้นซ้ำบ่อย ๆ จะต้องเกิดความเข้าใจในเหตุและผลอย่างแท้จริงเสียก่อน ซึ่งจำแนกออกเป็น 2 กฎย่อย ๆ คือ (กมลรัตน์, 2528)

1. กฎแห่งการใช้ (Law of Used) เมื่อเกิดความเข้าใจหรือเรียนรู้แล้วก็มี การกระทำซ้ำบ่อย ๆ จะทำให้การเรียนรู้นั้นคงทนถาวร
2. กฎแห่งการไม่ได้ใช้ (Law of Disused) เกิดเมื่อความเข้าใจหรือเรียนรู้แล้วไม่ได้กระทำซ้ำบ่อย ๆ จะทำให้เกิดการเรียนรู้ได้ แต่ไม่คงทนถาวร หรือในที่สุดก็เกิดการลืมจนไม่เกิดการเรียนรู้

ทฤษฎีการเสริมแรง (Reinforcement Theory) ของ Skinner มีใจความสำคัญดังนี้ (ชม. 2523)

1. การเสริมแรง (Reinforcement) เป็นตัวการกระตุ้นให้เกิดการตอบสนองหรือพฤติกรรมการเรียนรู้ โดยมีลักษณะทางการสอนและการเรียนที่สัมพันธ์กันมากขึ้น โดยเฉพาะพฤติกรรมที่เกิดความพอใจ ครูจึงจะต้องหาวิธีกระตุ้นให้นักเรียนมีความอยากหรืออยากเรียนมากที่สุด

2. การฝึก (Practice) ได้แก่ การให้ทำแบบฝึกหัด หรือการฝึกซ้ำ เพื่อให้เกิดทักษะในการแก้ปัญหา

3. การรู้ผลการกระทำ (Feedback) ได้แก่ การที่สามารถให้นักเรียนได้รู้ผลการปฏิบัติหน้าที่ได้ทันที เพื่อจะให้นักเรียนได้ปรับพฤติกรรมได้ถูกต้องอันเป็นหนทางการเรียนรู้ที่ดี

4. การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ (Generalization) ได้แก่ การจัดประสบการณ์ต่าง ๆ ที่สามารถสร้างความคิดรวบยอด (Concept) จนกระทั่งสรุปเป็นกฎเกณฑ์ที่จะนำไปใช้ได้

3.3 แนวคิดเกี่ยวกับการสร้างแบบฝึกทักษะ

แบบฝึกทักษะที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นได้นำแนวคิดของบทเรียนโปรแกรมมาใช้ ผู้วิจัยจึงขอเสนอดังนี้

บทเรียนโปรแกรม

3.3.1 ความหมายของบทเรียนโปรแกรม

Wittich และ Schuller (1967) ได้ให้ความหมายของบทเรียนโปรแกรมว่า หมายถึงวิธีการนำเสนอความรู้ให้แก่ผู้เรียนอย่างมีระบบตามลำดับขั้น แต่ละตอนจะมีเรื่องที่จะให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งโดยเฉพาะแล้วมีปัญหามาเกี่ยวกับเรื่องนั้นโดยตรง เมื่อผู้เรียนตอบจะมีการเฉลยคำตอบไว้ให้ผู้เรียนได้ตรวจเปรียบเทียบคำตอบของตน

เปรี๊ยะ (2520) ได้กล่าวไว้ว่าบทเรียนโปรแกรมหมายถึง ลำดับประสบการณ์ที่จัดวางไว้สำหรับผู้เรียนศึกษาด้วยตนเอง โดยอาศัยความสัมพันธ์ของสิ่งเร้ากับการตอบสนอง

ชัยยงค์ (2523) ได้กล่าวถึงบทเรียนโปรแกรมว่า เป็นบทเรียนที่เสนอเนื้อหาในรูปแบบของ "กรอบ" หรือ "เฟรม" (Frame) ที่บรรจุเนื้อหาทีละน้อย มีคำถามท้าทายให้

ผู้เรียนคิดแล้วตอบและมีเฉลยให้ทราบผลทันที ส่วนมากเป็นบทเรียนในรูปสิ่งพิมพ์ที่เสนอเนื้อหาเป็นระบบ

สัทนัท (อ้างถึงในวิชย์, 2530) ได้ให้ความหมายว่า บทเรียนโปรแกรมหมายถึง บทเรียนที่สร้างขึ้นเพื่อให้ผู้เรียนสามารถศึกษาได้ด้วยตนเอง โดยจัดลำดับขั้นของการให้ความรู้แก่นักเรียนอย่างมีระบบ

จากความหมายของนักการศึกษาที่กล่าวข้างต้นพอสรุปความหมายของบทเรียนโปรแกรมได้ว่า เป็นบทเรียนที่สร้างขึ้นให้ผู้เรียนได้เรียนด้วยตนเอง ผู้เรียนจะเรียนได้เร็วหรือช้าขึ้นอยู่กับความแตกต่างระหว่างบุคคลในเรื่องความสามารถทางการเรียน โดยอาศัยหลักความสัมพันธ์ของสิ่งเร้ากับการตอบสนองและนอกจากนี้ ในการจัดลำดับขั้นของการให้ความรู้ก็จะเรียงจากง่ายไปหายากอย่างมีระบบ

3.3.2 ลักษณะสำคัญของบทเรียนแบบโปรแกรม

Fry (1963) ได้กล่าวถึงลักษณะพื้นฐานของบทเรียนโปรแกรมไว้ว่า

1. เนื้อหาวิชาของบทเรียนแบ่งออกเป็นหน่วยย่อย ๆ เรียกว่า "กรอบ" และในแต่ละกรอบจะประกอบด้วยองค์ประกอบ 5 อย่างคือ

1.1 ข้อมูล (Information) ส่วนที่เป็นข้อมูลอาจจะเป็นรูป คำอธิบายรูปภาพหรือแผนผัง ฯลฯ

1.2 คำถาม (Question) เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดและใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษาข้อความ

1.3 ช่องว่างให้เติมคำตอบ (Place of Response)

1.4 ช่องคำตอบที่ถูกต้อง (Confirmation of Response) คือส่วนที่ให้นักเรียนให้กระดากปิด ไม่ให้เห็นคำตอบขณะศึกษาในแต่ละกรอบและเมื่อนักเรียนเติมคำตอบในช่องว่างแล้วจึงเปิดดูคำตอบที่ถูกต้อง เพื่อนักเรียนจะได้ทราบว่าตนตอบได้ถูกต้องหรือไม่

1.5 คำชี้แจง (Instruction) เป็นส่วนที่เป็นข้อความที่จะชี้แจงกิจกรรมที่นักเรียนจะต้องกระทำ เมื่อศึกษากรอบนั้น ๆ เสร็จสมบูรณ์

องค์ประกอบทั้ง 5 ประการ ไม่จำเป็นต้องมีอยู่ในกรอบทั้งหมด โดยเฉพาะคำชี้แจงและคำตอบ

2. ผู้เรียนต้องตอบสนองต่อสิ่งที่เรียนในแต่ละกรอบด้วยการตอบคำถามหรือเติมคำลงในช่องว่าง ผลการตอบสนองนี้จะแสดงให้ทราบว่าผู้เรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนมากน้อยแค่ไหน

3. ผู้เรียนจะได้รับแรงเสริมทันทีจากการที่ได้ทราบผลการตอบสนองของตนว่าถูกหรือผิด ถ้าตอบถูกจะทำให้ผู้เรียนเกิดความพอใจที่จะทำขึ้นต่อไป ถ้าตอบผิดก็สามารถแก้ไขความเข้าใจผิดของตนทันที

4. การเรียงลำดับแต่ละกรอบเป็นไปด้วยความระมัดระวังอย่างต่อเนื่องทีละขั้น เพื่อนำผู้เรียนก้าวไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการด้วยความพอใจทีละน้อย

5. บทเรียนโปรแกรมจะต้องมีการตั้งจุดประสงค์ในการสอบไว้ เพื่อที่จะทำให้การประเมินผลถูกต้องและแม่นยำ

6. ผู้เรียนมีอิสระที่จะเรียนไปตามความสามารถของตนเอง และมีอิสระจากบุคคลอื่นในชั้นเรียน

บุญเกื้อ (2530) ได้กล่าวถึงลักษณะของบทเรียนโปรแกรมไว้ดังนี้

1. การมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ ผู้เรียนจะได้มีโอกาสร่วมกิจกรรมในการเรียน เช่น ได้ตอบคำถามหรือทำกิจกรรมต่าง ๆ ตามที่บทเรียนกำหนดไว้

2. การทราบผลย้อนกลับทันที ให้ผู้เรียนได้ทราบทันทีว่าสิ่งที่ตนทำนั้นถูกหรือผิด ซึ่งอาจจัดในลักษณะของคำเฉลยพร้อมทั้งอธิบายเพิ่มเติมด้วย

3. การเสริมแรงให้ผู้เรียนที่ประสบผลสำเร็จ เมื่อผู้เรียนได้รับทราบผลที่ตนตอบจากข้อมูลย้อนกลับที่บทเรียนให้ไว้ว่าถูกต้องจะเกิดความรู้สึกภูมิใจ สนุกใจ และอยากจะทำต่อไป

4. การให้ผู้เรียนได้ใคร่ครวญและเรียนไปทีละน้อยตามลำดับขั้น การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เรียนไปทีละน้อยจากเนื้อหาที่แบ่งออกเป็นตอน ๆ ตามลำดับขั้นจากง่ายไปหายาก จะทำให้เกิดการเรียนรู้ที่มั่นคงถาวรขึ้นกว่าการสอนแบบยัดเยียดเนื้อหาให้ผู้เรียนมากมาย จนผู้เรียนไม่มีเวลาใคร่ครวญพิจารณาเนื้อหาด้วยตนเอง

3.3.3 ประเภทของบทเรียนโปรแกรม

ชัยสงค์ (2523) ได้แบ่งบทเรียนโปรแกรมออกเป็น 3 ประเภทคือ

1. บทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรง (Linear Program) เป็นบทเรียนที่เสนอเนื้อหาทีละน้อยในรูปกรอบหรือเฟรมต่อเนื่องกันตามลำดับ ผู้เรียนจะต้องเรียนจากกรอบแรก

และค่อย ๆ ก้าวหน้าไปตามลำดับจนถึงกรอบสุดท้าย จะข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งไม่ได้ แต่ละกรอบจะมีเนื้อหา คำถามให้ตอบล่วงหน้าและคำตอบมักจะอยู่ในกรอบถัดไป

2. บทเรียนแบบแตกกิ่ง (Branching Program) เป็นบทเรียนที่จัดลำดับการเรียนรู้ของนักเรียนตามการตอบสนองของนักเรียนแต่ละคน ทุกคนจะมีโอกาสเรียนตามความสามารถของตนเองคือจัดให้มีลำดับข้อความย่อย โดยอาศัยคำตอบของผู้เรียนเป็นเกณฑ์ ถ้าผู้เรียนตอบคำถามของข้อความย่อย ๆ ที่เป็นหลักการบทเรียนได้ถูกต้อง ผู้เรียนจะข้ามหน่วยย่อยได้ แต่ถ้าผู้เรียนตอบคำถามไม่ถูกต้องเรียนข้อความย่อย ๆ นั้นเพิ่มเติมก่อนที่จะก้าวต่อไปการเรียนรู้จะไม่ดำเนินไปตามลำดับขั้นตั้งแต่หน่วยแรกไปถึงหน่วยสุดท้าย แต่อาจย้อนไปย้อนมาในกรอบต่าง ๆ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความสามารถของผู้เรียน

3. บทเรียนโปรแกรมแบบไม่แยกกรอบ (Nonframe Program) เป็นบทเรียนที่เสนอเนื้อหาทีละน้อยตามลำดับขั้น และมีเฉลยหรือแนวตอบไว้ ตรวจสอบคำตอบทันที ไม่เสนอเนื้อหาออกมาในรูปของกรอบหรือเฟรม แต่เสนอเนื้อหาต่อเนื่องกันเหมือนเขียนบทความหรือตำรา เช่น การเขียนบทเรียนหรือตำราของมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ผู้วิจัยได้ยึดเอาลักษณะของบทเรียนโปรแกรมแบบเส้นตรงมาเป็นแนวทางในการสร้างแบบฝึกทักษะการคิดคำนวณ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ไปตามลำดับจากง่ายไปหายากอย่างเป็นระบบ

3.4 ประโยชน์ในการสร้างแบบฝึกทักษะ

แบบฝึกทักษะที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเป็นแบบฝึกทักษะในรูปบทเรียนโปรแกรม ซึ่งมีประโยชน์ดังนี้

ฉวีวรรณ (2521) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของบทเรียนโปรแกรมไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนมีโอกาสเรียนด้วยตนเองและดำเนินไปตามความสามารถของตนเอง
2. สามารถตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลได้เป็นอย่างดี เด็กเรียนเร็วก็จะก้าวหน้าเร็ว ถ้าเรียนช้าก็จะก้าวหน้าช้า ไม่จำเป็นต้องเรียนไปพร้อม ๆ กัน
3. ผู้เรียนมีความรับผิดชอบในการเรียนของตนเองมากขึ้นและทราบความก้าวหน้าของตนเอง
4. ผู้เรียนที่เรียนช้ามีโอกาสประสบความสำเร็จในการเรียน
5. การสอนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จรวดเร็ว

6. ผู้สอนมีเวลาปรับปรุงการเรียนการสอนมากขึ้น
7. ช่วยให้ควบคุมชั้นได้ง่ายเพราะนักเรียนต้องทำกิจกรรมของ

ตนเองตามที่กำหนดไว้

8. ช่วยให้แก้ปัญหาเรื่องขาดแคลนครูที่มีความชำนาญในวิชาใดวิชาหนึ่ง
- ไชยยศ (2523) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของบทเรียนโปรแกรมไว้ดังนี้
1. เพื่อให้นักเรียนได้ศึกษาหาความรู้ด้วยตนเอง
 2. เพื่อให้ยกระดับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่เรียนอ่อนให้สูงขึ้นโดยให้เขาศึกษา

ด้วยตนเอง

3. เพื่อเพิ่มพูนความรู้และประสบการณ์
4. ให้นักเรียนลงมือปฏิบัติด้วยตนเองในห้องเรียน โดยถือว่าเป็นการสอนอีก

อย่างหนึ่ง

นอกจากนี้ สัตกิตและพิมพ์ใจ (2527) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของบทเรียนโปรแกรมไว้ 3 ลักษณะคือ

1. ประโยชน์ต่อผู้เรียนได้แก่
 - 1) ผู้เรียนสามารถเรียนได้ด้วยตนเองไปตามความสามารถของตนคล้ายกับการเรียนกับครูแบบตัวต่อตัว
 - 2) ผู้เรียนมีความรับผิดชอบในการเรียนของตนมากขึ้น เพราะทราบความก้าวหน้าตลอดเวลา
 - 3) ผู้ที่ขาดเรียนมีโอกาสช่วยตนเองให้ตามผู้อื่นทัน
 - 4) ผู้เรียนอาจใช้บทเรียนโปรแกรมทบทวนความรู้ หรืออาจใช้เป็น

เครื่องมือสรุปการสอนแทนครู

- 5) ผู้ที่ไม่มีโอกาสได้เรียนในโรงเรียนสามารถศึกษาหาความรู้ได้
- 6) กระตุ้นความสนใจในการเรียน พร้อมทั้งช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมี

ความซื่อสัตย์และเชื่อมั่นในตนเอง

2. ประโยชน์ต่อผู้สอน

- 1) ช่วยแบ่งเบาภาระของครูในการสอนข้อเท็จจริงหรือวิชาพื้นฐาน ทำให้ครูมีเวลาสร้างสรรคงานสอน หรือปรับปรุงการสอนได้มากขึ้น

2) ใช้เป็นสื่อการเรียนการสอนวิชาอื่น ๆ ได้ เช่น การสอนเป็นคณะ (Team teaching)

3) ทำให้ผู้สอนไม่ต้องกังวลถึงความเป็นระเบียบของห้องเรียน เพราะทุกคนตั้งใจเรียน

3. ประโยชน์ต่อผู้บริหารการศึกษา

1) ช่วยแก้ปัญหาและวิกฤตการณ์ทางการศึกษาปัจจุบัน เช่น ปัญหาการขาดแคลนครูผู้ชำนาญการวิชาใดวิชาหนึ่ง ปัญหาผู้เรียนล้นชั้น

2) ช่วยแก้ปัญหาโรงเรียนเล็ก ๆ ที่มีผู้เรียนน้อยจนไม่สามารถจัดครูสอนได้หรือสนองความต้องการของผู้เรียน หรือมีผู้เรียนเลือกเรียนบางวิชาจำนวนน้อยเกินไป

3) ทำให้สามารถเพิ่มรายวิชาให้ผู้เรียนเลือกเรียนได้มากวิชา โดยให้ผู้เรียนศึกษาด้วยตนเองจากบทเรียนโปรแกรม

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่าบทเรียนแบบโปรแกรมมีประโยชน์ต่อการจัดการเรียนการสอนเป็นสื่อการสอนได้เป็นอย่างดีหากได้รับการปรับปรุงและพัฒนาประสิทธิภาพให้ดีขึ้นมีประโยชน์ต่อผู้นำไปใช้เป็นอย่างมาก

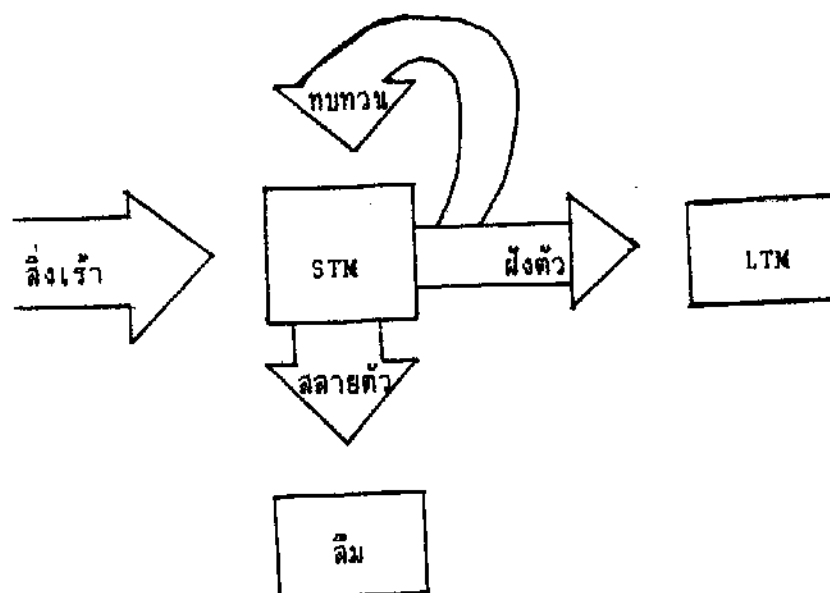
4. ความคงทนในการเรียนรู้

ความคงทนในการเรียนรู้ (อ้างถึงใน สุตสวาสดี, 2534) (Learning Retention) คือการคงไว้ซึ่งผลของการเรียน หรือความสามารถที่จะระลึกถึงสิ่งเร้าที่เคยเรียนมา หลังจากที่ได้ทิ้งไว้ชั่วระยะเวลาหนึ่ง ความจำ เป็นพฤติกรรมภายใน (Conver Behavior) ที่เกิดขึ้นภายในจิตใจ เช่นเดียวกับความรู้สึก การรับรู้ การชอบ และการจินตนาการของมนุษย์

ทฤษฎีความคงทน

Atkinson และ Shiffrin (อ้างถึงใน ชัยพร, 2520) ได้สร้างทฤษฎีความจำเพื่ออธิบายกระบวนการต่าง ๆ ใน Short Term Memory (STM) และ Long Term Memory (LTM) มีชื่อเรียกกันว่า ทฤษฎีความจำสองกระบวนการ (Two - Process Theory of Memory) มีใจความว่า STM เป็นความจำชั่วคราว สิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ใน STM ต้องรับการทบทวนตลอดเวลา มิฉะนั้นความจำสิ่งนั้นจะสลายตัวไปอย่างรวดเร็ว ในการทบทวนนั้น เราจะไม่สามารถทบทวนทุกสิ่งทุกอย่างที่อยู่ใน STM ดังนั้นจำนวนสิ่งของที่

เราจะจำได้ใน STM จึงมีจำกัด การทบทวนป้องกันไม่ให้ความจำสลายตัวไปจาก STM และสิ่งใดก็ตามถ้าอยู่ใน STM เป็นระยะเวลาช้านาน สิ่งนั้นก็จะมีโอกาสฝังตัวใน LTM ยิ่งมาก ถ้าเราจำสิ่งใดไว้ใน LTM ก็จะมีสภาพเป็นความจำที่คงทนถาวร นั่นก็คือความคงทนในการจำนั่นเอง ซึ่งอาจแสดงกระบวนการของ STM กับกระบวนการของ LTM เป็นแผนภูมิได้ดังนี้

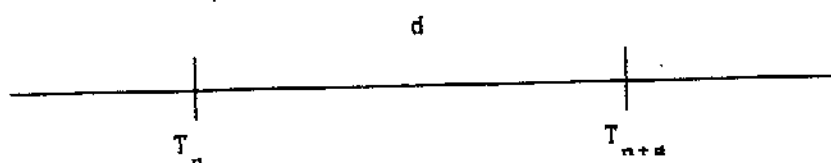


แผนภูมิที่ 2 แผนภูมิแสดงทฤษฎีความจำสองกระบวนการ

อาจกล่าวได้ว่า ความคงทนในการจำ (Retention) คือการคงไว้ซึ่งผลการเรียน หรือความสามารถที่จะสามารถที่จะระลึกได้ต่อสิ่งเร้าที่เคยเรียน หรือเคยมีประสบการณ์การรับรู้มาแล้ว หลังจากทิ้งระยะไว้นานระยะเวลาหนึ่ง (Adams, 1967)

ซัยน (2520) ได้แสดงวิธีการทดสอบว่าผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้แล้วหรือยัง และจากการทดสอบนั้นก็แสดงให้เห็นว่าในการเรียนรู้จำเป็นต้องอาศัยการจำและความคงทนในการจำด้วย จะแยกออกจากกันไม่ได้ ในการทดสอบนี้ได้กำหนดให้

T_n = การเสนอสิ่งเร้าเมื่อเวลา n
 T_{n+d} = การทดสอบเมื่อเวลา $n+d$
 d = ระยะเวลาระหว่างการเสนอสิ่งเร้าและการทดสอบลำดับขั้นของ
 เหตุการณ์สามารถเขียนเป็นเส้นกราฟได้ดังนี้



แผนภาพ แสดงวิธีทดสอบความคงทนในการจำ

ระยะเวลา d อาจจะยาวเป็นวันก็ได้ หรือสั้นเพียงไม่กี่วินาทีก็ได้ และในทางปฏิบัติการทำให้ $d = 0$ ย่อมเป็นไปได้ไม่เพราะการทดสอบจะต้องทำหลังจากที่เสนอสิ่งเร้าไปแล้ว ดังนั้นการทดสอบ T_{n+d} จะเป็นการทดสอบผลที่เกิดจาก T_n (การเรียนรู้) และการคงอยู่ของผลการเรียนรู้ที่ T_{n+d} การทดสอบผลการเรียนรู้จึงมีความจำรวมอยู่ด้วยทุกครั้งและเป็นไปได้ว่าเมื่อเวลา $n+d$ ผู้รับการทดสอบได้ลืมสิ่งที่เรียนรู้ในเวลา n ไปแล้วในการศึกษาความจำโดยทั่วไปจะให้ผู้รับการทดลองเรียนรู้ รับรู้หรือประสบสิ่งเร้าอย่างใดอย่างหนึ่งที่ T_n แล้วปล่อยให้เวลาผ่านไปโดยอาจมีกิจกรรมแทรกในช่วงเวลา d แล้วก็ทดสอบที่ T_{n+d} การศึกษาความจำแตกต่างจากการศึกษาการเรียนรู้ที่จุดมุ่งหมายของการศึกษาในการศึกษาความจำเราต้องการทราบว่าระยะเวลา d และกิจกรรมแทรกในช่วงเวลา d มีผลต่อผลที่เกิดจาก T_n อย่างไร หากผลของ T_n เป็นการเรียนรู้ การทดสอบความจำก็คือ การทดสอบว่าผลของการเรียนรู้นั้นยังคงอยู่หรือไม่

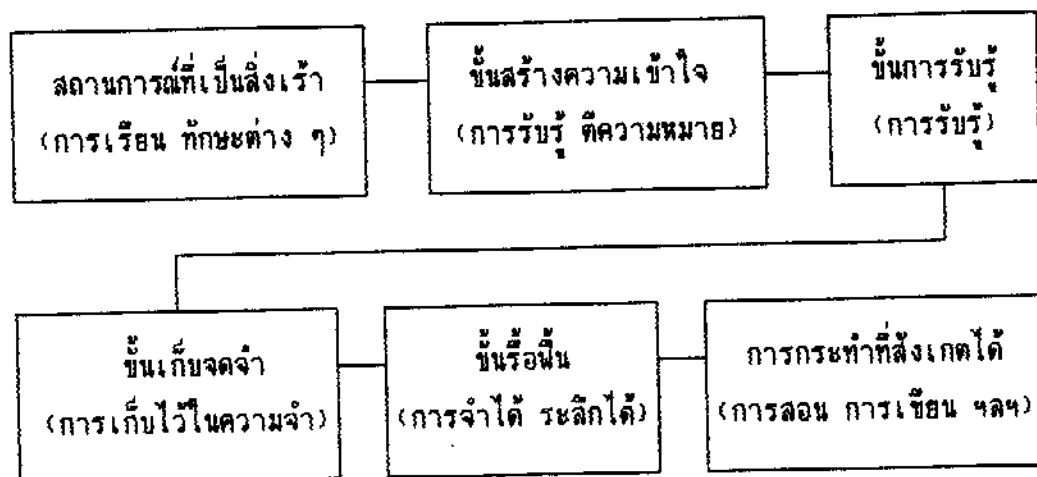
การที่จะจดจำสิ่งที่เรียนได้มากน้อยเพียงใดนั้น นอกจากจะอาศัยสถานการณ์ช่วยการเรียนรู้แล้วการจัดการเรียนการสอนจะต้องดำเนินไปตามลำดับขั้นเป็นกระบวนการด้วย Gagne (1970) ได้อธิบายขั้นตอนของกระบวนการเรียนรู้และการจดจำไว้ 4 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นสร้างความเข้าใจ (Apprehension) เป็นขั้นที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจสถานการณ์ที่เป็นสิ่งเร้า
2. ขั้นเรียนรู้ (Acquisition) ขั้นนี้จะมีการเปลี่ยนแปลงเกิดเป็นความสามารถอย่างใหม่ขึ้น

3. **ขั้นเก็บไว้ในความจำ (Storage)** คือการนำเอาสิ่งที่เรารู้ไปเก็บไว้ในส่วนของความจำเป็นช่วงเวลา

4. **ขั้นการรื้อฟื้น (Retrieval)** คือการนำเอาสิ่งที่เรียนแล้วและเก็บเอาไว้ได้ออกมาในลักษณะของการกระทำที่สังเกตได้

ขั้นตอนต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วจะเกิดอย่างใกล้เคียงกันมาก การเกิดขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 อาจพิจารณาารวมกันเป็นสภาพการณ์ของการเรียนรู้ ส่วนขั้นที่ 3 และขั้นที่ 4 เป็นสภาพของการจำ ดังเขียนเป็นแผนภูมิแสดงลำดับกระบวนการในการเรียนรู้ได้ดังนี้



แผนภูมิที่ 3 แผนภูมิแสดงลำดับของกระบวนการในการเรียนรู้

ในการเรียนเนื้อหาวิชาหนึ่ง ๆ นั้นเมื่อเวลาผ่านไปความจำก็จะค่อย ๆ หายไปจนบางครั้งพบข้อความนั้นอีกก็อาจจำไม่ได้เลย ฉะนั้นถ้าอ่านทวนซ้ำบ่อย ๆ ความจำอาจจะยังคงมีอยู่และช่วยประหยัดเวลาในการจำ

ระบบความจำของคนแยกเป็น 3 ระบบคือ

1. ระบบความจำจากการรู้สึกสัมผัส (Sensory Memory)
2. ระบบความจำระยะสั้น (Short Term Memory)
3. ระบบความจำระยะยาว (Long Term Memory)

ความจำระยะยาวเป็นความจำที่มีคุณค่าอย่างยิ่ง หรือความเข้าใจในสิ่งที่ตนรู้สึก เป็นการตีความซึ่งขึ้นอยู่กับประสบการณ์เดิม ความสนใจ และความเชื่อมั่นของแต่ละคน สิ่งสำคัญที่จะช่วยให้เกิดความคงทนในการจำอาจจะสรุปได้เป็น 2 ประการ ประการแรก

ได้แก่ลักษณะของความต่อเนื่อง หรือความสัมพันธ์กันของประสบการณ์ที่จะทำให้เกิดการเรียนรู้ ประการที่สองได้แก่การทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้วอยู่เสมอ ชัยนร (2520) กล่าวว่า การศึกษาทบทวนสิ่งที่จะได้คืออยู่แล้วซ้ำอีกจะช่วยให้ความจำถาวรมากยิ่งขึ้นและถ้าได้ทบทวนอยู่เสมอแล้ว ช่วงระยะเวลาที่ความจำระยะสั้นจะฝังตัวกลายเป็นความจำระยะยาวซึ่งความคงทนในการจำนี้จะวัดหลังจากที่ได้ผ่านการเรียนรู้ไปแล้วนานประมาณ 14 วัน

ทั้งความจำระยะสั้นและระยะยาวเกิดหลังจากการรับรู้หรือการเรียนรู้ เราใช้ความจำระยะสั้นสำหรับความจำเพียงชั่วคราว ส่วนความจำระยะยาวเป็นความจำที่คงทนกว่าความจำระยะสั้น เราจะไม่รู้สึกในสิ่งที่จำอยู่ในความจำระยะยาว แต่เมื่อต้องการใช้หรือมีสิ่งหนึ่งสิ่งใดมาสะกิดใจก็จะสามารถรื้อฟื้นขึ้นมาได้ (ชัยนร, 2520)

5. เอกสารงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการฝึกทักษะ

Brown (1959) ได้ศึกษาตรวจสอบผลของการฝึกที่มีต่อการคิดเลขขั้นพื้นฐาน โดยทำการทดลอง 2 ครั้ง การทดลองครั้งแรกทดลองกับนักเรียนเกรด 6 ถึง 8 จำนวน 51 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยกลุ่มทดลองจะได้รับการฝึกให้ท่องจำตัวเลขจากการบวก ลบ คูณ หาร เป็นจำนวน 30 ครั้ง ใช้เวลาครั้งละ 5 นาที ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ โดยไม่มีการฝึกแต่อย่างใด การดำเนินการในการทดลองครั้งที่ 2 ใช้วิธีเดียวกับวิธีแรก แต่ใช้กลุ่มตัวอย่าง 222 คน กลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ได้รับการทดสอบความสามารถทั้งก่อนและหลังการทดลอง ผลปรากฏว่า กลุ่มทดลองทำคะแนนได้เพิ่มขึ้น เป็น 2 เท่าของกลุ่มควบคุม

วิจิตรา (2523) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการบวกเลขในใจของนักเรียนระหว่างนักเรียนที่ได้รับการฝึกเพื่อพัฒนาทักษะการบวกเลขในใจกับนักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึก กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมกลุ่มละ 20 คน กลุ่มทดลองได้รับการฝึกให้สามารถระลึกตัวเลขได้ ส่วนกลุ่มควบคุมไม่ได้รับการฝึกแต่อย่างใด ผลการวิจัย พบว่า หลังจากการฝึกกลุ่มทดลองมีความสามารถในการบวกเลขในใจเพิ่มขึ้นจากเดิมและแตกต่างจากกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญ

รัตน (2526) ทำการวิจัยเรื่อง "การฝึกทักษะการคิดคำนวณ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1" โดยการเปรียบเทียบทักษะคิดคำนวณระหว่างการฝึกทุกวัน วันละ 10 นาที การฝึกวันเว้นวัน วันละ 20 นาที และการไม่ได้รับการฝึก กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีจำนวน 45 คน เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดจันทร์ประสิทธิ์ อำเภอบ้านไผ่ จังหวัดขอนแก่น ปีการศึกษา 2526 แบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองที่ 1 กลุ่มทดลองที่ 2 และกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 15 คน กลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม ได้รับการฝึกโดยแบบฝึกที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งกลุ่มทดลองที่ 1 ได้รับการฝึกทุกวัน วันละ 10 นาที ใช้เวลาฝึก 18 วัน กลุ่มทดลองที่ 2 ได้รับการฝึกวันเว้นวัน วันละ 20 นาที ใช้เวลาฝึก 9 วัน ส่วนกลุ่มควบคุมไม่ได้รับการฝึก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบทดสอบทักษะการคิดคำนวณและแบบฝึกทักษะการคิดคำนวณ การวิเคราะห์ข้อมูลใช้วิธีวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว ผลการวิจัยพบว่า การฝึกมีผลต่อทักษะการคิดคำนวณและการฝึกมีประสิทธิภาพมากที่สุด คือ การฝึกทุกวัน วันละ 10 นาที

Brownell และ Chazal (อ้างถึงในรัตน, 2526) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการฝึกการคิดเลขในเด็กระดับเกรด 3 จำนวน 63 คน โดยให้เด็กได้รับการฝึกตัวเลขคู่บวก และคู่ลบอย่างละ 100 ข้อ แล้วเปรียบเทียบผลก่อนและหลังการฝึกพบว่า การฝึกเกี่ยวกับตัวเลขอย่างง่ายช่วยเพิ่มทักษะในการคิดเลขได้เร็วและมีความถูกต้อง

นิมรรัตน์ (2530) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องเศษส่วนระหว่างนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกพิเศษกับการเรียนตามปกติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 60 คน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่เรียนโดยใช้แบบฝึกพิเศษพิเศษกับนักเรียนที่เรียนตามปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วิชัย (2530) ทำการวิจัยเรื่อง "ชุดฝึกทักษะการคิดคำนวณสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2" โดยนำชุดฝึกที่สร้างขึ้นไปทดลองกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเขื่องใน (เจริญราษฎร์) อำเภोधงเมืองใน จังหวัดอุบลราชธานี จำนวน 60 คน คือกลุ่มทดลอง 30 คน และกลุ่มควบคุม 30 คน เครื่องมือที่ใช้คือ ชุดฝึกทักษะการคิดคำนวณแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนใช้ค่าสถิติ t-test ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้ชุดฝึกทักษะการคิดคำนวณ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่ใช้ชุดการฝึก

Schall (อ้างถึงในวิชัย, 2530) ได้ศึกษาเปรียบเทียบทักษะการคิดเลขในใจของกลุ่มที่ได้รับการฝึกทำแบบฝึกหัดในใจ กับกลุ่มนักเรียนที่ไม่ได้รับการฝึก กลุ่มตัวอย่างคือนักเรียนเกรด 5 จำนวน 399 คน จากโรงเรียนในเมืองฮาโนเวอร์ (Hanover) เครื่องมือที่ใช้ คือ แบบทดสอบสัมฤทธิ์ผลการคิดในใจแบบทดสอบสัมฤทธิ์ผลของคาลิฟอร์เนีย-ฟอร์มาว (The Arithmetic Section of California Achievement Test : Form Y) และมาตรวัดเจตคติทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างแบ่งออกเป็น 5 กลุ่ม คือ

- กลุ่มที่ 1 ให้อธิบายที่ค้นคว้าจริง
- กลุ่มที่ 2 ให้ใช้หนังสือซึ่งจัดทำเป็นโปรแกรมคิดในใจ
- กลุ่มที่ 3 ให้ฟังจากเครื่องบันทึกเสียง
- กลุ่มที่ 4 ไม่มีการฝึก
- กลุ่มที่ 5 ให้ใช้หนังสือซึ่งจัดทำเป็นโปรแกรมโดยใช้ทฤษฎีเซต (Set Theory)

โดยกลุ่มที่ 1-3 เป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มที่ 4-5 เป็นกลุ่มควบคุม แต่ละกลุ่มได้รับการทดลองด้วยเครื่องมือ 3 ครั้ง คือทดลองในระยะก่อนทดลอง หลังการทดลองและทดสอบหลังจากการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์ ผลการวิจัยสรุปได้ว่า กลุ่มทดลองพัฒนาดีขึ้นในด้านความสามารถในด้านความคิดในใจและมีเจตคติที่ดีต่อการคิดเลขในใจ

Davidson (อ้างถึงในวิชัย, 2530) ได้ศึกษาผลของการฝึกที่มีต่อความสามารถในการบวกเลข โดยศึกษาว่าถ้าเด็กได้รับการฝึกตัวเลขคู่บวกต่าง ๆ จนครบทุกตัวจะมีผลต่อการบวกเลข ซึ่งเป็นการคิดแบบย้อนกลับตามทฤษฎีของ Piaget หรือไม่ และเด็กในระดับชั้นเรียนใดที่ได้ผลจากการฝึกมากที่สุด กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษา จำนวน 1,007 คน ตั้งแต่ระดับเกรด 1-9 แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มตัวอย่างทุกคนได้รับการทดลอง 3 ครั้งคือ ก่อนการทดลอง หลังการทดลองและหลังการทดลอง 2 สัปดาห์ เครื่องมือที่ใช้คือแบบทดสอบการบวกเลขอย่างง่าย 100 ข้อ และการลบ 100 ข้อ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนเกรด 1 ยังไม่ได้รับผลจากการฝึกทักษะนี้ ส่วนนักเรียนตั้งแต่เกรด 9 มีความสามารถทางการบวกเลขเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ

สไน (2530) ได้ศึกษาเรื่องการพัฒนาทักษะคิดเลขเร็วของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยการใช้แบบฝึกทักษะการคิดเลขเร็ว ผลการทดลองพบว่า ทักษะการคิดเลขเร็ว ก่อนฝึกและหลังฝึกของนักเรียนกลุ่มทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พรทิพย์ (2531) ทำการวิจัยเรื่อง "แบบฝึกทักษะการคิดคำนวณวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องการคูณ สำหรับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4" โดยนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนตาบลิหมิง อำเภอเมือง จังหวัดลำน้อย จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้คือ แบบฝึกทักษะการคิดคำนวณและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนใช้ค่าสถิติ t -test ผลปรากฏว่าหลังจากใช้แบบฝึกทักษะการคิดคำนวณนักเรียน มีค่าคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนใช้แบบฝึก

จากผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแบบฝึกและแนวความคิดเกี่ยวกับแบบฝึกทักษะเป็น การอ้างอิงได้ว่า แบบฝึกเป็นเครื่องมือ ที่จะช่วยเพิ่มพูนความรู้ในกลุ่มวิชาที่ต้องฝึกทักษะ โดยเฉพาะทางด้านคณิตศาสตร์ จำเป็นต้องได้รับการฝึกเพิ่มเติม ทำให้ผู้จัดทำได้นวัตกรรมที่จะสร้างแบบฝึกให้มีประสิทธิภาพ เพื่อเพิ่มพูนทักษะทางคณิตศาสตร์ และพัฒนามลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้สูงขึ้นต่อไป

5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนรู้

สมคิด (2529) ได้ศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องการลบ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่เรียนโดยวิธีสอนของ สสวท. และวิธีสอนของวรรณิ ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนของ สสวท. และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนของวรรณิมีความคงทนในการเรียนรู้ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมพร (2530) ทำการวิจัยเรื่อง "แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เบื้องต้นสำหรับเด็ก อนุบาล" โดยศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ และความคงทน ของการเรียนรู้ระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน 2 ชุด ที่สร้างให้เป็นแบบทดสอบคู่ขนาน แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เบื้องต้น จากการศึกษพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มทดลองสูงกว่า กลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคงทนของการเรียนรู้ของกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สุดสวาสดี (2533) ทำการวิจัยเรื่อง "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ระหว่าง การสอนด้วยเกมกับการสอนตามปกติ" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 76 คน แบ่งเป็น 2 กลุ่ม โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนด้วยเกมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ส่วนกลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ เครื่องมือที่ใช้คือ เกมและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการเรียนใช้ค่าสถิติ t -test ผลปรากฏว่า ผลการเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่ความคงทนในการเรียนรู้หลังการเรียน 6 สัปดาห์พบว่า ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุดหมายของความคงทนในการเรียนรู้นี้คือ ผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ จากงานวิจัยดังกล่าวพบว่า วิธีสอนและกิจกรรมการเรียนที่ได้ปฏิบัติจริง มีผลให้ผู้เรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้ได้เป็นอย่างดี

ชาญศักดิ์ (อ้างอิงในสศสวสดี, 2533) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องการคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยวิธีสอนของสสวท. กับ วิธีสอนของวรณิ ผลปรากฏว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนของสสวท. และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนของวรณิ มีความคงทนในการเรียนรู้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่พบว่า การจัดการสอนที่เน้นกิจกรรมการมีทักษะในรูปแบบต่าง ๆ จะช่วยพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการใช้แบบฝึกทักษะทำให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดคำนวณสูงขึ้น และนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นด้วย