

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 วิธีดำเนินการวิจัย

3.1.1 ศึกษารายละเอียดของเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย ได้แก่ การสร้างเส้นขอบเบซิเออร์และบี-สไปไลน์ การวิเคราะห์ความไว วิธีลำดับโปรแกรมเชิงเส้น การกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ และการกำหนดเงื่อนไขคอนสเตรนซ์

3.1.2 ศึกษาการเขียนโปรแกรม C++ และศึกษาโครงสร้างและการทำงานของโปรแกรม p -FEM

3.1.3 เขียนโปรแกรมเพิ่มเติมเข้าไปยังโปรแกรม p -FEM ในส่วนการแสดงผลเส้นขอบชิ้นงานด้วยเส้นขอบเบซิเออร์และเส้นขอบบี-สไปไลน์ โดยรายละเอียดการคำนวณแสดงในหัวข้อ 3.2

3.1.4 ทดสอบการทำงานของโปรแกรมกับชิ้นงานตัวอย่างที่แสดงผลด้วยเส้นขอบเบซิเออร์และเส้นขอบบี-สไปไลน์

3.1.5 พัฒนาโปรแกรมเพื่อเชื่อมต่อกับ โปรแกรม p -FEM ในส่วนของ

ก. การวิเคราะห์ความไว

ข. การคำนวณฟังก์ชันวัตถุประสงค์และเงื่อนไขคอนสเตรนซ์ของการอพทิมซ์ด้วยวิธีลำดับ โปรแกรมเชิงเส้น

ค. การแก้สมการหาผลลัพธ์

โปรแกรม p -FEM ภายหลังเพิ่มการอพทิมซ์รูปร่างมีลำดับขั้นตอนการคำนวณแสดงในหัวข้อ 3.3

3.1.6 ทดสอบการทำงานของโปรแกรมกับตัวอย่างการอพทิมซ์ชิ้นงานจำนวนสี่ตัวอย่าง และแก้ไขข้อผิดพลาดของโปรแกรม โดยตัวอย่างการอพทิมซ์ชิ้นงานสี่ตัวอย่างได้แก่

ก. การออกแบบขอบโค้งของรูของแผ่นกว้างเจาะรูรับแรงดึงด้านข้างในแนวแกน

ข. การออกแบบของโค้งของแผ่นรับแรงดึงที่มีความกว้างหน้าตัดต่างกัน

ค. การออกแบบขอบโค้งภายในของชิ้นงานรูปตัวยู

ง. การออกแบบขอบโค้งของรูที่เจาะบนคานฝัง

3.1.7 เขียนคู่มือการใช้งานโปรแกรม

3.2 การคำนวณเมตริกซ์ของจาโคเบียน

เมตริกซ์ของจาโคเบียนคำนวณได้จากสมการ (2.50) ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$[J] = \begin{bmatrix} x(\xi, \eta)_{,\xi} & y(\xi, \eta)_{,\xi} \\ x(\xi, \eta)_{,\eta} & y(\xi, \eta)_{,\eta} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

จากสมการ (2.50) พบว่าเมตริกซ์ของจาโคเบียนคำนวณมาจากฟังก์ชันแมปปีงและจากสมการ (2.26) และ (2.27) พบว่า การคำนวณฟังก์ชันแมปปีงจะต้องคำนวณจากสมการเส้นขอบในพิกัด x และ y โดยแบ่งเป็นการคำนวณตำแหน่งของเส้นขอบในพิกัด x และ y และอนุพันธ์ของเส้นขอบในพิกัด x และ y เทียบกับ ξ และ η ซึ่งการคำนวณดังกล่าวแบ่งเป็นสองขั้นตอนได้แก่

3.2.1 ขั้นตอนที่หนึ่ง

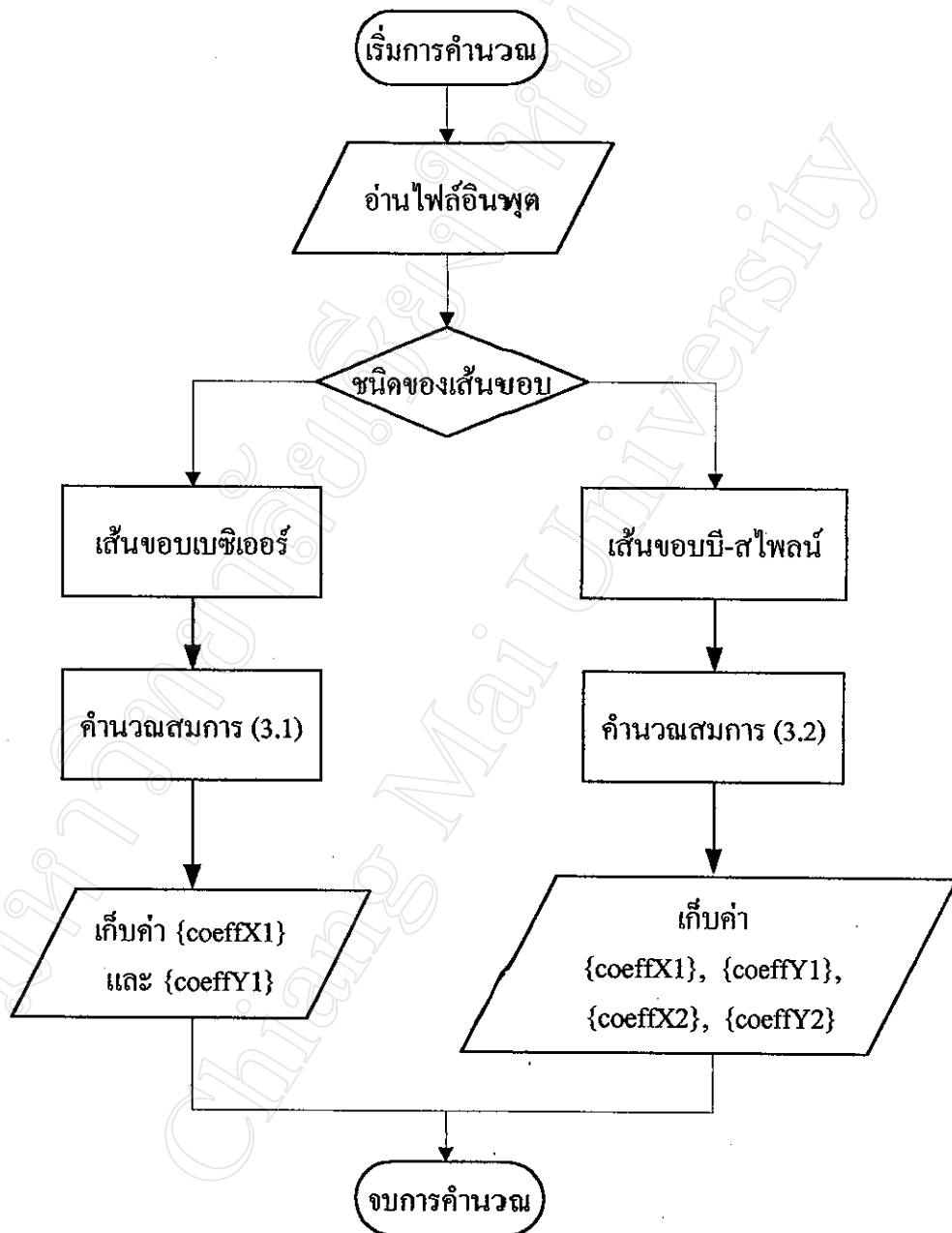
เป็นการคำนวณสัมประสิทธิ์ของเส้นขอบและเก็บค่าสัมประสิทธิ์ดังกล่าวไว้ในรูปของเวกเตอร์ โดยเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของเส้นขอบเบซิเอร์คือ

$$\begin{aligned} \{\text{coeffX1}\} &= [\chi_{\text{BEZ}}] \{c_x\} \\ \{\text{coeffY1}\} &= [\chi_{\text{BEZ}}] \{c_y\} \end{aligned} \quad (3.1)$$

เวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของเส้นขอบบี-สไปไลน์คือ

$$\begin{aligned} \{\text{coeffX1}\} &= [\chi_{\text{B1}}] \{c_x\} \\ \{\text{coeffY1}\} &= [\chi_{\text{B1}}] \{c_y\} \\ \{\text{coeffX2}\} &= [\chi_{\text{B2}}] \{c_x\} \\ \{\text{coeffY2}\} &= [\chi_{\text{B2}}] \{c_y\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

ลำดับการคำนวณเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของเส้นขอบเบซิเอร์และเส้นขอบบี-สไปไลน์แสดงดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การคำนวณเวกเตอร์สัมประสิทธิ์ของเส้นขอบเบซิเออร์และบี-สไฟน์

3.2.2 ขั้นตอนที่สอง

เป็นการคำนวณตำแหน่งของเส้นขอบในพิกัด x และ y และอนุพันธ์ของเส้นขอบในพิกัด x และ y เทียบกับ ξ โดยผลคูณของสัมประสิทธิ์ของเส้นขอบที่คำนวณได้จากขั้นตอนที่หนึ่งและเวกเตอร์ของ ψ จะได้ตำแหน่งของเส้นขอบในพิกัด x และ y ซึ่งลำดับขั้นตอนการคำนวณแสดงดังรูปที่ 3.2 โดยตำแหน่งพิกัด x และ y ของเส้นขอบเบซิเอร์คือ

$$x_i(\xi) = \left\{ \begin{array}{c} \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^n}{2^n} \\ \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi)}{2} \\ 1 \end{array} \right\}^T \quad \{\text{coeffX1}\}, \text{ for } -1 \leq \xi \leq +1 \quad (3.3)$$

และ

$$y_i(\xi) = \left\{ \begin{array}{c} \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^n}{2^n} \\ \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi)}{2} \\ 1 \end{array} \right\}^T \quad \{\text{coeffY1}\}, \text{ for } -1 \leq \xi \leq +1 \quad (3.4)$$

ตำแหน่งพิกัด x และ y ของเส้นขอบบี-สไฟลน์คือ

$$x_i(\xi) = \begin{Bmatrix} \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^n}{2^n} \\ \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi)}{2} \\ 1 \end{Bmatrix}^T \{\text{coeffX1}\}, \text{ for } -1 \leq \xi \leq 0$$

หรือ

$$x_i(\xi) = \begin{Bmatrix} \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^n}{2^n} \\ \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi)}{2} \\ 1 \end{Bmatrix}^T \{\text{coeffX2}\}, \text{ for } 0 \leq \xi \leq +1$$

และ

หรือ

$$y_i(\xi) = \begin{Bmatrix} \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^n}{2^n} \\ \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi)}{2} \\ 1 \end{Bmatrix}^T \{\text{coeffY1}\}, \text{ for } -1 \leq \xi \leq 0 \quad (3.6)$$

$$y_i(\xi) = \begin{Bmatrix} \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^n}{2^n} \\ \frac{(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi)}{2} \\ 1 \end{Bmatrix}^T \{\text{coeffY2}\}, \text{ for } 0 \leq \xi \leq +1$$

สำหรับอนุพันธ์ของเส้นขอบเป็นผลคูณของสัมประสิทธิ์ของเส้นขอบและอนุพันธ์ของเวกเตอร์ของ ψ โดยอนุพันธ์ของเส้นขอบเบซิเอร์ในพิกัด x และ y คือ

$$\frac{\partial x_i(\xi)}{\partial \xi} = \begin{Bmatrix} \frac{n(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}(\psi_2 - \psi_1)}{2^n} \\ \frac{(n-1)(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-2}(\psi_2 - \psi_1)}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \\ 0 \end{Bmatrix}^T \{\text{coeffX1}\}, \text{ for } -1 \leq \xi \leq +1 \quad (3.7)$$

และ

$$\frac{\partial y_i(\xi)}{\partial \xi} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{n(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}(\psi_2 - \psi_1)}{2^n} \\ \frac{(n-1)(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-2}(\psi_2 - \psi_1)}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \\ 0 \end{array} \right\}^T \quad \{\text{coeffY1}\}, \text{ for } -1 \leq \xi \leq +1 \quad (3.8)$$

อนุพันธ์ของเส้นของบี-สไปพล์ในพิกัด x และ y คือ

$$\frac{\partial x_i(\xi)}{\partial \xi} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{n(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}(\psi_2 - \psi_1)}{2^n} \\ \frac{(n-1)(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-2}(\psi_2 - \psi_1)}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \\ 0 \end{array} \right\}^T \quad \{\text{coeffX1}\}, \text{ for } -1 \leq \xi \leq 0$$

หรือ

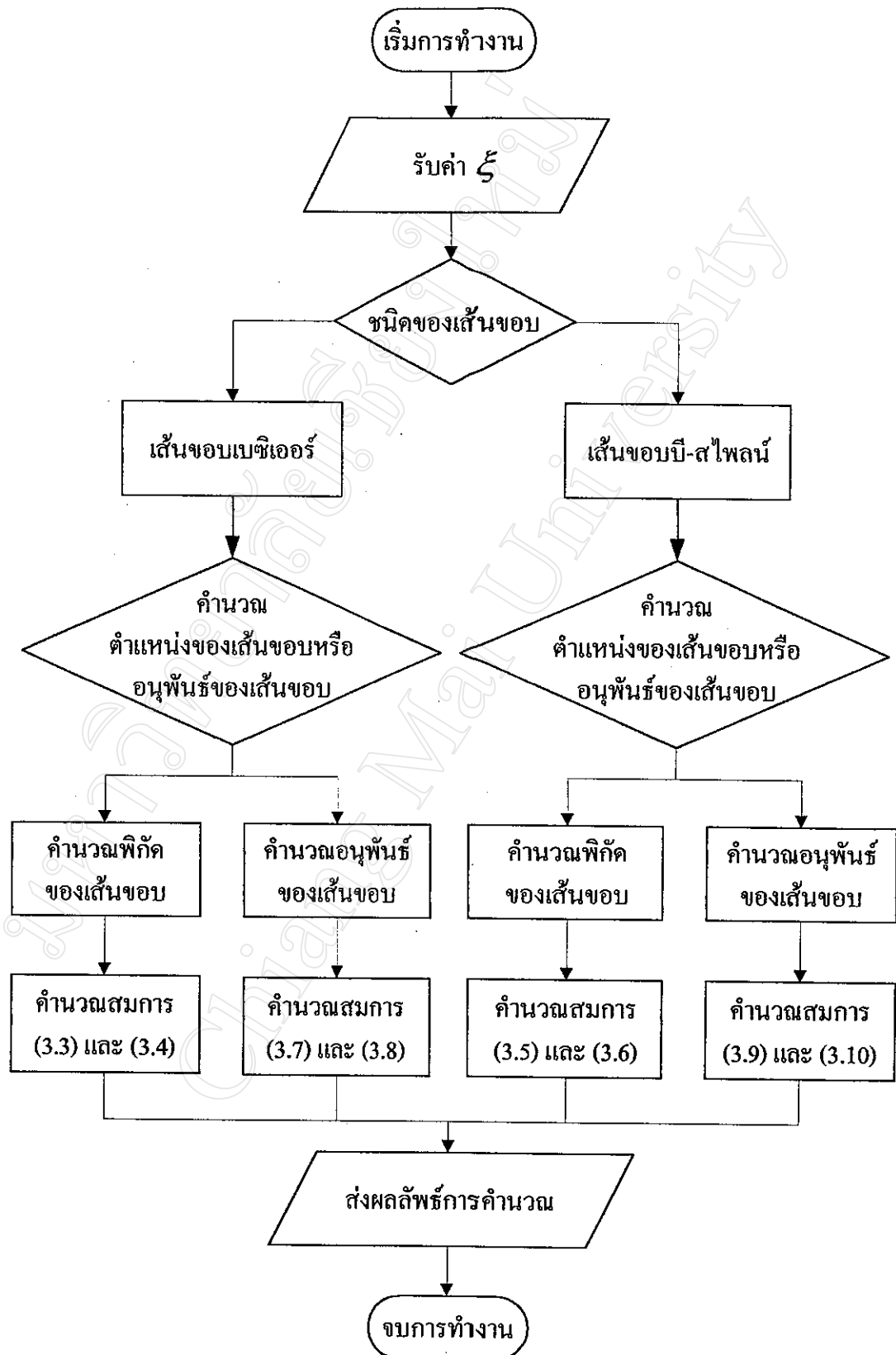
$$\frac{\partial x_i(\xi)}{\partial \xi} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{n(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}(\psi_2 - \psi_1)}{2^n} \\ \frac{(n-1)(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-2}(\psi_2 - \psi_1)}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \\ 0 \end{array} \right\}^T \quad \{\text{coeffX2}\}, \text{ for } 0 \leq \xi \leq +1 \quad (3.9)$$

และ

$$\frac{\partial y_i(\xi)}{\partial \xi} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{n(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}(\psi_2 - \psi_1)}{2^n} \\ \frac{(n-1)(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-2}(\psi_2 - \psi_1)}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \\ 0 \end{array} \right\}^T \quad \{\text{coeffY1}\}, \text{ for } -1 \leq \xi \leq 0$$

หรือ

$$\frac{\partial y_i(\xi)}{\partial \xi} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{n(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-1}(\psi_2 - \psi_1)}{2^n} \\ \frac{(n-1)(\psi_1(1-\xi) + \psi_2(1+\xi))^{n-2}(\psi_2 - \psi_1)}{2^{n-1}} \\ \vdots \\ \frac{\psi_2 - \psi_1}{2} \\ 0 \end{array} \right\}^T \quad \{\text{coeffY2}\}, \text{ for } 0 \leq \xi \leq +1$$



รูปที่ 3.2 ลำดับขั้นตอนการคำนวณตำแหน่งของเส้นขอบและอนุพันธ์ของเส้นขอบ

3.3 การทำงานของโปรแกรม p -FEM ภายหลังการเพิ่มการออฟทีไมซ์รูปร่าง

การออฟทีไมซ์รูปร่างเชิงสองมิติโดยใช้เส้นขอบเบซิเออร์และบี-สไปไลน์มีลำดับขั้นตอนการคำนวณดังแสดงในรูปที่ 3.3 ในลำดับขั้นตอนดังกล่าวจะมีส่วนของวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันซึ่งเป็นการคำนวณของโปรแกรม p -FEM เดิม โดยแสดงลำดับขั้นตอนดังกล่าวไว้ภายในเส้นกรอบประ การออฟทีไมซ์รูปร่างดังรูปที่ 3.3 มีลำดับขั้นตอนดังนี้

3.3.1 อ่านรายละเอียดของไฟล์อินพุต ซึ่งประกอบด้วยรายละเอียดของโมเดลทางไฟไนต์อีลิเมนต์ของชิ้นงาน รวมถึงรายละเอียดของการออฟทีไมซ์รูปร่าง ได้แก่ ตัวแปรออกแบบและเงื่อนไขคอนสเตรนส์ ส่วนประกอบของไฟล์อินพุตแสดงในภาคผนวก ก.

3.3.2 ตรวจสอบไฟล์อินพุตว่ามีการออฟทีไมซ์รูปร่างหรือไม่ ถ้าไม่มีให้วิเคราะห์ชิ้นงานด้วยวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์ถึงกำลัง p ที่กำหนดในไฟล์อินพุตและสิ้นสุดการคำนวณ

3.3.3 กำหนดค่าเริ่มต้น ω เท่ากับหนึ่ง โดยที่ ω คือลำดับรอบการคำนวณของการออฟทีไมซ์รูปร่าง

3.3.4 กำหนดค่าเริ่มต้น i เท่ากับศูนย์ โดยที่ i คือลำดับของตัวแปรออกแบบ i มีค่าเท่ากับศูนย์หมายถึงไม่มีการเปลี่ยนรูปร่างขอบของชิ้นงาน ค่า i เท่ากับหนึ่งถึงจำนวนตัวแปรออกแบบทั้งหมดหมายถึงมีการเปลี่ยนรูปร่างขอบของชิ้นงาน โดยเปลี่ยนพิกัดของจุดควบคุมของเส้นขอบเบซิเออร์หรือเส้นขอบบี-สไปไลน์ตามลำดับของตัวแปรออกแบบด้วยค่า ds_i

3.3.5 ตรวจสอบค่า i โดยที่ i มีค่าเท่ากับลำดับของตัวแปรออกแบบใด ให้เปลี่ยนพิกัดของจุดควบคุมตามลำดับของตัวแปรออกแบบนั้น

3.3.6 วิเคราะห์ชิ้นงานด้วยวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์จนถึงกำลัง p ที่กำหนดในไฟล์อินพุต

3.3.7 เก็บข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ความไว ได้แก่ ค่าความเค้น von Mises ที่ตำแหน่งที่พิจารณาฟังก์ชันวัตถุประสงค์และเงื่อนไขคอนสเตรนส์ของความเค้น von Mises และปริมาตรของชิ้นงานในกรณีที่มีเงื่อนไขคอนสเตรนส์ของปริมาตรชิ้นงาน

3.3.8 ตรวจสอบค่า i โดยที่ i มีค่าเท่ากับจำนวนของตัวแปรออกแบบทั้งหมดให้คำนวณตามลำดับขั้นตอนต่อไป ถ้า i มีค่าน้อยกว่าจำนวนของตัวแปรออกแบบทั้งหมดให้คำนวณตามลำดับขั้นตอน 3.3.5 ใหม่และเพิ่มค่าของ i

3.3.9 คำนวณค่าความไวโดยที่ความไวของความเค้น von Mises คำนวณตามสมการ (2.38) และความไวของปริมาตรชิ้นงานคำนวณตามสมการ (2.51)

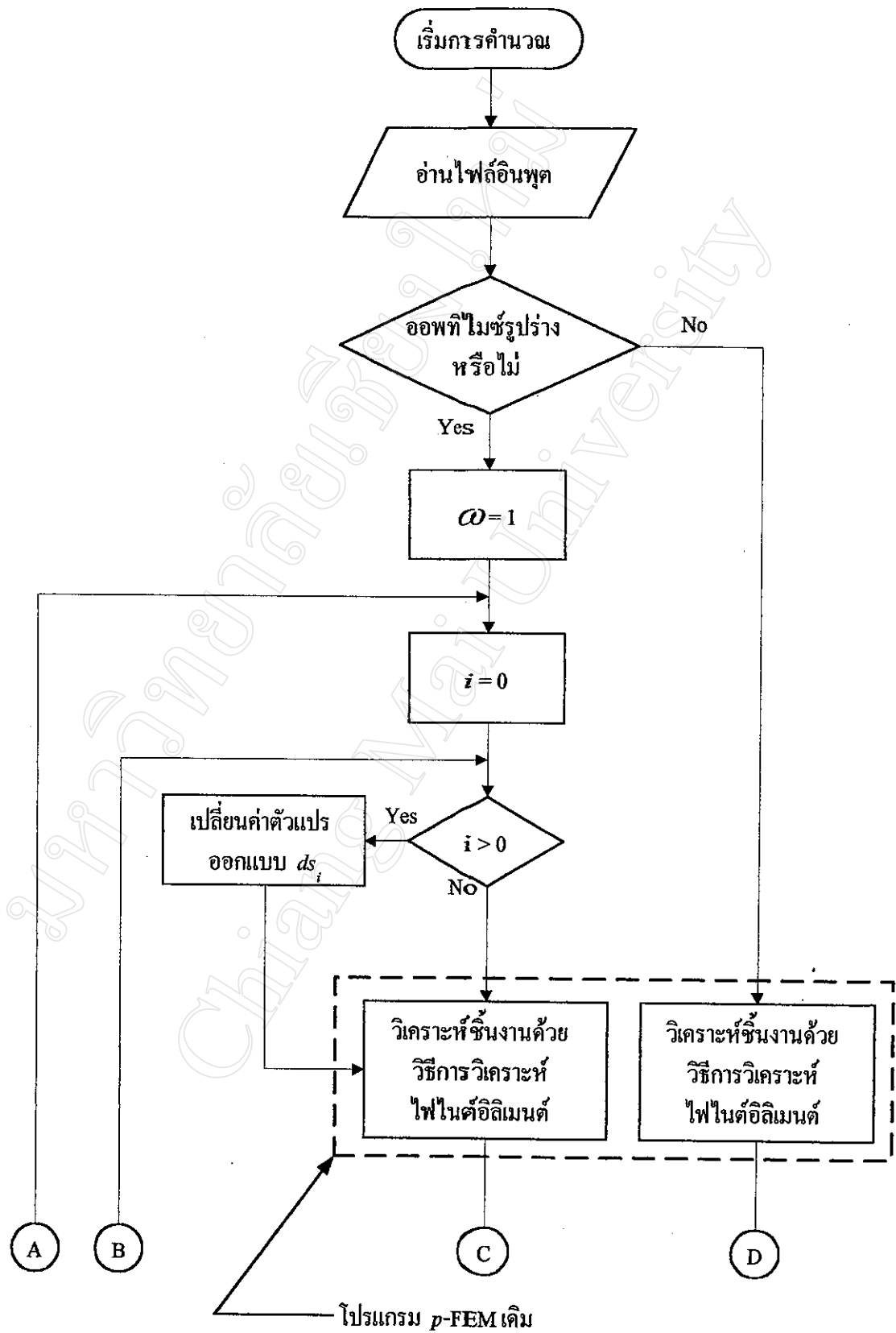
3.3.10 นำค่าความไวของความเค้นและความไวของปริมาตรชิ้นงานคำนวณฟังก์ชันวัตถุประสงค์ตามสมการ (2.11) เงื่อนไขคอนสเตรนซ์ของความเค้น von Mises ตามสมการ (2.12) และเงื่อนไขคอนสเตรนซ์ของปริมาตรชิ้นงานตามสมการ (2.13)

3.3.11 นำค่าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์และเงื่อนไขคอนสเตรนซ์ที่คำนวณหาผลลัพธ์ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์

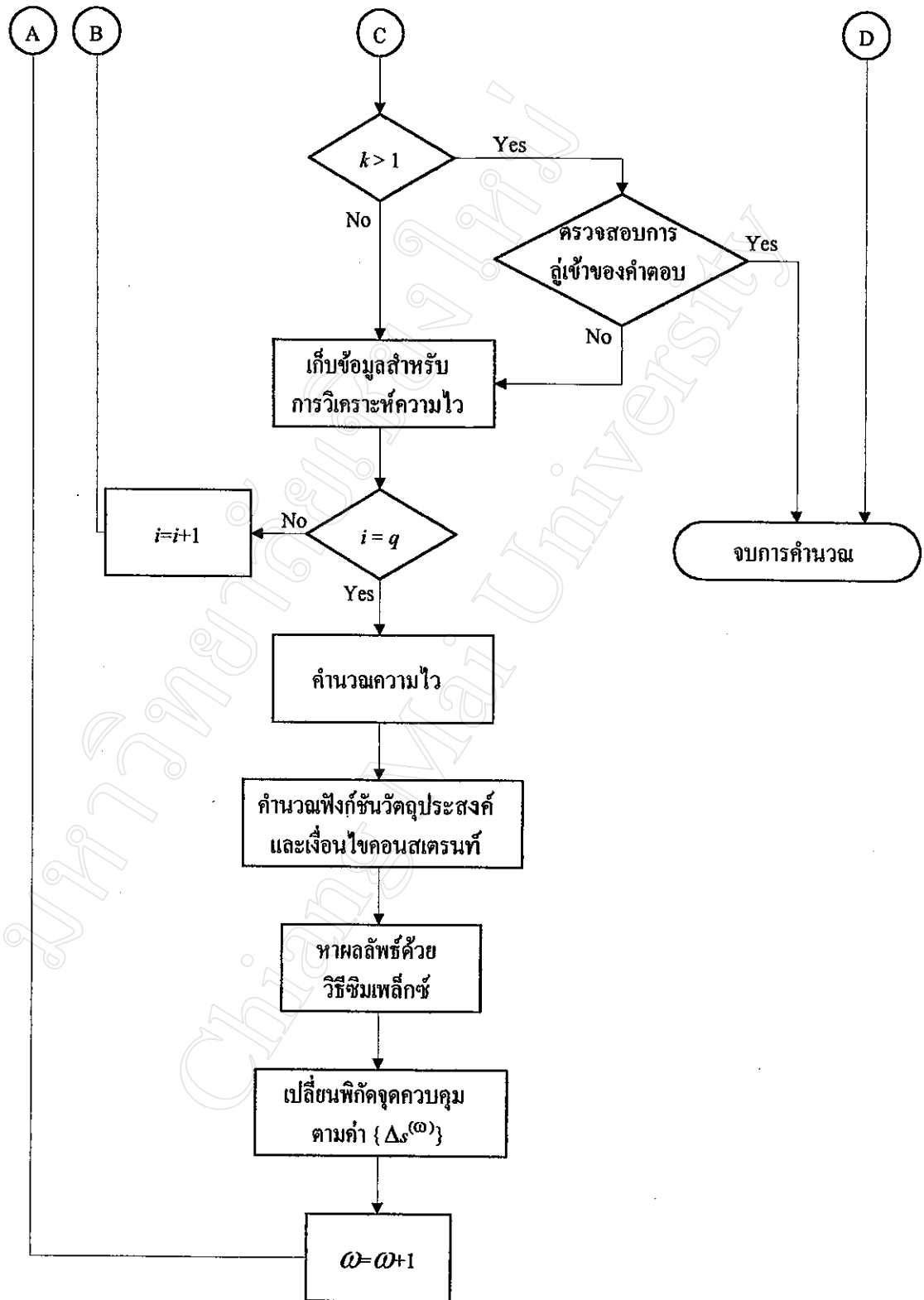
3.3.12 หลังจากคำนวณหาผลลัพธ์ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ จะได้คำตอบเป็นเวกเตอร์การเปลี่ยนแปลงขนาดของตัวแปรออกแบบ $\{\Delta s^{(w)}\}$ และทำการเปลี่ยนพิกัดของจุดควบคุมของเส้นขอบเบซิเอร์หรือเส้นขอบบี-สไปไลน์ตามลำดับของตัวแปรออกแบบตามสมการ (2.7)

3.3.13 เพิ่มรอบการคำนวณ w หนึ่งรอบ กำหนดค่าเริ่มต้นของ i เท่ากับศูนย์และวิเคราะห์ชิ้นงานที่เปลี่ยนรูปร่างขอบตามการเปลี่ยนแปลงขนาดของตัวแปรออกแบบ $\{\Delta s^{(w)}\}$ ที่ได้จากการหาผลลัพธ์ของการออฟทีไมซ์

3.3.14 ตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบโดยพิจารณาการลู่เข้าของฟังก์ชันวัตถุประสงค์ ถ้ามีการลู่เข้าสู่ค่าคงที่ให้หยุดการคำนวณ แต่ถ้าไม่มีการลู่เข้าให้เริ่มลำดับการคำนวณใหม่ตามขั้นตอน 3.3.7 โดยรายละเอียดการตรวจสอบการลู่เข้าของคำตอบแสดงในหัวข้อ 2.4.2



รูปที่ 3.3 แผนภาพลำดับขั้นตอนการออฟทีไมซ์รูปร่าง



รูปที่ 3.3(ต่อ) แผนภาพลำดับขั้นตอนการอพทิมไนซ์รูปร่าง