

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของงานวิจัย

การออปติไมซ์ (Optimization) รูปร่างโดยใช้วิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันเริ่มต้นโดย Shyy *et al.* (1988) ศึกษาการออปติไมซ์รูปร่างโดยใช้เส้นขอบเบซิเออร์และบี-สไปน์ (Bezier and b-spline boundaries) ร่วมกับวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันพบว่าสามารถให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำสูง โดย Zienkiewicz and Taylor (1994) รายงานข้อดีของวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ p เวอร์ชัน นั่นคือ ในการเพิ่มฟังก์ชันฐาน (Shape function) ของแต่ละเอลิเมนต์ สามารถเพิ่มฟังก์ชันฐานที่มีอันดับสูงเข้าไปยังฟังก์ชันฐานเดิมที่มีอันดับต่ำกว่า โดยการคำนวณฟังก์ชันฐานกระทำเฉพาะเมตริกซ์ความแข็งแรง (Stiffness matrix) ที่สัมพันธ์กับฟังก์ชันฐานใหม่ที่เพิ่มเข้าไป ซึ่งวิธีการนี้จะเร็วกว่าการคำนวณฟังก์ชันฐานใหม่ทั้งหมดดังที่ใช้ในวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ h เวอร์ชัน นอกจากนี้ Promwungkwa (1998) สร้างโปรแกรม p -FEM ซึ่งเป็นโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ใช้วิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันโดยใช้การปรับแต่งด้วยกำลัง p ที่ไม่สม่ำเสมอในแต่ละเอลิเมนต์ที่ต้องการฟังก์ชันฐานที่มีกำลังสูงขึ้น โดยโปรแกรม p -FEM ดังกล่าวได้นำมาพัฒนาใช้กับการวิเคราะห์การออปติไมซ์รูปร่างในการวิจัยนี้

การออปติไมซ์รูปร่างด้วยวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ได้มีการพัฒนามาอย่างต่อเนื่อง และพบว่าการใช้เส้นขอบเบซิเออร์และเส้นขอบบี-สไปน์ร่วมกับวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันจะให้ความแม่นยำในการคำนวณสูงโดยมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นน้ำหนักชิ้นงานน้อยที่สุดและตัวอย่างเป็นการวิเคราะห์รูปร่างอย่างง่าย (Salagame and Belegunda, 1997) การวิจัยนี้มุ่งเน้นเพื่อแสดงการใช้เส้นขอบข้างต้นในการออปติไมซ์รูปร่างของโจทย์ปัญหาทางด้านเมคคานิกส์ในสองมิติพร้อมทั้งแสดงตัวอย่างของโจทย์ปัญหาในทางปฏิบัติได้แก่ การออปติไมซ์ขอบโค้งของรูของแผ่นกว้างเจาะรูรับแรงดึงด้านข้างในแนวแกน การออปติไมซ์ขอบโค้งของแผ่นรับแรงดึงที่มีความกว้างหน้าตัดต่างกัน การออปติไมซ์ขอบโค้งภายในของชิ้นงานรูปตัวยู และการออปติไมซ์ขอบโค้งของรูที่เจาะบนคานฝังรูปสี่เหลี่ยมคางหมู โดยการออปติไมซ์ของชิ้นงานทั้งหมดมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือการลดค่าความเค้น von Mises มากสุด การวิเคราะห์ความไว (Sensitivity analysis)

ใช้วิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference) เพื่อประมาณค่าการตอบสนองของค่าความเค้นที่เกิดขึ้นภายในชิ้นงานเมื่อเปลี่ยนค่าของตัวแปรออกแบบ (Design variable) โดยค่าความเค้นเมื่อเปลี่ยนค่าของตัวแปรออกแบบคำนวณได้จากการหาอนุพันธ์ของสมการสมดุลไฟไนต์อีลิเมนต์ การแก้ไขโจทย์ปัญหาการออปติไมซ์เลือกใช้วิธีการลำดับโปรแกรมเชิงเส้น (Sequential linear programming method) และวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex method)

1.2 สรุปสาระสำคัญจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง

Braibant and Fleury (1984) แสดงปัญหาของการออปติไมซ์รูปร่าง ได้แก่ จำนวนตัวแปรออกแบบที่มีจำนวนมากทำให้ต้องใช้เวลาในการคำนวณมาก และเพื่อรักษารูปร่างตาข่ายอีลิเมนต์ในระหว่างการคำนวณ จึงต้องใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ซับซ้อนมากขึ้น Braibant แนะนำการแก้ไขปัญหาดังกล่าวโดยใช้เส้นโค้งที่ใช้ในวิธีการออกแบบด้วยคอมพิวเตอร์ (CAD) ได้แก่ เส้นโค้งเบซิเออร์และเส้นโค้งบี-สไปน์เชื่อมต่อกับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในขั้นตอนการแสดงเส้นขอบและกำหนดโหนดของอีลิเมนต์บนเส้นโค้งนี้ ซึ่งมีข้อดีคือ การแสดงเส้นขอบของชิ้นงานกระทำได้ง่ายขึ้นและสามารถลดจำนวนตัวแปรออกแบบลงได้ นอกจากนี้ได้ทำการทดสอบการออปติไมซ์กับตัวอย่างชิ้นงานสามตัวอย่างโดยมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือเพื่อลดน้ำหนักของชิ้นงาน ตัวอย่างดังกล่าว ได้แก่ การออปติไมซ์ขอบของคานารับโมเมนต์คด การออปติไมซ์ชิ้นงานขอบโค้งที่รับแรงดึง และการออปติไมซ์ขอบโค้งของรูของแผ่นกว้างเจาะรูรับแรงดึงด้านข้างในแนวแกน และเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับผลงานตีพิมพ์ที่เกี่ยวข้อง

Yunliang (1986) เปรียบเทียบการออปติไมซ์โครงสร้างและการออปติไมซ์รูปร่าง พบว่าการออปติไมซ์รูปร่างมีการคำนวณที่ซับซ้อนมากกว่าเนื่องจากรูปร่างชิ้นงานมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นการแสดงรูปร่างขอบของชิ้นงานจึงต้องมีความถูกต้องสูงและในการคำนวณต้องไม่มีการเสียรูป (Distort) ของรูปร่างอีลิเมนต์ รวมถึงต้องเพิ่มความแม่นยำของการวิเคราะห์ความไว การกำหนดเงื่อนไขคอนสเตรนซ์ และการแก้สมการหาผลลัพธ์ นอกจากนี้ Yunliang สรุปขั้นตอนการออปติไมซ์รูปร่างและแสดงผลงานตีพิมพ์ที่เกี่ยวข้องที่วิเคราะห์ชิ้นงานทั้งสองมิติและสามมิติ โดยการออปติไมซ์รูปร่างประกอบด้วย การกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์และเงื่อนไขคอนสเตรนซ์ การกำหนดตัวแปรออกแบบ การแสดงเส้นขอบโค้งของชิ้นงาน การสร้างตาข่ายอีลิเมนต์ในวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์ การวิเคราะห์ความไว และการแก้สมการหาผลลัพธ์

Mahmoud *et al.* (1994) ศึกษาการออปติไมซ์รูปร่างโดยเพิ่มโปรแกรม DMAP (Direct Matrix Abstraction Program) เข้าไปยังโปรแกรม MSC/NASTRAN เวอร์ชัน 67 ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ใช้วิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ h เวอร์ชัน การทำงานของโปรแกรม DMAP ประกอบด้วย การวิเคราะห์ความไวและการออปติไมซ์ด้วยวิธีการลำดับโปรแกรมกำลังสอง Mahmoud ทดสอบการคำนวณหาความหนาของก้านกดหัวฉีดโดยแบ่งชิ้นงานออกเป็น 397 อีลิเมนต์ และแบ่งความหนาชิ้นงานออกเป็น 13 ส่วน ตัวแปรออกแบบคือความหนาของชิ้นงานดังกล่าวและกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการออปติไมซ์สองวิธีคือ เพื่อลดปริมาตรรวมของชิ้นงานและเพื่อลดค่าความเค้นมากที่สุดของชิ้นงาน โดยมีเงื่อนไขคอนสเตรนท์คือ ความเค้น von Mises ของชิ้นงานน้อยกว่า 250 MPa และความหนาของชิ้นงานอยู่ระหว่าง 5 ถึง 35 มิลลิเมตร พบว่า การกำหนดฟังก์ชันวัตถุประสงค์ทั้งสองวิธีสามารถลดปริมาตรของก้านกดหัวฉีดได้ประมาณ 51 เปอร์เซ็นต์

Promwungkwa (1998) วิเคราะห์การปรับแต่งอีลิเมนต์เพื่อเพิ่มความแม่นยำของวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันของโจทย์ปัญหาทางแมคคานิกส์ทั้งสองมิติและสามมิติ โดยใช้กระบวนการปรับแต่งด้วยกำลัง p ที่ไม่สม่ำเสมอ ซึ่งเป็นวิธีการเพิ่มความแม่นยำด้วยการเพิ่มกำลังของเส้นขอบของอีลิเมนต์เฉพาะบริเวณที่มีค่าผิดพลาดสูง ตัวชี้ค่าผิดพลาดที่ใช้คือค่าความเค้นเฉลี่ยเฉลี่ยที่เกิดขึ้นในแต่ละอีลิเมนต์ โดย Promwungkwa ใช้อีลิเมนต์สองชนิด ได้แก่ อีลิเมนต์สี่หน้า (Quadrilateral element) และอีลิเมนต์แปดหน้า (Brick element) และใช้กำลัง p ตั้งแต่หนึ่งถึงแปด นอกจากนี้ Promwungkwa ได้สร้างโปรแกรม p -FEM ซึ่งเป็น โปรแกรมที่ใช้วิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันโดยใช้กระบวนการปรับแต่งด้วยกำลัง p ที่ไม่สม่ำเสมอ และเปรียบเทียบผลลัพธ์กับการวิเคราะห์โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการปรับแต่งด้วยกำลัง p ที่สม่ำเสมอพบว่า การคำนวณใช้เวลาและองศาอิสระน้อยกว่า 20 - 50 เปอร์เซ็นต์ และ 25 - 50 เปอร์เซ็นต์ตามลำดับ โดยขอบโค้งอีลิเมนต์ของโปรแกรม p -FEM เป็นขอบโค้งของส่วนโค้งวงกลม ซึ่ง Promwungkwa ไม่ได้ทำการวิเคราะห์สำหรับเส้นขอบชนิดอื่น

Salagame and Belegundu (1997) ใช้กระบวนการปรับแต่งแบบ p ในการออปติไมซ์รูปร่าง ซึ่งมีพื้นฐานจากการใช้ตัวชี้ค่าผิดพลาดเฉพาะแห่งและการเพิ่มกำลังของโพลีโนเมียลเฉพาะแห่ง ซึ่งการวิเคราะห์โดยใช้กระบวนการปรับแต่งแบบ p สามารถคำนวณความเค้นได้แม่นยำถึงแม้ว่าอีลิเมนต์นั้นจะมีรูปร่างบิดเบี้ยวก็ตาม อย่างไรก็ตามอีลิเมนต์ที่มีรูปร่างบิดเบี้ยวนี้จะทำให้การคำนวณกระทำได้ช้าลง นอกจากนี้ การใช้กระบวนการปรับแต่งแบบ p ยังมีข้อดีที่เหนือกว่าการใช้การปรับแต่งแบบ h คือ สามารถสร้างตาข่ายอีลิเมนต์ได้หลายรูปแบบกว่า และตาข่ายอีลิเมนต์ที่ปรับแต่งมีลักษณะเหมือนเดิมตลอดการคำนวณ Salagame ทดสอบการออปติไมซ์กับตัวอย่างการคำนวณ

อย่างง่ายสามตัวอย่างคือ 1) การลดน้ำหนักของก้านสูบโดยสามารถรับความเค้น von Mises ขนาด 200 MPa วัสดุที่ใช้มีค่าโมดูลัสของยังค์และอัตราส่วนปัวซอง 200 GPa และ 0.3 ตามลำดับ พบว่า หลังจากการคำนวณ 12 รอบสามารถลดน้ำหนักของก้านสูบได้ประมาณ 30 เปอร์เซ็นต์ 2) การลดน้ำหนักของหูช้างโดยสามารถรับความเค้นและมีคุณสมบัติของวัสดุเช่นเดียวกับตัวอย่างแรก พบว่า หลังจากการคำนวณ 12 รอบสามารถลดน้ำหนักของหูช้างได้ประมาณ 42 เปอร์เซ็นต์ และจากการเปรียบเทียบกับผลงานตีพิมพ์ที่เกี่ยวข้องที่ใช้กระบวนการปรับแต่งแบบ h พบว่า การคำนวณโดยใช้การปรับแต่งแบบ p กระทำได้รวดเร็วกว่า และ 3) การลดความเค้นของแผ่นรับแรงดึงที่มีความกว้างหน้าตัดต่างกัน พบว่า ความเค้นที่ขอบโค้งของชิ้นงานมีค่าลดลงและมีความสม่ำเสมอมากขึ้น

Shyy *et al.* (1988) ศึกษาการออปติไมซ์รูปร่างโดยใช้วิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันร่วมกับการใช้เส้นขอบเบซิเออร์และเส้นขอบบี-สไปรอน์แสดงของโค้งของชิ้นงาน โดยเปรียบเทียบค่าความเค้น von Mises มากสุดและเวลาที่ใช้ในการคำนวณของการออปติไมซ์โดยใช้กำลัง p เท่ากับสองถึงแปดกับชิ้นงานตัวอย่างสองตัวอย่างได้แก่ การออปติไมซ์ขอบโค้งรูของแผ่นกว้างเจาะรูรับแรงดึงด้านข้างในแนวแกน และการออปติไมซ์ขอบชิ้นงานของแผ่นรับแรงดึงที่มีความกว้างหน้าตัดต่างกัน พบว่า ภายหลังจากการออปติไมซ์ชิ้นงานมีค่าความเค้น von Mises สูงสุดลดลงโดยการกระจายความเค้นด้านสูงบริเวณขอบชิ้นงานมีค่าที่สม่ำเสมอ ความเค้นหนาแน่นของแผ่นรับแรงดึงมีค่าลดลงจาก 2.45 เหลือ 1.22 นอกจากนี้พบว่าการออปติไมซ์ชิ้นงานด้วยกำลัง p เท่ากับเจ็ดและแปดให้ผลลัพธ์ของการคำนวณมีความถูกต้องสูงแต่ใช้เวลาในการคำนวณนานเมื่อเทียบกับการออปติไมซ์โดยใช้กำลัง p เท่ากับห้าและหกซึ่งให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกัน ในขณะที่การออปติไมซ์โดยใช้กำลัง p เท่ากับสองถึงสี่ให้ผลลัพธ์ในการคำนวณที่มีความถูกต้องต่ำ

Yang (1990) ศึกษาการออปติไมซ์รูปร่างในสองมิติด้วยวิธีเบาน์ดารีอีลิเมนต์ (Boundary Element Method) ในขั้นตอนการแสดงเส้นขอบของอีลิเมนต์ ซึ่งเป็นวิธีการวิเคราะห์ทางตัวเลขโดยสร้างตาข่ายอีลิเมนต์อ้างอิงเฉพาะที่ขอบเท่านั้น การวิเคราะห์ความไวของการขจัดกระทำโดยการหาอนุพันธ์ของสมการอินทิกรัล (Integral equation) ที่แสดงขอบอีลิเมนต์เทียบกับตัวแปรออกแบบและวิเคราะห์ความไวของความเค้นโดยการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันพื้นฐานของขอบอีลิเมนต์เช่นเดียวกับวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์ การออปติไมซ์ใช้วิธีทิศทางที่เหมาะสมของโปรแกรม CONMIN นอกจากนี้ Yang ได้ทดสอบการคำนวณกับตัวอย่างอย่างง่ายจำนวนสองตัวอย่าง คือ 1) การออปติไมซ์ของโค้งของรูของแผ่นกว้างเจาะรูวงรีที่รับแรงดึงทั้งสองข้าง ซึ่งมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือ ความเค้น von Mises ที่ขอบและมีตัวแปรออกแบบคือขนาดแกนหลักของวงรี พบว่า รูปร่างขอบโค้งสุดท้ายคือขอบโค้งวงกลมซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีอีลาสติซิตี และ 2) การออปติไมซ์

ขอบโค้งของแผ่นรับแรงดึงที่มีความกว้างหน้าตัดต่างกัน ซึ่งมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์คือ ปริมาตรของชิ้นงานน้อยสุดที่สามารถรับความเค้น von Mises ตามค่าที่กำหนดได้และมีตัวแปรออกแบบคือ รูปร่างของขอบโค้ง พบว่ารูปร่างขอบโค้งสุดท้ายสามารถรับความเค้น von Mises ตามค่าที่กำหนด

1.3 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาความแม่นยำของการอพทที่ไม่ใช่รูปร่างของโจทย์ปัญหาทางแมคคานิกส์สองมิติ โดยใช้ส่วนโค้งเบซิเออร์และส่วนโค้งบี-สไปไลน์ แสดงเส้นขอบของชิ้นงานประกอบกับการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ p เวอร์ชัน

1.4 ประโยชน์ที่จะได้รับจากการวิจัย

1.4.1 โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปใช้วิเคราะห์ชิ้นงานที่แสดงขอบโค้งด้วยส่วนโค้งเบซิเออร์และบี-สไปไลน์ และสามารถแก้ไขโจทย์ปัญหาการอพทที่ไม่ใช่รูปร่างของโจทย์ปัญหาทางแมคคานิกส์เชิงสองมิติได้ โดยที่การใช้วิธีการวิเคราะห์ร่วมกับทฤษฎีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันจะให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำมากกว่าวิธีการทางไฟไนต์อีลิเมนต์ที่มีอยู่ในปัจจุบัน

1.4.2 เพื่อเป็นองค์ความรู้และเป็นประโยชน์กับผู้สนใจในการอพทที่ไม่ใช่รูปร่างต่อไป

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1 เส้นโค้งที่ใช้แสดงเส้นขอบของวัตถุคือส่วนโค้งเบซิเออร์และบี-สไปไลน์

1.5.2 ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ใช้ถูกกำหนดโดยค่าความเค้น von Mises

1.5.3 ใช้การวิเคราะห์ไฟไนต์อีลิเมนต์ด้วยทฤษฎีไฟไนต์อีลิเมนต์แบบ p เวอร์ชันของโปรแกรม p -FEM

1.5.4 วิเคราะห์ความไวของคำตอบที่ต้องการด้วยวิธีการหาอนุพันธ์ของสมการสมดุลย์ไฟไนต์อีลิเมนต์

1.5.5 แก้ไขโจทย์ปัญหาการอพทที่ไม่ใช่ด้วยวิธีใดวิธีหนึ่ง ได้แก่ วิธีลำดับโปรแกรมเชิงเส้นหรือวิธีลำดับของปัญหาการประมาณ หรือวิธีทิศทางที่เหมาะสม

1.5.6 โปรแกรมที่เพิ่มเติมเขียนด้วยภาษา C++

1.5.7 ชิ้นงานที่ใช้ทดสอบและประยุกต์การทำงานของโปรแกรมเป็นชิ้นงานในสองมิติซึ่งมีคุณสมบัติทางอีลาสติคซีดีและไอโซทรอปิก โดยกำหนดให้สถานะแรงที่กระทำกับชิ้นงานมีค่าคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

1.5.8 ตัวอย่างการคำนวณที่ใช้ในการทดสอบโปรแกรมเป็นตัวอย่างอย่างง่ายทางแมคคานิกส์ที่มีคำตอบแน่นอน

1.5.9 การคำนวณที่ใช้ในการประยุกต์การทำงานของโปรแกรมเลือกจากปัญหาที่ได้จากการทดลองทางแมคคานิกส์และเป็นที่ยอมรับที่พบในเอกสารอ้างอิงจำนวนสี่งาน