

บทที่ 2

การหลอมโดยอาศัยการเหนี่ยวนำความร้อน

2.1 พื้นฐานการเกิดความร้อนโดยการเหนี่ยวนำทางแม่เหล็กไฟฟ้า

การให้ความร้อนหรือการหลอมชิ้นงานโดยอาศัยการเหนี่ยวนำ เป็นการให้ความร้อนแก่ชิ้นงานที่ต้องการจะหลอมโดยการจ่ายไฟฟ้ากระแสสลับเข้าไปในขดลวด ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของเส้นแรงแม่เหล็กในขดลวด ซึ่งจะเหนี่ยวนำให้เกิดแรงเคลื่อนไฟฟ้าเหนี่ยวนำและเกิดกระแสไหลวนเป็นวงปิดรอบชิ้นงาน และเนื่องจากเป็นการไหลของไฟฟ้ากระแสสลับดังนั้นจึงเกิดผลของ Skin Effect ซึ่งจะทำให้กระแสไหลเฉพาะบริเวณผิวด้านนอกของตัวชิ้นงานดังแสดงในรูปที่ 2.1 โดยมีความลึกของกระแสที่ไหลภายในชิ้นงานนี้ ขึ้นอยู่กับความถี่ของกระแสไฟฟ้าที่ไหลซึ่งจะเป็นความถี่เดียวกับความถี่ที่ป้อนเข้าไปในขดลวดที่พันรอบ ดังแสดงในสมการที่ (2.1) [2] โดยเราสามารถพิจารณาการเหนี่ยวนำให้เกิดความร้อนขึ้นทั้งระบบเป็นหม้อแปลง 1 ชุด โดยขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กจะเป็นเสมือนขดปฐมภูมิของหม้อแปลง ที่มีจำนวนรอบเท่ากับจำนวนรอบของขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก ส่วนเบ้าหลอมจะเปรียบเสมือนขดทุติยภูมิของหม้อแปลง ที่มีจำนวนรอบหนึ่งรอบดังแสดงในรูปที่ 2.2 ดังนั้นกระแสที่ไหลในชิ้นงานจะมีค่าเท่ากับปริมาณกระแสในขดลวด Working coil คูณกับจำนวนรอบของขดลวดปฐมภูมินั่นเอง โดยสามารถหาค่ากำลังที่เกิดขึ้นที่ชิ้นงานได้ ดังแสดงในสมการที่ (2.3)

ผลของ Skin Effect สามารถอธิบายความสัมพันธ์กับความลึกของการไหลของกระแสได้โดยสมการที่ (2.1)

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu f}} \quad (2.1)$$

จากสมการที่ (2.1) สามารถหาค่าความถี่ได้ดังสมการที่ (2.2)

$$f = \frac{\rho}{\pi \mu \delta^2} \quad (2.2)$$

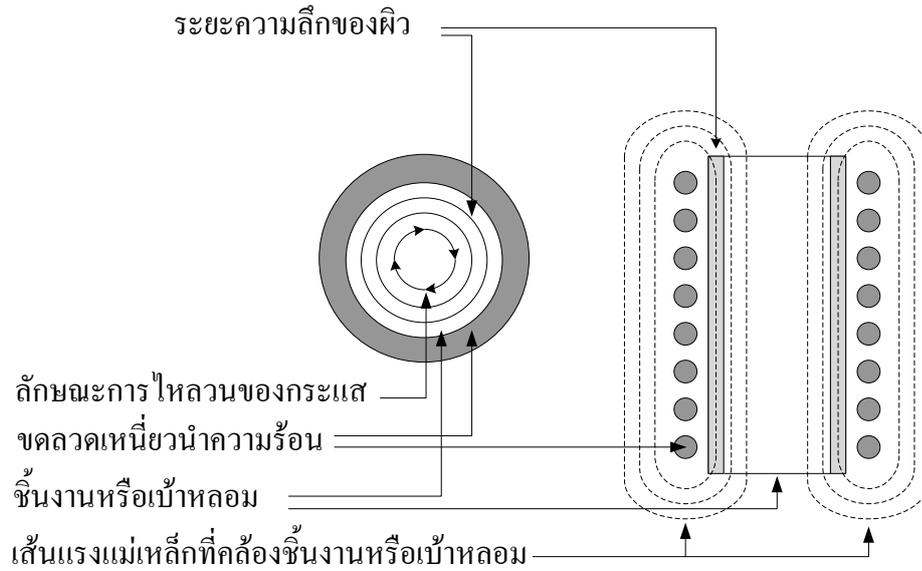
โดยที่

δ คือความลึกของกระแสไฟฟ้าที่ไหลในชิ้นงาน (m)

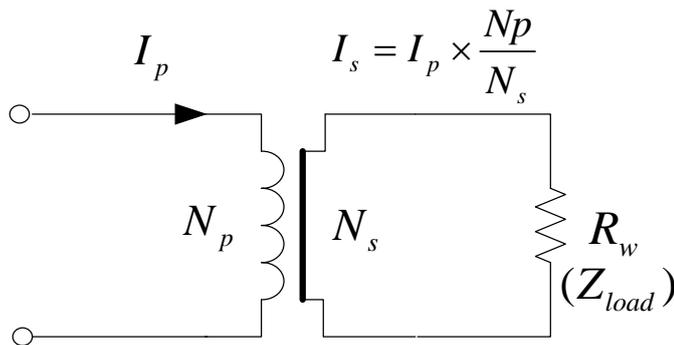
μ คือสภาพความซึมซาบสนามแม่เหล็ก (H/m)

ρ คือสภาพความต้านทานจำเพาะของชิ้นงาน ($\Omega \cdot m$)

f คือความถี่ (Hz)



รูปที่ 2.1 ลักษณะการไหลวนของกระแสไฟฟ้าและเส้นแรงแม่เหล็กที่ขดลวดและชิ้นงาน



รูปที่ 2.2 วงจรเสมือนของขดลวดให้ความร้อน

โดยค่าของ N_s มีค่าเท่ากับ 1 รอบ ดังนั้นจะทำให้ได้

$$I_s = I_p N_p$$

จะทำให้ได้

$$P_w = I_p^2 N_p^2 R_w \tag{2.3}$$

โดยที่

P_w คือกำลังที่ชิ้นงาน (W)

R_w คือความต้านทานสมมูลของชิ้นงาน (Ω)

เมื่อให้ความร้อนแก่ชิ้นงาน จะมีผลทำให้ค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็กมีขนาดลดลงเมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น จนเมื่ออุณหภูมิสูงจนถึง Curie Point (ประมาณ $750\text{ }^{\circ}\text{C}$) จะทำให้ค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็กนี้ลดลงอย่างรวดเร็วจนมีค่าความซึมซาบสนามแม่เหล็กเกือบเท่ากับอากาศ ที่จุดอุณหภูมิดังกล่าวจะมีผลให้สารนั้นหมดสภาพความเป็นสารแม่เหล็ก จะมีผลทำให้ค่าความเหนี่ยวนำ (Inductance : L) ของชิ้นงานลดลงอย่างมาก จากสมการที่ (2.1) คุณสมบัติทางไฟฟ้าของชิ้นงานก็จะเปลี่ยนไปด้วย โดยค่าความต้านทานสมมูลของชิ้นงานจะลดลง เนื่องจากกระแสไหลวนจะไหลลึกลงไปในชิ้นงานได้มากขึ้น แต่ในส่วนของค่าสภาพความต้านทานไฟฟ้าจะสูงขึ้นอย่างต่อเนื่องตามอุณหภูมิ แต่หลังจากถึงจุด Curie Point แล้วก็จะเริ่มคงที่ จากสาเหตุนี้จะทำให้ความถี่เรโซแนนซ์เกิดการเปลี่ยนแปลงไป โดยก่อนถึงจุด Curie Point จะมีความถี่เรโซแนนซ์ค่าหนึ่ง หลังถึงจุด Curie Point ก็จะมีค่าความถี่เรโซแนนซ์ค่าหนึ่ง

2.2 การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับเข้าหอลม

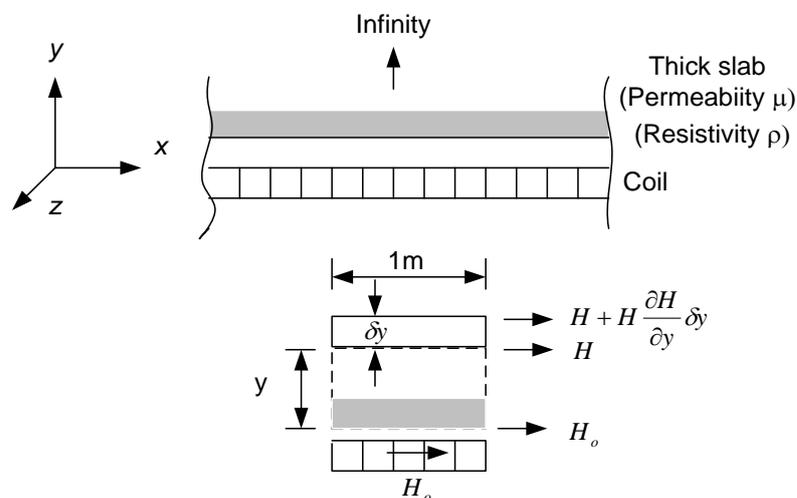
หลักการให้ความร้อนแก่ชิ้นงานนั้นสามารถแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.2.1 การให้พลังงานความร้อนทางอ้อม

โดยอาศัยการถ่ายเทความร้อน (Heat Transfer) คือเมื่อขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กเคลื่อนผ่าน ชิ้นงานและเข้าหอลมซึ่งทำมาจากแกรไฟต์ ซึ่งเป็นสารแม่เหล็ก (Ferromagnetic) ถ้าชิ้นงานที่ต้องการหอลมไม่เป็นแม่เหล็ก (Non-Ferromagnetic) การหอลมจะอาศัยการถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้นจากเข้าหอลมเพียงอย่างเดียว

2.2.2 การให้พลังงานความร้อนทางตรง

โดยอาศัยกระแสไหลวน คือในกรณีชิ้นงานเป็นสารแม่เหล็ก สนามแม่เหล็กที่เกิดจากการเหนี่ยวนำจะเคลื่อนผ่านชิ้นงานและเข้าหอลม ซึ่งจะทำให้เกิดกระแสไหลวนในชิ้นงานด้วย ทฤษฎีการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำสามารถอธิบายได้ในรูปของทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า กับเข้าหอลมที่มีลักษณะอุดมคติที่เรียกว่า Semi-Infinite Slab [2] ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 การให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับเข้าหอลมทางอุดมคติ

ในรูปที่ 2.3 แสดงระบบของการให้ความร้อนแบบเหนี่ยวนำกับเบ้าหลอมทางอุตสาหกรรม ซึ่งประกอบไปด้วยขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กและเบ้าหลอมที่มีความยาวและมีความหนามาก ซึ่งวางอยู่ในขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก โดยเบ้าหลอมทางอุตสาหกรรมที่เทียบได้กับโหลดทรงกระบอกที่มีรัศมีเป็นอนันต์ โดยที่ผิวเบ้าหลอมมีค่าความเข้มสนามแม่เหล็กเป็น H_0 เนื่องจากขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กอยู่ชิดกับเบ้าหลอมมาก ความเข้มสนามแม่เหล็กที่ขดลวดจะมีค่าเท่ากับความเข้มสนามแม่เหล็กที่ผิวเบ้าหลอมซึ่งจะมีค่าเปลี่ยนแปลงกับเวลาในทิศทางตามแกน X และสร้างกระแสเหนี่ยวนำขึ้นที่ผิวเบ้าหลอมตามแกน Z โดยความเข้มสนามแม่เหล็กจะเป็นปริมาณเวกเตอร์ โดยมีเงื่อนไขขอบเขตของสนามแม่เหล็กที่ผิวเบ้าหลอมดังสมการที่ 2.4 [2]

$$H_{x(y=0)} = H_{om} \cos \omega t \quad (2.4)$$

โดยที่

$$H_y = 0, H_z = 0$$

เมื่อค่า H_{om} เป็นค่ายอดของ H_x และที่ผิวของชิ้นงาน ($y = 0$)

จากความสัมพันธ์ของความเข้มสนามแม่เหล็ก (Magnetic Field : H) สนามไฟฟ้า (Electric Field : E) และความหนาแน่นของกระแส (Current Density : J) ในโลหะที่มีความถี่ต่ำจนถึงความถี่ 10^{10} Hz สามารถเขียนแทนดังสมการที่ 2.5 [2]

$$\nabla^2 H = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H}{\partial t}; \quad \nabla^2 E = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial E}{\partial t}; \quad \nabla^2 J = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial J}{\partial t} \quad (2.5)$$

จากสมการที่ (2.5) สามารถเขียนสมการให้อยู่ในรูปของ H เรียกว่าสมการ skin effect ดังแสดงในสมการที่ (2.6)

$$\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial}{\partial t} (H_x + H_y + H_z) \quad (2.6)$$

จากสมการที่ (2.6) เนื่องจากเบ้าหลอมมีลักษณะเป็นอุตสาหกรรม $H_y = 0, H_z = 0$ ดังนั้นความเข้มของสนามแม่เหล็กเขียนได้ดังสมการที่ (2.7)

$$\nabla^2 H = \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (2.7)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (2.7) จะพบว่าเป็น การเปลี่ยนแปลงของ H_x กับความลึกในแกน y ซึ่งผลของคำตอบในรูปของสมการอนุพันธ์ย่อยจะอยู่ในรูปของ $H_x = H_x(y) \cos \omega t$ และสามารถ

เขียนให้อยู่ในรูปของจำนวนเชิงซ้อน เพื่อที่จะให้ได้ผลเฉลยอยู่ในรูปของจำนวนจริงได้ดังสมการที่ (2.8)

$$\frac{d^2 H_x}{dy^2} - \frac{\mu}{\rho} j\omega H_x = 0$$

เมื่อกำหนดให้ $\alpha^2 = \frac{\mu\rho}{2\rho}$ ทำให้อยู่ในรูปของสมการดิฟเฟอเรนเชียลได้ดังนี้

$$\frac{d^2 H_x}{dy^2} - 2j\alpha^2 H_x = 0$$

เมื่อกำหนดให้ $k^2 = 2j\alpha^2$ ดังนั้นผลเฉลยของสมการดิฟเฟอเรนเชียลจะได้

$$H_x = A_1 \exp(ky) + A_2 \exp(-ky)$$

จากเงื่อนไขขอบเขต โดยเมื่อ $y = \infty$, H_x จะมีค่าจำกัดค่าใดค่าหนึ่งแสดงว่า $A_1 = 0$ และเมื่อ $y = 0$, $H_x = H_{om} \exp(j\omega t)$ ดังนั้น

$$H_x(y) = H_{om} \exp(-\alpha y \sqrt{2j}) \exp(j\omega t)$$

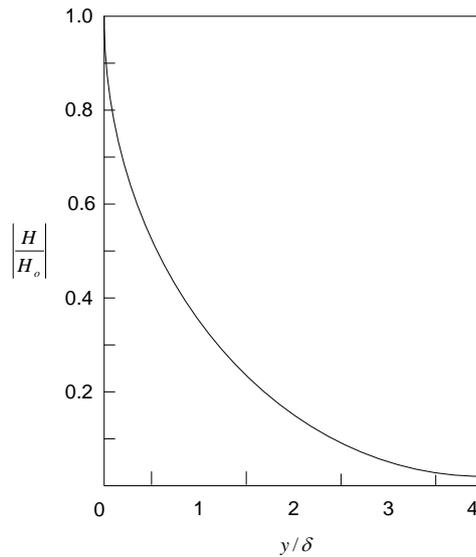
เมื่อ $\sqrt{2j} = 1 + j$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} H_x(y) &= H_{om} \exp[-1(+j)\alpha y + j\omega t] \\ &= H_{om} \exp(-\alpha y) \exp[j(\omega t - \alpha y)] \end{aligned}$$

เมื่อพิจารณาเฉพาะส่วนจริงจะทำให้ได้

$$H_x(y) = H_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.8)$$

จากเงื่อนไขตามสมการที่ (2.4) เมื่อพิจารณาผลเฉลยของสมการที่ (2.8) จะพบว่าขนาดของความเข้มสนามแม่เหล็กจะมีค่าลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียล และการเปลี่ยนแปลงของมุมเฟสที่ระยะใดๆ จากผิวของเบ้าหลอมจะเป็นแบบล้าหลังเมื่อเทียบกับมุมเฟสที่ผิวเป็นปริมาณ $\alpha y = \frac{y}{\delta}$ [2] โดยสามารถที่จะเขียนเป็นกราฟของความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มของสนามแม่เหล็กกับความลึกของผิวได้ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเข้มของสนามแม่เหล็กกับความลึกของผิว

ในการหาค่าความหนาแน่นของกระแส ความหนาแน่นของสนามแม่เหล็ก และ ฟลักซ์สนามแม่เหล็ก โดยเมื่อแทนค่าของ $B = \mu H$ ลงในสมการที่ (2.8) จะทำให้ได้

$$B_x(y) = B_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y)$$

จากสมการของแมกซ์เวล $J = \text{curl}(H)$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

และที่ได้กล่าวไว้แล้วว่า $H_y = 0, H_z = 0$ แสดงว่าไม่มีการเปลี่ยนแปลง ในทิศทางของ x และ z ทำให้ได้

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ H_x & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

พิจารณาเฉพาะส่วนจริงจะทำให้ได้สมการที่ (2.9)

$$J_z = -k \frac{\partial H_x}{\partial y} = k \left\{ -\exp(j\omega t) \left[\frac{\partial}{\partial y} \exp(-\alpha y \sqrt{(2j)}) \right] \right\} H_{om}$$

$$= k[\alpha\sqrt{2j} \exp(-\alpha y\sqrt{2j}) + j\omega t]H_{om}$$

แต่ $\sqrt{2j} = 1 + j = \sqrt{2} \exp(\frac{-j\pi}{4})$ ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} J_z &= k \left\{ \alpha\sqrt{2} \exp \left[-\alpha y(1 + j) + j\omega t + \frac{j\pi}{4} \right] \right\} H_{om} \\ &= k\alpha\sqrt{2}H_{om} \left[\exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y + \frac{\pi}{4}) \right] \end{aligned} \quad (2.9)$$

จากสมการที่ (2.9) จะพบว่าความหนาแน่นของกระแสมีทิศทางตั้งฉากกับความเข้มสนามแม่เหล็กเสมอ และมีมุมเฟสแบบนำหน้าอยู่ 45 องศา

เมื่อ $y = 0$

$$\begin{aligned} J_{z0} &= \sqrt{2}H_{om}\alpha \exp \left[j(\omega t + \frac{\pi}{4}) \right] \\ &= \sqrt{2}H_{x0}\alpha \exp(j\frac{\pi}{4}) \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} J_z(y) &= J_{om} \exp(j\omega t - \alpha y\sqrt{2j}) \\ &= j_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \end{aligned} \quad (2.10)$$

เราสามารถหาค่าความเข้มของสนามไฟฟ้า จากความสัมพันธ์ $E = \rho J$ โดยใช้ผลเฉลยของสมการที่ (2.10) ทำให้ได้สมการที่ (2.11)

$$E_z = \rho J_{om} \exp(-\alpha y) \cos(\omega t - \alpha y) \quad (2.11)$$

สำหรับการหาค่ากระแสรวมต่อหนึ่งหน่วยความยาว (มีหน่วยเป็นเมตร) โดยการอินทิเกรต J จะพบว่าจะมีมุมล้ำหลังมุมเฟสความยาวของความหนาแน่นของกระแสที่ผิวอยู่ 45 องศา ดังสมการที่ (2.12)

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\infty} J_z dy(x1) \\ &= \frac{J_{om}}{\sqrt{2}\alpha} \cos(\omega t - \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \quad (2.12)$$

จากที่ได้กล่าวมาแล้วเมื่อมีกระแสไหลในเบ้าหลอมก็จะเกิดมีความร้อนขึ้น โดยกำลังสูญเสียที่เบ้าหลอมต่อ 1 ตารางเมตร และเนื่องจากความหนาแน่นของกระแสแปรตามเวลาเป็นราย

คาบ ดังนั้นในการหาค่ากำลังสูญเสียต่อหนึ่งพื้นที่จึงต้องหาเป็นค่าเฉลี่ยกำลังต่อ 1 คาบเวลจะมีค่า
ดังสมการที่ (2.13) [2]

$$\begin{aligned} P &= \int_0^{\infty} \rho J_z^2(y) dy (x1)(x1) \\ &= \rho J_{om}^2 \int_0^{\infty} \exp(-2\alpha y) \cos^2(\omega t - \alpha y) dy dt \\ &= \frac{\rho J_{om}^2}{4\alpha} \end{aligned}$$

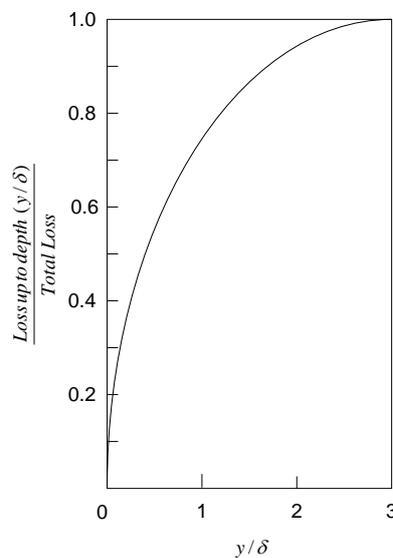
แต่เรารู้แล้วว่าค่าของ $|J_{om}| = \sqrt{2}|H_{om}|\alpha = \sqrt{2}|H_{om}|/\delta$ และ H_o เป็นค่า r.m.s. ของ H
ดังนั้นจะได้

$$P = \frac{\rho H_{om}^2}{2\delta} = \frac{\rho H_o^2}{\delta} \quad (2.13)$$

เราสามารถหาค่ากำลังสูญเสียของเบ้าหลอมจากผิวถึงระดับความลึก y โดยเป็นสัดส่วน
กำลังสูญเสียทั้งหมด ดังแสดงในสมการที่ (2.14) [2]

$$\frac{P_y}{P} = 1 - \exp(-2\alpha y) \quad (2.14)$$

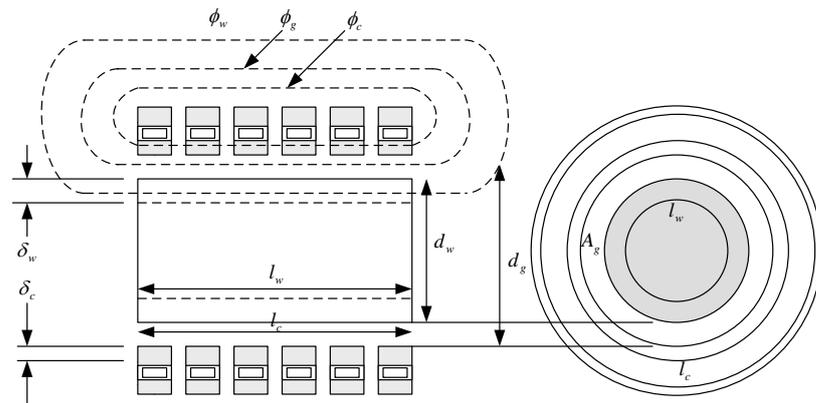
จากสมการที่ (2.14) ทำให้เราสามารถเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสูญเสีย
ต่อพื้นที่ผิวกับระยะจากผิวของเบ้าหลอม ดังแสดงในรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังสูญเสียต่อพื้นที่ผิวกับระยะจากผิวเบ้าหลอม

2.3 การวิเคราะห์ห้วงจรสมมูลของขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก

จากที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นแล้วว่า ขดลวดเหนี่ยวนำความร้อนจะเปรียบเสมือนขดลวดทางด้านปฐมภูมิของหม้อแปลงที่มีจำนวนรอบเท่ากับขดลวดเหนี่ยวนำความร้อน ส่วนเบ้าหลอมจะเปรียบเสมือนขดลวดทางด้านทุติยภูมิของหม้อแปลง ที่มีจำนวนรอบเพียงหนึ่งรอบเท่านั้น และชิ้นงานเป็นโหลดที่ต่ออยู่โดยความต้านทานสมมูลของโลหะที่เป็นชิ้นงานจะมีค่าค่อนข้างต่ำ โดยพิจารณาว่ามีความต้านทานต่ออนุกรมกับค่าตัวเหนี่ยวนำ เมื่อเกิดการเหนี่ยวนำความร้อนพิจารณาในรูปที่ 2.6 ฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กจะคล่องผ่านระบบ [2] คือ



รูปที่ 2.6 ฟลักซ์สนามแม่เหล็กคล่องผ่านเบ้าหลอมและขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก

2.3.1 เส้นแรงแม่เหล็กที่คล่องผ่านเบ้าหลอม (Work flux : ϕ_w)

เราสามารถหาค่ากำลังงานที่เกิดขึ้นที่ชิ้นงานและเส้นแรงแม่เหล็กที่คล่องผ่านเบ้าหลอมได้ดังสมการที่ (2.15) และ (2.16) [2] ตามลำดับ

$$P_w = \mu \eta H_{Rm}^2 (l_w A_w) p \quad (2.15)$$

$$\phi_{wm} = \mu H_{Rm} A_w (q - jp) \quad (2.16)$$

โดยที่ p และ q เป็นค่าตัวเลขเฉพาะ

ϕ_{wm} คือค่ายอดของเส้นแรงแม่เหล็กที่ผิวของเบ้าหลอม (Wb)

H_{Rm} คือค่ายอดของความเข้มสนามแม่เหล็กที่ผิวของเบ้าหลอม ($A \cdot m^{-1}$ หรือ A/m)

l_w คือความยาวของชิ้นงานที่ถูกเหนี่ยวนำ (m)

A_w คือพื้นที่หน้าตัดของเบ้าหลอม (m^2)

R คือรัศมีของเบ้าหลอม (m)

2.3.2 เส้นแรงแม่เหล็กที่คล้องผ่านอากาศ (Air-gap : ϕ_g)

ค่าฟลักซ์สนามแม่เหล็กในอากาศซึ่งปกติจะขนาดค่อนข้างใหญ่ในขณะที่ไม่มีเบ้าหลอมอยู่ในขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก แต่จะมีขนาดเล็กลงเมื่อมีเบ้าหลอมอยู่ในขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก เพราะพื้นที่หน้าตัดที่ฟลักซ์คล้องผ่านจะลดลงนอกจากนี้ ยังส่งผลให้ตัวประกอบกำลังของขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กแย่งกว่าปกติ ซึ่งสามารถหาค่าได้ดังสมการที่ (2.17) [2]

$$\phi_{gm} = \mu_o H_{Rm} A_g \quad (2.17)$$

2.3.3 ฟลักซ์สนามแม่เหล็กที่คล้องขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก

ตัวขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กก็เกิดปรากฏการณ์ผิวเช่นเดียวกับที่เบ้าหลอม เราสามารถหาค่าได้ดังสมการที่ (2.18) [2]

$$\phi_{cm} = k_r \mu_o \delta_c \pi d_c H_{om} \frac{(1-j)}{2} \quad (2.18)$$

โดยที่

δ_c คือความลึกที่เกิดขึ้นในขดลวด

k_r คือค่า Correction Factor ปกติจะมีค่าระหว่าง 1-1.5 โดยทั่วไปใช้ค่า 1.5

เมื่อรวมค่าฟลักซ์ของสนามแม่เหล็กทั้งระบบจะได้

$$\phi_{om} = \phi_{wm} + \phi_{gm} + \phi_{cm}$$

ถ้าต้องการให้อยู่ในรูปของ r.m.s. จะได้

$$\phi_o = \phi_w + \phi_g + \phi_c$$

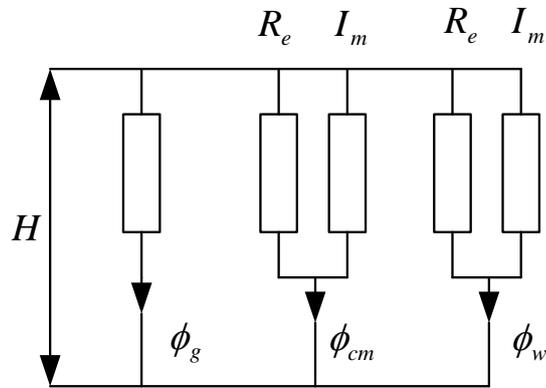
เมื่อพิจารณาในรูปที่ 2.6(b) เราสามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ (2.19) [2]

$$\phi_{om} = \mu_o H_{om} \left[\left(A_g + \mu_r q A_w + k_r \frac{\pi d_c \delta_c}{2} \right) - j \left(\mu_r p A_w + k_r \frac{k d_c \delta_c}{2} \right) \right] \quad (2.19)$$

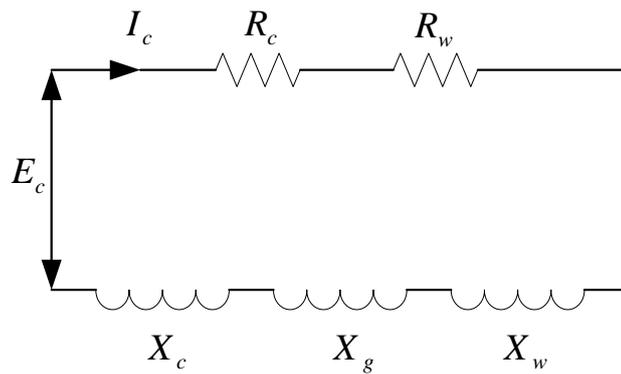
แรงดันที่ตกคร่อมขดลวดแบบ r.m.s. สามารถหาค่าได้ดังสมการที่ (2.20) [2]

$$E_c = \frac{2\pi f \mu_o N_c^2}{l_c} I_c \left[\left(\mu_r p A_w + \frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2} \right) + j \left(A_g + \mu_r q A_w + \frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2} \right) \right] \quad (2.20)$$

จากทางเดินของฟลักซ์สนามแม่เหล็ก สามารถเขียนเป็นเส้นทางเดินของสนามแม่เหล็ก ดังแสดงในรูปที่ 2.7 (a) และในรูปที่ 2.7 (b) เป็นวงจรสมมูลทางไฟฟ้า โดยสามารถนำมาเขียนให้อยู่ในรูปของอิมพีแดนซ์ได้ ดังสมการที่ (2.21) [2]



รูปที่ 2.7(a) วงจรสมมูลทางแม่เหล็กของขดลวดเหนี่ยวนำ



รูปที่ 2.7(b) วงจรสมมูลทางไฟฟ้าของขดลวดเหนี่ยวนำ

$$Z = (R_w + R_c) + j(X_g + X_w + X_c) \tag{2.21}$$

โดย

R_w คือความต้านทานของชิ้นงาน

$$R_w = K(\mu_r p A_w) \tag{2.22}$$

R_c คือความต้านทานของขดลวด

$$R_c = K \left(\frac{k_r \pi d_c \delta_c}{2} \right) \tag{2.23}$$

X_g คือรีแอกแตนซ์จากช่องอากาศ

$$X_g = K(A_g) \quad (2.24)$$

X_w คือรีแอกแตนซ์จากชิ้นงาน

$$X_w = K(\mu_r q A_w) \quad (2.25)$$

X_c คือรีแอกแตนซ์จากขดลวด

$$X_c = K \left(\frac{k_r \pi d \delta_c}{2} \right) \quad (2.26)$$

โดยที่ $K = [2\pi f \mu_0 N_c^2 / I_c]$

เราสามารถนำค่าเหล่านี้มาคำนวณเป็นคุณสมบัติของขดลวดสร้างสนามแม่เหล็กได้ดังนี้

ประสิทธิภาพของขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก

$$\eta = \frac{R_w}{R_c + R_w} \quad (2.27)$$

ตัวประกอบกำลังของขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก

$$\cos \phi = \frac{R_w + R_c}{Z} \quad (2.28)$$

โดย

$$Z^2 = (R_c + R_w)^2 + (X_g + X_w + X_c)^2 \quad (2.29)$$

กำลังที่ขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก

$$P = \frac{P_w}{\eta} \quad (2.30)$$

กำลังที่ปรากฏที่ขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก

$$(VA)_c = P / \cos \phi = I_c^2 Z \quad (2.31)$$

แรงดันต่อรอบที่ขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก

$$\frac{E_c}{N_c} = \frac{(VA)_c}{H_o I_c} \quad (2.32)$$

กระแสที่รอบที่ขดลวดสร้างสนามแม่เหล็ก

$$I_c N_c = H_o I_c \quad (2.33)$$

2.4 ทฤษฎีพื้นฐานของวงจรเรโซแนนซ์

วงจรไฟสลัปที่เกิดสภาวะเรโซแนนซ์หมายถึง วงจรที่มีค่าเพาเวอร์แฟกเตอร์ของวงจรเท่ากับหนึ่ง นั่นคือกระแสที่ไหลในวงจรจะมีเฟสตรงกันกับแรงดันที่จ่ายให้แก่วงจร และค่าอิมพีแดนซ์เทียบเท่าภายในวงจรจะเหลือแต่ค่าความต้านทานเพียงอย่างเดียวเท่านั้น เพราะค่าอินดักทีฟรีแอกแตนซ์และค่าคาปาซิทีฟรีแอกแตนซ์จะหักล้างกันหมดไป ในขั้นพื้นฐานจะสามารถแยกพิจารณาออกเป็น 2 ลักษณะคือ วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม และวงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน

2.4.1 วงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรม (Series Resonant Circuit)

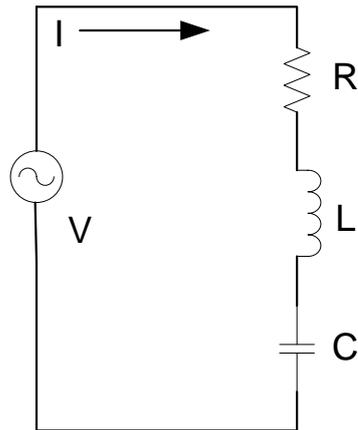
ลักษณะพฤติกรรมทางไฟฟ้า ของวงจรเรโซแนนซ์แบบอนุกรมจะมีอิมพีแดนซ์ที่ตำแหน่งเรโซแนนซ์ต่ำที่สุด ดังนั้นจะทำให้กระแสไหลผ่านวงจรได้มากที่สุดจึงทำให้เกิดกำลังไฟฟ้าที่โหลดมีค่าสูงสุด วิธีการควบคุมกำลังไฟฟ้าทำได้โดยการลดแรงดันที่จ่ายให้วงจรหรือเลื่อนความถี่การใช้งานให้ต่ำหรือสูงกว่าตำแหน่งเรโซแนนซ์ เมื่อพิจารณาในรูปที่ 2.8 a) ค่าอิมพีแดนซ์ของวงจร RLC ที่ต่อแบบอนุกรมจะมีค่าดังสมการที่ (2.34)

$$Z = R + j(X_L - X_C) \quad (2.34)$$

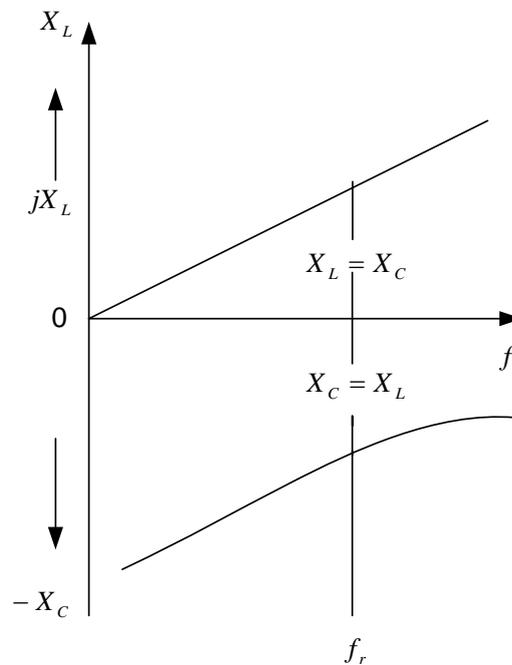
สภาวะเรโซแนนซ์จะสามารถหาค่าความถี่ได้ดังสมการที่ (2.35)

$$\begin{aligned} X_L &= X_C \\ 2\pi f_r L &= \frac{1}{2\pi f_r C} \\ f_r^2 &= \frac{1}{(2\pi)^2 LC} \\ f_r &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \end{aligned} \quad (2.35)$$

จากสมการ (2.34) จะพบว่าค่าอิมพีแดนซ์จะขึ้นอยู่กับความถี่ของแหล่งจ่ายไฟ เนื่องจากค่า $X_L = 2\pi fL$ และค่า $X_C = 1/2\pi fC$ จากรูปที่ 2.8 b) จะเห็นว่าเมื่อความถี่ของแหล่งจ่ายไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นอย่างเป็นเชิงเส้น ค่า X_L จะมีค่าเพิ่มขึ้น ส่วนค่าของ X_C จะมีค่าลดลงอย่างเป็นเชิงเส้นด้วย โดยที่ผลรวมของค่ารีแอกแตนซ์จะมีค่าเท่ากับ $(X_L - X_C)$ ดังนั้นถ้าหากความถี่ของแหล่งจ่ายไฟมีค่าเท่ากับความถี่เรโซแนนซ์ ดังสมการที่ (2.35) ก็จะมีผลทำให้ค่ารีแอกแตนซ์รวมมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้นอิมพีแดนซ์รวมของวงจรจะมีค่าเท่ากับค่าความต้านทาน ($Z=R$)



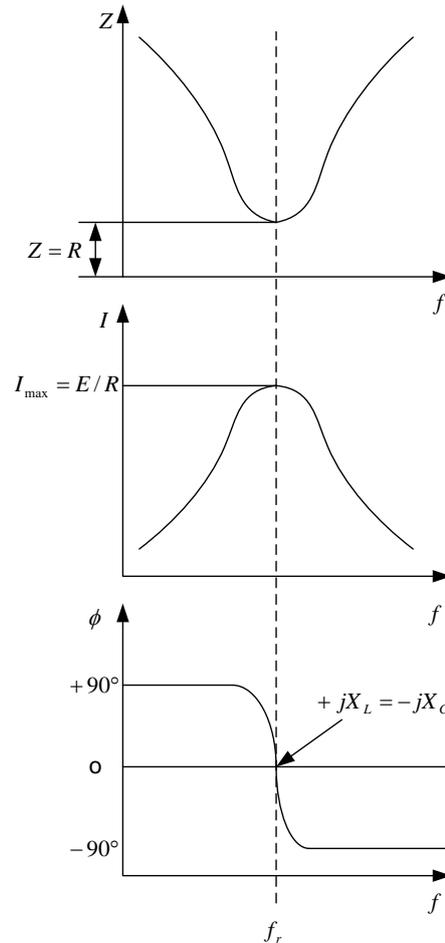
รูปที่ 2.8 (a) วงจร RLC อนุกรม

รูปที่ 2.8 (b) ความสัมพันธ์ของ X_L และ X_C ต่อความถี่สำหรับวงจร RLC แบบอนุกรม

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (2.36)$$

$$I = V/Z \quad (2.37)$$

จากสมการที่ (2.36) และสมการที่ (2.37) นำค่าอิมพีแดนซ์รวมและกระแสที่ไหลในวงจรที่ความถี่ใดๆ มาเขียนกราฟได้ดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 อิมพีแดนซ์รวม และกระแสที่ไหลในวงจร RLC แบบอนุกรม ที่ความถี่ต่างๆ

ค่าของแรงดันที่ตกคร่อมตัวต้านทาน ตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุที่ความถี่ใดๆ ดังแสดงในสมการที่ (2.38) ที่ความถี่เรโซแนนซ์จะพบว่าแรงดัน V_L และ V_C จะกลับเฟสกันอยู่ 180 องศา และแรงดัน V_R จะมีค่ามากที่สุด (แรงดัน V_L และ V_C หักล้างกันมีค่าเป็นศูนย์) แสดงว่าที่สภาวะเรโซแนนซ์จะไม่มีพลังงานสะสม

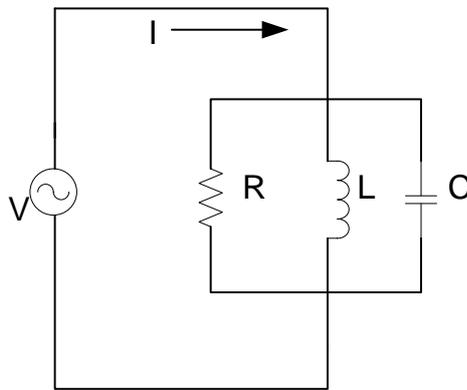
$$V_R = IR; V_L = IX_L; V_C = IX_C \quad (2.38)$$

ตัวประกอบคุณภาพ (Quality Factor : Q) หมายถึงอัตราส่วนระหว่างพลังงานที่ถูกเก็บเอาไว้ต่อพลังงานที่ถูกใช้ไป สำหรับในวงจร RLC อนุกรมพลังงานถูกเก็บเอาไว้ที่ตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุ จะสลับกันไปมาตลอดเวลา เพราะฉะนั้นในขณะเกิดสภาวะเรโซแนนซ์ค่าของ Q จะมีค่าเท่ากับ อัตราส่วนของค่ารีแอกแตนซ์ทั้งสองต่อค่าของความต้านทาน ดังแสดงในสมการที่ (2.39)

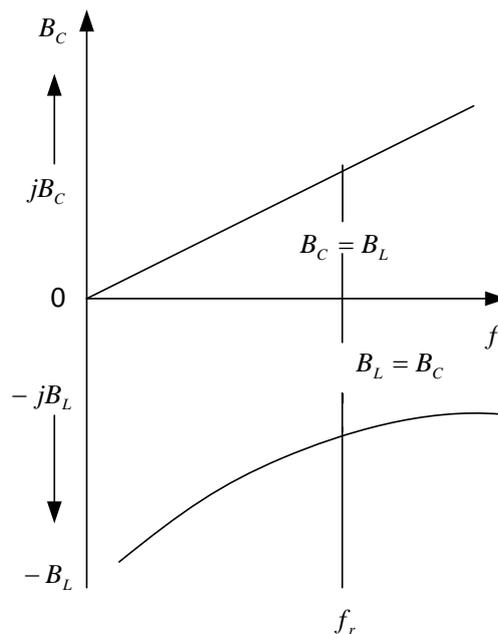
$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{X_C}{R} \quad (2.39)$$

2.4.2 วงจรเรโซแนนซ์แบบขนาน (Parallel Resonant Circuit)

เมื่อพิจารณาในรูปที่ 2.10 จะพบว่า เมื่อวงจรเกิดสถานะเรโซแนนซ์ได้ก็ต่อเมื่อ อินдукติฟ ซัมเชฟแดนซ์มีค่าเท่ากับคาปาซิทีฟ ซัมเชฟแดนซ์ หรือ $B_L = B_C$ ดังนั้นค่าแอดมิตแดนซ์ของวงจรจะน้อยที่สุด หรือกล่าวได้ว่ามีค่าเท่ากับควมนำเท่านั้น ดังแสดงในสมการที่ (2.41)



รูปที่ 2.10 (a) วงจร RLC แบบขนาน



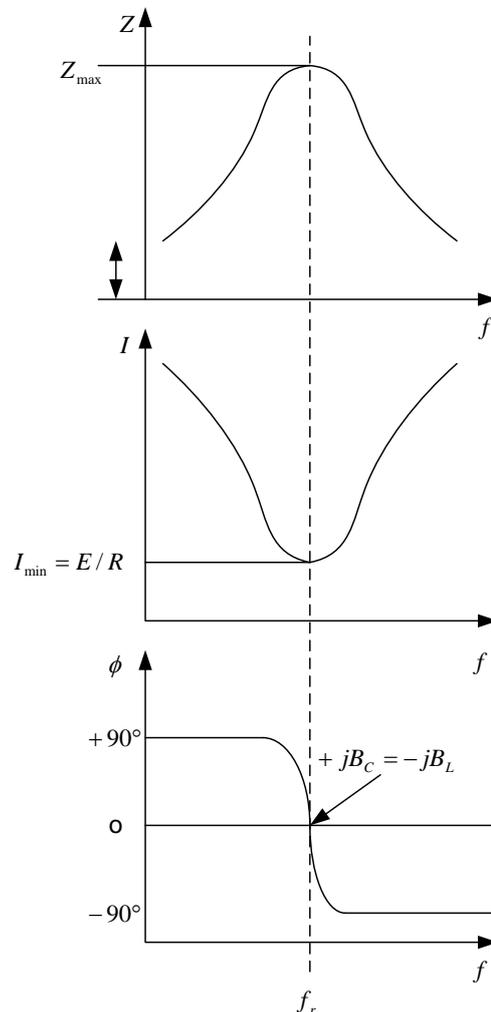
รูปที่ 2.10 (b) ความสัมพันธ์ของ X_L และ X_C ต่อความถี่สำหรับวงจร RLC แบบขนาน

$$Y = G + j(B_c - B_L) \quad (2.40)$$

เมื่อ $B_L = B_c$ ($f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$) จะได้

$$Y = G = \frac{1}{R} \quad (2.41)$$

เมื่อนำค่าอิมพีแดนซ์รวมและกระแสที่ไหลในวงจร RLC แบบขนานที่ความถี่ใดๆ มาเขียนกราฟได้ดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 อิมพีแดนซ์รวม และกระแสที่ไหลในวงจร RLC แบบขนาน ที่ความถี่ต่างๆ

เมื่อเกิดสถานะเรโซแนนซ์ขึ้นในวงจร RLC แบบขนาน กระแสทั้งหมดที่ไหลในวงจรจะมีค่าเท่ากับกระแสที่ไหลผ่านความต้านทานเพียงอย่างเดียว ส่วนกระแสที่ไหลผ่านคาปาซิเตอร์และตัวเหนี่ยวนำจะหักล้างกันหมดไป ดังนั้นกระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำและตัวคาปาซิเตอร์จะมีค่ามากกว่ากระแสที่ไหลในวงจรมากก็เท่าที่ข้อมเป็นไปได้ แต่ผลสุดท้ายค่ากระแสที่ไหลในวงจรก็จะเท่ากับกระแสที่ไหลผ่านความต้านทานนั่นเอง ส่วนค่าของ Q ของวงจรเรโซแนนซ์แบบ

ขบวนการจะมีค่าเท่ากับ อัตราส่วนระหว่างค่าชั้เซฟแดนซ์ทั้งสองต่อค่าความนำของวงจร ดังสมการที่ (2.42)

$$Q_r = \frac{B_C}{G} = \frac{B_L}{G} \quad (2.42)$$

โดยสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของกระแสได้ดังสมการที่ (2.43)

$$Q_r = \frac{I_C}{I_R} = \frac{I_L}{I_R} \quad (2.43)$$

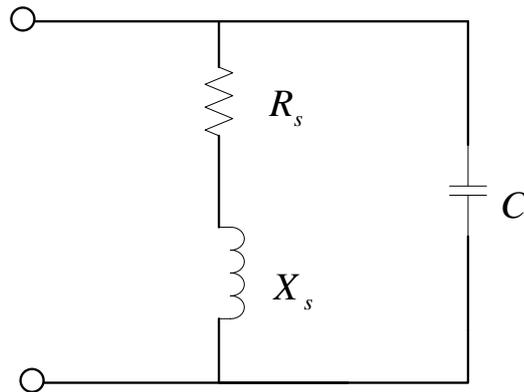
โดยที่

Q_r คือค่า Q ในขณะเกิดสภาวะเรโซแนนซ์

B_C คือค่า คาปาซิทีฟ ชั้เซฟแดนซ์ในขณะเกิดสภาวะเรโซแนนซ์

B_L คือค่า อินดักทีฟ ชั้เซฟแดนซ์ในขณะเกิดสภาวะเรโซแนนซ์

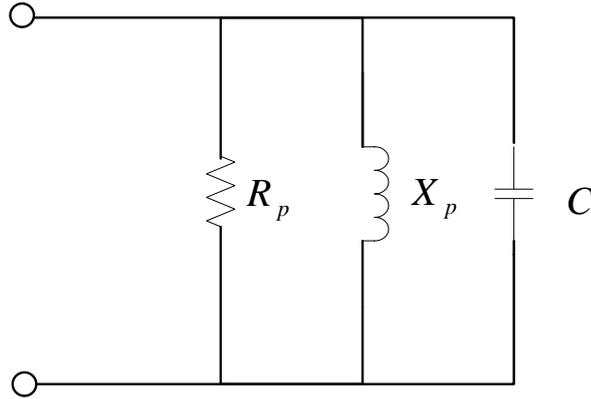
G คือค่า ความนำของวงจร



รูปที่ 2.12 วงจรแทงค์

สำหรับในรูปที่ 2.12 เป็นวงจรเสมือนของโหลดของวงจรอินเวอร์เตอร์เรโซแนนซ์แบบขนาน ซึ่งโดยทั่วไปจะเรียกว่าวงจรแทงค์ โดยเมื่ออยู่ที่สภาวะเรโซแนนซ์ค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจรสามารถหาค่าได้ดังสมการที่ (2.44)

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.44)$$



รูปที่ 2.13 วงจร RLC แบบขนาน

เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์หาค่าอิมพีแดนซ์ของวงจรแท่งที่แสดงในรูปที่ 2.12 เราสามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของวงจร RLC แบบขนาน ดังแสดงในรูปที่ 2.13 โดยสามารถค่าอิมพีแดนซ์รวมของวงจрдังแสดงในสมการที่ (2.45) [3]

$$Z(f) = \frac{R_p}{1 + jQ_p \left(\frac{f}{f_o} - \frac{f_o}{f} \right)} \quad (2.45)$$

โดยที่

$$R_p = \frac{x_s^2}{R_s} \quad (2.46)$$

$$X_p = X_s \quad (2.47)$$

$$Q_p = \frac{\omega L}{R} \quad (2.48)$$

R_p คือค่าความต้านทานสมมูลของวงจรแท่งที่แหล่งจ่ายมองเห็น

Q_p คือค่า Quality Factor ของวงจรแท่ง

f_o คือค่า Natural resonant frequency ของวงจรแท่ง

เมื่อพิจารณาสมการที่ (2.46) จะพบว่า R_p มีค่าแปรผกผันกับค่า R_s ดังนั้นเมื่อมีการใส่ชิ้นงานลงไปในขดลวดเหนี่ยวนำจะมีผลทำให้ค่า R_p มีค่าลดลงและค่า X_p มีค่าสูงขึ้นจึงมีผลทำให้ความถี่เรโซแนนซ์เปลี่ยนแปลงไปจากเดิม มีผลทำให้กำลังที่ด้านขาออกมีค่าลดลง

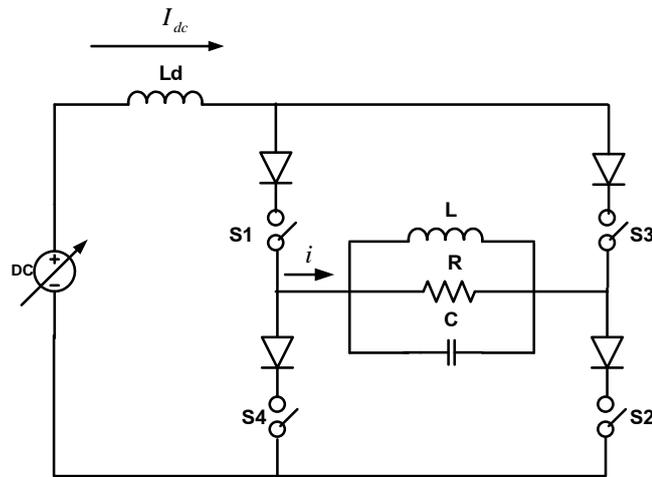
2.5 อินเวอร์เตอร์เรโซแนนซ์ชนิดแหล่งจ่ายกระแส

อินเวอร์เตอร์เรโซแนนซ์ชนิดแหล่งจ่ายกระแสแสดงในรูปที่ 2.14 ประกอบด้วยแหล่งจ่ายไฟตรงคงที่ (Constant Current Source) โดยในทางปฏิบัติสามารถทำได้โดยใช้แหล่งจ่ายแรงดันต่ออนุกรมกับตัวเหนี่ยวนำขนาดใหญ่ เพื่อให้กระแสชิลิ่งรีบและมีการป้อนกลับค่ากระแสเพื่อควบคุมให้กระแสชิลิ่งมีค่าคงที่ สวิตช์จะต้องเป็นชนิดที่สามารถปิดกั้นแรงดันได้สองทาง เช่น เอสซีอาร์, ทรานซิสเตอร์อนุกรมกับไดโอด, ไอจีบีทีหรือมอสเฟต อนุกรมกับไดโอด เป็นต้น และเพื่อให้เกิดกระแสพัลส์สลับที่ไหลลด การทำงานของสวิตช์จะต้องทำงานในลักษณะคู่ประกอบดังนี้

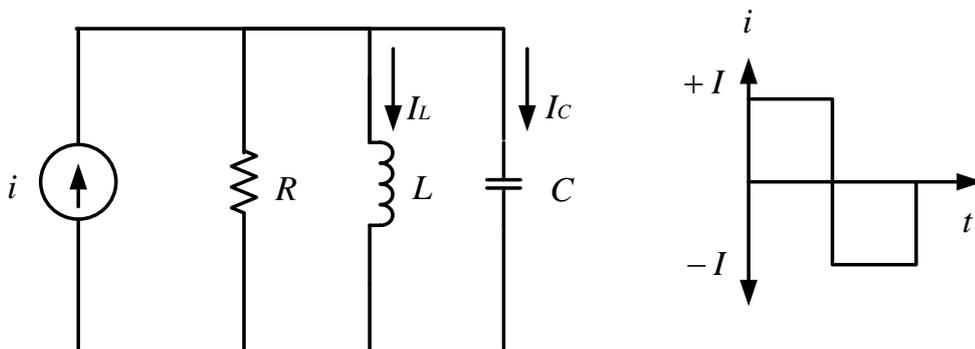
$$S1, S2 \text{ ON, } S3, S4 \text{ OFF} \quad i = +I \quad 0 < t < T/2 \quad (2.49)$$

$$S3, S4 \text{ ON, } S1, S2 \text{ OFF} \quad i = -I \quad T/2 < t < T \quad (2.50)$$

สำหรับแรงดันที่โหลดมีลักษณะเกือบจะเป็น Sine wave ในกรณีที่โหลดมีค่า Damping factor ที่ต่ำ และความถี่ในการทำงานใกล้เคียงกับความถี่เรโซแนนซ์ เพื่อให้สะดวกในการวิเคราะห์สามารถเขียนเป็นวงจรสมมูลอย่างง่ายดังรูปที่ 2.15



รูปที่ 2.14 อินเวอร์เตอร์เรโซแนนซ์ชนิดแหล่งจ่ายกระแส



รูปที่ 2.15 วงจรสมมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ห้วงจร

ดังนั้น

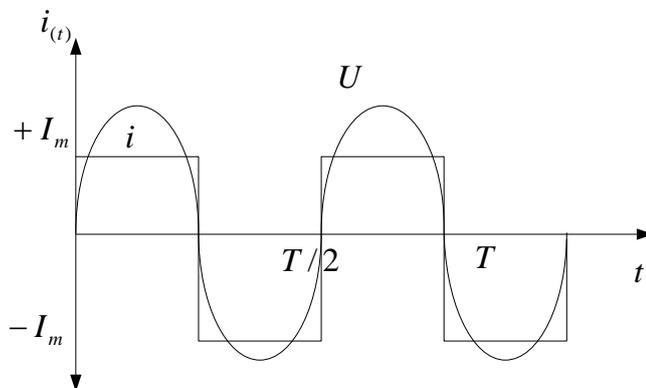
$$I_{1,rms} = \frac{4I_m}{\pi\sqrt{2}} \tag{2.57}$$

ส่วนแรงดันที่โหลดจะมีลักษณะเป็น Sinusoidal ดังนั้นจึงสามารถหาค่ากำลังไฟฟ้าได้จาก

$$P_{load} = I_{1,rms} \times V_{1,rms} \tag{2.58}$$

เมื่อแทนค่า $I_{1,rms}$ และ $V_{1,rms}$ จะได้

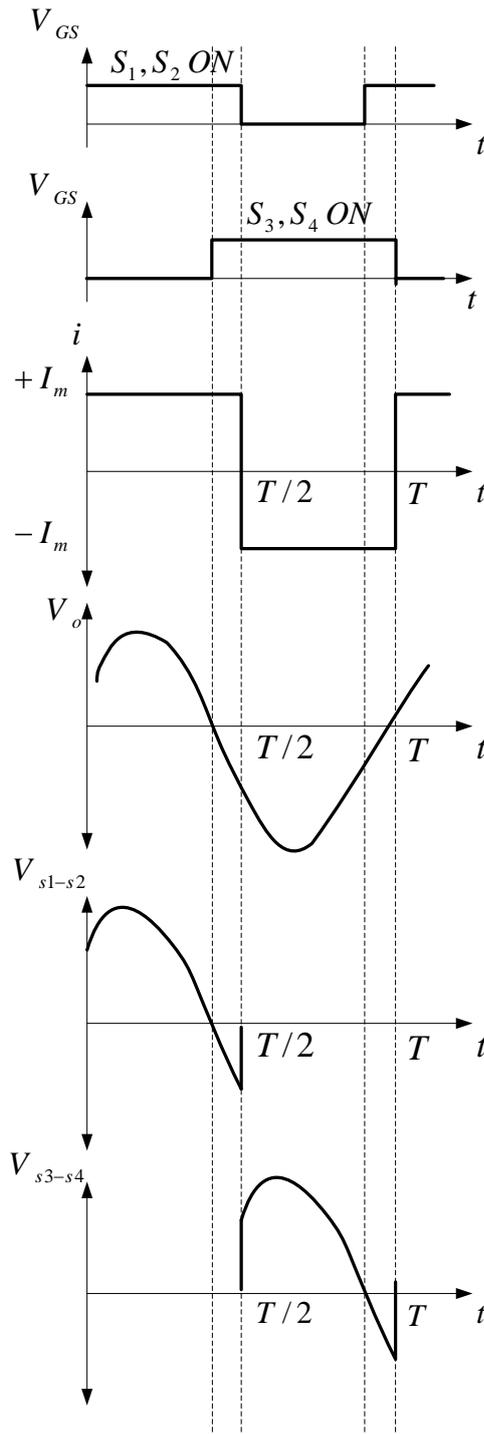
$$P_{load} = \frac{2I_m V_m}{\pi} \tag{2.59}$$



รูปที่ 2.16 รูปคลื่นสัญญาณกระแสและแรงดันที่โหลดในสภาวะเรโซแนนซ์

2.5.3 การทำงานที่ความถี่ต่ำกว่าความถี่เรโซแนนซ์

การทำงานที่ความถี่ต่ำกว่าความถี่เรโซแนนซ์จะทำให้โหลดมีสภาพเป็นอินดักทีฟ โหลด โดยมีรูปคลื่นของแรงดันกับกระแสที่โหลด และสวิตช์ของอินเวอร์เตอร์เรโซแนนซ์ชนิดแหล่งจ่ายกระแส ดังแสดงไว้ในรูปที่ 2.17 [4] จะเห็นได้ว่าสวิตช์ตัวนำที่นำกระแสอยู่จะหยุดนำกระแสได้เมื่อหยุดป้อนแรงดันที่เกิด และสวิตช์ที่เปิดวงจรอยู่จะนำกระแสได้ก็ต่อเมื่อสวิตช์อีกตัวนำกระแสไปแล้ว ซึ่งช่วงดังกล่าวอาจทำให้เกิดการทำงานที่ไม่ต่อเนื่องกันของสวิตช์ จึงทำให้เกิดสภาวะเปิดวงจรออกของตัวเหนี่ยวนำกรองกระแส (L_d) ทำให้เกิดแรงดันยอดสูง (Spike Voltage) ขึ้นที่สวิตช์อาจทำให้สวิตช์เสียหายได้ สำหรับการปิดกั้นแรงดันของสวิตช์นั้นในช่วงที่แรงดันตกคร่อมสวิตช์เป็นบวก ไอจีบีทีจะปิดกั้นแรงดันไว้และเมื่อแรงดันเป็นลบ ไดโอดจะทำหน้าที่ปิดกั้นแรงดันแทน

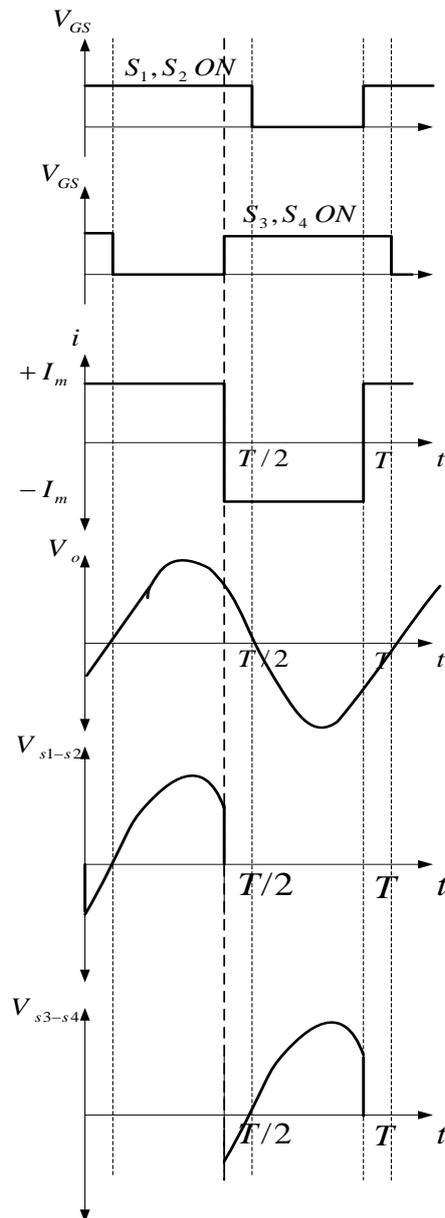


รูปที่ 2.17 รูปคลื่นของแรงดันและกระแสที่โหลดและที่อุปกรณ์สวิตช์ที่ความถี่ต่ำกว่าความถี่เรโซแนนซ์ (รูปร่างสัญญาณของกระแสจะคล้ายรูปร่างสัญญาณแรงดัน ($\xi < 1$))

2.5.4 การทำงานที่ความถี่สูงกว่าความถี่เรโซแนนซ์

การทำงานที่ความถี่สูงกว่าความถี่เรโซแนนซ์จะทำให้โหลดมีสภาพเป็นคาปาซิทีฟโหลด โดยมีรูปคลื่นของแรงดันกับกระแสที่โหลดและสวิตช์ของอินเวอร์เตอร์เรโซแนนซ์

ชนิดแหล่งจ่ายกระแส ดังแสดงไว้ในรูปที่ 2.18 จะเห็นได้ว่าการสั่งให้สวิตช์ตัวที่เปิดวงจรอยู่ให้นำกระแสจะทำให้สวิตช์ตัวที่นำกระแสอยู่ได้รับแรงดันรีเวอร์สไบอัสจึงหยุดนำกระแส ดังนั้นการทำงานของสวิตช์จะเป็นไปอย่างต่อเนื่องกันหรือเรียกว่าเป็นแบบคู่ประกอบกัน (Complementary Switch) สำหรับการปิดกั้นแรงดันของสวิตช์นั้นในช่วงที่แรงดันตกคร่อมสวิตช์เป็นบวกไอจีบีทีจะปิดกั้นแรงดันไว้ และเมื่อแรงดันเป็นลบไดโอดจะทำหน้าที่ปิดกั้นแรงดันแทน



รูปที่ 2.18 รูปคลื่นของแรงดันและกระแสที่โหลดและอุปกรณ์สวิตช์ที่ความถี่สูงกว่าความถี่เรโซแนนซ์ (รูปร่างสัญญาณของกระแสจะนำหน้ารูปร่างสัญญาณแรงดัน ($\zeta < 1$))