

บทที่ 3 วิธีการหาคำตอบเชิงตัวเลข

วิธีการหาคำตอบเชิงตัวเลข เป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับการหาคำตอบของปัญหาเคเบิลได้ทะเล เพราะสมการสมดุลทางสถิตยศาสตร์ที่ได้จากการวิเคราะห์เป็นสมการอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้น (Nonlinear differential equation) ซึ่งการหาคำตอบที่มีรูปแบบแน่นอนทำได้ยาก โดยวิธีการหาคำตอบเชิงตัวเลขในงานวิจัยนี้จะใช้ระเบียบวิธียิงเป้าประกอบกับระเบียบวิธีรุ่งเง-คุดตาอันดับที่สี่ เข้ามาช่วยในการหาคำตอบ

ในกระบวนการแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้จะต้องใช้สมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง ทั้งหมดแปดสมการ แล้วจึงนำเข้าสู่ระบบการคำนวณของระเบียบวิธีรุ่งเง-คุดตา วิธีนี้จะเริ่มทำการคำนวณค่าตัวแปรต่างๆ ที่อยู่ในระบบสมการจากขอบเขตหนึ่งไปสู่อีกขอบเขตหนึ่งของปัญหา ทั้งนี้ต้องอาศัยการเปลี่ยนแปลงของค่าตัวแปรหลัก ในงานวิจัยนี้ใช้ s_0 เป็นตัวแปรหลัก มีขอบเขตระหว่าง $0 \leq s_0 \leq s_{total}$ และกำหนดให้ $s_0 = 0$ เป็นขอบเขตล่าง และ $s_0 = s_{total}$ เป็นขอบเขตบน โดยทิศทางการคำนวณของระเบียบวิธีรุ่งเง-คุดตา จะเริ่มคำนวณจากขอบเขตล่างไปสู่อีกขอบเขตบน ซึ่งที่ขอบเขตล่างจะทำหน้าที่ป้อนค่าสถานะเริ่มต้น โดยค่าสถานะเริ่มต้นนี้มีทั้งตัวแปรที่ทราบค่าและไม่ทราบค่า ตัวแปรที่ทราบค่าจะได้มาจากการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตเริ่มต้น ส่วนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าให้ทำการกำหนดค่าสมมติที่ใกล้เคียงกับผลการวิเคราะห์ที่คาดว่าจะได้รับ หลังจากนั้นจะทำการตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าตัวแปรที่คำนวณได้กับค่าเงื่อนไขขอบเขต แล้วทำการปรับแก้ค่าสถานะเริ่มต้นใหม่ แล้วเริ่มการคำนวณใหม่จนกว่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจะยอมรับได้

3.1 สมการอนุพันธ์

ในการแก้ปัญหาทางสถิตยศาสตร์ของเคเบิลได้ทะเลในสามมิติ ที่พิจารณาถึงผลของการยึดตัวตามแนวแกนของเคเบิลนั้น ระเบียบวิธียิงเป้าเป็นอีกวิธีหนึ่งที่ใช้ได้ดี ซึ่งการหาคำตอบด้วยวิธีนี้ต้องใช้สมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งทั้งหมดแปดสมการ อันได้แก่ สามสมการสมดุล สามสมการเรขาคณิตของชิ้นส่วนย่อยของเคเบิล หนึ่งสมการนิยามความเครียด และหนึ่งสมการแรงดึงประสิทธิผล โดยสมการเหล่านี้ถูกจัดให้อยู่ในรูปของสมการดิฟเฟอเรนเชียล เทียบกับตัวแปรหลัก s_0 ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.1.1 สมการสมดุล

สมการสมดุลได้มาจากการวิเคราะห์เคเบิลในสถานะสมดุลสถิต เมื่อถูกแรงมากระทำในรูปแบบต่างๆ ในงานวิจัยนี้แบ่งลักษณะการวิเคราะห์เคเบิลได้ทะเลออกเป็นสองลักษณะคือ เคเบิลได้ทะเลแบบ

ทั่วไปโดยจะพิจารณาแรงที่มากระทำดังนี้คือ แรงลากเนื่องจากความเร็วของกระแสน้ำ แรงลอยตัว แรงดันน้ำ และน้ำหนักของเคเบิลเอง ส่วนเคเบิลลักษณะที่สองเรียกว่า เคเบิลได้ทะเลแบบสะเทิน ลอยตัวเป็นเคเบิลที่จะพิจารณาเฉพาะแรงลากที่มากระทำในแนวราบโดยมีทิศทางขนานกับผิวน้ำทะเล และแรงกระทำอื่นๆ ได้แก่ แรงลอยตัว แรงดันน้ำ ซึ่งจะไม่คติน้ำหนักของเคเบิล

1. ในกรณีของเคเบิลได้ทะเลแบบทั่วไป

สมการสมดุลของเคเบิลได้ทะเลแบบทั่วไปนี้ เป็นสมการที่ได้จากการพิจารณาแรงที่มากระทำคือ แรงลากเนื่องจากความเร็วของกระแสน้ำ แรงลอยตัว แรงดันน้ำ และน้ำหนักของเคเบิลเอง ที่เกิดขึ้นต่อชิ้นส่วนย่อยของเคเบิลในสภาวะได้ทะเล ซึ่งมีผลต่อลักษณะการวางตัวของเคเบิล โดยได้นำเสนอไปแล้วในสมการที่ (2.45 ก,ข,ค) จากนั้นทำการแทนค่าแรงลาก F, G , และ H จากสมการที่ (2.38 ก,ข,ค) แล้วจัดรูปแบบสมการใหม่ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}\frac{dT}{ds_0} &= \frac{W_e \sin \psi}{(1 + \varepsilon_0)} - \left[\frac{1}{2} \rho_w D \pi C_{DT} (1 - v \varepsilon_0) (u_s) |u_s| \right] \\ \frac{d\phi}{ds_0} &= -\frac{1}{2} \frac{\rho_w D C_{DN} (1 - v \varepsilon_0)}{T \cos \psi} (v_s) \sqrt{(v_s^2 + w_s^2)} \\ \frac{d\psi}{ds_0} &= \frac{W_e \cos \psi}{(1 + \varepsilon_0) T} - \left[\frac{1}{2T} \rho_w D C_{DN} (1 - v \varepsilon_0) (w_s) \sqrt{(v_s^2 + w_s^2)} \right]\end{aligned}\quad (3.1 \text{ ก,ข,ค})$$

กำหนดให้ตัวแปร $s_0^* = s_0 / s_{total}$; $\bar{s}_{total} = s_{total} / L$; $\bar{s}_0 = s_0 / L$; $\bar{s} = s / L$; $\bar{r}_0 = r_0 / L$; $\bar{z}_0 = z_0 / L$; $\bar{T}_g = T / (W_e L)$; $\bar{V} = V / \sqrt{gL}$; $\alpha = \rho_w g D L / (2W_e)$; $\beta_1 = W_e L / EA$ เพื่อทำการจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบไร้หน่วย (Dimensionless) ซึ่งจะเหมาะสำหรับการวิเคราะห์ปัญหาที่มีจำนวนตัวเลขมากมาย เนื่องจากค่าที่คำนวณได้จะอยู่ในรูปแบบไร้หน่วย ซึ่งมีค่าน้อยจะสะดวกต่อการนำเสนอในรูปแบบกราฟ ทำการแทนค่าตัวแปรที่กำหนดลงไปในสมการที่ (3.1 ก,ข,ค) โดยไม่คิดอัตราส่วนปัวซอง ($\nu = 0$) และแทนค่า u_s, v_s , และ w_s จากสมการที่ (2.33 ก,ข,ค) โดยไม่คิดความเร็วของกระแสน้ำในแนวดิ่ง ($V_z = 0$) จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{T}_g}{ds_0^*} &= \frac{\bar{T}_{total}}{s_0^*} * \left\{ \frac{\sin \psi}{(1 + \varepsilon_0)} - \left[\frac{\pi \alpha C_{DT} (\bar{V}_x \cos \psi \cos \phi + \bar{V}_y \cos \psi \sin \phi)^*}{|\bar{V}_x \cos \psi \cos \phi + \bar{V}_y \cos \psi \sin \phi|} \right] \right\} \\
\frac{d\phi}{ds_0^*} &= -\frac{\bar{T}_{total}}{s_0^*} * \left\{ \frac{\alpha C_{DN}}{\bar{T}_g \cos \psi} (-\bar{V}_x \sin \phi + \bar{V}_y \cos \phi)^* \right. \\
&\quad \left. \sqrt{(-\bar{V}_x \sin \phi + \bar{V}_y \cos \phi)^2 + (-\bar{V}_x \sin \psi \cos \phi - \bar{V}_y \sin \psi \sin \phi)^2} \right\} \\
\frac{d\psi}{ds_0^*} &= \frac{\bar{T}_{total}}{s_0^*} * \left\{ \frac{\cos \psi}{(1 + \varepsilon_0) \bar{T}_g} - \frac{\alpha C_{DN}}{\bar{T}_g} (-\bar{V}_x \sin \psi \cos \phi - \bar{V}_y \sin \psi \sin \phi)^* \right. \\
&\quad \left. \sqrt{(-\bar{V}_x \sin \phi + \bar{V}_y \cos \phi)^2 + (-\bar{V}_x \sin \psi \cos \phi - \bar{V}_y \sin \psi \sin \phi)^2} \right\}
\end{aligned} \tag{3.2 ก,ข,ค}$$

โดยที่ $\bar{T}_g$ คือแรงดึงประสิทธิผลของเคเบิลใต้ทะเลแบบทั่วไป แบบไร้หน่วย $\left(\bar{T}_g = \frac{T}{W_e L} \right)$

2. ในกรณีของเคเบิลใต้ทะเลแบบสะเทินลอยตัว

สมการสมดุลของเคเบิลใต้ทะเลแบบสะเทินลอยตัวนี้ เป็นสมการที่ได้จากการพิจารณาแรงลากเนื่องจากความเร็วของกระแสน้ำในทิศทางขนานกับผิวน้ำทะเล ลักษณะของแรงที่มากระทำจะเท่ากันตลอดความลึกของน้ำทะเล โดยที่องค์ประกอบของแรงในแนวดิ่งที่เกิดจากน้ำหนักของเคเบิลจะไม่ถูกนำมาพิจารณา

$$\begin{aligned}
\frac{dT}{ds_0} &= -q_x \cos \psi \cos \phi - q_y \cos \psi \sin \phi - q_z \sin \psi \\
\frac{d\phi}{ds_0} &= \frac{q_x \sin \phi - q_y \cos \phi}{T \cos \psi} \\
\frac{d\psi}{ds_0} &= \frac{q_x \sin \psi \cos \phi + q_y \sin \psi \sin \phi - q_z \cos \psi}{T}
\end{aligned} \tag{3.3 ก,ข,ค}$$

กำหนดให้ตัวแปร $s_0^* = s_0 / s_{total}$; $\bar{s}_{total} = s_{total} / L$; $\bar{s}_0 = s_0 / L$; $\bar{s} = s / L$; $\bar{r}_0 = r_0 / L$; $\bar{z}_0 = z_0 / L$; $\bar{T}_n = T / (q_x L)$; $\beta_2 = q_x L / EA$ แล้วแทนค่าตัวแปรที่กำหนดลงไปในสมการที่ (3.3 ก,ข,ค) จะได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{T}_n}{ds_0^*} &= -\bar{s}_{total} * \left(\cos\psi \cos\phi + (q_y / q_x) \cos\psi \sin\phi + (q_z / q_x) \sin\psi \right) \\
\frac{d\phi}{ds_0^*} &= \frac{-}{s_{total}} * \frac{(\sin\phi - (q_y / q_x) \cos\phi)}{\bar{T}_n \cos\psi} \\
\frac{d\psi}{ds_0^*} &= \frac{-}{s_{total}} * \frac{(\sin\psi \cos\phi + (q_y / q_x) \sin\psi \sin\phi - (q_z / q_x) \cos\psi)}{\bar{T}_n}
\end{aligned} \tag{3.4 ก,ข,ค}$$

โดยที่ $\bar{T}_n$ คือแรงดึงประสิทธิผลของเคเบิลได้ทะเลแบบสะเทินลอยตัว แบบไร้หน่วย $\left(\bar{T}_n = \frac{T}{q_x L} \right)$

3.1.2 สมการเรขาคณิตของชิ้นส่วนย่อย

ความยาวชิ้นส่วนย่อยของเคเบิล ds_0 ณ สภาวะสมดุล มีทิศทางตามเวกเตอร์ $\hat{i}$ สามารถแยกองค์ประกอบได้จากสมการที่ (2.1 ก,ข,ค) โดยมีทิศทางตามแกน x และ y ดังนี้

$$dx_0 = ds_0 \hat{i} \cdot \bar{i} = \cos\psi \cos\phi ds_0, \quad dy_0 = ds_0 \hat{i} \cdot \bar{j} = \cos\psi \sin\phi ds_0 \tag{3.5 ก,ข}$$

จากความสัมพันธ์ของระบบพิกัดฉากกับระบบพิกัดทรงกระบอก $x_0 = r_0 \cos\theta_0, y_0 = r_0 \sin\theta_0$ หากความยาวชิ้นส่วนย่อยของเคเบิล ds_0 ณ สภาวะสมดุล ที่มีทิศทางตามแนวแกน r, θ โดยทำการดิฟเฟอเรนเชียลเทียบกับ ds_0 ได้ดังนี้

$$\frac{dr_0}{ds_0} = \cos\theta_0 \frac{dx_0}{ds_0} + \sin\theta_0 \frac{dy_0}{ds_0}, \quad \frac{d\theta_0}{ds_0} = \frac{1}{r_0} \left(\cos\theta_0 \frac{dy_0}{ds_0} - \sin\theta_0 \frac{dx_0}{ds_0} \right) \tag{3.6 ก,ข}$$

แทนค่าสมการที่ (3.5 ก,ข) ลงในสมการที่ (3.6 ก,ข) จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
\frac{dr_0}{ds_0} &= \cos\psi (\cos\phi \cos\theta_0 + \sin\phi \sin\theta_0) \\
\frac{d\theta_0}{ds_0} &= \frac{\cos\psi}{r_0} (\sin\phi \cos\theta_0 - \cos\phi \sin\theta_0) \\
\frac{dz_0}{ds_0} &= \sin\psi
\end{aligned} \tag{3.7 ก,ข,ค}$$



จัดรูปใหม่ให้อยู่ในสมการไม่เชิงเส้นแบบไร้หน่วยได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{r}_0}{ds_0^*} &= \bar{s}_{total} * \cos\psi (\cos\phi \cos\theta_0 + \sin\phi \sin\theta_0) \\ \frac{d\bar{\theta}_0}{ds_0^*} &= \bar{s}_{total} * \frac{\cos\psi}{r_0} (\sin\phi \cos\theta_0 - \cos\phi \sin\theta_0) \\ \frac{d\bar{z}_0}{ds_0^*} &= \bar{s}_{total} * \sin\psi\end{aligned}\quad (3.8 \text{ ก,ข,ค})$$

3.1.3 สมการนิยามความเครียด

การวิเคราะห์เคเบิลในสภาวะสมดุลที่พิจารณาผลของการยืดตัวตามแนวแกนอาศัยหลักของนิยามความเครียดดังปรากฏในสมการที่ (2.15) ซึ่งจากสมการนี้สามารถนำไปสู่การหาความยาวส่วนโค้งของเคเบิลก่อนเกิดการยืดตัวตามแนวแกน จากสมการที่ (2.15) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{ds}{ds_0} = \frac{1}{(1 + \varepsilon_0)} \quad (3.9)$$

จัดรูปใหม่ให้อยู่ในสมการเชิงเส้นแบบไร้หน่วยได้ดังนี้

$$\frac{d\bar{s}}{ds_0^*} = \bar{s}_{total} * \frac{1}{(1 + \varepsilon_0)} \quad (3.10)$$

3.1.4 สมการแรงดึงประสิทธิผล

สมการแรงดึงประสิทธิผลของเคเบิลที่ตำแหน่งความสูงใดๆ ดังสมการที่ (2.22) แสดงให้เห็นว่าแรงดึงประสิทธิผลขึ้นอยู่กับค่าตัวแปรสองตัว อันได้แก่ ความเครียด ε_0 และระดับความสูงใดๆ z_0 จากความสัมพันธ์ดังกล่าว เมื่อทำการดิฟเฟอเรนเชียลสมการที่ (2.22) เทียบกับ s_0 แล้วจัดรูปสมการใหม่ได้สมการไม่เชิงเส้นดังต่อไปนี้

$$\frac{d\varepsilon_0}{ds_0} = \frac{T' + 2\nu\rho_w g A(1 - \nu\varepsilon_0)^2(z_0)}{[EA - 4\nu^2\rho_w g A(1 - \nu\varepsilon_0)(z_H - z_0)]} \quad (3.11)$$

จัดรูปใหม่ให้อยู่ในสมการไม่เชิงเส้นแบบไร้หน่วย กรณีเคเบิลได้ทะเลแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$\frac{d\varepsilon_0}{ds_0} = \beta_1 \frac{d\bar{T}_g}{ds_0} \quad (3.12)$$

และกรณีเคเบิลใต้ทะเลแบบสะเทินลอยตัวได้ดังนี้

$$\frac{d\varepsilon_0}{ds_0} = \beta_2 \frac{d\bar{T}_n}{ds_0} \quad (3.13)$$

โดยที่ β_1 คือตัวแปรไร้หน่วย ในกรณีของเคเบิลใต้ทะเลแบบทั่วไป $\left(\beta_1 = \frac{W_e L}{EA}\right)$
 β_2 คือตัวแปรไร้หน่วย ในกรณีของเคเบิลใต้ทะเลแบบสะเทินลอยตัว $\left(\beta_2 = \frac{q_x L}{EA}\right)$

3.2 เงื่อนไขขอบเขต

จากสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง ทั้งหมดแปดสมการอันได้แก่ สามสมการสมดุล สามสมการเรขาคณิตของชิ้นส่วนย่อยของเคเบิล หนึ่งสมการนิยามความเครียด และหนึ่งสมการแรงดึงประสิทธิผล ใช้กระบวนการระเบียบวิธียิงเป้าคำนวณเพื่อหาค่าตัวแปรในสภาวะสมดุล ซึ่งค่าตัวแปรทั้งแปดสมการที่มีความสัมพันธ์กับสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง สามารถเรียงลำดับได้ดังนี้ $T, \phi, \psi, r_0, \theta_0, z_0, s$, และ ε_0 โดยค่าตัวแปรทั้งหมดมีค่าเงื่อนไขขอบเขตตามกายภาพของเคเบิลดังนี้

3.2.1 เงื่อนไขขอบเขตล่าง

ณ ตำแหน่งจุดยึดครั้งที่ปลายล่างของเคเบิล มีพิกัดตามแนวแกน r, θ , และ z เท่ากับ $(0, 0, 0)$ โดยมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าคือ $T(0), \phi(0), \psi(0)$, และ $\varepsilon_0(0)$ ดังนั้นค่าเงื่อนไขขอบเขตของตัวแปรที่ปลายล่างที่เป็นฟังก์ชันของ s_0 มีค่าดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} T(0) &= \zeta_1, & \phi(0) &= \zeta_2, & \psi(0) &= \zeta_3, & r_0(0) &= 0, \\ \theta_0(0) &= 0, & z_0(0) &= 0, & s(0) &= 0, & \varepsilon_0(0) &= \zeta_4 \end{aligned}$$

เมื่อ ζ_i คือตัวแปรไม่ทราบค่า

3.2.2 เงื่อนไขขอบเขตบน

ณ ตำแหน่งจุดยึดครั้งที่ปลายบนของเคเบิลกับผิวน้ำทะเล มีพิกัดตามแนวแกน r, θ , และ z เท่ากับ (R, θ_H, z_H) ดังนั้นค่าเงื่อนไขขอบเขตของตัวแปรที่ปลายบนที่เป็นฟังก์ชันของ s_0 มีค่าดังต่อไปนี้

กรณีกำหนดค่าแรงดึงที่ปลายบนของเคเบิล จะมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าคือ $\phi(s_{total}), \psi(s_{total})$, และ $s(s_{total})$ ดังนั้นตัวแปรที่ไม่ทราบค่าทั้งหมดของขอบเขตบนและขอบเขตล่างรวมกัน จะมีจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าทั้งสิ้นเจ็ดตัว ซึ่งที่จริงแล้วใช้เพียงแค่เจ็ดสมการอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นหาคำตอบก็เพียงพอแล้ว โดยทำการตัดสมการที่ 3.10 ออกซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์แบบเชิงเส้น แต่ในงานวิจัยนี้ใช้ทั้งหมดแปดสมการทั้งนี้เพื่อความสะดวกในการเก็บผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

$$\begin{aligned} T(s_{total}) = T_H, \phi(s_{total}) = \zeta_5, \psi(s_{total}) = \zeta_6, r_0(s_{total}) = R, \\ \theta_0(s_{total}) = \theta_H, z_0(s_{total}) = z_H, s(s_{total}) = \zeta_7, \varepsilon_0(s_{total}) = \frac{T_H}{EA} \end{aligned}$$

กรณีกำหนดค่าความยาวของเคเบิลก่อนเกิดการยืดตัว จะมีตัวแปรที่ไม่ทราบค่าคือ $T(s_{total}), \phi(s_{total})$, และ $\psi(s_{total})$ ดังนั้นตัวแปรที่ไม่ทราบค่าทั้งหมดของขอบเขตบนและขอบเขตล่างรวมกัน จะมีจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่าทั้งสิ้นเจ็ดตัว ซึ่งใช้เพียงแค่เจ็ดสมการอนุพันธ์แบบไม่เชิงเส้นก็เพียงพอแล้ว ในการคำนวณ

$$\begin{aligned} T(s_{total}) = \zeta_8, \phi(s_{total}) = \zeta_5, \psi(s_{total}) = \zeta_6, r_0(s_{total}) = R, \\ \theta_0(s_{total}) = \theta_H, z_0(s_{total}) = z_H, s(s_{total}) = s_L, \varepsilon_0(s_{total}) = \frac{\zeta_8}{EA} \end{aligned}$$

3.3 ขั้นตอนการหาคำตอบ

ขั้นตอนการหาคำตอบของปัญหา จากสมการทั้งหมดที่ได้ทำการวิเคราะห์มาแล้ว สามารถเขียนเป็นลำดับขั้นตอนการหาคำตอบได้ดังต่อไปนี้

1. กำหนดค่าเงื่อนไขขอบเขตล่าง ณ ตำแหน่งที่ $s_0 = 0$ ตัวแปรต่างๆ ณ ตำแหน่งนี้ที่มีค่าเริ่มต้นเท่ากับศูนย์คือ $r_0(0) = \theta_0(0) = z_0(0) = s(0)$
2. สมมติค่าสถานะเริ่มต้นของค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่า ณ ขอบเขตล่าง โดยพยายามให้มีค่าใกล้เคียงกับคำตอบที่คาดว่าจะได้รับ ตัวแปรที่ไม่ทราบค่ามีดังนี้ $T(0) = \zeta_1, \phi(0) = \zeta_2, \psi(0) = \zeta_3$, และ $\varepsilon_0(0) = \zeta_4$
3. ทำการคำนวณค่าตัวแปรต่างๆ ในระบบสมการด้วยระเบียบวิธีรุงเง-คุตตาอันดับที่สี่ จากขอบเขตล่างสู่ขอบเขตบน
4. ตรวจสอบค่าถ้ามีค่าอยู่ในระดับที่ยอมรับได้ ($E \leq 1 \times 10^{-10}$) ให้หยุดการคำนวณ แต่ถ้ายอมรับไม่ได้ ทำการปรับแก้ค่าสถานะเริ่มต้นของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า แล้วทำซ้ำข้อ 2-4