

บทที่ 2

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนด้วยรูปแบบการสอนที่เน้นพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา กับการสอนตามปกติ เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยได้เสนอตามลำดับดังนี้

- 2.1 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์
- 2.2 เศษส่วน
- 2.3 การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา
- 2.4 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
- 2.5 รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

2.1 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นรายวิชาที่มีความสำคัญวิชาหนึ่ง ซึ่งไม่ได้หมายความว่าเพียงตัวเลข สัญลักษณ์เท่านั้น แต่มีความหมายกว้างขวางมาก พอสรุปได้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิด เป็นเครื่องมือพิสูจน์ว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่อย่างมีเหตุผล ด้วยเหตุนี้เราจึงนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีอุตสาหกรรม และยังช่วยให้คนมีเหตุผล ใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานความเจริญในด้านต่าง ๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้องใช้ตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์แทนความคิด ซึ่งสื่อความหมายให้เข้าใจตรงกัน

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง คณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยเรื่องที่ยาก ๆ ซึ่งเป็นพื้นฐานมีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตามทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผนการคิดในทางคณิตศาสตร์นั้นต้องคิดในแบบแผนมีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตามทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์คือความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดสร้างสรรค์ จินตนาการ ความคิดริเริ่มในการแสดงสิ่งใหม่ ๆ โครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา (บุญทัน,2529)

2.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา มีหลักที่ควรพิจารณาเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมของครู กิจกรรมที่จัดขึ้นนั้นสนองความต้องการ ความสนใจ ความสามารถของนักเรียนแต่ละคนเป็นหลัก (บุญทัน,2529) ได้สรุปหลักการสอนคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

1. สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก คือ ความพร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และความพร้อมในแง่ความรู้พื้นฐานที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกัน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ มองเห็นความสัมพันธ์กับสิ่งที่เรียนได้ดี

2. การจัดกิจกรรมการสอนจะต้องจัดให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจ และความสามารถของเด็กเพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาภายหลัง

3. ครูควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา

4. การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคล หรือ รายกลุ่มเพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้จะช่วยให้เด็กมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละคน

5. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เป็นระบบ ที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้น การสอนเพื่อสร้างความคิด ความเข้าใจในระยะเริ่มแรกจะต้องเป็นประสบการณ์ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและไม่ทำให้เกิดความสับสน จะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอนจะเป็นไปตามลำดับขั้นที่วางไว้

6. การสอนแต่ละครั้งต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่า จัดกิจกรรมเพื่อสนองจุดประสงค์อะไร

7. เวลาที่ใช้ในการสอนจะใช้ระยะเวลาพอสมควร ไม่นานเกินไป

8. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่นได้ ให้นักเรียนมีโอกาสเลือกทำกิจกรรมตามความพอใจ ตามความถนัดของตนเองและให้อิสระในการทำงานแก่เด็กสิ่งสำคัญประการหนึ่งคือ การปลูกฝังเจตคติที่ดีแก่เด็กในการเรียนคณิตศาสตร์ ถ้าเกิดมีขึ้นจะช่วยให้เด็กพอใจในการเรียนวิชานี้ เห็นประโยชน์และคุณค่าย่อมจะสนใจมากขึ้น

9. การสอนที่ดีควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการวางแผนร่วมกันกับครู เพราะจะช่วยให้ครูเกิดความมั่นใจในการสอนและเป็นไปตามความพอใจของเด็ก

10. การสอนคณิตศาสตร์ที่ดี ถ้าเด็กมีโอกาสทำงานร่วมกันหรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้าสรุปกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเองกับเพื่อน

11. การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วย จึงจะสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามต่อไปแก่เด็ก

12. นักเรียนชั้นประถมศึกษาอยู่ในระหว่าง 6 - 12 ปี จะเรียนได้ดีเมื่อเรียนโดยครูใช้ของจริง อุปกรณ์จึงเป็นรูปธรรมนำไปสู่นามธรรมตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยความเข้าใจไม่จำดังเช่นการสอนในอดีตที่ผ่านมา ทำให้เห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้

13. การประเมินผลการเรียนการสอน เป็นกระบวนการต่อเนื่องและเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม เป็นเครื่องมือในการวัดผล

14. ไม่จำกัดวิธีคิดคำนวณหาคำตอบของเด็ก แต่ควรแนะวิธีคิดที่เร็วและแม่นยำในภายหลัง

15. ฝึกให้ได้รู้จักตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง

วัลลภา (2532) กล่าวว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นเรื่องของนามธรรมครูผู้สอนจะต้องคิดหาวิธีการเชื่อมโยง เพื่อถ่ายทอดสิ่งที่เป็นรูปธรรมนำไปสู่นามธรรมให้ได้ หลักการสอนคณิตศาสตร์จึงควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. การสอนเนื้อหาใหม่แต่ละครั้ง จะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียนทั้งความพร้อมด้านวุฒิภาวะและเนื้อหา

2. การสอนคณิตศาสตร์เน้นความเข้าใจมากกว่าความจำ การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่จึงเน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีความหมายและใช้วิธีการสอนแบบต่าง ๆ มากขึ้นนักเรียนจะต้องเข้าใจความคิดรวบยอดก่อน จึงจะฝึกทักษะหรือทำแบบฝึกหัดเพื่อเพิ่มพูนประสบการณ์อื่นจะนำไปสู่การนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3. ใช้วิธีอุปมานในการสรุปหลักการทางคณิตศาสตร์แล้วนำความรู้ไปใช้ด้วยวิธีอุปมาน

4. ควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่เด็ก เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายและหลักการทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ควรจัดมี 3 ประเภท ได้แก่ ประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม ประสบการณ์ที่เป็นกึ่งรูปธรรม ประสบการณ์ที่เป็นนามธรรม

5. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน โดยให้เด็กได้อภิปราย และแสดงความคิดเห็นในสถานการณ์ต่าง ๆ และแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

6. ส่งเสริมการสอน โดยใช้กิจกรรมและสื่อการสอน การสอนเรื่องใหม่แต่ละครั้งควร ใช้สื่อรูปธรรม อธิบายแนวคิดนามธรรมทางคณิตศาสตร์และควรให้นักเรียนทดลองค้นคว้า หาคำตอบด้วยตนเอง

7. จัดบทเรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

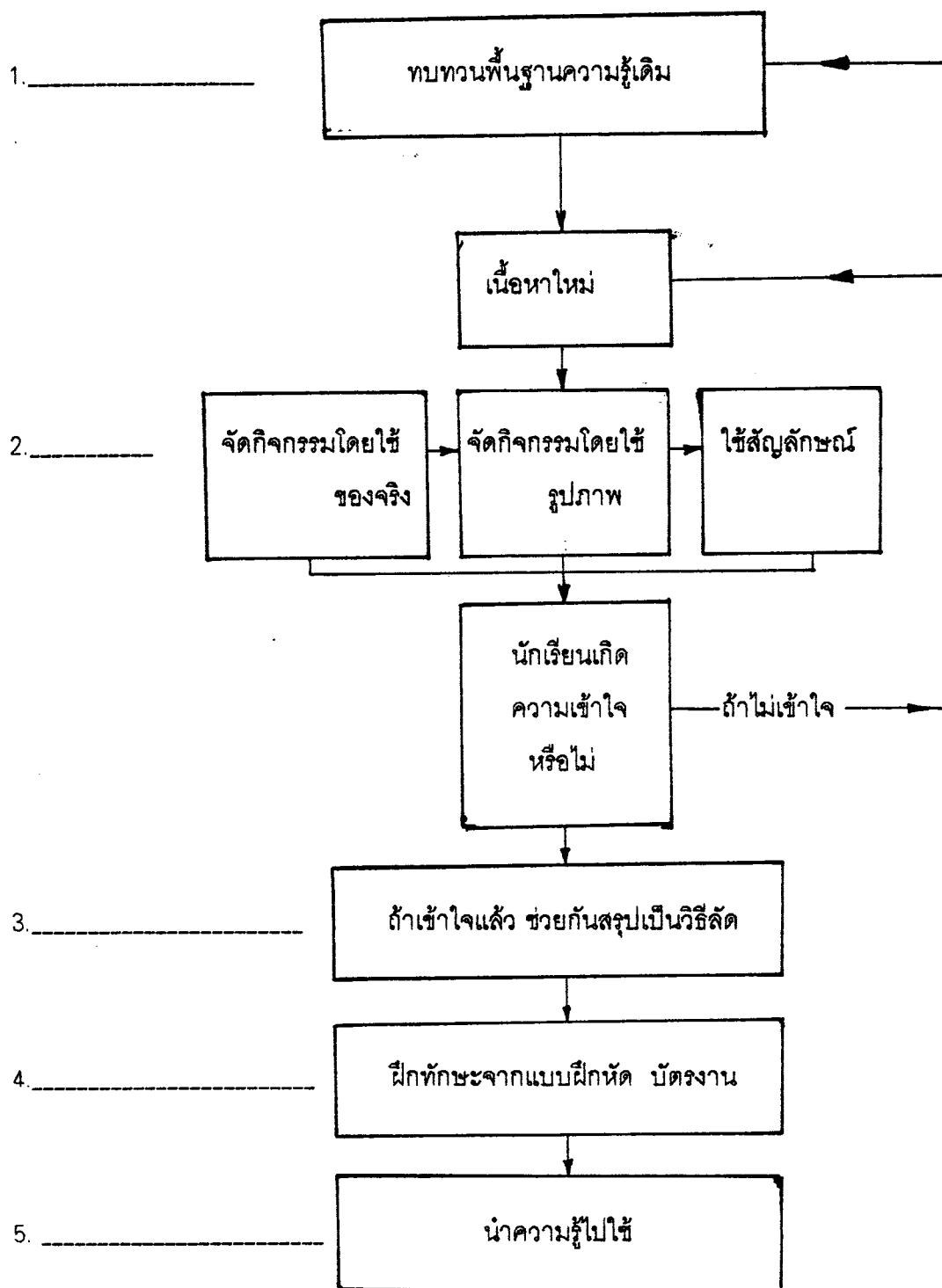
8. ควรใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการเสริมสร้างบทเรียนให้มีชีวิตชีวา นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน มีความกระตือรือร้นไม่เบื่อหน่าย มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

ดวงเดือน (2531) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่นับได้ว่าประสบผลสำเร็จ คือ การสามารถให้นักเรียนมองเห็นว่า คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความหมาย และได้เสนอแนะวิธี จัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายของวิชา คณิตศาสตร์ 3 ประเภทได้แก่

1. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้กระทำกับ วัตถุควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าสัญลักษณ์มีความหมาย
2. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรมเป็นประสบการณ์ที่ให้นักเรียนได้รับสิ่งเร้า ทางสายตาควบคู่ไปกับสัญลักษณ์
3. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับโดยใช้ สัญลักษณ์เพียงอย่างเดียว ไม่ต้องการกระทำกับวัตถุหรือรับสิ่งเร้าทางสายตา

ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์ ครูจึงควรจัดประสบการณ์ทั้งสามรูปแบบให้แก่ นักเรียน โดยเริ่มจากประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรมไปสู่ประสบการณ์กึ่งรูปธรรม แล้วไปสู่ประสบการณ์ นามธรรม

ปัจจุบันสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เป็นผู้รับผิดชอบทั้งใน ด้านเนื้อหาและวิธีการสอนคณิตศาสตร์ และเพื่อให้ผู้เรียนได้เข้าใจคณิตศาสตร์และเรื่อง อย่างแท้จริงจึงได้เสนอขั้นตอนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้



แผนภูมิที่ 1 แสดงลำดับขั้นตอนการเรียนรู้การสอนคณิตศาสตร์ (สำนักงานคณะกรรมการ
การประถมศึกษาแห่งชาติ, 2530)

2.1.2 ปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

อรสา (2514) ได้กล่าวถึงปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ครูมักจะประสบพบได้ดังนี้

1. เด็กเรียนคณิตศาสตร์เก่ง แต่ไม่มีระเบียบในการทำงาน
2. เด็กเก่งคณิตศาสตร์มักทำเสร็จก่อนเด็กอื่นก่อนความวุ่นวายในชั้น
3. เด็กฟังคำอธิบายแล้ว แต่ไม่สามารถทำเองได้
4. เด็กมีความสะเพร่าในการคิดเลข
5. เด็กไม่ค่อยทำการบ้าน
6. เด็กคิดเลขในใจไม่ค่อยได้
7. เด็กไม่มีความกระตือรือร้นในการทำงาน
8. เด็กท่องสูตรคูณ สูตรต่าง ๆ ไม่คล่อง

เมธี (2520) ได้กล่าวถึงปัญหาที่ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์มักพบมี 3 ประการคือ

1. ทำอย่างไรจึงจะสามารถสร้างมโนคติในเรื่องที่สอนได้รวดเร็วและถูกต้อง
2. ทำอย่างไรนักเรียนจึงจะจำความรู้ ความเข้าใจในเรื่องที่เรียนนานที่สุด
3. ทำอย่างไรนักเรียนจะสามารถนำเอากฎเกณฑ์ ตลอดจนความรู้ต่าง ๆ ที่ได้เรียน

ไปแล้วไปใช้ได้นานและถูกต้องที่สุด

สมจิตร (2529) ได้กล่าวถึงปัญหาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมมีหลายประการ โดยเน้นองค์ประกอบที่สำคัญของปัญหาคือผู้เรียนและผู้สอนมีดังนี้

1. ปัญหาทางด้านผู้เรียน
 - 1.1 นักเรียนคิดแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่เป็น
 - 1.2 นักเรียนทำแบบฝึกหัดหรือการบ้านไม่ได้
 - 1.3 นักเรียนไม่สนใจและตั้งใจเรียน
 - 1.4 นักเรียนมีความพร้อมในการเรียนรู้ต่างกัน
 - 1.5 นักเรียนขาดทักษะการคิดคำนวณ
 - 1.6 นักเรียนมีเจตคติไม่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์
2. ปัญหาทางด้านครูผู้สอน
 - 2.1 ครูใช้วิธีการสอนแบบบรรยายอย่างเดียว
 - 2.2 ครูไม่เห็นความจำเป็นในการใช้สื่อการสอน
 - 2.3 ครูสอนเร็วเกินไป
 - 2.4 ครูดุและเข้มงวด
 - 2.5 ครูไม่ค่อยสนใจนักเรียนที่เรียนอ่อน

2.6 การดัดแปลงโจทย์แบบฝึกหัดทำให้มีปัญหา

2.7 ครูไม่มีเวลาเตรียมการสอน

2.8 การสอนที่มุ่งคำตอบมากกว่ากระบวนการ

จากปัญหาที่กล่าวมาทั้งหมด พอสรุปได้ว่าเกิดจากสาเหตุที่สำคัญ 3 ด้าน คือ เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เองเป็นเนื้อหาที่เป็นนามธรรมใช้สัญลักษณ์แทน ซึ่งยากแก่การทำ ความเข้าใจตัวครูผู้สอน จะเป็นเรื่องของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไม่สอดคล้องกับ เนื้อหาและมีวิธีการสอนที่ไม่กระตุ้นให้เกิดความสนใจ และตัวผู้เรียนเองเป็นปัญหาในเรื่อง ของความพร้อม เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอ ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาชั้นนั้น ควรให้นักเรียนได้ เรียนรู้โดยเริ่มจากประสบการณ์จริง

2.2 เศษส่วน

2.2.1 ความหมายของเศษส่วน

Glen (1957) ได้ให้ข้อคิดว่า การเข้าใจความหมายของตัวเลขและตัวส่วนนั้นเป็น กุญแจที่จะนำไปสู่ความสำเร็จในการเรียนเรื่องเศษส่วน ซึ่งยากสำหรับเด็กมากและการเริ่มต้น สอนเรื่องเศษส่วน จะต้องเลือกเฉพาะเศษส่วนที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของเด็กก่อน แล้ว จึงสอนเศษส่วนที่ยากและซับซ้อนขึ้นตามลำดับ

Larson (1966) ได้ให้ข้อคิดว่า การสอนเรื่องเศษส่วนนั้น ครูจะต้องนำประสบการณ์ ของเด็กมาใช้ในการสัมพันธ์กับการเรียนการสอน และการสอนเรื่องเศษส่วนที่ดีนั้น จะต้องยก ตัวอย่างจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมก่อนแล้วจึงเป็นทั้งรูปธรรมและนามธรรมตามลำดับ

ส่วน Fehr and Phillips (1972) ได้กล่าวว่า เศษส่วนเหมือนจำนวนทั่วไปแต่มีลักษณะ เป็นนามธรรม ครูควรอธิบายให้เด็กเห็นจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม ให้เด็กได้กระทำกิจกรรม หลังจาก นั้นจึงค่อย ๆ นำไปสู่ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเศษส่วน

คำว่า เศษส่วน (Fraction) มาจากคำละติน Frangere แปลว่า “ แยกออก ” ซึ่งหมายถึง การนำของชิ้นหนึ่งหรือจำนวนหนึ่งมาแบ่งแยกออกเป็นส่วยย่อยที่เท่า ๆ กัน ส่วนย่อยที่เท่า ๆ กันนี้เป็นเศษส่วนของทั้งหมด (Downes and Paling, 1957)

สูนีย์ (2529) ได้กล่าวว่า เศษส่วนคือ เลขจำนวนหนึ่งที่มีค่าของมันแสดงถึงจำนวนที่ไม่ เต็มจำนวน ซึ่งเกิดขึ้นเมื่อเราต้องการที่จะแสดงให้ทราบถึงจำนวนใด ๆ ที่มีเพียงบางส่วนใน จำนวนสิ่งของนั้น ๆ ทั้งนี้อาจกล่าวได้ว่า เศษส่วนเกิดจาก

1. จำนวนสิ่งของที่ไม่เต็มจำนวน
2. การแบ่งจำนวนสิ่งของออกเป็นส่วนย่อยที่เท่า ๆ กัน
3. การเปรียบเทียบของสิ่งของ 2 จำนวน

ประยูร (2526) กล่าวว่า โดยทั่วไปแล้วความหมายของเศษส่วนมีอยู่ 2 นัย คือ

1. เศษส่วนที่ระบุส่วนของจำนวนทั้งหมด
2. เศษส่วนที่ใช้แทนการหารจำนวน 2 จำนวน

สุลัดดา (2530) ได้อธิบายว่า จำนวนตรรกยะคือ จำนวนซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูป a/b เมื่อ a, b คือจำนวนเต็มและ $b \neq 0$ นั่นคือ ความหมายแสดงถึง

1. ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมาชิกของเซต 2 เซตใด ๆ
2. อัตราส่วนระหว่างจำนวน 2 จำนวน
3. ผลหารระหว่างจำนวน 2 จำนวน
4. เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนชนิดหนึ่ง

สุลัดดา (2536) ยังกล่าวถึง ความหมายของเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษาไว้ว่า

1. หมายถึงปริมาณของสิ่งที่กล่าวถึงเมื่อเทียบกับปริมาณทั้งหมด
2. หมายถึง ผลหารระหว่างจำนวน 2 จำนวน กล่าวคือ

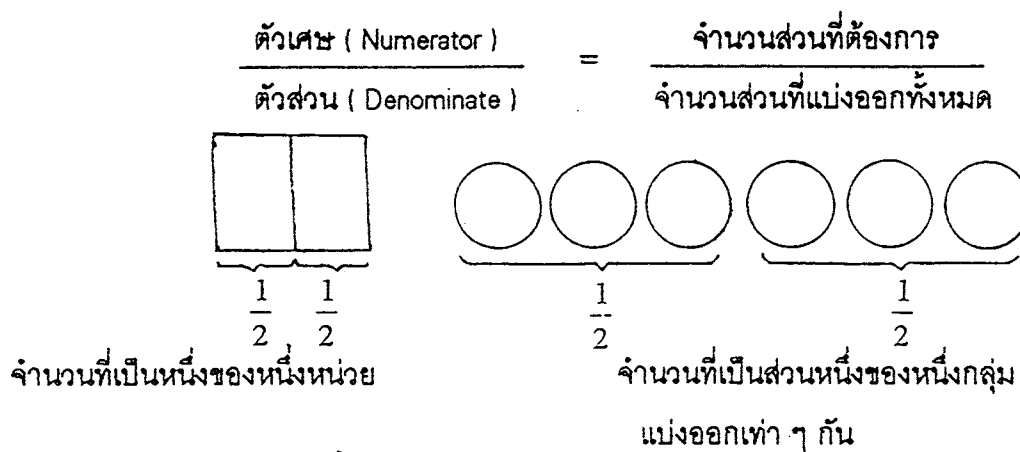
$$2/3 \text{ หมายถึง } 2 \div 3 = 2/3$$

Fehr and Phillips (1972) ได้กล่าวว่า เศษส่วนหมายถึง เลข 2 จำนวนที่เขียนอยู่ในรูปของ n/y , $y \neq 0$ ซึ่งสื่อความหมายได้ 3 ประการ คือ

1. อัตราส่วน
2. การหาร
3. ส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กัน จากหนึ่งหน่วยหรือหนึ่งกลุ่มที่ถูกแบ่งออกเท่า ๆ กันโดย

มีเส้นแบ่งส่วนเป็นเส้นกั้นระหว่างเศษและส่วน

Spitzer (1972) ได้กล่าวไว้ว่า เศษส่วนหมายถึง จำนวนที่เป็นส่วนหนึ่งของหนึ่งหน่วย หรือ หนึ่งกลุ่มที่แบ่งออกเท่า ๆ กัน โดยมีเส้นแบ่งส่วนเป็นเส้นกั้นระหว่างเศษและส่วน ดังแผนภูมิต่อไปนี้



แผนภูมิที่ 2 แสดงจำนวนเป็นหนึ่งหน่วยและหนึ่งกลุ่ม (Spitzer, 1972)

จากความหมายของเศษส่วนจากหลาย ๆ ท่านที่ได้กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า เศษส่วนหมายถึง จำนวนสองจำนวนที่เขียนอยู่ในรูป a/b โดยที่ $b \neq 0$ สามารถสื่อความหมายได้ดังนี้ คือ เป็นผลหารระหว่างจำนวน 2 จำนวน อัตราส่วน ปริมาณของสิ่งที่กล่าวถึงเมื่อเทียบกับปริมาณทั้งหมด เช่น บอกความยาว บอกปริมาตร

2.2.2 เศษส่วนในระดับประถมศึกษา

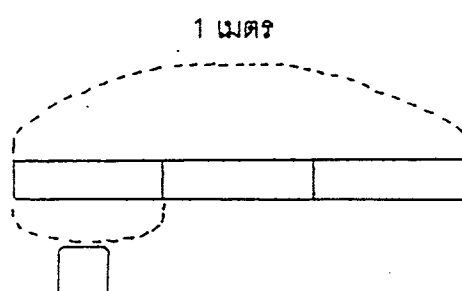
การพัฒนามโนคติเศษส่วนในระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนจะต้องพยายามจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ชี้ให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการนำเอาความรู้เรื่องเศษส่วนไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การพัฒนามโนคติเศษส่วนในระดับนี้เป็นเรื่องที่ยากที่จะให้นักเรียนในระดับประถมศึกษาเข้าใจมโนคติ โดยการที่ครูบอกนิยามของมโนคติดังกล่าวเลย ดังนั้นการพัฒนามโนคติจะต้องอาศัยกิจกรรมหลายอย่างและหลายประเภท เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจมโนคติอย่างมีเหตุผลตามลำดับขั้นดังนี้

1. การสอนความหมายของเศษส่วน

ความหมายของเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษานั้น จะสอนอยู่ด้วยกัน 2 ความหมาย โดยเน้นความหมายที่สัมพันธ์กับการใช้ในชีวิตประจำวันให้มากที่สุด ดังนี้

1.1 เศษส่วน หมายถึง ปริมาณของสิ่งที่กล่าวถึงเมื่อเทียบกับปริมาณทั้งหมด

ตัวอย่าง



เนื่องจากเทป 1 เมตร แบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน ฉะนั้นปริมาณที่เราต้องการหา จะมีขนาด 1 ใน 3 ของ 1 เมตร ซึ่งเขียนแทนด้วย " $\frac{1}{3}$ " นั่นคือส่วนจะยาว $\frac{1}{3}$ เมตร

ความหมายของเศษส่วนในแง่นี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่เรากล่าวถึง เปรียบเทียบกับปริมาณทั้งหมด โดยที่ "ส่วน" คือ ตัวกำหนดว่าปริมาณทั้งหมดแบ่งออกเป็นกี่ส่วนเท่า ๆ กัน "เศษ" เป็นตัวกำหนดปริมาณที่กล่าวถึงว่ามีกี่ส่วน เช่น

$\frac{1}{5}$ หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 1 ส่วน จากปริมาณทั้งหมด ซึ่งมี 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

ถ้าของทั้งหมดยาวเท่ากับ 1 เมตร

1 ม. -----

$\frac{1}{2}$ ม. ----- หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากแบ่ง 1 เมตร

ออกเป็น 2 ส่วน เท่า ๆ กัน

$\frac{1}{3}$ ม. -----

หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากแบ่ง 1 เมตร

ออกเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน

$\frac{1}{4}$ ม. -----

หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากแบ่ง 1 เมตร

ออกเป็น 4 ส่วน เท่า ๆ กัน

$\frac{1}{5}$ ม. -----

หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากแบ่ง 1 เมตร

ออกเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กัน

จะพบว่า $1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$

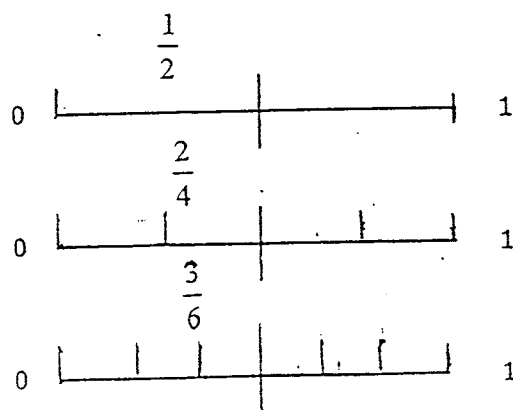
$\frac{2}{5}$ หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 2 ส่วน จากปริมาณทั้งหมดมี 5 ส่วนเท่า ๆ

กันหรือ อาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า

$\frac{2}{5}$ หมายถึงปริมาณ $\frac{1}{5}$ อยู่ 2 ส่วน

ซึ่งจากเศษส่วนในความหมายที่ 1 นี้ เราจะได้ลักษณะเฉพาะของเศษส่วนซึ่งจำเป็นที่

นักเรียนในระดับประถมศึกษาจะต้องทำความเข้าใจให้ชัดเจน ลักษณะดังกล่าว คือ มีเศษส่วนหลายจำนวนที่แทนปริมาณเดียวกันหรือปริมาณที่เท่ากัน ดังรูป



จากรูปจะพบว่า เศษส่วน $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$ ต่างแทนความยาวที่เท่ากันหรือปริมาณอันเดียวกัน ซึ่งคุณสมบัตินี้ก็คือ $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ นั่นเอง

1.2 เศษส่วน หมายถึง ผลหารระหว่างจำนวนสองจำนวนกล่าวคือ

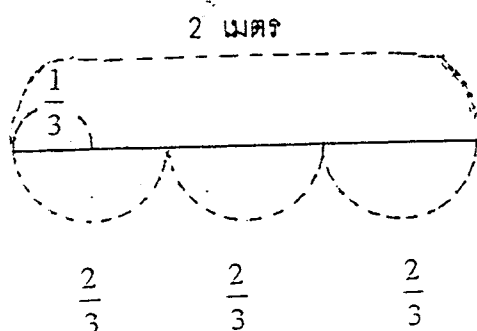
$$\frac{2}{3} \text{ หมายถึง } 2 \div 3 \text{ หรือ } 2 \div 3 = \frac{2}{3}$$

ตัวอย่าง มีเชือกยาว 2 เมตร ต้องการแบ่งให้น้อง 3 คน คนละเท่า ๆ กันจะได้คนละกี่เมตร

เราสามารถเขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$2 \div 3 = \square$$

ดังรูป



จะพบว่า แต่ละคนจะได้เชือกยาวคนละ 2 ใน 3 ของ 1 เมตรหรือเท่ากับ $\frac{2}{3}$ เมตร แสดงว่า $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

ความหมายของเศษส่วนในความหมายที่ 2 นี้ จะสอนหลังจากที่สอนความหมายที่ 1 แล้ว ดังเช่นในหลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษาของญี่ปุ่น กำหนดให้สอนความหมายที่ 1 ในชั้น ประถมศึกษาปีที่ 5 (สุลัดดา, 2529)

2. การบวกและการลบเศษส่วนในระดับประถมศึกษา การบวกจำนวนเศษส่วนสองจำนวนก็คือ การรวมสมาชิกของกลุ่มที่ไม่มีสมาชิกซ้ำกันเลย จำนวนที่แทนจำนวนสมาชิกของกลุ่มที่เกิดจากการรวมกันนี้ คือ ผลบวกของจำนวนเศษส่วนของจำนวนซึ่งการบวกลักษณะนี้คือนิยามการบวกของ whole number นั่นเอง

2.1 สำหรับการบวกและลบจำนวนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาแล้ว การทำส่วนของเศษส่วนที่แทนจำนวนเศษส่วนให้เท่ากันแล้วจะสามารถหาผลบวกได้ง่ายขึ้น และสามารถใช้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรมหรือกึ่งรูปธรรม แสดงผลบวกหรือลบดังกล่าวให้นักเรียนเห็นได้ชัดเจนด้วย เพราะการบวกและลบลักษณะนี้จะสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดกับการบวกและลบ whole number ดังตัวอย่างต่อไปนี้

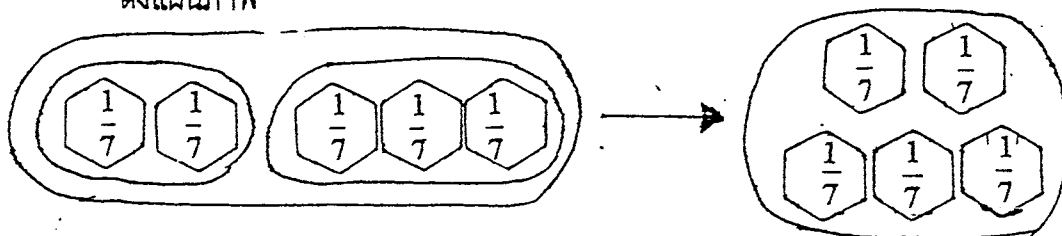
ตัวอย่าง $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \square$

$\frac{2}{7}$ หมายถึง มีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 2 ชิ้น

$\frac{3}{7}$ หมายถึง มีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 3 ชิ้น

รวมกันแล้วมีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ $2 + 3$ ชิ้น

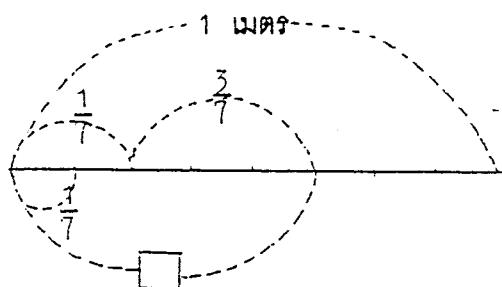
ดังแผนภาพ



$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$$

นั่นคือ $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$

หรือแสดงโดยใช้สื่อการสอนเกี่ยวกับระยะทางได้ดังนี้



จากแผนภาพ

$\frac{2}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 2 ส่วน

$\frac{3}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 3 ส่วน

รวมระยะทางทั้งสอง

จะเท่ากับมีระยะทาง

ขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ $2+3$ ส่วน

นั่นคือ $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$

การหาวิธีการที่จะทำให้การบวกและลบเศษส่วน กรณีที่ส่วนไม่เท่ากัน ให้ได้ผลลัพธ์ที่เร็วและถูกต้อง จะพัฒนามาจากคุณสมบัติของจำนวนตรรกยะที่ว่า $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ กล่าวคือ จำนวนตรรกยะที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากัน จะหาผลบวกได้ง่ายและสามารถใช้

อุปกรณ์แสดงให้เห็นจริงได้ ซึ่งจำเป็นมากในระดับประถมศึกษา และในกรณีการบวกและลบจำนวนตรรกยะสองจำนวนใดที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน จึงต้องทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองดังกล่าวให้เท่ากัน การทำส่วนของส่วนให้เท่ากันได้โดยใช้คุณสมบัติที่ว่า $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ และตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองนั้นมีวิธีหาได้ง่าย และมีจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดได้โดยการประยุกต์เอา ค.ร.น. มาใช้กล่าวคือ ส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองนั่นเอง (สุลัดดา, 2529)

ตัวอย่าง

จงหาผลบวกของ $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \square$

1. หาตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสอง ซึ่งเท่ากับ ค.ร.น ของ $(5, 2) = 10$

2. ทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองให้เท่ากับ 10 โดยใช้คุณสมบัติ $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot \square}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{10}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot \square}{2 \cdot \square} = \frac{\square}{10}$$

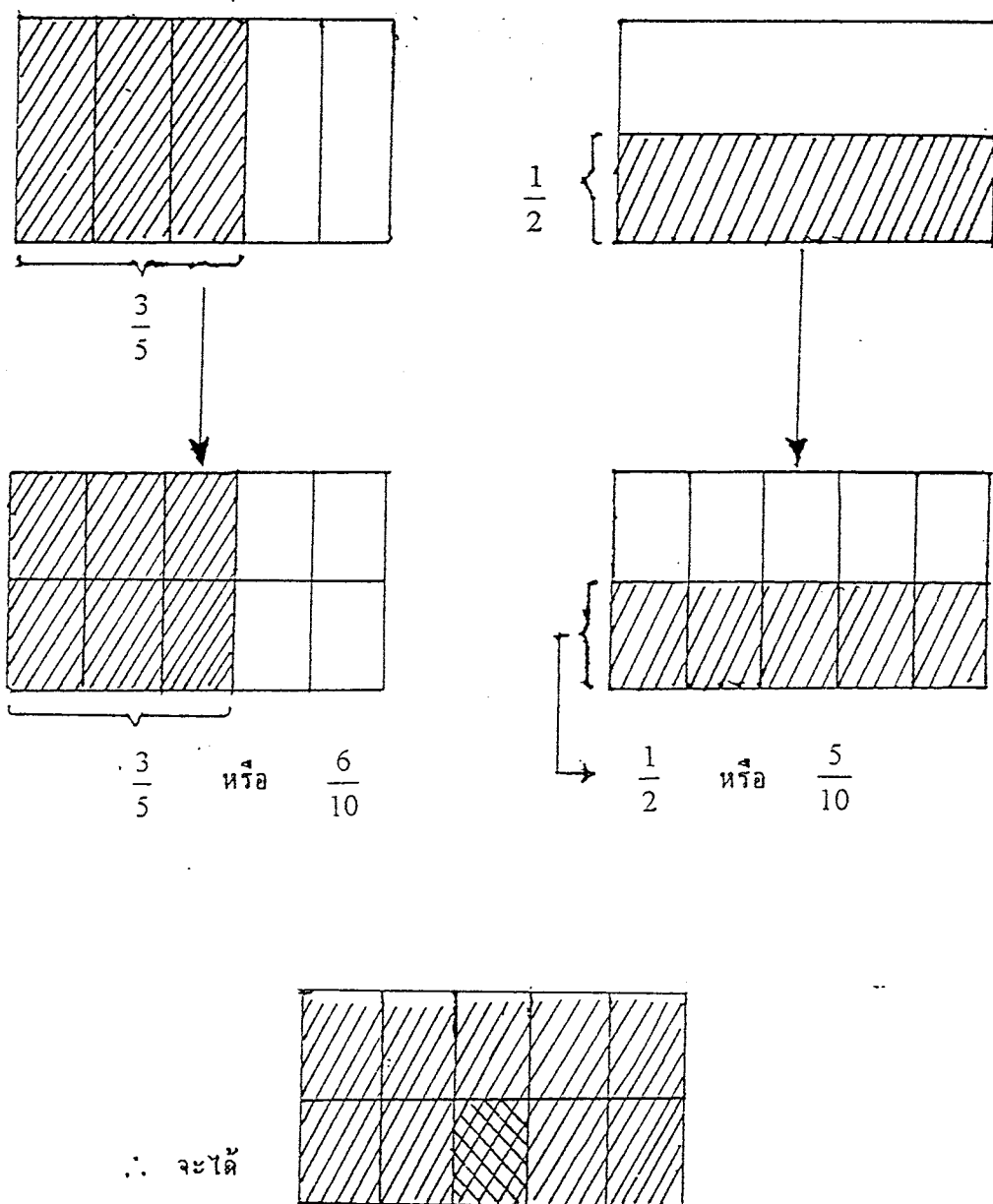
เนื่องจาก $5 \cdot 2 = 10$ และ $2 \times 5 = 10$

จะได้ว่า $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{10}$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{5} = \frac{5}{10}$$

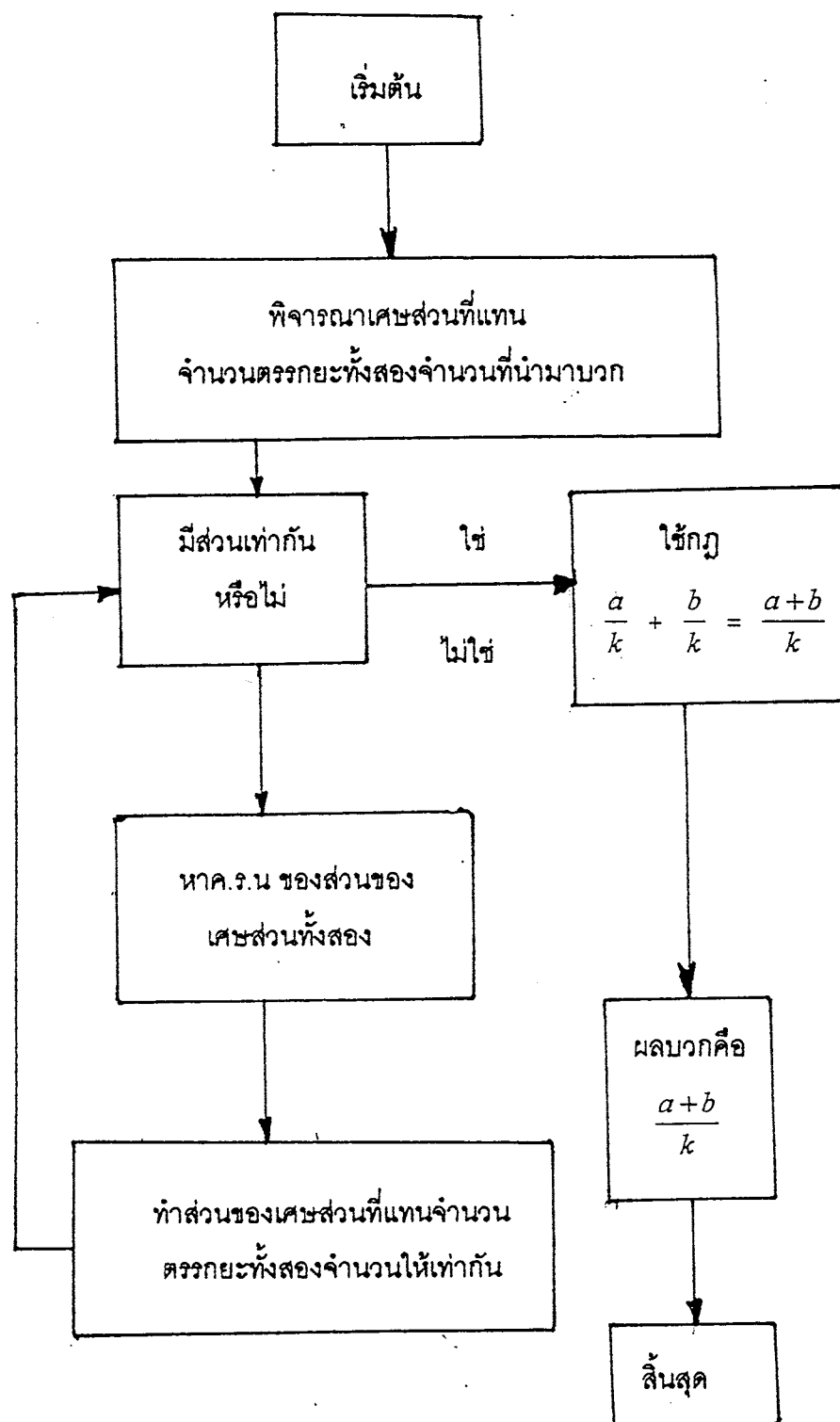
ดังนั้น $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{6+5}{10} = \frac{11}{10}$

สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



$$\frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$$

ซึ่งกรรมวิธีในการบวกจำนวนตรรกยะดังกล่าวสามารถเขียนเป็นแผนภูมิต่อไปนี้



แผนภูมิที่ 3 แสดงกรรมวิธีในการบวกจำนวนตรรกยะ

ถ้ามองกรรมวิธีการบวกจำนวนย้อนกลับเราจะได้ข้อสรุปที่น่าสนใจดังนี้

สมมติให้ผลบวกของจำนวนตรรกยะสองจำนวนใด ๆ แทนด้วยเศษส่วน

$$\begin{aligned} \text{" } \frac{73}{15} \text{ " เราพบว่า } \frac{73}{15} &= \frac{60+13}{15} \quad (\text{การบวกจำนวนเต็ม } 73 = 60 + 13) \\ &= \frac{60}{15} + \frac{13}{15} \quad \text{จากกฎ } \frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k} \\ &= 4 + \frac{13}{15} = (60 \div 15 = 4 \text{ และ } \frac{60}{15} \text{ หมายถึง } 60 \div 15) \\ &= 4\frac{13}{15} \quad (\text{นิยามของจำนวนคละ}) \end{aligned}$$

เราจะพบว่า จำนวนคละสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่มีเศษส่วนมากกว่าส่วนซึ่งเศษส่วนที่มีเศษส่วนนี้เราเรียกว่า “ เศษเกิน ” (Improper Fraction) และเศษส่วนที่มีเศษน้อยกว่าส่วนเราเรียกว่า “ เศษส่วนแท้ ” (Proper Fraction)

3. การคูณและการหารเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษา

นิยามการคูณและการหารเศษส่วนนั้น เน้นกระบวนการให้ได้มาซึ่งผลคูณและผลหารระหว่างเศษส่วนของจำนวนใด ๆ แต่สำหรับหลักสูตรประถมศึกษาซึ่งมีวัตถุประสงค์ในการเรียนการสอน เพื่อเป็นเครื่องมือนำเอาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันตามความหมายให้เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงจึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องย้าให้เด็กประถมศึกษาเข้าใจเพิ่มเข้าไปอีกด้วย ดังนี้ (สุลัดดา,2529)

3.1 การคูณเศษส่วน

3.1.1 การคูณจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $3 \times \frac{1}{2} = \square$
ขั้นที่ 1

ครูประถมศึกษาจะต้องสามารถตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ $3 \times \frac{1}{2} = \square$

ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงในหลาย ๆ รูปแบบ ดังเช่น

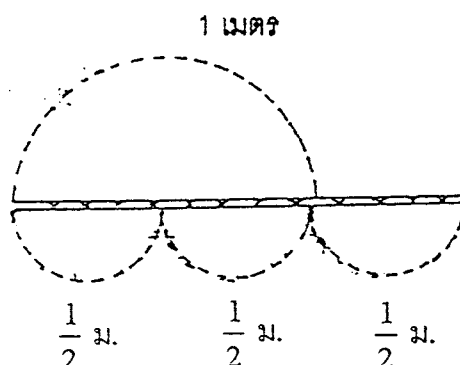
$3 \times \frac{1}{2} = \square$ หมายถึง สามเท่าของ $\frac{1}{2}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง ถ้าเอาเชือกขนาด $\frac{1}{2}$ เมตร มาต่อกัน 3 ท่อน
จะได้เชือกยาวทั้งหมดกี่เมตร

หรือ หมายถึง รถของแดงมีน้ำมันอยู่ $\frac{1}{2}$ ลิตร แต่รถของดำมีน้ำมันเป็น
3 เท่าของรถของแดง ถามว่ารถของดำมีน้ำมันกี่ลิตร

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ครูจะต้องมีความสามารถในการเขียนแผนภาพประกอบความหมาย ดังกล่าว เพื่อย้ำให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้นอีกด้วย



ขั้นที่ 3

เป็นขั้นตอนนามธรรม เพื่อนำไปสู่วิธีคิดของการหาผลคูณ จากแผนภาพจะได้ว่า

$$\begin{aligned} 3 \times \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{1+1+1}{2} \\ &= \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

จากนั้นครูประถมศึกษาจึงชี้ให้เด็กนักเรียนสังเกตผลคูณและวิธีการหาผลคูณที่จะนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีคิดได้อย่างไร

3.1.2 เศษส่วนคูณด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง

$$\frac{1}{3} \times 5 = \square$$

ขั้นที่ 1

ความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์กับชีวิตจริง ดังเช่น

$$\frac{1}{3} \times 5 = \square \quad \text{หมายถึง มีของอยู่ 5 แบ่งออกเป็น 3 ส่วน แล้ว}$$

เอามา 1 ส่วนเป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง ดำซื้อส้ม 5 กิโลกรัม แต่แดงซื้อส้ม $\frac{1}{3}$ ของดำ ถามว่า แแดงซื้อส้มกี่กิโลกรัม

หรือ หมายถึง มานีมีที่ดินอยู่ 5 ไร่ ต้องการแบ่งขายไป $\frac{1}{3}$ ของที่มี ถามว่าจะแบ่งขายไปกี่ไร่

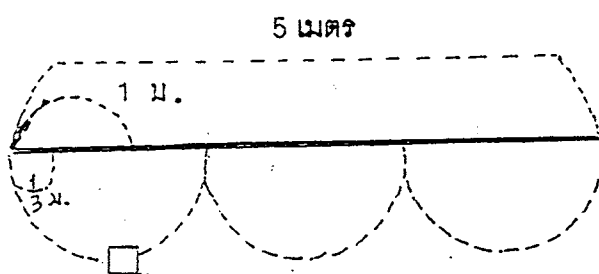
หรือ หมายถึง มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการให้น้องไป $\frac{1}{3}$

ของที่มีอยู่ จะต้องตัดเทปให้น้องไปกี่เมตร

หรือ หมายถึง ถ้า 1 เมตรหนัก 60 กรัม $\frac{1}{3}$ เมตร จะหนักกี่กรัม

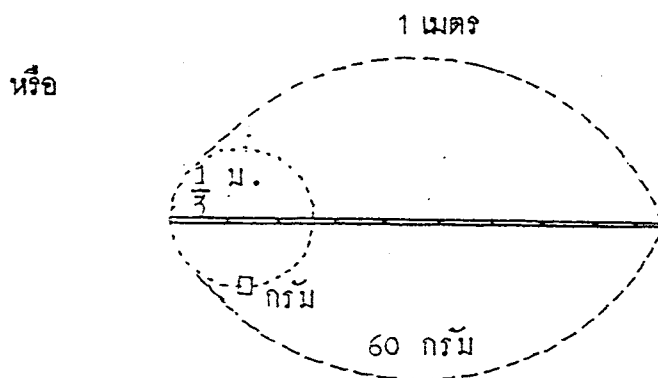
ขั้นที่ 2

เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหาดังเช่น



รูป ก.

$$\therefore \square = 5 \times \frac{1}{3} \text{ (เพราะมีขนาด } \frac{1}{3} \text{ เมตร อยู่ 5 ส่วน)}$$



รูป ข.

แผนภาพในรูป ก. แทนปัญหา “มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการให้น้องไป $\frac{1}{3}$ ของที่มีอยู่

จะต้องตัดเทปให้น้องไปกี่เมตร”

แต่ในแผนภาพรูป ข. แทนปัญหา “ถ้า 1 เมตรหนัก 60 กรัม แล้ว $\frac{1}{3}$ เมตรจะหนักกี่กรัม

ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีคิด

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} \times 5 &= 5 \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{5 \times 1}{3} \\ &= \frac{5}{3}\end{aligned}$$

3.1.3 เศษส่วนคูณด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$

ขั้นที่ 1 ความหมายของประโยค $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$ ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ดังเช่น

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} =$ หมายถึง ครึ่งหนึ่งของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง 1 ใน 2 ของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง มีของอยู่ $\frac{1}{3}$ แบ่งออกเป็น 2 ส่วนแล้วนำมา 1 ส่วน

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว $\frac{1}{3}$ เมตร แบ่งให้น้องไปครึ่งหนึ่ง น้องจะได้

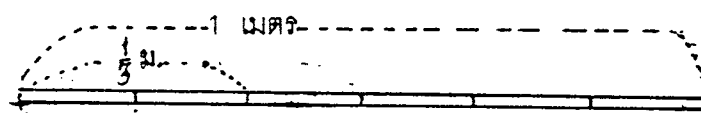
เชือกยาวกี่เมตร

หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ $\frac{1}{3}$ ไร่ ต้องการแบ่งเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน จะได้

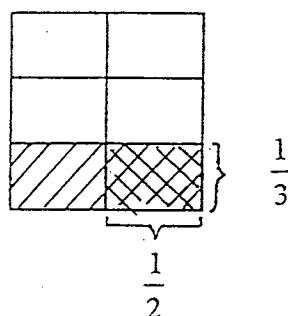
ส่วนละกี่ไร่

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งสามารถเขียนได้แตกต่างกันออกไปตามสภาพการของปัญหา ดังเช่น



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

พื้นที่แรเงา  แทนด้วยเศษส่วน $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$



ชั้นที่ 3 เป็นชั้นนามธรรมนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีลัด

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

7W
8A
น 433

3.2 การหารเศษส่วน

3.2.1 จำนวนเต็มหารด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $6 \div \frac{1}{2} = \square$

ชั้นที่ 1 ชั้นที่ความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

$6 \div \frac{1}{2} =$ หมายถึง มี $\frac{1}{2}$ อยู่กี่ครั้งใน 6

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว 6 เมตร ต้องการแบ่งออกเป็นท่อนๆ ท่อนละ

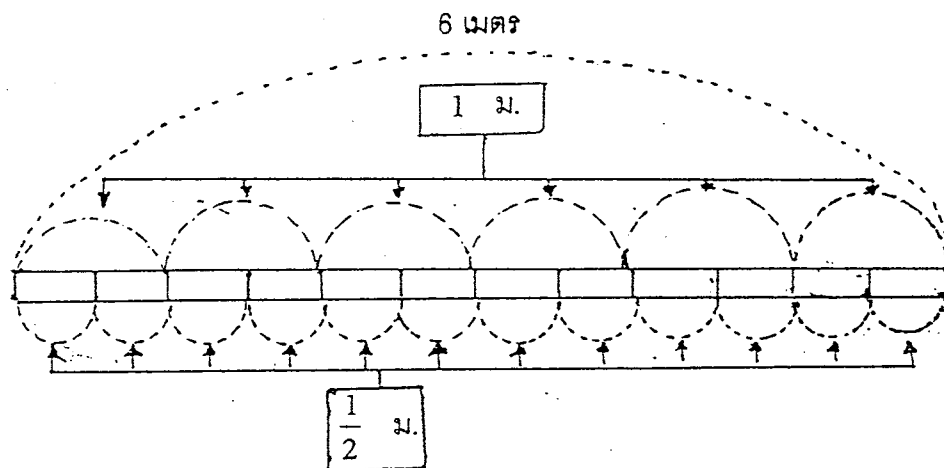
$\frac{1}{2}$ เมตรจะได้เชือกทั้งหมดกี่ท่อน

หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ 6 ไร่ ต้องการแบ่งเป็นล๊อค ๆ ล๊อคละ $\frac{1}{2}$ ไร่ จะได้ที่

ดินกี่ล๊อค

เหล่านี้เป็นต้น

ชั้นที่ 2 เป็นชั้นการเขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น

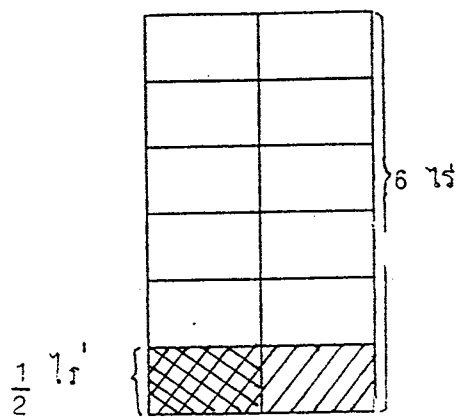


รูป ก.

ถ้าแบ่งเชือกท่อนละ $\frac{1}{2}$ เมตร เชือกยาว 1 เมตร จะแบ่งได้ 2 ท่อน เชือก 6 เมตร จะ

แบ่งได้ 6×2 ท่อน

$6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12$ (ดูรูป ก. ประกอบ)



รูป ข.

ถ้าแบ่งล๊อคละ $\frac{1}{2}$ ไร่

ที่ดิน 1 ไร่แบ่งได้ 2 ล๊อค

ที่ดิน 6 ไร่ แบ่งได้ $6 \times 2 = 12$ ล๊อค

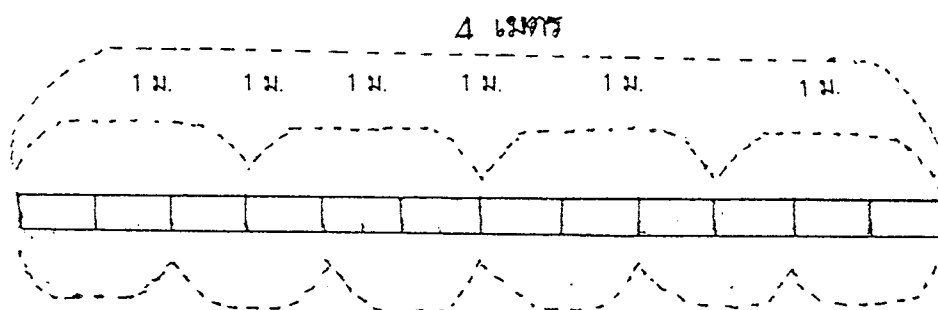
$$\text{ดังนั้น } 6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12$$

(ดูรูป ข. ประกอบ)

สำหรับกรณี $4 \div \frac{2}{3} = \square$ อาจแสดงได้โดย

$$4 \div \frac{2}{3} = \square \text{ หมายถึง มีเชือกอยู่ 4 เมตร ต้องการตัดเปท่อน ๆ ละเท่ากันขนาด } \frac{2}{3} \text{ เมตร}$$

จะได้ก็ท่อน



$$\frac{2}{3} \text{ ม. } \frac{2}{3} \text{ ม. } \frac{2}{3} \text{ ม. } \frac{2}{3} \text{ ม. } \frac{2}{3} \text{ ม. } \frac{2}{3} \text{ ม. } \frac{2}{3} \text{ ม.}$$

เชือกขนาด $\frac{2}{3}$ เมตร หมายถึง มีขนาด $\frac{1}{3}$ เมตรอยู่ 2 ท่อน

เพราะฉะนั้น วิธีการแบ่งทำได้ดังนี้คือ

ใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ 1 เมตร อยู่ 4 ท่อน

ใน 1 เมตร จะมีขนาดท่อนละ $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 3 ท่อนใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 4×3 ท่อนเราต้องการเชือกขนาด $\frac{2}{3}$ เมตร หรือ หมายถึง เชือกมีขนาด $\frac{1}{3}$ อยู่ 2 ท่อนเรามีเชือกขนาด $\frac{1}{3}$ เมตร อยู่ 4×3 ท่อน แต่ต้องการแบ่งเป็นขนาด $\frac{2}{3}$ เมตรเพราะฉะนั้นจะได้ทั้งหมด $4 \times 3 \div 2 = 12 \div 2 = 6$ ท่อน

$$\text{ดังนั้น } 4 \div \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

ขั้นที่ 3 ขึ้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัด จะได้ว่า

$$6 \div \frac{1}{2} = 6 \times 2 = 12$$

$$5 \div \frac{1}{3} = 5 \times 3 = 15$$

$$4 \div \frac{2}{3} = 4 \times \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

3.2.2 เศษส่วนหารด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \div 5 = \square$

ขั้นที่ 1 ความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์จริง ดังเช่น

$$\frac{1}{2} \div 5 = \square \text{ หมายถึง มีของอยู่ } \frac{1}{2} \text{ แบ่งออกเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กัน}$$

จะได้ส่วนละเท่าไร

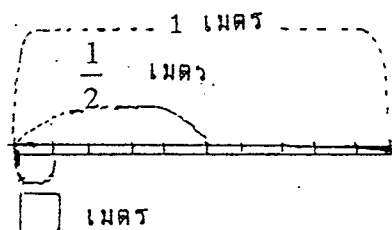
หรือ หมายถึง มีเชือกยาว $\frac{1}{2}$ เมตร แบ่งออกเป็น 5 ท่อน

เท่า ๆ กัน แต่ละท่อนจะยาวกี่เมตร

หรือ หมายถึง มีที่ดิน $\frac{1}{2}$ ไร่ แบ่งเป็น 5 ล็อค จะได้ล๊อคละกี่ไร่

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขึ้นเขียนรูปภาพ หรือแผนภาพประกอบ

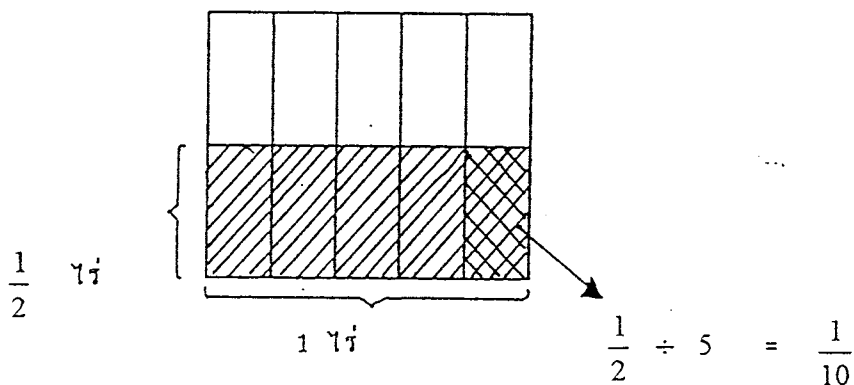


ถ้า $\frac{1}{2}$ เมตร แบ่งออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

1 เมตร จะแบ่งออกเป็น $2 \times 5 = 10$ ส่วน

แต่ละท่อนจะยาว $\frac{1}{10}$ เมตร

นั่นคือ $\frac{1}{2} \div 5 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$



ขั้นที่ 3 ชื่อนามธรรมนำไปสู่วิธีลัด

$$\frac{1}{2} \div 5 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{3} \div 2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{5} \div 3 = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

3.2.3 เศษส่วนหารด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \square$

ขั้นที่ 1 ความหมายของสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

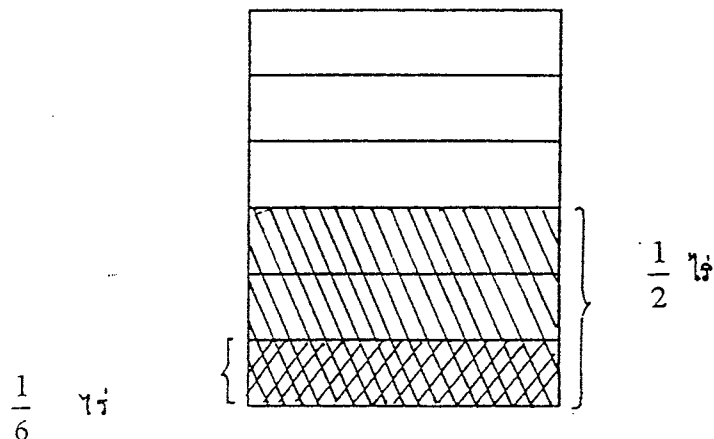
$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = 3 \text{ หมายถึง มี } \frac{1}{6} \text{ อยู่กี่ครั้งใน } \frac{1}{2}$$

หรือ หมายถึง มีของอยู่ $\frac{1}{2}$ แบ่งออกเป็นขนาด $\frac{1}{6}$
จะได้กี่ขนาด

หรือ หมายถึง มีที่ดิน $\frac{1}{2}$ ไร่ ต้องการแบ่งเป็นล๊อค
ล๊อคละ $\frac{1}{6}$ ไร่ จะได้กี่ล๊อค

เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ชั้นเขียนแผนภาพประกอบปัญหา เพื่อจะได้เข้าใจและสามารถแก้ปัญหได้



พื้นที่ที่แรเงา  แสดงที่ดินขนาด $\frac{1}{2}$ ไร่

แบ่งที่ดินดังกล่าวออกเป็นล๊อค ๆ ละ $\frac{1}{6}$ ไร่

พื้นที่ที่แรเงา  คือที่ดินขนาด $\frac{1}{6}$ ไร่

ฉะนั้นจะแบ่งได้ทั้งหมด 3 ล๊อค นั่นคือ $\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = 3$

ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีคิดในการคิดคำนวณ

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times \frac{6}{1} = 3$$

2.2.3 การเรียนการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

Dones and Paling (1957) ได้กล่าวว่า การสอนเศษส่วนนั้นควรสอนเศษส่วนที่พบในชีวิตจริงแก่นักเรียนที่เริ่มเรียนเศษส่วน และ เริ่มจากเศษส่วนที่มองเห็นเข้าใจง่าย เช่น เศษหนึ่งส่วนสอง

เศษหนึ่งส่วนสาม ฯลฯ การสอนต้องประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ โดยให้นักเรียนได้กระทำเอง กระทำกับวัตถุหลาย ๆ อย่างเพื่อป้องกันมิให้นักเรียนเข้าใจผิดว่าเศษส่วนใช้ได้เฉพาะรูปนั้นรูปนี้เท่านั้น ดังนั้นอุปกรณ์จึงเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับการสอน เรื่อง เศษส่วน

Glen (1957) ได้กล่าวถึง อุปกรณ์ที่ใช้สอนเศษส่วนนั้น ควรเป็นอุปกรณ์ที่แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของตัวเศษและตัวส่วนเป็นอย่างดีและจะต้องช่วยให้เด็กค้นหาคำตอบได้ด้วยตนเอง

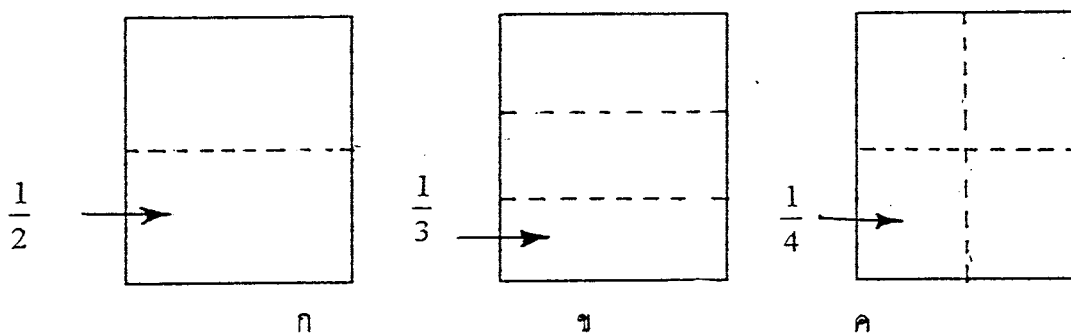
Richard W. Copeland (อ้างถึงใน บุญมา, 2524) ได้สรุปความคิดพื้นฐานในการสอนเศษส่วนที่จะเป็นประโยชน์แก่ครูผู้สอนตามแนวความคิดของเพียเจต์ ไว้ 8 ประการ ดังนี้

1. ถ้านักเรียนมีความคิดเรื่องการ “แบ่งของทั้งหมด” หรือ “ของทั้งหมดถูกแบ่งได้” เด็กจะมีความคิดเรื่องเศษส่วนของทั้งหมดดังกล่าว อาจเป็นของชิ้นเดียว กลุ่มเดียวกัน จำนวนเดียวกัน ดังนั้นจะเห็นว่าความคิดเกี่ยวกับเศษส่วนเป็นความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนทั้งหมด

2. การกำหนดเศษส่วนจากแนวคิดที่ว่า ของทั้งหมดถูกแบ่งอีกได้โดยไม่เหลือเศษ

3. เศษส่วนมีความหมายในการกำหนด ระบุ “จำนวน” ของส่วนย่อยในส่วนทั้งหมด

4. จะมีความสัมพันธ์ที่แน่นอนระหว่างจำนวนที่แทนส่วนย่อยที่แบ่งกับจำนวนทั้งหมดเต็มหนึ่ง ๆ เสมอ และจะมีความสัมพันธ์ที่แน่นอนระหว่างจำนวนที่แทนส่วนย่อยกับจำนวนครั้งที่ตัด (แบ่ง) เสนอดังรูป



รูป ก ตัด 1 ครั้ง ได้ 2 ส่วน

รูป ข ตัด 2 ครั้ง ได้ 3 ส่วน

รูป ค ตัด 3 ครั้ง ได้ 4 ส่วน

แผนภูมิที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่แทนส่วนย่อยกับจำนวนครั้งที่ตัด
 วิชา ระดับชั้น ป.4 (อ้างอิงใน นุญมา, 2524)

จากรูปเป็นการแบ่งส่วนเท่า ๆ กัน เศษส่วน (จำนวน) ที่แทนด้วยส่วนย่อยที่เกิดขึ้นนั้นจะเป็น $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ตามลำดับ

5. มโนคติของเศษส่วนทางเลขคณิต หมายถึง ส่วนย่อยทั้งหมดต้องเท่ากัน และการบวก การลบ การคูณ การหาร ใช้หลักเกณฑ์นี้เสมอ

6. เมื่อมีการแบ่งส่วนเป็นเป็นส่วนย่อยต่อไป เด็กต้องตระหนักว่าขณะนั้นเศษส่วนดังกล่าวมีคุณสมบัติซับซ้อนกัน 2 ประการ ประการแรกเป็นส่วนย่อยของส่วนทั้งหมดเดิมเสมอ ไปเด็กส่วนใหญ่จะไม่เห็นความสัมพันธ์เช่นนี้ โดยเฉพาะเด็กในวัยชั้นก่อนคิดเป็นแบบแผน เมื่อเขาสนใจส่วนย่อยเขาก็จะไม่สนใจส่วนทั้งหมด เขาก็จะไม่สนใจส่วนย่อย เนื่องจากเขาไม่สามารถที่จะสนใจส่วนย่อยกับส่วนทั้งหมดพร้อม ๆ กันนอกจากเขาจะมีความคิดย้อนกลับ ทั้งนี้เพราะเขาไม่มีความคิดเรื่องการอนุรักษ์จำนวน

7. เนื่องจากเศษส่วนเกี่ยวข้องกับส่วนทั้งหมดที่ถูกแบ่งมา ดังนั้นส่วนทั้งหมดต้องมีปริมาณคงเดิม นั่นคือ เด็กต้องมีความคิดอนุรักษ์ส่วนทั้งหมด (ส่วนทั้งหมดจะคงเดิมถึงแม้จะถูกแบ่งเป็นส่วนย่อยก็ส่วนก็ตาม)

8. ข้อเสนอแนะอื่น ๆ

8.1 รูปร่างของสิ่งที่แบ่งได้ง่าย คือ สีเหลี่ยมผืนผ้า วงกลม และสีเหลี่ยมจตุรัสตามลำดับ

8.2 ลักษณะของการแบ่งที่ง่าย คือ แบ่งครึ่งแบ่งเป็นสี่ส่วนและแปดส่วนตามลำดับ

8.3 เด็กมีประสบการณ์การแบ่งเป็น 2 ส่วน 3 ส่วน มาก่อนแล้วจึงจะเรียนถึงการแบ่งเป็น 5 ส่วน 6 ส่วน และการสอนแบ่งเป็น 5 ส่วนหรือ 6 ส่วนก็ต่อเมื่อเด็กมีความเข้าใจและมีอายุประมาณ 10 ปี ขึ้นไปแล้ว

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วนดังกล่าว จะเห็นได้ว่า เศษส่วนเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของผู้เรียนอยู่ตลอดเวลา แต่ธรรมชาติของเศษส่วนนั้น จะมีความยากและสลับซับซ้อนอยู่ในตัวของมันเอง ซึ่งยากต่อการเรียนรู้อย่างเข้าใจของผู้เรียนในระดับประถมศึกษา แต่ยังมีทางเลือกที่น่าสนใจ ต่อการแก้ปัญหาดังกล่าวคือการพัฒนารูปแบบการสอน เรื่อง เศษส่วนโดยรูปแบบการสอนที่เน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

2.3 การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

2.3.1 หลักการและแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา

มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับลักษณะการแก้ปัญหาไว้ พอสรุปได้ดังนี้

Piaget (1962) ได้อธิบายถึงความสามารถในการแก้ปัญหา ตามทฤษฎีทางด้าพัฒนาการในแง่ที่ว่า ความสามารถทางด้านนี้ จะเริ่มพัฒนาการมาตั้งแต่ขั้นที่ 3 คือ Stage of Concrete Operations เด็กมีอายุประมาณ 7 - 8 ปี จะเริ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหา แบบง่าย ๆ ภายในขอบเขตจำกัด ต่อมาถึงระดับการพัฒนาการขั้นที่ 4 คือ State of Formal Operation เด็กมีอายุประมาณ 11 - 12 ปี เด็กจะมีความคิดความสามารถหาเหตุผลดีขึ้น และสามารถคิดแก้ปัญหาแบบซับซ้อนได้ เด็กสามารถเรียนรู้ในสิ่งที่เป็นนามธรรมชนิดสลับซับซ้อนได้

Gagne (1970) ได้อธิบายถึงความสามารถด้านคิดค้นกับปัญหาว่า เป็นรูปแบบของการเรียนรู้อย่างหนึ่งที่ต้องอาศัยการเรียนรู้ประเภทหลักการที่มีความเกี่ยวข้องกัน ตั้งแต่สองประเภทขึ้นไปและใช้หลักการนั้นประสมประสานกัน จนเป็นความสามารถชนิดใหม่ที่เรียกว่า ความสามารถทางด้านการคิดแก้ปัญหา โดยการเรียนรู้ประเภทหลักการนี้ต้องอาศัยความสามารถในการมองเห็นลักษณะร่วมของสิ่งเร้าทั้งหลาย

Good (1973) ได้ให้ความเห็นว่า วิธีการทางวิทยาศาสตร์ คือ การแก้ปัญหานั้นเอง ซึ่ง กู๊ดได้กล่าวว่า การแก้ปัญหานั้นเป็นแบบแผนหรือวิธีการดำเนินการซึ่งอยู่ในสถานะที่มีความยาก ลำบากยุ่งยาก หรืออยู่ในสถานะที่พยายามตรวจสอบข้อมูลที่หามาได้ ซึ่งความเกี่ยวข้องกับปัญหา มีการตั้งสมมติฐาน และมีการตรวจสอบสมมติฐานภายใต้การควบคุมมีการรวบรวมเก็บข้อมูล จากกการทดลองเพื่อหาความสัมพันธ์ที่จะทดแทนสมมติฐานนั้น ว่าเป็นจริงหรือไม่

Krulik และ Rudnick (1987) ได้ให้นิยามของการแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ต้องใช้การ วิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้และทักษะที่มีอยู่ ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ หรือสถานการณ์ที่แตกต่างกันออกไป

สวนา (2522) กล่าวว่า การแก้ปัญหานั้นเป็นเรื่องสำคัญมาก มนุษย์ทุกคนเคยเผชิญกับ สภาพที่เป็นปัญหา และจะต้องพบกับปัญหาต่าง ๆ อีกเป็นอันมากในชีวิต ปัญหาบางประการ ก็ไม่สลับซับซ้อนมากนักก็สามารถแก้ไขได้ แต่บางประการก็สลับซับซ้อนมากยากแก่การแก้ไข ได้สำเร็จการคิดเป็นองค์ประกอบสำคัญต่อการแก้ปัญหายิ่งปัญหาสลับซับซ้อนมากก็ยิ่งอาศัย การคิดมาก

กมลรัตน์ (2523) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคือ เป็นความสามารถในการใช้ ประสบการณ์เดิมจากการเรียนรู้ทั้งทางตรงและทางอ้อม มาแก้ปัญหานั้นที่ประสบใหม่

ประสาธ (2523) ได้ให้ความหมายของการคิดแก้ปัญหาคือ เป็นกระบวนการที่ต้อง อาศัยสติปัญญาและความคิด ทั้งรูปแบบพฤติกรรมที่ซับซ้อนต่าง ๆ อันเป็นผลมาจากการ พัฒนาสติปัญญา การคิดแก้ปัญหานั้นจะต้องมีความสัมพันธ์ใกล้ชิดกับสติปัญญา

พยอม (2524) กล่าวว่า วิธีการแก้ปัญหานั้นจะเกิดขึ้นได้นั้นต้องอาศัยกฎที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว ช่วยแก้ปัญหานั้นที่ค้นพบ การแก้ปัญหานั้นอาจแก้ไขได้โดยการสอน โดยการบอกวิธีให้ อย่างไรก็ตาม ส่วนประกอบที่จะช่วยในการแก้ปัญหานั้นก็คือ การใช้กฎที่เรียนรู้ไปแล้ว ดังนั้น การแก้ ปัญหานั้นก็คือ กระบวนการที่ผู้เรียนดึงสิ่งที่เรียนรู้ไปแล้วมาใช้แก้ปัญหานั้นในสถานการณ์ต่าง ๆ

จากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การแก้ปัญหานั้นเป็นกระบวนการ หรือวิธีการที่สลับซับซ้อนต้องอาศัยการวิเคราะห์ และการสังเคราะห์ความรู้และทักษะที่มี อยู่ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

Suydam (1982) ได้สรุปหลักการที่ควรคำนึงในการแก้ปัญหานั้น ซึ่งเป็นผลจากการวิเคราะห์ และสังเคราะห์ จากการวิจัยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เทคนิคและกลวิธีในการแก้ปัญหานั้น สามารถสอนหรือเรียนรู้ได้ นอกเหนือ จากประสบการณ์การแก้ปัญหานั้น นักเรียนควรได้รับการเสนอแนะเทคนิค วิธีที่มีประสิทธิภาพ และหลากหลายในการแก้ปัญหานั้นด้วย

2. ไม่มีเทคนิควิธีการแก้ปัญหาใดที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาได้ทุกรูปแบบ การแก้ปัญหาหนึ่งอาจใช้เทคนิควิธีการแก้ปัญหามากมาย ๆ วิธี

3. การสอนให้นักเรียนรู้จักเทคนิควิธีการแก้ปัญหามากมาย ๆ วิธี จะเป็นการเตรียมนักเรียนให้พร้อม ที่จะเลือกเทคนิควิธีที่เหมาะสมในแต่ละสถานการณ์ปัญหาที่เขาเผชิญ

4. ควรจัดประสบการณ์ให้มีโอกาสในการแก้ปัญหา ในหลายรูปแบบและเป็นปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องใช้ความพยายามในการแก้ปัญหารวมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนใช้เทคนิควิธีต่าง ๆ หลายวิธีเพื่อให้ตระหนักว่าการแก้ปัญหาไม่จำเป็นจะต้องมีวิธีการแก้ปัญหาเพียงวิธีเดียว

5. ปัญหาควรเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน เพราะความสามารถในการแก้ปัญหาสัมพันธ์กับระดับการพัฒนาการของนักเรียน

2.3.2 ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

กมลรัตน์ (2528) ได้อธิบายเกี่ยวกับการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

การแก้ปัญหา หมายถึง ประสบการณ์เดิมจากการเรียนรู้ทางตรง (มีผู้อบรมสั่งสอน) และทางอ้อม (เรียนรู้ด้วยตนเอง) มาแก้ปัญหาใหม่ที่ประสบ ซึ่งการแก้ปัญหาแต่ละครั้งจะสำเร็จหรือได้ผลดีขึ้นอยู่กับองค์ประกอบต่อไปนี้

1. ระดับความสามารถของเชาว์ปัญญา ผู้เรียนที่มีระดับเชาว์ปัญญาสูงย่อมสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้เรียนที่มีระดับเชาว์ปัญญาดำ

2. การเรียนรู้ ในการแก้ปัญหาได้สำเร็จและรวดเร็วเกิดจากการที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างแท้จริง สามารถจับหลักการต่าง ๆ ในขณะที่เรียนรู้ได้อย่างเข้าใจถึงแท้เมื่อประสบปัญหาเช่นนี้อีก หรือปัญหาที่คล้ายคลึงกันจะแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วถูกต้อง

3. การรู้จักคิดแบบเป็นเหตุเป็นผล โดยอาศัยสิ่งต่าง ๆ ดังนี้

3.1 ข้อเท็จจริงและความรู้จากประสบการณ์เดิม

3.2 มุ่งหมายในการคิดและการแก้ปัญหา

3.3 ระยะเวลา การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผลจำเป็นต้องอาศัยเวลา ดังนั้นผู้ฉลาดมักจะทำทั้งระยะเวลาสักกระยะหนึ่งเมื่อประสบปัญหา เพื่อไตร่ตรองหาเหตุผลที่ดีที่สุดในการแก้ปัญหา

วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหามักแตกต่างกันออกไป แล้วแต่ประสบการณ์ของผู้เรียนและสภาพของปัญหาที่เกิดขึ้น ดังนี้

1. การแก้ปัญหาโดยใช้พฤติกรรมแบบเดียว
2. การแก้ปัญหาแบบลองผิดลองถูก
3. การแก้ปัญหาโดยการเปลี่ยนแปลงทางความคิด
4. การแก้ปัญหาโดยวิธีการทางวิทยาศาสตร์

สำหรับการแก้ปัญหาโดยวิธีการทางวิทยาศาสตร์ การแก้ปัญหาในระดับนี้ถือว่าเป็นระดับสูงสุดและใช้ได้ดีที่สุด โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการแก้ปัญหาที่ยาก ซับซ้อนการแก้ปัญหาด้วยวิธีนี้จะต้องอาศัยองค์ประกอบต่าง ๆ ดังนี้

1. ระดับเชาว์ปัญญา โดยต้องมีระดับเชาว์ปัญญาอย่างน้อยระดับปกติขึ้นไป (I.Q. = 90 - 109)
2. การคิดแบบมีเหตุผล คือ รู้จักไตร่ตรองสภาพต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นว่าอะไรเป็นเหตุ และทำให้เกิดผลอะไรบ้าง
3. ประสบการณ์เดิม ซึ่งเกิดจากการเรียนรู้ทั้งทางตรงและทางอ้อม
4. เวลาในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาวีธีนี้ จำเป็นต้องอาศัยเวลาเพื่อไตร่ตรองหาเหตุผล ตั้งสมมติฐาน ก่อนนำไปใช้แก้ปัญหาจริง ๆ ต่อไป ซึ่งมีรายละเอียด คือ
 - 4.1 พิจารณาโดยอาศัยการสังเกต
 - 4.2 ตั้งสมมติฐานจากประสบการณ์เดิมต่าง ๆ
 - 4.3 ทดสอบสมมติฐาน
 - 4.4 คงสมมติฐานที่ถูกต้องไว้ แต่ถ้าผิดให้สมมติฐานเดิมทิ้งไป ย้อนกลับไปพิจารณาปัญหาแล้วตั้งสมมติฐานขึ้นใหม่
 - 4.5 นำสมมติฐานที่ดีที่สุดไปใช้ อาจเป็นการใช้ทั้งหมด หรือประยุกต์ไปใช้เฉพาะบางส่วน ที่เหมาะสมกับสภาพปัญหา

Polya (1657) ได้เสนอขั้นตอนในการคิดแก้ปัญหาไว้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา พยายามเข้าใจสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในปัญหา สรุปวิเคราะห์ แปลความ ทำความเข้าใจให้ได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร ข้อมูลที่โจทย์ให้มามีอะไรบ้าง ข้อมูลมีเพียงพอหรือไม่

ขั้นตอนที่ 2 การวางแผนในการแก้ปัญหา แยกแยะปัญหาออกเป็นส่วนย่อย ๆ เพื่อสะดวกต่อการลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา และวางแผนว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหา เช่น การลองผิดลองถูก การหารูปแบบ การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ตลอดจนความคล้ายคลึงของปัญหาเดิมที่เคยทำมา

ขั้นตอนที่ 3 การลงมือทำตามแผน เป็นขั้นที่ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ ถ้าขาดทักษะใด จะต้องเพิ่มเติม เพื่อนำไปใช้ให้เกิดผลดี ขั้นนี้จะรวมถึงวิธีการแก้ปัญหด้วย

ขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบวิธีการและการคำนวณ

Dewey (1971) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหที่เรียกว่า Dewey' Problem Solution : ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

1. การรับรู้และเข้าใจปัญหา เมื่อมีปัญหาเกิดขึ้น คนส่วนใหญ่จะต้องพบกับความตึงเครียด ความสงสัยและความยากลำบากที่จะต้องแก้ปัญหานั้นให้หมดไป ในขั้นต้นผู้พบปัญหาจะต้องรับรู้และเข้าใจในตัวปัญหานั้นก่อน

2. การระบุและแจกแจงลักษณะของปัญหา ปัญหาที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกัน มีระดับความยากง่ายที่จะแก้ไขได้ต่างกัน จึงต้องพิจารณาสิ่งต่อไปนี้

2.1 มีตัวแปรต้นหรือองค์ประกอบอะไรบ้าง

2.2 มีอะไรบ้างที่จะต้องทำในการแก้ปัญห โดยอาจที่จะเป็นการระบุปัญหาได้ไม่แจ่มชัด เป็นต้น

2.3 ต้องจัดการมองปัญหาในวงกว้างออกไป โดยให้มองในสิ่งที่เกิดขึ้นเพื่อที่จะแก้ปัญหานั้นไปทีละตอน

2.4 ต้องรู้จักถามคำถามที่จะเป็นกุญแจนำไปสู่การแก้ปัญห

2.5 พยายามดูเฉพาะส่วนที่เกี่ยวข้องกับปัญหาจริง ๆ บางครั้งอาจมีสิ่งที่เรามองเห็นไม่ชัดที่เป็นตัวก่อกวนปัญหา ถ้าจัดสิ่งนั้นได้ก็จะแก้ปัญหได้

3. การรวบรวมข้อเท็จจริงเกี่ยวกับปัญหา เพื่อตั้งสมมติฐาน

3.1 จะมีวิธีการหาข้อเท็จจริงเกี่ยวกับปัญหาอย่างไร ใครจะเป็นผู้ให้ข้อมูลเหล่านั้น

3.2 สร้างสมมติฐานหรือคำถามที่อาจเป็นไปได้ เพื่อช่วยแก้ปัญห

4. การเลือกวิธีการแก้ปัญห หลังจากได้ความคิดว่า จะแก้ปัญหอย่างไรแล้วก็ลองพิจารณาดูว่าจะใช้วิธีใดได้บ้าง

5. การทดลองนำเอาวิธีการแก้ปัญหามาใช้

Weir (1974) ยังได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหเอาไว้ 4 ขั้นตอนด้วยกัน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นในการตั้งปัญหา (Statment of Problem)

ขั้นที่ 2 ขั้นในการวิเคราะห์ปัญหา (Defining the Problem or Distinguishing Essential Feature)

ขั้นที่ 3 ขั้นในการปฏิบัติการทดลอง (Searching for and Formulating a Hypothesis)

ขั้นที่ 4 ขั้นในการตรวจสอบผลลัพธ์ (Verifying the Solution)

ทบวงมหาวิทยาลัย (2525) ได้กล่าวว่า ขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นอาจแจกแจงได้มากหรือน้อยกว่า 4 ขั้นก็ได้ แล้วแต่ความละเอียดในการแบ่ง และทบวงมหาวิทยาลัยก็ได้แบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ

1. การระบุปัญหา สิ่งที่สำคัญในขั้นนี้ คือ ความสนใจที่มีต่อสิ่งที่พบเห็นซึ่งเกิดเนื่องจากความยากรู้ยากเห็น และทักษะในการสังเกต

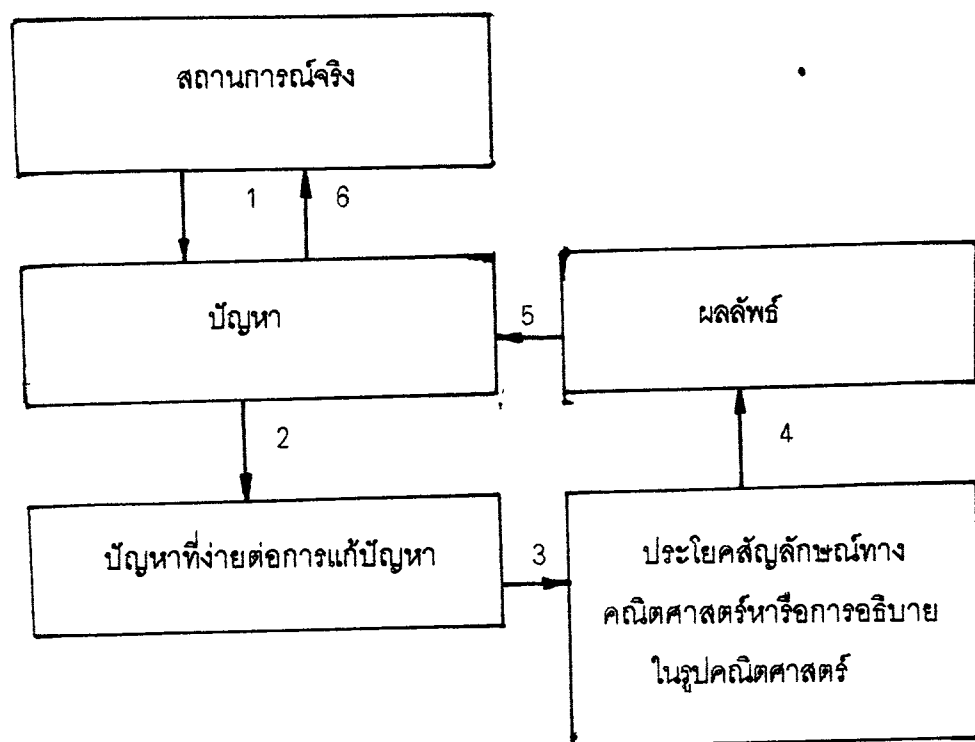
2. การตั้งสมมติฐาน เป็นการคาดคะเนคำตอบที่อาจเป็นไปได้ ซึ่งในทางวิทยาศาสตร์ เรียกว่า การตั้งสมมติฐาน

3. การทดลอง เป็นการกำหนดวิธีการแก้ปัญหา โดยอาศัยทักษะในการควบคุมตัวแปร การสังเกตและเจตคติทางวิทยาศาสตร์

4. การสรุปผลหลังจากการทดลองเป็นการแปรความ อธิบายความหมายของข้อมูล เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ได้กับสมมติฐานที่ตั้งไว้

จากการศึกษาเกี่ยวกับขั้นตอนในการแก้ปัญหาสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาจะเกิดขึ้นเมื่อบุคคลมีความสนใจหรือพบปัญหาที่เขาต้องการหาคำตอบหรือคำอธิบาย ในขั้นแรกเขาจะต้องชี้บ่งปัญหาและตั้งสมมติฐาน จากนั้นก็กำหนดวิธีการแก้ปัญหา โดยการสังเกตหรือทดลองจนได้ข้อเท็จจริงต่าง ๆ รวบรวมไว้เป็นผลสรุปของการทดลองหรือคำตอบของปัญหาดังกล่าว และในการแก้ปัญหานั้นจะต้องเป็นขั้นตอน มีระเบียบแบบแผน ส่วนการแจกแจงขั้นตอนอาจจะแตกต่างกันออกไป ขึ้นอยู่กับความละเอียดในการแบ่งขั้นตอนนั้น ๆ

นอกจากนี้ยังมีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังเช่น Rohr (1980) ได้เสนอแนะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังแผนภูมิต่อไปนี้



แผนภูมิที่ 5 แสดงกระบวนการแก้ปัญหา (Rohr, 1680)

จากแผนภูมิแก้ปัญหา Rohr ได้เสนอแนะการกระทำหรือหน้าที่ของผู้แก้ปัญหาจะต้องปฏิบัติ คือ

1. สังเกตและวิเคราะห์สถานการณ์ว่าอะไรคือปัญหา
2. พิจารณาปัญหาและทำปัญหาให้ง่ายแก่การแก้ปัญหา เช่น ตัดส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องออกเขียนแผนภาพหรือวาดภาพประกอบ

3. เปลี่ยนปัญหาให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
4. คิดคำนวณผลลัพธ์หรือคำตอบจากประโยชน์สัญลักษณ์
5. นำผลลัพธ์ไปตอบปัญหา แปลความหมายของผลลัพธ์ไปสู่ปัญหา
6. นำไปหาที่แก้ได้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์จริง

นอกจากนี้ Charles (อ้างถึงในสุลัดดาและคณะ, 2530) ได้สรุปไว้ในบทความชื่อ

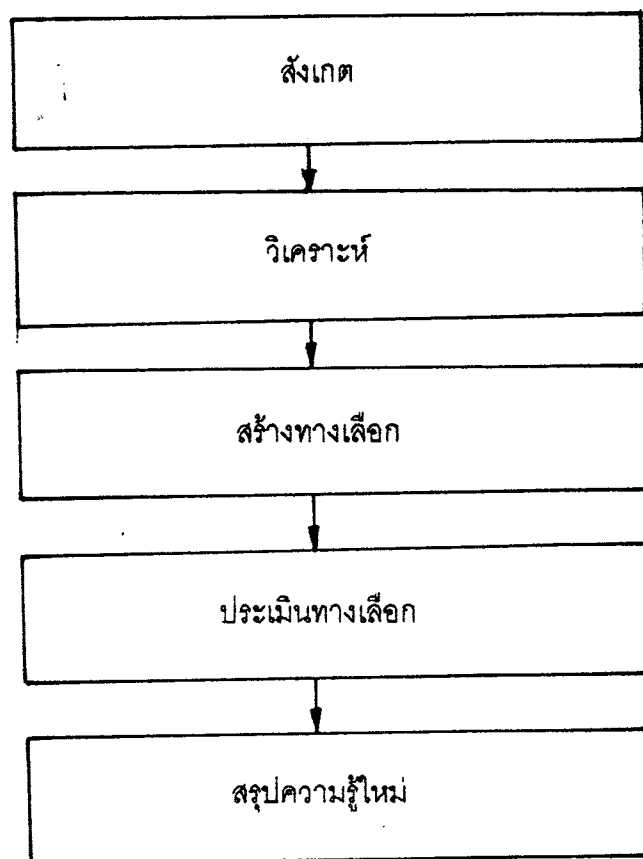
“The Role of Problem Solving” ว่า กระบวนการแก้ปัญหา คือ กระบวนการของ

1. การเข้าใจปัญหา
2. การเลือกหรือการรวบรวมข้อมูล

3. การเลือกและการใช้เทคนิคในการแก้ปัญหา

4. การประเมินผลคำตอบที่สมเหตุสมผล

นอกจากนี้กระทรวงศึกษาธิการ (2534) ได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหาว่า เป็นกระบวนการหาคำตอบหรือแก้ปัญหาด้วยตนเอง มีลำดับขั้นตอนดังนี้



แผนภูมิที่ 6 แสดงลำดับขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา

จากแผนภูมิ ลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหาพอจะอธิบายได้ดังนี้

1. ขั้นสังเกต เป็นการรับรู้สิ่งที่เป็นปัญหา และความจำเป็นที่จะต้องแก้ปัญหา
2. ขั้นวิเคราะห์ เป็นการพิจารณาสาเหตุของปัญหา
3. ขั้นสร้างทางเลือก เป็นการทำงานตามแนวทางการแก้ปัญหาและบันทึกข้อมูลของการทำงาน แล้วพิจารณาความเป็นไปได้ของแต่ละแนวทางการแก้ปัญหา
4. ขั้นสรุป เป็นการนำเอาความรู้ทั้งหมดมาสรุปเป็นความรู้ใหม่ และสิ่งที่ควรเป็นแนวทางปฏิบัติต่อไป

Polya (1957), Dewey (1971), Weir (1974), Rohr (1980), Charies (อ้างถึงในสุลัดดา และคณะ, 2530), ทบวงมหาวิทยาลัย (2525) และกระทรวงศึกษาธิการ (2524) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่น่าสนใจยิ่ง ผู้วิจัยจึงนำขั้นตอนที่เหมือนกันมาประยุกต์ใช้ในการทำแผนการสอนที่เป็นรูปแบบเน้นทักษะการแก้ปัญหาดังนี้

ขั้นที่ 1 การเสนอปัญหา

ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหา

ขั้นที่ 3 การเลือกวิธีแก้ปัญา

ขั้นที่ 4 การสรุปผล

2.3.3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมการแก้ปัญหา

2.3.3.1 บทบาทของครู

การแก้ปัญหาไม่มีขั้นตอนแน่นอนตายตัว การฝึกทักษะการแก้ปัญหาให้เกิดขึ้นกับเด็ก จึงมีความจำเป็นมากต่อการจัดการเรียนการสอนให้เด็กได้มีโอกาสเคยชินกับการแก้ปัญหา ครูจึงเป็นบุคคลสำคัญผู้หนึ่งที่จะปลูกฝังความรู้ในเรื่องวิธีการแก้ปัญหาให้แก่เด็ก เพื่อให้เด็กได้เตรียมตัวเผชิญกับปัญหา และทราบขั้นตอนต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

มังกร (2522) กล่าวไว้ดังนี้

1. ฝึกให้เด็กทำงานอยู่เสมอ (The Persistence Process) วิธีการแบบนี้เป็นวิธีการที่ใช้กันมานาน เป็นวิธีการที่เป็นประโยชน์อยู่เสมอ การทำงานช่วยให้เรามีประสบการณ์เพิ่มขึ้น และจะช่วยให้เรามีหนทางแก้ปัญหามากขึ้น

2. ฝึกให้เด็กมีการทดสอบอยู่เสมอ (The testimonial Process) บางครั้งครูอาจกำหนดปัญหาให้นักเรียนช่วยกันหาคำตอบ โดยแนะนำให้นักเรียนกระทำกิจกรรมบางอย่างหรือการแสดงสาริตเพื่อให้นักเรียนหาคำตอบให้ได้ นักเรียนที่มีโอกาสฝึกการแก้ปัญหายู่เสมอนั้นอาจจะหาแนวทางต่าง ๆ ช่วยได้เป็นอย่างดี การสอนเนื้อหาวิชาบางครั้งครูไม่อาจทำการทดลองได้ เช่น การวัดระยะทางจากโลกกับดวงดาวในท้องฟ้า ก็ให้นักเรียนแก้ปัญหาโดยการทดสอบค้นคว้าจากแหล่งวิชาการต่าง ๆ

3. ฝึกให้เป็นผู้ที่มีเหตุผลแก่ตน (The Innat Process) การฝึกแบบนี้เป็นการฝึกให้นักเรียนเชื่อมั่นในตัวเอง .

4. ฝึกให้รู้จักการวิจารณ์ (Critical Thinking) จอห์น ดิวอี้ นักการศึกษาผู้มีชื่อเสียงได้กำหนดวิธีการแก้ปัญหา โดยการวิเคราะห์วิจารณ์ ปัญหานั้นออกเป็นขั้น ๆ ดังนี้

4.1 การกำหนดปัญหา

4.2 รวบรวมข้อเท็จจริง

4.3 ตั้งสมมติฐาน

4.4 ทดสอบสมมติฐาน

4.5 ประเมินผล

การแก้ปัญหโดยวิธีนี้ได้รับความนิยมมาก เพราะช่วยให้เราแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง สามารถนำไปใช้ได้กับทุกสาขาวิชา บางทีเรียกวิธีการนี้ว่า การแก้ปัญหโดยวิธีการทางวิทยาศาสตร์ (The Scientific Method) หรือวิธีการใช้ปัญญา (The Method of Intelligence)

วิธีการแก้ปัญหโดยวิธีนี้ ครูควรจะฝึกให้นักเรียนได้ใช้อยู่เสมอ เพราะจะนำไปใช้ในอนาคตอีกด้วย นอกจากนี้ครูควรจะได้แนะนำหรือหาทางช่วยให้นักเรียนรู้จักคิดหรือกระทำในเรื่องเหล่านี้โดย

1. ฝึกให้นักเรียนรู้จักวิเคราะห์ - สังเคราะห์

2. ฝึกให้รู้จักออกความเห็น

การฝึกหรือการกระตุ้นยั่วให้นักเรียนรู้จักแสดงความคิดเห็นอยู่เสมอ นั้น จะเป็นการช่วยให้นักเรียนได้ฝึกการใช้ความคิดของตนเอง เพราะการคิดจะช่วยให้การเรียนรู้ของนักเรียนดีขึ้นกว่าการฝึกให้นักเรียนใช้แต่ความจำอย่างเดียว ครูจะต้องคอยช่วยเหลือนักเรียนอยู่เสมอ เพราะนักเรียนอาจจะออกความคิดเห็นในสิ่งที่ไม่ถูกต้องมากนักก็ได้

สัลลิตา (2536) ได้เสนอแนะบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสร้างบรรยากาศของความประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา

ครูควรเริ่มต้นด้วยปัญหาที่ง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนมีโอกาที่จะประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาในระยะเริ่มแรก นักเรียนจะพัฒนาความมั่นใจในตนเอง มีความอยากที่จะแก้ปัญหาด้วยตนเอง

2. สนับสนุนหรือกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหา

เมื่อครูหาปัญหาหรือทำปัญหาที่น่าสนใจ ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหาไม่ได้มีวิธีการเพียงวิธีการเดียวครูควรพยายามกระตุ้นให้นักเรียน พยายามสำรวจ คิดค้น หาวิธีแก้ปัญหาแก้ปัญหาลาย ๆ วิธี เพื่อเป็นการเพิ่มทางเลือกให้แก่ นักเรียน รวมทั้งให้นักเรียนเรียนรู้เทคนิควิธีแก้ปัญหาเพิ่มมากขึ้น เพื่อจะได้นำไปใช้ในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์อื่น ๆ

3. สอนให้นักเรียนรู้วิธีการอ่านปัญหา

สิ่งจำเป็นเบื้องต้นในการแก้ปัญหา คือ การทำความเข้าใจในสถานการณ์ความสามารถในการอ่านหรือเข้าใจปัญหา เป็นสิ่งสำคัญเบื้องต้นที่จะต้องฝึกนักเรียน นักเรียนมักจะมองข้ามข้อมูลหรือแนวคิดที่จำเป็นในบริเวณของปัญหา

4. ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในปัญหา

ครูอาจดัดแปลงปัญหาเพื่อให้นักเรียนเข้ามามีส่วนร่วมในปัญหาได้ เช่น ใส่ชื่อนักเรียนในสถานการณ์ปัญหา แสดงบทบาทสมมติเป็นตัวละครในปัญหา ให้นักเรียนมีโอกาสได้ทดลองเพื่อแก้ปัญหา การใช้สื่อการสอนในรูปแบบการแก้ปัญหา

5. ให้ออกาสนักเรียนสร้างปัญหาด้วยตนเอง

นักเรียนสร้างปัญหาด้วยตนเอง เขาจะสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่า ทั้งนี้เพราะเขาจะรู้จักโครงสร้างของปัญหาเป็นอย่างดี ว่าประกอบด้วยส่วนประกอบที่จำเป็นอะไรบ้างแล้วยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิด และสัมพันธ์ความรู้และทักษะคณิตศาสตร์กับปัญหาในชีวิตประจำวันของเขา

6. สนับสนุนให้นักเรียนวาดภาพหรือแผนภาพประกอบปัญหา

การเขียนแผนภาพ หรือ รูปภาพประกอบจะช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลในปัญหาที่จะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้นและถูกต้อง ทักษะการวาดภาพหรือแผนภาพประกอบปัญหาจึงจำเป็นที่นักเรียนควรจะฝึกฝน

7. ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มหรือเป็นคู่ในการแก้ปัญหา

การเปิดโอกาสให้นักเรียนช่วยกันคิด อภิปราย สืบรวจ คิดค้น วิธีการ แก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยจะช่วยพัฒนา หรือ กระตุ้นให้นักเรียนแสดงออกเพิ่มมากขึ้น เป็นการสร้างบรรยากาศเชิงสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหายิ่งขึ้น

8. สนับสนุนให้มีการเลือกหลากหลายในการแก้ปัญหา

ครูควรเตรียมทางเลือกหรือกระตุ้นและส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาได้มากกว่าหนึ่งวิธี ทั้งนี้เพื่อช่วยให้ความคล่องตัวและประสบผลสำเร็จมากขึ้นเพราะการเตรียมทางเลือกไว้หลายๆทาง ย่อมสะดวกในการเลือกใช้ให้เหมาะสมกับสถานการณ์ได้และยังประหยัดเวลา เป็นการเพิ่มกำลังใจในการแก้ปัญหาคด้วย ถ้าวิธีหนึ่งใช้ไม่ได้ก็ยังสามารถใช้วิธีอื่นได้

9. ครูควรใช้คำถามในลักษณะสร้างสรรค์

เมื่อนักเรียนเกิดความติดขัดในการแก้ปัญหา ครูควรใช้คำถามในลักษณะชี้แนะ หรือ เสนอแนะแนวทางแก้ปัญหา แต่ละคำถามต้องมีลักษณะเปิดกว้างที่กระตุ้นความนึกคิดให้ชวนคิดค้นพร้อมให้เวลานักเรียนสำหรับคิด

10. เน้นให้นักเรียนคิดและจินตนาการ

บรรยากาศในห้องเรียน ควรเป็นลักษณะสนับสนุนให้นักเรียนคิดอย่างอิสระเสรีเป็นตัวของตัวเอง และกล้าแสดงออกของความคิดและการกระทำอย่างสร้างสรรค์ได้ส่งเสริมให้นักเรียนใช้จินตนาการของตนเอง และยกย่องชมเชย เมื่อนักเรียนมีจินตนาการที่แปลกและมีคุณค่า ครูไม่ควรติเตียนกรณีที่นักเรียนตอบหรือ เสนอผลงานการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้องหรือผิดแปลกไป ควรระลึกเสมอว่า นั่นคือส่วนหนึ่งของกระบวนการแก้ปัญหา

11. การใช้เกมยุทธวิธีเพื่อพัฒนาการคิดและการแก้ปัญหาในชั้นเรียน

12. เสนอปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน

นักเรียนมักจะประสบปัญหาเกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้อง การใช้วิธีการแก้ปัญหา มากกว่าหนึ่งขั้นตอนดังนั้น ควรจัดประสบการณ์ให้นักเรียนตระหนักว่าปัญหาหลายขั้นตอน เกิดจากการหรือพัฒนามาจากปัญหาขั้นตอนเดียว จากเอกสารดังกล่าว พอสรุปได้ว่า การเรียนการสอนนั้นนับว่าเป็นส่วนหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียนให้ดีขึ้น โดยอาจจะมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนรู้จักคิด รู้จักวางแผนให้นักเรียนมีประสบการณ์ในอันที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหา ในชีวิตประจำวันได้

2.3.3.2 การสร้างบรรยากาศของการแก้ปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์

สายหยุด (2532) กล่าวไว้ว่า การที่จะแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้ ผู้สอนจะต้องจัดสภาพการณ์ต่าง ๆ เพื่อยั่วยุให้ผู้เรียนได้ใช้กระบวนการเหล่านี้แก้ปัญหา เช่น

1. จัดสถานการณ์ที่เป็นสถานการณ์ใหม่ ๆ และมีวิธีการแก้ปัญหามากมาย ๆ วิธีมาให้นักเรียนฝึกฝนในการแก้ปัญหาให้มาก ๆ

2. ปัญหาที่ผู้สอนได้หยิบยกมาให้ให้นักเรียนได้ฝึกฝนนั้น นอกจากจะเป็นปัญหาที่ผู้เรียนยังไม่เคยประสบมาก่อนแล้ว ก็ควรเป็นปัญหาที่ไม่พ้นวิสัยของผู้เรียนหรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งปัญหานั้นต้องอยู่บนกรอบของทักษะทางเชาว์ปัญญาของผู้เรียน

3. การฝึกการแก้ปัญหานั้น ผู้สอนควรจะได้แนะนำให้ผู้เรียนได้ตีปัญหาให้แตกก่อนว่าเป็นปัญหาเกี่ยวกับอะไรและถ้าเป็นปัญหาใหม่ก็แตกออกเป็นปัญหาย่อย ๆ แล้วคิดแก้ปัญหาย่อยแต่ละปัญหา และเมื่อแก้ปัญหาย่อยได้หมดทุกข้อก็เท่ากับแก้ปัญหานั้นเอง

4. จัดบรรยากาศของการเรียนการสอนหรือจัดสิ่งแวดล้อมซึ่งเป็นสภาพภายนอกของผู้เรียนให้เป็นไปในทางที่เปลี่ยนแปลงได้ไม่ตายตัวผู้เรียนก็จะเกิดความรู้สึกว่าเขาสามารถคิดค้นเปลี่ยนแปลงอะไรบางอย่างได้บ้างในบทบาทต่าง ๆ กับตัวอย่าง เช่น การจัดห้องเรียนให้มีสภาพที่เปลี่ยนแปลงได้บ้าง

5. ให้โอกาสผู้เรียนได้คิดอยู่เสมอ

6. การฝึกฝนแก้ปัญหาหรือการแก้ปัญหาใด ๆ ก็ตาม ผู้สอนไม่ควรจะบอกวิธีแก้ปัญหาให้ตรง ๆ เพราะถ้าบอกให้แล้วผู้เรียนจะไม่ได้ยุทธศาสตร์ของการคิด

สูลัดดา (2536) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ โดยเน้นกระบวนการแก้ปัญหาสามารถประยุกต์ใช้ในทุกเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ที่สอนในระดับประถมศึกษา หรืออาจกล่าวได้ว่าการเรียนคณิตศาสตร์หรือการพัฒนาความคิดใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์คือ การแก้ปัญหากิจกรรมการแก้ปัญหาจำเป็นต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมตลอดเวลา

ลักษณะที่สำคัญของบรรยากาศในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. เป้าหมายหรือปัญหาที่ต้องการคำตอบสิ่งแวดล้อมอย่างหนึ่งของการแก้ปัญหาประกอบด้วยเตรียมปัญหาเพื่อให้นักเรียนคิดค้นหาคำตอบ ซึ่งแต่ละปัญหานั้นจะต้องเกี่ยวข้องกับเป้าหมายเฉพาะของบทบาทโดยเฉพาะอย่างยิ่งการเริ่มบทเรียนด้วยปัญหาที่สัมพันธ์กับเนื้อหาหรือจุดประสงค์ ของบทเรียน จะเป็นการสร้างบรรยากาศของการแก้ปัญหาเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เผชิญกับปัญหาได้มีโอกาสคิดค้นหาคำตอบด้วยตนเอง เห็นคุณค่าและประโยชน์ของสิ่งที่เขาเรียนรวมทั้งได้พัฒนาทักษะความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนด้วย

2. บรรยากาศของการสำรวจคิดค้นหาคำตอบ เมื่อครูเสนอปัญหาที่ยังหาคำตอบไม่ได้ หน้าที่ของครู คือ กรอบชี้แนะแนวทางมากกว่าคิดค้นหาคำตอบให้นักเรียนเสียเอง สนับสนุนให้นักเรียนกล้าคิดกล้าเสี่ยงในการแก้ปัญหา รับฟังและยอมรับความคิดเห็นของนักเรียน หลีกเลี่ยงการตรวจสอบแนวความคิดของนักเรียน

3. การใช้รูปแบบหรือสื่อทางคณิตศาสตร์ การใช้สื่อการสอนรูปแบบต่าง และการจัดประสบการณ์เป็นเครื่องช่วยพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น ผู้เรียนจะได้ดีเมื่อเริ่มเรียนด้วยของจริงหรืออุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนได้สำรวจ คิดค้น และแก้ปัญหาได้

4. กระตุ้นให้มีการประเมินความเข้าใจของตนเอง ห้องเรียนคณิตศาสตร์ไม่ควรจะเป็นสถานที่สำหรับการทดสอบคำตอบของนักเรียนจากคำถามของครู ครูควรเปลี่ยนคำถามจาก “ ถูกต้องหรือไม่ ” เป็น “ เป็นความคิดที่ดี แล้วเราจะอธิบายได้อย่างไร ” การให้เหตุผลสำหรับแสดงความสมเหตุสมผลของความคิดเห็นของตนเอง จะทำให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ว่าเป็นสิ่งที่มีความหมายสำหรับเขาไม่ใช่สิ่งลึกลับเข้าใจไม่ได้ นักเรียนจะเรียนรู้ได้ว่านักเรียนเองสามารถตัดสินใจคำตอบของเขาเหมาะสมและสมเหตุสมผลหรือไม่ ผลที่ตามมาคือนักเรียนจะเพิ่มความมั่นใจในตนเองยิ่งขึ้น มีความพอใจและสนใจที่สำรวจ ค้นคว้าหาคำตอบเพิ่มเติมต่อไป

5. การแสดงออกทางวาจาและผลงานของกลุ่มสิ่งแวดล้อมของการแก้ปัญหาไม่มีบรรยากาศไม่เงียบหรือนักเรียนทุกคนขมก้นทำงานตนเอง ดังนั้นผลควรจะให้ให้นักเรียนได้คิดค้นการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็ก เพื่อที่จะได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจทดสอบความคิดตนเอง แสดงความคิดเห็นออกมาเป็นคำพูดและเน้นการส่งเสริมปฏิสัมพันธ์ทางคำพูดระหว่างเพื่อนนักเรียนในกลุ่มอีกด้วย

2.4 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.4.1 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน

จันทนา (2527) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง การคูณและหารเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ด้วยวิธีการสอน มคอ. กับวิธีสอน สสวท. กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัดคงคาราม อำเภอโพธาราม จังหวัดราชบุรี จำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ มคอ. กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ สสวท. มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

เศรษฐศักดิ์ (2527) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้บทเรียนโปรแกรมและแบบฝึกหัด โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชุมชนบ้านพุเตย อำเภอวิเชียรบุรี จังหวัดเพชรบูรณ์ จำนวน 60 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริม เรื่อง เศษส่วน โดยใช้บทเรียนโปรแกรมและแบบฝึกหัดเพิ่มเติมและซ่อมเสริมตามปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

วรรณเพ็ญ (2529) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้เกมและเพลงประกอบการสอน กับการสอนปกติ โรงเรียนชุมชนวัดบ่อไร่ จังหวัดตราด ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนของกลุ่ม ที่สอนโดยใช้เกมและเพลงประกอบการสอนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

สุทธิ (2530) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เกมและไม่ใช้เกมประกอบการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนอนุบาลขอนแก่น ที่สุ่มได้จากนักเรียนที่สอบไม่ผ่านจุดประสงค์การเรียนรู้แบบทดสอบวินิจฉัย เรื่อง เศษส่วน จำนวน 60 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เกมและไม่ใช้เกมประกอบการสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

Kachuck, Iris. (1988) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการบอกเศษส่วนกับความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเศษส่วนของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 24 คนจากการทดสอบ เรื่อง โจทย์ปัญหาการบอกเศษส่วน การเปรียบเทียบและการประมาณค่า หลังจากการวิเคราะห์เชิงคุณภาพแล้ว พบว่านักเรียนทำคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาการบอกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ไม่พบความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติเป็นรายข้อ ของเรื่องการเปรียบเทียบและการประมาณค่า แต่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติเมื่อพิจารณาคำตอบที่ถูกต้องของการประมาณค่าในรายข้อย่อยสรุปการศึกษาครั้งนี้ คือ

- นักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาโจทย์เศษส่วนได้นั้น ไม่มีความเข้าใจในโมเดลเกี่ยวกับเศษส่วนหรือมีน้อยมาก

- นักเรียนที่สามารถแก้ปัญหาโจทย์เศษส่วนได้ดีสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดีทั้งในเรื่องโมเดลเกี่ยวกับเศษส่วนและการคิดคำนวณ แสดงว่านักเรียนทำด้วยความเข้าใจ

- นักเรียนที่แก้ปัญหาการบอกเศษส่วนได้ถูกต้องแต่ไม่มีประสิทธิภาพ แสดงว่ายังมีความเข้าใจเรื่อง โมเดลของเศษส่วนไม่สมบูรณ์

Thomas (1976) ได้รวบรวมงานวิจัยเกี่ยวกับ เรื่อง การบอกและการคูณเศษส่วนเขาได้พบว่า การเรียนการสอน เรื่อง การบอกและการคูณเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา มีปัญหาเนื่องจากนักเรียนมีโมเดลที่สับสนทำให้ไม่สามารถคิดคำนวณใช้กระบวนการที่ถูกต้อง

จากเอกสารและผลงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง พอสรุปได้ว่า การสอน เรื่อง เศษส่วน ในชั้นประถมศึกษา ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้เด็กเข้าใจความหมายของเศษส่วนในลักษณะต่าง ๆ กันทุกความหมาย เพื่อสร้างความเข้าใจให้แก่เด็กก่อนและพยายามสอนให้เด็กเกิดการเรียนรู้จากประสบการณ์มากที่สุด

2.4.2 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา

Mahan (1970) ได้ศึกษาผลการสอนของครู 2 แบบ คือ การสอนแบบบรรยาย ประกอบการอภิปราย (Lecture-Discussion) และวิธีการสอนแบบแก้ปัญหา (Problem-Solving) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 4 ห้องเรียน จำนวน 48 คน เป็นชาย 24 คนเป็นหญิง 24 คน ใช้เกณฑ์การคัดเลือก คือ ระดับสติปัญญา คุณวุฒิของครูสอน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์อยู่ในระดับใกล้เคียงกัน หลังจากการเรียนการสอนผ่านไป 1 ปี แล้วทำการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ ผลปรากฏว่าเด็กที่ได้รับการสอนแบบการแก้ปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการ

เรียนวิทยาศาสตร์ดีกว่าเด็กชายที่ได้รับการสอนแบบบรรยายประกอบการอภิปราย ส่วนในเด็กนักเรียนหญิงไม่พบความแตกต่างและกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบการแก้ปัญหาที่มีคุณสมบัติดังนี้

1. นักเรียนชายมีความรู้เกี่ยวกับวิทยาศาสตร์มากขึ้น และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ดี

2. นักเรียนที่อ่อนมีความรู้เกี่ยวกับวิทยาศาสตร์และมีทักษะในการแก้ปัญหามากขึ้น

3. นักเรียนมีความสนใจวิทยาศาสตร์มากขึ้น

4. นักเรียนทั้งชายและหญิงมีความมั่นใจในการตัดสินใจ และมีเจตคติต่อโรงเรียน

ที่ดี

5. นักเรียนมีความพอใจในความเจริญงอกงามด้านความรู้ทักษะในการแก้ปัญหา และมีความสนใจในวิทยาศาสตร์มากขึ้น โดยเฉพาะนักเรียนชาย

Norton (1972) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาในวิชาวิทยาศาสตร์กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 4,5,6 จำนวน 27 คน ในการศึกษาครั้งนี้ ความสามารถในการแก้ปัญหาพิจารณาจากคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งเป็น 5 ตอน คือ

1. นิเทศเข้าสู่ปัญหา (Problem Orientation)

2. ชี้บ่งปัญหา (Problem Identification)

3. การแก้ปัญหา หาคำตอบ (Problem Solution)

4. วิเคราะห์ข้อมูล (Data Analysis)

5. พิสูจน์ข้อมูล (Verification)

ผลปรากฏว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาสัมพันธ์กับความรู้ของนักเรียนที่มีอยู่ก่อนแล้ว

Putt (1979) ได้ศึกษาผลการสอน 2 วิธี ที่มีพฤติกรรมในการแก้ปัญหานักเรียน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้คือ นักเรียนระดับ 5 จำนวน 2 ห้องเรียน ผู้วิจัยสอนห้องที่หนึ่งโดยสอนตามรูปแบบซึ่งมีพื้นฐานมาจากขบวนการเรียนรู้ของกาเย่ และสอนการแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนของการแก้ปัญหของโพลยา ซึ่งจะใช้วิธีการสอนแบบฮิวริสติก ในการสอนนักเรียนกลุ่มนี้ ส่วนห้องที่สองสอนโดยการสร้างประสบการณ์แก่นักเรียนเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และไม่ใช้วิธีสอนแบบฮิวริสติกในการสอน นักเรียนกลุ่มที่สอง ส่วนกลุ่มควบคุมสอนโดยวิธีการสอนแบบปกติ

ผลการทดลองพบว่า มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญระหว่างวิธีสอนสองวิธีกับวิธีสอนแบบปกติ และมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญเกี่ยวกับการแก้ปัญหานักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม สิ่งที่พัฒนาขึ้นซึ่งเห็นได้ชัดเจนในการแก้ปัญหานักเรียนใน

กลุ่มทดลองก็คือ วิธีสอนวิธีแรกจะทำให้เห็นความแตกต่างในทัศนคติที่มีต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน คำถามซึ่งนักเรียนใช้เพื่อที่จะทำให้เข้าใจปัญหา การใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และการตั้งชื่อยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ส่วนในด้านทัศนคติที่มีต่อการแก้ปัญหาของนักเรียนพบว่า มีความแตกต่างกันไม่มากนักระหว่างนักเรียนในกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม และมีความแตกต่างน้อยมากระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองทั้งสองกลุ่ม จะเห็นได้ว่า วิธีสอนทั้งสองวิธีช่วยทำให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการแก้ปัญหาและได้ส่งเสริม ให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหามากยิ่งขึ้น

จินตนา (2516) ได้ศึกษากลุ่มสัมพันธ์ระหว่างการคิดแบบสืบสวนสอบสวนวิธีการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิทยาศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างที่ใช้เป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัย พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์มีความสัมพันธ์กันทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหา (โดยไม่คำนึงถึงวิธีการ) อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้หลักการมากกว่าข้อเท็จจริงและยังมีความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้หลักการมากกว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ

วรรณดี (2522) ได้ศึกษาระหว่างความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถในการแก้ปัญหาและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า

1. ความสามารถในการแก้ปัญหา มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01
2. นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยทั้งภาคเรียนสูงและต่ำ มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กรองทิพย์ (2535) ได้ศึกษาการสอนพิเศษที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และสร้างสื่อการเรียนการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา เรื่อง ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนรายวิชาคณิตศาสตร์ ค.321 โรงเรียนปทุมเทพวิทยาคาร อำเภอเมือง จังหวัดหนองคาย จำนวน 100 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบเน้นกระบวนการแก้ปัญหาและนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติระดับ .01

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พอสรุปได้ว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการคิดและการกระทำอย่างมีระบบและขั้นตอน การแก้ปัญหาจะบรรลุผลสำเร็จได้อย่างรวดเร็วถ้าได้รับการฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอ ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยเปิดโอกาสให้นักเรียน

ได้ศึกษาและคิดแก้ปัญหาพร้อมทั้งลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง จะเป็นวิธีการที่ช่วยให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจึงได้สร้างรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหของเด็ก อันจะเป็นประโยชน์สำหรับครูผู้สอนเพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งส่งผลให้เด็กเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพในที่สุด

2.5 รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา

2.5.1 หลักการและเป้าหมาย

จากการพิจารณาลักสูตรประถมศึกษาฉบับปรับปรุงพุทธศักราช 2533 พบว่า ได้กำหนดจุดประสงค์ของกลุ่มประสบการณ์ต่าง ๆ ที่เน้นให้เด็กมีความสามารถในการแก้ปัญหาในเรื่องต่าง ๆ ดังเช่น จุดประสงค์ในกลุ่มทักษะเน้นให้เด็กใช้ประสบการณ์มาช่วยคิดตัดสินใจแก้ปัญหาและวินิจฉัยเหตุการณ์ต่าง ๆ อย่างมีเหตุผล จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยพบว่า นักเรียนในระดับประถมศึกษาแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่เป็น ทั้งนี้ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบแก้ปัญหาไว้ ซึ่งผู้วิจัยได้นำมาประยุกต์เป็นรูปแบบการสอนที่เน้นการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหามี 4 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนเสนอปัญหา ขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหา ขั้นตอนการเลือกวิธีแก้ปัญห และการทดลองขั้นตอนการสรุปผล ซึ่งจึงพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2.5.2 ลำดับขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

จากการศึกษาเอกสาร ทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ผู้วิจัยจึงได้วางรูปแบบขั้นตอนการดำเนินการสอนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

ขั้นตอนการดำเนินการสอน

1. ขั้นเริ่มต้น

1.1 การทบทวน

1.2 การนำเข้าสู่บทเรียน

2. ขั้นเสนอบทเรียน

กิจกรรมการเรียนการสอน

- เสนอปัญหา

- วิเคราะห์ปัญหา

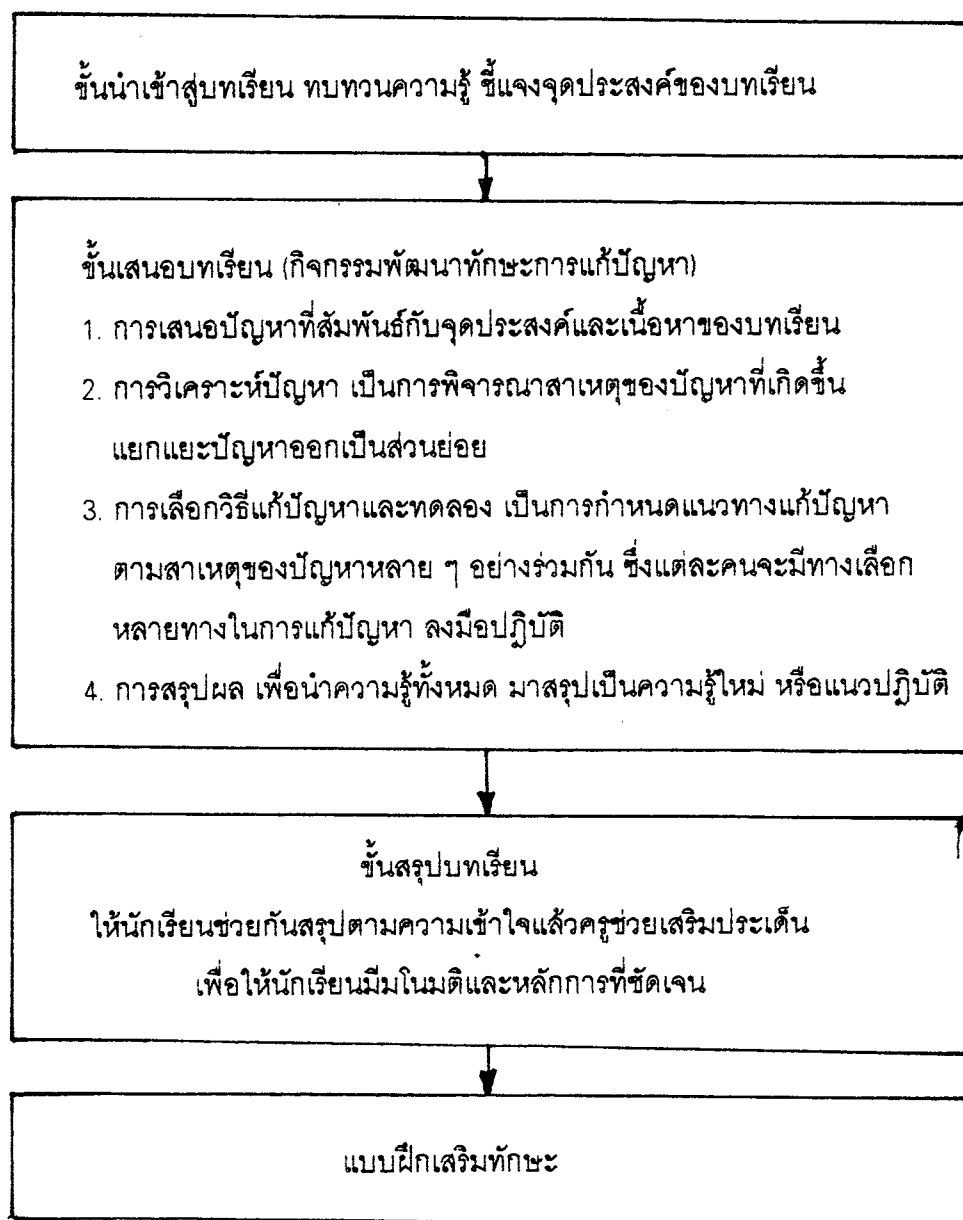
- การเลือกวิธีแก้ปัญห

- การสรุปผล

3. ขั้นสรุปบทเรียน

4. ขั้นประเมินผล

จากขั้นตอนการดำเนินการสอนสามารถแสดงขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน
ได้ดังแผนภูมิต่อไปนี้



แผนภูมิที่ 7 แสดงลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาทักษะ
กระบวนการ

รายละเอียดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีดังนี้

1. กิจกรรมชั้นเริ่มต้น

1.1 การทบทวนความรู้ เพื่อเตรียมความรู้เดิมให้นักเรียน ซึ่งครูจะทบทวนบทเรียนที่เรียนไปแล้วอย่างย่อ ๆ เพื่อให้นักเรียนสามารถโยงความรู้เดิมกับบทเรียนใหม่ ครูจะต้องระลึกเสมอว่าการทบทวนนั้นเป็นการทบทวนอย่างย่อไม่ใช่การสอน

1.2 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน เช่น เกม คำถาม ปริศนาคำทาย ฯลฯ

2. ขั้นเสนอเนื้อหา

2.1 กิจกรรมพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา เป็นการสอนให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และมีความคิดรวบยอดในเรื่องที่สอน

2.1.1 การเสนอปัญหาที่สัมพันธ์กับจุดประสงค์และเนื้อหาของบทเรียน

2.1.2 การวิเคราะห์ปัญหา เป็นการพิจารณาสาเหตุของปัญหาที่เกิดขึ้นซึ่งจะสังเกตหรือรวบรวมข้อเท็จจริงต่าง ๆ จนสามารถคาดคะเนสิ่งต่าง ๆ อย่างมีเหตุผล

2.1.3 การเลือกวิธีแก้ปัญหาและทดลอง เป็นการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาตามสาเหตุของปัญหาหลาย ๆ อย่างร่วมกัน ซึ่งแต่ละคนจะมีทางเลือกหลายทางในการแก้ปัญหาเมื่อเลือกวิธีที่เหมาะสมแล้ว ลงมือปฏิบัติ

2.1.4 การสรุปผล เพื่อนำความรู้ทั้งหมด มาสรุปเป็นความรู้ใหม่ในสิ่งที่เรียนและมีทักษะเพิ่มขึ้น

2.5.3 บทบาทของครูและนักเรียน

1. ครูเลือกกิจกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหาและความสามารถของนักเรียน

2. ครูต้องเตรียมวัสดุอุปกรณ์การสอนให้พร้อม เพื่อใช้ประกอบการสอน

3. กระตุ้นหรือสนับสนุนให้นักเรียนแก้ปัญหา และเห็นคุณค่าของตนเอง

4. สนับสนุนให้นักเรียนมีวิธีคิดหลาย ๆ วิธีในการหาคำตอบ ทั้งนี้เพื่อเป็นการช่วยให้นักเรียนเกิดความคล่องแคล่ว และประสบผลสำเร็จมากขึ้น

5. ควรใช้คำถามในลักษณะสร้างสรรค์ เมื่อนักเรียนค้นหาวิธีในการหาคำตอบไม่ได้ ครูควรใช้คำถามในลักษณะชี้นำหรือเสนอแนะแนวทางในการคิดหาคำตอบ

6. ให้ออกาสนักเรียนในการเสนอเทคนิควิธีของตนเอง การที่นักเรียนที่เทคนิควิธีการคิดของตนเองในการหาคำตอบ แสดงว่านักเรียนเข้ามามีหลักการทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี

7. ครูต้องทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะ เมื่อถึงเวลาจำเป็นครูจะต้องคอยให้คำปรึกษาคอยช่วยเหลือและสนับสนุนแก่นักเรียน ไม่ใช่เป็นเพียงผู้สั่งสอนหรือผู้บังคับ

8. รับฟังและยอมรับในวิธีการของนักเรียน หลีกเลี่ยงการตรวจสอบวิธีการคิดของนักเรียน การที่ครูประเมินความถูกต้องของวิธีการคิดของนักเรียนในทันทีทันใด จะทำให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็น ดังนั้นครูควรเป็นผู้ฟังที่ดี และยอมรับความคิดเห็นของนักเรียน

9. นักเรียนแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้แนะแนวเท่าที่จำเป็น

2.5.4 บรรยายภาคในชั้นเรียน

ลักษณะที่สำคัญของบรรยายภาคในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. จัดสถานการณ์ที่เป็นสถานการณ์ใหม่ ๆ มีวิธีแก้ปัญหาหลายวิธี
2. ให้โอกาสผู้เรียนได้คิดเสมอ
3. นักเรียนมีโอกาสคิดค้นหาคำตอบด้วยตนเอง เห็นคุณค่าและประโยชน์ของสิ่งที่เรียนรวมทั้งได้พัฒนาทักษะความสามารถในการแก้ปัญหา
4. บทเรียนเริ่มต้นด้วยปัญหาที่สัมพันธ์กับเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้