



ใบรับรองวิทยานิพนธ์
บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (สถิติ)

ปริญญา

สถิติ

สาขา

สถิติ

ภาควิชา

เรื่อง การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม
เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ

Comparison of Efficiency of Control Chart for non-normality Data

นามผู้วิจัย นางสาวนัชรินาภรณ์ กองทรัพย์

ได้พิจารณาเห็นชอบโดย

ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์สมบูรณ์ สุขพงษ์, M.S.)

กรรมการ

(รองศาสตราจารย์อภิญา หิรัญวงษ์, ศศ.ค.)

กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์สำโรจน์ โอพิทักษ์ชีวิน, M.B.A.)

หัวหน้าภาควิชา

(รองศาสตราจารย์สายสุดา สมจิต, M.S.)

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์วินัย อางคงหาญ, M.A.)

ณ บดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ ๖ เดือน ธันวาคม พ.ศ. 2548

วิทยานิพนธ์

เรื่อง

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม
เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ

Comparison of Efficiency of Control Chart for non-normality Data

โดย

นางสาวนัชริญาภรณ์ กองทรัพย์

เสนอ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
เพื่อความสมบูรณ์แห่งปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ)
พ.ศ. 2548

ISBN 974-9846-70-2

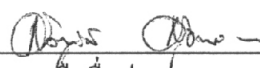
นัชริญาภรณ์ กองทรัพย์ 2548: การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม
เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ ปรินญาวิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (สถิติ)
สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ ภาควิชาการที่ปรึกษา: รองศาสตราจารย์
สมบูรณ์ สุขพงษ์, M.S. 104 หน้า
ISBN 974-9846-70-2

การศึกษาวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ คือ มีการแจกแจงแบบที่ ที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20, 30 และมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่พารามิเตอร์รูปร่าง(b) เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และพารามิเตอร์สเกล(a) เท่ากับ 1 ปัจจัยต่าง ๆ ที่นำมาศึกษามีดังนี้ ขนาดตัวอย่าง(n) 3 ขนาด คือ 4,5 และ 6 และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(δ) 7 ขนาด คือ 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 และ 3.0 ในการวิจัยได้สร้างแบบจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล ผลการศึกษาพบว่า

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 พบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลงและมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และ 6 พบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA

นัชริญาภรณ์ กองทรัพย์
ลายมือชื่อนิติ


ลายมือชื่อประธานกรรมการ

28 / พ.ย. / 2548

Natchariyaporn Kongsup 2005: Comparison of Efficiency of Control Chart
for non-normality Data. Master of Science (Statistics), Major Field: Statistics,
Department of Statistics. Thesis Advisor: Associate Professor
Somboon Sukpong, M.S. 104 pages.
ISBN 974-9846-70-2

The purpose of this research was to compare the efficiency of $\bar{X}$, EWMA, CUSUM and Synthetic control chart for non-normality data which had t-distribution with degrees of freedom of 4, 10, 15, 20, 30 and gamma distribution with shape parameters of 0.5, 1, 2, 3, 4 and scale parameter of 1. The factors studied in this research were sample size(n) and the sizes of mean shift expressed in standard deviation units (δ). Sample sizes of 4, 5 and 6 were used in this research and the seven sizes of mean shift (δ) were 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 and 3.0. This research used Monte Carlo simulation techniques in generating data.

For the sample size of 4, if the process mean does not shift or does shift, it was found that EWMA is the efficient control chart.

For the sample sizes of 5 and 6 if the process mean does not shift, it was found that $\bar{X}$ is the efficient control chart, otherwise if the process mean does shift, EWMA is the efficient control chart.

Natchariyaporn Kongsup
Student's signature

Somboon Sukpong
Thesis Advisor's signature

28 / 11 / 2005

กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์สมบูรณ์ สุขพงษ์ ประธานกรรมการ
ที่ปรึกษา ที่ได้ช่วยเหลือในการวางแผนงานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ตลอดจนการให้คำปรึกษา
แนะนำและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อภิญา
หิรัญวงษ์ กรรมการที่ปรึกษาวิชาเอก ผู้ช่วยศาสตราจารย์สาโรจน์ โอพิทักษ์ชีวิน กรรมการ
ที่ปรึกษาวิชาการ และอาจารย์ ดร.จงรัก วัชรินทร์รัตน์ อาจารย์ผู้แทนบัณฑิตวิทยาลัย ที่กรุณา
ให้คำปรึกษาแนะนำและช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ผู้วิจัยขอน้อมรำลึกถึงพระคุณของ บิดา มารดา ญาติผู้ใหญ่ที่เคารพ ครูอาจารย์ทุกท่าน
และพี่น้อง รวมทั้งรุ่นพี่ เพื่อน ๆ ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์
เสมอมาจนสำเร็จได้

สุดท้ายนี้ประโยชน์อันเนื่องมาจากวิทยานิพนธ์เล่มนี้ จะพึงมีเพียงใด ขอมอบแต่ บิดา
มารดาและคณาจารย์ทุกท่าน ที่ได้เมตตาอบรมสั่งสอนให้มีความรู้จนถึงปัจจุบัน

นัชริญาภรณ์ กองทรัพย์

ตุลาคม 2548

สารบัญ

	หน้า
สารบัญ	(1)
สารบัญตาราง	(3)
สารบัญภาพ	(5)
คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ	(7)
คำนำ	1
วัตถุประสงค์ของการวิจัย	5
ขอบเขตการวิจัย	6
การตรวจเอกสาร	9
วิธีการทางสถิติ	9
ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	23
อุปกรณ์และวิธีการ	26
อุปกรณ์	26
วิธีการ	26
สถานที่และระยะเวลาในการทำวิจัย	37
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	37
ผลและวิจารณ์	38
กรณีขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 4	38
กรณีขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 5	45
กรณีขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 6	51
สรุปและข้อเสนอแนะ	57
สรุป	57
ข้อเสนอแนะ	63
เอกสารและสิ่งอ้างอิง	64
ภาคผนวก	66
ภาคผนวก ก แสดงขั้นตอนในการจำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงแบบที่	
และเกมมา	67

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

ภาคผนวก ข แสดงโปรแกรมในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic	83
ภาคผนวก ค แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมในการ เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic	99
ประวัติการศึกษาและการทำงาน	104

สารบัญตาราง

ตารางที่		หน้า
1	แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และค่าองศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30	40
2	แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1	43
3	แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และค่าองศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30	46
4	แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1	49
5	แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6 และค่าองศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30	52
6	แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1	55
7	แสดงแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบที	60
8	แสดงแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา	62

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางผนวกที่	หน้า
1 แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5 และ a เท่ากับ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย เทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(δ) เท่ากับ 1 จำนวน 30 รอบ จากทั้งหมด 2,000 รอบ	100
2 แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5 และ a เท่ากับ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(δ) เท่ากับ 1 จำนวน 30 รอบจากทั้งหมด 2,000 รอบ	101
3 แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม CUSUM กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5 และ a เท่ากับ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(δ) เท่ากับ 1 จำนวน 30 รอบจากทั้งหมด 2,000 รอบ	102
4 แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม Synthetic กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5 และ a เท่ากับ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(δ) เท่ากับ 1 จำนวน 30 รอบจากทั้งหมด 2,000 รอบ	103

สารบัญภาพ

ภาพที่		หน้า
1	แสดงการพล็อตฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบที ที่อิงจากความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 20 และ 30 เทียบกับการแจกแจงแบบ $N(\mu, \sigma)$ เมื่อทั้งสองการแจกแจงมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเหมือนกัน	10
2	แสดงการพล็อตฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 4 และ a เท่ากับ 1 เทียบกับการแจกแจงแบบ $N(\mu, \sigma)$ เมื่อทั้งสองการแจกแจงมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเหมือนกัน	12
3	แผนผังแสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ สำหรับการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา	29
4	แผนผังแสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา	31
5	แผนผังแสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม CUSUM สำหรับการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา	33
6	แผนผังแสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม Synthetic สำหรับการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา	35
7	แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และค่าองศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30	41
8	แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1	44
9	แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และค่าองศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30	47

สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่		หน้า
10	แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1	50
11	แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6 และค่าองศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30	53
12	แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1	56

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ

μ_0	=	ค่าเฉลี่ยกระบวนการ
μ_1	=	ค่าเฉลี่ยกระบวนการที่เปลี่ยนแปลงไป
σ	=	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ
$\sigma_{\bar{x}}$	=	ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง (Standard Error of Sample Mean)
b	=	พารามิเตอร์รูปร่าง (Shape Parameter)
a	=	พารามิเตอร์สเกล (Scale Parameter)
n	=	ขนาดตัวอย่าง (Sample Size)
δ	=	ขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล
k	=	สัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุม (Control Limit Coefficient)
λ	=	ค่าคงที่ของพารามิเตอร์ปรับให้เรียบ (Smoothing Parameter)
L	=	ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม (Control Limit Width)
H	=	ช่วงในการตัดสินใจ (Decision Interval)
K	=	ค่าอ้างอิง (Reference Value)
df	=	องศาความเป็นอิสระ (Degree of Freedom)
UCL	=	ขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit)
LCL	=	ขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit)
X_i	=	ค่าข้อมูลตัวอย่างที่ i ใด ๆ เมื่อ ($X_i; i=1,2,...,n$)
$\bar{X}$	=	ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง
ARL	=	ค่าความยาววิ่งโดยเฉลี่ย (Average Run Lengths)
Z_i	=	ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของทุกค่าเฉลี่ยตัวอย่างก่อนหน้านี้
C_i	=	ค่าผลรวมสะสมของตัวอย่างที่ i ใด ๆ
C_i^+	=	ค่าผลรวมสะสมที่คลาดเคลื่อนทางด้านบวก (One-sided Upper Cusums)
C_i^-	=	ค่าผลรวมสะสมที่คลาดเคลื่อนทางด้านลบ (One-sided Lower Cusums)

คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ (ต่อ)

β	=	ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II Error) หรือความเสี่ยงของผู้บริโภค(Consumer's Risk)
$\bar{X}_S$	=	แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ Sub-chart ในแผนภูมิควบคุม Synthetic
CRL_S	=	แผนภูมิควบคุม CRL Sub-chart ในแผนภูมิควบคุม Synthetic
LCL_{CRL}	=	ขีดจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุม CRL_S
$CRL_{\bar{X}}$	=	จำนวนครั้งในการสุ่มข้อมูลตัวอย่างมาตรวจสอบแล้วมีค่าอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่จะมีค่าออกนอกขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$
CRL_{EWMA}	=	จำนวนครั้งในการสุ่มข้อมูลตัวอย่างมาตรวจสอบแล้วมีค่าอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่จะมีค่าออกนอกขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA
CRL_{CUSUM}	=	จำนวนครั้งในการสุ่มข้อมูลตัวอย่างมาตรวจสอบแล้วมีค่าอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่จะมีค่าออกนอกขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม CUSUM
CRL_{Syn}	=	จำนวนครั้งในการสุ่มข้อมูลตัวอย่างมาตรวจสอบแล้วมีค่าอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่จะมีค่าออกนอกขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม Synthetic
$CRL_{\bar{X}C}$	=	ค่า $CRL_{\bar{X}}$ สะสม
CRL_{EWMAC}	=	ค่า CRL_{EWMA} สะสม
CRL_{CUSUMC}	=	ค่า CRL_{CUSUM} สะสม
CRL_{SynC}	=	ค่า CRL_{Syn} สะสม

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ

Comparison of Efficiency of Control Chart for non-normality Data

คำนำ

ในกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรม ความผันแปรของกระบวนการผลิตย่อมเกิดขึ้นได้ตลอดเวลาไม่ว่าระบบการผลิตจะได้รับการออกแบบไว้ดีเพียงใด ความผันแปรที่เกิดขึ้นมีผลมาจากปัจจัยต่าง ๆ ทั้งที่สามารถควบคุมได้และไม่สามารถควบคุมได้ และได้ส่งผลกระทบต่อคุณภาพสินค้าที่ผลิต สาเหตุที่ทำให้กระบวนการผลิตผันแปรไปนั้น อาจเกิดจากเครื่องจักร คนงาน การจัดการ และวัตถุดิบ เมื่อใดที่มีความผันแปรเกิดขึ้นมากแสดงว่ากระบวนการผลิตมีใ้ได้อยู่ภายใต้การควบคุมหรือกระบวนการผลิตได้ผิดปกติไปจากที่ควรจะเป็น จึงมีแนวคิดเกี่ยวกับการควบคุมคุณภาพของผลิตภัณฑ์ขึ้น โดยความหมายของการควบคุมคุณภาพครอบคลุมทั้งการควบคุมความผันแปรของคุณภาพผลิตภัณฑ์และกิจกรรมต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อป้องกันมิให้ผลิตภัณฑ์ที่ผลิตมีข้อบกพร่องหรือเสียหายจากกระบวนการผลิต ดังนั้นเพื่อที่จะควบคุมกระบวนการผลิตให้อยู่ภายใต้การควบคุมจึงต้องมีวิธีการเชิงสถิติให้ผู้ผลิตได้ทราบว่ากระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไปจากเป้าหมายที่กำหนดไว้ ซึ่งเครื่องมือที่จะช่วยวิเคราะห์คุณภาพทางสถิติ ได้แก่

1. แผ่นตรวจสอบ (Check Sheet) เป็นแบบที่ใช้สำหรับบันทึกรายละเอียดของข้อมูล เช่น จำนวนผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพดีหรือชำรุด รายละเอียดของการชำรุดและรายการที่ชำรุด เป็นต้น เพื่อให้ทราบถึงสภาพของข้อมูลทุกแง่มุม
2. ฮิสโตแกรม (Histogram) เป็นแผนภาพแสดงการแจกแจงความถี่ของข้อมูลต่าง ๆ โดยแสดงเป็นกราฟแท่งสี่เหลี่ยมที่มีความกว้างเท่ากันและมีด้านข้างติดกัน

3. แผนภูมิพาเรโต (Pareto Diagram) เป็นแผนภูมิที่แสดงว่าคุณภาพผลิตภัณฑ์ที่ผิดปกติไปนั้นเกิดจากสาเหตุใดบ้างและมูลเหตุใดที่สำคัญที่สุด ซึ่งเริ่มจากการใช้แผ่นตรวจสอบเก็บข้อมูลก่อนแล้วจำแนกออกเป็นหมวดหมู่ตามสาเหตุ หลังจากนั้นก็จัดอันดับโดยให้สาเหตุที่มีความถี่สูงสุด ซึ่งเป็นสาเหตุสำคัญที่ทำให้เกิดความสูญเสียหรือเสียหายมากที่สุด จึงถือว่าเป็นสิ่งสำคัญที่จะต้องมีการแก้ไขก่อนอยู่ซ้ายสุดของแผนภูมิและให้สาเหตุรองลงมาอยู่ชิดมาทางขวามือ

4. พังก้างปลาหรือผังเหตุและผล (Fish-bone Diagram or Cause-Effect Diagram) เป็นแผนภูมิที่ใช้เพื่อวิเคราะห์สาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาหรือความผิดพลาดในการผลิตหรือการทำงาน โดยจะแสดงถึงสาเหตุของปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดเป็นแขนงเหมือนก้างปลา และจะแสดงผลของสาเหตุของปัญหาไว้ที่จุดสิ้นสุดของแผนภูมิหรือส่วนหัวปลา

5. กราฟ (Graph) เป็นส่วนหนึ่งที่ใช้สำหรับนำเสนอข้อมูลที่สามารถเข้าใจข้อมูลต่าง ๆ ได้ดี สะดวกต่อการแปลความหมาย รวมทั้งทำให้มองเห็นถึงลักษณะของข้อมูลต่าง ๆ ได้ทันทีจากเส้น รูปภาพ แท่งเหลี่ยม และวงกลม

6. แผนภาพการกระจาย (Scatter Diagram) เป็นแผนภูมิที่แสดงถึงลักษณะความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัวว่ามีลักษณะความสัมพันธ์เป็นอย่างไร ผลของตัวแปรหนึ่งมีผลกับตัวแปรอีกตัวหนึ่งอย่างไร

7. แผนภูมิควบคุม (Control Chart) เป็นแผนภูมิที่ใช้เพื่อการควบคุมกระบวนการผลิต ลักษณะของแผนภูมิจะเป็นกราฟของค่าสถิติที่ต้องการควบคุมตามลำดับเวลาของการผลิตและกำหนดขอบเขตควบคุมไว้ชัดเจน

ผู้วิจัยเลือกใช้แผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือในการควบคุมกระบวนการผลิต เนื่องจากแผนภูมิควบคุมสามารถหาจุดบกพร่องเพื่อแก้ไขกระบวนการผลิตแล้ว แผนภูมิควบคุมยังสามารถใช้ในการกำหนดมาตรฐานของผลิตภัณฑ์และใช้เป็นเครื่องมือตรวจสอบความแปรปรวนของกระบวนการผลิตในช่วงเวลาที่ต่อเนื่องกัน จึงทำให้การแก้ไขปัญหาด้านคุณภาพทำได้อย่างรวดเร็วโดยไม่ก่อให้เกิดความเสียหายต่อสินค้าที่ผลิต แผนภูมิควบคุมจึงนับเป็นวิธีการที่ช่วยให้ผู้ผลิตสามารถปรับปรุงและพัฒนาคุณภาพของสินค้าอย่างต่อเนื่องตลอดไป

ประเภทของแผนภูมิควบคุมสามารถจำแนกออกเป็น 2 ประเภทหลัก ๆ คือ แผนภูมิควบคุมเชิงลักษณะ (Attribute Control Chart) และแผนภูมิควบคุมเชิงแปรผัน (Variable Control Chart) ดังนี้

1. แผนภูมิควบคุมเชิงลักษณะคือ แผนภูมิที่ใช้ควบคุมค่าสัดส่วนของเสีย จำนวนของผลิตภัณฑ์ที่เสีย รอยตำหนิและจำนวนรอยตำหนิต่อผลิตภัณฑ์ 1 หน่วย ซึ่งแผนภูมิควบคุมประเภทนี้ ได้แก่ แผนภูมิควบคุม p (p -chart) แผนภูมิควบคุม np (np -chart) แผนภูมิควบคุม c (c -chart) และแผนภูมิควบคุม u (u -chart)

2. แผนภูมิควบคุมเชิงแปรผันคือ แผนภูมิที่ใช้ควบคุมค่าเฉลี่ยและค่าการกระจายของคุณภาพที่วัดค่าเป็นตัวเลขเชิงปริมาณ เช่น เส้นผ่าศูนย์กลาง และน้ำหนัก เป็นต้น ซึ่งแผนภูมิควบคุมประเภทนี้ ได้แก่ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ ($\bar{X}$ -chart) แผนภูมิควบคุม R (R -chart) และแผนภูมิควบคุม S (S -chart)

แผนภูมิควบคุมคุณภาพทั้ง 2 ประเภทนี้ เป็นที่นิยมใช้กันมากเพราะนอกจากจะทำหน้าที่ตรวจสอบกระบวนการผลิตแล้ว ยังสามารถให้รายละเอียดอื่น ๆ ในเรื่องค่าเฉลี่ยและค่าการกระจายของลักษณะคุณภาพของกระบวนการผลิตได้อีกด้วย แต่ข้อด้อยของแผนภูมิควบคุมดังกล่าวคือ แผนภูมิควบคุมเหล่านี้ไม่ได้นำลักษณะความสัมพันธ์ของข้อมูลจากกระบวนการผลิตตลอดระยะเวลาของการเก็บข้อมูลในอดีตมาร่วมในการตัดสินใจ ทำให้ขาดความไวต่อการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงเกิดขึ้นเพียงเล็กน้อย ดังนั้นจึงได้มีการพัฒนาแผนภูมิควบคุมแบบอื่น ๆ เพื่อที่จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลง ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart หรือ EWMA Control Chart) แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (Cumulative – Sum Control Chart หรือ CUSUM Control Chart) และแผนภูมิควบคุม Synthetic (Synthetic Control Chart)

แผนภูมิควบคุมเป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ข้อมูลในรูปแบบที่จะช่วยให้มองเห็นสภาพความเป็นจริงและเข้าใจได้ง่าย แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยกระบวนการผลิตมีหลายลักษณะการศึกษาปัจจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับความไวในการตรวจจับการออกไปนอกขอบเขตควบคุมคุณภาพของแต่ละแผนภูมิจึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจ ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจศึกษาแผนภูมิควบคุม

ค่าเฉลี่ย 4 ลักษณะคือ 1. แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ 2. แผนภูมิควบคุม EWMA 3. แผนภูมิควบคุม CUSUM และ 4. แผนภูมิควบคุม Synthetic ซึ่งมีวัตถุประสงค์หลักเพื่อที่จะศึกษาปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อแผนภูมิควบคุมและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ลักษณะ

ความผันแปรที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิตนั้นจะมีบ่อยครั้งที่พบว่าข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ (non-normality Distribution) แต่การควบคุมกระบวนการผลิตโดยใช้แผนภูมิควบคุมเชิงปริมาณ ส่วนใหญ่จะมีข้อสมมติว่าข้อมูลควรจะมีการแจกแจงแบบปกติ จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษากรณีที่ข้อมูลไม่ได้มีการแจกแจงแบบปกติ ได้แก่ การแจกแจงแบบท (t-Distribution) และการแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution) ซึ่งอาศัยหลักการควบคุมโดยใช้แผนภูมิควบคุมต่าง ๆ ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นเพื่อที่จะแก้ไขปัญหาในกระบวนการผลิตให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

ในการวัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม จำเป็นต้องมีตัววัดประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เพื่อใช้เป็นสิ่งยืนยันถึงความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยจากกระบวนการผลิต ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้ค่าความยาววิ่งโดยเฉลี่ย (Average Run Lengths: ARL) เป็นค่าเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมคุณภาพทั้ง 4 ลักษณะดังกล่าวข้างต้น เมื่อ ARL คือ จำนวนครั้งโดยเฉลี่ยของค่าสถิติจากตัวอย่างที่มีค่าอยู่ในขีดจำกัดควบคุมก่อนที่จะมีค่าออกนอกขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการผลิตเริ่มเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม โดย ARL เป็นค่าวัดความสามารถของแผนภูมิควบคุมในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยจากกระบวนการผลิต นั่นคือ ARL ควรมีค่ามากเมื่อกระบวนการผลิตอยู่ในการควบคุม (In-Control) และควรมีค่าน้อยเมื่อกระบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม ซึ่ง

$$ARL = \sum_{L=1}^{\infty} L P_L$$

เมื่อ L เป็นจำนวนครั้งการสุ่มตัวอย่างก่อนที่จะพบว่ากระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงไป และ P_L เป็นความน่าจะเป็นที่จะพบการเปลี่ยนแปลงได้ในครั้งที่ L

$$\text{พิจารณา } L = 1 \text{ ค่า } P_1 = 1 - \beta$$

$$L = 2 \text{ ค่า } P_2 = \beta(1 - \beta)$$

$$L = 3 \text{ ค่า } p_3 = \beta^2(1-\beta)$$

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{matrix}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} ARL &= \sum_{L=1}^{\infty} L \beta^{L-1} (1-\beta) \\ &= (1-\beta) \sum_{L=1}^{\infty} L \beta^{L-1} \\ &= \frac{1}{(1-\beta)} \end{aligned}$$

เมื่อ β คือ ค่าความผิดพลาดประเภทที่ 2 (Type II Error) หรือความเสี่ยงของผู้บริโภค (Consumer's Risk) หมายถึง ความน่าจะเป็นในการยอมรับกระบวนการผลิตในรุ่น (Lot) นั้นทั้งที่โดยแท้จริงแล้วควรที่จะปฏิเสธกระบวนการผลิตรุ่นนั้น

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การศึกษามีวัตถุประสงค์ดังนี้

1. เพื่อศึกษาปัจจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับแผนภูมิควบคุมคุณภาพ 4 ลักษณะ ดังนี้
 - 1.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$ Control Chart หรือ Shewhart $\bar{X}$ Control Chart)
 - 1.2 แผนภูมิควบคุม EWMA (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart)
 - 1.3 แผนภูมิควบคุม CUSUM (Cumulative-Sum Control Chart)
 - 1.4 แผนภูมิควบคุม Synthetic (Synthetic Control Chart)

เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา ปัจจัยที่นำมาศึกษาคือ ขนาดตัวอย่าง (Sample Size: n) และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล (δ)

2. เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ลักษณะดังกล่าวข้างต้น โดยพิจารณาจากค่า ARL

ขอบเขตการวิจัย

การศึกษาวิจัยจะทำภายใต้ขอบเขตดังนี้

1. กรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจง 2 แบบ คือ

1.1 การแจกแจงแบบที กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงคือ องศาความเป็นอิสระ (Degree of Freedom: df) ให้มีค่าเท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

1.2 การแจกแจงแบบแกมมา กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง คือ b ให้มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

2. กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา ตาม (1.1) และ (1.2) 3 ขนาด คือ 4, 5 และ 6

3. กำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล (δ) 7 ขนาดดังนี้ 0.0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 และ 3.0 แต่ละค่าของ δ มีความหมายดังนี้

δ เท่ากับ 0.0 หมายถึง ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง

δ เท่ากับ 0.5 หมายถึง ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงไป 0.5 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

δ เท่ากับ 1.0 หมายถึง ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงไป 1.0 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

δ เท่ากับ 1.5 หมายถึง ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงไป 1.5 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

δ เท่ากับ 2.0 หมายถึง ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงไป 2.0 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

δ เท่ากับ 2.5 หมายถึง ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงไป 2.5 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

δ เท่ากับ 3.0 หมายถึง ค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตเปลี่ยนแปลงไป 3.0 เท่าของค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

4. กำหนดค่าพารามิเตอร์ในแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 ลักษณะ ดังนี้

4.1 แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$

กำหนดให้สัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุม (Control Limit Coefficient: k) เท่ากับ 3

4.2 แผนภูมิควบคุม EWMA

กำหนดให้ค่าคงที่ของพารามิเตอร์ปรับให้เรียบ (Smoothing Parameter: λ) เท่ากับ 0.05 และความกว้างของขีดจำกัดควบคุม (Control Limit Width: L) เท่ากับ 2.492

4.3 แผนภูมิควบคุม CUSUM

กำหนดให้ช่วงในการตัดสินใจ (Decision Interval: H) เท่ากับ $5\sigma_{\bar{X}}$ และค่าอ้างอิง (Reference Value: K) เท่ากับ $\frac{\delta}{2}\sigma_{\bar{X}}$

4.4 แผนภูมิควบคุม Synthetic

กำหนดให้ขนาดตัวอย่าง (n) จุดจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุม CRL_S (Lower Control Limit of CRL Sub-chart: LCL_{CRL}) และสัมประสิทธิ์จุดจำกัดควบคุม (k) ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}_S$ คือ (n, LCL_{CRL}, k) เท่ากับ $(4, 5, 2.2601)$, $(5, 4, 2.2186)$ และ $(6, 3, 2.1638)$ เมื่อกำหนดให้ขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล (δ^*) เท่ากับ 1 และ $ARL_S(0) = 370$

การตรวจเอกสาร

การตรวจเอกสารที่ใช้ในงานวิจัยนี้จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ วิธีการทางสถิติและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

วิธีการทางสถิติ

การแจกแจงต่าง ๆ ที่ใช้ในงานวิจัย

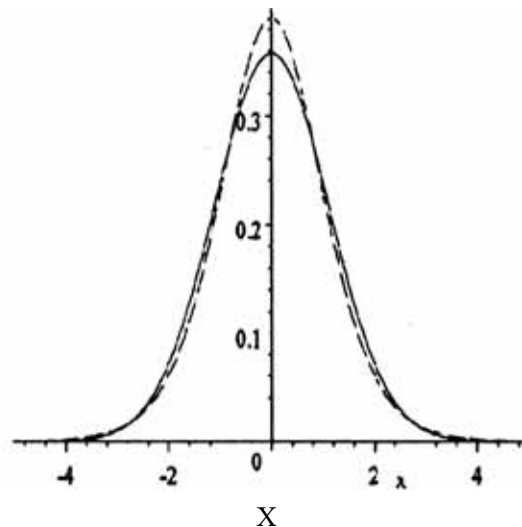
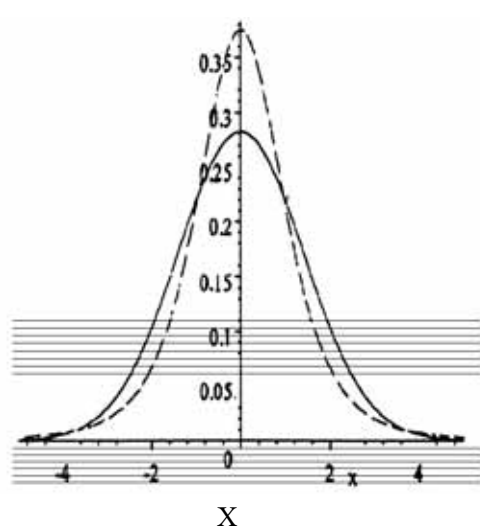
1. การแจกแจงแบบที (t-Distribution)

กำหนดสัญลักษณ์ $Z \sim N(\mu, \sigma)$ แทนตัวแปรสุ่ม Z ที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีพารามิเตอร์ μ และ σ เมื่อ μ คือ ค่าเฉลี่ย (Mean) และ σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ถ้าตัวแปรสุ่ม Z มีค่า μ เท่ากับ 0 และ σ เท่ากับ 1 แล้วจะเป็นการแจกแจงที่เรียกว่าการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน เมื่อตัวแปรสุ่ม Z มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานและ $z = \frac{(\bar{x} - \mu)}{\sigma_{\bar{x}}}$ แล้วตัวแปรสุ่ม Z จะเป็นการแจกแจงที่เรียกว่าการแจกแจงแบบที กรณีไม่ทราบค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (Population Standard Deviation) จะใช้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง (S) ประมาณค่า σ ได้นั่นคือ $z = \frac{(\bar{x} - \mu)}{s_{\bar{x}}}$ จะเป็นการแจกแจงแบบทีที่มีลักษณะดังนี้ คือ เป็นเส้นโค้งสมมาตรที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีการแจกแจงใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติมาตรฐานเมื่อตัวอย่างสุ่มมีขนาดใหญ่ โดยใช้สัญลักษณ์ $X \sim t_{df}$ แทนตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงแบบที โดยมีพารามิเตอร์ df เมื่อ df คือ องศาความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) ตัวอย่างข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบที ได้แก่ อุณหภูมิ ความส่องสว่าง รายได้ และรายจ่าย เป็นต้น

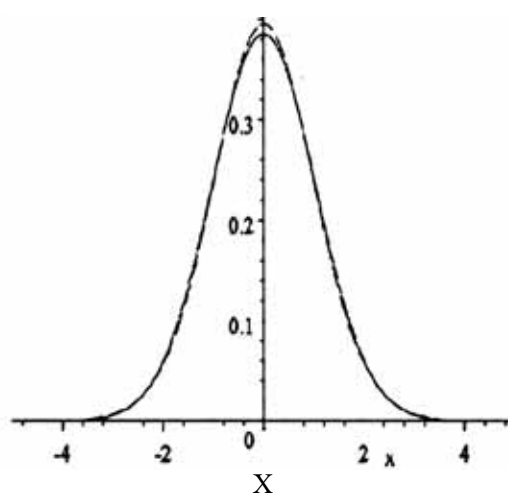
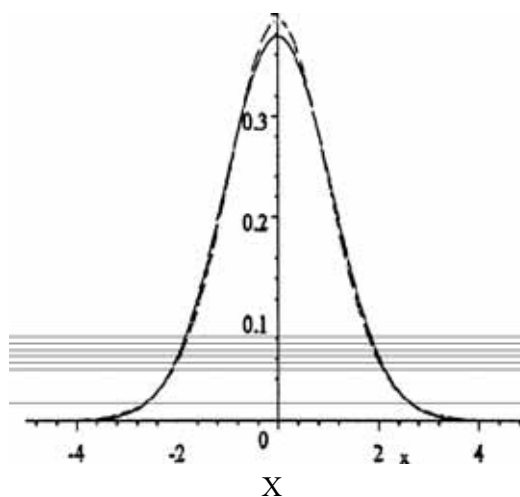
ในการแจกแจงแบบทีมีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (Probability Density Function: pdf) คือ

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{df+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi df} \Gamma\left(\frac{df}{2}\right)} \left(1 + \frac{1}{df} x^2\right)^{-\frac{df+1}{2}}; -\infty < x < \infty \quad \dots\dots\dots(1)$$

เมื่อ df คือ องศาความเป็นอิสระ ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ความแปรปรวนเท่ากับ $\left(\frac{df}{df-2}\right)$ เมื่อ $df > 2$ และ $\Gamma(n) = (n-1)!$ สำหรับ $n = 1, 2, \dots$ ดังภาพที่ 1 แสดงการพล็อตฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบที ที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 20 และ 30



เส้นประแทน t_4 และเส้นทึบแทน $N(0, \sqrt{2})$ เส้นประแทน t_{10} และเส้นทึบแทน $N(0, \sqrt{5/4})$



เส้นประแทน t_{20} และเส้นทึบแทน $N(0, \sqrt{10/9})$ เส้นประแทน t_{30} และเส้นทึบแทน $N(0, \sqrt{15/14})$

ภาพที่ 1 แสดงการพล็อตฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบที ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 20 และ 30 เทียบกับการแจกแจงแบบ $N(\mu, \sigma)$ เมื่อทั้งสองการแจกแจงมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเหมือนกัน

2. การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution)

กราฟของการแจกแจงแบบแกมมาเป็นเส้นโค้งเบ้ขวา ลักษณะของกราฟจะแตกต่างกันไปสำหรับ b และ a ที่มีค่าต่าง ๆ กัน ซึ่งเมื่อ b มีค่าเพิ่มขึ้นและ a มีค่าคงที่เท่ากับ 1 แล้ว การแจกแจงแบบแกมมาจะมีลักษณะใกล้เคียงกับการแจกแจงแบบปกติ โดยใช้สัญลักษณ์ $X \sim G(b, a)$ แทนตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงแบบแกมมาที่มีพารามิเตอร์ b และ a เมื่อ b คือ พารามิเตอร์รูปร่าง (Shape Parameter) และ a คือ พารามิเตอร์สเกล (Scale Parameter) ตัวอย่างข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบแกมมา ได้แก่ เวลารอคอยของลูกค้า อายุการใช้งานของอุปกรณ์ และรายได้ เป็นต้น

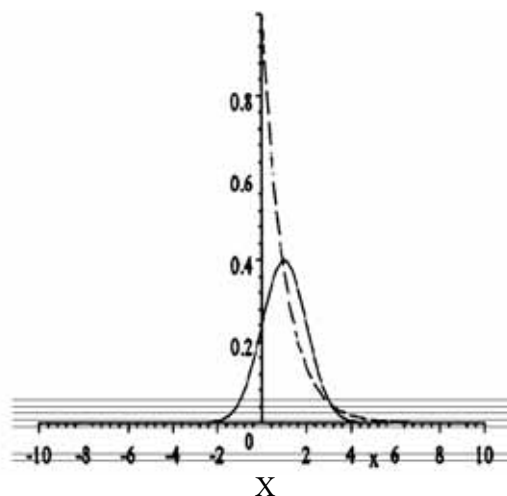
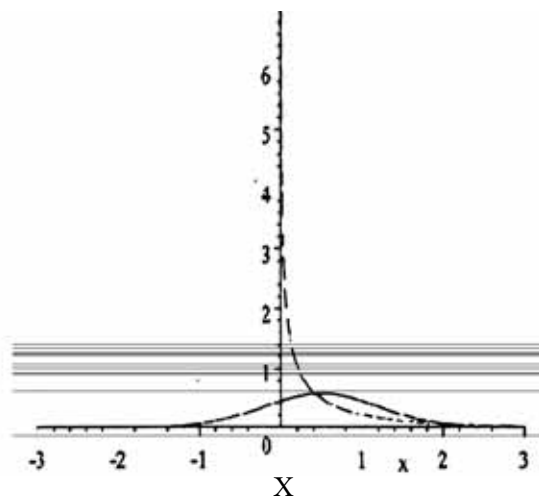
ในการแจกแจงแบบแกมมามีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (pdf) คือ

$$f(x) = \frac{1}{a^b \Gamma(b)} x^{b-1} e^{-x/a} \quad \text{เมื่อ } x > 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

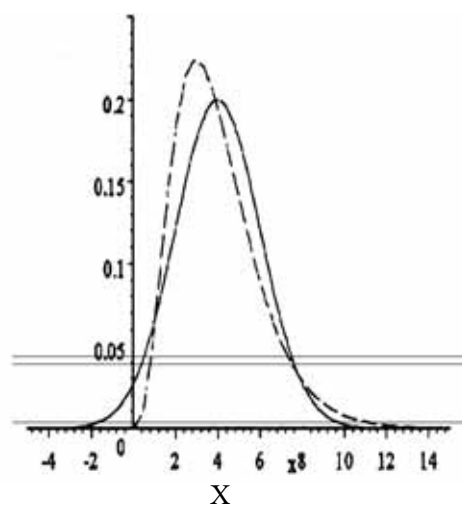
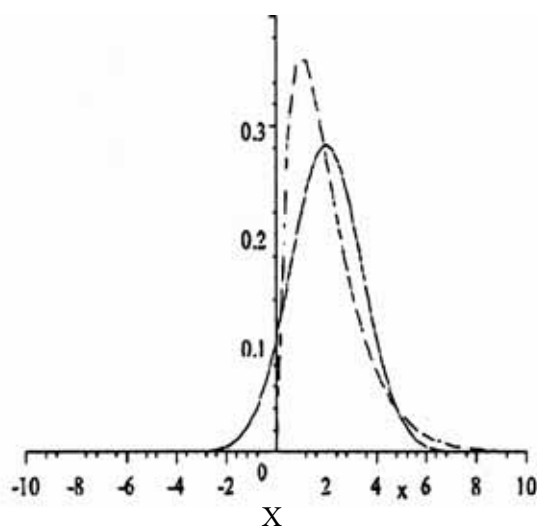
มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ ba และมีความแปรปรวนเท่ากับ ba^2 เมื่อ $b = 1$ จะได้

$$f(x) = \frac{e^{-x/a}}{a} \quad \text{มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียลที่มีพารามิเตอร์คือ } a \quad \text{ดังภาพที่ 2 แสดง}$$

การพล็อตฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 4 และ a เท่ากับ 1



เส้นประแทน $G(0.5, 1)$ และเส้นทึบแทน $N(0.5, \sqrt{0.5})$ เส้นประแทน $G(1, 1)$ และเส้นทึบแทน $N(1, 1)$



เส้นประแทน $G(2, 1)$ และเส้นทึบแทน $N(2, \sqrt{2})$ เส้นประแทน $G(4, 1)$ และเส้นทึบแทน $N(4, 2)$

ภาพที่ 2 แสดงการพล็อตฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการแจกแจงแบบแกมมา
ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 4 และ a เท่ากับ 1 เทียบกับการแจกแจงแบบ $N(\mu, \sigma)$
เมื่อทั้งสองการแจกแจงมีค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเหมือนกัน

แผนภูมิควบคุมคุณภาพ

แผนภูมิควบคุมเป็นแผนภาพแสดงการเปลี่ยนแปลงค่าสถิติตามลำดับเวลาของการผลิต แผนภูมินี้ประกอบด้วย ขีดจำกัดควบคุม (Control Limit) 2 ค่า คือ ขีดจำกัดควบคุมบน (Upper Control Limit: UCL) ขีดจำกัดควบคุมล่าง (Lower Control Limit: LCL) และเส้นกึ่งกลาง (Center Line: CL) การสร้างแผนภูมิควบคุมทำได้โดยการสุ่มตัวอย่างผลิตภัณฑ์ตามขนาดตัวอย่างที่กำหนดวัดค่าของลักษณะคุณภาพ (Quality Characteristic) ของตัวอย่างสุ่ม คำนวณค่าสถิติที่ต้องการควบคุมคุณภาพ นำค่าสถิติเหล่านี้มาพล็อตในแผนภูมิควบคุม เมื่อลากเส้นเชื่อมต่อจุดต่าง ๆ เข้าด้วยกันจะแสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงในกระบวนการผลิต ณ เวลาต่าง ๆ โดยที่การเปลี่ยนแปลงนี้เป็นผลมาจากความผันแปรของกระบวนการผลิต สาเหตุที่ทำให้เกิดความผันแปรของกระบวนการผลิตมี 2 แบบ คือ

1. ความผันแปรที่เกิดขึ้นโดยสุ่ม (Chance or Random Causes) เป็นสาเหตุที่เกิดขึ้นเป็นปกติ มีผลทำให้คุณภาพมีการเปลี่ยนแปลง แต่ยังคงอยู่ในขอบเขตควบคุม
2. ความผันแปรที่ระบุได้ (Assignable Causes) เป็นสาเหตุที่เกิดจากความบกพร่องของปัจจัยการผลิตอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่าง มีผลทำให้คุณภาพอยู่นอกขอบเขตควบคุม ซึ่งสามารถระบุได้ว่าเกิดจากปัจจัยใด

เมื่อพล็อตค่าสถิติในแผนภูมิควบคุมแล้ว จุดของค่าสถิติที่พล็อตในแผนภูมิควบคุมแสดงถึงสภาพของกระบวนการผลิตว่ายังอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่ ถ้าจุดต่าง ๆ กระจายอยู่ในช่วงขีดจำกัดควบคุมบนและล่างอย่างสุ่มภายในขีดจำกัดควบคุมก็แสดงว่ากระบวนการผลิตยังคงอยู่ภายใต้การควบคุม การที่มีจุดออกนอกขีดจำกัดควบคุมบนหรือล่างแสดงว่าเกิดความผิดปกติขึ้นในกระบวนการผลิต ผู้ควบคุมกระบวนการผลิตจะต้องทำการตรวจสอบหาสาเหตุและแก้ไข เพื่อให้กระบวนการผลิตกลับสู่สภาพปกติ

นอกจากนี้แผนภูมิควบคุมจะแสดงถึงความผิดปกติที่เกิดขึ้นในกระบวนการผลิต เมื่อจุดบนแผนภูมิควบคุมอยู่ในลักษณะใดลักษณะหนึ่งดังต่อไปนี้

1. มี 1 จุดตกอยู่นอก UCL หรือ LCL
2. มี 2 จุดติดต่อกันเกาะอยู่นอกขอบเขต $\pm 2\sigma$ จากเส้นกึ่งกลาง
3. มี 5 จุดติดต่อกันที่อยู่ด้านใดด้านหนึ่งของเส้นกึ่งกลาง
4. มี 5 จุดติดต่อกันที่แสดงแนวโน้มขึ้นหรือลงตลอด
5. มีจุดที่เปลี่ยนระดับอย่างรวดเร็ว
6. มีจุดที่แสดงวัฏจักร

เนื่องจากมีข้อสมมุติ (Assumption) ของค่าคุณภาพที่เป็นแบบต่อเนื่อง (Continuous Data) ว่ามีการแจกแจงแบบปกติ แต่บ่อยครั้งที่พบว่าค่าคุณภาพผลิตภัณฑ์มีการแจกแจงที่ไม่เป็นแบบปกติคือ เบ้ไปทางใดทางหนึ่ง หรือมีความโค้ง ซึ่งจะส่งผลให้ไม่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการผลิตของแผนภูมิควบคุมได้ทันทีที่เกิดการเปลี่ยนแปลง

แผนภูมิควบคุมที่ใช้ในงานวิจัยนี้

1. แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$ Control Chart หรือ Shewhart $\bar{X}$ Control Chart)

แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ เป็นแผนภูมิที่ควบคุมค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ซึ่งสิ่งที่จะควบคุมต้องเป็นลักษณะคุณภาพที่สามารถวัดค่าได้ เช่น ความยาว มวล เวลา กระแส อุณหภูมิ ความส่องสว่าง กำลังงาน ความเร็ว แสง ความหนาแน่น ความเข้มข้น แรงกด และอื่น ๆ เป็นต้น

การคำนวณขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมนี้จะนำค่า x_i มาทำการหาค่าเฉลี่ย ซึ่งจะคำนวณได้จากความสัมพันธ์ต่อไปนี้คือ

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \dots\dots\dots(3)$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n} \dots\dots\dots(4)$$

โดยที่ $\bar{X}$ คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง
 $\bar{R}$ คือ ค่าเฉลี่ยของพิสัย
 X_i คือ ค่าข้อมูลตัวอย่างที่ i ใด ๆ เมื่อ $(X_i; i=1,2,...,n)$
 R_i คือ ค่าพิสัยที่ i ใด ๆ เมื่อ $(R_i; i=1,2,...,n)$
 n คือ จำนวนกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด

ดังนั้นขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ กรณีที่ไม่ทราบค่า σ คือ

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{X} + 3\hat{\sigma}_{\bar{X}} \quad \dots\dots\dots(5a)$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{X} \quad \dots\dots\dots(5b)$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{X} - 3\hat{\sigma}_{\bar{X}} \quad \dots\dots\dots(5c)$$

เมื่อ $\hat{\sigma}_{\bar{X}}$ เป็นค่าประมาณของค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง โดยที่

$\hat{\sigma}_{\bar{X}} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$ เมื่อ $\hat{\sigma}$ เป็นค่าประมาณของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการและ n เป็นขนาดตัวอย่าง ซึ่งกรณีไม่ทราบค่า $\hat{\sigma}$ จะประมาณค่าได้จาก

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad \dots\dots\dots(6)$$

เมื่อ $\bar{R}$ เป็นพิสัยเฉลี่ยของพิสัยกลุ่มตัวอย่างและ d_2 เป็นค่าคงที่ขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่าง

ดังนั้น

$$\begin{aligned} 3\hat{\sigma}_{\bar{X}} &= \frac{3\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \\ &= \frac{3\bar{R}}{d_2\sqrt{n}} \\ &= A_2\bar{R} \quad \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

เมื่อ A_2 เป็นค่าคงที่ ดังนั้นจะได้ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ คือ

$$UCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} \quad \dots\dots\dots(8a)$$

$$CL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} \quad \dots\dots\dots(8b)$$

$$LCL_{\bar{X}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} \quad \dots\dots\dots(8c)$$

ถ้า x_i มีค่ามากกว่า $UCL_{\bar{X}}$ หรือมีค่าน้อยกว่า $LCL_{\bar{X}}$ แล้วจะถือว่ากระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม

2. แผนภูมิควบคุม EWMA (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart)

แผนภูมิควบคุม EWMA เป็นแผนภูมิควบคุมที่ให้ความสำคัญกับข้อมูลแต่ละค่าไม่เท่ากัน โดยให้ความสำคัญกับข้อมูลล่าสุดมากที่สุดและให้ความสำคัญกับข้อมูลในอดีตน้อยลงแบบเอ็กซ์โปเนนเชียล ดังนั้นค่าเฉลี่ยทุกกลุ่มตัวอย่างจะถูกนำมาร่วมพิจารณา โดยจะให้น้ำหนักกับค่าเฉลี่ยตัวอย่างชุดล่าสุดเป็นค่า λ ให้น้ำหนักค่าถัดไปด้วยค่า $\lambda(1-\lambda)$ และให้น้ำหนักค่าถัดไปด้วยค่า $\lambda(1-\lambda)^2$ ตามลำดับ ซึ่งการสร้างขีดจำกัดควบคุมจะกำหนดค่าเฉลี่ยกระบวนการเป็นเส้นกึ่งกลาง ถ้ากระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักจะกระจายแบบสุ่มภายในขีดจำกัดการควบคุม แต่ถ้ากระบวนการออกนอกขีดจำกัดการควบคุมข้อมูลที่ถ่วงน้ำหนักจะมีการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นหรือลดลงจนค่าออกนอกขีดจำกัดการควบคุมบนหรือล่าง ซึ่งแผนภูมิควบคุม EWMA นี้ก็เป็นแผนภูมิควบคุมที่เป็นทางเลือกที่ดีชนิดหนึ่งในกรณีที่ลักษณะข้อมูลปรับเปลี่ยนไปที่ละน้อย โดยมีนิยาม ดังนี้

$$z_i = \lambda X_i + (1-\lambda)z_{i-1}; i = 1, 2, \dots \quad \dots\dots\dots(9)$$

โดยที่ z_i คือ ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของทุกค่าเฉลี่ยตัวอย่างก่อนหน้านี้
 x_i คือ ค่าข้อมูลตัวอย่างที่ i ใด ๆ
 λ คือ ค่าคงที่ของพารามิเตอร์ปรับให้เรียบ มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1

กำหนดค่าเริ่มต้นของ z_0 เท่ากับค่าเฉลี่ยกระบวนการ จะได้ $z_0 = \mu_0$ จากสมการ (9) สามารถขยายรูปสมการต่อไปได้คือ

$$\begin{aligned} z_i &= \lambda x_i + (1-\lambda) \{ \lambda x_{i-1} + (1-\lambda) z_{i-2} \} \\ &= \lambda x_i + \lambda(1-\lambda) x_{i-1} + (1-\lambda)^2 z_{i-2} \\ &= \lambda x_i + \lambda(1-\lambda) x_{i-1} + (1-\lambda)^2 [\lambda x_{i-2} + (1-\lambda) z_{i-3}] \\ &= \lambda x_i + \lambda(1-\lambda) x_{i-1} + \lambda(1-\lambda)^2 x_{i-2} + (1-\lambda)^3 z_{i-3} \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

สามารถสรุปได้เป็น

$$z_i = \lambda \sum_{j=0}^{i-1} (1-\lambda)^j x_{i-j} + (1-\lambda)^i z_0 \dots\dots\dots(11)$$

กำหนดให้ x_i เป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระต่อกันที่มีความแปรปรวน σ^2 ดังนั้นจะได้ค่าความแปรปรวนของ z_i จาก

$$z_i = \lambda x_i + \lambda(1-\lambda) x_{i-1} + \lambda(1-\lambda)^2 x_{i-2} + \lambda(1-\lambda)^3 x_{i-3} + \dots + \lambda(1-\lambda)^{i-1} x_1 + (1-\lambda)^i z_0$$

จะได้

$$\begin{aligned} v(z_i) &= \lambda^2 v(x_i) + (\lambda(1-\lambda))^2 v(x_{i-1}) + (\lambda(1-\lambda)^2)^2 v(x_{i-2}) + \dots + (\lambda(1-\lambda)^{i-1})^2 v(x_1) + ((1-\lambda)^i)^2 v(z_0) \\ &= \sigma^2 \left[\lambda^2 + (\lambda(1-\lambda))^2 + (\lambda(1-\lambda)^2)^2 + \dots + (\lambda(1-\lambda)^{i-1})^2 \right] \\ &= \sigma^2 \left[\frac{\lambda^2 (1 - (1-\lambda)^{2i})}{(1 - (1-\lambda)^2)} \right] \\ &= \sigma^2 \left[\frac{\lambda^2 (1 - (1-\lambda)^{2i})}{(1 - (1-2\lambda + \lambda^2))} \right] \\ &= \sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2i}] \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

ดังนั้นขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA คือ

$$UCL_{EWMA} = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \quad \dots\dots\dots(13a)$$

$$CL_{EWMA} = \mu_0 \quad \dots\dots\dots(13b)$$

$$LCL_{EWMA} = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \quad \dots\dots\dots(13c)$$

เมื่อ μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยกระบวนการ
 σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกระบวนการ

ซึ่งพบว่าช่วงกว้างของขีดจำกัดควบคุมจะเปลี่ยนตามค่าของตัวอย่างในช่วงที่ i ตามปัจจัย $(1-\lambda)^{2i}$ แต่ค่า $(1-\lambda)^{2i}$ มีค่าเข้าใกล้ 0 เมื่อ i เพิ่มขึ้น ดังนั้นขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม EWMA คือ

$$UCL_{EWMA} = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \quad \dots\dots\dots(14a)$$

$$CL_{EWMA} = \mu_0 \quad \dots\dots\dots(14b)$$

$$LCL_{EWMA} = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} \quad \dots\dots\dots(14c)$$

ถ้า z_i มีค่ามากกว่า UCL_{EWMA} หรือมีค่าน้อยกว่า LCL_{EWMA} แล้วจะถือว่ากระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม

3. แผนภูมิควบคุม CUSUM (Cumulative-Sum Control Chart)

แผนภูมิควบคุม CUSUM เป็นแผนภูมิที่ใช้ค้นหาการเปลี่ยนแปลงในค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต ซึ่งจะนำข้อมูลตลอดช่วงเวลาของการจัดเก็บมาใช้ประกอบการตัดสินใจจึงถือว่าเป็นแผนภูมิที่ไว (Sensitive) ต่อการเปลี่ยนของค่าพารามิเตอร์ โดยการบวกสะสมของค่าคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ยตัวอย่างที่ $j(\bar{x}_j)$ กับค่าเฉลี่ยกระบวนการ (μ_0) ผลรวมสะสมสำหรับแผนภูมิควบคุม CUSUM คำนวณได้จาก

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0) \quad \dots\dots\dots(15)$$

โดยที่ C_i คือ ค่าผลรวมสะสมของตัวอย่างที่ i ใด ๆ

ถ้ากระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมค่าผลรวมสะสมของค่าคลาดเคลื่อนจะกระจายแบบสุ่มภายในขีดจำกัดควบคุม หากค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีค่าเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นหรือลดลงจะทำให้ค่าผลรวมสะสมของค่าคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้นหรือลดลงจนออกนอกขีดจำกัดควบคุม

ในกระบวนการผลิตที่กำหนดค่าเฉลี่ยกระบวนการไว้เท่ากับ μ_0 นั้น ถ้ากระบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม ค่าคลาดเคลื่อนไปจากค่าเฉลี่ยควรจะต้องกระจายอย่างสุ่ม แต่ถ้าค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีค่าเปลี่ยนแปลงไปในทางเพิ่มขึ้น ค่าผลรวมสะสมของค่าคลาดเคลื่อนจะมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ

ในทางตรงกันข้ามถ้าค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีค่าเปลี่ยนแปลงไปในทางลดลง ค่าผลรวมสะสมของค่าคลาดเคลื่อนจะมีค่าลดลงเรื่อย ๆ ทำให้ผู้ควบคุมกระบวนการผลิตรู้ว่าค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตได้เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมแล้วและต้องค้นหาสาเหตุของการเปลี่ยนแปลงไปของกระบวนการผลิต เพื่อลดปริมาณของเสียที่ผลิตจากกระบวนการผลิต

แผนภูมิควบคุม CUSUM จะหาค่าสะสมของค่าเบี่ยงเบนจาก μ_0 ที่สูงกว่าค่า μ_0 แทนด้วยตัวสถิติ C^+ และหาค่าสะสมของค่าเบี่ยงเบนจาก μ_0 ที่ต่ำกว่าค่า μ_0 แทนด้วยตัวสถิติ C^- ซึ่งจะเรียกตัวสถิติ C^+ และ C^- ที่ได้ว่า One-sided Upper and Lower Cusums ดังนี้

$$C_i^+ = \max \left[0, X_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+ \right] \quad \dots\dots\dots(16a)$$

$$C_i^- = \max \left[0, (\mu_0 - K) - X_i + C_{i-1}^- \right] \quad \dots\dots\dots(16b)$$

โดยที่ C_i^+ คือ ค่าผลรวมสะสมที่คลาดเคลื่อนทางด้านบวก
 C_i^- คือ ค่าผลรวมสะสมที่คลาดเคลื่อนทางด้านลบ

กำหนด K คือ ค่าอ้างอิง (Reference Value) ซึ่งเป็นค่ากึ่งกลางของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยกระบวนการเท่ากับ μ_0 และค่าเฉลี่ยกระบวนการที่เปลี่ยนแปลงไปเท่ากับ

$$\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma \quad \text{หรือ} \quad \delta = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{\sigma} \quad \text{ดังนั้น}$$

$$K = \frac{\delta}{2}\sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2} \quad \dots\dots\dots(17)$$

กำหนดค่าเริ่มต้นของ C_i^+ และ C_i^- เท่ากับ 0

เมื่อกำนวณค่า C_i^+ และ C_i^- ได้แล้ว จะนำมาพิจารณาว่าอยู่ภายใต้ช่วงในการตัดสินใจ (Decision Interval: H) หรือไม่ โดยกำหนดให้ช่วงในการตัดสินใจของแผนภูมิควบคุม CUSUM เท่ากับ 5σ

ถ้า C_i^+ หรือ C_i^- มีค่ามากกว่า H แล้วจะถือว่ากระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม

4. แผนภูมิควบคุม Synthetic (Synthetic Control Chart)

แผนภูมิควบคุม Synthetic เป็นแผนภูมิควบคุมที่เกิดจากการรวมกันของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ และแผนภูมิควบคุมคอนฟอร์มมิ่งรันเลนจ์ (Conforming Run Length Control Chart หรือ CRL Control Chart)

แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ เป็นแผนภูมิควบคุมที่ใช้สำหรับควบคุมคุณภาพโดยเฉลี่ยในกระบวนการผลิตหนึ่งภายใต้ขอบเขตของคุณภาพผลิตภัณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยมีขีดจำกัดควบคุมดังนี้

$$UCL_{\bar{x}} = \mu_0 + k\sigma_{\bar{x}} \quad \dots\dots\dots(18a)$$

$$CL_{\bar{x}} = \mu_0 \quad \dots\dots\dots(18b)$$

$$LCL_{\bar{x}} = \mu_0 - k\sigma_{\bar{x}} \quad \dots\dots\dots(18c)$$

เมื่อ $\sigma_{\bar{x}}$ คือ ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง (Standard Error of Sample Mean) ซึ่งค่า k ของแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ ที่นำมาใช้กับแผนภูมิควบคุม Synthetic จะเปลี่ยนไปตามสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้วิธีการของแผนภูมิควบคุม Synthetic ในการหาค่า k

แผนภูมิควบคุม CRL เป็นแผนภูมิที่ใช้ในการตรวจสอบหน่วยที่ตรวจสอบ (Inspection Unit) ตั้งแต่เริ่มต้นไปจนถึงพบหน่วยตรวจสอบที่ผิดปกติ โดยตัวแปรสุ่ม CRL มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแบบเรขาคณิต(Geometric Probability Distribution) มีพารามิเตอร์ คือ q ซึ่ง q คือ ความน่าจะเป็นที่จะพบหน่วยตรวจสอบที่ผิดปกติ เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ $\frac{1}{q}$ และมีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นสะสม คือ $1-(1-q)^{CRL}$ เมื่อ $CRL = 1, 2, \dots$

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม CRL จะพิจารณาเพียงขีดจำกัดควบคุมล่าง เนื่องจากค่า CRL จะมีค่าน้อย ถ้าค่า q มีค่ามากและ CRL จะมีค่ามาก ถ้าค่า q มีค่าน้อย ดังนั้นจึงสนใจเฉพาะ CRL ที่มีค่าน้อย เพื่อตรวจสอบว่ากระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม

แผนภูมิควบคุม Synthetic ประกอบด้วยแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ ที่เรียกว่า $\bar{x}$ Sub-chart ให้แทนด้วย $\bar{x}_s$ และแผนภูมิควบคุม CRL เรียกว่า CRL Sub-chart ให้แทนด้วย CRL_s ดังนั้นแผนภูมิควบคุม Synthetic จึงมีการควบคุมคุณภาพถึง 2 ครั้ง จากขีดจำกัดควบคุม 2 ชุด คือ ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{x}_s$ และขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม CRL_s ซึ่งจะพิจารณาเพียงขีดจำกัดควบคุมล่างเพียงอย่างเดียว ให้แทนด้วย LCL_{CRL} การคำนวณหาขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมทั้ง 2 แผนภูมินั้น จะต้องหาค่า k และ LCL_{CRL} ที่เหมาะสม ดังนั้นขั้นตอนในการหาค่าพารามิเตอร์ k และ LCL_{CRL} มีดังนี้

1. กำหนดค่าขนาดตัวอย่าง (n), δ และ $ARL_S(0)$ โดยที่ $ARL_S(0)$ คือค่า ARL เริ่มต้นของแผนภูมิควบคุม Synthetic

2. กำหนดค่าเริ่มต้นของ LCL_{CRL} เท่ากับ 1

3. นำค่า LCL_{CRL} ไปแก้สมการ (19) เพื่อหาค่า k ที่เหมาะสม

$$ARL_S(0) = \frac{1}{2\phi(-k)} \times \frac{1}{1 - [1 - 2\phi(-k)]^{LCL_{CRL}}} \quad \dots\dots\dots(19)$$

4. นำค่า k และ LCL_{CRL} ที่ได้จากสมการที่ (19) ไปคำนวณค่า $ARL_S(\delta^*)$ ในสมการที่ (20)

$$ARL_S(\delta^*) = \frac{1}{P(\delta^*)} \times \frac{1}{1 - (1 - P(\delta^*))^{LCL_{CRL}}} \quad \dots\dots\dots(20)$$

โดยที่ $P(\delta^*) = 1 - [\phi(k - \delta^* \sqrt{n}) - \phi(-k - \delta^* \sqrt{n})]$ และ $ARL_S(\delta^*)$ คือค่า ARL เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง ซึ่งถ้า $ARL_S(\delta^*)$ มีค่าน้อยที่สุด แสดงว่าจะมีการตรวจพบว่าการกระบวนการไม่อยู่ในขีดจำกัดควบคุมได้เร็วที่สุด

5. เปรียบเทียบค่า $ARL_S(\delta^*)$ ค่าปัจจุบันกับค่า $ARL_S(\delta^*)$ ก่อนค่าปัจจุบัน 1 ตัว ถ้าค่า $ARL_S(\delta^*)$ ค่าปัจจุบันน้อยกว่าค่าก่อนปัจจุบัน ให้กลับไปทำในขั้นตอนที่ 3 โดยค่า LCL_{CRL} จะเพิ่มขึ้นทีละหนึ่ง แต่ถ้าค่า $ARL_S(\delta^*)$ มีค่ามากกว่าค่าก่อนปัจจุบัน ให้ทำต่อในขั้นตอนที่ 6

6. นำค่า k และ LCL_{CRL} ที่ให้ค่า $ARL_S(\delta^*)$ น้อยที่สุด เป็นพารามิเตอร์ในการคำนวณขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม Synthetic ซึ่งค่า k คือสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}_S$ ดังสมการที่ (18) และค่า LCL_{CRL} คือขีดจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุม CRL_S

ในการตัดสินใจว่ากระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุมหรือไม่ จะใช้ขีดจำกัดควบคุมของทั้งสองแผนภูมิมาร่วมกัน ดังนี้

1. คำนวณขีดจำกัดควบคุมบนและล่างของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}_s$ คือ $UCL_{\bar{X}}$ และ $LCL_{\bar{X}}$ และคำนวณขีดจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุม CRL_s คือ LCL_{CRL}
2. สุ่มตัวอย่าง $X_1, X_2, \dots, X_n$ จำนวน n ค่า และคำนวณค่าเฉลี่ย $\bar{X}$
3. ตรวจสอบค่า $\bar{X}$ กับขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}_s$ ถ้า $\bar{X}$ มีค่าน้อยกว่าขีดจำกัดควบคุมบน $UCL_{\bar{X}}$ หรือมีค่ามากกว่าขีดจำกัดควบคุมล่าง $LCL_{\bar{X}}$ แสดงว่าตัวอย่างนี้ยังคงอยู่ภายใต้ขีดจำกัดควบคุม ให้กลับไปทำในขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้าออกนอกขีดจำกัดควบคุมให้ทำต่อในขั้นตอนที่ 4
4. หาค่า CRL โดยการนับจำนวนตัวอย่างที่อยู่ในขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}_s$ ก่อนที่จะเปลี่ยนไปอยู่นอกขอบเขตควบคุม จำนวนที่นับได้นี้คือค่า CRL
5. ตรวจสอบค่า CRL กับขีดจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุม CRL_s ถ้า CRL มากกว่าค่า LCL_{CRL} แสดงว่ากระบวนการยังอยู่ภายใต้การควบคุมและให้กลับไปทำในขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้าค่า CRL นี้น้อยกว่าค่า LCL_{CRL} แล้วจะถือว่ากระบวนการอยู่นอกเหนือการควบคุม

ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กิตยาการ (2544) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบความแกร่งระหว่างแผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ และแผนภูมิควบคุม Synthetic กรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ คือ การแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา เมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง(n) เท่ากับ 1 และค่าพารามิเตอร์ของแต่ละการแจกแจงดังนี้

1. การแจกแจงแบบที กำหนดค่าองศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 6, 8, 15, 20 และ 30
2. การแจกแจงแบบแกมมา กำหนดค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

โดยใช้ค่าความยาววิ่งโดยเฉลี่ย (ARL) เป็นเกณฑ์ในการตัดสินใจ ซึ่งแผนภูมิควบคุมใดให้ค่า ARL น้อยที่สุด แสดงว่ามีประสิทธิภาพสูงสุด ผลการวิจัยพบว่า กรณีการแจกแจงแบบที่ที่ df เท่ากับ 30 ของแผนภูมิควบคุม EWMA ที่ค่าพารามิเตอร์ $\lambda = 0.05$ และ $L = 2.492$ มีค่า ARL น้อยที่สุดและกรณีการแจกแจงแบบแกมมาที่ $b = 4$ และ $a = 1$ ของแผนภูมิควบคุม EWMA ที่ค่าพารามิเตอร์ $\lambda = 0.05$ และ $L = 2.492$ ก็มีค่า ARL น้อยที่สุดเช่นกัน จึงสรุปได้ว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพสูงสุด

Albin et al. (1997) ได้เสนอแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ and EWMA ที่เกิดจากการรวมกันของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ และแผนภูมิควบคุม EWMA โดยได้รวมขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมทั้งสองแบบไว้ในแผนภูมิควบคุมเดียวกัน และทำการเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ and EWMA กับแผนภูมิควบคุม EWMA พบว่าแผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพมากกว่าในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย

Borror et al. (1999) ได้ศึกษาแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ และแผนภูมิควบคุม EWMA ที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 1 และได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลงค่า ARL คือ 370.4 ภายใต้สมมติฐานของค่าสังเกตที่สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ รวมทั้งแสดงให้เห็นอีกว่า แผนภูมิควบคุม EWMA นั้นมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย ภายใต้สมมติฐานของค่าสังเกตที่มีการแจกแจงแบบปกติและมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ คือ มีการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา ซึ่งได้มีการสรุปไว้ว่าแผนภูมิควบคุม EWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$

Calzada and Scariano (2001) ได้ศึกษาแผนภูมิควบคุม Synthetic ที่เกิดจากการรวมกันของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ และแผนภูมิควบคุม CRL ซึ่งแผนภูมิควบคุม Synthetic จะสามารถตรวจพบกระบวนการที่ผิดปกติได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ ภายใต้สมมติฐานของค่าสังเกตที่มีการแจกแจงแบบปกติ นอกจากนี้ยังทำการเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม Synthetic ในกรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติและมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ คือ การแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา ที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 4, 5 และ 6 โดยพิจารณาจากค่าความยาววิ่งโดยเฉลี่ย (ARL) เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม ซึ่งได้มีการสรุปไว้ว่าแผนภูมิควบคุม Synthetic จะมีประสิทธิภาพที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 4 และ 5 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติและมีประสิทธิภาพที่ขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 6 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ

Schilling and Nelson (1976) ได้ศึกษาขีดจำกัดความคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ ภายใต้สมมติฐานของค่าสังเกตที่มีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ โดยใช้ทฤษฎีการลู่เข้าสู่ศูนย์กลาง (Central Limit Theorem) จากทฤษฎีการลู่เข้าสู่ศูนย์กลางจะไดว่าการแจกแจงของค่าเฉลี่ยตัวอย่างจะมีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติ เมื่อตัวอย่างสุ่มมีขนาดใหญ่และศึกษาต่อไปอีกว่าขนาดที่ใหญ่นี้เป็นเท่าไร และอะไรคือค่าโดยประมาณ ซึ่งอาจจะหาได้จากตารางที่แสดงค่าของการแจกแจงต่าง ๆ และขนาดตัวอย่าง (n) หรือการหาอินเวอร์สของลักษณะฟังก์ชันก็ได้

Wu and Spedding (2000) ได้ศึกษาเปรียบเทียบโดยใช้แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ แผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ and EWMA และแผนภูมิควบคุม Synthetic ผลสรุปคือ แผนภูมิควบคุม Synthetic จะสามารถตรวจพบกระบวนการที่ผิดปกติได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ and EWMA เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไปมากกว่า 0.8 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($\delta \geq 0.8$) และแผนภูมิควบคุม Synthetic จะสามารถตรวจพบกระบวนการที่ผิดปกติได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 0.5 ถึง 2.0 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($0.5 \leq \delta \leq 2.0$)

อุปกรณ์และวิธีการ

อุปกรณ์

1. เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ของภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. โปรแกรมภาษา Visual Basic

วิธีการ

การศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมในกรณีที่ข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ คือ มีการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา โดยเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม 4 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ แผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม CUSUM และแผนภูมิควบคุม Synthetic ซึ่งสถานการณ์ต่าง ๆ ในการวิจัยครั้งนี้ถูกสร้างขึ้นโดยใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation)

ขั้นตอนการวิจัย

ขั้นตอนในการวิจัย แบ่งออกเป็น 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. กำหนดค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ดังนี้
 - 1.1 ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบที คือ df ให้มีค่าเท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30
 - 1.2 ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบแกมมา คือ b ให้มีค่าเท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1
2. สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง $(0, 1)$ และเป็นอิสระต่อกัน

3. นำตัวเลขสุ่มที่ได้ไปสร้างข้อมูลให้มีการแจกแจงแบบที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และการแจกแจงแบบแกมมา มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 6 โดยไม่ทราบค่าความแปรปรวนของทั้งสอง การแจกแจงตามลักษณะที่กำหนดไว้ข้างต้น ด้วยขนาดตัวอย่าง (n) เท่ากับ 4, 5 และ 6

4. นำค่าสถิติที่คำนวณจากตัวอย่างสุ่มในขั้นตอนที่ 3 มาคำนวณค่าขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิ (เมื่อกำหนดขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล (δ) เท่ากับ 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 และ 3) ดังนี้

4.1 แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ ขีดจำกัดควบคุม คือ

$$UCL_{\bar{X}} = (\mu_0 + \delta \hat{\sigma}_{\bar{X}}) + 3 \hat{\sigma}_{\bar{X}}$$

$$LCL_{\bar{X}} = (\mu_0 + \delta \hat{\sigma}_{\bar{X}}) - 3 \hat{\sigma}_{\bar{X}}$$

เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุม (k) เท่ากับ 3

4.2 แผนภูมิควบคุม EWMA ขีดจำกัดควบคุมคือ

$$UCL_{EWMA} = (\mu_0 + \delta \hat{\sigma}_{\bar{X}}) + L \hat{\sigma}_{\bar{X}} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}$$

$$LCL_{EWMA} = (\mu_0 + \delta \hat{\sigma}_{\bar{X}}) - L \hat{\sigma}_{\bar{X}} \sqrt{\frac{\lambda}{2 - \lambda}}$$

เมื่อกำหนดค่าคงที่ของพารามิเตอร์ปรับให้เรียบ (λ) เท่ากับ 0.05 และความกว้างของขีดจำกัดควบคุม (L) เท่ากับ 2.492

4.3 แผนภูมิควบคุม CUSUM กำหนดช่วงในการตัดสินใจ (H) คือ

$$H = 5 \hat{\sigma}_{\bar{X}}$$

4.4 แผนภูมิควบคุม Synthetic จีตจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}_S$ คือ

$$UCL_{\bar{X}} = (\mu_0 + \delta \hat{\sigma}_{\bar{X}}) + k \hat{\sigma}_{\bar{X}}$$

$$LCL_{\bar{X}} = (\mu_0 + \delta \hat{\sigma}_{\bar{X}}) - k \hat{\sigma}_{\bar{X}}$$

และจีตจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม CRL_S คือ LCL_{CRL} เมื่อกำหนดขนาดตัวอย่าง(n) จีตจำกัดควบคุมล่างของแผนภูมิควบคุม CRL_S (LCL_{CRL}) และสัมประสิทธิ์จีตจำกัดควบคุม(k) ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}_S$ คือ (n, LCL_{CRL} , k) เท่ากับ (4, 5, 2.2601), (5, 4, 2.2186) และ (6, 3, 2.1638)

5. คำนวณค่าความยาววิ่งโดยเฉลี่ย (ARL) ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิ

6. ทำซ้ำจากขั้นตอนที่ 3 ถึงขั้นตอนที่ 5 จำนวน 2,000 รอบ แล้วหารด้วยจำนวนรอบทั้งหมด 2,000 รอบ จะได้ค่า ARL ของหน่วยตัวอย่างที่ถูกตรวจสอบ จนกระทั่งพบว่กระบวนการผิดปกติ

7. นำค่า ARL ของทั้ง 4 แผนภูมิควบคุมมาเปรียบเทียบกัน แล้วทำการสรุปผล

ในการวิจัยนี้ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษา Visual Basic ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิ คือ

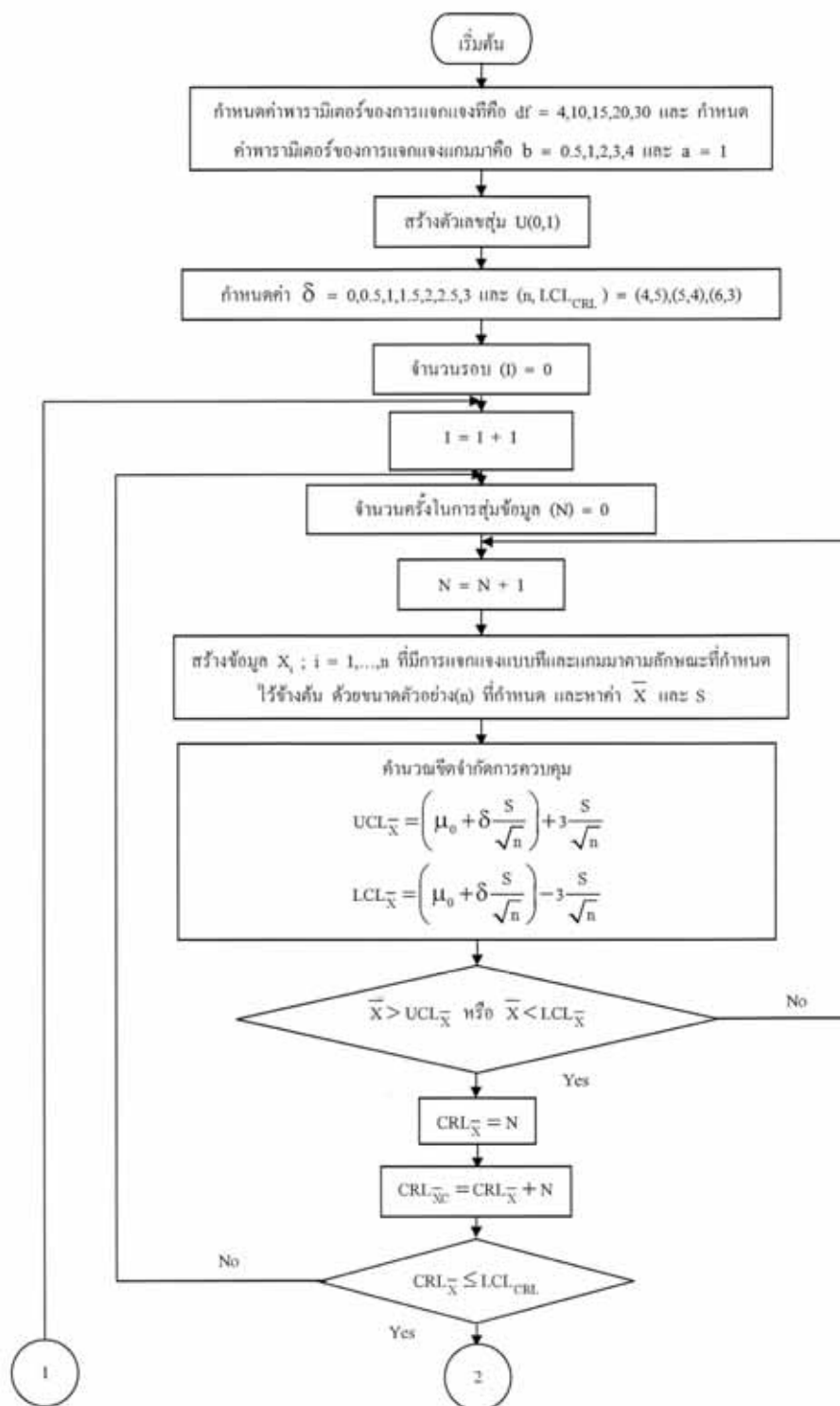
ภาพที่ 3 แสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$

ภาพที่ 4 แสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม EWMA

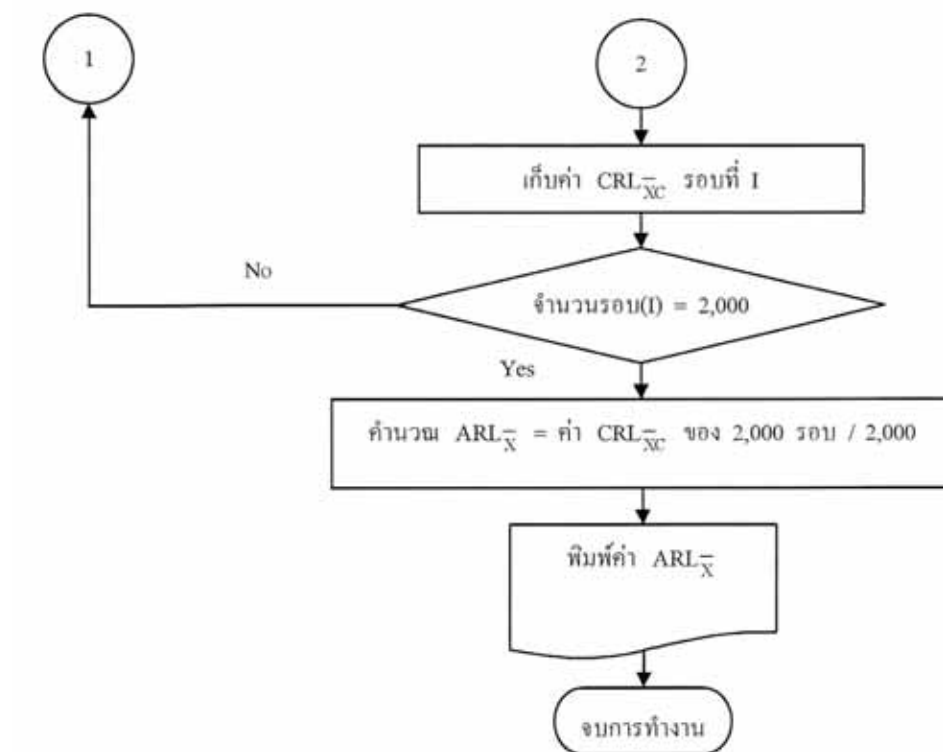
ภาพที่ 5 แสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม CUSUM

ภาพที่ 6 แสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม Synthetic

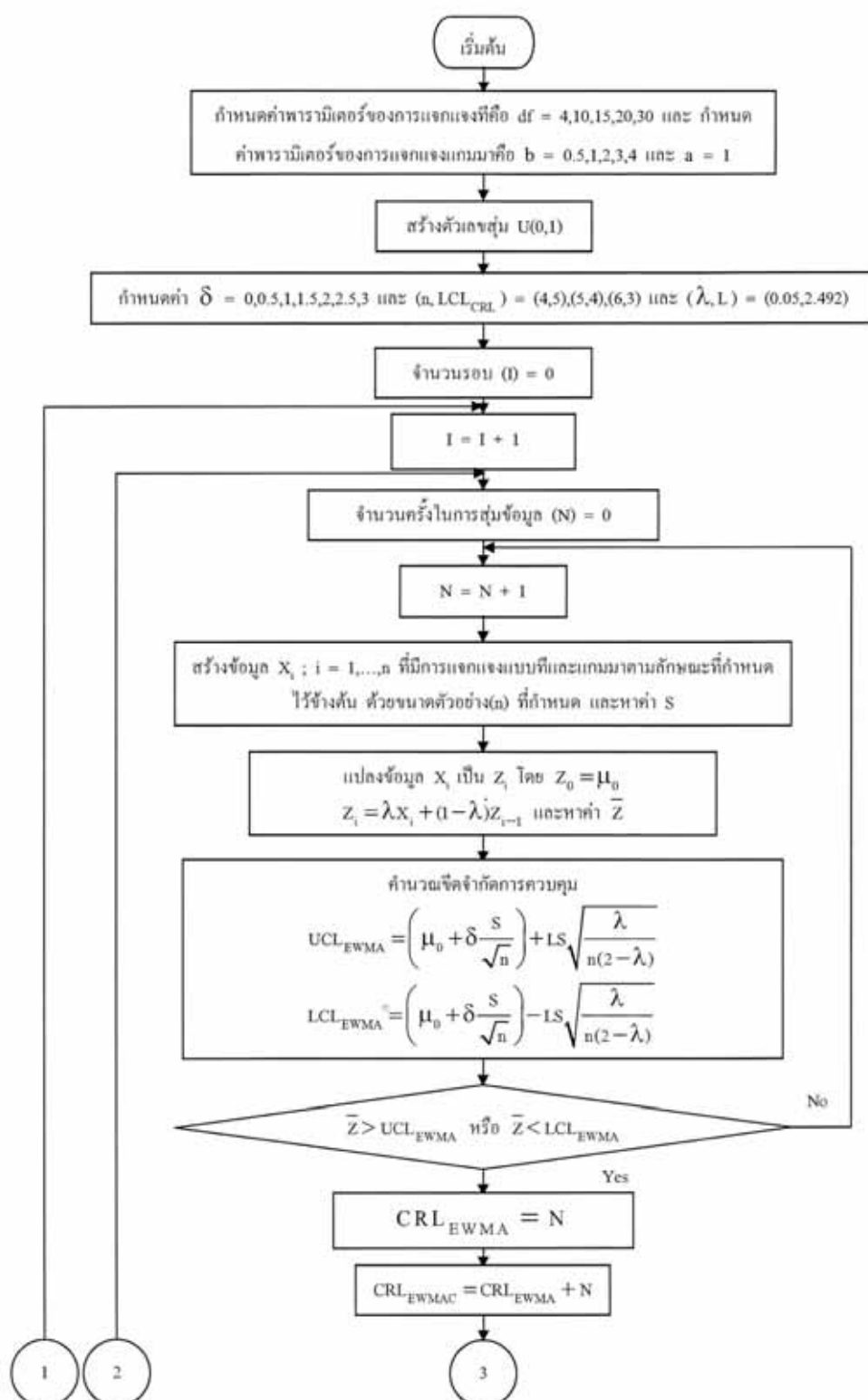
โดยมีขั้นตอนการวิจัยแสดงตามแผนผัง (Flow Chart) ดังนี้



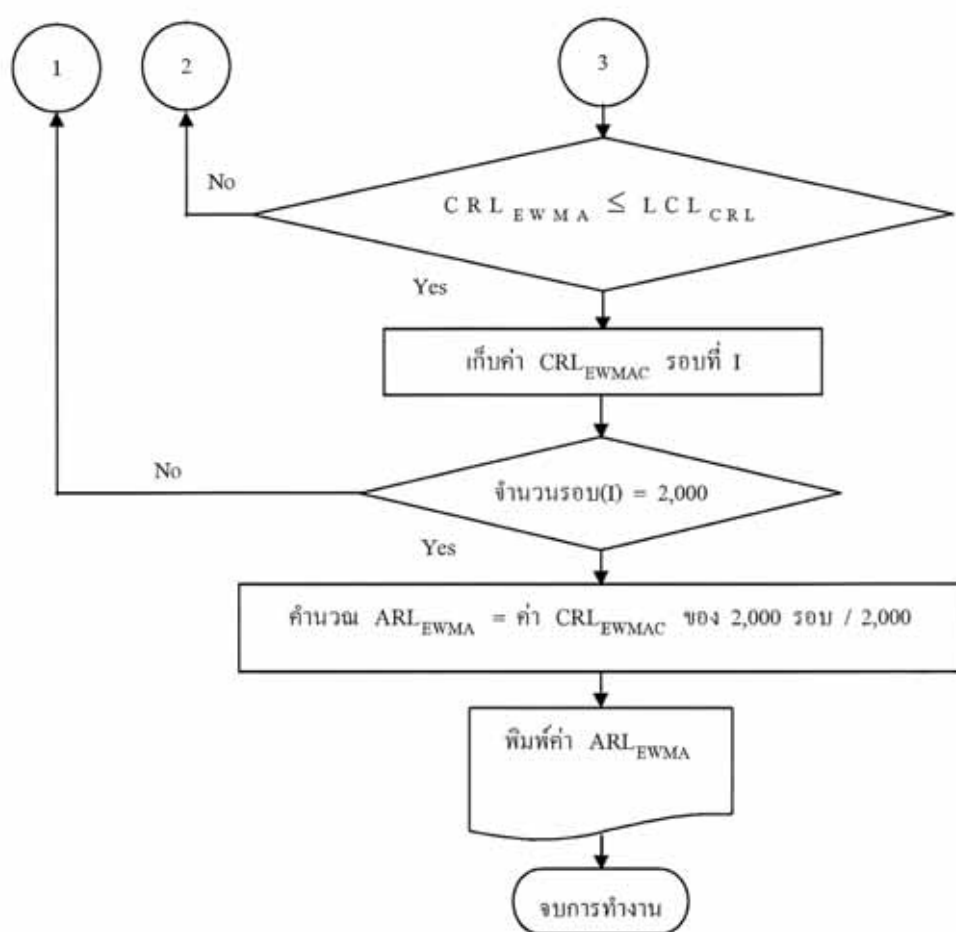
ภาพที่ 3 แผนผังแสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ สำหรับการแจกแจงแบบทึบและแบบเกมมา



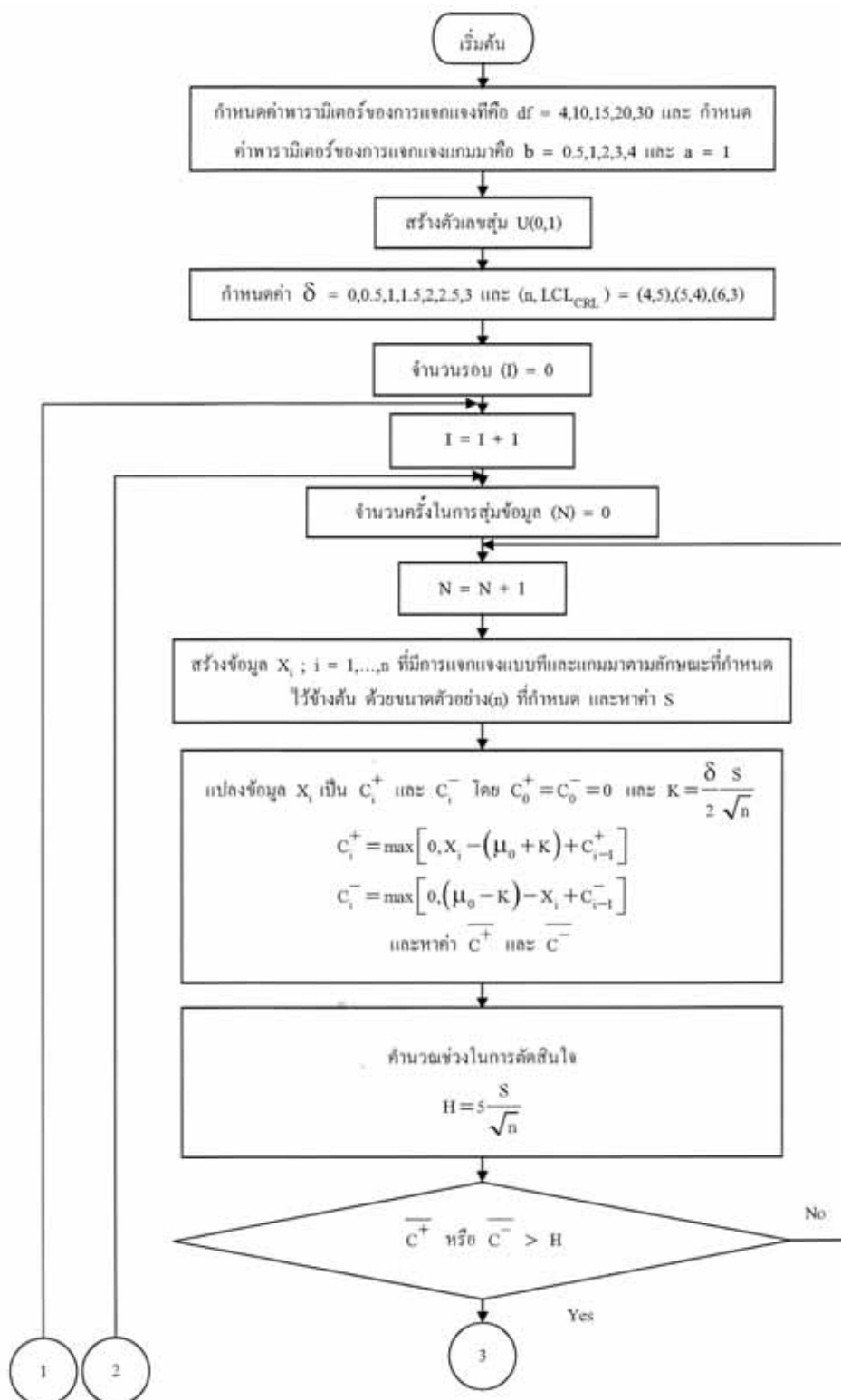
ภาพที่ 3 (ต่อ)



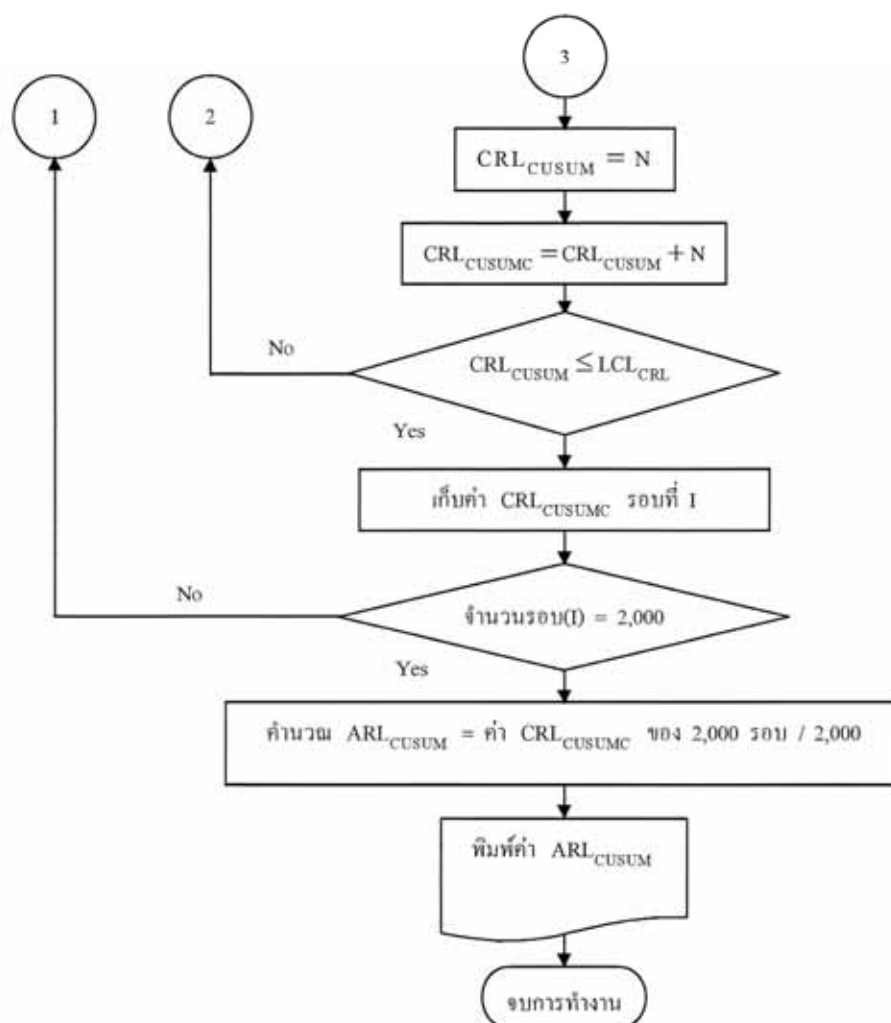
ภาพที่ 4 แผนผังแสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม EWMA สำหรับการแจกแจงแบบที่และแบบแกมมา



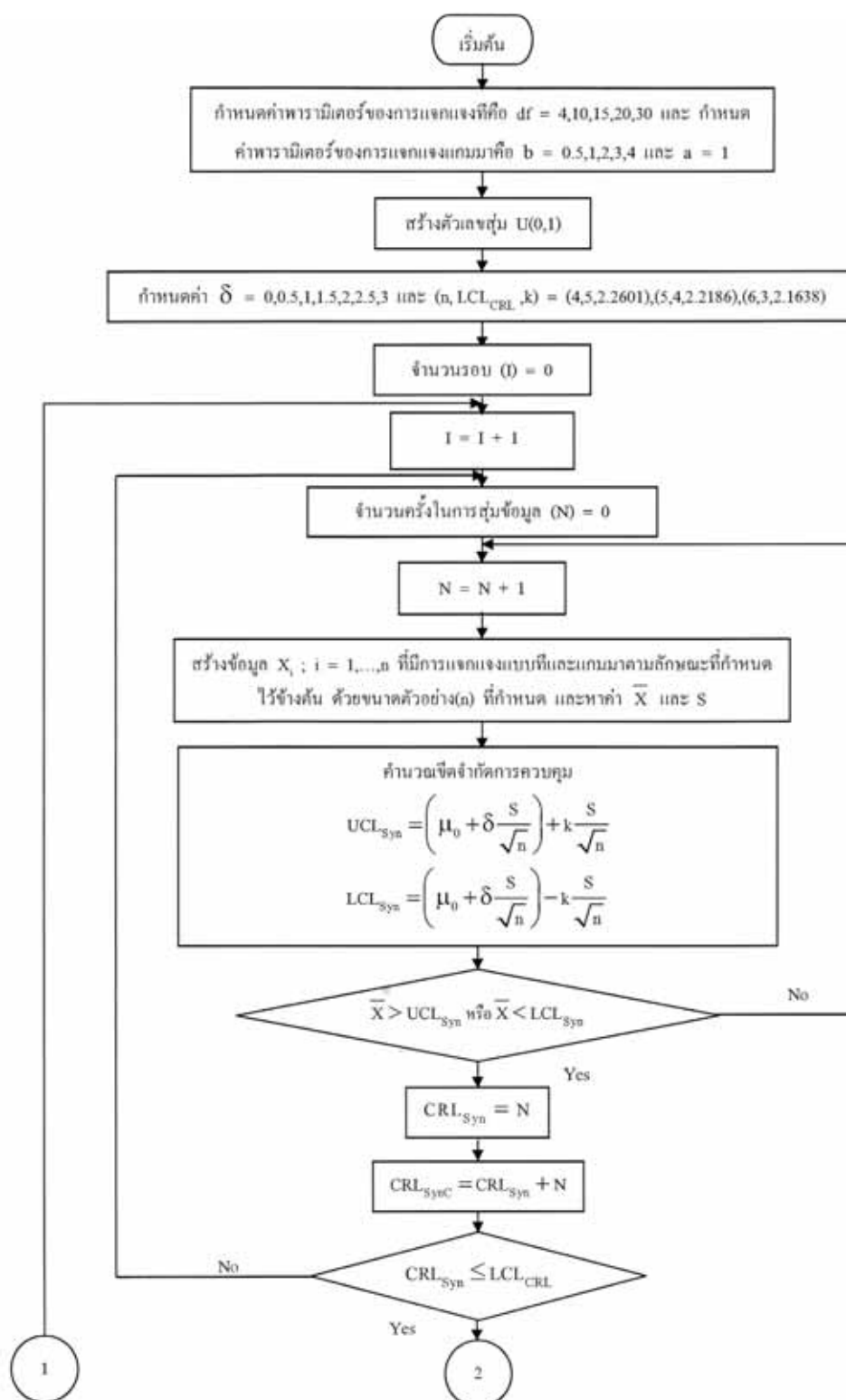
ภาพที่ 4 (ต่อ)



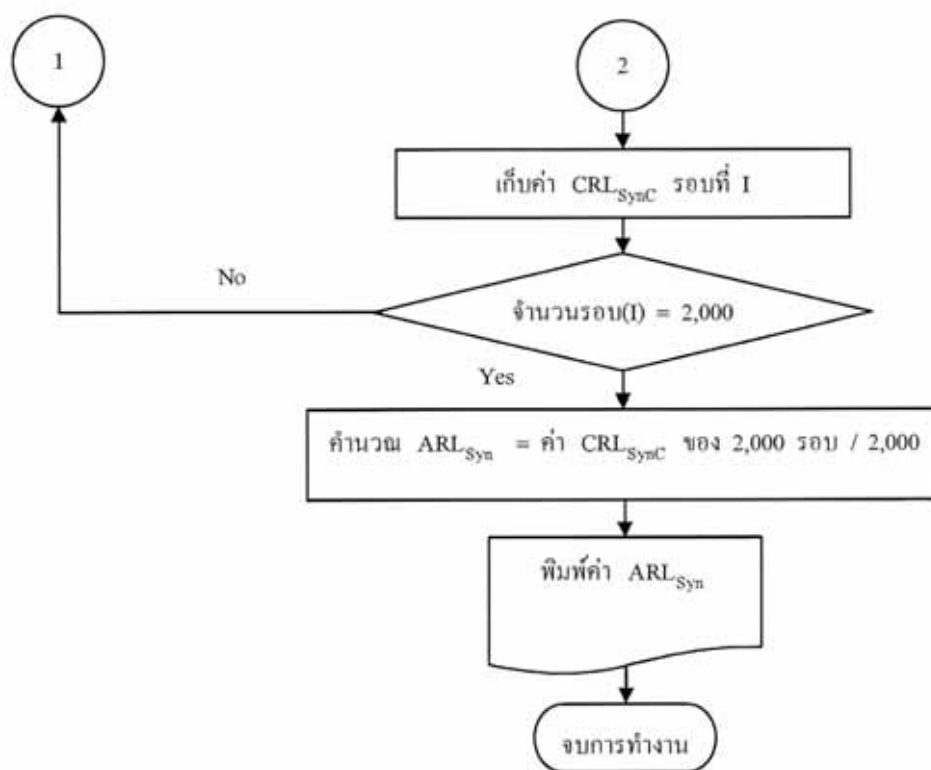
ภาพที่ 5 แผนผังแสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม CUSUM สำหรับการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา



ภาพที่ 5 (ต่อ)



ภาพที่ 6 แผนผังแสดงขั้นตอนการหา ARL ของแผนภูมิควบคุม Synthetic สำหรับการแจกแจงแบบทีและแบบแกมมา



ภาพที่ 6 (ต่อ)

สถานที่และระยะเวลาในการทำวิจัย

ทำการวิจัยที่ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เริ่มตั้งแต่เดือน ตุลาคม 2547 ถึง เดือนตุลาคม 2548

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางให้นักวิจัยได้เลือกใช้แผนภูมิควบคุมอย่างมีประสิทธิภาพ เมื่อข้อมูล มีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ
2. เพื่อเป็นแนวทางให้นักวิจัยได้เลือกใช้ปัจจัยที่ทำให้แผนภูมิควบคุมแต่ละชนิดแตกต่างกัน

ผลและวิจารณ์

การศึกษาวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ โดยเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม 4 แผนภูมิ คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ แผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม CUSUM และแผนภูมิควบคุม Synthetic ใช้ข้อมูลคำนวณค่า ARL ของแต่ละแผนภูมิควบคุมจากข้อมูลจำลองจำนวน 2,000 ชุด

ผลการวิจัยครั้งนี้ได้แบ่งการนำเสนอเป็น 3 กรณีตามขนาดตัวอย่างคือ 4, 5 และ 6 เมื่อ

1. ข้อมูลมีการแจกแจงแบบที่ ท้องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30
2. ข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

ผลการวิจัยเป็นดังนี้

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4

1. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบที่ ท้องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

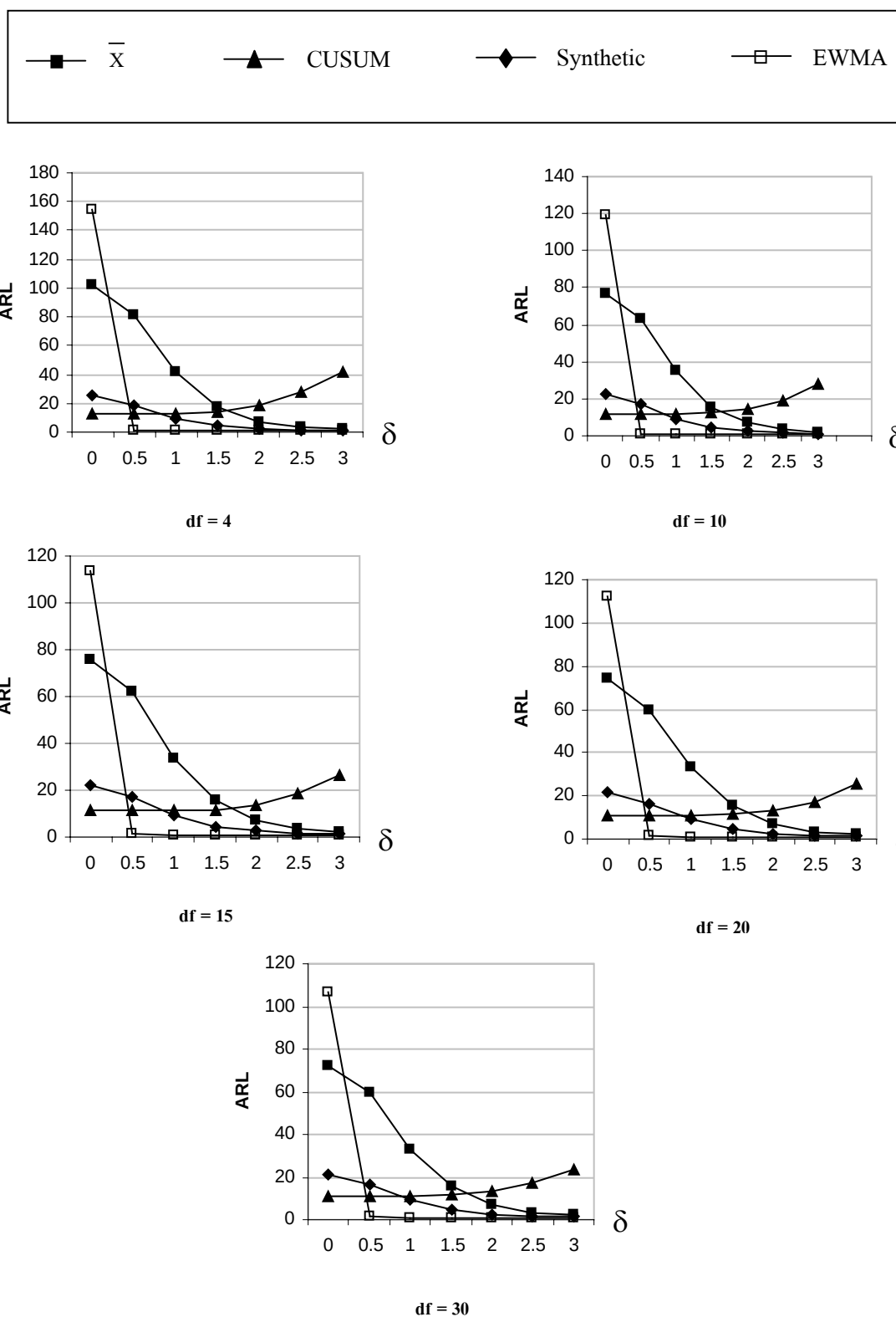
ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิแสดงในตารางที่ 1 และภาพที่ 7 ซึ่งพบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง ($\delta=0$) แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดจะให้ค่า ARL มากที่สุด จากผลการศึกษาพบว่า ท้องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 154.4140 ท้องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 10 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 118.8000 ท้องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 15 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 113.4660 ท้องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 20 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 112.3740 และท้องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 30 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 106.7340

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL น้อยที่สุดจะเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด จากผลการศึกษาพบว่า เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 0.5 ถึง 1.5 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($0.5 \leq \delta \leq 1.5$) ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0010 ที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 10, 15 และ 30 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000 และที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 20 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0005

เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 2 ถึง 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($2 \leq \delta \leq 3$) ที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

ตารางที่ 1 แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และค่าองศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

df	แผนภูมิควบคุม	δ						
		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
4	$\bar{X}$	102.4520	81.0275	42.3605	17.5440	6.8340	3.2390	1.9885
	EWMA	154.4140	1.3240	1.0035	1.0010	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	12.3335	12.3430	12.7115	14.4890	19.0740	27.3495	41.8185
	Synthetic	26.0435	19.1545	9.5930	4.3060	2.4380	1.7270	1.3450
10	$\bar{X}$	76.8480	63.3180	35.1145	15.5575	6.9835	3.3000	1.9870
	EWMA	118.8000	1.3105	1.0035	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	11.5305	11.5305	11.5850	12.2685	14.5625	19.0900	28.1165
	Synthetic	22.9765	17.2710	9.3475	4.5395	2.4760	1.6935	1.3150
15	$\bar{X}$	75.7830	61.9240	33.4600	15.6500	7.0150	3.3510	1.9950
	EWMA	113.4660	1.3090	1.0040	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	11.1295	11.1295	11.1350	11.6190	13.7900	18.4060	26.6245
	Synthetic	21.8915	17.1800	9.2395	4.5520	2.5150	1.6880	1.3130
20	$\bar{X}$	74.0035	59.3750	33.4635	15.5615	7.0145	3.3480	2.0065
	EWMA	112.3940	1.3085	1.0055	1.0005	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	10.8825	10.8825	10.8860	11.3335	13.0895	17.2245	25.1950
	Synthetic	21.6730	16.6435	9.2335	4.4660	2.4950	1.6915	1.3145
30	$\bar{X}$	71.8470	59.2720	32.9645	15.5115	7.0960	3.3280	1.9840
	EWMA	106.7340	1.3065	1.0055	1.0000	1.0000	1.0000	1.0005
	CUSUM	11.1585	11.1585	11.1585	11.5185	13.2525	17.105	23.8380
	Synthetic	21.2465	16.5440	9.1940	4.5140	2.4525	1.6915	1.3240



ภาพที่ 7 แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และค่าองศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

2. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

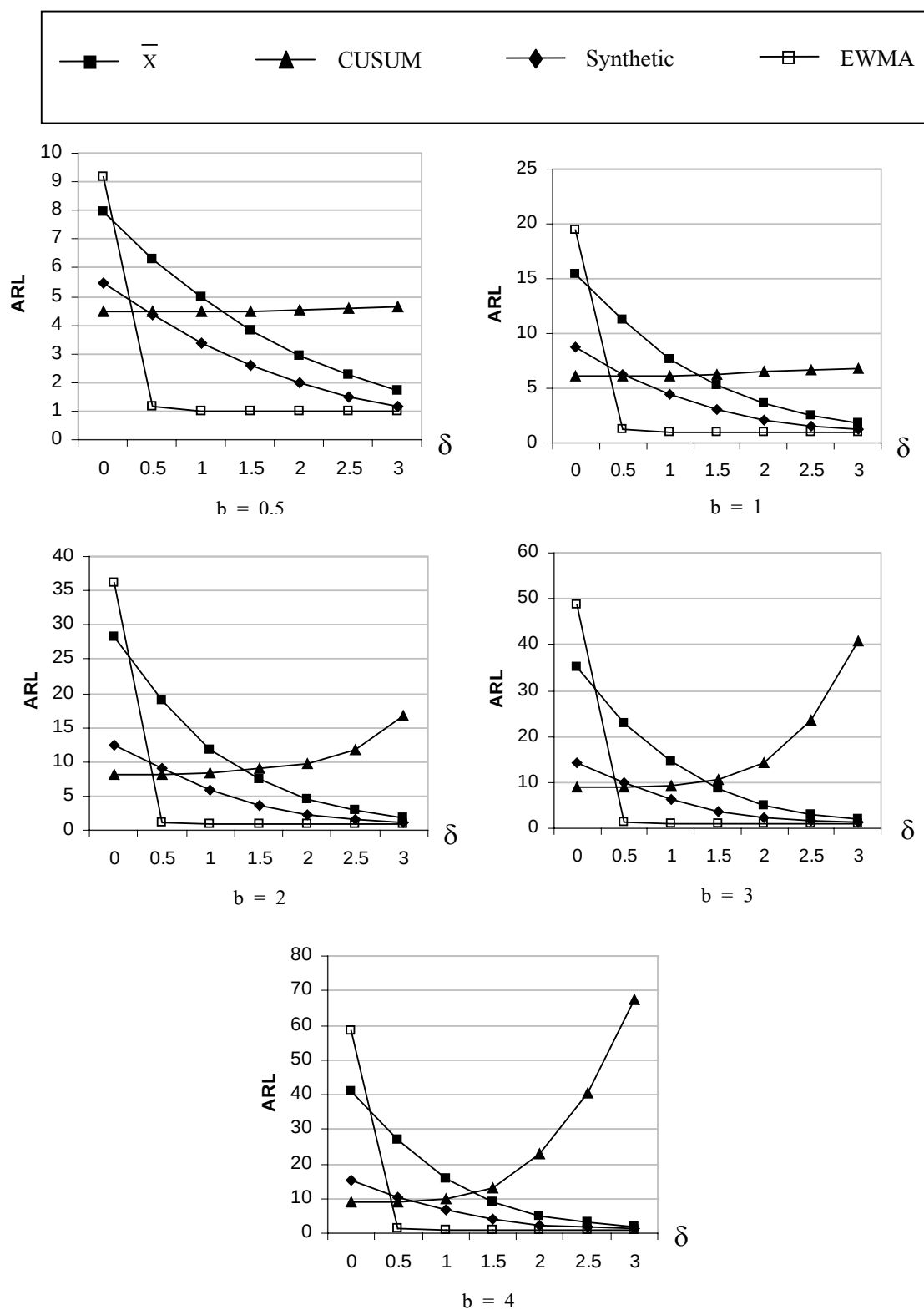
ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิแสดงในตารางที่ 2 และภาพที่ 8 ซึ่งพบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง ($\delta=0$) แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดจะให้ค่า ARL มากที่สุด จากผลการศึกษาพบว่า ที่ b เท่ากับ 0.5 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 9.1725 ที่ b เท่ากับ 1 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 19.3820 ที่ b เท่ากับ 2 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 36.0690 ที่ b เท่ากับ 3 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 48.6680 และที่ b เท่ากับ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 58.2645

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL น้อยที่สุดจะเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด จากผลการศึกษาพบว่า เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 0.5 ถึง 1.5 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($0.5 \leq \delta \leq 1.5$) ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3 และ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 2 ถึง 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($2 \leq \delta \leq 3$) ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3 และ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

ตารางที่ 2 แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

b	แผนภูมิ ควบคุม	δ						
		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
0.5	$\bar{X}$	7.9320	6.2835	4.9865	3.8375	2.9215	2.2890	1.7390
	EWMA	9.1725	1.1775	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	4.4510	4.4510	4.4530	4.4785	4.5420	4.5960	4.6315
	Synthetic	5.4770	4.3580	3.3775	2.5755	1.9830	1.5165	1.1705
1	$\bar{X}$	15.3580	11.3065	7.5930	5.3365	3.5900	2.5285	1.7870
	EWMA	19.3820	1.2160	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	6.0995	6.0995	6.1200	6.2515	6.4985	6.6685	6.8020
	Synthetic	8.7090	6.2515	4.3855	3.0475	2.1245	1.5340	1.2210
2	$\bar{X}$	28.1745	18.9395	11.8490	7.5375	4.6080	2.8800	1.8860
	EWMA	36.0690	1.2415	1.0015	1.0000	1.0005	1.0005	1.0000
	CUSUM	8.0980	8.0980	8.3340	8.9320	9.7210	11.7300	16.7140
	Synthetic	12.3890	8.9620	5.9035	3.6170	2.2760	1.5905	1.2420
3	$\bar{X}$	35.1625	23.0750	14.5090	8.5430	4.9130	2.9500	1.9155
	EWMA	48.6680	1.2695	1.0030	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	8.7905	8.7910	9.1675	10.4475	14.1840	23.6135	40.9195
	Synthetic	14.2795	10.0015	6.3205	3.7170	2.3420	1.6330	1.2635
4	$\bar{X}$	40.8495	27.0670	15.9135	9.1615	5.1280	3.0215	1.9270
	EWMA	58.2645	1.2635	1.0025	1.0000	1.0000	1.0005	1.0000
	CUSUM	9.1630	9.1775	9.9710	13.0065	22.8525	40.4755	67.2080
	Synthetic	15.4470	10.4510	6.7025	3.8820	2.3905	1.6300	1.2635



ภาพที่ 8 แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5

1. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบที่ ที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

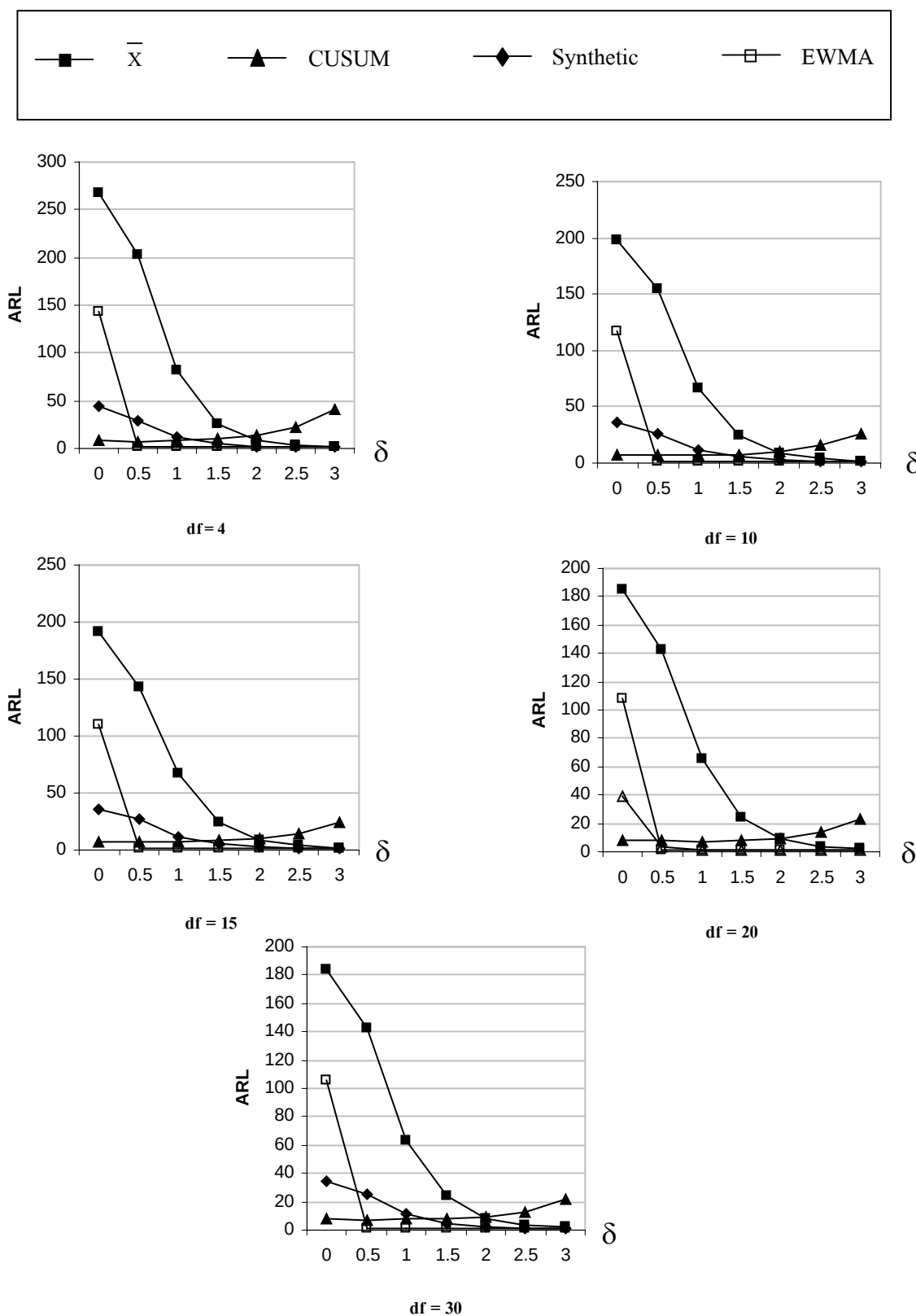
ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิแสดงในตารางที่ 3 และภาพที่ 9 ซึ่งพบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง ($\delta=0$) แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดจะให้ค่า ARL มากที่สุด จากผลการศึกษาพบว่า ที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 267.3340 ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 10 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 197.6390 ที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 15 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 191.9375 ที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 20 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 184.8520 และที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 30 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 183.7410

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL น้อยที่สุดจะเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด จากผลการศึกษาพบว่า เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 0.5 ถึง 1.5 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($0.5 \leq \delta \leq 1.5$) ที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 4, 10 และ 30 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0005 และที่องศาความเป็นอิสระ(df) เท่ากับ 15 และ 20 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 2 ถึง 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($2 \leq \delta \leq 3$) ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

ตารางที่ 3 แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และค่าองศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

df	แผนภูมิควบคุม	δ						
		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
4	$\bar{X}$	267.3340	202.8510	82.2740	26.2440	8.3505	3.6370	2.0740
	EWMA	142.4970	1.3795	1.0060	1.0005	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	7.8920	7.5395	7.7745	9.7360	13.5880	22.3730	41.6900
	Synthetic	44.2075	28.3175	12.3045	4.9330	2.5355	1.6600	1.3265
10	$\bar{X}$	197.6390	154.2585	66.6120	24.4860	8.8465	3.6805	2.0855
	EWMA	116.3935	1.3620	1.0055	1.0005	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	7.7045	7.7045	7.7330	7.8355	9.7005	15.3430	26.4110
	Synthetic	36.5130	26.5355	11.9705	5.0780	2.5820	1.6455	1.2910
15	$\bar{X}$	191.9375	142.7035	67.0640	24.3175	8.3145	3.8330	2.0600
	EWMA	110.2200	1.3830	1.0045	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	7.6255	7.6255	7.2775	7.8920	9.7025	14.4435	23.9820
	Synthetic	35.9585	26.6370	11.8245	5.0740	2.5605	1.6550	1.3020
20	$\bar{X}$	184.8520	142.6120	65.1475	24.0835	8.8495	3.6805	2.0925
	EWMA	108.0385	1.3845	1.0060	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	7.6265	7.6265	7.1945	7.8730	8.8255	13.4710	23.0305
	Synthetic	35.8750	25.6710	12.1265	5.0170	2.6060	1.6375	1.3010
30	$\bar{X}$	183.7410	142.1480	63.7650	23.8625	8.3665	3.7125	2.0485
	EWMA	105.3505	1.3610	1.0060	1.0005	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	7.6765	7.1160	7.6765	7.8125	9.2525	12.3230	21.7760
	Synthetic	34.5890	25.7245	11.1545	4.9140	2.5890	1.6585	1.3115



ภาพที่ 9 แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และค่าองศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

2. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

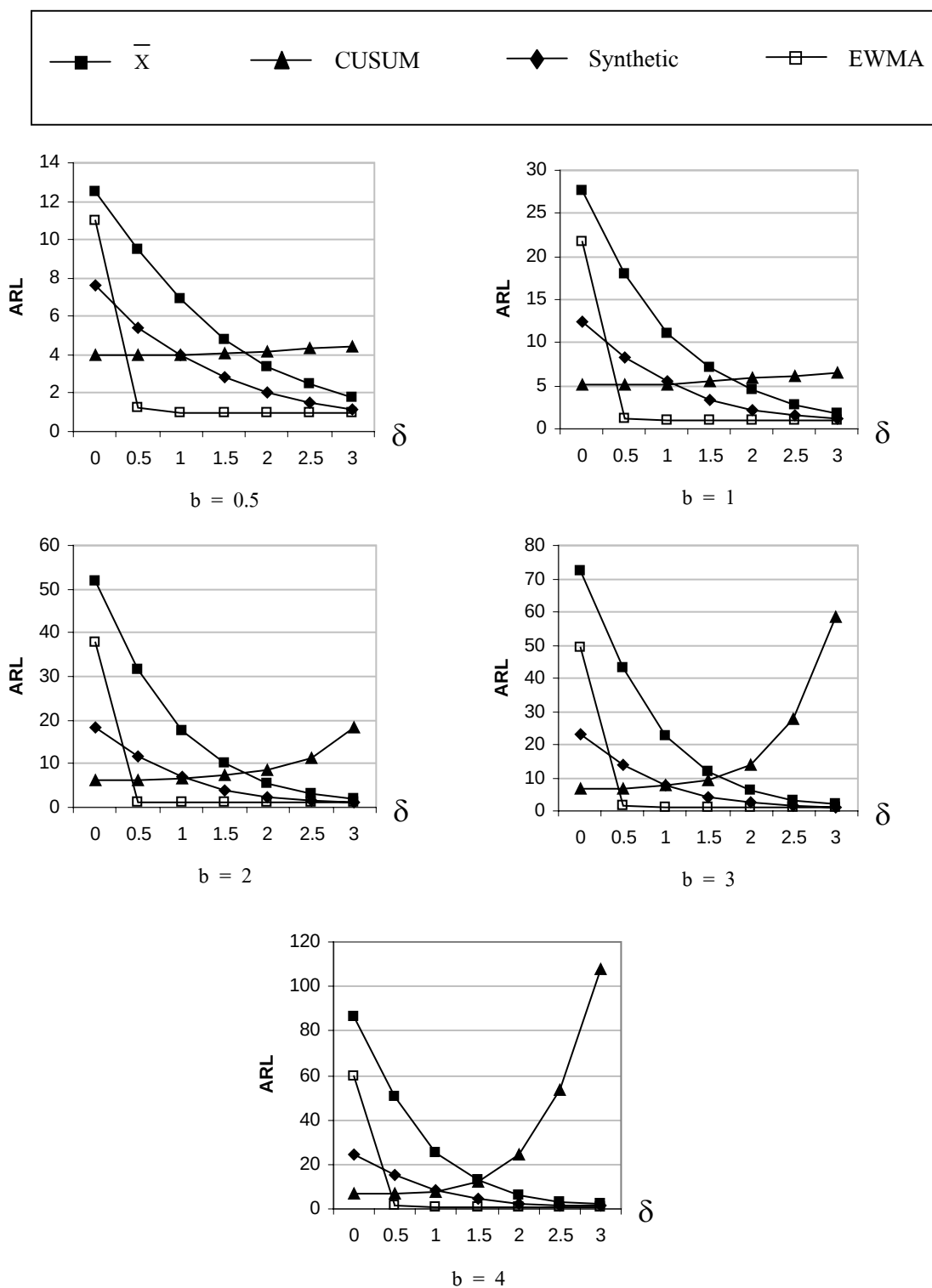
ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิแสดงในตารางที่ 4 และภาพที่ 10 ซึ่งพบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง ($\delta=0$) แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดจะให้ค่า ARL มากที่สุด จากผลการศึกษาพบว่า ที่ b เท่ากับ 0.5 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 12.4950 ที่ b เท่ากับ 1 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 27.5670 ที่ b เท่ากับ 2 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 51.8185 ที่ b เท่ากับ 3 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 72.1650 และที่ b เท่ากับ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 86.0790

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL น้อยที่สุดจะเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด จากผลการศึกษาพบว่า เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 0.5 ถึง 1.5 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($0.5 \leq \delta \leq 1.5$) ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 3 และ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000 และที่ b เท่ากับ 2 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0005

เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 2 ถึง 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($2 \leq \delta \leq 3$) ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3 และ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

ตารางที่ 4 แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

b	แผนภูมิควบคุม	δ						
		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
0.5	$\bar{X}$	12.4950	9.5075	6.8880	4.7970	3.4110	2.4775	1.7930
	EWMA	10.9990	1.2345	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	4.0170	4.0170	4.0240	4.1040	4.2075	4.3120	4.4300
	Synthetic	7.6370	5.3905	4.0015	2.8120	2.0525	1.4895	1.1740
1	$\bar{X}$	27.5670	17.8660	11.0395	7.0645	4.4675	2.7530	1.8590
	EWMA	21.7975	1.2665	1.0010	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	5.1870	5.1885	5.2260	5.4600	5.8855	6.1635	6.4860
	Synthetic	12.3620	8.3295	5.4445	3.4265	2.1810	1.5615	1.2100
2	$\bar{X}$	51.8185	31.6405	17.4545	10.0535	5.5885	3.1410	1.9665
	EWMA	37.9725	1.2935	1.0020	1.0005	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	6.2670	6.2670	6.5350	7.3435	8.5365	11.3900	18.1225
	Synthetic	18.2955	11.814	6.9495	3.9515	2.3665	1.6100	1.2320
3	$\bar{X}$	72.1650	43.2095	22.6820	11.8730	5.9090	3.2775	2.0105
	EWMA	49.0880	1.3270	1.0010	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	6.8990	6.9135	7.4775	8.9755	13.9790	27.8040	58.2250
	Synthetic	22.9125	14.0220	7.7655	4.1610	2.4745	1.6010	1.2375
4	$\bar{X}$	86.0790	50.5345	25.1665	13.09	6.1865	3.3490	1.9920
	EWMA	59.2460	1.3140	1.0010	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	6.8965	6.9200	7.9575	11.9855	24.1795	53.4455	107.5565
	Synthetic	24.1960	15.2820	8.1935	4.4125	2.4625	1.6175	1.2535



ภาพที่ 10 แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6

1. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบที่ ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

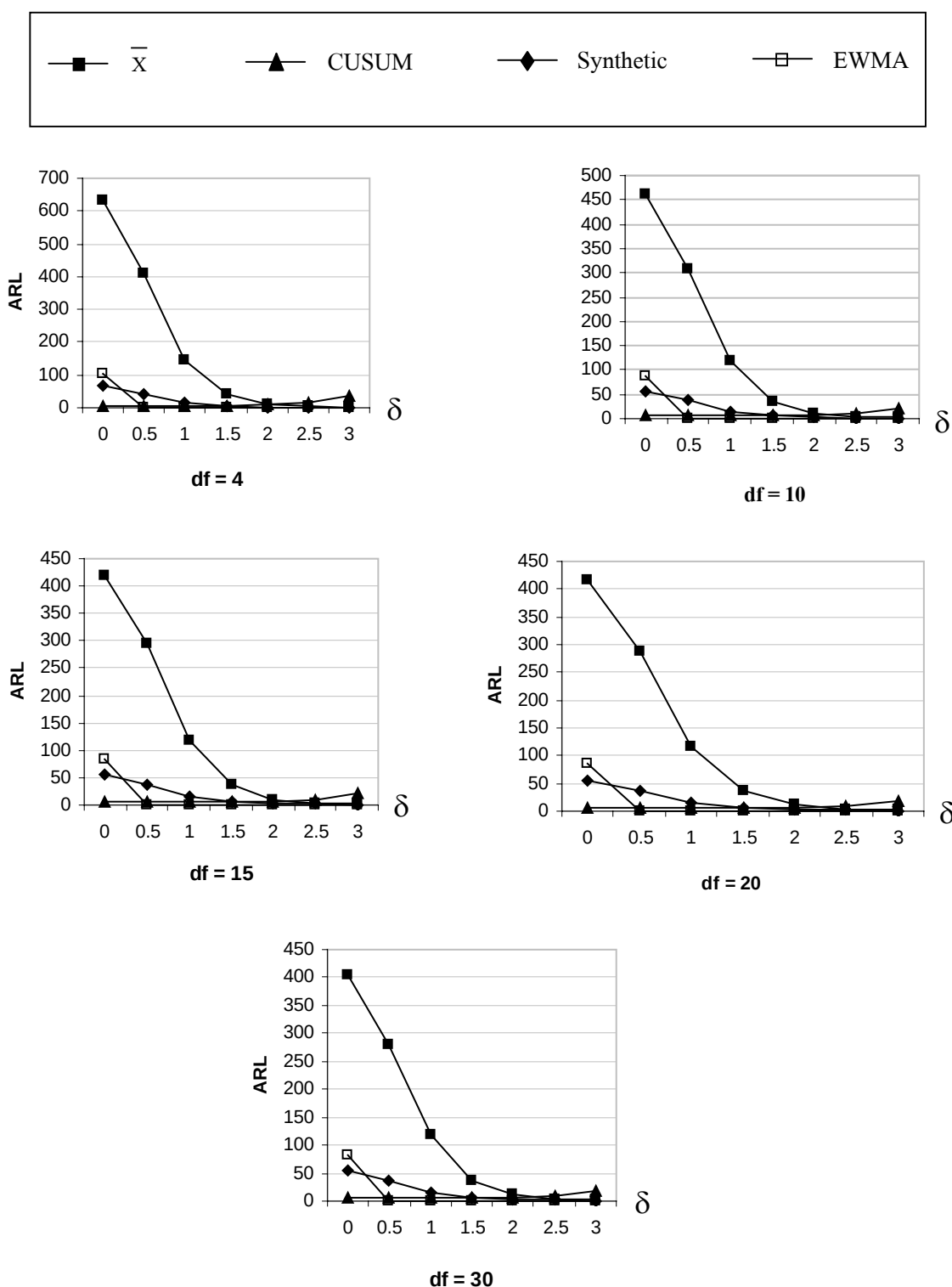
ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิแสดงในตารางที่ 5 และภาพที่ 11 ซึ่งพบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง ($\delta=0$) แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดจะให้ค่า ARL มากที่สุด จากผลการศึกษาพบว่า ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 632.2795 ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 10 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 461.0700 ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 15 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 418.8790 ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 20 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 415.8385 และที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 30 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 403.8325

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL น้อยที่สุดจะเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด จากผลการศึกษาพบว่า เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 0.5 ถึง 1.5 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($0.5 \leq \delta \leq 1.5$) ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 2 ถึง 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($2 \leq \delta \leq 3$) ที่องศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

ตารางที่ 5 แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6 และค่าองศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

df	แผนภูมิควบคุม	δ						
		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
4	$\bar{X}$	632.2795	410.9120	143.1360	39.3070	10.7095	4.0740	2.2155
	EWMA	102.6515	1.431	1.0045	1.0000	1.0005	1.0000	1.0000
	CUSUM	5.4010	5.4100	5.5865	6.6640	9.9315	17.6615	37.1225
	Synthetic	67.8820	41.7880	14.1540	5.2505	2.5760	1.6750	1.3095
10	$\bar{X}$	461.0700	306.6660	120.1510	36.5860	10.9020	4.2265	2.1875
	EWMA	88.3860	1.4120	1.0050	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	5.6160	5.6160	5.6170	5.9385	7.5000	11.8490	22.5900
	Synthetic	55.7110	37.3570	13.8300	5.5555	2.6555	1.6535	1.2835
15	$\bar{X}$	418.8790	296.1100	118.1685	36.9420	10.7655	4.3005	2.2055
	EWMA	84.1150	1.3935	1.0070	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	5.6090	5.6090	5.6090	5.7355	6.9555	10.7135	20.4375
	Synthetic	55.5695	36.8975	14.1340	5.6220	2.6920	1.6475	1.2745
20	$\bar{X}$	415.8385	289.0390	116.3815	37.0175	11.0815	4.2655	2.1990
	EWMA	84.9090	1.4105	1.0080	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	5.5045	5.5045	5.5045	5.6025	6.6425	10.0370	19.3575
	Synthetic	54.5175	36.4870	14.0320	5.6785	2.6760	1.6410	1.2880
30	$\bar{X}$	403.8325	278.8045	118.8745	36.8985	10.9205	4.1810	2.1750
	EWMA	81.1095	1.4025	1.0080	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	5.5030	5.5030	5.5030	5.5730	6.6030	9.5485	17.8840
	Synthetic	54.1905	36.0155	14.0415	5.5435	2.6755	1.6585	1.2800



ภาพที่ 11 แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6 และค่าองศาความเป็นอิสระ (df) เท่ากับ 4, 10, 15, 20 และ 30

2. เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

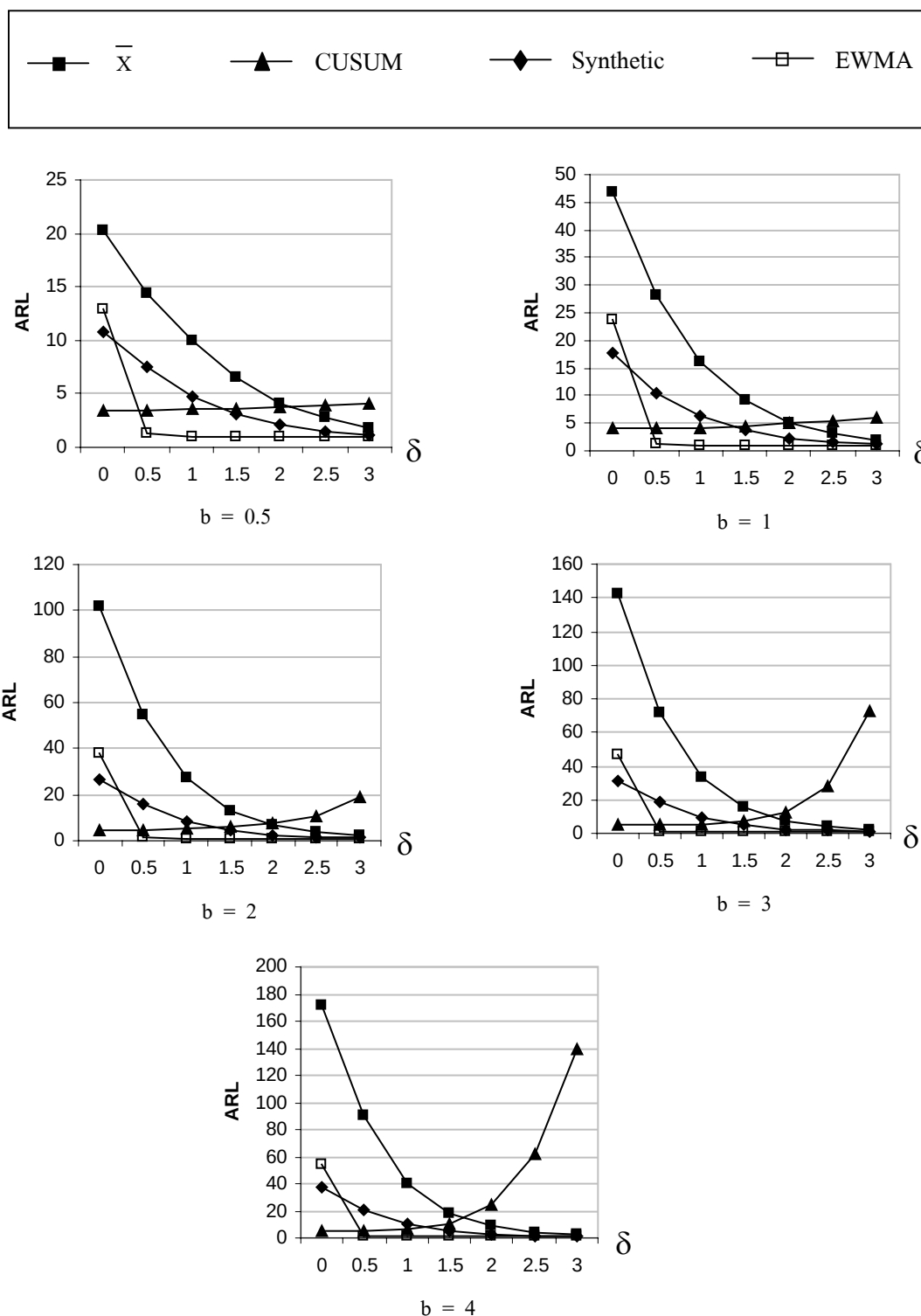
ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิแสดงในตารางที่ 6 และภาพที่ 12 ซึ่งพบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง ($\delta=0$) แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดจะให้ค่า ARL มากที่สุด จากผลการศึกษาพบว่า ที่ b เท่ากับ 0.5 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 20.3055 ที่ b เท่ากับ 1 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 46.8530 ที่ b เท่ากับ 2 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 102.0500 ที่ b เท่ากับ 3 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 142.3585 และที่ b เท่ากับ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ โดยมีค่า ARL เท่ากับ 172.2460

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่ให้ค่า ARL น้อยที่สุดจะเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด จากผลการศึกษาพบว่า เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 0.5 ถึง 1.5 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($0.5 \leq \delta \leq 1.5$) ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3 และ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

เมื่อค่าเฉลี่ยมีการเปลี่ยนแปลงไประหว่าง 2 ถึง 3 เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ($2 \leq \delta \leq 3$) ที่ b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3 และ 4 แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด คือ แผนภูมิควบคุม EWMA โดยมีค่า ARL เท่ากับ 1.0000

ตารางที่ 6 แสดงค่า ARL สำหรับการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

b	แผนภูมิควบคุม	δ						
		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
0.5	$\bar{X}$	20.3055	14.3735	10.0215	6.5210	4.0865	2.7050	1.8495
	EWMA	12.9690	1.2980	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	3.4935	3.4935	3.5195	3.5935	3.7625	3.9850	4.1460
	Synthetic	10.7205	7.5420	4.7755	3.1430	2.0775	1.5050	1.1560
1	$\bar{X}$	46.8530	28.0880	16.2625	9.1635	5.2040	3.1755	2.0035
	EWMA	23.6005	1.3065	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	4.1550	4.1560	4.1845	4.4550	4.9585	5.5195	6.0475
	Synthetic	17.8060	10.5945	6.1940	3.7280	2.3030	1.5480	1.1860
2	$\bar{X}$	102.0500	54.3905	27.3300	13.1740	6.9725	3.7465	2.1245
	EWMA	37.7850	1.3680	1.0015	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	4.7760	4.7760	4.9800	5.9620	7.5220	10.9110	18.9940
	Synthetic	26.4555	15.9900	8.6365	4.4605	2.4615	1.5945	1.2120
3	$\bar{X}$	142.3585	71.5780	33.4120	15.7375	7.6760	3.9145	2.1330
	EWMA	46.9315	1.3935	1.0030	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	5.1505	5.1560	5.5620	7.4485	12.9220	28.3885	72.5905
	Synthetic	31.2745	18.3860	9.4985	4.6885	2.5480	1.6005	1.2225
4	$\bar{X}$	172.2460	89.8770	40.6135	18.0615	8.5045	3.9905	2.1430
	EWMA	53.5620	1.4140	1.0025	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	CUSUM	5.0625	5.0770	5.8780	10.1195	24.5560	61.8095	139.2030
	Synthetic	36.8955	21.0565	10.2310	4.8965	2.5450	1.6155	1.2325



ภาพที่ 12 แสดงการเปรียบเทียบค่า ARL ของแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6 และค่า b เท่ากับ 0.5, 1, 2, 3, 4 และ a เท่ากับ 1

สรุปและข้อเสนอแนะ

สรุป

การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมเมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ โดยเปรียบเทียบแผนภูมิควบคุม 4 แผนภูมิ ได้แก่ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ แผนภูมิควบคุม EWMA แผนภูมิควบคุม CUSUM และแผนภูมิควบคุม Synthetic ซึ่งใช้ค่า ARL เป็นตัวสถิติเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิดังกล่าวข้างต้น ได้ผลสรุปเกี่ยวกับแผนภูมิควบคุมทั้ง 4 แผนภูมิ ดังนี้

1. แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$

ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และ 6 แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ จะมีประสิทธิภาพสูงสุดเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (δ) มีค่าเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ จะให้ค่า ARL ที่น้อยลง นั่นคือสามารถตรวจพบกระบวนการที่ผิดปกติได้เร็วขึ้น ดังนั้นแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ จึงเป็นแผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง ขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (δ) มีค่ามาก

2. แผนภูมิควบคุม EWMA

ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 แผนภูมิควบคุม EWMA จะมีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลงและมีการเปลี่ยนแปลง ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และ 6 แผนภูมิควบคุม EWMA จะมีประสิทธิภาพสูงสุด เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นแผนภูมิควบคุม EWMA จึงเป็นแผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมที่สุดสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ

3. แผนภูมิควบคุม CUSUM

จะมีประสิทธิภาพต่ำสุด เมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง เนื่องจากให้ค่า ARL ที่ต่ำมาก นั่นคือจะแสดงว่าเกิดการเปลี่ยนแปลงขึ้นในกระบวนการผลิตทั้งที่ความเป็นจริงไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงใด ๆ ขึ้นเลย เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (δ) มีค่าเพิ่มขึ้น แผนภูมิควบคุม CUSUM จะให้ค่า ARL ที่เพิ่มขึ้น นั่นคือจะแสดงว่าไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงในกระบวนการผลิตทั้งที่ความเป็นจริงได้เกิดการเปลี่ยนแปลงขึ้นแล้ว ดังนั้นแผนภูมิควบคุม CUSUM จึงเป็นแผนภูมิควบคุมที่ไม่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ

4. แผนภูมิควบคุม Synthetic

จะมีประสิทธิภาพสูงรองมาจากแผนภูมิควบคุม EWMA เนื่องจากให้ค่า ARL ที่น้อยลง เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (δ) มีค่าเพิ่มขึ้น ดังนั้นแผนภูมิควบคุม Synthetic จึงเป็นแผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ

ผลสรุปในกรณีต่าง ๆ ได้ดังนี้

1. กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบที่

แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด แสดงในตารางที่ 7

1.1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4

พบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลงและมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม EWMA

1.2 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5

พบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม EWMA

1.3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6

พบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม EWMA

ตารางที่ 7 แสดงแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบที่

n	df	δ						
		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
4	4	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	10	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	15	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	20	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	30	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
5	4	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	10	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	15	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	20	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	30	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
6	4	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	10	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	15	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	20	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	30	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA

2. กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา

แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด แสดงในตารางที่ 8

2.1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4

พบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลงและมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม EWMA

2.2 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5

พบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม EWMA

2.3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 6

พบว่าเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตไม่เปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$

และเมื่อค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง แผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุดคือ แผนภูมิควบคุม EWMA

ตารางที่ 8 แสดงแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพสูงสุด กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา

n	b	δ						
		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
4	0.5	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	1	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	2	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	3	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	4	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
5	0.5	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	1	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	2	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	3	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	4	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
6	0.5	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	1	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	2	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	3	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA
	4	$\bar{X}$	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA	EWMA

ข้อเสนอแนะ

จากการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เมื่อค่าข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ มีข้อเสนอแนะที่ได้จากการวิจัยครั้งนี้ ดังนี้

1. เมื่อกระบวนการผลิตยังมีความผันแปรจากสาเหตุที่ระบุได้ (Assignable Causes) อยู่ควรใช้แผนภูมิควบคุม EWMA เนื่องจากแผนภูมินี้สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการได้เร็วกว่า เมื่อกระบวนการผลิตมีความสม่ำเสมอแล้วควรใช้แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$
2. ควรเลือกใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ เพราะให้ค่า ARL ที่เหมาะสมกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับทุกขนาดตัวอย่าง (5 และ 6)

ข้อเสนอแนะสำหรับผู้สนใจจะนำการวิจัยไปใช้

1. ในการวิจัยครั้งนี้ศึกษาเฉพาะกรณีการแจกแจงแบบทีและแกมมา ซึ่งนอกเหนือจากการแจกแจงดังกล่าวแล้วยังสามารถศึกษาการแจกแจงอื่น ๆ เพิ่มเติมได้ เช่น การแจกแจงแบบเบต้า (Beta Distribution) และการแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution) เป็นต้น
2. การศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เมื่อข้อมูลมีการแจกแจงไม่เป็นแบบปกติ นอกจากแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic แล้ว ยังมีแผนภูมิควบคุมอื่น ๆ ที่สามารถนำมาศึกษาได้ เช่น แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ -EWMA (Joint $\bar{x}$ -EWMA Control Chart) และแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$ -Runs Rule (Shewhart $\bar{x}$ Supplemented by The 2-out-of-3 Runs Rule Control Chart)
3. การศึกษาวิจัยครั้งนี้ใช้ค่า ARL เป็นตัวเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม ซึ่งนอกเหนือจากนี้สามารถนำค่าอำนาจการทดสอบ (Power of The Test) มาใช้วิเคราะห์ได้

เอกสารและสิ่งอ้างอิง

- กิตยากร อิศรางกูร ณ อยุธยา. 2544. การเปรียบเทียบความแกร่งระหว่างแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักแบบเอกซโปเนนเชียล ชิวฮาร์ตและจีนเทคในกรณีข้อมูลไม่มีการแจกแจงปกติ. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- พวงเพ็ญ ปัญญาสมาพร. 2544. การเปรียบเทียบความสามารถในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยในแผนภูมิควบคุม กรณีที่ค่าสังเกตมีอัตราสหสัมพันธ์. วิทยานิพนธ์ปริญญาโท, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- พิชิต สุขเจริญพงษ์. 2541. การควบคุมคุณภาพเชิงวิศวกรรม. ซีเอ็ดยูเคชั่น, กรุงเทพฯ.
- รัชกมล กบิลจิตต์. 2545. ความน่าจะเป็นทฤษฎีและการประยุกต์. โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยศิลปากร, นครปฐม.
- อดิศักดิ์ พงษ์พันธุ์ผลศักดิ์. 2535. การควบคุมคุณภาพ. ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพฯ, กรุงเทพฯ.
- Borrer, D.C. Montgomery and G.C. Runger. 1999. Robustness of the EWMA control chart to non-normality. **J. of Quality Technol.** 31: 309-316.
- Calzada, M.E. and S.M. Scariano. 2001. The robustness of the synthetic control chart to Non-Normality. **Commu. Statist. – Simula.** 30: 311-326.
- Lucas, J.M. and M.S. Saccucci. 1990. Exponentially weighted moving average control schemes: properties and enhancements. **Technometrics.** 32: 1-12.
- Montgomery, D.C. 1997. **Introduction to Statistical Quality Control.** John Wiley and Sons, Inc., New York.

Schilling, E.G. and P.R. Nelson. 1976. The effect of non-normality on the control limits of $\bar{X}$ charts. **J. of Quality Technol.** 8: 183-188.

Zhang, W. and T.A. Spedding. 2000. A synthetic control chart for detecting small shifts in the process mean. **J. of Quality Technol.** 32: 32-38.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

แสดงขั้นตอนในการจำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงแบบทึและแกมมา

งานวิจัยนี้ใช้เทคนิคมอนติคาร์โลในการสร้างข้อมูลให้มีการแจกแจงแบบที่และเกมมา โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. การสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง(0,1) ที่เป็นอิสระกัน

ใช้วิธี Multiplicative Congruential Method ในการสร้างเลขสุ่ม โดยอาศัยความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$$X_{i+1} \equiv (aX_i) \bmod M \quad ; i = 0, 1, 2, \dots$$

กำหนดให้

a คือ ค่าคงที่หรือ Constant Multiplier เท่ากับ 16807

X_0 คือ ค่าเริ่มต้นหรือ Seed เท่ากับ 3

M คือ ค่า Integer เท่ากับ 2147483647

จะได้ $X_1, X_2, \dots$ เป็นเลขจำนวนเต็มอยู่ระหว่าง 0 ถึง M-1 ที่มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง(0,M-1) จะต้องทำให้มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอในช่วง(0,1) โดย

$$R_i = \frac{X_i}{M-1}$$

จะได้ $R_1, R_2, \dots$ มีการแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง(0,1)

แสดงโปรแกรมในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ Uniform (0,1)

```
Public Class RandGenUniform : Inherits RandomNumberGenerator
```

```
Private _lowerBound As Double
```

```
Private _upperBound As Double
```

```

Public Sub New()
    MyBase.New()
    _lowerBound = 0.0
    _upperBound = 1.0
End Sub

```

```

Public Sub New(ByVal lowBound As Double, ByVal upperBound
As Double)
    MyBase.New()
    If lowBound > upperBound Then Throw New ArgumentException("Low
bound
have value more than upper bound.")
    _lowerBound = lowBound
    _upperBound = upperBound
End Sub

```

```

Public Overloads Overrides Sub Fill(ByRef Value() As Double)
    For i As Integer = Value.GetLowerBound(0) To Value.GetUpperBound(0)
        Value(i) = Me.NextDouble()
    Next i
End Sub

```

```

Public Function [Next]() As Double
    Dim result As Double
    result = _lowerBound + _
        (_upperBound - _lowerBound) * MyBase._randUniform01()
    Return result
End Function

```

```
Public Overrides Function NextDouble() As Double
```

```
    Return [Next]()
```

```
End Function
```

```
Public ReadOnly Property Mean() As Double
```

```
    Get
```

```
        Return 0.5
```

```
    End Get
```

```
End Property
```

```
Public Function Type() As RandomNumberType
```

```
    Return RandomNumberType.Uniform
```

```
End Function
```

```
End Class
```

2. นำตัวเลขสุ่มที่ได้ไปสร้างค่าของตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบทีและแกมมา

2.1 สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบที มีขั้นตอนดังนี้

สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน $N(0,1)$

แสดงโปรแกรมในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ $N(0,1)$

```
Public Class RandGenNormal : Inherits RandomNumberGenerator
```

```
    Const PI As Double = 3.1415926535897931
```

```
    Private _valid As Boolean
```

```
    Private _r1 As Double
```

```
    Private _r2 As Double
```

```
Private _cached As Double
Private _sigma As Double
Private _mean As Double
Public Sub New()
    MyBase.New()
    _sigma = 1.0
    _mean = 0.0
End Sub

Public Sub New(ByVal mean As Double, ByVal sigma As Double)
    MyBase.New()
    _sigma = sigma
    _mean = mean
End Sub

Public Property Sigma() As Double
    Get
        Return _sigma
    End Get
    Set(ByVal Value As Double)
        _sigma = Value
    End Set
End Property

Public Property Mean() As Double
    Get
        Return _mean
    End Get
    Set(ByVal Value As Double)
        _mean = Value
    End Set
End Property
```

```

        End Set
    End Property

    Public Overloads Overrides Sub Fill(ByRef value() As Double)
        Dim i As Integer
        For i = 0 To value.GetUpperBound(0)
            value(i) = Me.NextDouble()
        Next i
    End Sub

    Public Function [Next]() As Double
        Dim result As Double
        If (Not _valid) Then
            _r1 = MyBase._randUniform01()
            _r2 = MyBase._randUniform01()
            _cached = Sqrt(-2.0 * Log(1.0 - _r2))
            _valid = True
        Else
            _valid = False
        End If
        result = _cached * IIf(_valid, _
            Cos(2.0 * PI * _r1), _
            Sin(2.0 * PI * _r1)) _
            * _sigma + _mean
        Return result
    End Function

    Public Overrides Function NextDouble() As Double
        Return [Next]()
    End Function

```

```
Public Overloads Overrides Sub Reset()
```

```
    MyBase.Reset()
```

```
    _valid = False
```

```
End Sub
```

```
Public Overloads Overrides Sub Reset(ByVal Seed As Integer)
```

```
    MyBase.Reset(Seed)
```

```
    _valid = False
```

```
End Sub
```

```
Public Function Type() As RandomNumberType
```

```
    Return RandomNumberType.Normal
```

```
End Function
```

```
End Class
```

สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบไคสแควร์ (χ^2_{df}) จากการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา กรณี $b = \frac{df}{2}$ และ $a = 2$ นั่นคือ $\chi^2_{df} \sim G(\frac{df}{2}, 2)$ จะได้เลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบที่ จาก

$$t = \frac{N(0,1)}{\sqrt{\frac{\chi^2_{df}}{df}}}$$

แสดงโปรแกรมในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบ t

Public Class RandGenT : Inherits RandomNumberGenerator

Private _df As Double

Private _randGenGamma As RandGenGamma

Private _valid As Boolean

Private _r1 As Double

Private _r2 As Double

Private _cached As Double

Private _sigma As Double

Private _mean As Double

Sub New(Optional ByVal degreeOfFreedom As Double = 4.0)

 _df = degreeOfFreedom

 _sigma = 1.0

 _mean = 0.0

 _randGenGamma = New RandGenGamma(_df / 2.0, 2.0)

End Sub

Public Function Copy() As RandGenT

 Return New RandGenT(DF)

End Function

Public Property DF() As Double

 Get

 Return _df

 End Get

 Set(ByVal Value As Double)

 _df = Value

 _randGenGamma.Alpha = _df / 2.0

 End Set

End Property

```

<Browsable(False)> _
Public ReadOnly Property Mean() As Double
    Get
        Return 0.0
    End Get
End Property

Public Overloads Overrides Sub Fill(ByRef value() As Double)
    Dim i As Integer
    For i = 0 To value.GetUpperBound(0)
        value(i) = Me.NextDouble()
    Next i
End Sub

Public Function [Next]() As Double
    Dim result As Double
    If (Not _valid) Then
        _r1 = MyBase._randUniform01()
        _r2 = MyBase._randUniform01()
        _cached = Sqrt(-2.0 * Log(1.0 - _r2))
        _valid = True
    Else
        _valid = False
    End If
    result = (_cached * IIf(_valid, _
        Cos(2.0 * PI * _r1), _
        Sin(2.0 * PI * _r1)) _
        * _sigma + _mean) _
        / Sqrt(_randGenGamma.NextDouble() / _df)

```



```

        Return result
    End Function

    Public Overrides Function NextDouble() As Double
        Return [Next]()
    End Function

    Public Overloads Overrides Sub Reset()
        MyBase.Reset()
        _randGenGamma.Reset()
    End Sub

    Public Overloads Overrides Sub Reset(ByVal Seed As Integer)
        MyBase.Reset(Seed)
        _randGenGamma.Reset(Seed)
    End Sub

    <Browsable(False)> _
    Public ReadOnly Property Type() As RandomNumberType
        Get
            Return RandomNumberType.T
        End Get
    End Property

    <Browsable(False)> _
    Public ReadOnly Property Descript() As String
        Get
            Return "DF=" & _df
        End Get
    End Property

End Class

```

2.2 สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา

ในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมาจะแบ่งออกเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 $0 < b < 1$

แสดงโปรแกรมในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา กรณี $0 < b < 1$

```
Private Function gamma_case_1()
    ' method : generate where (0 < _Alpha < 1)
    ' declaretion
    Dim e As Double, _
        b As Double, _
        w As Double, _
        Y As Double, _
        z As Double, _
        U1 As Double, _
        U2 As Double, _
        result As Double

    ' e-exponetial
    Dim finish As Boolean

    ' initialization
    finish = False
    e = Exp(1)
    b = (e + _alpha) / e

    ' implementation
    Do While Not finish
        U1 = MyBase._randUniform01()
```

```

w = b * U1
U2 = MyBase._randUniform01()
If w <= 1.0# Then
    Y = w ^ (1.0# / _alpha)
    z = Exp(-1.0# * Y)
    If U2 <= z Then
        result = _beta * Y ' return
        finish = True
    End If
Else
    Y = -1.0# * Log(b * (1.0# - U1) / _alpha)
    z = Y ^ (_alpha - 1.0#)
    If U2 <= z Then
        result = _beta * Y ' return
        finish = True
    End If
End If
Loop

' return
Return result
End Function

```

กรณีที่ 2 $b=1$

แสดงโปรแกรมในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา กรณี $b=1$

```

Private Function gamma_case_2()
    ' method : generate where (_Alpha = 1)
    Dim U1 As Double

```

```

' initialization

' implementation
U1 = MyBase._randUniform01()
' return
Return -1.0# * _beta * Log(1.0# - U1)
End Function

```

กรณี ที่ 3 $b > 1$

แสดงโปรแกรมในการสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบแกมมา กรณี $b > 1$

```

Private Function gamma_case_3()
    ' method : generate where (_Alpha > 1)
    ' declaretion
    Dim al As Double, _
        be As Double, _
        ge As Double, _
        de As Double, _
        v As Double, _
        Y As Double, _
        w As Double, _
        z As Double, _
        result As Double, _
        U1 As Double, _
        U2 As Double

    Dim finish As Boolean ' decided variable for finish.

    ' initialization
    al = 1 / Sqrt(2.0# * _alpha - 1.0#)

```

```

be = _alpha - Log(4.0#)
ge = _alpha + (1 / al)
de = 1.0# + Log(4.5#)

finish = False

' implementation
Do While Not finish
    U1 = MyBase._randUniform01()
    U2 = MyBase._randUniform01()
    v = al * Log(U1 / (1.0# - U1))
    Y = _alpha * Exp(v)
    z = Pow(U1, 2.0#) * U2
    w = be + (ge * v) - Y
    If (w + de - (4.5 * z)) >= 0.0# Then
        result = _beta * Y ' retrun
        finish = True
    Else
        If w >= Log(z) Then
            result = _beta * Y ' retrun
            finish = True
        Else
            ' continuous
        End If
    End If
End If

Loop
'return
Return result
End Function

```

```
Public Overloads Overrides Sub Fill(ByRef value() As Double)
```

```
    Dim i As Integer
```

```
    For i = 0 To value.GetUpperBound(0)
```

```
        value(i) = Me.NextDouble()
```

```
    Next i
```

```
End Sub
```

```
Public Function [Next]() As Double
```

```
    Dim Result As Double
```

```
    If _alpha > 1 Then Result = gamma_case_3()
```

```
    If _alpha < 1 Then Result = gamma_case_1()
```

```
    If _alpha = 1 Then Result = gamma_case_2()
```

```
    Return Result
```

```
End Function
```

```
Public Overrides Function NextDouble() As Double
```

```
    Return [Next]()
```

```
End Function
```

```
<Browsable(False)> _
```

```
Public ReadOnly Property Type() As RandomNumberType
```

```
    Get
```

```
        Return RandomNumberType.Gamma
```

```
    End Get
```

```
End Property
```

```
<Browsable(False)> _
```

```
Public ReadOnly Property Descript() As String
```

```
    Get
```

```
        Return "Alpha=" & _alpha & ", Beta=" & _beta
```

End Get

End Property

End Class

ภาคผนวก ข

**แสดงโปรแกรมในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม $\bar{x}$, EWMA,
CUSUM และ Synthetic**

แสดงโปรแกรมสำหรับแผนภูมิความคลุม $\bar{x}$

#Region " +----- XBar method -----+ "

Public Class XbarDataMethod : Inherits BaseMethod

Public Sub New(_

Optional ByVal Delta As Double = 0.0, _

Optional ByVal n As Integer = 4, _

Optional ByVal l As Integer = 5 _

)

MyBase.new(Delta, n, l)

End Sub

Public Sub New(ByVal c As XbarDataMethod)

MyBase.delta = c.delta

MyBase.n = c.n

MyBase.l = c.l

End Sub

Public Function Descript() As String

Return "Xbar" & "{n=" & MyBase.n & ", l=" & MyBase.l & "}"

End Function

Public Overloads Function ToString() As String

Return "Xbar"

End Function

End Class

```
Public Class XbarMethod : Inherits XbarDataMethod
```

```
    Public Sub New()
```

```
        MyBase.New()
```

```
    End Sub
```

```
    Public Sub New(ByVal c As XbarDataMethod)
```

```
        MyBase.New(c)
```

```
    End Sub
```

```
    Public Event ProgressCallBack As BaseMethod.PrograssHandler
```

```
Public Class MethodDescriptor : Inherits System.Object
```

```
    Public MeanOfX As Double, SDOfX As Double, _
```

```
        UCL As Double, LCL As Double
```

```
End Class
```

```
Public Function Method(ByRef RandGenNumber As Object) As Double
```

```
    Dim CL1 As Double, CL2 As Double
```

```
    Dim NO As Integer = 0
```

```
    Dim x(MyBase.n - 1) As Double
```

```
    Dim sender As MethodDescriptor
```

```
    If Not isRandomObject(RandGenNumber) Then Throw New  
ArgumentException("Wrong random object.")
```

```
    sender = New MethodDescriptor
```

```
    Do
```

```
        RandGenNumber.Fill(x)
```

```
        sender.MeanOfX = Avg(x)
```

```

        sender.SDOfX = SD(x)

        CL1 = RandGenNumber.Mean() + MyBase.delta * (sender.SDOfX /
Math.Sqrt(MyBase.n))

        CL2 = 3 * (sender.SDOfX / Math.Sqrt(MyBase.n))

        sender.UCL = CL1 + CL2

        sender.LCL = CL1 - CL2

        NO += 1

        ' RaiseEvent ProgressCallBack(sender)

        Loop Until sender.MeanOfX > sender.UCL Or sender.MeanOfX <
sender.LCL

        Return NO

    End Function

    Public Function Copy() As XbarMethod

        Return New XbarMethod(New XbarDataMethod(MyBase.delta, MyBase.n,
MyBase.l))

    End Function

End Class

#End Region

```

แสดงโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม EWMA

```
#Region " +----- EWMA method -----+ "
```

```
Public Class EwmaDataMethod : Inherits BaseMethod
```

```
Private _lamdba As Double
```

```
Private _bl As Double
```

```
Public Sub New( _
```

```
Optional ByVal Delta As Double = 0.0, _
```

```
Optional ByVal n As Integer = 4, _
```

```
Optional ByVal l As Integer = 5, _
```

```
Optional ByVal Lamdba As Double = 0.05, _
```

```
Optional ByVal BL As Double = 2.492 _
```

```
)
```

```
MyBase.new(Delta, n, l)
```

```
Me.Lamdba = Lamdba
```

```
Me.BL = BL
```

```
End Sub
```

```
Public Sub New(ByVal c As EwmaDataMethod)
```

```
MyBase.delta = c.delta
```

```
MyBase.n = c.n
```

```
MyBase.l = c.l
```

```
Lamdba = c.Lamdba
```

```
BL = c.BL
```

```
End Sub
```

```
<Browsable(True)> _
```

```
Public Property Lamdba() As Double
```

```

        Get
            Return _lamdba
        End Get
        Set(ByVal Value As Double)
            _lamdba = Value
        End Set
    End Property

    <Browsable(True)> _
    Public Property BL() As Double
        Get
            Return _bl
        End Get
        Set(ByVal Value As Double)
            _bl = Value
        End Set
    End Property

    Public Function Descript() As String
        Return "EWMA" & "{n=" & MyBase.n & ", l=" & MyBase.l & ", Lamdba="
        &
        Lamdba & ", BL=" & BL & "}"
    End Function

End Class

Public Class EwmaMethod : Inherits EwmaDataMethod
    Public Event ProgressCallBack As BaseMethod.PrograssHandler

```

```
Public Sub New()
    MyBase.New()
End Sub
```

```
Public Sub New(ByVal c As EwmaDataMethod)
    MyBase.new(c)
End Sub
```

```
Public Class MethodDescriptor : Inherits System.Object
    Public MeanOfX As Double, SDOfX As Double, _
        MeanOfZ As Double, SDOfZ As Double, _
        UCL As Double, LCL As Double
End Class
```

```
Public Function Method(ByRef RandGenNumber As Object) As Double
    Dim i As Integer
    Dim No As Integer
    Dim CL1 As Double, CL2 As Double, Z0 As Double
    Dim sender As MethodDescriptor
    ' Array
    Dim x(MyBase.n - 1) As Double, z(MyBase.n - 1) As Double
```

```
    If Not isRandomObject(RandGenNumber) Then Throw New
ArgumentException("Wrong random object.")
```

```
    sender = New MethodDescriptor
    No = 0
    Do
        RandGenNumber.Fill(x)
        sender.MeanOfX = Avg(x)
```

```

        sender.SDOfX = SD(x)
        Z0 = RandGenNumber.Mean()
        z(0) = MyBase.Lambda * x(0) + (1 - MyBase.Lambda) * Z0
        For i = 1 To MyBase.n - 1
            z(i) = MyBase.Lambda * x(i) + (1 - MyBase.Lambda) * z(i - 1)
        Next
        sender.MeanOfZ = Avg(z)
        sender.SDOfZ = SD(z)
        CL1 = (RandGenNumber.Mean() + (MyBase.delta * sender.SDOfX) /
Math.Sqrt(MyBase.n))
        CL2 = MyBase.BL * sender.SDOfX * Math.Sqrt((MyBase.Lambda / (2 -
MyBase.Lambda)) * (1 / MyBase.n))
        sender.UCL = CL1 + CL2
        sender.LCL = CL1 - CL2
        No += 1
        ' RaiseEvent ProgressCallBack(sender)
        Loop Until sender.MeanOfZ > sender.UCL Or sender.MeanOfZ <
sender.LCL

        Return No
    End Function

    Public Function Copy() As EwmaMethod
        Return New EwmaMethod(New EwmaDataMethod(MyBase.delta, MyBase.n,
MyBase.l, MyBase.Lambda, MyBase.BL))
    End Function

End Class
#End Region

```

แสดงโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม CUSUM

```
#Region " +----- Cusum method -----+ "
```

```
Public Class CusumDataMethod : Inherits BaseMethod
```

```
    Public Sub New( _
        Optional ByVal Delta As Double = 0.0, _
        Optional ByVal n As Integer = 4, _
        Optional ByVal l As Integer = 5 _
    )
        MyBase.new(Delta, n, l)
    End Sub
```

```
    Public Sub New(ByVal c As CusumDataMethod)
        MyBase.delta = c.delta
        MyBase.n = c.n
        MyBase.l = c.l
    End Sub
```

```
    Public Function Descript() As String
        Return "Cusum" & "{n=" & MyBase.n & ", l=" & MyBase.l & "}"
    End Function
```

```
End Class
```

```
Public Class CusumMethod : Inherits CusumDataMethod
```

```
    Public Event ProgressCallBack As BaseMethod.PrograssHandler
```



```
Public Sub New()
```

```
    MyBase.New()
```

```
End Sub
```

```
Public Sub New(ByVal c As CusumDataMethod)
```

```
    MyBase.new(c)
```

```
End Sub
```

```
Public Class MethodDescriptor : Inherits System.Object
```

```
    Public MeanOfX As Double, SDOfX As Double, _
```

```
        MeanOfCplus As Double, MeanOfCminus As Double, _
```

```
        SDOfCplus As Double, SDOfCminus As Double, _
```

```
        HC As Double
```

```
End Class
```

```
Public Function Method(ByRef RandGenNumber As Object) As Double
```

```
    Dim i As Integer, k As Integer
```

```
    Dim No As Integer
```

```
    Dim Cplus0 As Double, Cminus0
```

```
    Dim Cplus(MyBase.n - 1) As Double, Cminus(MyBase.n - 1) As Double, _
```

```
x(MyBase.n - 1) As Double
```

```
    Dim sender As MethodDescriptor
```

```
    If Not isRandomObject(RandGenNumber) Then Throw New  
ArgumentException("Wrong random object.")
```

```
    sender = New MethodDescriptor
```

```
    No = 0
```

```
    Do
```

```

RandGenNumber.Fill(x)
sender.MeanOfX = Avg(x)
sender.SDOfX = SD(x)
Cplus0 = 0
Cminus0 = 0
k = (MyBase.delta * sender.SDOfX) / (2 * Math.Sqrt(MyBase.n))
Cplus(0) = Math.Max(0, x(0) - (RandGenNumber.Mean() + k) +
Cplus0)
Cminus(0) = Math.Max(0, (RandGenNumber.Mean() - k) - x(0) +
Cminus0)
For i = 1 To n - 1
    Cplus(i) = Math.Max(0, x(i) - (RandGenNumber.Mean() + k) +
Cplus(i - 1))
    Cminus(i) = Math.Max(0, (RandGenNumber.Mean() - k) - x(i) +
Cminus(i - 1))
Next
sender.MeanOfCplus = Avg(Cplus)
sender.MeanOfCminus = Avg(Cminus)
sender.SDOfCplus = SD(Cplus)
sender.SDOfCminus = SD(Cminus)
sender.HC = 5 * sender.SDOfX / Math.Sqrt(MyBase.n)
No += 1
Loop Until sender.MeanOfCplus > sender.HC Or sender.MeanOfCminus >
sender.HC

Return No
End Function

Public Function Copy() As CusumMethod
    Return New CusumMethod(New CusumDataMethod(MyBase.delta,
MyBase.n,

```

```
MyBase.l))
```

```
End Function
```

```
End Class
```

```
#End Region
```

แสดงโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม Synthetic

```
#Region "+----- Synthetic method -----+"

```

```
Public Class SynthDataMethod : Inherits BaseMethod

```

```
    Private _k As Double

```

```
    Public Sub New(ByVal c As SynthDataMethod)

```

```
        MyBase.delta = c.delta

```

```
        MyBase.n = c.n

```

```
        MyBase.l = c.l

```

```
        k = c.k

```

```
    End Sub

```

```
    Public Sub New( _

```

```
        Optional ByVal Delta As Double = 0.0, _

```

```
        Optional ByVal n As Integer = 4, _

```

```
        Optional ByVal l As Integer = 5, _

```

```
        Optional ByVal k As Double = 2.2601 _

```

```
    )

```

```
    MyBase.new(Delta, n, l)

```

```
    Me._k = k

```

```
    End Sub

```

```
<Browsable(True)> _

```

```
Public Property k() As Double

```

```
    Get

```

```
        Return _k

```

```
    End Get

```

```

        Set(ByVal Value As Double)
            _k = Value
        End Set
    End Property

    Public Function Descript() As String
        Return "Synth" & "{n=" & MyBase.n & ", l=" & MyBase.l & ", k=" & k &
        "}"
    End Function

End Class

Public Class SynthMethod : Inherits SynthDataMethod

    Public Event ProgressCallBack As BaseMethod.PrograssHandler

    Public Sub New()
        MyBase.New()
    End Sub

    Public Sub New(ByVal c As SynthDataMethod)
        MyBase.new(c)
    End Sub

    Public Class MethodDescriptor : Inherits System.Object
        Public MeanOfX As Double, SDOfX As Double, _
            CL1 As Double, CL2 As Double, _
            UCL As Double, LCL As Double
    End Class

```

```

Public Function Method(ByRef RandGenNumber As Object) As Double
    Dim No As Integer
    Dim CL1 As Double, CL2 As Double
    Dim x(Me.n - 1) As Double
    Dim sender As MethodDescriptor

    If Not isRandomObject(RandGenNumber) Then Throw New
ArgumentException("Wrong random object.")

    sender = New MethodDescriptor
    No = 0
    Do
        RandGenNumber.Fill(x)
        sender.MeanOfX = Avg(x)
        sender.SDOfX = SD(x)
        CL1 = (RandGenNumber.Mean() + MyBase.delta * (sender.SDOfX /
Math.Sqrt(MyBase.n)))
        CL2 = MyBase.k * (sender.SDOfX / Math.Sqrt(MyBase.n))
        sender.UCL = CL1 + CL2
        sender.LCL = CL1 - CL2
        No += 1
    Loop Until sender.MeanOfX > sender.UCL Or sender.MeanOfX <
sender.LCL

    Return No
End Function

Public Function Copy() As SynthMethod
    Return New SynthMethod(New SynthDataMethod(MyBase.delta, MyBase.n,
MyBase.l, MyBase.k))

```

End Function

End Class

#End Region

ภาคผนวก ค

แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของ
แผนภูมิควบคุม $\bar{x}$, EWMA, CUSUM และ Synthetic

ตารางผนวกที่ ค1 แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม $\bar{X}$ กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5 และ a เท่ากับ 1 เมื่อขนาด ตัวอย่างเท่ากับ 4 และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(δ) เท่ากับ 1 จำนวน 30 รอบจากทั้งหมด 2,000 รอบ

รอบที่	UCL	LCL	$\bar{X}$	LCL_{CRL}	$CRL_{\bar{X}}$	$CRL_{\bar{X}C}$	$CRL_{\bar{X}C}$ สะสม
1	0.5933	0.4533	0.0324	5	1	1	1
2	0.8195	0.3403	0.1022	5	1	1	2
3	0.8415	0.3292	0.1534	5	1	1	3
4	0.7911	0.3545	0.1139	5	3	9	12
5	0.8456	0.3272	0.1696	5	1	1	13
6	0.6895	0.4052	0.0780	5	1	8	21
7	0.6287	0.4357	0.0755	5	5	5	26
8	0.5506	0.4747	0.2629	5	4	4	30
9	1.0328	0.2336	0.2227	5	4	4	34
10	0.7353	0.3823	0.1742	5	3	3	37
11	0.6502	0.4249	0.0825	5	3	3	40
12	0.8830	0.3085	0.2449	5	3	10	50
13	0.6514	0.4243	0.1290	5	4	4	54
14	0.9799	0.2600	0.2216	5	4	4	58
15	0.8706	0.3147	0.1930	5	1	1	59
16	0.7746	0.3627	0.1208	5	2	2	61
17	0.9583	0.2709	0.2321	5	1	1	62
18	0.8285	0.3358	0.1091	5	1	1	63
19	0.8253	0.3374	0.1504	5	1	8	71
20	0.9544	0.2728	0.2098	5	2	2	73
21	0.6692	0.4154	0.1138	5	3	3	76
22	1.0405	0.2297	0.1669	5	1	1	77
23	0.7346	0.3827	0.1247	5	3	3	80
24	0.7410	0.3795	0.1757	5	2	2	82
25	0.6762	0.4119	0.1203	5	2	2	84
26	0.6053	0.4474	0.0399	5	1	1	85
27	0.8967	0.3016	0.1175	5	4	4	89
28	0.8352	0.3324	0.2518	5	1	1	90
29	0.8871	0.3065	0.1878	5	5	5	95
30	0.5778	0.4611	0.0255	5	2	13	108

ตารางผนวกที่ ค2 แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม E
WMA กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบเกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5 และ a
เท่ากับ 1 เมื่อ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และขนาดการเปลี่ยนแปลงของ
ค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(δ) เท่ากับ 1 จำนวน 30 รอบ
จากทั้งหมด 2,000 รอบ

รอบที่	UCL	LCL	$\bar{Z}$	LCL_{CRL}	CRL_{EWMA}	$CRL_{EWMA}^{CRL_{EWMA}}$	$CRL_{EWMA}^{CRL_{EWMA}}$ สะสม
1	0.5326	0.5140	0.4448	5	1	1	1
2	0.6117	0.5480	0.4550	5	1	1	2
3	0.6195	0.5513	0.4562	5	1	1	3
4	1.1425	0.7760	0.5753	5	1	1	4
5	1.1387	0.7743	0.5675	5	1	1	5
6	0.7251	0.5967	0.4632	5	1	1	6
7	1.0957	0.7559	0.6103	5	1	1	7
8	0.7481	0.6066	0.5038	5	1	1	8
9	0.5271	0.5117	0.4439	5	1	1	9
10	0.7588	0.6112	0.5326	5	1	1	10
11	0.8371	0.6448	0.5127	5	1	1	11
12	0.6018	0.5437	0.4591	5	1	1	12
13	0.6209	0.5519	0.4564	5	1	1	13
14	1.1338	0.7722	0.5543	5	1	1	14
15	0.8908	0.6679	0.5221	5	1	1	15
16	0.7995	0.6287	0.4877	5	1	1	16
17	0.7594	0.6114	0.4765	5	1	1	17
18	1.2459	0.8204	0.5515	5	1	1	18
19	0.8311	0.6422	0.5016	5	1	1	19
20	0.6256	0.5539	0.4674	5	1	1	20
21	0.5663	0.5285	0.4521	5	1	1	21
22	1.0258	0.7259	0.5454	5	1	1	22
23	0.9531	0.6946	0.4847	5	1	1	23
24	1.2410	0.8183	0.5358	5	1	1	24
25	0.8530	0.6516	0.4611	5	1	1	25
26	0.5450	0.5193	0.4477	5	1	1	26
27	0.6575	0.5677	0.4992	5	1	1	27
28	0.7382	0.6023	0.4731	5	1	1	28
29	1.7564	1.0397	0.4913	5	1	1	29
30	0.5177	0.5076	0.4724	5	1	1	30

ตารางผนวกที่ ก3 แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม

CUSUM กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบเกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5 และ a เท่ากับ 1 เมื่อ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน(δ) เท่ากับ 1 จำนวน 30 รอบ จากทั้งหมด 2,000 รอบ

รอบที่	$\overline{C}^+$	$\overline{C}^-$	H	LCL _{CRL}	CRL _{CUSUM}	CRL _{CUSUMC}	CRL _{CUSUMC} สะสม
1	0	1.1607	0.1167	5	1	1	1
2	0	0.9448	0.3993	5	1	1	2
3	0	0.9266	0.4269	5	1	1	3
4	2.3620	0.0366	2.1291	5	4	4	7
5	0	1.1795	0.0970	5	2	2	9
6	0	0.8539	0.3638	5	3	3	12
7	0	0.9223	0.4320	5	1	1	13
8	0	1.0053	0.2369	5	1	8	21
9	0	1.1019	0.1608	5	5	5	26
10	0	0.5800	0.0632	5	4	4	30
11	0.0119	0.6700	0.6661	5	4	4	34
12	0	0.7053	0.2941	5	3	3	37
13	0.0286	0.8688	0.7793	5	2	2	39
14	0	1.0917	0.1878	5	1	1	40
15	0.0080	0.7842	0.4788	5	3	10	50
16	0	0.9985	0.1892	5	4	4	54
17	0.0070	0.6500	0.5999	5	4	4	58
18	0	0.9323	0.4632	5	1	1	59
19	0	0.9675	0.3432	5	2	2	61
20	0	1.1061	0.4106	5	2	2	63
21	0	0.8878	0.4066	5	1	8	71
22	0	0.7417	0.5680	5	2	2	73
23	0.0236	0.6234	0.5759	5	1	1	74
24	0	0.9162	0.2115	5	2	2	76
25	0.0174	0.9036	0.6756	5	1	1	77
26	0.0408	0.7717	0.7205	5	1	1	78
27	0	0.9441	0.2933	5	2	2	80
28	0	0.7721	0.3012	5	2	2	82
29	0	0.9348	0.2203	5	2	2	84
30	0	1.1291	0.1316	5	1	1	85

ตารางผนวกที่ ค4 แสดงตัวอย่างของค่าต่าง ๆ ที่ได้จากโปรแกรมสำหรับแผนภูมิควบคุม

Synthetic กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบแกมมา ที่ b เท่ากับ 0.5 และ a เท่ากับ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 4 และขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยเทียบกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (δ) เท่ากับ 1 จำนวน 30 รอบ จากทั้งหมด 2,000 รอบ

รอบที่	UCL	LCL	$\bar{X}$	LCL_{CRL}	CRL_{Syn}	CRL_{Syn}	CRL_{SynC}	สะสม
1	0.5761	0.4706	0.0324	5	1	1	1	
2	0.7604	0.3994	0.1022	5	1	1	2	
3	0.7784	0.3924	0.1534	5	1	1	3	
4	1.0245	0.2973	0.2931	5	3	3	6	
5	0.5632	0.4756	0.0366	5	3	3	9	
6	0.7372	0.4083	0.1139	5	3	3	12	
7	0.7817	0.3911	0.1696	5	1	1	13	
8	1.1044	0.2664	0.2615	5	4	4	17	
9	0.7926	0.3869	0.2558	5	3	3	20	
10	0.6545	0.4403	0.0780	5	1	1	21	
11	0.6049	0.4595	0.0755	5	5	5	26	
12	1.0552	0.2854	0.1776	5	2	2	28	
13	0.5412	0.4841	0.2629	5	2	2	30	
14	0.9343	0.3321	0.2227	5	4	4	34	
15	0.6918	0.4259	0.1742	5	3	3	37	
16	1.0081	0.3036	0.2661	5	2	2	39	
17	0.6224	0.4527	0.0825	5	1	1	40	
18	1.0353	0.2931	0.2748	5	5	5	45	
19	0.8096	0.3803	0.1742	5	2	2	47	
20	0.8122	0.3793	0.2449	5	3	3	50	
21	0.8572	0.3619	0.3435	5	2	2	52	
22	0.6234	0.4523	0.1290	5	2	2	54	
23	0.8912	0.3488	0.2216	5	4	4	58	
24	0.8020	0.3833	0.1930	5	1	1	59	
25	0.7238	0.4135	0.1208	5	2	2	61	
26	0.8735	0.3556	0.2321	5	1	1	62	
27	0.7677	0.3965	0.1091	5	1	1	63	
28	0.7651	0.3975	0.1504	5	1	8	71	
29	0.8703	0.3569	0.2098	5	2	2	73	
30	0.8755	0.3549	0.2993	5	1	1	74	

ประวัติการศึกษาและการทำงาน

ชื่อ นางสาวนัชรญาณรณ กงทรัพย์

เกิดวันที่ 12 เดือนตุลาคม พ.ศ. 2523

สถานที่เกิด อำเภอปราณบุรี จังหวัดประจวบคีรีขันธ์

ประวัติการศึกษา วท.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ (พ.ศ. 2546)