

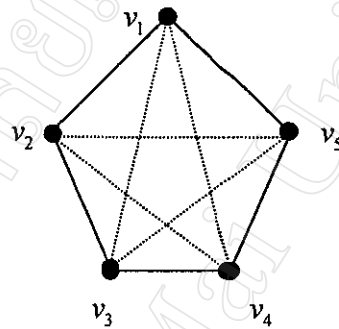
## บทที่ 1

### บทนำ

จำนวนแรมเซย์ เป็นตัวเลขที่ใช้ในการตอบปัญหาบางอย่าง เช่น ปัญหาที่มีอยู่ว่าคนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วยคน 6 คน จะต้องมี 3 คนที่รู้จักกันหมดหรือมี 3 คนที่ไม่รู้จักกันเลย

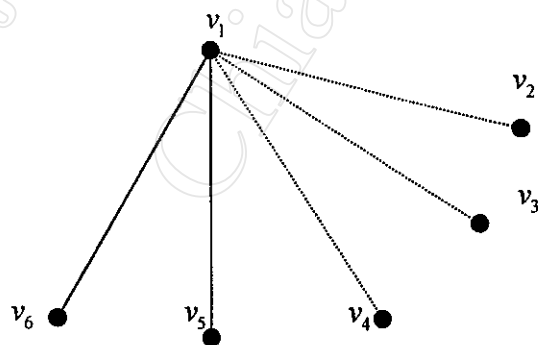
จากปัญหาดังกล่าวสามารถแปลงมาให้อยู่ในรูปแบบปัญหาจุดและเส้นซึ่งพิจารณาได้ดังต่อไปนี้ จะแทนคนด้วยการใช้จุด • และแทนความสัมพันธ์ของคน 2 คน ด้วยการที่ใช้เส้นสีแดง (แทนด้วยเส้นประสีดำ) และแทนการไม่รู้จักกันโดยใช้เส้นสีน้ำเงิน (แทนด้วยเส้นทึบสีดำ) ดังนั้นการที่คน 3 คนรู้จักกันหมดก็จะเกิดรูปสามเหลี่ยมสีแดงและการที่คน 3 คนไม่รู้จักกันเลยก็จะเกิดรูปสามเหลี่ยมสีน้ำเงิน

พิจารณารูปต่อไปนี้



รูป 1.1

จากรูป 1.1 จะเห็นว่าไม่เกิดรูปสามเหลี่ยมสีแดงหรือสามเหลี่ยมสีน้ำเงินเลย ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า ถ้าจำนวนจุดน้อยกว่า 6 จุด แล้วจะมีบางกรณีไม่เกิดรูปสามเหลี่ยมสีแดงหรือสามเหลี่ยมสีน้ำเงิน



รูป 1.2

จากรูป 1.2 พิจารณาที่จุด  $v_1$  พบว่าที่จุด  $v_1$  มีเส้นเชื่อมกับจุดอื่นๆ อีก 5 จุดและอย่างน้อย 3 เส้นใน 5 เส้นนี้จะต้องเป็นสีเดียวกันสมมุติว่าเป็นสีแดง (ถ้าเส้นเป็นสีน้ำเงินก็จะได้ทำนองเดียวกัน)

ให้เส้น  $v_1v_2, v_1v_3$  และ  $v_1v_4$  เป็นเส้นสีแดง ดังนั้นถ้าเส้น  $v_2v_3, v_2v_4$  และ  $v_3v_4$  เส้นใดเส้นหนึ่งเป็นสีแดงก็จะได้รูปสามเหลี่ยมสีแดงแต่ถ้าเส้น 3 เส้นนี้เป็นสีน้ำเงินก็จะได้รูปสามเหลี่ยมสีน้ำเงิน

พบว่าถ้าจำนวนจุดมีมากกว่าหรือเท่ากับ 6 จุดแล้วจะเกิดรูปสามเหลี่ยมสีแดงหรือรูปสามเหลี่ยมสีน้ำเงินเสมอ นั่นคือ 6 เป็นจำนวนที่น้อยที่สุดซึ่งถ้ากำหนดให้จำนวนจุดในแผนภาพมี 6 จุด แล้วเกิดรูปสามเหลี่ยมสีแดงหรือรูปสามเหลี่ยมสีน้ำเงินเสมอ

แผนภาพที่ประกอบด้วยจุดและเส้นนี้เป็นแผนภาพทางกราฟ ซึ่งถ้าแต่ละคู่ของจุดมีเส้นเชื่อมต่อกันหมดก็จะได้แผนภาพของกราฟที่เรียกว่า คอมพลีทกราฟ (complete graph) คอมพลีทกราฟ ที่ประกอบด้วยจุด  $p$  จุด จะเขียนแทนด้วย  $K_p$  เช่น  $K_3$  ก็คือแผนภาพของรูปสามเหลี่ยม

เพราะฉะนั้นจากปัญหาดังกล่าวนี้นี้แสดงว่า 6 เป็นจำนวนที่น้อยที่สุดซึ่งถ้า  $p \geq 6$  แล้วจะเกิดรูปสามเหลี่ยมสีแดงหรือรูปสามเหลี่ยมสีน้ำเงินใน  $K_p$  เสมอ

เมื่อขยายปัญหาดังกล่าวนี้นี้ให้อยู่ในรูปทั่วไปคือจำนวนเต็ม  $N$  ที่น้อยที่สุดซึ่งถ้า  $p \geq N$  แล้วใน  $K_p$  ที่ประกอบด้วยเส้นสีแดงและสีน้ำเงินจะต้องเกิด  $K_m$  สีแดงหรือเกิด  $K_n$  สีน้ำเงินเสมอโดยที่  $m, n \geq 2$  ซึ่งสามารถแสดงว่าจำนวนที่น้อยที่สุดนี้มีอยู่เสมอและเรารู้จักกันในนามของจำนวนแรมเซย์ (Ramsey numbers) ซึ่งกรณีนี้  $m, n \geq 2$  นี้เราจะแทนด้วย  $R(m, n)$  และได้มีคนหาค่า

$R(m, n)$  สำหรับ

$m, n$  บางค่าได้แล้วดังเช่นปัญหาที่กล่าวมาแล้วข้างต้นจะได้ว่า  $R(3, 3) = 6$

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ต้องการศึกษา

1. หาค่า  $9 \leq R_n(K_{2,2}, K_{2,2}) \leq 15$

2. หาค่า  $8 \leq R_n(K_{2,2}, K_{2,2}) \leq 16$

3. หาค่า  $R_n(K_{4,4}, K_{4,4}) \geq 34$

งานวิจัยนี้แบ่งเป็น 3 บทดังนี้

บทที่ 2 เป็นความรู้พื้นฐานที่จะนำไปใช้ในบทที่ 3

บทที่ 3 เป็นส่วนสำคัญของงานวิจัยนี้โดยที่มีเนื้อหาที่ตรงตามวัตถุประสงค์ดังกล่าวข้างต้น