

บทที่ 3

การไหลในท่อ

3.1 บทนำ

ความรู้เกี่ยวกับการไหลในท่อที่จะกล่าวถึงในบทนี้ประกอบกับความรู้เกี่ยวกับการไหลในระบบท่อที่จะอธิบายในบทต่อไป สามารถนำไปวิเคราะห์หรือออกแบบระบบท่อได้ ดังนั้นในบทนี้ขออธิบายความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการไหลในท่อซึ่งประกอบด้วย กฎการอนุรักษ์มวลและพลังงานในท่อ การหาการสูญเสียแรงดันในท่อ และการหาค่าแฟกเตอร์ความเสียดทานในท่อ

3.2 กฎการอนุรักษ์

ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วว่าการไหลทุกชนิดรวมทั้งการไหลในท่อจะต้องเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์ต่างๆ สำหรับการไหลแบบคงตัว (steady state) และให้น้ำเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (incompressible fluid) กฎการอนุรักษ์มวลกล่าวไว้ว่า ปริมาณมวลสารในระบบจะคงที่ตลอดเวลา ไม่มีการสูญหาย ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$Q = Av \quad (3.1)$$

โดยที่ Q เป็นอัตราการไหลผ่านหน้าตัดที่มีพื้นที่ A และ v เป็นความเร็วเฉลี่ยของน้ำที่ผ่านหน้าตัด

เมื่อพิจารณาการไหลในท่อจากหน้าตัดที่ 1 ไปยังหน้าตัดที่ 2 ดังรูปที่ 3.1 และจากกฎการอนุรักษ์มวลในท่อจะได้ว่า

$$Q_1 = Q_2$$

หรือ

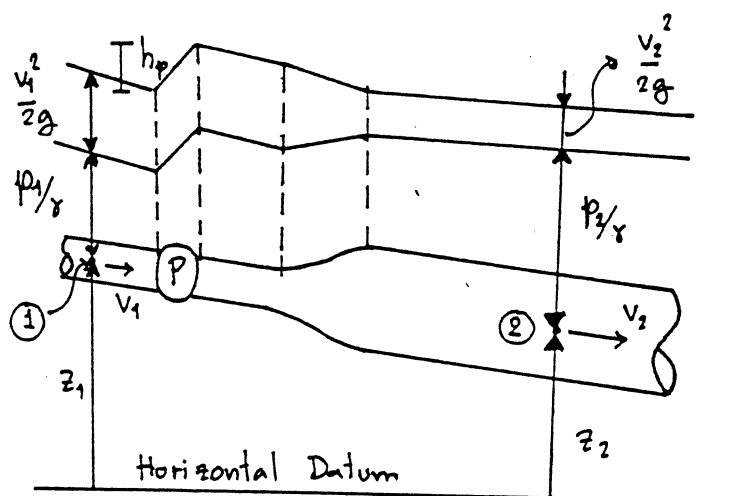
$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (3.2)$$

โดยที่ Q_1 และ Q_2 เป็นอัตราการไหลผ่านหน้าตัดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ, v_1 และ v_2 เป็นความเร็วเฉลี่ยของน้ำที่ไหลผ่านหน้าตัดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ และ A_1 และ A_2 เป็นพื้นที่หน้าตัดของท่อที่หน้าตัดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ สมการที่ (3.1) และ (3.2) เรียกว่าสมการต่อเนื่อง

กฎการอนุรักษ์พลังงานกล่าวว่า สำหรับการไหลแบบคงตัวพลังงานที่ใส่เข้าไปในระบบและหักพลังงานที่สูญเสียในระบบออกจะต้องเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานในระบบ ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$W - L = \Delta E \quad (3.3)$$

เมื่อ W เป็นพลังงานที่ใส่เข้าไปในระบบ, L เป็นพลังงานที่สูญเสียภายในระบบ และ ΔE เป็นพลังงานที่เปลี่ยนแปลงในระบบ



รูปที่ 3.1 การไหลในท่อ

สำหรับการไหลในท่อโดยทั่วไป W จะอยู่ในรูปของเครื่องสูบน้ำซึ่งจะเป็นตัวเพิ่มพลังงานให้กับของไหลโดยใช้พลังงานไฟฟ้า ดังนั้นเครื่องหมายของ W จะเป็นบวก ถ้าเป็นเทอร์ไบน์ซึ่งจะดึงพลังงานของน้ำออกไปปั่นเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เครื่องหมายของ W จะกลายเป็นลบ

โดยปกติพลังงานของการไหล (E) ในท่อจะประกอบด้วย พลังงานเนื่องจากความดัน (energy due to pressure) พลังงานจลน์เนื่องจากระดับความสูง (potential energy due to elevation) และ พลังงานจลน์เนื่องจากความเร็วการไหล (kinetic energy due to velocity) ดังสมการ

$$E = p/\gamma + z + v^2/2g \quad (3.4)$$

โดยที่ E เป็นพลังงานการไหลต่อหน่วยน้ำหนักของของไหล (น้ำ), m.

p/γ เป็นพลังงานเนื่องจากความดันต่อหน่วยน้ำหนักของของไหล (น้ำ), m.

z เป็นพลังงานศักย์ต่อหน่วยน้ำหนักของของไหล (น้ำ), m.

$v^2/2g$ เป็นพลังงานจลน์ต่อหน่วยน้ำหนักของของไหล (น้ำ), m.

γ เป็นน้ำหนักจำเพาะของของไหล (น้ำ), N/m^3

และ g เป็นความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก, m/s^2

ส่วน L เป็นพลังงานที่สูญเสียเนื่องจากความเสียดทานของท่อ ซึ่งปกติจะให้แทนด้วย h สามารถหาได้จากสมการ Darcy-Wiesbach ที่จะอธิบายในหัวข้อต่อไป

ดังนั้นเมื่อใช้กฎการอนุรักษ์พลังงานจากหน้าตัดที่ 1 ไปยังหน้าตัดที่ 2 ในท่อดังรูปที่ 3.1 จะได้ว่า

$$W - h = E_2 - E_1$$

หรือ

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_p = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h$$

หรือ
$$H_1 + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + h_p = H_2 + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h \quad (3.5)$$

โดยที่ h_p เป็นพลังงานต่อหน่วยน้ำหนักของน้ำที่เครื่องสูบเพิ่มให้แก่ น้ำ , m.

h เป็นการสูญเสียแรงดันเนื่องจากความเสียดทานของท่อจากหน้าตัดที่ 1 ถึง หน้าตัดที่ 2 , m.

3.3 การสูญเสียแรงดันในท่อ (frictional head loss)

เมื่อมีการไหลในท่อจะเกิดแรงต้านทานการไหลเนื่องจากความเสียดทานระหว่างน้ำกับผิวท่อ แรงดังกล่าวจะทำให้พลังงาน (แรงดัน) ลดลงไปในทิศทางเดียวกับการไหลซึ่งหาได้จากสมการ Darcy-Weisbach

$$h = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (3.6)$$

เมื่อ h เป็นการสูญเสียแรงดันในท่อ , m.

f เป็นแฟกเตอร์ความเสียดทานของท่อ (friction factor) เป็นค่าที่ไม่มีหน่วย และมีค่าขึ้นอยู่กับ ความขรุขระสัมพัทธ์ (relative roughness) และ Reynold number ($R = Dv/V$)

L เป็นความยาวของท่อ , m.

D เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ , m.

v เป็นความเร็วเฉลี่ยภายในท่อ , m/s²

สำหรับการวิเคราะห์ระบบท่อใหญ่มักจะใช้สมการสำหรับการหาการสูญเสียแรงดันในท่อ ดังนี้

$$h = rQ^n \quad (3.7)$$

โดยที่ h เป็นการสูญเสียแรงดันในท่อ

r เป็นแฟกเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับ ความยาวท่อ ขนาดท่อ และชนิดของท่อ

n เป็นค่าคงที่

สมการที่ (3.7) เป็นสมการที่ใช้สำหรับการหาการสูญเสียแรงดันในท่อเรียกว่า สมการ Exponential ซึ่งเป็นสมการที่หาได้จากการทดลอง (empirical equation)

จากสมการที่ (3.6) จะเห็นว่าการสูญเสียแรงดันในท่อ ขึ้นอยู่กับ f, L, D และ v ซึ่งมีความสัมพันธ์กับอัตราการไหลในท่อ (Q) ดังนั้นจากสมการที่ (3.2) นำมาแทนในสมการที่ (3.6) จะได้สมการที่ (3.6) ใหม่ดังนี้

$$h = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q^2 \quad (3.8)$$

สมการที่ (3.8) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง การสูญเสียแรงดันในท่อกับอัตราการไหล และตัวแปรตัวอื่นๆ และเมื่อเปรียบเทียบกับสมการที่ (3.7) และ (3.8) แล้วจะได้ว่า

$$r = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5}$$

และ

$$n = 2$$

ในการวิเคราะห์หรือออกแบบระบบท่อทั่วไปจำเป็นต้องสมมติทิศทางการไหลเริ่มต้นก่อนที่จะวิเคราะห์หรือออกแบบ ดังนั้นทิศทางการสมมติขึ้นอาจจะไม่ถูกต้องก็ได้ และเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาดังกล่าวจึงต้องใช้สมการที่ (3.8) ในรูปใหม่ ดังนี้

$$h = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q|Q| \quad (3.9)$$

สมการที่ (3.9) เป็นการป้องกันผลการคำนวณผิดพลาดเมื่อเราสมมติทิศทางการไหลเริ่มต้นผิด ในกรณีที่เราสมมติทิศทางการไหลผิดเครื่องหมายของเครื่องหมายของ h และ Q ที่คำนวณได้จะเป็นลบ แต่ถ้าเราสมมติทิศทางการถูกต้องเครื่องหมายจะเป็นบวก ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้จะใช้สมการที่ (3.9) ในการหาการสูญเสียแรงดันในท่อ

นอกจากสมการ Darcy-Weisbach และ Exponential แล้วยังมีสมการสำหรับการหาการสูญเสียแรงดันในท่อสมการอื่นอีก สมการที่นิยมใช้กันมากคือ สมการ Hazen-Williams ดังนี้

$$h = \frac{10.7L}{C_{HW}^{1.852} D^{4.87}} Q^{1.852} \quad (3.10)$$

โดยที่ C_{HW} เป็นส.ส.ความขรุขระของ Hazen-Williams

L เป็นความยาวท่อ ; m.

D เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางท่อ ; m.

Q เป็นอัตราการไหลในท่อ ; cms.

สำหรับส.ส.ความขรุขระของ Hazen-Williams ขึ้นอยู่กับชนิดของท่อและสามารถค้นได้ในหนังสือเกี่ยวกับกลศาสตร์ของไหลและการออกแบบระบบท่อ ทั่วไปได้ขอไม่แสดงในที่นี้

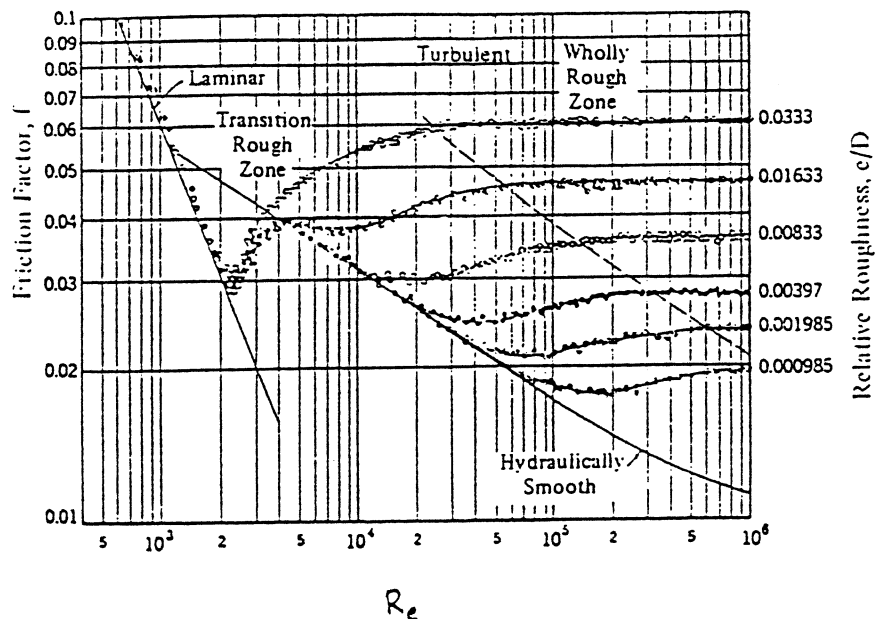
3.4 แฟกเตอร์ความเสียดทาน (friction factor)

ค่า f หรือ friction factor นั้นได้มีการทดลองหาค่าออกมาโดย J. Nikuradse (1933) เขาได้ทำการทดลองเกี่ยวกับ ความเสียดทานของท่อโดยการเคลือบผนังด้านในของท่อด้วยทรายขนาดต่างๆ กัน ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเม็ดทรายแทนด้วย e ซึ่งเรียกว่า ความขรุขระสัมบูรณ์ (absolute roughness) โดยทั่วไปแฟกเตอร์ความเสียดทานจะขึ้นอยู่กับ Reynold Number และ e/D ซึ่ง e/D นี้เรียกว่า ความขรุขระสัมพัทธ์ (relative roughness)

ผลการทดลองของ Nikuradse นำไปสร้างกราฟ log-log ซึ่งมีค่า Reynold Number ,

$$Re = \frac{vD}{\nu} \quad (3.11)$$

โดยที่ ν คือ ความเร็วเฉลี่ยในท่อ D คือ เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ และ ν คือ ความหนืดจลน์ (Kinematics viscosity) โดยให้ค่า Reynold Number อยู่ในแกนนอน และค่า f อยู่ในแกนตั้ง และใช้ค่าพิสัยของ e/D อยู่ระหว่าง 0.000985 ถึง 0.0333 ได้กราฟดังแสดงในรูป 3.2



รูปที่ 3.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง f กับ Reynold number และ
ความขรุขระสัมพัทธ์ของท่อ

จากรูปที่ 3.2 สามารถแบ่งชนิดการไหลเป็น 4 ชนิดได้ดังนี้

- 1) Laminar flow การไหลชนิดนี้ Re มีค่าน้อยกว่า 2100 ค่า f จะไม่ขึ้นกับ e/D จะขึ้นกับค่า Re เพียงอย่างเดียว
- 2) Smooth flow หรือ hydraulically smooth จะเป็นเส้นขอบเขตของการไหลแบบ turbulent ค่าของ e/D จะเข้าสู่เส้นนี้ เมื่อ Re ลดลง
- 3) Transitional turbulence เป็นบริเวณที่ f จะขึ้นกับทั้ง Re และ e/D ขอบเขตของบริเวณนี้จะเปลี่ยนแปลงตาม e/D ในทางปฏิบัติ การไหลในท่อจะเป็นการไหลชนิดนี้
- 4) Rough turbulence หรือ fully turbulence ในบริเวณนี้ ค่า f จะคงที่ขึ้นกับค่า e/D อย่างเดียวไม่ขึ้นกับ Re

แฟกเตอร์ความเสียดทานสำหรับการไหลแบบ Laminar flow

สำหรับการไหลแบบ laminar flow ซึ่งมีค่า Reynold number ต่ำกว่า 2000 สามารถหาค่าแฟกเตอร์ความเสียดทานได้ดังสมการ

$$f = \frac{64}{Re} \quad (3.12)$$

แฟกเตอร์ความเสียดทานสำหรับการไหลแบบ Turbulent flow

Nikuradse ใช้ท่อที่ทำให้เกิดความขรุขระแบบสม่ำเสมอขึ้นเอง จึงไม่สามารถนำมาใช้กับท่อที่ผลิตขายในท้องตลาดซึ่งการไหลจะเป็นแบบ turbulent flow ได้ จากการทดลอง Colebrook แสดงให้เห็นว่าการไหลในท่อที่ผลิตขาย ไม่ขึ้นกับค่า Re เมื่อ Re และความขรุขระของผิวท่อ (e) มีค่ามากๆ ดังนั้นสามารถ

คำนวณหาความขรุขระสัมพัทธ์ (e/D) สำหรับท่อที่ผลิตขายได้โดยใช้ค่าความขรุขระสัมบูรณ์ของท่อ (e) ที่แสดงในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ค่าความขรุขระสัมบูรณ์ e ของท่อที่ผลิตขาย (ท่อใหม่)

ชนิดของท่อ	e	
	นิ้ว	ซม.
ท่อเหล็กกล้าที่ยึดหมุด (Riveted Steel)	0.04 - 0.4	0.09 - 0.9
ท่อคอนกรีต (Concrete)	0.01 - 0.1	0.02 - 0.2
ท่อไม้ (Wood Stave)	0.007 - 0.04	0.02 - 0.09
ท่อเหล็กหล่อ (Cast Iron)	0.0102	0.026
ท่อเหล็กอาบสังกะสี (Galvanized Iron)	0.006	0.015
ท่อเหล็กหล่อที่เคลือบด้วยยางมะตอย (Asphalted Cast Iron)	0.0048	0.012
ท่อเหล็กกล้าหรือเหล็กเหนียวตามท้องตลาด (Commercial Steel or Wrought Iron)	0.0018	0.046
ท่อ PVC	0.000084	0.00021
ท่อทองเหลือง ท่อดีบุก (Drawn Tubing)	0.00006	0.00015

สำหรับการไหลแบบ fully turbulence ซึ่งค่าแฟกเตอร์ความเสียดทานขึ้นอยู่กับความขรุขระสัมพัทธ์เพียงอย่างเดียวไม่ขึ้นกับ Reynold number และสามารถหาค่า f ได้ดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log\left(\frac{e}{D}\right) \quad (3.13)$$

สำหรับการไหลแบบ Smooth flow หาค่า f ได้ดังสมการที่ (3.14)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 0.8 \quad (3.14)$$

สมการที่ (3.14) สามารถใช้ได้กับท่อทุกประเภทที่มีค่า Re มากกว่า 4000 และพบว่าเหมาะสำหรับท่อเรียบ (ท่อทองเหลือง และท่อแก้ว เป็นต้น) จากสมการที่ (3.14) จะเห็นว่ามีค่า f ปรากฏอยู่ทั้งสองข้างของสมการ ดังนั้นถึงแม้จะรู้ค่า Re แล้วก็ตามก็ไม่สามารถแก้สมการหาค่า f ออกมาได้โดยตรงต้องสมมติค่า f แล้วใช้วิธีลองผิดลองถูกจนกว่าจะได้ค่า f ที่ถูกต้อง ดังนั้น Blasius (1913) จึงเสนอสมการที่เป็นค่าประมาณของสมการที่ (3.14) ดังนี้

$$f = \frac{0.316}{\text{Re}^{0.25}} \quad (3.15)$$

สมการที่ (3.15) ใช้กับท่อเรียบ เมื่อรู้ค่า Re สามารถคำนวณหา f ออกมาได้โดยตรงโดยที่ค่า Re มีค่าระหว่าง $4000 - 10^5$

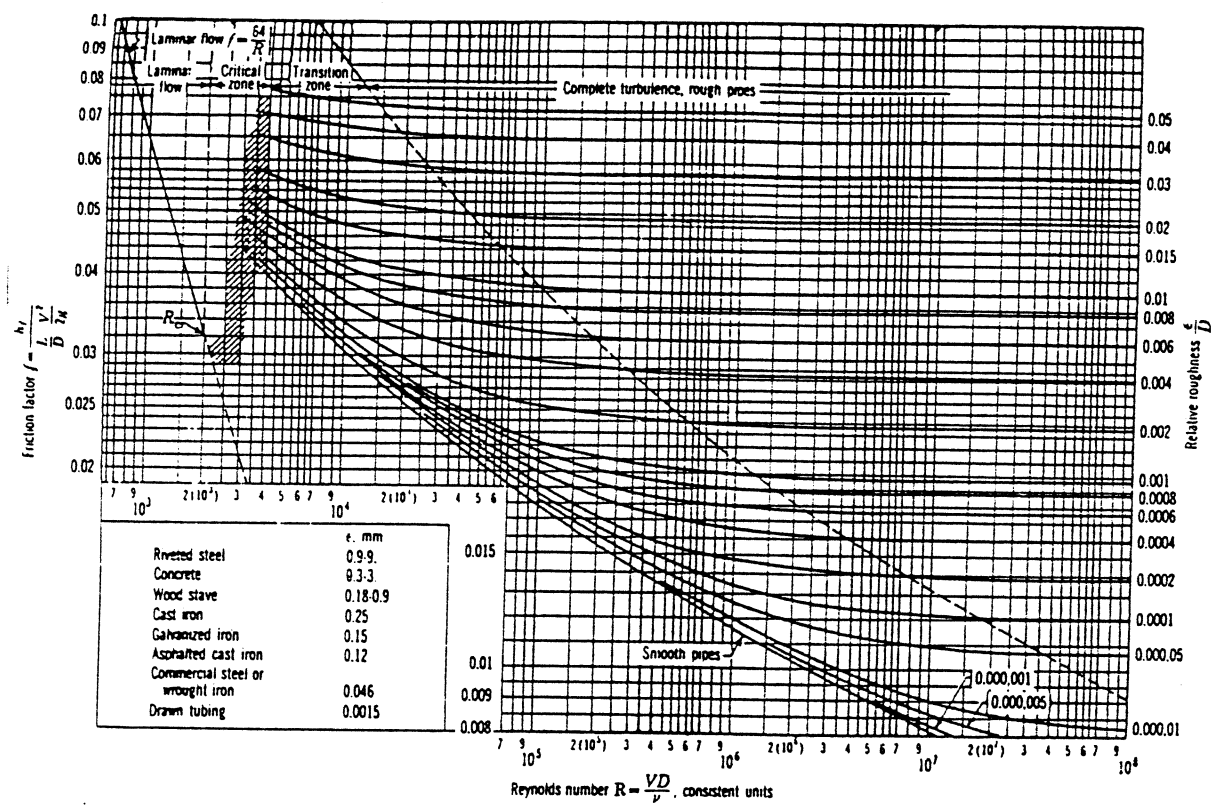
สำหรับการไหลในช่วง transition zone นั้น Colebrook และ White ได้ให้สมการสำหรับคำนวณค่า f ดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log\left(\frac{e}{D} + \frac{9.35}{\text{Re}\sqrt{f}}\right) \quad (3.16)$$

สมการ (3.16) ให้ค่า f ใกล้เคียงกับสมการ (3.14) สำหรับค่า e/D น้อยๆ และใกล้เคียงกับสมการ (3.13) สำหรับค่า Re สูงๆ ทั้งนี้สมการ (3.16) สามารถใช้คำนวณหา f สำหรับการไหลแบบ turbulent ได้ทุกชนิด สมการสำหรับคำนวณหา f สรุปไว้ในตารางที่ 3.2 และเพื่อความสะดวกในการหาค่า f จากสมการ (3.12) ถึง (3.16) L. F. Moody (1944) จึงได้จัดทำแผนภาพเพื่อหาค่า f ขึ้นมาเรียกว่า Moody Diagram ดังแสดงในรูปที่ 3.3

ตารางที่ 3.2 สรุปสมการหาค่า f สำหรับ Darcy-Weisbach Equation

Type of Flow	Equation Giving f	Range of Application
Laminar	$f = 64/\text{Re}$	$\text{Re} < 2100$
Smooth pipe	$f = 0.316/\text{Re}^{0.25}$	$4000 < \text{Re} < 10^5$
Smooth flow or Smooth pipe	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(\text{Re}\sqrt{f}) - 0.8$	$\text{Re} > 4000$
Transition zone	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log\left(\frac{e}{D} + \frac{9.35}{\text{Re}\sqrt{f}}\right)$	$\text{Re} > 4000$
Fully turbulent	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log\left(\frac{e}{D}\right)$	$\text{Re} > 4000$



รูปที่ 3.3 Moody Diagram