

ห้องสมุดงานวิจัย สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ



E46293



ECONOMIC MODEL FOR A VP MEWMA CONTROL CHART

MISS AOUFEAR NARTO

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENTS FOR
THE DEGREE OF DOCTOR OF PHILOSOPHY (APPLIED MATHEMATICS)
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE
KING MONKUT'S UNIVERSITY OF TECHNOLOGY THONBURI**

2010



Economic Model for A VP MEWMA Control Chart

Miss Aoumfar Nakto M.Sc. (Mathematics)

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy (Applied Mathematics)
Department of Mathematics
Faculty of Science
King Mongkut's University of Technology Thonburi
2010



Thesis Committee

- | | |
|--|-------------------------------------|
| <p>.....
 <i>W. Bodhisuwan</i>
 (Asst. Prof. Winai Bodhisuwan, Ph.D.)</p> | <p>Chairman of Thesis Committee</p> |
| <p>.....
 <i>Adisak Pongpullponsak</i>
 (Assoc. Prof. Adisak Pongpullponsak)</p> | <p>Member and Thesis Advisor</p> |
| <p>.....
 <i>Montip Tiensuwon</i>
 (Assoc. Prof. Montip Tiensuwon, Ph.D.)</p> | <p>Member</p> |
| <p>.....
 <i>Chaiya Dumkum</i>
 (Asst. Prof. Chaiya Dumkum, Ph.D.)</p> | <p>Member</p> |

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ตัวแบบทางเศรษฐศาสตร์สำหรับแผนภูมิควบคุมตัวแปรพารามิเตอร์ ของการเคลื่อนที่เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักที่กำลังแบบพหุ
หน่วยกิต	36
ผู้เขียน	นางสาวเอี่ยมฟ้า นาคโต
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ. อติศักดิ์ พงษ์พูลผลศักดิ์
หลักสูตร	ปรัชญาคุษุบัณฑิต
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
คณะ	วิทยาศาสตร์
พ.ศ.	2553

บทคัดย่อ

E46293

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อพัฒนาตัวแบบทางเศรษฐศาสตร์สำหรับแผนภูมิควบคุมของการเคลื่อนที่เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักกำลังหลายตัวแปรและแผนภูมิควบคุมของการเคลื่อนที่เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักกำลังแบบครึ่งวงกลมหลายตัวแปร พารามิเตอร์ตัวแปรคือ ขนาดการสุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก ขนาดการสุ่มตัวอย่างขนาดใหญ่ ช่วงของการสุ่มตัวอย่างช่วงสั้น ช่วงของการสุ่มตัวอย่างช่วงยาว ขอบเขตเดือนของแผนภูมิและขอบเขตควบคุมของแผนภูมิ การออกแบบค่าพารามิเตอร์และการหาค่าเฉลี่ยของการสูญเสียต่อชั่วโมงต่ำสุดใช้วิธีเงินเนติกอัลกอริทึม นอกจากนี้ยังศึกษาผลกระทบของค่าพารามิเตอร์ของแต่ละโมเดลของแผนภูมิทั้งสองโดยวิธีการวิเคราะห์ความไว ผลการศึกษาพบว่าค่าเฉลี่ยของการสูญเสียต่อชั่วโมง ช่วงของการสุ่มตัวอย่างช่วงสั้นและช่วงของการสุ่มตัวอย่างช่วงยาวของแผนภูมิควบคุมของการเคลื่อนที่เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักกำลังหลายตัวแปรมีค่าน้อยกว่าของแผนภูมิควบคุมของการเคลื่อนที่เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักกำลังแบบครึ่งวงกลมหลายตัวแปร ส่วนขนาดของตัวอย่างขนาดเล็กและขนาดของตัวอย่างขนาดใหญ่ของแผนภูมิควบคุมของการเคลื่อนที่เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักกำลังหลายตัวแปรมีค่ามากกว่าของแผนภูมิควบคุมของการเคลื่อนที่เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักกำลังแบบครึ่งวงกลมหลายตัวแปร

คำสำคัญ : แผนภูมิควบคุมของการเคลื่อนที่เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักกำลังแบบพหุ / แผนภูมิควบคุมครึ่งวงกลมของการเคลื่อนที่เฉลี่ยถ่วงน้ำหนักกำลังแบบพหุ / ตัวแปรพารามิเตอร์ / เงินเนติกอัลกอริทึม

Thesis Title	Economic Model for Variable Parameters MEWMA Control Chart
Thesis Credits	36
Candidate	Miss Aoumfar Nakto
Thesis Advisor	Assoc.Prof. Adisak Pongpullponsak
Program	Doctor of Philosophy
Field of Study	Applied Mathematics
Department	Mathematics
Faculty	Science
B.E.	2553

Abstract

E46293

The objectives of this research are to develop an economic model for a Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) control chart and Semi-Circle MEWMA control chart. Variable parameters are the small sample size, the large sample size, the short sampling interval, the long sampling interval, the warning limit and the action limit. The genetic algorithm (GA) is used to examine the design parameters and to minimize the expected hourly loss. Furthermore, the effects of model parameters on the optimal design of MEWMA control chart and Semi-Circle MEWMA control chart with variable parameters have been studied by sensitivity analysis. The results show that the expected hourly loss of MEWMA control chart is minimum, the short sampling interval and the long sampling interval of MEWMA control chart are less than those of Semi-Circle MEWMA control charts. The small sample size and the large sample size of MEWMA control chart are greater than those of Semi-Circle MEWMA control charts.

Keywords : MEWMA Control Chart / Semi-Circle MEWMA Control Chart / Variable Parameter / Genetic Algorithm.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author expresses the deepest gratitude to Assoc. Prof. Adisak Pongpulponsak, my thesis advisor, for his kindness help, cheerful guidance, suggestion, comment and discussion. The author is also gratefully indebted to the members of the examination committee, Assoc. Prof. Dr. Montip Tiensuwan, Asst. Prof. Dr. Winai Phosuwan, and Asst. Prof. Chaiya Dumkum, Assoc. Prof. Dr. Aungsana Juntdaeng, Assist. Pro. Dr. Nittaya Sumretphon and moreover, I am grateful to all the lecturers who taught me. Sincere thank to Mr. Pramote Charongrattanasakul, Asst. Prof. Dr. Chunchom Pongchavalit, Dr. Akrawiti Chindanuruk, for their kindness help. Thank to the Department of Mathematics, Faculty of Science, King Mongkut's University of Technology Thonburi for gave me a chance to study here. Thank to Rajamangala University of Technology Krungthep and Department of Mathematics, Faculty of Science for gave me chance and fund to study. Finally, the author expresses my deep gratitude to my family for always supported and encourage me during my studied.

CONTENTS

	PAGE
THAI ABSTRACT	ii
ENGLISH ABSTRACT	iii
ACKNOWLEDGEMENTS	iv
CONTENTS	v
LIST OF TABLES	vii
LIST OF FIGURES	ix
CHAPTER	
1. INTRODUCTION	1
1.1 Problem Statement	1
1.2 Objectives of Research	4
1.3 Scope of Research	4
1.4 Advantages of Research	5
2. REVIEW AND THEORETICAL OF BACKGROUND	6
2.1 Theoretical Background	6
2.1.1 Normal Distribution	6
2.1.2 Exponentially Distribution	6
2.1.3 Principle of Quality Control Chart	7
2.1.4 \bar{X} chart	12
2.1.5 Shewhart's Variable Parameter \bar{X} Control Chart	13
2.1.6 Exponentially Weighted Moving-Average (EWMA) chart	14
2.1.7 Multivariate EWMA (MEWMA) chart	16
2.1.8 Expected Value	18
2.1.9 Conditional Expectation	18
2.1.10 Mean and Variance	19
2.1.11 Absorbing State; Absorbing Markov Chains	20
2.1.12 Control Chart Interpretation	22
2.1.13 Average Run Length (ARL)	24
2.1.14 Economic Model of Production Process Model	25
2.1.15 Use of Quality Loss Function in the Optimization Model	33
2.1.16 Principle Genetic Algorithm	33
2.1.17 Basic Concept in Design of Experiments (DOE)	36
2.2.18 Principle Standard Orthogonal Arrays	38
2.2.18.1 The Approach of Orthogonal Arrays	38
2.2.19 Principle of Multiple Linear Regressions	44
2.2.20 Analysis of Data	46
2.2 Literature Reviews	48
3. METHODOLOGY	55
3.1 Consider EWMA Control Chart with Variable Parameters (VP EWMA) under Economic Model	55
3.1.1 Consider Cost Model of VP EWMA Control Chart	56

3.2	Consider Variable Parameters of MEWMA Control Chart (VP MEWMA) and Semi-Circle MEWMA Control Chart with Variable Parameters (VPSC MEWMA)	64
3.2.1	VP MEWMA Control Chart	64
3.2.2	VPSC MEWMA Control Chart	66
3.2.3	The Procedure	68
3.3	The Economic Performance of VP MEWMA, VPSC MEWMA Control Chart by Genetic Algorithm	74
4.	NUMERICAL EXAMPLE	77
4.1	VP EWMA Control Chart	77
4.1.1	Numerical Example	77
4.2	VP MEWMA Control Chart	92
4.2.1	Numerical Example and Sensitivity Analysis	92
4.2.2	Data analysis	96
4.3	VPSC MEWMA Control Chart	103
4.3.1	Numerical Example and Sensitivity Analysis	103
4.3.2	Data analysis	111
5.	CONCLUSION AND DISCUSSION	118
5.1	Conclusion	118
5.1.1	VP EWMA Control Chart	118
5.1.2	VP MEWMA Control Chart	119
5.1.3	VPSC MEWMA Control Chart	119
5.2	Discussion	120
5.3	Suggestion	120
5.4	Future Work	121
	REFERENCE	122
	APPENDIX	130
A.1	Probability type I error of \bar{X} control chart (Montgomery, 2001)	130
A.2	Probability type II error of \bar{X} control chart (Montgomery, 2001)	130
A.3	Probability type I error of EWMA control chart (Montgomery, 2001)	131
A.4	Probability type II error of EWMA control chart (Montgomery, 2001)	131
A.5	Normal distribution (Montgomery, 2001)	132
A.6	Chi-square distribution χ_p^2 (Montgomery, 2001)	133
A.7	The errors of the estimation (e_i) by using the method of least squares (Pongpullponsak, 2011)	134
B	M-File Function of Expected Hourly Loss	138
	CURRICULUM VITAE	143

LIST OF TABLES

TABLE	PAGE
2.1 Average Run Length of MEWMA	17
2.2 General form orthogonal arrays	40
2.3 Orthogonal array of $L_4 (2^3)$	40
2.4 Orthogonal array of $L_8 (2^7)$	41
2.5 Orthogonal array of $L_9 (3^4)$	41
2.6 Orthogonal array of $L_{12} (2^{11})$	42
2.7 Orthogonal array of $L_{16} (2^{15})$	42
2.8 Orthogonal array of $L'_{16} (4^5)$	43
2.9 Orthogonal array of $L_{18} (2^1 \times 3^7)$	43
2.10 Orthogonal array of $L_{25} (5^6)$	44
2.11 Notation for the Completely Design	48
2.12 The analysis of variance (ANOVA) table	48
3.1 The state of the Markov chain	70
4.1 The economic performance of VP EWMA control chart for $r = .05(.05).35$	78
4.2 The economic performance of VP EWMA control chart for $r = .4(.05).7$	79
4.3 Economic performance of VP EWMA control chart for $r = .75(.05).95$	80
4.4 The ARL_0^1 for k_1 of VP EWMA control chart: $r = .05(.05).5$	84
4.5 The ARL_0^1 for k_1 of VP EWMA control chart: $r = .55(.05).95$	86
4.6 The ARL_0^2 of k_2 of VP EWMA control chart: $r = .05(.05).5$	88
4.7 The ARL_0^2 of k_2 of VP EWMA control chart: $r = .55(.05).95$	90
4.8 Warning limit and control limit depend on r and p	92
4.9 Eleven model parameters and their level planning	93
4.10 Model parameter assignment in the L_{16} orthogonal array and the corresponding solution	94
4.11 The Optimal solution to the economic design of VP MEWMA control chart	95
4.12 The Optimal value of model parameters of VP MEWMA control chart	96
4.13 The Optimal values for four variables and the optimal value of the total hourly loss costs and total cost	96
4.14 SPSS output for the small sample size (n_1) of VP MEWMA control chart	98
4.15 SPSS output for the large sample size (n_2) of VP MEWMA control chart	100
4.16 SPSS output for long sampling interval (h_1) of VP MEWMA control chart	101
4.17 SPSS output for the short sampling interval (h_2) of VP MEWMA control chart	101
4.18 SPSS output for the hourly loss ($E(L)$) of VP MEWMA control chart	103
4.19 The sample data of VPSC MEWMA control chart	104
4.20 The VPSC MEWMA value of data when $n = 8, r = 0.2$	105
4.21 Example value of VPSC MEWMA from the collect data when $n = 4$	106
4.22 Warning limit and control limit depend on r and p of VPSC MEWMA control chart	108
4.23 Eleven model parameters and their level planning of VPSC MEWMA control chart	108
4.24 Model parameter assignment in the L_{16} orthogonal array and the corresponding solution of VPSC MEWMA control chart	109

4.25	The Optimal solution to the economic design of VPSC MEWMA control chart	110
4.26	The Optimal value of model parameters of VPSC MEWMA control chart	110
4.27	The Optimal value for three parameter, the optimal value of the total hourly loss and the average cost per unit of VPSC MEWMA control chart	111
4.28	SPSS output for long sampling interval (h_1) of VPSC MEWMA control chart	113
4.29	SPSS output for short sampling interval (h_2) of VPSC MEWMA control chart	115
4.30	SPSS output for hourly loss ($E(L)$) of VPSC MEWMA control chart	117

LIST OF FIGURES

FIGURE	PAGE
2.1 Exponential distribution	6
2.2 The exponential cumulative distribution function	7
2.3 Typical control chart	8
2.4 One or more points outside the control limits	10
2.5 Seven or more consecutive points on one side of the centerline	10
2.6 Six points in a row steadily increasing or decreasing	10
2.7 Fourteen points alternating up and down	11
2.8 Two out of three consecutive points in the outer third of the control region	11
2.9 Fifteen points in a row within the center third of the control region	11
2.10 Eight points on both sides of the centerline with none in the center third of the center third of the control region	12
2.11 Exponentially weighted moving-average (EWMA) charts	15
2.12 Ellipse control region	24
2.13 The fundamental cycle and operations of basic Genetic Algorithm	34
2.14 Levels of factors	36
2.15 Four Experiments	37
2.16 Notation and table shown here is a good way to express the full factorials conditions for a given set of factors included in the study	37
2.17 Orthogonal arrays used to design experiments	39
2.18 Process improvement using control chart	49
3.1 Show Control Region, In control state and Out of control state	67
3.2 Production cycle considered in the cost model	68
3.3 The solution procedure using genetic algorithm	76
4.1 ECTU of VP EWMA control chart $r = .05(.05).35$	81
4.2 ECTU of VP EWMA control chart $r = .4(.05).7$	82
4.3 ECTU of VP EWMA control chart $r = .75(.05).95$	83
4.4 The ARL_0^1 for k_1 of VP EWMA control chart: $r = .05(.05).5$	85
4.5 The ARL_0^1 for k_1 of VP EWMA control chart: $r = .55(.05).95$	87
4.6 The ARL_0^1 for k_2 of VP EWMA control chart: $r = .05(.05).5$	89
4.7 The ARL_0^1 for k_2 of VP EWMA control chart: $r = .55(.05).95$	91
4.8 VPSC MEWMA control chart: $n = 4, WL = 3.947, UCL = 5.8936$	107
4.9 VPSC MEWMA value with respect to time series	107