

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

โปรแกรมที่ใช้ในการหาค่าความเค้นและความเครียด

โปรแกรมที่ใช้ในการหาค่าความเค้นและความเครียดมี 4 ไฟล์ ซึ่งต้องใช้งานบนโปรแกรม Mathematica 4 คือ

- Stress-ring.nb ใช้ในการหาค่าความเค้นที่เกิดขึ้นของวงแหวน
- Stress-plate.nb ใช้ในการหาค่าความเค้นที่เกิดขึ้นของแผ่นระนาบกว้างมีรูกลม
- Strain-ring.nb ใช้ในการหาค่าความเครียดที่เกิดขึ้นของวงแหวน
- Strain-plate.nb ใช้ในการหาค่าความเครียดที่เกิดขึ้นของแผ่นระนาบกว้างมีรูกลม

สำหรับรายละเอียดของทั้งสี่ไฟล์ แสดงแนบมาในหน้า 70 ถึงหน้า 77 จะเห็นได้ว่าโปรแกรมมีอยู่สองส่วน คือ ส่วนแรกใช้ในการเคลียร์ค่าเดิม ส่วนที่สองใช้ในการคำนวณหาค่า

การใช้งานโปรแกรม

1. เปิดโปรแกรม Mathematica 4 และเปิดไฟล์ที่ต้องการใช้
2. ทำการเคลียร์ค่าเดิมทิ้ง ทำได้โดยเลือกตำแหน่งของเมาส์ไปยังหลังเครื่องหมาย . ของค่าที่ต้องการเคลียร์ ซึ่งอยู่ในส่วนแรกของโปรแกรม แล้วกด Enter ที่เป็นพิมพ์ในด้านตัวเลข ในการคำนวณต้องการทำการเปลี่ยนแปลงค่าใดต้องเคลียร์ค่าเดิมทิ้งก่อน
3. ทำการเติมค่าต่างๆของปัญหา และคุณสมบัติของวัสดุ โดยเติมค่าก่อนเครื่องหมาย ; ซึ่งอยู่ในส่วนที่สองของโปรแกรม เมื่อใส่ค่าครบแล้ว กด Enter ที่เป็นพิมพ์ในด้านตัวเลข จะได้ค่าความเค้นหรือความเครียดที่ต้องการ
4. เมื่อจะหาลองค์ประกอบค่าความเค้นหรือองค์ประกอบความเครียดอื่นในโปรแกรม กด Enter ที่เป็นพิมพ์ในด้านตัวเลข ในองค์ประกอบค่าความเค้นหรือองค์ประกอบความเครียดอื่นที่ต้องการ ก็จะได้ค่าตามต้องการ

รายการสัญลักษณ์ที่แสดงในโปรแกรม

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
a	รัศมีภายในของวงแหวน	m
b	รัศมีภายนอกของวงแหวน	m
r1	ตำแหน่งที่จะหาค่าของวงแหวน	m
r2	ตำแหน่งที่จะหาค่าของแผ่นระนาบกว้าง	m
θ_1	มุมที่จะหาค่าของวงแหวน	°
θ_2	มุมที่จะหาค่าของแผ่นระนาบกว้าง	°
E1	ค่าโมดูลัสของยังของวงแหวน	N/m ²
E2	ค่าโมดูลัสของยังของแผ่นระนาบกว้าง	N/m ²
σ_{r1}	ความเค้นในแนวรัศมีของวงแหวน	N/m ²
σ_{r2}	ความเค้นในแนวรัศมีของแผ่นระนาบกว้าง	N/m ²
$\sigma_{\theta 1}$	ความเค้นในแนวตั้งฉากกับรัศมีของวงแหวน	N/m ²
$\sigma_{\theta 2}$	ความเค้นในแนวตั้งฉากกับรัศมีของแผ่นระนาบกว้าง	N/m ²
$\tau_{\theta 1}$	ความเค้นเฉือนของวงแหวน	N/m ²
$\tau_{\theta 2}$	ความเค้นเฉือนของแผ่นระนาบกว้าง	N/m ²
ϵ_{r1}	ความเครียดในแนวรัศมีของวงแหวน	-
ϵ_{r2}	ความเครียดในแนวรัศมีของแผ่นระนาบกว้าง	-
$\epsilon_{\theta 1}$	ความเครียดในแนวตั้งฉากกับรัศมีของวงแหวน	-
$\epsilon_{\theta 2}$	ความเครียดในแนวตั้งฉากกับรัศมีของแผ่นระนาบกว้าง	-
$\gamma_{\theta 1}$	ความเครียดเฉือนของวงแหวน	-
$\gamma_{\theta 2}$	ความเครียดเฉือนของแผ่นระนาบกว้าง	-

File : stress - ring.nb

For determine stress in ring.

Part1 : Clear value

a=.

b=.

E1=.

E2=.

v1=.

v2=.

S=.

r1=.

e1=.

Part2 : Determine the Stress

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{S(b^2(-b^2(-1+v2)+b^2(1+v2))+4b^4\cos[2e1])}{2b^3E2\left(-\frac{s(b^2(-1+v1)-a^2(1+v1))}{2bE1}-\frac{s(a^2(1+v2)-b^2(1+v2))}{2bE2}\right)} - \\
 &\quad \left(4b^4E1\left(-\frac{S(-4a^2b^2+a^4(1+v1)-b^4(1+v1))\cos[2e1]}{2b^3E1}-\frac{S(4a^2b^2-4b^4-a^4(1+v2)+b^4(1+v2))\cos[2e1]}{2b^3E2}\right)\right) / \\
 &\quad \left((-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2v1-2a^2b^2E2v1+b^4E2v1-a^4E1v2+2a^2b^2E1v2-b^4E1v2)\right. \\
 &\quad \left.-\frac{S(b^2(-1+v1)-a^2(1+v1))}{2bE1}-\frac{S(a^2(1+v2)-b^2(1+v2))}{2bE2}\right); \\
 B &= (4b^4E1)/(-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2v1-2a^2b^2E2v1+b^4E2v1-a^4E1v2+2a^2b^2E1v2-b^4E1v2); \\
 \sigma_{r1} &= \frac{AS}{2} - \frac{a^2AS}{2r1^2} - \left(-\frac{BS}{2} - \frac{3a^4BS}{2r1^4} + \frac{2a^2BS}{r1^2}\right)\cos[2e1]; \\
 \sigma_{e1} &= \frac{AS}{2} + \frac{a^2AS}{2r1^2} + \left(-\frac{BS}{2} - \frac{3a^4BS}{2r1^4}\right)\cos[2e1]; \\
 \tau_{e1} &= \left(-\frac{BS}{2} + \frac{3a^4BS}{2r1^4} - \frac{a^2BS}{r1^2}\right)\sin[2e1]; \\
 a &= ; \\
 b &= ; \\
 E1 &= ; \\
 E2 &= ; \\
 v1 &= ; \\
 v2 &= ;
 \end{aligned}$$

```
S = ;  
r1 = ;  
e1 = ;  
orl
```

```
orl
```

```
xorl
```

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Chiang Mai University

File : stress - plate.nb

For determine stress in infinite plate with hole.

Part1 : Clear value

a=.

b=.

E1=.

E2=.

v1=.

v2=.

S=.

r2=.

θ2=.

Part2 : Determine the Stress

$$A = \frac{S(b^2(-1+v2) + b^2(1+v2)) + 4b^4 \cos[2\theta2]}{2b^3 E2 \left(-\frac{S(b^2(-1+v1) - a^2(1+v1))}{2bE1} - \frac{S(a^2(1+v2) - b^2(1+v2))}{2bE2} \right) - \left(4b^4 E1 \left(-\frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v1) - b^4(1+v1)) \cos[2\theta2]}{2b^3 E1} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v2) + b^4(1+v2)) \cos[2\theta2]}{2b^3 E2} \right) \right) / \left((-a^4 E1 - 2a^2 b^2 E1 + 3b^4 E1 + a^4 E2 + 2a^2 b^2 E2 + b^4 E2 + a^4 E2 v1 - 2a^2 b^2 E2 v1 + b^4 E2 v1 - a^4 E1 v2 + 2a^2 b^2 E1 v2 - b^4 E1 v2) \left(-\frac{S(b^2(-1+v1) - a^2(1+v1))}{2bE1} - \frac{S(a^2(1+v2) - b^2(1+v2))}{2bE2} \right) \right) ;$$

$$B = (4b^4 E1) / (-a^4 E1 - 2a^2 b^2 E1 + 3b^4 E1 + a^4 E2 + 2a^2 b^2 E2 + b^4 E2 + a^4 E2 v1 - 2a^2 b^2 E2 v1 + b^4 E2 v1 - a^4 E1 v2 + 2a^2 b^2 E1 v2 - b^4 E1 v2) ;$$

$$\sigma_{r2} = \frac{S}{2} + \frac{-a^2 AS - b^2 S + Ab^2 S}{2r2^2} - \left(-\frac{S}{2} + \frac{2(b^2 S + a^2 BS - b^2 BS)}{r2^2} + \frac{3(-b^4 S - a^4 BS + b^4 BS)}{2r2^4} \right) \cos[2\theta2] ;$$

$$\sigma_{\theta2} = \frac{S}{2} - \frac{-a^2 AS - b^2 S + Ab^2 S}{2r2^2} + \left(-\frac{S}{2} + \frac{3(-b^4 S - a^4 BS + b^4 BS)}{2r2^4} \right) \cos[2\theta2] ;$$

$$\tau_{r\theta2} = \left(-\frac{S}{2} - \frac{b^2 S + a^2 BS - b^2 BS}{r2^2} - \frac{3(-b^4 S - a^4 BS + b^4 BS)}{2r2^4} \right) \sin[2\theta2] ;$$

a = ;
b = ;
E1 = ;
E2 = ;
v1 = ;
v2 = ;
S = ;
r2 = ;
e2 = ;
σr2

σe2

τe2

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Chiang Mai University

File : strain-ring.nb

For determine strain in ring.

Part1 : Clear value

a=.

b=.

E1=.

E2=.

v1=.

v2=.

S=.

r1=.

θ1=.

Part2 : Determine the strain

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{S(b^2(-1+v2) + b^2(1+v2)) + 4b^4 \cos[2\theta1]}{2b^3 E2 \left(-\frac{S(b^2(-1+v1) - a^2(1+v1))}{2bE1} - \frac{S(a^2(1+v2) - b^2(1+v2))}{2bE2} \right)} \\
 &\quad \left(4b^4 E1 \left(-\frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v1) - b^4(1+v1)) \cos[2\theta1]}{2b^3 E1} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v2) + b^4(1+v2)) \cos[2\theta1]}{2b^3 E2} \right) \right) / \\
 &\quad \left((-a^4 E1 - 2a^2 b^2 E1 + 3b^4 E1 + a^4 E2 + 2a^2 b^2 E2 + b^4 E2 + a^4 E2 v1 - \right. \\
 &\quad \left. 2a^2 b^2 E2 v1 + b^4 E2 v1 - a^4 E1 v2 + 2a^2 b^2 E1 v2 - b^4 E1 v2) \right. \\
 &\quad \left. \left(-\frac{S(b^2(-1+v1) - a^2(1+v1))}{2bE1} - \frac{S(a^2(1+v2) - b^2(1+v2))}{2bE2} \right) \right); \\
 B &= (4b^4 E1) / (-a^4 E1 - 2a^2 b^2 E1 + 3b^4 E1 + a^4 E2 + 2a^2 b^2 E2 + b^4 E2 + \\
 &\quad a^4 E2 v1 - 2a^2 b^2 E2 v1 + b^4 E2 v1 - a^4 E1 v2 + 2a^2 b^2 E1 v2 - b^4 E1 v2); \\
 \epsilon r1 &= \frac{1}{2E1 r1^4} (S(-Ar1^2(r1^2(-1+v1) + a^2(1+v1)) + \\
 &\quad B(-4a^2 r1^2 + 3a^4(1+v1) + r1^4(1+v1)) \cos[2\theta1])); \\
 \epsilon \theta1 &= -\frac{1}{2E1 r1^4} (S(Ar1^2(r1^2(-1+v1) - a^2(1+v1)) + \\
 &\quad B(-4a^2 r1^2 v1 + 3a^4(1+v1) + r1^4(1+v1)) \cos[2\theta1])); \\
 \gamma_{r\theta1} &= -\frac{B(-3a^4 + 2a^2 r1^2 + r1^4) S \cos[\theta1] \sin[\theta1]}{Gr1^4};
 \end{aligned}$$

```
a= ;  
b= ;  
E1= ;  
E2= ;  
v1= ;  
v2= ;  
s= ;  
r1= ;  
e1= ;  
er1  
  
ee1  
  
yr1
```

File : strain-plate.nb

For determine strain in infinite plate with hole.

Part1 : Clear value

a=.

b=.

E1=.

E2=.

v1=.

v2=.

S=.

r2=.

θ2=.

Part2 : Determine the strain

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{S(b^2(-b^2(-1+v2)+b^2(1+v2))+4b^4\cos[2\theta2])}{2b^3E2\left(-\frac{S(b^2(-1+v1)-a^2(1+v1))}{2bE1}-\frac{S(a^2(1+v2)-b^2(1+v2))}{2bE2}\right)} - \\
 & \left(4b^4E1\left(-\frac{S(-4a^2b^2+a^4(1+v1)-b^4(1+v1))\cos[2\theta2]}{2b^3E1}-\frac{S(4a^2b^2-4b^4-a^4(1+v2)+b^4(1+v2))\cos[2\theta2]}{2b^3E2}\right)\right) / \\
 & \left((-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2v1-2a^2b^2E2v1+b^4E2v1-a^4E1v2+2a^2b^2E1v2-b^4E1v2)\right. \\
 & \left.-\frac{S(b^2(-1+v1)-a^2(1+v1))}{2bE1}-\frac{S(a^2(1+v2)-b^2(1+v2))}{2bE2}\right); \\
 B = & (4b^4E1)/(-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2v1-2a^2b^2E2v1+b^4E2v1-a^4E1v2+2a^2b^2E1v2-b^4E1v2); \\
 \epsilon_{r2} = & \frac{1}{2E2r2^4} \\
 & (S(-r2^2(r2^2(-1+v2)+a^2A(1+v2)-(-1+A)b^2(1+v2))+ \\
 & (4b^2(-1+B)r2^2-4a^2Br2^2-3b^4(-1+B)(1+v2)+3a^4B(1+v2) \\
 & +r2^4(1+v2))\cos[2\theta2]));
 \end{aligned}$$

$\epsilon\theta 2 =$

$$-\frac{1}{2 E2 r2^4} \left(S \left(r2^2 \left(r2^2 (-1+v2) - a^2 A (1+v2) + (-1+A) b^2 (1+v2) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. \left(4 b^2 (-1+B) r2^2 v2 - 4 a^2 B r2^2 v2 - 3 b^4 (-1+B) (1+v2) + 3 a^4 B (1+v2) \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + r2^4 (1+v2) \right) \cos[2 \theta 2] \right) \right); \\ \gamma\theta 2 = -\frac{1}{2 G r2^4} \left(\left(3 b^4 (-1+B) - 3 a^4 B - 2 b^2 (-1+B) r2^2 + 2 a^2 B r2^2 + r2^4 \right) S \sin[2 \theta 2] \right);$$

$a = ;$

$b = ;$

$E1 = ;$

$E2 = ;$

$v1 = ;$

$v2 = ;$

$S = ;$

$r2 = ;$

$\theta 2 = ;$

$\epsilon r2$

$\epsilon\theta 2$

$\gamma\theta 2$

ภาคผนวก ข

การตรวจสอบโปรแกรม

การตรวจสอบ โปรแกรมที่ได้ทำการตรวจสอบไปนั้นได้ทำอยู่สองส่วน คือ ส่วนแรกทำการตรวจสอบโปรแกรมโดยแทนค่า $E_1=E_2$ และแทนค่า $v_1=v_2$ เพื่อตรวจสอบค่าความเค้นที่เกิดขึ้น พบว่าค่าความเค้นที่ได้จากสมการความเค้นของวงแหวน และค่าความเค้นที่ได้จากสมการความเค้นของแผ่นระนาบกว้างมีค่าเท่ากัน และเท่ากับค่าความเค้นของสมการแผ่นระนาบกว้างมีรูปกลมวัสดุเดียวรับแรงดึงแผ่กระจายสม่ำเสมอแนวเดียว หรือ สมการของ Kirsh ส่วนที่สองทำการตรวจสอบโดยแทนค่าความเค้นในส่วนของวงแหวนโดยทำการแทนค่า $r_1=a$ ที่ตำแหน่ง $\theta=0^\circ$ และ $\theta=90^\circ$ โดยแทนค่า $E_1=E_2$ และแทนค่า $v_1=v_2$ พบว่าค่าความเค้นในแนวตั้งฉากกับรัศมีที่เกิดขึ้นที่ตำแหน่ง $\theta=90^\circ$ มีค่าเป็น 3 เท่าของค่าความเค้นที่กระทำที่ขอบนอกของแผ่นระนาบ ซึ่งตรงกับค่าที่ได้จากสมการของ Kirsh

แสดงการตรวจสอบโปรแกรม ในหน้า 79 ถึงหน้า 88

File : stress - ring (test1) .nb

For determine stress in ring.

Test program : $E1 = E2 = E$ and $v1 = v2 = v$

Part1 : Clear value

a=.

b=.

E1=.

E2=.

v1=.

v2=.

S=.

r1=.

θ1=.

Part2 : Determine the Stress

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{S(b^2(-1+v2) + b^2(1+v2)) + 4b^4 \cos[2\theta1]}{2b^3 E2 \left(-\frac{S(b^2(-1+v1) - a^2(1+v1))}{2bE1} - \frac{S(a^2(1+v2) - b^2(1+v2))}{2bE2} \right)} - \\
 & \left(4b^4 E1 \left(-\frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v1) - b^4(1+v1)) \cos[2\theta1]}{2b^3 E1} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v2) + b^4(1+v2)) \cos[2\theta1]}{2b^3 E2} \right) \right) / \\
 & \left((-a^4 E1 - 2a^2 b^2 E1 + 3b^4 E1 + a^4 E2 + 2a^2 b^2 E2 + b^4 E2 + a^4 E2 v1 - \right. \\
 & \quad \left. 2a^2 b^2 E2 v1 + b^4 E2 v1 - a^4 E1 v2 + 2a^2 b^2 E1 v2 - b^4 E1 v2) \right. \\
 & \quad \left. \left(-\frac{S(b^2(-1+v1) - a^2(1+v1))}{2bE1} - \frac{S(a^2(1+v2) - b^2(1+v2))}{2bE2} \right) \right); \\
 B = & (4b^4 E1) / (-a^4 E1 - 2a^2 b^2 E1 + 3b^4 E1 + a^4 E2 + 2a^2 b^2 E2 + b^4 E2 + \\
 & \quad a^4 E2 v1 - 2a^2 b^2 E2 v1 + b^4 E2 v1 - a^4 E1 v2 + 2a^2 b^2 E1 v2 - b^4 E1 v2); \\
 \sigma_{r1} = & \frac{AS}{2} - \frac{a^2 AS}{2r1^2} - \left(-\frac{BS}{2} - \frac{3a^4 BS}{2r1^4} + \frac{2a^2 BS}{r1^2} \right) \cos[2\theta1]; \\
 \sigma_{\theta1} = & \frac{AS}{2} + \frac{a^2 AS}{2r1^2} + \left(-\frac{BS}{2} - \frac{3a^4 BS}{2r1^4} \right) \cos[2\theta1]; \\
 \tau_{r\theta1} = & \left(-\frac{BS}{2} + \frac{3a^4 BS}{2r1^4} - \frac{a^2 BS}{r1^2} \right) \sin[2\theta1];
 \end{aligned}$$

$a = a;$
 $b = b;$
 $E1 = E;$
 $E2 = E;$
 $v1 = v;$
 $v2 = v;$
 $S = S;$
 $r1 = r;$
 $\theta1 = \theta;$
 $\sigma r1$

$$\begin{aligned}
 & - \left(-\frac{S}{2} - \frac{3a^4 S}{2r^4} + \frac{2a^2 S}{r^2} \right) \cos[2\theta] + \frac{1}{2} S \left(\frac{S(b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)) + 4b^4 \cos[2\theta])}{2b^3 e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right) - \\
 & \quad \frac{1}{2r^2} \left(a^2 S \left(\frac{S(b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)) + 4b^4 \cos[2\theta])}{2b^3 e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right) \right)
 \end{aligned}$$

Simplify[$\sigma r1$]

$$\frac{(-a^2 + r^2) S(r^2 + (-3a^2 + r^2) \cos[2\theta])}{2r^4}$$

$\sigma \theta 1$

$$\begin{aligned}
 & \left(-\frac{S}{2} - \frac{3a^4 S}{2r^4} \right) \cos[2\theta] + \frac{1}{2} S \left(\frac{S(b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)) + 4b^4 \cos[2\theta])}{2b^3 e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right) + \\
 & \quad \frac{1}{2r^2} \left(a^2 S \left(\frac{S(b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)) + 4b^4 \cos[2\theta])}{2b^3 e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right) \right)
 \end{aligned}$$

Simplify[$\sigma \theta 1$]

$$\frac{S(r^2(a^2 + r^2) - (3a^4 + r^4) \cos[2\theta])}{2r^4}$$

$$\frac{1}{r^3} \left(-\frac{S}{2} + \frac{3a^4 S}{2r^4} - \frac{a^2 S}{r^2} \right) \sin[2\theta]$$

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Chiang Mai University

File : stress - plate (test1) .nb

For determine stress in infinite plate with hole.

Part1 : Clear value

a=.

b=.

E1=.

E2=.

v1=.

v2=.

S=.

r2=.

θ2=.

Part2 : Determine the Stress

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{S(b^2(-b^2(-1+v2)+b^2(1+v2))+4b^4\cos[2\theta2])}{2b^3E2\left(-\frac{s(b^2(-1+v1)-a^2(1+v1))}{2bE1}-\frac{s(a^2(1+v2)-b^2(1+v2))}{2bE2}\right)} - \\
 & \left(4b^4E1\left(-\frac{S(-4a^2b^2+a^4(1+v1)-b^4(1+v1))\cos[2\theta2]}{2b^3E1}-\frac{S(4a^2b^2-4b^4-a^4(1+v2)+b^4(1+v2))\cos[2\theta2]}{2b^3E2}\right)\right) / \\
 & \left((-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2v1-2a^2b^2E2v1+b^4E2v1-a^4E1v2+2a^2b^2E1v2-b^4E1v2)\right. \\
 & \left.-\frac{S(b^2(-1+v1)-a^2(1+v1))}{2bE1}-\frac{S(a^2(1+v2)-b^2(1+v2))}{2bE2}\right); \\
 B = & (4b^4E1)/(-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2v1-2a^2b^2E2v1+b^4E2v1-a^4E1v2+2a^2b^2E1v2-b^4E1v2); \\
 \sigma_{r2} = & \frac{S}{2} + \frac{-a^2AS-b^2S+Ab^2S}{2r2^2} - \left(-\frac{S}{2} + \frac{2(b^2S+a^2BS-b^2BS)}{r2^2} + \frac{3(-b^4S-a^4BS+b^4BS)}{2r2^4}\right)\cos[2\theta2]; \\
 \sigma_{\theta2} = & \frac{S}{2} - \frac{-a^2AS-b^2S+Ab^2S}{2r2^2} + \left(-\frac{S}{2} + \frac{3(-b^4S-a^4BS+b^4BS)}{2r2^4}\right)\cos[2\theta2]; \\
 \tau_{r\theta2} = & \left(-\frac{S}{2} - \frac{b^2S+a^2BS-b^2BS}{r2^2} - \frac{3(-b^4S-a^4BS+b^4BS)}{2r2^4}\right)\sin[2\theta2];
 \end{aligned}$$

$a = a;$
 $b = b;$
 $E1 = E;$
 $E2 = E;$
 $v1 = v;$
 $v2 = v;$
 $S = S;$
 $r2 = r;$
 $\theta2 = \theta;$

or2

$$\begin{aligned}
 & \frac{S}{2} - \left(-\frac{S}{2} - \frac{3a^4 S}{2r^4} + \frac{2a^2 S}{r^2} \right) \cos[2\theta] + \\
 & \frac{1}{2r^2} \left(-b^2 S - a^2 S \left(\frac{S(b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)) + 4b^4 \cos[2\theta])}{2b^3 e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right) \right) + \\
 & b^2 S \left(\frac{S(b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)) + 4b^4 \cos[2\theta])}{2b^3 e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} - \right. \\
 & \quad \left. - \frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right) \Bigg)
 \end{aligned}$$

Simplify[or2]

$$\frac{(-a^2 + r^2) S(r^2 + (-3a^2 + r^2) \cos[2\theta])}{2r^4}$$

or2

$$\begin{aligned}
 & \frac{S}{2} + \left(-\frac{S}{2} - \frac{3a^4 S}{2r^4} \right) \cos[2\theta] - \frac{1}{2r^2} \left(-b^2 S - a^2 S \left(\frac{S(b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)) + 4b^4 \cos[2\theta])}{2b^3 e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} - \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. - \frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right) \right) + \\
 & b^2 S \left(\frac{S(b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)) + 4b^4 \cos[2\theta])}{2b^3 e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} - \right. \\
 & \quad \left. - \frac{S(-4a^2 b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} - \frac{S(4a^2 b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v)) \cos[2\theta]}{2b^3 e} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right) \Bigg)
 \end{aligned}$$

Simplify[$\cos 2\theta$]

$$\frac{S(r^2(a^2 + r^2) - (3a^4 + r^4)\cos[2\theta])}{2r^4}$$

$\cos 2\theta$

$$\left(-\frac{S}{2} + \frac{3a^4 S}{2r^4} - \frac{a^2 S}{r^2}\right)\sin[2\theta]$$

มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Chiang Mai University

File : stress - ring (test2) .nb

For determine stress in ring.

Test program : $E1 = E2 = E$, $v1 = v2 = v$, $r1 = a$, $\theta1 = 0$

Part1 : Clear value

a=.

b=.

E1=.

E2=.

v1=.

v2=.

S=.

r1=.

\theta1=.

Part2 : Determine the Stress

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{S(b^2(-b^2(-1+v2)+b^2(1+v2))+4b^4\cos[2\theta1])}{2b^3E2\left(-\frac{S(b^2(-1+v1)-a^2(1+v1))}{2bE1}-\frac{S(a^2(1+v2)-b^2(1+v2))}{2bE2}\right)} - \\
 & \left(4b^4E1\left(-\frac{S(-4a^2b^2+a^4(1+v1)-b^4(1+v1))\cos[2\theta1]}{2b^3E1}-\frac{S(4a^2b^2-4b^4-a^4(1+v2)+b^4(1+v2))\cos[2\theta1]}{2b^3E2}\right)\right) / \\
 & \left((-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2v1-2a^2b^2E2v1+b^4E2v1-a^4E1v2+2a^2b^2E1v2-b^4E1v2)\right. \\
 & \left.-\frac{S(b^2(-1+v1)-a^2(1+v1))}{2bE1}-\frac{S(a^2(1+v2)-b^2(1+v2))}{2bE2}\right) \Bigg) ; \\
 B = & (4b^4E1) / (-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2v1-2a^2b^2E2v1+b^4E2v1-a^4E1v2+2a^2b^2E1v2-b^4E1v2) ; \\
 \sigma_{r1} = & \frac{AS}{2} - \frac{a^2AS}{2r1^2} - \left(-\frac{BS}{2} - \frac{3a^4BS}{2r1^4} + \frac{2a^2BS}{r1^2}\right) \cos[2\theta1] ; \\
 \sigma_{\theta1} = & \frac{AS}{2} + \frac{a^2AS}{2r1^2} + \left(-\frac{BS}{2} - \frac{3a^4BS}{2r1^4}\right) \cos[2\theta1] ; \\
 \tau_{r\theta1} = & \left(-\frac{BS}{2} + \frac{3a^4BS}{2r1^4} - \frac{a^2BS}{r1^2}\right) \sin[2\theta1] ;
 \end{aligned}$$

```

a= a;
b= b;
E1= E;
E2= E;
v1= v;
v2= v;
S= S;
r1= a;
e1= 0;
o1
0

```

```
o1
```

$$\begin{aligned}
 & -2S + S \left(\frac{S(4b^4 + b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)))}{2b^3e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} - \right. \\
 & \quad \left. \frac{\frac{S(-4a^2b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v))}{2b^3e} - \frac{S(4a^2b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v))}{2b^3e}}{-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be}} \right)
 \end{aligned}$$

```
Simplify[o1]
```

```
-S
```

```
r1
```

```
0
```

File : stress - ring (test3) .nb

For determine stress in ring.

Test program : $E1 = E2 = E$, $\nu1 = \nu2 = \nu$, $r1 = a$, $\theta1 = \pi/2$

Part1 : Clear value

a=.

b=.

E1=.

E2=.

$\nu1=.$

$\nu2=.$

S=.

r1=.

$\theta1=.$

Part2 : Determine the Stress

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{S(b^2(-b^2(-1+\nu2)+b^2(1+\nu2))+4b^4\cos[2\theta1])}{2b^3E2\left(-\frac{S(b^2(-1+\nu1)-a^2(1+\nu1))}{2bE1}-\frac{S(a^2(1+\nu2)-b^2(1+\nu2))}{2bE2}\right)} - \\
 & \left(4b^4E1\left(-\frac{S(-4a^2b^2+a^4(1+\nu1)-b^4(1+\nu1))\cos[2\theta1]}{2b^3E1}-\frac{S(4a^2b^2-4b^4-a^4(1+\nu2)+b^4(1+\nu2))\cos[2\theta1]}{2b^3E2}\right)\right) / \\
 & \left((-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2\nu1-2a^2b^2E2\nu1+b^4E2\nu1-a^4E1\nu2+2a^2b^2E1\nu2-b^4E1\nu2)\right. \\
 & \left. \left(-\frac{S(b^2(-1+\nu1)-a^2(1+\nu1))}{2bE1}-\frac{S(a^2(1+\nu2)-b^2(1+\nu2))}{2bE2}\right)\right); \\
 B = & (4b^4E1)/(-a^4E1-2a^2b^2E1+3b^4E1+a^4E2+2a^2b^2E2+b^4E2+a^4E2\nu1-2a^2b^2E2\nu1+b^4E2\nu1-a^4E1\nu2+2a^2b^2E1\nu2-b^4E1\nu2); \\
 \sigma_{r1} = & \frac{AS}{2} - \frac{a^2AS}{2r1^2} - \left(-\frac{BS}{2} - \frac{3a^4BS}{2r1^4} + \frac{2a^2BS}{r1^2}\right)\cos[2\theta1]; \\
 \sigma_{\theta1} = & \frac{AS}{2} + \frac{a^2AS}{2r1^2} + \left(-\frac{BS}{2} - \frac{3a^4BS}{2r1^4}\right)\cos[2\theta1]; \\
 \tau_{r\theta1} = & \left(-\frac{BS}{2} + \frac{3a^4BS}{2r1^4} - \frac{a^2BS}{r1^2}\right)\sin[2\theta1];
 \end{aligned}$$

```

a= a;
b= b;
E1= E;
E2= E;
v1= v;
v2= v;
S= S;
r1= a;
e1= Pi/2 ;
o1

```

```
0
```

```
o1
```

$$2S + S \left(\frac{S(-4b^4 + b^2(-b^2(-1+v) + b^2(1+v)))}{2b^3e \left(-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be} \right)} - \frac{\frac{S(-4a^2b^2 + a^4(1+v) - b^4(1+v))}{2b^3e} + \frac{S(4a^2b^2 - 4b^4 - a^4(1+v) + b^4(1+v))}{2b^3e}}{-\frac{S(b^2(-1+v) - a^2(1+v))}{2be} - \frac{S(a^2(1+v) - b^2(1+v))}{2be}} \right)$$

```
Simplify[o1]
```

```
3S
```

```
tr1
```

```
0
```

ภาคผนวก ก

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจาก
วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ GPa}$	$\nu_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ GPa}$	$\nu_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.1

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\theta r} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-2,575	-457,617	-459,490	0	2,777
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	3,890	1,215,140	1,222,300	0	-8,749
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	-22,018	20,915	-299,670	-317,370	0	23
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	87,752	85,680	991,457	1,014,100	0	-4,569
plate, $r=b$, $\theta=0$	-22,018	-27,682	-842,056	-892,260	0	5,049
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	87,752	112,350	2,776,320	2,846,100	0	-23,199
plate, $r=10b$, $\theta=0$	976,773	999,670	4,586	60,865	0	317
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	13,884	227	1,004,760	967,740	0	-235

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ GPa}$	$\nu_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ GPa}$	$\nu_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.25

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_c \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\theta\phi} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-6,349	-571,226	-495,670	0	5,847
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	15,896	1,402,090	1,332,000	0	-14,938
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	-17,166	-8,612	-236,820	-247,630	0	-2,549
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	166,721	153,900	918,126	931,790	0	-2,734
plate, $r=b, \theta=0$	-17,166	-7,514	-665,594	-700,690	0	1,141
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	166,721	176,000	2,516,040	2,568,500	0	-18,016
plate, $r=10b, \theta=0$	978,841	999,770	4,331	54,797	0	241
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	12,654	194	1,004,170	971,260	0	-186

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ GPa}$	$\nu_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ GPa}$	$\nu_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\phi\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-6,318	-669,966	-485,230	0	5,872
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	19,737	1,594,740	1,419,400	0	-17,957
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	43,281	69,682	-162,729	-173,020	0	-3,711
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	213,600	185,640	830,618	843,870	0	204
plate, $r=b, \theta=0$	43,281	74,338	-492,762	-537,270	0	-1,026
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	213,600	197,260	2,235,880	2,294,400	0	-11,406
plate, $r=10b, \theta=0$	981,487	999,840	4,018	47,187	0	111
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	11,081	91	1,003,410	975,470	0	-101

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์หาค่าความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.75

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-5,530	-706,406	-472,640	0	5,570
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	19,208	1,698,810	1,473,000	0	-18,936
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	122,119	155,590	-115,817	-129,330	0	-3,296
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	212,059	178,230	774,045	790,610	0	930
plate, $r=b, \theta=0$	122,119	160,020	-409,411	-468,030	0	-1,141
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	212,059	185,940	2,075,230	2,146,100	0	-8,396
plate, $r=10b, \theta=0$	983,391	999,920	3,736	42,357	0	84
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	9,950	59	1,002,920	978,030	0	-69

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์หาค่าความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-5,855	-714,958	-474,760	0	4,824
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	20,193	1,756,820	1,526,900	0	-18,017
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	196,550	230,560	-85,448	-101,440	0	-2,725
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	194,148	160,540	736,610	755,050	0	945
plate, $r=b, \theta=0$	196,550	234,100	-370,489	-437,160	0	-825
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	194,148	166,640	1,979,790	2,055,500	0	-6,825
plate, $r=10b, \theta=0$	984,782	999,940	3,478	38,941	0	-68
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	9,124	37	1,002,610	979,770	0	43

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากทฤษฎีการหักเหซึ่งความเค้นกับความถี่ไฟฟ้าในเซลล์ลิเทียม

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\phi\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-6,725	-704,264	-491,960	0	5,370
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	20,417	1,810,980	1,610,300	0	-18,751
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	313,135	340,150	-50,850	-67,370	0	-1,831
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	151,687	126,320	692,747	711,590	0	795
plate, $r=b, \theta=0$	313,135	342,170	-346,586	-411,230	0	-92
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	151,687	130,910	1,881,760	1,953,300	0	-5,330
plate, $r=10b, \theta=0$	986,606	999,850	3,059	34,312	0	-148
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	8,042	72	1,002,290	982,090	0	85

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 3

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-12,765	-686,796	-512,820	0	10,944
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	39,061	1,832,250	1,669,600	0	-35,560
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	391,852	411,800	-33,006	-48,926	0	-2,154
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	117,239	98,863	669,370	687,130	0	1,039
plate, $r=b, \theta=0$	391,852	413,810	-346,209	-403,640	0	306
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	117,239	106,540	1,837,120	1,901,400	0	-8,670
plate, $r=10b, \theta=0$	987,695	999,910	2,761	31,750	0	92
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	7,396	60	1,002,150	983,260	0	-65

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 4

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\phi} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-15,431	-659,736	-539,790	0	11,900
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	42,918	1,846,490	1,748,500	0	-39,791
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	482,372	496,220	-16,244	-28,478	0	-1,031
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	73,920	62,420	646,708	660,700	0	438
plate, $r=b$, $\theta=0$	482,372	496,090	-356,508	-400,510	0	1,085
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	73,920	68,725	1,800,220	1,849,200	0	-6,595
plate, $r=10b$, $\theta=0$	988,856	999,790	2,403	28,686	0	220
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	6,707	138	1,002,030	984,810	0	-142

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-19,081	-643,567	-561,730	0	16,501
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	72,047	1,850,460	1,780,500	0	-66,085
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	528,761	538,970	-8,893	-18,600	0	-1,035
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	50,549	42,642	636,479	648,020	0	657
plate, $r=b, \theta=0$	528,761	537,990	-365,326	-399,480	0	2,217
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	50,549	52,521	1,786,020	1,826,500	0	-10,631
plate, $r=10b, \theta=0$	989,422	999,880	2,213	27,393	0	117
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	6,371	78	1,001,990	985,440	0	-80

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	อลูมิเนียม	$E_1 = 70 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 10

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-39,666	-618,089	-576,000	0	-18,010
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	114,070	1,852,930	1,785,600	0	45,770
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	595,351	602,070	439	-4,508	0	178
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	15,895	11,611	623,155	630,040	0	-68
plate, $r=b, \theta=0$	595,351	600,350	-381,472	-400,280	0	1,829
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	15,895	17,197	1,770,230	1,794,200	0	-5,840
plate, $r=10b, \theta=0$	990,207	999,820	1,932	25,290	0	-168
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	5,906	986,530	1,001,960	116	0	113

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์ทั้งจากความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	พังกสตัน	$E_1 = 340 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.2$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.25

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-5,449	-1,075,520	-1,446,400	0	17,415
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	34,130	3,952,480	4,326,100	0	-48,081
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	77,453	25,190	-149,095	-174,580	0	-12,070
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	440,401	47,898	2,508,210	2,540,100	0	-6,068
plate, $r=b$, $\theta=0$	77,453	53,484	-73,579	-89,251	0	-12,707
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	440,401	477,050	1,555,720	1,580,400	0	3,041
plate, $r=10b$, $\theta=0$	988,149	999,860	1,890	33,290	0	147
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	7,030	123	1,002,930	981,430	0	-118

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์หาค่าความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	ทั้งสแตน	$E_1 = 340 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.2$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-7,388	-1,013,440	-1,508,600	0	18,896
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	40,400	3,668,540	4,174,300	0	-53,552
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	318,843	256,360	108,576	165,110	0	-13,107
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	418,648	474,770	1,809,000	1,754,600	0	3,054
plate, $r=b$, $\theta=0$	318,843	283,230	122,005	151,820	0	-12,505
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	418,648	461,300	1,140,470	1,114,700	0	8,043
plate, $r=10b$, $\theta=0$	993,792	999,940	617	18,397	0	44
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	3,584	3,791	1,002,010	989,560	0	-42

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์ทั้งจากความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	พังกสเทน	$E_1 = 340 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.2$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.75

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-6,265	-1,029,500	-1,507,900	0	18,370
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	35,972	3,566,620	4,048,800	0	-52,428
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	505,700	455,570	152,318	238,730	0	-10,302
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	348,637	394,670	1,530,470	1,445,200	0	4,292
plate, $r=b, \theta=0$	505,700	476,290	181,815	229,670	0	-9,767
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	348,637	381,400	963,849	918,050	0	7,646
plate, $r=10b, \theta=0$	996,828	999,980	47	9,910	0	20
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	1,715	15	1,001,410	994,530	0	-17

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	พังกะดัน	$E_1 = 340 \text{ GPa}$	$V_1 = 0.2$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ GPa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\phi\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-6,893	-1,056,640	-1,488,600	0	15,475
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	36,498	3,522,640	3,963,400	0	-46,859
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	640,931	695,860	146,289	234,120	0	-7,670
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	283,819	314,830	1,394,960	1,307,900	0	3,595
plate, $r=b$, $\theta=0$	640,931	621,340	202,928	252,860	0	-7,371
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	283,819	304,500	872,321	823,530	0	6,255
plate, $r=10b$, $\theta=0$	998,673	999,990	-234	4,614	0	-8
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	575	4	1,000,990	997,690	0	5

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากรีชีฟไฟน์เอเลลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของชั่ง	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	พังกสเทน	$E_1 = 340 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.2$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\theta r} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากรีชีฟ ไฟน์เอเลลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากรีชีฟ ไฟน์เอเลลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากรีชีฟ ไฟน์เอเลลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-8,685	-1,103,050	-1,420,100	0	15,603
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	32,686	3,490,350	3,817,200	0	-44,477
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	812,954	795,850	109,767	182,020	0	-4,554
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	189,714	204,970	1,274,870	1,202,500	0	2,475
plate, $r=b$, $\theta=0$	812,954	805,370	212,813	255,000	0	-4,480
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	189,714	197,320	784,518	742,240	0	4,523
plate, $r=10b$, $\theta=0$	1,000,730	1,000,000	-470	-1,265	0	6
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	-701	-4	1,000,440	1,001,200	0	-5

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	ทังสเตน	$E_1 = 340 \text{ G Pa}$	$\nu_1 = 0.2$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$\nu_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 3

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\phi\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-15,674	-1,134,220	-1,359,400	0	30,078
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	59,733	3,488,400	3,710,900	0	-78,973
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	912,079	901,130	77,968	133,030	0	-5,128
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	130,866	139,370	1,225,710	1,169,700	0	2,978
plate, $r=b, \theta=0$	912,079	911,980	212,183	245,680	0	-5,787
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	130,966	129,660	744,872	710,740	0	6,494
plate, $r=10b, \theta=0$	1,001,800	1,000,000	-553	-4,258	0	-13
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	-1,367	-10	1,000,120	1,003,000	0	11

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	ทังสเตน	$E_1 = 340 \text{ GPa}$	$\nu_1 = 0.2$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ GPa}$	$\nu_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 4

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-17,647	-1,169,080	-1,274,800	0	28,410
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	61,255	3,476,610	3,609,000	0	-82,480
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	1,014,550	1,010,600	38,670	72,414	0	-2,105
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	67,109	69,060	1,187,210	1,152,600	0	1,098
plate, $r=b, \theta=0$	1,014,550	1,015,800	207,752	228,340	0	-3,025
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	67,109	64,000	710,594	69,060	0	4,028
plate, $r=10b, \theta=0$	1,002,830	1,000,100	-604	-7,015	0	-55
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	-2,011	-39	999,788	1,004,500	0	40

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	ทังสเตน	$E_1 = 340 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.2$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-13,197	-1,186,480	-1,238,300	0	39,237
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	97,019	3,476,350	3,524,600	0	-131,560
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	1,063,250	1,059,800	18,008	40,448	0	-2,193
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	35,849	38,273	1,172,720	1,148,700	0	1,484
plate, $r=b, \theta=0$	1,063,250	1,065,600	204,487	218,590	0	-3,806
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	35,849	30,747	696,375	680,680	0	5,811
plate, $r=10b, \theta=0$	1,003,290	1,000,000	-617	-8,289	0	-36
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	-2,303	-27	999,626	1,005,300	0	28

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	ไททานเนียม	$E_1 = 110 \text{ GPa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ GPa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.25

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-8,921	-765,844	-697,179	0	8,210
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	23,231	2,002,770	1,941,500	0	-21,749
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	-13,226	-6,630	-291,040	-306,210	0	-4,034
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	235,873	222,730	1,305,320	1,324,200	0	-3,816
plate, $r=b, \theta=0$	-13,226	-724	-525,196	-552,170	0	-2,250
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	235,873	241,280	2,302,550	2,345,200	0	-13,200
plate, $r=10b, \theta=0$	980,638	999,790	3,977	50,022	0	220
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	11,588	177	1,003,800	973,780	0	-170

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	ไททานเนียม	$E_1 = 110 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-8,795	-842,383	-675,880	0	8,185
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	28,027	2,169,020	2,014,700	0	-25,505
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	85,308	106,550	-161,363	-177,970	0	-5,475
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	283,201	259,300	1,119,490	1,139,400	0	444
plate, $r=b$, $\theta=0$	85,308	116,490	-318,980	-322,750	0	-4,477
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	283,201	265,080	1,950,470	1,939,300	0	-5,884
plate, $r=10b$, $\theta=0$	984,222	999,860	3,441	40,077	0	94
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	9,463	77	1,002,870	979,160	0	-85

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	ไททานเนียม	$E_1 = 110 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.75

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-7,702	-863,482	-658,370	0	7,758
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	26,800	2,250,780	2,055,200	0	-26,420
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	197,302	223,050	-94,511	-115,450	0	-4,719
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	269,844	243,000	1,014,660	1,038,800	0	1,418
plate, $r=b$, $\theta=0$	197,302	231,520	-231,029	-274,180	0	-3,720
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	269,844	245,740	1,763,880	1,816,300	0	-3,918
plate, $r=10b$, $\theta=0$	986,640	999,930	3,022	33,924	0	67
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	8,032	47	1,002,310	982,370	0	-55

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์ทั้งจากความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	ไททานเนียม	$E_1 = 110 \text{ GPa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระบายกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ GPa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-8,163	-863,849	-659,280	0	6,698
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	27,832	2,293,580	2,101,300	0	-24,795
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	295,646	321,090	-58,003	-81,192	0	-3,805
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	240,504	214,730	951,586	977,210	0	1,386
plate, $r=b, \theta=0$	295,646	327,800	-194,154	-242,060	0	-2,875
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	240,504	216,550	1,658,000	1,712,500	0	-2,996
plate, $r=10b, \theta=0$	988,330	999,950	2,685	29,719	0	-52
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	7,032	28	1,001,950	984,510	0	33

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	ไททานเนียม	$E_1 = 110 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-9,212	-848,214	-672,750	0	7,268
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	27,516	2,331,290	2,169,400	0	-25,254
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	440,644	459,660	-23,946	-45,678	0	-2,491
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	182,249	164,370	884,133	908,020	0	1,134
plate, $r=b$, $\theta=0$	440,644	463,830	-175,733	-220,210	0	-1,498
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	182,249	165,540	1,552,840	1,602,000	0	-2,324
plate, $r=10b$, $\theta=0$	990,451	999,890	2,198	24,327	0	-105
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	5,778	52	1,001,570	987,220	0	61

ตารางเปรียบเทียบค่าความถี่จากสูตรจากการวิเคราะห์ฟังก์ชันความถี่กับค่าความถี่จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	ไททานเนียม	$E_1 = 110 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 3

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\theta r} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-17,193	-831,481	-689,450	0	14,743
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	51,858	2,345,240	2,216,200	0	-47,178
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	533,944	547,000	-10,188	-29,659	0	-2,890
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	138,839	126,670	851,167	872,090	0	1,447
plate, $r=b, \theta=0$	533,944	551,650	-178,708	-216,480	0	-1,647
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	138,839	129,210	1,505,920	1,548,000	0	-3,944
plate, $r=10b, \theta=0$	991,670	999,940	1,882	21,367	0	62
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	5,058	41	1,001,390	988,620	0	-44

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากทฤษฎีการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	ไททานเนียม	$E_1 = 110 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 4

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-20,230	-808,487	-707,730	0	15,612
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	55,950	2,354,040	2,279,700	0	-51,871
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	637,623	646,920	-277	-14,029	0	-1,333
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	86,856	79,207	821,353	836,420	0	596
plate, $r=b, \theta=0$	637,623	648,420	-191,790	-219,240	0	-178
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	86,856	82,003	1,467,310	1,497,600	0	-3,238
plate, $r=10b, \theta=0$	992,932	999,870	1,526	18,081	0	139
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	4,312	88	1,001,230	990,280	0	-91

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	ไททานเนียม	$E_1 = 110 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.33$
แผ่นระนาบกว้าง	เหล็ก	$E_2 = 200 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.3$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-24,644	-795,564	-725,400	0	21,309
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	93,032	2,356,290	2,299,100	0	-85,329
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	689,461	696,180	2,936	-7,441	0	-1,350
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	59,687	54,697	808,642	820,280	0	867
plate, $r=b, \theta=0$	689,461	6,907,200	-201,500	-221,820	0	435
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	59,687	59,167	1,452,350	1,476,100	0	-5,435
plate, $r=10b, \theta=0$	993,535	999,930	1,345	16,636	0	71
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	3,957	48	1,001,160	991,000	0	-49

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ G Pa}$	$\nu_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.1

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-17,490	-1,390,170	-1,908,500	0	8,385
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	25,423	6,085,780	6,624,300	0	-45,253
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	-21,600	-45,503	-607,736	-769,390	0	-8,110
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	429,071	467,920	4,895,880	5,078,300	0	-1,667
plate, $r=b, \theta=0$	-21,600	-46,697	-217,568	-277,110	0	-10,164
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	429,071	448,620	1,810,100	1,881,300	0	-20,854
plate, $r=10b, \theta=0$	985,252	999,880	2,356	41,768	0	-240
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	8,823	55	1,003,570	976,350	0	152

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.25

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-19,626	-914,032	-1,921,000	0	22,762
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	64,800	4,854,920	5,863,500	0	-64,773
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	185,335	74,649	196,413	220,280	0	-18,941
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	524,025	611,470	3,035,110	3,011,600	0	-5,810
plate, $r=b, \theta=0$	185,335	110,250	110,445	105,780	0	-17,037
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	524,025	607,740	1,180,200	1,190,300	0	11,138
plate, $r=10b, \theta=0$	992,782	999,960	176	24,415	0	110
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	4,312	45	1,002,730	984,440	0	9,515

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรการวิเคราะห์ความเค้นทั้งชั้นความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟในเซลล์เมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในเซลล์เมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในเซลล์เมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในเซลล์เมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-23,099	-855,322	-2,094,800	0	25,911
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	69,962	4,227,690	5,479,700	0	-69,815
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	481,749	364,750	389,341	646,820	0	-18,454
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	455,019	560,430	2,046,260	1,785,600	0	5,719
plate, $r=b$, $\theta=0$	481,749	397,990	244,663	319,150	0	14,833
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	455,019	541,260	818,569	744,960	0	13,677
plate, $r=10b$, $\theta=0$	998,483	999,990	-1,219	8,595	0	21
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	884	4	1,001,850	99,330	0	-25

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากวิเคราะห์ความเค้นทั้งค่าความเค้นจากวิธีไฟในตอลลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ G Pa}$	$\nu_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.75

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/mm}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/mm}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/mm}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในตอลลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในตอลลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในตอลลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-20,625	-919,943	-2,061,000	0	24,885
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	61,466	4,022,440	5,167,300	0	-66,421
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	678,318	596,700	357,967	660,470	0	-13,770
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	366,399	440,240	1,699,810	1,394,400	0	6,442
plate, $r=b$, $\theta=0$	678,318	621,740	277,910	373,560	0	-10,924
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	366,399	421,970	677,373	581,140	0	11,510
plate, $r=10b$, $\theta=0$	1,001,200	1,000,000	-1,639	-22	0	1
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	754	1	1,001,190	998,660	0	-3

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังกั	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-20,980	986,059	-1,973,200	0	20,536
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	60,724	3,935,370	4,932,800	0	-58,167
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	811,201	760,890	302,248	578,660	0	-9,811
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	294,790	337,740	1,541,070	1,262,700	0	4,973
plate, $r=b, \theta=0$	811,201	779,150	288,307	379,760	0	-7,939
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	294,790	323,660	605,702	513,290	0	9,064
plate, $r=10b, \theta=0$	1,002,750	1,000,000	-1,753	-5,118	0	9
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	-1,688	2	1,000,690	1,001,900	0	-4

ตารางเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างที่คำนวณได้กับความถี่ของไฟฟ้าในอุดมคติ

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-20,905	-1,081,960	-1,774,400	0	19,486
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	53,251	3,869,420	4,574,100	0	-53,107
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	972,663	954,410	210,592	412,320	0	-5,508
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	198,069	211,890	1,406,130	1,201,800	0	3,122
plate, $r=b$, $\theta=0$	972,663	965,440	292,556	362,690	0	-4,700
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	198,069	201,480	536,712	464,720	0	6,450
plate, $r=10b$, $\theta=0$	1,004,390	1,000,000	-1,735	-10,353	0	44
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	-2,680	-1	1,000,030	1,005,100	0	-25

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์ทั้งความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟในเตอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ G Pa}$	$\nu_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 3

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในเตอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในเตอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในเตอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-35,741	-1,140,910	-1,630,300	0	35,783
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	93,694	3,847,680	4,346,300	0	-92,121
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	1,062,840	1,053,900	151,114	296,280	0	-6,091
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	140,171	114,020	1,352,650	1,204,100	0	3,634
plate, $r=b$, $\theta=0$	1,062,840	1,066,100	292,028	344,630	0	-5,980
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	140,171	130,560	504,964	449,760	0	9,404
plate, $r=10b$, $\theta=0$	1,005,210	1,000,000	-1,657	-12,885	0	-37
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	-3,176	-2	999,627	1,006,700	0	26

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์หาฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 4

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-35,663	-1,203,730	-1,454,500	0	32,290
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	93,054	3,834,770	4,119,800	0	-93,635
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	1,154,350	1,152,200	86,146	169,870	0	-2,367
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	78,953	76,564	1,311,590	1,225,200	0	1,257
plate, $r=b, \theta=0$	1,154,350	1,158,200	289,879	320,550	0	-3,226
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	78,953	69,026	476,822	443,670	0	6,101
plate, $r=10b, \theta=0$	1,005,980	1,000,100	-1,534	-15,015	0	-115
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	-3,643	-32	999,201	1,008,000	0	74

ตารางเปรียบเทียบค่าความต้านทานจากผลการวิเคราะห์ทางกลึงกับค่าความต้านทานจากวิธีไฟในต่อลึงเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ GPa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ GPa}$	$\nu_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/mm}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/mm}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/mm}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในต่อลึงเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในต่อลึงเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟในต่อลึงเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-39,996	-1,234,140	-1,378,500	0	42,401
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	147,880	3,831,540	3,981,200	0	-147,520
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	1,197,360	1,194,300	54,262	108,260	0	-2,486
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	49,392	49,333	1,296,390	1,238,700	0	1,680
plate, $r=b, \theta=0$	1,197,360	1,201,100	288,398	308,550	0	-4,157
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	49,392	37,691	464,849	441,270	0	9,116
plate, $r=10b, \theta=0$	1,006,320	1,000,000	-1,461	-16,026	0	-68
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	-3,851	-12	998,994	1,008,500	0	47

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากการวิเคราะห์ทั้งกับค่าความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	อลูมิเนียม	$E_2 = 70 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 10

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-78,816	-1,275,920	-1,228,800	0	38,692
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	228,630	3,829,790	3,712,700	0	-95,625
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	1,255,400	1,248,900	10,066	26,535	0	-305
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	8,770	11,664	1,279,640	1,260,000	0	245
plate, $r=b, \theta=0$	1,255,400	1,251,100	285,987	290,900	0	-1,651
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	8,770	6,849	449,847	442,160	0	4,370
plate, $r=10b, \theta=0$	1,006,760	1,000,100	-1,349	-17,124	0	114
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	-4,120	-36	998,707	1,009,100	0	-77

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ GPa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ทั้งสแตน	$E_2 = 340 \text{ GPa}$	$V_2 = 0.2$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.25

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\theta\phi} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-8,066	-795,530	-725,160	0	8,570
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	22,685	2,112,880	2,049,600	0	-22,964
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	-11,908	-5,684	-297,373	-312,790	0	-4,316
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	249,031	236,170	1,377,600	1,397,300	0	-4,043
plate, $r=b$, $\theta=0$	-11,908	4,072	-501,843	-527,230	0	-2,797
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	249,031	248,870	2,264,720	2,303,500	0	-12,375
plate, $r=10b$, $\theta=0$	980,952	999,410	3,911	49,170	0	217
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	11,419	485	1,003,720	974,230	0	-167

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ถังสแตน	$E_2 = 340 \text{ G Pa}$	$\nu_2 = 0.2$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\phi} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-7,784	-861,822	-693,800	0	8,434
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	27,462	2,270,820	2,114,800	0	-26,840
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	93,901	114,910	-155,812	-172,610	0	-5,778
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	297,488	273,790	1,173,420	1,193,800	0	435
plate, $r=b, \theta=0$	93,901	126,740	-293,990	-326,390	0	-4,679
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	297,488	276,440	1,902,600	1,944,600	0	-5,520
plate, $r=10b, \theta=0$	984,668	999,620	3,331	38,846	0	88
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	9,246	285	1,002,760	979,680	0	-83

ตารางเปรียบเทียบค่าความถี่ธรรมชาติจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความถี่กับความถี่ไฟฟ้าในท่อลิเมน

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	สังกะสี	$E_2 = 340 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.2$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.75

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\theta r} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-6,559	-875,353	-670,030	0	7,909
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	26,014	2,346,050	2,149,700	0	-27,694
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	211,786	237,130	-84,277	-105,560	0	-4,949
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	283,449	256,960	1,059,740	1,084,400	0	1,451
plate, $r=b, \theta=0$	211,786	247,030	-208,924	-250,880	0	-4,025
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	283,449	257,010	1,713,690	1,763,400	0	-3,211
plate, $r=10b, \theta=0$	987,146	999,750	2,883	23,541	0	64
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	7,807	199	1,002,160	982,890	0	-54

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ทั้งสแตน	$E_2 = 340 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.2$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-6,912	-870,536	-666,830	0	6,755
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	26,931	2,384,250	2,192,400	0	-25,895
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	314,194	339,150	45,804	-69,323	0	-3,911
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	253,450	228,080	991,879	1,017,900	0	1,419
plate, $r=b, \theta=0$	314,194	346,900	-175,269	-221,530	0	-3,077
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	253,450	230,400	1,607,620	1,633,000	0	-2,223
plate, $r=10b, \theta=0$	988,863	999,810	2,527	28,262	0	-49
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	6,814	145	1,001,800	984,990	0	32

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ทั้งสแตน	$E_2 = 340 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.2$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-7,904	-848,838	-675,090	0	7,288
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	26,374	2,416,480	2,255,700	0	-26,292
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	463,849	482,360	-10,527	32,515	0	-2,585
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	194,562	177,050	919,760	943,870	0	1,159
plate, $r=b$, $\theta=0$	463,849	487,210	-161,689	-204,300	0	-1,594
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	194,562	176,760	1,503,280	1,549,600	0	-1,869
plate, $r=10b$, $\theta=0$	991,004	999,720	2,018	22,812	0	-99
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	5,580	192	1,001,400	987,640	0	58

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	พังกะดัน	$E_2 = 340 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.2$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 3

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-14,581	-828,956	-687,970	0	14,702
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	49,720	2,427,530	2,302,600	0	-49,020
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	559,470	572,060	3,416	-16,171	0	-2,992
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	151,010	139,130	884,683	806,574	0	1,477
plate, $r=b$, $\theta=0$	559,470	577,650	-167,628	-203,560	0	-1,720
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	151,010	139,490	1,457,150	1,486,430	0	3,234
plate, $r=10b$, $\theta=0$	992,227	999,810	1,691	19,837	0	58
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	4,877	150	1,001,200	988,990	0	-42

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	สังกะสี	$E_2 = 340 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.2$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 4

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-17,554	-803,020	-702,390	0	15,520
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	53,553	2,433,590	2,358,100	0	-53,793
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	665,211	674,150	13,193	-594	0	-1,373
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	99,120	91,621	853,049	686,020	0	606
plate, $r=b, \theta=0$	665,211	676,340	-183,787	-209,650	0	-184
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	99,120	92,895	1,419,460	1,447,300	0	-2,737
plate, $r=10b, \theta=0$	993,489	999,720	1,325	16,555	0	129
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	4,154	216	1,001,030	990,590	0	-87

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ทังสเตน	$E_2 = 340 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.2$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-19,290	-788,821	-717,220	0	20,851
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	88,671	2,434,640	2,373,200	0	-88,481
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	717,896	724,300	16,241	5,893	0	-1,391
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	72,097	67,198	839,585	851,040	0	883
plate, $r=b$, $\theta=0$	717,896	726,290	-194,937	-213,870	0	481
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	72,097	69,350	1,404,940	1,426,100	0	-4,654
plate, $r=10b$, $\theta=0$	994,089	999,810	1,140	15,114	0	65
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	3,811	147	1,000,960	991,270	0	-47

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ไททานเนียม	$E_2 = 110 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.25

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-15,667	-1,066,430	-1,487,800	0	17,583
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	50,016	4,093,530	4,521,800	0	-50,251
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	88,937	35,193	-115,019	-140,240	0	-12,773
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	455,940	492,710	2,597,230	2,626,100	0	-6,309
plate, $r=b$, $\theta=0$	88,937	60,936	-48,586	-62,516	0	-13,317
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	455,940	496,460	1,503,710	1,526,500	0	4,186
plate, $r=10b$, $\theta=0$	988,708	999,940	1,696	32,094	0	142
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	6,741	52	1,002,860	981,800	0	-115

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ GPa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ไททานเนียม	$E_2 = 110 \text{ GPa}$	$\nu_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-17,095	-990,429	-1,546,100	0	19,035
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	55,707	3,765,000	4,335,000	0	-55,159
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	340,076	273,620	145,964	213,070	0	-13,665
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	430,637	488,840	1,857,890	1,791,100	0	3,167
plate, $r=b$, $\theta=0$	340,076	300,050	136,393	170,910	0	-12,795
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	430,637	477,140	1,092,890	1,061,900	0	8,845
plate, $r=10b$, $\theta=0$	994,386	999,980	379	17,051	0	41
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	3,321	5	1,001,910	989,900	0	40

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ GPa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ไททานเนียม	$E_2 = 110 \text{ GPa}$	$\nu_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1 รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 1.75

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\theta\phi} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-15,275	-1,004,320	-1,537,700	0	18,438
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	50,097	3,646,010	4,186,200	0	-53,854
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	530,338	477,130	184,850	284,290	0	-10,663
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	359,209	406,740	1,567,290	1,497,000	0	4,100
plate, $r=b$, $\theta=0$	530,338	497,910	189,173	241,870	0	-9,866
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	359,209	394,310	921,279	870,180	0	8,246
plate, $r=10b$, $\theta=0$	997,390	1,000,000	195	8,565	0	17
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	1,505	0	1,001,300	994,800	0	-16

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยัง	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ไททานเนียม	$E_2 = 110 \text{ G Pa}$	$\nu_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-15,958	-1,031,390	-1,510,800	0	15,617
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	50,247	3,593,440	4,084,700	0	-48,191
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	666,578	629,490	174,653	274,650	0	-7,898
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	294,190	326,350	1,426,630	1,326,400	0	3,661
plate, $r=b, \theta=0$	666,578	645,110	206,044	260,080	0	-7,375
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	294,190	31,600	833,187	779,870	0	6,708
plate, $r=10b, \theta=0$	999,196	1,000,000	-470	3,315	0	-6
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	412	-1	1,000,860	997,880	0	4

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ GPa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ไททานเนียม	$E_2 = 110 \text{ GPa}$	$\nu_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 2.5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\phi} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a$, $\theta=0$	0	-16,835	-1,078,530	-1,429,200	0	15,635
วงแหวน, $r=a$, $\theta=\pi/2$	0	45,651	3,552,860	3,916,700	0	-45,523
วงแหวน, $r=b$, $\theta=0$	838,516	820,560	132,953	214,160	0	-4,664
วงแหวน, $r=b$, $\theta=\pi/2$	200,702	216,110	1,302,160	1,220,100	0	2,517
plate, $r=b$, $\theta=0$	838,516	830,260	211,479	256,300	0	-4,420
plate, $r=b$, $\theta=\pi/2$	200,702	208,210	749,303	703,970	0	4,832
plate, $r=10b$, $\theta=0$	1,001,190	1,000,000	692	-2,459	0	11
plate, $r=10b$, $\theta=\pi/2$	800	0	1,000,300	1,001,300	0	-6

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์ทั้งการดึงกับความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ GPa}$	$\nu_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ไททานเนียม	$E_2 = 110 \text{ GPa}$	$\nu_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 3

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{\theta r} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-29,673	-1,103,300	-1,362,300	0	29,747
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	82,024	3,539,480	3,802,000	0	-80,706
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	937,008	925,680	98,394	159,690	0	-5,224
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	142,614	150,750	1,251,130	1,188,100	0	3,003
plate, $r=b, \theta=0$	937,008	936,690	208,723	244,050	0	-5,630
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	142,614	140,530	711,655	675,190	0	6,955
plate, $r=10b, \theta=0$	1,002,220	1,000,000	-765	-5,381	0	-16
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	1,426	-1	999,969	1,003,000	0	11

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์ห้จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวส์ซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ไททานเนียม	$E_2 = 110 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 4

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-31,184	-1,145,930	-1,269,300	0	28,149
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	83,379	3,531,760	3,687,900	0	-838,871
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	1,038,430	1,034,200	56,472	93,828	0	-2,131
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	79,930	81,502	1,211,000	1,172,200	0	1,100
plate, $r=b, \theta=0$	1,038,430	1,039,600	202,401	223,900	0	-2,890
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	79,930	75,991	679,240	656,380	0	4,347
plate, $r=10b, \theta=0$	1,003,210	1,000,000	-804	-8,048	0	-62
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	2,029	19	999,620	1,004,500	0	41

ตารางเปรียบเทียบค่าความเค้นจากสูตรจากการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นกับค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

ชิ้นส่วน	วัสดุ	ค่าโมดูลัสของยังก	อัตราส่วนปัวซอง
วงแหวน	เหล็ก	$E_1 = 200 \text{ G Pa}$	$V_1 = 0.3$
แผ่นระนาบกว้าง	ไททานเนียม	$E_2 = 110 \text{ G Pa}$	$V_2 = 0.33$

รัศมีภายในของวงแหวน (a) = 1

รัศมีภายนอกของวงแหวน (b) = 5

ตำแหน่ง	$\sigma_r \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\sigma_\theta \text{ (N/m}^2\text{)}$		$\tau_{r\theta} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์	ค่าจากสูตร วิเคราะห์	ค่าจากวิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์
วงแหวน, $r=a, \theta=0$	0	-35,463	-1,163,690	-1,230,800	0	37,658
วงแหวน, $r=a, \theta=\pi/2$	0	133,970	3,529,990	3,604,200	0	-133,650
วงแหวน, $r=b, \theta=0$	1,086,550	1,082,800	34,651	59,274	0	-2,219
วงแหวน, $r=b, \theta=\pi/2$	49,277	51,395	1,195,830	1,169,100	0	1,491
plate, $r=b, \theta=0$	1,086,550	1,088,700	198,339	213,010	0	-3,574
plate, $r=b, \theta=\pi/2$	49,277	43,009	665,836	649,020	0	6,320
plate, $r=10b, \theta=0$	1,003,660	1,000,000	-811	-9,282	0	-40
plate, $r=10b, \theta=\pi/2$	2,301	-8	999,452	1,005,200	0	28

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างไฟล์แบบจำลองเพื่อทำการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

** Written by : FEMAP

** Version : 6.00

** From Model : D:\Thesis(finite)\Ts10-001.MOD

** Date : Sat Apr 20 13:05:02 2002

**

*NODE, NSET=GLOBAL

1, 0., 1.1, 0.

2, 0., 1.09, 0.

3, 0., 1.08, 0.

.

.

.

2271, 0.01281605, 1.1732912, 0.

2272, 0.01086713, 1.1583759, 0.

*ELEMENT, TYPE=S4, ELSET=P2

1, 101, 202, 207, 208

2, 99, 100, 101, 208

3, 98, 99, 208, 207

.

.

2153, 791, 184, 183, 790

2154, 563, 1, 184, 791

*ELSET, ELSET=OUT_PLT, GENERATE

1,2154,1

** FEMAP Property 1 : 1..steel

*SHELL SECTION, ELSET=P1, MATERIAL=M1

0.01,

** FEMAP Property 2 : 2..aluminum

*SHELL SECTION, ELSET=P2, MATERIAL=M2

0.01,

** FEMAP Material 1 : steel

```

*MATERIAL, NAME=M1
*ELASTIC, TYPE=ISOTROPIC
    2.E+11,    0.3,    0.
** FEMAP Material 2 : aluminum
*MATERIAL, NAME=M2
*ELASTIC, TYPE=ISOTROPIC
    7.E+10,    0.33,    0.
** Load Step 1 -----
*STEP, INC=100
1
*STATIC

*NODE PRINT
    CF
    RF
    U
*EL PRINT, ELSET=OUT_PLT, POSITION=CENTROIDAL
    SF
    S
    SINV
*EL PRINT, ELSET=OUT_PLT, POSITION=NODES
    SF
    S
    SINV
*FILE FORMAT, ASCII
*NODE FILE
    CF
    RF
    U
*EL FILE, ELSET=OUT_PLT, POSITION=CENTROIDAL
    SF
    S
    SINV
*EL FILE, ELSET=OUT_PLT, POSITION=NODES

```

SF

S

SINV

*BOUNDARY, OP=NEW

1, 1

1, 3

1, 4

1, 5

1, 6

2, 1

2, 3

2, 4

2, 5

2, 6

.

.

.

706, 2

706, 3

706, 4

706, 5

706, 6

707, 2

707, 3

707, 4

707, 5

707, 6

*CLOAD, OP=NEW

657, 1, 2500.

*CLOAD, OP=NEW

656, 1, 5000.

*CLOAD, OP=NEW

655, 1, 5000.

*CLOAD, OP=NEW

636, 1, 5000.

*CLOAD, OP=NEW

635, 1, 2500.

*END STEP

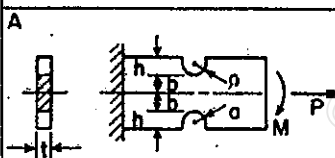
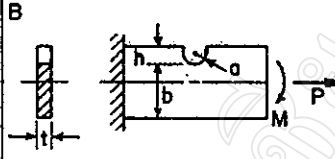
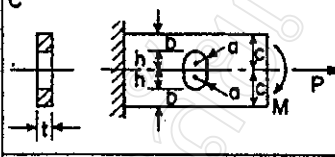
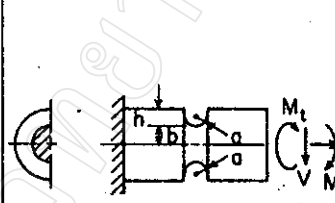
มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Chiang Mai University

ภาคผนวก จ

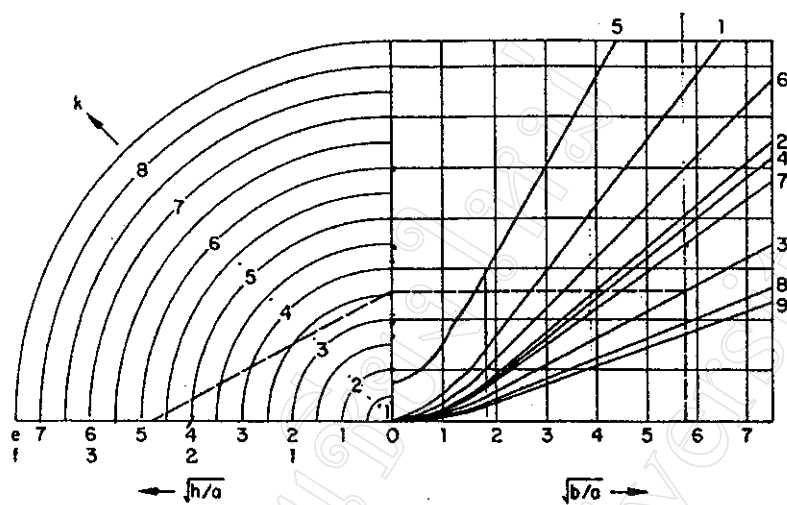
แผนภาพของนิวเบอร์ (Neuber's diagram)

แผนภาพของนิวเบอร์เป็นแผนภาพที่ใช้สำหรับหาค่าปัจจัยความเค้นเข้มข้น (Stress concentration factor) ของชิ้นงานพื้นฐานที่สำคัญหลายแบบ ซึ่งเสนอโดย นิวเบอร์ (Neuber) โดยตารางในรูป จ-1 แสดงรูปแบบของชิ้นงานพื้นฐานแบบต่างๆ ค่าสเกล $\sqrt{h/a}$ ที่เหมาะสมกับชิ้นงาน และเส้นกราฟที่เหมาะสมกับชิ้นงาน ช่วยในการหาค่าความเค้นจากแผนภาพในรูป จ-2 การใช้แผนภาพของนิวเบอร์ ขั้นแรกต้องคำนวณหาค่า $\sqrt{h/a}$ และ ค่า $\sqrt{b/a}$ เมื่อได้ค่าและรูปแบบของชิ้นงานเป็นอย่างไร ก็ทำการเทียบกับในตารางในรูป จ-1 ว่าจะใช้สเกลของค่า $\sqrt{h/a}$ และใช้เส้นกราฟจะใช้เส้นใด ใช้ค่า $\sqrt{b/a}$ ในแผนภาพลากค่าจากแกนขึ้นไปในแนวดิ่งพบกับเส้นกราฟที่เหมาะสมสำหรับชิ้นงาน แล้วลากในแนวนอนไปที่ขอบกราฟ ทำการลากค่าที่ขอบกราฟนี้ไปยังค่าแนวนอนของสเกล ที่เหมาะกับค่า $\sqrt{h/a}$ ทำการอ่านค่าปัจจัยความเค้นเข้มข้นที่ได้จากแผนภาพ

ตัวอย่างการใช้แผนภาพของนิวเบอร์ กรณีที่ชิ้นงานมีรอยบากหนึ่งด้าน แสดงในรูป B ของตารางในรูป จ-1 ชิ้นงานนี้รับแรงดึงในแนวแกนขนาด P ขนาดของชิ้นงานคือ $a=0.312$ นิ้ว, $h=1.75$ นิ้ว และ $b=10.5$ นิ้ว ทำการคำนวณค่า $\sqrt{h/a}=2.37$ และ $\sqrt{b/a}=5.8$ เทียบค่าที่คำนวณได้กับตารางในรูป จ-1 ได้สเกลของค่า $\sqrt{h/a}$ ที่เหมาะสมกับชิ้นงานคือ สเกล f และเส้นกราฟที่เหมาะสมคือ เส้นกราฟ 3 ค่าที่อ่านได้จากแผนภาพของนิวเบอร์คือ ปัจจัยความเค้นเข้มข้นเท่ากับ 3.25 ซึ่งเกิดขึ้นที่ขอบของรอยบาก

Type of change of section	Type of loading	Nominal stress	Scale for $\sqrt{h/a}$	Curve for k
	Tension	$\frac{P}{2bt}$	f	1
	Bending	$\frac{3M}{2b^2t}$	f	2
	Tension	$\frac{P}{bt}$	f	3
	Bending	$\frac{6M}{b^2t}$	f	4
	Tension	$\frac{P}{2bt}$	f	5
	Bending	$\frac{3Mh}{2t(c^3-h^3)}$	e	5
	Tension	$\frac{P}{\pi b^2}$	f	6
	Bending	$\frac{4M}{\pi b^3}$	f	7
	Direct Shear	$\frac{1.23V}{\pi b^2}$	e	8
	Torsional Shear	$\frac{2M_t}{\pi b^3}$	e	9

รูป จ-1 ตารางแสดงค่าสำหรับใช้ในการหาค่าจากแผนภาพของนิวเบอร์
ที่มา Ugural and Fenster [15]



รูป จ-2 แผนภาพของนิวเบอร์

ที่มา Ugural and Fenster [15]

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ นายเก่งกมล วิรัตน์เกษม
วัน เดือน ปี สถานที่เกิด 28 ตุลาคม 2517 จังหวัดพะเยา
ประวัติการศึกษา สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษา จากโรงเรียนพะเยาพิทยาคม
ปีการศึกษา 2534
สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขา วิศวกรรม
เครื่องกล จากคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
ปีการศึกษา 2538