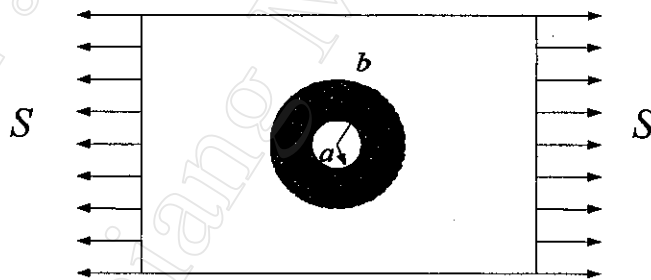


บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาโครงการวิจัย

การวิเคราะห์ปัญหาสองมิติสำหรับวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นแบบเอกพันธ์ และมีคุณสมบัติเหมือนกันทุกทาง โดยไม่คิดผลของความเค้นเนื่องจากอุณหภูมิ ได้มีการวิเคราะห์ความเค้นในวัสดุที่มีรูปแบบต่างๆ เช่น แผ่นกว้าง, แผ่นกว้างมีรูกลม และ แผ่นรูปวงแหวน ซึ่งเป็นวัสดุชนิดเดียวกัน สำหรับปัญหาแผ่นกว้างมีรูกลมและมีแผ่นรูปวงแหวนติดอยู่ในรูกลม และเป็นวัสดุต่างชนิดกัน รับความเค้นดึง S ดังแสดงในรูป 1.1 เป็นปัญหาที่น่าสนใจเพราะว่าปัญหารูปแบบนี้จะทำให้เกิดความเค้นเข้มข้น (Stress Concentration) ขึ้นในบางตำแหน่ง ซึ่งจะส่งผลให้ชิ้นงานเสียหาย การวิเคราะห์หาความเค้นที่เกิดขึ้นจะทราบขนาดค่าความเค้นเข้มข้น ดังนั้นจึงสามารถเลือกใช้วัสดุให้เหมาะสมได้ทั้งในด้านความแข็งแรงและราคาในการออกแบบชิ้นงาน



รูป 1.1 แผ่นระนาบกว้างมีรูกลมและมีแผ่นวัสดุอื่นรูปวงแหวนติดอยู่ในรูกลม

วิธีการหนึ่งที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาสองมิติสำหรับวัสดุยืดหยุ่นเชิงเส้นแบบเอกพันธ์ และมีคุณสมบัติเหมือนกันทุกทาง โดยไม่คิดผลของความเค้นเนื่องจากอุณหภูมิ จะเริ่มต้นจากการหาค่าความเค้นใน รูปของฟังก์ชันความเค้นซึ่งมีตัวคงที่ใดๆอยู่ โดยความเค้นที่ได้จากฟังก์ชันความเค้นนี้สอดคล้องสมการสมดุล ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบความเครียด และความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียด แล้วจึงหาค่าคงที่ใดๆทั้งหมดในฟังก์ชันความเค้นจากเงื่อนไขที่ขอบ

ในวิทยานิพนธ์นี้จะทำการวิเคราะห์ปัญหาเป็นแบบสองมิติ ทำการหาค่าความเค้นสองวิธี คือ หาค่าความเค้นโดยวิธีการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้น และหาค่าความเค้นจากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ การหาค่าความเค้นโดยวิธีการวิเคราะห์จากฟังก์ชันความเค้นจะแบ่งการวิเคราะห์ชิ้นงานออกเป็นสองส่วนคือ แผ่นระนาบกว้างมีรูกลม และแผ่นรูปวงแหวน ทำการหาค่าความเค้นโดยกำหนดค่าที่ขอบของปัญหา และเลือกใช้ค่าที่ขอบที่เหมาะสม โดยมีเงื่อนไขที่การเคลื่อนตัว (Displacement) ที่จุดเปลี่ยนของวัสดุคือที่ขอบนอกของวงแหวนและที่ขอบในของแผ่นระนาบกว้างมีรูกลมเท่ากัน

1.2 สรุปสาระสำคัญจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง

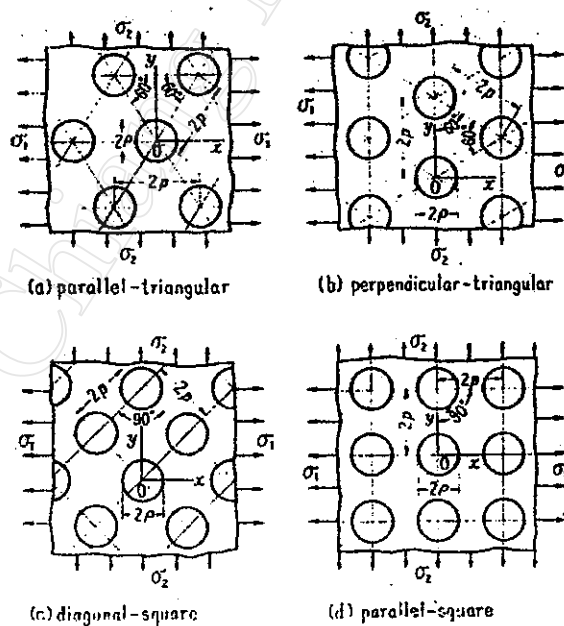
Timoshenko and Goodier (1970) ได้แสดงการหาค่าความเค้นในแผ่นกว้างที่มีรูวงกลม อยู่ภายใน รูวงกลมมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง a แผ่นกว้างนี้รับแรงดึงสม่ำเสมอ มีขนาดความเค้น S ที่ปลายทั้งสองข้าง ซึ่งเสนอโดย Kirsh ค่าฟังก์ชันความเค้นที่เกิดจากแรงดึงสองส่วน ส่วนแรกเหมือนกับทรงกระบอกกลวงรับแรงดึงสม่ำเสมอที่ผิวด้านนอกของทรงกระบอก ส่วนที่สองเกิดจากผลคูณของแรงที่กระทำกับ $\cos 2\theta$ โดยที่ θ คือตำแหน่งมุมจากแนวแรงดึงที่กระทำ เมื่อนำค่าฟังก์ชันความเค้นจากสองส่วนนี้มารวมกัน จะได้ค่าฟังก์ชันความเค้นในระบบพิกัดเชิงขั้ว เมื่อนำมาหาค่าความเค้นได้ผลคือ

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{S}{2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + \frac{S}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4} - \frac{4a^2}{r^2}\right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{S}{2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{S}{2} \left(1 + \frac{3a^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= -\frac{S}{2} \left(1 - \frac{3a^4}{r^4} + \frac{2a^2}{r^2}\right) \sin 2\theta\end{aligned}$$

สมการข้างต้นเรียกว่า สมการของเคิร์ช (Kirsh) ได้ถูกยึดถือเป็นสมการต้นแบบสำหรับปัญหาทางอีลาสติคสำหรับแผ่นระนาบกว้างมีรูกลม

Ugural and Fenster (1995) ได้แสดงแผนภาพของนิวเบอร์ (Neuber's diagram) สำหรับคำนวณค่าปัจจัยของความเค้นสูงสุด เพื่อใช้ในการออกแบบชิ้นงานให้สามารถใช้งานได้ อย่างปลอดภัย โดยพิจารณาจากรูปร่างของชิ้นงานและภาระที่กระทำกับชิ้นงาน ซึ่งเป็นชิ้นงานที่มีหลายรูปแบบ ทั้งแบบมีรอยบาก มีรูเจาะ และเซาะร่อง ซึ่งรับภาระ แรงหรือโมเมนต์

Nisida and Shiota (1973) ได้หาค่าความเค้นเฉือนในแผ่นวัสดุที่มีรูเจาะจำนวนมากรับแรงภายนอกแบบกระจายในแนวสองทิศทาง แสดงในรูป 1.2 ซึ่งได้แบ่งชนิดแผ่นวัสดุที่มีรูเจาะตามแนวการรับแรงโดยแบ่งเป็น 4 แบบ คือ แบบสามเหลี่ยมขนาน (Parallel-triangle), แบบสามเหลี่ยมตั้งฉาก (Perpendicular-triangle), แบบสี่เหลี่ยมทแยงมุม (Diagonal-square) และแบบสี่เหลี่ยมขนาน (Parallel-square) ได้ทำการหาค่าความเค้นโดยวิธีถ่ายภาพการยืดหยุ่น (Photoelastic) แสดงผลเป็นกราฟระหว่างค่าความเค้นเฉือนกับค่าของอัตราส่วนเส้นผ่าศูนย์กลางรูเจาะกับระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของรูเจาะ ผลการวิจัยสำหรับทั้งสี่กรณีนี้พบว่า แผ่นวัสดุที่มีรูเจาะแบบสี่เหลี่ยมขนานเหมาะสมที่สุดกับงานที่ต้องการความแข็งแรง เพราะค่าความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นในแบบแถวสี่เหลี่ยมจะมีค่าน้อยกว่าแผ่นวัสดุที่มีรูเจาะแบบอื่น ดังตัวอย่างกรณีที่ค่าของอัตราส่วนเส้นผ่าศูนย์กลางรูเจาะกับระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของรูเจาะเท่ากับ 0.92 แผ่นวัสดุที่มีรูเจาะรับแรงดึงขนาดเท่ากันทั้งสองแนว ค่าความเค้นเฉือนของ แบบสี่เหลี่ยมขนานเท่ากับ 12.6 แบบสี่เหลี่ยมทแยงมุมเท่ากับ 12.6 แบบสามเหลี่ยมขนานเท่ากับ 13.5 และแบบสามเหลี่ยมตั้งฉากเท่ากับ 13.5 แผ่นวัสดุที่มีรูเจาะรับแรงดึงขนาดเท่ากันในแนวเดียว ค่าความเค้นเฉือนของ แบบสี่เหลี่ยมขนานเท่ากับ 12.5 แบบสี่เหลี่ยมทแยงมุมเท่ากับ 37 แบบสามเหลี่ยมขนานเท่ากับ 23 และแบบสามเหลี่ยมตั้งฉากเท่ากับ 19.4 จากตัวอย่างจึงเห็นได้ว่าแผ่นวัสดุที่มีรูเจาะแบบสี่เหลี่ยมขนานมีค่าความเค้นเฉือนน้อยที่สุด



รูป 1.2 แผ่นวัสดุเจาะรูในแนวสามเหลี่ยมและสี่เหลี่ยมทั้งสี่แบบ
ที่มา : Nishida and Shiota [10]

Suzuki (1973) ได้วิเคราะห์ค่าความเค้นรอบขอบในของแหวนวงกลมรับภาระกระแทก (Impact load) ที่ขอบในและขอบนอกของแหวนวงกลม โดยภาระกระแทกสมมุติให้เป็นฟังก์ชันของ $\cos 2n\theta$ เมื่อ n คือจำนวนเต็ม ทำการวิเคราะห์โดยวิธีพลังงาน (Energy method) ทำการแสดงผลของค่าความเค้นเข้มข้นในรูปแบบของกราฟ Suzuki ได้อ้างถึงว่าแต่เดิมมีความเข้าใจว่าความเค้นที่เกิดจากภาระกระแทกมีค่าเป็นสองเท่าของภาระสถิต แต่จากผลที่ได้จากการศึกษานี้พบว่าค่าความเค้นเข้มข้นที่เกิดจากภาระกระแทกในบางกรณีจะมีค่ามากกว่าความเค้นที่เกิดจากภาระสถิต ไม่ใช่สองเท่าเสมอไป ดังตัวอย่างกรณีที่อัตราส่วนรัศมีภายนอกวงแหวนต่อรัศมีภายในวงแหวนเท่ากับห้า ค่าความเค้นเข้มข้นที่เกิดจากภาระกระแทกมีค่ามากกว่าความเค้นเข้มข้นที่เกิดจากภาระสถิต คือ 2.4

Gotoh (1973) ได้เสนอวิธีการหาค่าความเค้นของแถบยาวที่มีแถวของรูวงกลมอยู่กลางแถบยาว กรณีแถบยาวรับแรงดึงกระจายสม่ำเสมอ และ กรณีแถบยาวรับโมเมนต์คด วิธีการที่ใช้ในการหาค่าความเค้นคือ วิธีตัวแปรเชิงซ้อน ของ Muskhelishvili แสดงผลที่ได้เป็นกราฟระหว่างค่าความเค้นเข้มข้นกับค่า μ เส้นกราฟแต่ละเส้นแทนแต่ละตัวอย่างของค่า λ โดยที่ μ คืออัตราส่วนของรัศมีรูวงกลมต่อครึ่งหนึ่งของความกว้างแถบยาว และ λ คืออัตราส่วนของครึ่งหนึ่งของระยะระหว่างรูวงกลมต่อครึ่งหนึ่งของความกว้างแถบยาว ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า ทั้งสองกรณีคือ กรณีแถบยาวรับแรงดึงกระจายสม่ำเสมอ และ กรณีแถบยาวรับโมเมนต์คด ค่าความเค้นของแถบยาวที่มีแถวของรูกลมตรงกลาง จะมีแนวโน้มการลดหรือเพิ่มขึ้นเหมือนกับค่าความเค้นของแถบยาวมีรูกลมรูเดียวตรงกลาง ซึ่งเสนอผลการวิจัยโดย Ishida และ Belie and Appl ดังตัวอย่างค่าความเค้นเข้มข้นของแถบยาวที่มีแถวของรูกลมอยู่ตรงกลาง ที่ $\lambda=1.5$ จากกราฟที่ได้จากผลการวิจัยค่าความเค้นเข้มข้นจะเริ่มจาก 3 ที่ μ เท่ากับ 0 และเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยในช่วง μ จาก 0 ถึง 0.25 ค่าความเค้นเข้มข้นจะเพิ่มจาก 3 ถึง 3.25 แล้วจึงเพิ่มขึ้นสูงในช่วง μ จาก 0.25 ถึง 0.7 ค่าความเค้นเข้มข้นจะเพิ่มจาก 3.25 ถึง 7

อภิวันท์ พลชัย (1978) ได้วิเคราะห์หาค่าความเค้นเข้มข้นรอบร่องขนาดเล็กน้อยบนแผ่นวัสดุใส ซึ่งมีแรงภายนอกแบบกระจายกระทำในแนวเดียวแต่ทิศทางตรงกันข้าม โดยใช้วิธีถ่ายภาพการยืดหยุ่น ทำการศึกษาร่องซึ่งมีความกว้างเป็นสองเท่าของรัศมีความโค้งที่ปลาย และทดลองโดยการเปลี่ยนแปรขนาดและเปลี่ยนแปรตำแหน่งเอียงของร่องต่างๆกัน แล้วใช้ผลการทดลองเป็นแนวทางในการปรับแต่งสมการของค่าความเค้นเข้มข้นที่ปลายของรูวงรี (Elliptic hole) มาใช้กับร่อง

ซึ่งมีความกว้างเป็นสองเท่าของรัศมีความโค้งที่ปลาย ค่าความเค้นเฉือนของร่องนี้ คำนวณได้จาก

$$\frac{(2m+12)}{\sqrt{3m+16}} - \left(\frac{m}{12}\right) \cos 2\beta$$

เมื่อ m เป็นอัตราส่วนของครึ่งหนึ่งของความยาวระหว่างจุดโฟกัสต่อรัศมีความโค้งที่ปลายของร่อง และ β เป็นมุมเอียงที่แนวของร่องกระทำกับแนวของแรงแผ่กระจายที่กระทำกับแผ่นวัสดุ แต่ที่ m มีค่าสูง และ β มีค่าต่ำ เช่น เมื่อ m เท่ากับ 24 และ β เท่ากับ 30 องศา ค่าความเค้นเฉือนที่คำนวณได้จะน้อยกว่าค่าที่ได้จากการทดลองประมาณ 10 เปอร์เซ็นต์ นอกจากนี้การทดลองยังทำเฉพาะที่ m เท่ากับ 16 แต่เปลี่ยนความยาวและรัศมีความโค้งที่ปลายของร่องแบบที่กล่าวแล้ว และเอาผลมาเปรียบเทียบกับของร่องแคบซึ่งมีน้อยกว่าสองเท่าของรัศมีความโค้งที่ปลาย พบว่า ที่ m เท่ากับ 16 ค่าความเค้นเฉือนที่ β เดียวกันของร่องทั้งสองชนิดถือได้ว่าเท่ากัน

Shilkrot, Uziel and Gruntman (1987) ได้หาค่าความเค้นเฉือนของแผ่นระนาบสี่เหลี่ยม มีรูกลมขนาดใหญ่ รับแรงในแนวแกน โดยใช้วิธีการเปรียบเทียบกันระหว่างวิธีวิเคราะห์ กับวิธีทดลอง วิธีวิเคราะห์ได้ใช้ผลเฉลยทั่วไปของมิเชล(Michell general solution) หาค่าในระบบพิกัดเชิงขั้ว สำหรับวิธีทดลองใช้วิธีภาพถ่ายการยืดหยุ่น แสดงผลการเปรียบเทียบค่าจากการวิเคราะห์ กับค่าจากการทดลอง กราฟแสดงผลค่าความเค้นเฉือนบ่งชี้ว่าค่าความเค้นเฉือนจากการทดลองและจากการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกันมาก ดังตัวอย่าง ผลการวิจัยได้กราฟแสดงค่าระหว่างความเค้นเฉือนกับอัตราส่วน D/W เส้นกราฟแทนตัวอย่างวิจัยตามขนาด M/W โดยที่ M คือช่วงที่โหลดกระจายที่ขอบของแผ่นระนาบสี่เหลี่ยม D คือเส้นผ่านศูนย์กลางของรูกลมในแผ่นระนาบสี่เหลี่ยม และ W คือความกว้างของแผ่นระนาบสี่เหลี่ยม จากกราฟที่ M/W เท่ากับ 1 และ D/W เข้าใกล้ 0 ค่าความเค้นเฉือนจะเท่ากับ 3 ซึ่งกรณีนี้คือแผ่นระนาบกว้างมีรูกลมรับแรงดึงแผ่กระจายสม่ำเสมอที่ขอบ ที่เสนอโดย เคิร์ช (Kirsh) และถ้า D/W เพิ่มขึ้นจากช่วง 0.3 ถึง 0.9 ค่าความเค้นจะเพิ่มจาก 3 ถึง 15 และค่าที่ได้จากการคำนวณและค่าที่ได้จากการทดลองเป็นจุดเดียวกันในกราฟแสดงผลการวิจัย

Batista and Usenik (1996) ได้วิเคราะห์หาค่าความเค้นภายในแหวนกลมที่รับแรงกดขนาด F ที่กระทำในแนวเดียวยกทิศทางตรงข้ามกันที่ขอบนอก โดยวิธีตัวแปรเชิงซ้อน(Complex variable method) และหลักการซ้อนรวมตำแหน่ง(Principle of superposition) ได้ค่าความเค้นเฉือนสำหรับอัตราส่วนของรัศมีภายในต่อรัศมีภายนอกในช่วง 0-0.95 และแสดงค่าความเค้นเฉือนในรูปตาราง ตำแหน่งที่หาค่าความเค้นเฉือนเพื่อแสดงในตารางคือ ที่ขอบในและขอบนอกของวงแหวน ที่

มุม 0° และ 90° ค่าความเค้นเฉือนที่แสดงในตารางมีค่าใกล้เคียงกับผลการวิจัยของปัญหาที่เสนอ โดยผู้อื่น ดังตัวอย่าง วงแหวนที่มีอัตราส่วนของรัศมีภายในต่อรัศมีภายนอกเท่ากับ 0.5 เมื่อเปรียบเทียบค่าความเค้นเฉือนที่ขอบในของวงแหวน มุม 0° ค่าความเค้นที่ได้จากผลการวิจัยที่แสดงในตารางคือ 10.1553 ค่าความเค้นเฉือนที่เสนอโดย David คือ 10.147 และค่าความเค้นเฉือนที่เสนอโดย Roark คือ 10.1 จะเห็นได้ว่าค่าความเค้นเฉือนจะมีค่าใกล้เคียงกันมาก

ณัฐ กาษยปนนท์ (2000) ได้นำฟังก์ชันความเค้นของแอร์มาหาค่าความเค้นและความเครียด และแสดงภาพการกระจายความเค้นและการกระจายความเครียดที่เกิดขึ้น โดยเขียนโปรแกรมลงในโปรแกรม Mathematica 3.0 ทำการตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรมโดยการทดลองใช้โปรแกรมกับปัญหาที่มีคำตอบชัดเจนถูกต้องและเป็นที่ยอมรับทั่วไป ผลที่ได้พบว่าค่าความเค้นจากโปรแกรมมีค่าสอดคล้องกับค่าที่คำนวณได้ตามทฤษฎีของฟังก์ชันความเค้น ค่าความเค้นที่ได้มีค่าความผิดพลาดไม่เกิน 0.1 เปอร์เซ็นต์

1.3 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1.3.1 เพื่อวิเคราะห์ความเค้นของแผ่นระนาบกว้างมีรูกลมและมีแผ่นวัสดุอื่นรูปวงแหวนติดอยู่ในรูกลม

1.3.2 เพื่อหาค่าความเครียดที่เกิดขึ้นในแผ่นระนาบกว้างมีรูกลมและมีแผ่นวัสดุอื่นรูปวงแหวนติดอยู่ในรูกลม

1.4 ประโยชน์ที่จะได้รับจากการศึกษาเชิงทฤษฎี

1.4.1 ได้ค่าความเค้นและความเครียดในแผ่นกว้างมีรูกลมและมีแผ่นวัสดุอื่นรูปวงแหวนติดอยู่ในรูกลม

1.4.2 เพื่อเป็นพื้นฐานในการออกแบบชิ้นงานทางวิศวกรรมเครื่องกล

1.4.3 เพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

1.5.1 วิเคราะห์หาค่าความเค้นที่เกิดขึ้นใน แผ่นระนาบกว้างมีรูกลมและมีแผ่นวัสดุอื่น ซึ่งเป็น เหล็ก อลูมิเนียม ทังสเตน หรือไททาเนียมรูปวงแหวนติดอยู่ในรูกลม ภายใต้แรงดึง สม่ำเสมอสองด้านตรงข้ามกัน

1.5.2 แผ่นระนาบกว้างและวงแหวนเป็นวัสดุยึดหยุ่นเชิงเส้นแบบเอกพันธ์และมี สมบัติเหมือนกันทุกทาง ยึดต่อประสานกันอย่างสมบูรณ์

1.5.3 ค่าอัตราส่วนรัศมีภายในต่อรัศมีภายนอก ตั้งแต่ 0.2 ถึง 0.8 อัตราส่วนโมดูลัส ของยังก์ของวงแหวนต่อ โมดูลัสของยังก์ของแผ่นระนาบกว้าง ตั้งแต่ 0.5 ถึง 3 และอัตราส่วนปัวส์ ซองของวงแหวนต่ออัตราส่วนปัวส์ซองของแผ่นระนาบกว้าง ตั้งแต่ 0.8 ถึง 1.5 โดยพิจารณาจาก ความเหมาะสมและคุณสมบัติของวัสดุทางวิศวกรรมเป็นหลัก

1.5.4 การพิจารณาปัญหาเป็นแบบสองมิติเชิงความเค้น

1.5.5 แก้ปัญหาโดยเลือกใช้ฟังก์ชันความเค้นที่เหมาะสม

1.5.6 เปรียบเทียบค่าความเค้นจากการวิเคราะห์โดยฟังก์ชันความเค้นกับความเค้นจาก วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์