

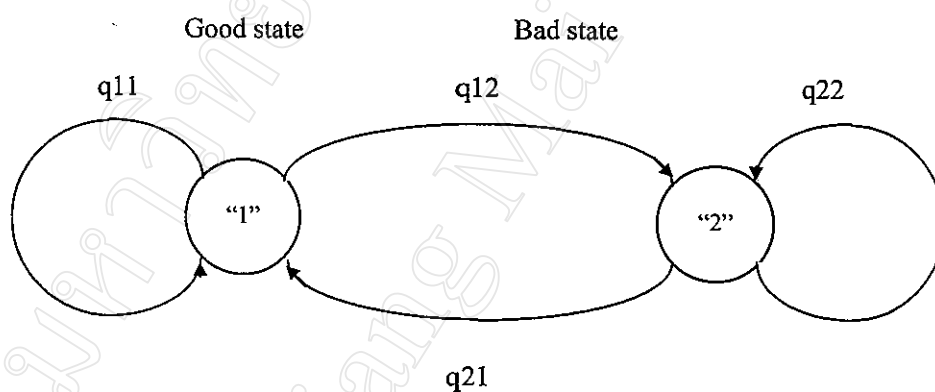
บทที่ 3

การจำลองแบบช่องสื่อสาร

3.1 แบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะ (2-state Markov Chain Model)

แบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะนี้ แนะนำโดย McCullough, R.H. [13] โดยพัฒนามาจากรูปแบบจำลองของ Gilbert, E.N. [8] และ Elliott, E.O. [6] โดยมีข้อดีกว่า ก็คือสามารถหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองได้ง่ายจากขบวนการข้อมูลที่ได้จากการทดลอง

แบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟแบบนี้จะประกอบด้วยสถานะของช่องสื่อสารแบบสมมาตรสองสถานะสองส่วนซึ่งต่างก็มีค่าอัตราบิตผิดพลาดของตัวเอง และมีค่าความน่าจะเป็นที่จะอยู่สถานะเดิมหรือเปลี่ยนสถานะไปเป็นอีกสถานะหนึ่ง โดยพิจารณาหลังจากที่เกิดบิตผิดพลาดขึ้นเท่านั้นดังแสดงในรูป 3.1



รูป 3.1 แบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะ

โดยที่ ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ q_{ij} คือ

$$q_{ij} = P [\text{สถานะที่ } i \rightarrow \text{สถานะที่ } j \mid \text{บิตสุดท้าย คือบิตผิดพลาด}] \quad (3.1)$$

ค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาด $Q(x)$ หรือ $P(0^x | 1)$ ของแบบจำลองนี้ คือ (McCullough, R.H., [13])

$$Q(x) = Q_1(1 - e_1)^x + Q_2(1 - e_2)^x \quad (3.2)$$

เมื่อ Q_j คือ ค่าความน่าจะเป็นแบบไม่มีเงื่อนไขที่จะอยู่ในสถานะ j ณ บิตแรกหลังจากเกิดบิตผิดพลาด และ $j = 1$ หรือ 2

x คือ จำนวนบิตของช่วงปราศจากความผิดพลาด (error-free run) ระหว่างบิตผิดพลาดสองบิต

McManamon, P. [14] ได้ให้ความสัมพันธ์ของค่าอัตราบิตผิดพลาดเฉลี่ย p_e และค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาด g เป็นดังนี้

$$P_e = [g + 1]^{-1} \quad (3.3)$$

สำหรับช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดที่มีความยาวมากๆ แล้ว จะประมาณได้ว่า

$$P_e = [g]^{-1} \quad (3.4)$$

ในกรณีแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะแล้ว ค่า g หาได้จาก (McCullough, R.H., [13])

$$g = Q_1 e_1 + Q_2 / e_2 \quad (3.5)$$

และ

$$p_e = 1 / [(Q_1 / e_1) + (Q_2 / e_2)] \quad (3.6)$$

โดยที่ Q_j หาได้จากชุดของสมการต่อไปนี้

$$Q_1 + Q_2 = 1 \quad (3.7)$$

$$Q_1 = Q_1 q_{11} + Q_2 q_{21} \quad (3.8)$$

$$Q_2 = Q_1 q_{12} + Q_2 q_{22} \quad (3.9)$$

ดังนั้น จะได้ว่า

$$Q_1 = q_{21} / (q_{12} + q_{21}) \quad (3.10)$$

$$Q_2 = q_{12} / (q_{12} + q_{21}) \quad (3.11)$$

ความน่าจะเป็นที่จะอยู่ในสถานะ i หาได้จาก

$$R_1 = p_e Q_1 / e_1 \quad (3.12)$$

$$R_2 = p_e Q_2 / e_2 \quad (3.13)$$

และจะได้ว่า อัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย คือ

$$p_e = R_1 e_1 + R_2 e_2 \quad (3.14)$$

ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m,n)$ หาได้จาก (McCullough, R.H., [13])

$$P(m,n) = A_1(m,n) + A_2(m,n) \quad (3.15)$$

โดยกำหนดให้ $A_i(m,n)$ คือ ความน่าจะเป็นที่บิดผิดพลาดจำนวน m บิต จะเกิดในช่วงข้อมูลขนาด n บิต และอยู่ในสถานะ i หลังจาก n บิต และได้ว่า

$$A_1(m,n) = A_1(m,n-1)(1-e_1) + A_1(m-1,n-1)e_1q_{11} + A_2(m-1,n-1)e_2q_{21} \quad (3.16)$$

$$A_2(m,n) = A_2(m,n-1)(1-e_2) + A_2(m-1,n-1)e_2q_{22} + A_1(m-1,n-1)e_1q_{12} \quad (3.17)$$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้น คือ

$$A_1(m,n) = 0 \text{ ถ้า } m < 0 \text{ หรือ } m > n \text{ หรือ } n \leq 0$$

$$A_1(0,1) = R_1(1-e_1)$$

$$A_2(0,1) = R_2(1-e_2)$$

$$A_1(1,1) = R_1e_1q_{11} + R_2e_2q_{21}$$

$$A_2(1,1) = R_2e_2q_{22} + R_1e_1q_{12} \quad (3.18)$$

3.2 การหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะ

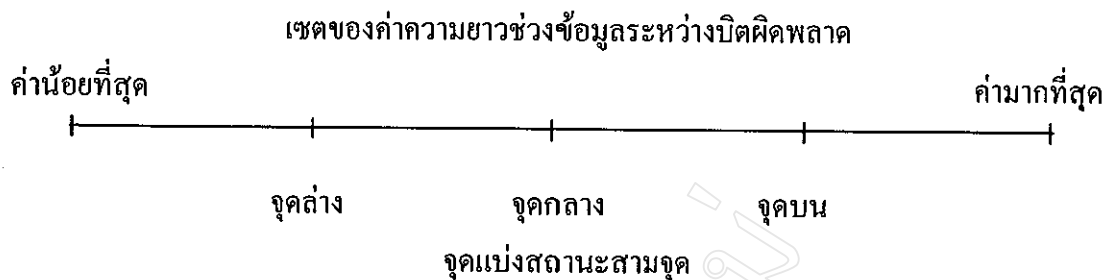
3.2.1 การค้นหาแบบไบนารีโดยอาศัยจุดแบ่งสถานะ (State Separator)

Rahman, M. and Bulmer, M. [21] ได้เสนอวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสี่สถานะเพื่อจำลองแบบพฤติกรรมของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในช่องสื่อสารดาวเทียมเคลื่อนที่ภาคพื้นดิน ลักษณะของแบบจำลองนี้คล้ายกับแบบจำลองของ McCullough, R.H. [13] โดยที่แต่ละสถานะจะเป็นช่องสื่อสารแบบสมมาตรสองสถานะซึ่งต่างก็มีค่าอัตราบิตผิดพลาดของตัวเอง และพิจารณาการคงอยู่สถานะเดิมหรือเปลี่ยนสถานะหลังจากเกิดบิตผิดพลาดเท่านั้น วิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่นำเสนอไว้นั้นใช้วิธีการกำหนดจุดแบ่งสถานะ (State Separator) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดซึ่งใช้การเปรียบเทียบค่าผลรวมความต่างกำลังสอง (Sum Squared Error) ระหว่างค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดที่ได้จากขบวนข้อมูลจริง และที่คำนวณได้จากแบบจำลองจากสมการ (3.4) จะได้ว่าค่าอัตราบิตผิดพลาดแปรผกผันกับความยาวของช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาด ดังนั้นในแต่ละสถานะของแบบจำลองจะมีค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดต่างกัน โดยที่จุดแบ่งสถานะนั้นจะถูกนิยามให้เป็นตัวเลขจำนวนเต็มบวกใดก็ได้ที่มีค่าระหว่างค่ามากที่สุดและค่าน้อยที่สุดของความยาวของช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาด นั่นคือ ณ จุดใดใดในขบวนข้อมูลจะอยู่สถานะใดนั้นขึ้นกับความยาวของช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดอยู่ระหว่างค่าน้อยที่สุดและค่ามากที่สุดของสถานะนั้น และจุดแบ่งสถานะนั้นจะเปลี่ยนค่าไปเรื่อย ๆ ในลักษณะลดค่าลงทีละครั้งของค่าเดิมหรือเป็นการสืบค้นแบบไบนารีเพื่อจะหาจุดแบ่งสถานะที่ให้ค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของแบบจำลอง

ในงานวิจัยนี้จะทดลองนำเอาแนวความคิดของ Rahman, M. and Bulmer, M. [21] มาใช้ในการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะโดยขั้นตอนต่างๆ ในการหาค่าพารามิเตอร์มีดังนี้

- ก) หาค่ามากที่สุดและน้อยที่สุดของช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดจากขบวนข้อมูล
- ข) กำหนดจุดแบ่งสถานะสามจุดในระหว่างค่าน้อยที่สุดและค่ามากที่สุดที่ได้ ดัง

รูป 3.2



รูป 3.2 จุดแบ่งสถานะสามจุดในเขตของค่าความยาวช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาด

โดยที่จุดแบ่งสถานะจุดกลางคือค่าที่ครึ่งหนึ่งของค่ามากที่สุดลบค่าน้อยที่สุดของความยาวช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาด จุดแบ่งสถานะจุดบนและจุดล่างคือจุดที่มีช่วงห่างครึ่งหนึ่งของระยะห่างระหว่างจุดกลางกับค่ามากที่สุด และจุดกลางกับค่าน้อยที่สุดตามลำดับ

ค) สำหรับจุดแบ่งสถานะแต่ละจุด จะทำให้ได้พารามิเตอร์ของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะ นั่นคือสถานะที่ความยาวช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดมีค่าน้อยกว่าจุดแบ่งสถานะกับสถานะที่ความยาวช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดมีค่ามากกว่าจุดแบ่งสถานะ หลังจากนั้นหาค่าเฉลี่ยความยาวช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดของแต่ละสถานะ และจะได้ค่าอัตราบิตผิดพลาดเฉลี่ยของแต่ละสถานะ e_1, e_2 ตามสมการ (3.3)

ง) ค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะ q_{ij} สามารถหาได้จากขบวนการข้อมูลโดยการนับจำนวนครั้งของการที่คงอยู่สถานะเดิมหรือเปลี่ยนสถานะ โดยอาศัยการตรวจสอบความยาวช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดที่เกิดขึ้นทุกครั้งหลังเกิดบิตผิดพลาด ดังนั้น

q_{11} คือ จำนวนครั้งที่คงอยู่สถานะ “1” / (จำนวนครั้งที่คงอยู่สถานะ “1” +

จำนวนครั้งที่เปลี่ยนสถานะจาก “1” ไปสู่สถานะ “2”)

q_{12} คือ จำนวนครั้งที่เปลี่ยนสถานะจาก “1” ไปสู่สถานะ “2” / (จำนวนครั้งที่คงอยู่สถานะ “1” +

จำนวนครั้งที่เปลี่ยนสถานะจาก “1” ไปสู่สถานะ “2”)

q_{22} คือ จำนวนครั้งที่คงอยู่สถานะ “2” / (จำนวนครั้งที่คงอยู่สถานะ “2” +

จำนวนครั้งที่เปลี่ยนสถานะจาก “2” ไปสู่สถานะ “1”)

q_{21} คือ จำนวนครั้งที่เปลี่ยนสถานะจาก “2” ไปสู่สถานะ “1” / (จำนวนครั้งที่คงอยู่สถานะ “2” +

จำนวนครั้งที่เปลี่ยนสถานะจาก “2” ไปสู่สถานะ “1”)

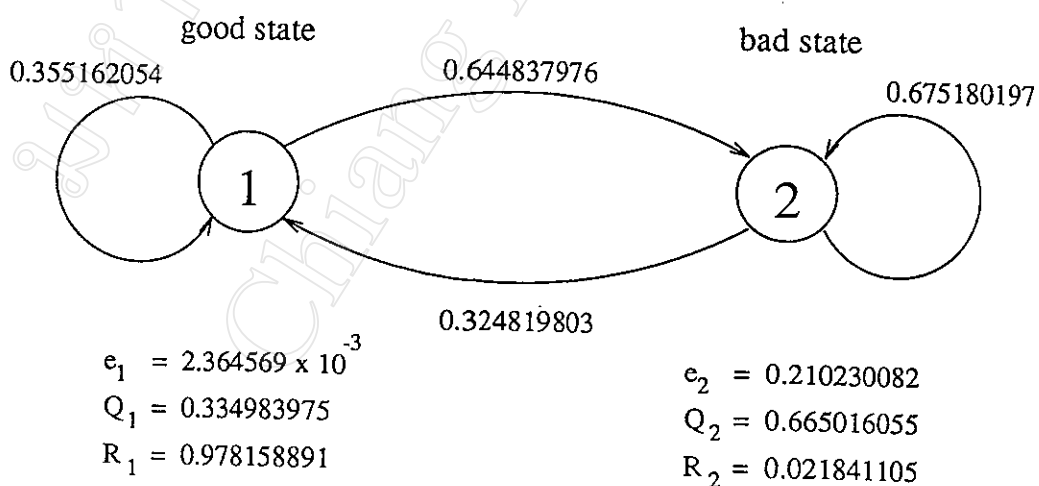
จ) ค่าความน่าจะเป็นแบบไม่มีเงื่อนไขที่จะอยู่ในสถานะ i คือ Q_i คำนวณจากสมการ (3.10) และ (3.11)

ฉ) คำนวณหาค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาด $Q(x)$ จากค่า e_1, e_2, Q_1, Q_2 ที่หาได้ตามสมการ (3.2)

ช) เปรียบเทียบค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดที่ได้จากแบบจำลองที่มีจุดแบ่งสถานะแต่ละจุดกับค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดที่หาได้จากขบวนการข้อมูลโดยอาศัยเทคนิคการเปรียบเทียบผลรวมความต่างกำลังสอง จุดแบ่งสถานะที่ให้ค่าผลรวมความต่างกำลังสองน้อยที่สุดจะเป็นจุดแบ่งสถานะที่เหมาะสมที่สุดแก่แบบจำลอง

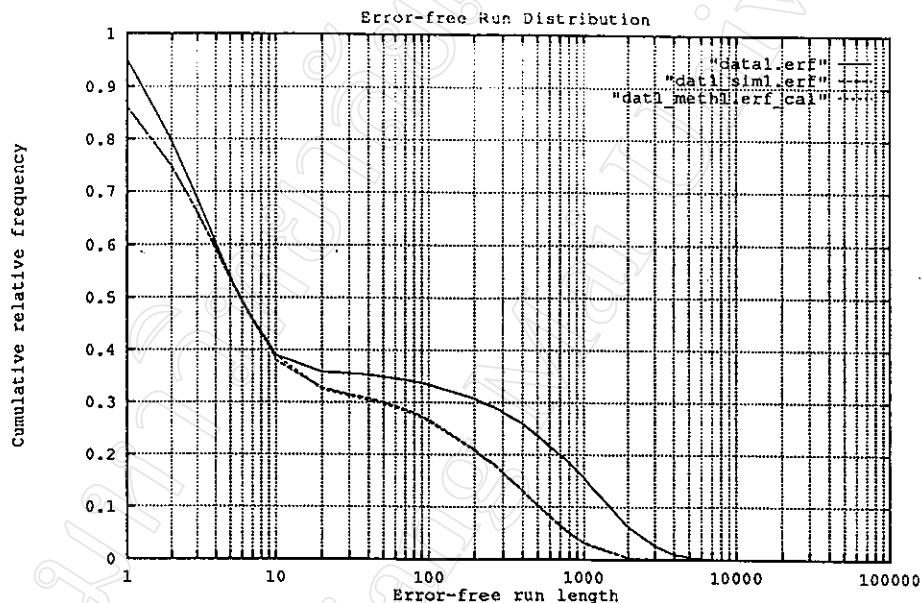
ซ) ย้ายจุดแบ่งสถานะจุดกลางมาที่จุดแบ่งสถานะที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งอาจจะเป็นจุดกลางเดิม จุดบน หรือจุดล่างที่มีผลรวมความต่างกำลังสองน้อยที่สุด แล้วลดระยะห่างระหว่างจุดกลางใหม่กับจุดบนใหม่ และจุดกลางใหม่กับจุดล่างใหม่ลงครึ่งหนึ่งจากของเดิม ซึ่งเป็นเทคนิคการสืบค้นแบบไบนารี ดำเนินการซ้ำตามขั้นตอนตั้งแต่เริ่มต้น จนกระทั่งระยะห่างระหว่างจุดแบ่งสถานะจุดกลาง จุดบน จุดล่าง ห่างกันแค่หนึ่งซึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดแล้ว ก็จะได้จุดแบ่งสถานะที่เหมาะสมที่สุด

ขั้นตอนต่าง ๆ ในการหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองถูกโซ่มาร์คอฟดังกล่าวข้างต้นถูกนำมาเขียนจำลองการทำงานโดยใช้โปรแกรมภาษา C บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล ในที่นี้ได้ทดลองใช้ข้อมูลที่ชื่อ “data 1” และได้ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของแบบจำลองดังแสดงในรูป 3.3



รูป 3.3 แบบจำลองถูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะของข้อมูล “data 1” ที่มีพารามิเตอร์ซึ่งได้จากวิธีการค้นหาแบบไบนารีโดยอาศัยจุดแบ่งสถานะ

จากการเปรียบเทียบค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดระหว่างค่าที่ได้จากข้อมูล “data 1” และค่าที่คำนวณจากแบบจำลองได้ ค่าผลรวมความต่างกำลังสองเท่ากับ 0.18998618 และค่าอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยซึ่งคำนวณจากพารามิเตอร์ที่หาได้มีค่าเท่ากับ 6.9046×10^{-3} ขณะที่ค่าอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยของข้อมูล “data 1” คือ 2.3435×10^{-3} เพื่อพิสูจน์ความถูกต้องของค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลอง จึงใช้แบบจำลองที่มีค่าพารามิเตอร์ดังที่หาได้ให้กำเนิดขบวนข้อมูลขึ้นมาอีกชุดหนึ่ง ปรากฏว่าอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยของข้อมูลที่ถูกสังเคราะห์ขึ้นมาจากแบบจำลองมีค่า 6.7585×10^{-3} ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณได้ และรูป 3.4 เป็นการเปรียบเทียบค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดที่ได้จากข้อมูล “data 1” ต้นแบบ และที่ได้จากข้อมูลที่สังเคราะห์จากแบบจำลอง และค่าที่ได้จากการคำนวณโดยใช้พารามิเตอร์ของแบบจำลอง



รูป 3.4 ค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดเปรียบเทียบเมื่อใช้วิธีการค้นหาแบบไบนารีโดยอาศัยจุดแบ่งสถานะ

จากการเปรียบเทียบค่าอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยและสังเกตรูปภาพของค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดของข้อมูลสังเคราะห์และค่าที่คำนวณได้จากแบบจำลองซึ่งทับกันพอดี แต่ไม่ทับกับรูปภาพของค่าที่ได้จากข้อมูล “data 1” ดังนั้นสรุปได้ว่าวิธีการค้นหาแบบไบนารีโดยอาศัยจุดแบ่งสถานะไม่สามารถใช้หาพารามิเตอร์ของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะในกรณีนี้ได้ จึงจำเป็นต้องหาวิธีการใหม่ในการค้นหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะ

3.2.2 การค้นหาแบบไบนารีโดยอาศัยพารามิเตอร์ของสถานะที่มีอัตราบิดผิดพลาดมาก

หัวข้อนี้เป็นการนำเสนอวิธีใหม่ของการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะ โดยเน้นไปที่การค้นหาแบบไบนารีของพารามิเตอร์ของสถานะที่มีค่าอัตราบิดผิดพลาดมากกว่าอีกสถานะหนึ่ง พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของแบบจำลองดังนี้ จากสมการ (6) ค่าอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยเขียนอยู่ในรูปใหม่ได้

$$p_e = e_1 e_2 / (Q_1 e_2 + Q_2 e_1) \quad (3.19)$$

ดังนั้น

$$e_1 = p_e Q_1 e_2 / (e_2 - p_e Q_2) \quad (3.20)$$

จาก

$$Q_1 + Q_2 = 1 \quad (3.21)$$

หรือ

$$Q_1 = 1 - Q_2 \quad (3.22)$$

สมการ (3.20) เขียนใหม่ได้

$$e_1 = p_e e_2 (1 - Q_2) / (e_2 - p_e Q_2) \quad (3.23)$$

จากสมการ (3.21) และ (3.23) ทำให้สมการ (3.2) ค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาด $Q(x)$ เขียนใหม่ได้

$$Q(x) = (1 - Q_2) \{1 - [p_e e_2 (1 - Q_2) / (e_2 - p_e Q_2)]\}^x + Q_2 (1 - e_2)^x \quad (3.24)$$

เนื่องจากค่าอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย (p_e) สามารถหาได้จากขบวนข้อมูล จึงทำให้ฟังก์ชัน $Q(x)$ มีตัวแปรไม่ทราบค่าสองตัวแปรคือ e_2 และ Q_2 จากนั้นจึงใช้วิธีการค้นหาแบบไบนารีคล้ายกับวิธีแรกที่กำลังกล่าวในหัวข้อ 3.2.1 ในการค้นหาค่าเหมาะที่สุดของ e_2 และ Q_2 ที่จะให้ได้ค่าผลรวมความต่างกำลังสองน้อยที่สุดของค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดโดยเปรียบเทียบกันระหว่างค่าที่ได้จากขบวนข้อมูลต้นแบบและที่ได้จากการคำนวณโดยใช้พารามิเตอร์ที่ได้จากการค้นหาแบบไบนารี เนื่องจากตัวแปรที่ต้องการค้นหาทั้งสองตัวแปร ดังนั้นวิธีการค้นหาแบบไบนารีจึงต้องกระทำทั้งสองตัวแปรพร้อมกัน นั่นคือ แต่ละค่าของ e_2 ในกระบวนการค้นหาจะต้องมีการค้นหาแบบไบนารีกับค่า Q_2 ด้วย

พารามิเตอร์ที่ต้องการหาต่อไปคือ q_{ij} ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนสถานะจากสถานะ i ไปสู่สถานะ j โดยที่ i และ j มีค่าเท่ากับ 1 หรือ 2 แต่การคำนวณค่า q_{ij} นั้น จากความสัมพันธ์ สมการ (3.7) ถึงสมการ (3.11) กระทำโดยตรงไม่ได้ เนื่องจากอัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ยของแต่ละสถานะมีค่าแตกต่างกันมาก จึงสามารถพิจารณาหาค่า q_{ij} ได้ดังนี้ กำหนดให้ m_2 คือ ค่าความยาวของช่วงข้อมูลระหว่างบิดผิดพลาด (Gap length) ที่มีค่ามากที่สุดของสถานะที่มีอัตราบิดผิดพลาดมาก แล้วใช้ในการตัดสินใจว่าเมื่อเกิดความผิดพลาดติดต่อกันจะเป็นการย้ายสถานะจาก “bad state” ไปสู่สถานะ “good state” หรือคงสถานะที่ “bad state” ดังเดิม โดยนับจำนวนครั้งในการย้ายสถานะดังกล่าวจากขบวนข้อมูลให้มีค่าเป็น n_{21} และ n_{22} ตามลำดับ ดังนั้นค่าของ q_{21} มีค่าเท่ากับ $n_{21} / (n_{21} + n_{22})$ และค่า q_{22} มีค่าเท่ากับ $1 - q_{21}$ จากนั้นก็หาค่า q_{12} และ q_{11} ได้จากสมการ (3.10) และ (3.11) จากสมการ (2.2) ค่าการกระจายของช่วงข้อมูลระหว่างบิดผิดพลาด $P_g(m)$ คือ

$$\begin{aligned} P_g(m) &= 1 - q^m \\ &= 1 - (1 - p_e)^m \end{aligned} \quad (3.25)$$

เมื่อ m คือ ความยาวของช่วงข้อมูลระหว่างบิดผิดพลาด

p_e คือ อัตราบิดผิดพลาดเฉลี่ย

เพื่อให้การคำนวณหาค่า m ง่ายขึ้นจึงประมาณให้ค่า $P_g(m)$ มีค่าสูง ๆ ค่าหนึ่ง ในที่นี้เลือกให้ $P_g(m)$ มีค่าเท่ากับ 95% ซึ่งจะครอบคลุมจำนวนความยาวของช่วงข้อมูลระหว่างบิดผิดพลาดได้มากพอที่จะเป็นกลุ่มสมาชิกส่วนใหญ่ของค่าการกระจาย จึงได้สมการ (3.25) ในรูปใหม่คือ

$$0.95 = 1 - (1 - p_e)^m \quad (3.26)$$

หรือ

$$(1 - p_e)^m = 0.05 \quad (3.27)$$

และได้ค่า

$$m = \log 0.05 / \log(1 - p_e) \quad (3.28)$$

ซึ่งค่า m ในสมการ (3.28) ก็คือค่าความยาวมากที่สุดของช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดที่กำหนดไว้นั่นเอง จึงได้ว่า

$$m_{g2} = \log 0.05 / \log(1 - p_e) \quad (3.29)$$

ขั้นตอนต่าง ๆ สรุปได้ดังนี้

- (ก) หาค่า p_e จากขบวนการข้อมูลซึ่งก็คืออัตราส่วนระหว่างจำนวนบิตผิดพลาดต่อจำนวนบิตทั้งหมดของขบวนการข้อมูล
- (ข) หาค่า e_2 และ Q_2 โดยใช้การค้นหแบบไบนารีด้วยการเปรียบเทียบค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาด $Q(x)$ ของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะที่ใช้ค่า e_2 และ Q แทนลงไปเทียบกับ $Q(x)$ ของขบวนการข้อมูลที่กำลังพิจารณาให้ได้ค่าผลรวมความต่างกำลังสองมีค่าน้อยที่สุดก็จะได้ค่า e_2 และ Q_2 เหมาะที่สุดตามต้องการ
- (ค) หาค่าความยาวมากที่สุดของช่วงข้อมูลระหว่างบิตผิดพลาดของสถานะที่มีอัตราบิตผิดพลาดมากกว่าอีกสถานะหนึ่งคือ m_{g2} ซึ่งได้จากสมการ (3.29)
- (ง) ใช้ค่า m_{g2} เป็นค่าตัดสินใจว่าบิตผิดพลาดบิตต่อไปจากบิตผิดพลาดก่อนหน้านี้เป็นการย้ายจากสถานะ “bad state” ไปสู่สถานะ “good state” หรือยังคงอยู่ “bad state” ต่อไป ก็จะได้จำนวนครั้งในการย้ายสถานะ n_{21} และ n_{22} ตามลำดับ แล้วก็ได้ค่า q_{21} คือ

$$q_{21} = n_{21} / (n_{21} + n_{22}) \quad (3.30)$$

และ $q_{22} = 1 - q_{21} \quad (3.31)$

จากสมการ (3.7)

$$Q_1 + Q_2 = 1 \quad (3.32)$$

$$\text{ได้ } Q_1 = 1 - Q_2 \quad (3.33)$$

จากสมการ (3.10)

$$Q_1 = q_{21} / (q_{12} + q_{21}) \quad (3.34)$$

$$\text{เขียนใหม่ได้ } 1 - Q_2 = q_{21} / (q_{12} + q_{21}) \quad (3.35)$$

หรือ

$$(q_{12} + q_{21}) = q_{21} / 1 - Q_2 \quad (3.36)$$

จากสมการ (3.11)

$$Q_2 = q_{12} / (q_{12} + q_{21}) \quad (3.37)$$

$$\text{หรือ } q_{12} = Q_2 (q_{12} + q_{21}) \quad (3.38)$$

$$\text{หรือ } q_{12} = Q_2 q_{21} / (1 - Q_2) \quad (3.39)$$

แทนค่า Q_2 และ q_{21} ลงในสมการ (3.39) ก็จะหา q_{12} ได้ และ

$$q_{11} = 1 - q_{12} \quad (3.40)$$

(จ) หลังจากค้นหาค่า e_2 และ Q_2 จนได้ค่าที่เหมาะสมที่สุดแล้วก็คำนวณค่าพารามิเตอร์ที่เหลือ ดังนี้

จากสมการ (3.20)

$$e_1 = \frac{p_e e_2 Q_1}{e_2 - (p_e Q_2)} \quad (3.41)$$

โดยที่ค่า R_1 และ R_2 คำนวณได้จากสมการ (3.12) และ (3.13) ตามลำดับ

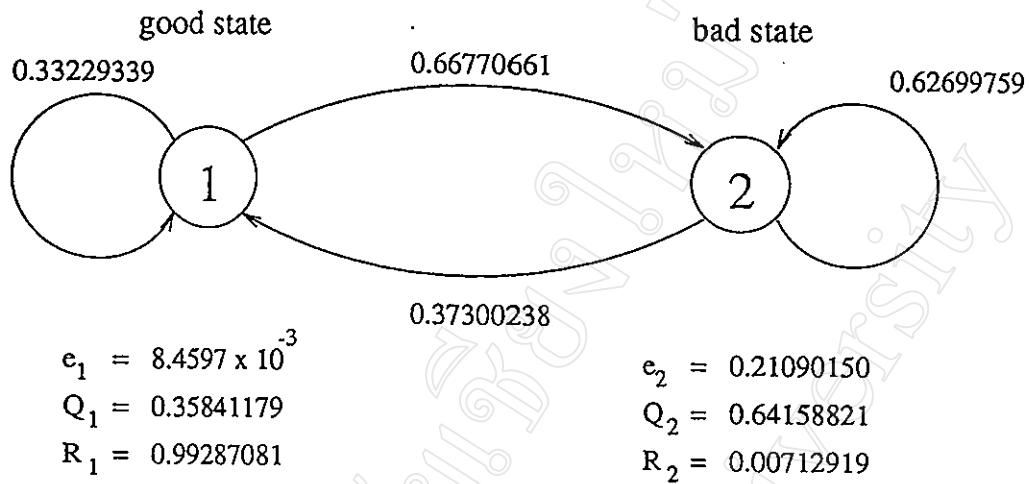
ขั้นตอนในการค้นหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะดังกล่าวข้างต้น ถูกนำมาเขียนจำลองการทำงานโดยใช้โปรแกรมภาษา C บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล และนำไปใช้กับขบวนข้อมูลที่เตรียมไว้ทั้ง 4 ชุด คือ “data 1” “data 2” “data 3” และ “data 4” ผลของการค้นหาพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของแบบจำลองของขบวนข้อมูลทั้ง 4 ชุด แสดงในตาราง 3.1 ดังนี้

ตาราง 3.1 ผลจากการค้นหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะ โดยใช้ขบวนข้อมูลทั้งสี่ชุด

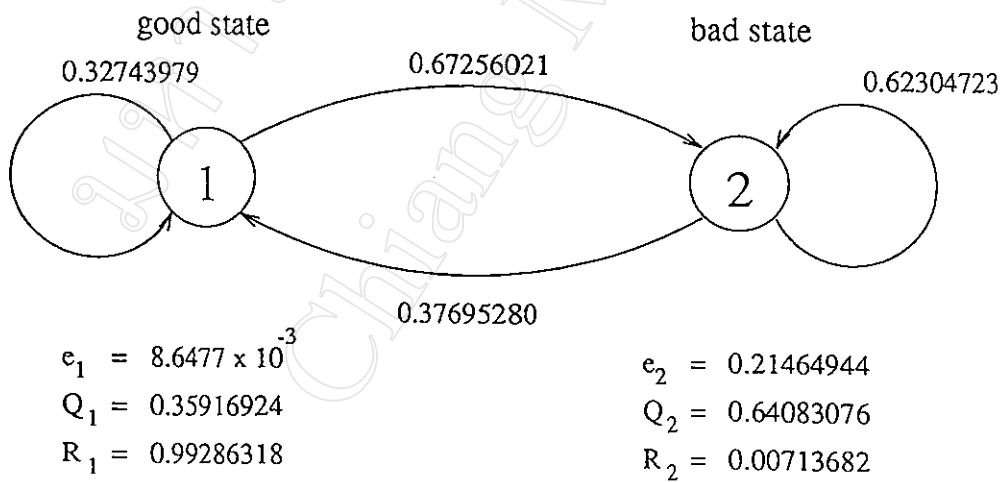
Parameters	Files			
	“data1”	“data2”	“data3”	“data4”
SSQ	0.01199275	0.01006001	0.01083672	0.01065211
original BER	2.3435×10^{-3}	2.3905×10^{-3}	2.4405×10^{-3}	2.4130×10^{-3}
simulated BER	2.3228×10^{-3}	2.3688×10^{-3}	2.4242×10^{-3}	2.4075×10^{-3}
e_1	8.4597×10^{-4}	8.6477×10^{-4}	8.7707×10^{-4}	8.8294×10^{-4}
e_2	0.21090150	0.21464944	0.20703161	0.21558641
q_{11}	0.33229339	0.32743979	0.32662243	0.32773024
q_{12}	0.66770661	0.67256021	0.67337757	0.67226976
q_{22}	0.62699759	0.62304723	0.62669498	0.61639947
q_{21}	0.37300238	0.37695280	0.37330502	0.38360053
Q_1	0.35841179	0.35916924	0.35665542	0.36330271
Q_2	0.64158821	0.64083076	0.64334458	0.63669729
R_1	0.99287081	0.99286318	0.99241620	0.99287361
R_2	0.00712919	0.00713682	0.00758380	0.00712639

ซึ่งพารามิเตอร์ต่าง ๆ นั้นสามารถนำไปเขียนอยู่ในรูปแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะสำหรับข้อมูล “data 1” “data 2” “data 3” และ “data 4” ดังแสดงในรูป 3.5 ถึงรูป 3.8 ตามลำดับ

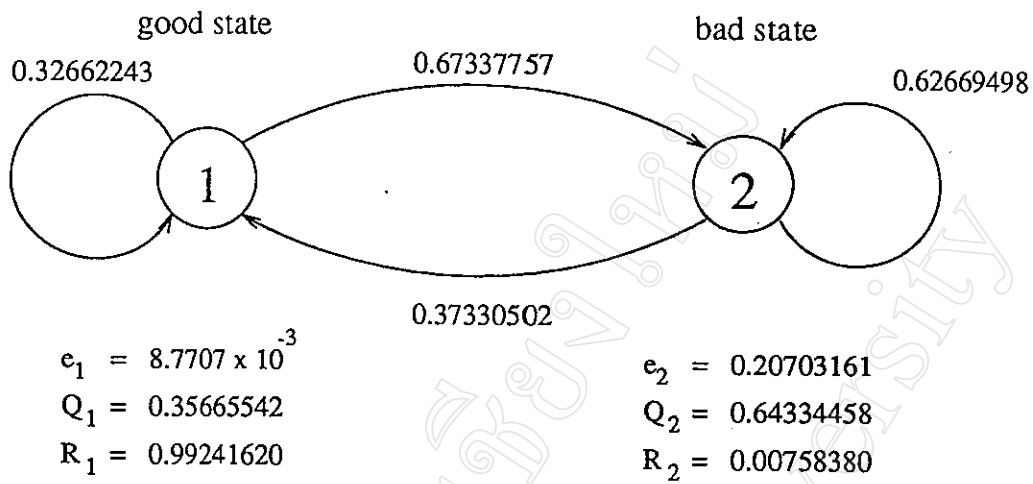
ค่าสถิติความผิดพลาดต่าง ๆ ของขบวนข้อมูลต้นแบบ และของขบวนข้อมูลที่สร้างมาจากแบบจำลองและค่าที่ได้จากการคำนวณแสดงเปรียบเทียบ ดังในรูป 3.9 ถึงรูป 3.44 โดยที่เส้นทึบแสดงถึงค่าสถิติความผิดพลาดของขบวนข้อมูลต้นแบบ เส้นประแสดงถึงค่าสถิติความผิดพลาดของขบวนข้อมูลที่สร้างจากแบบจำลอง และเส้นจุดแสดงถึงค่าสถิติความผิดพลาดที่ได้จากการคำนวณ



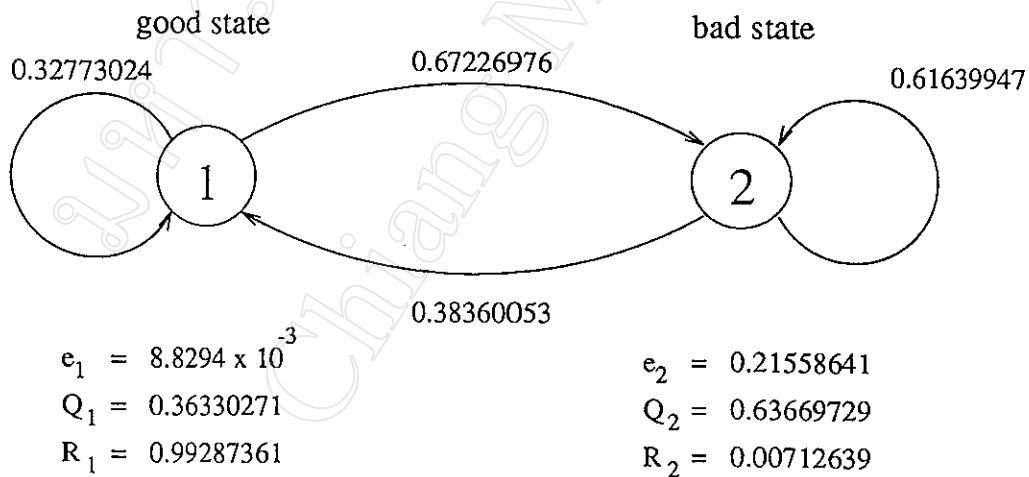
รูป 3.5 แบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะของข้อมูล "data 1"



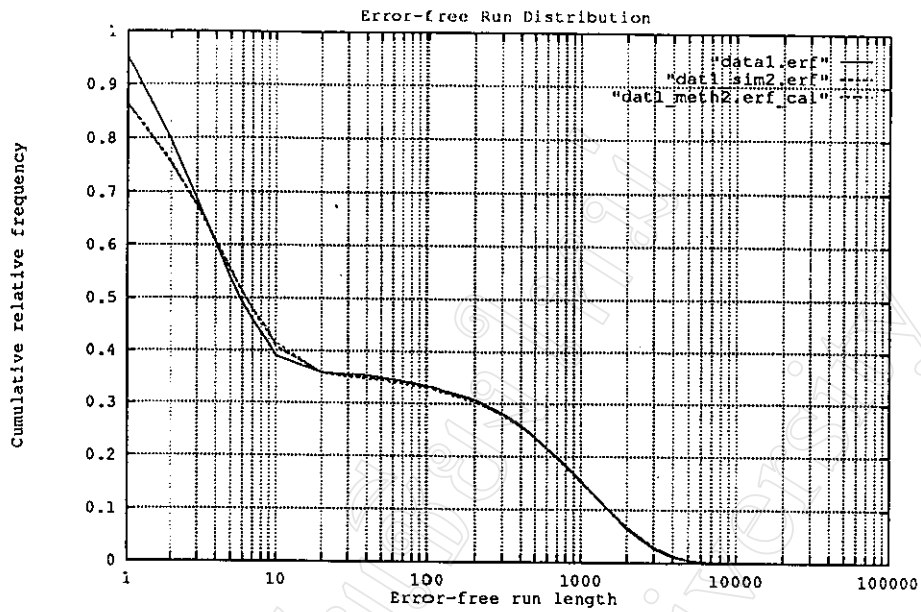
รูป 3.6 แบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะของข้อมูล "data 2"



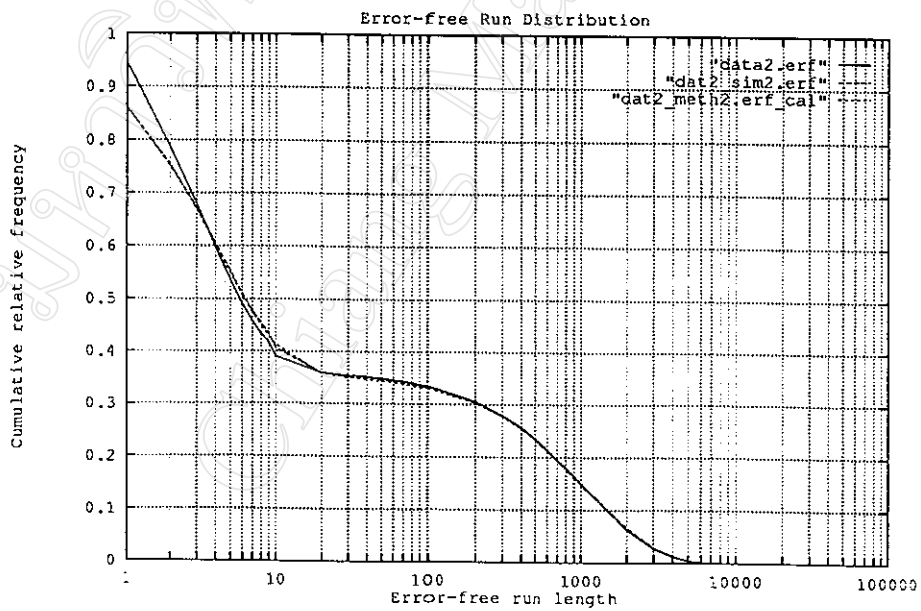
รูป 3.7 แบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะของข้อมูล "data 3"



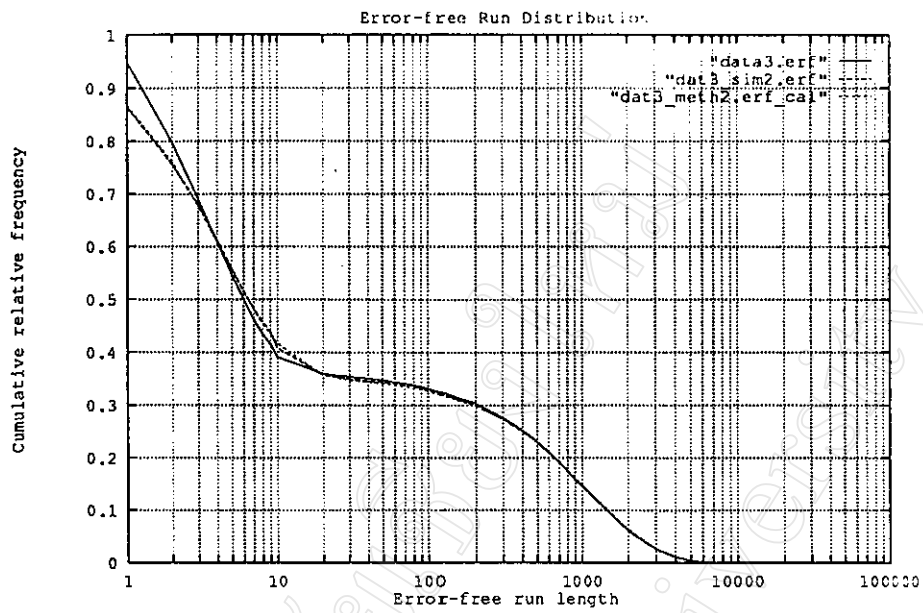
รูป 3.8 แบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะของข้อมูล "data 4"



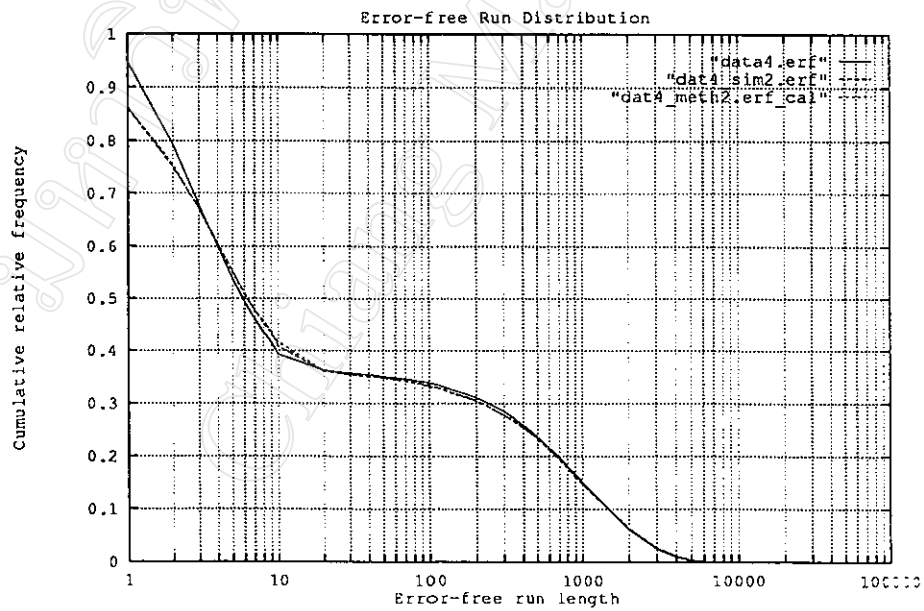
รูป 3.9 ค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดของข้อมูล "data 1"



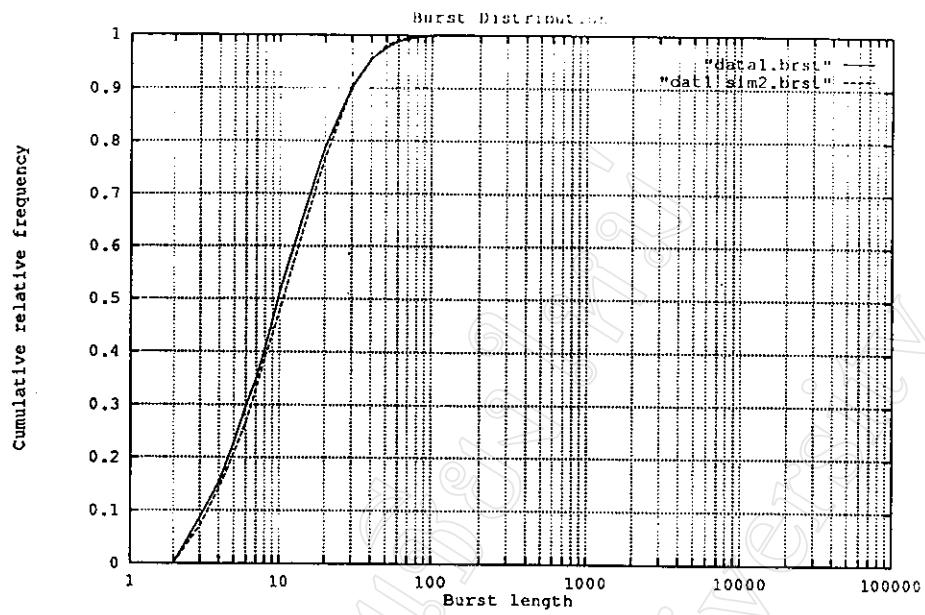
รูป 3.10 ค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดของข้อมูล "data 2"



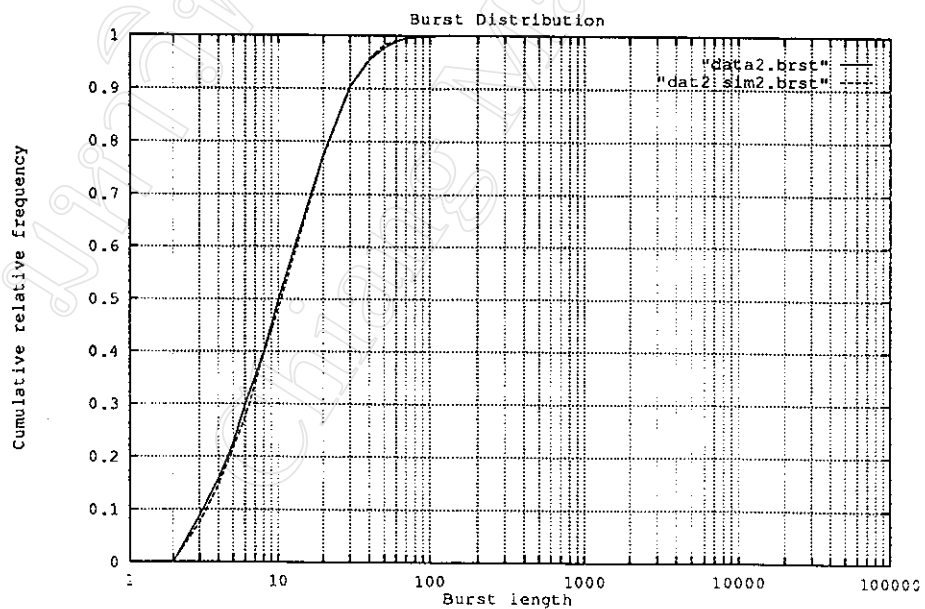
รูป 3.11 ค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดของข้อมูล "data 3"



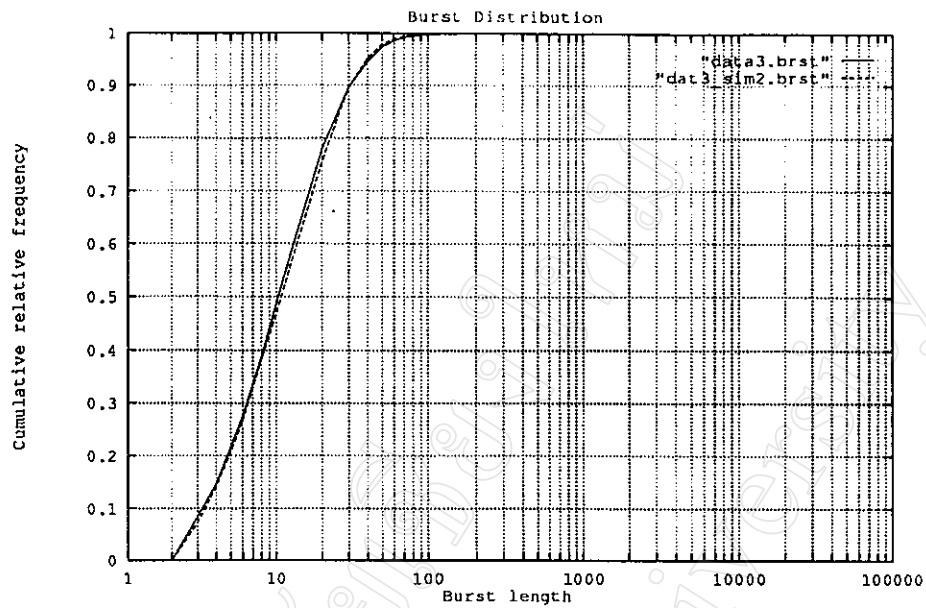
รูป 3.12 ค่าการกระจายของช่วงปราศจากความผิดพลาดของข้อมูล "data 4"



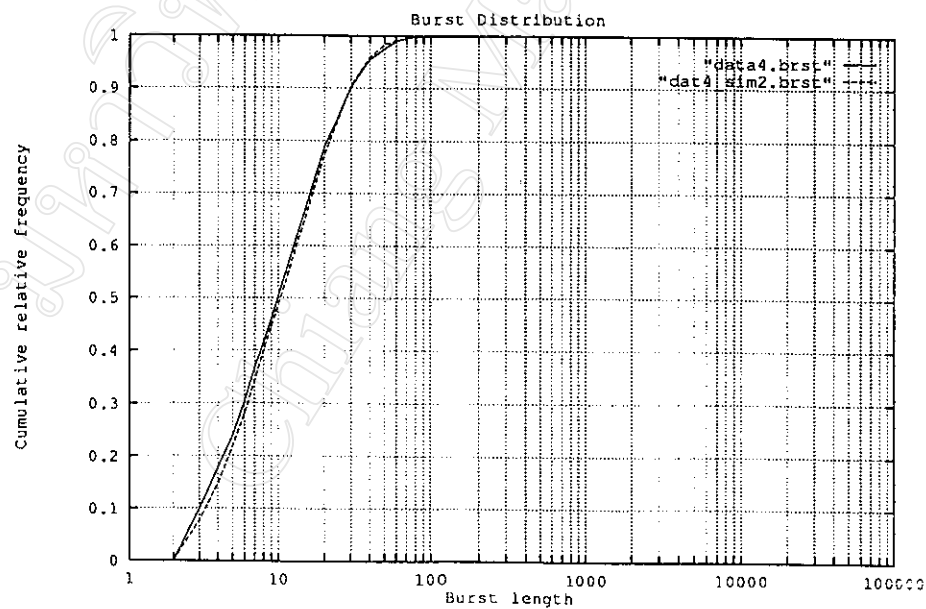
รูป 3.13 ค่าการกระจายของเบิร์สต์ โดยใช้ $\Delta_0 = 0.1$ ของ "data 1"



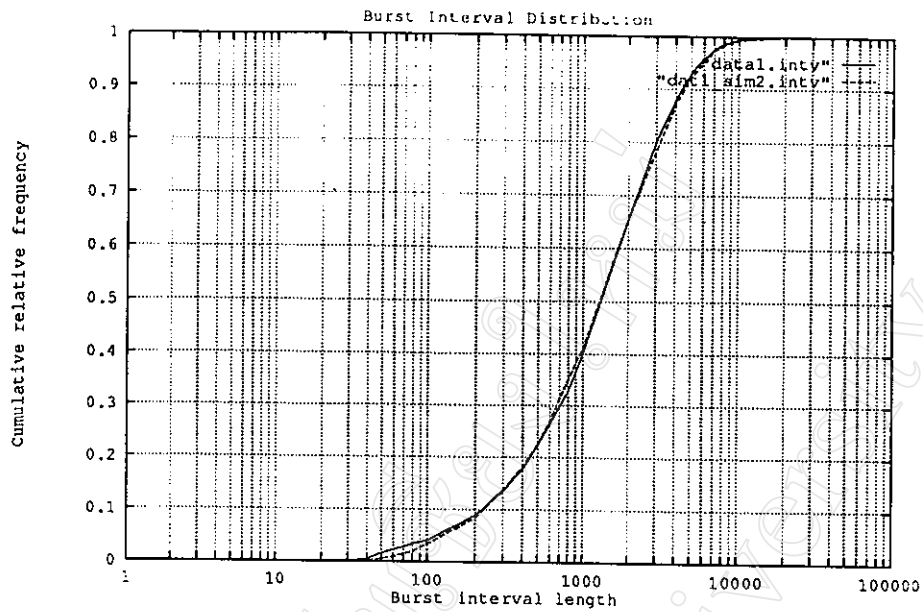
รูป 3.14 ค่าการกระจายของเบิร์สต์ โดยใช้ $\Delta_0 = 0.1$ ของ "data 2"



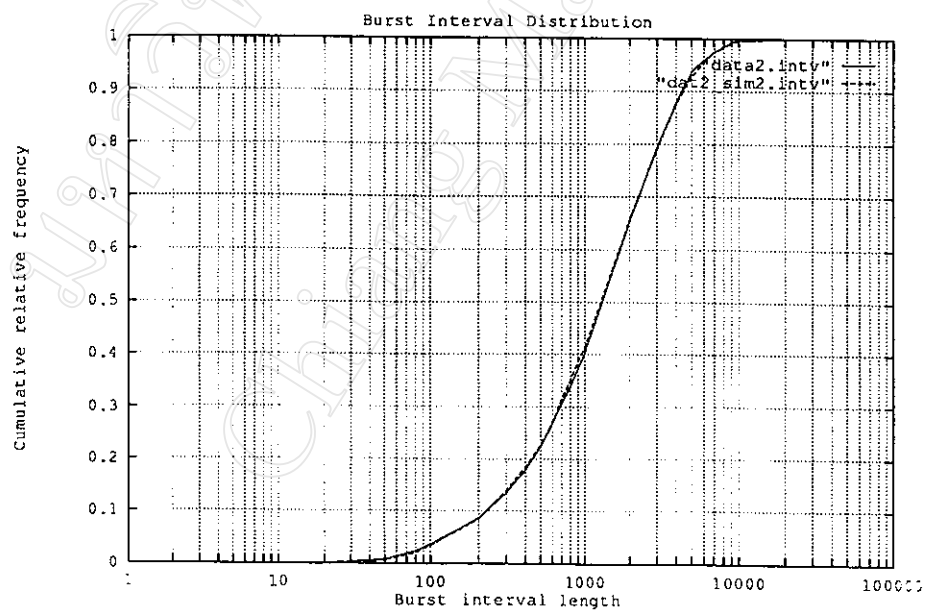
รูป 3.15 ค่าการกระจายของเบิร์สต์ โดยใช้ $\Delta_0 = 0.1$ ของ "data 3"



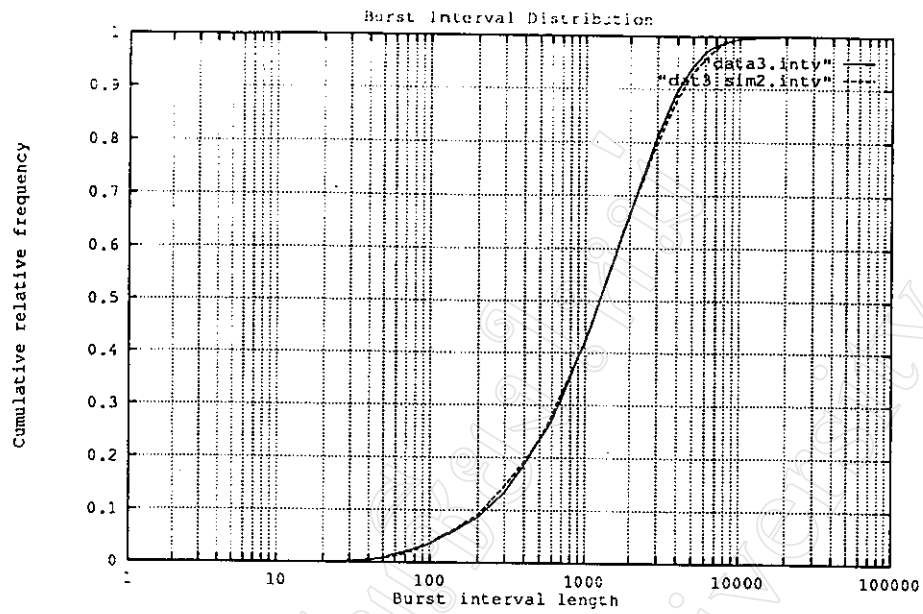
รูป 3.16 ค่าการกระจายของเบิร์สต์ โดยใช้ $\Delta_0 = 0.1$ ของ "data 4"



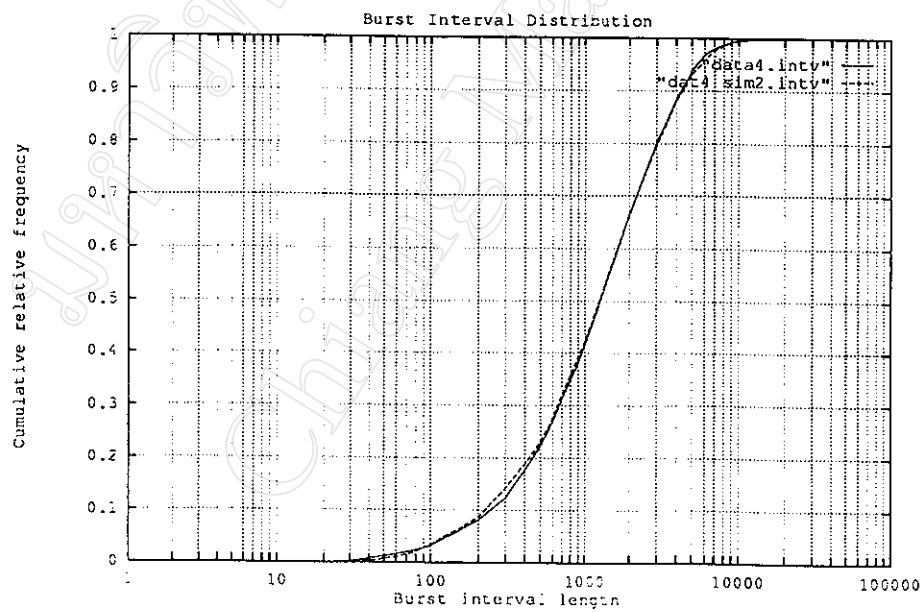
รูป 3.17 ค่าการกระจายของช่องว่างของเบิร์สต์ โดยใช้ $\Delta_0 = 0.1$ ของ "data 1"



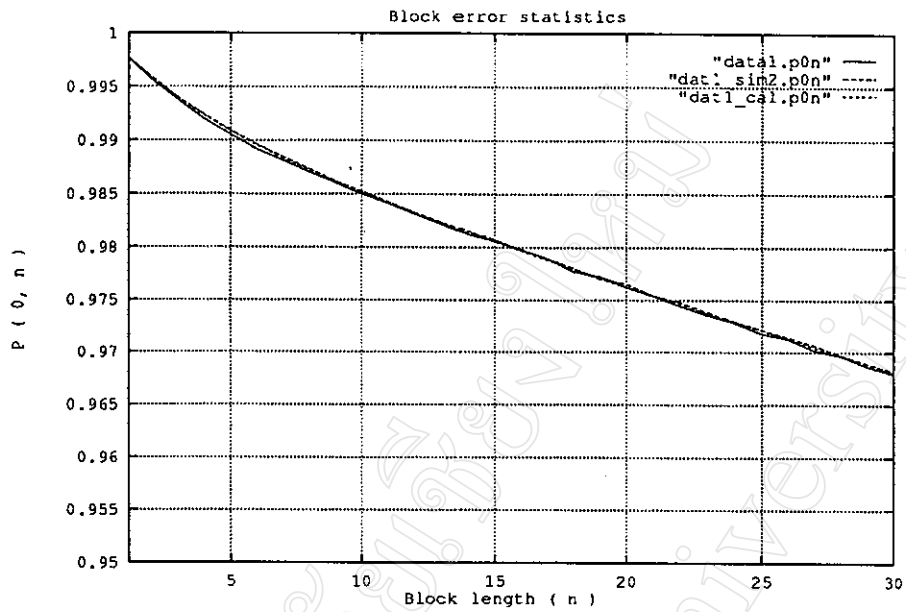
รูป 3.18 ค่าการกระจายของช่องว่างของเบิร์สต์ โดยใช้ $\Delta_0 = 0.1$ ของ "data 2"



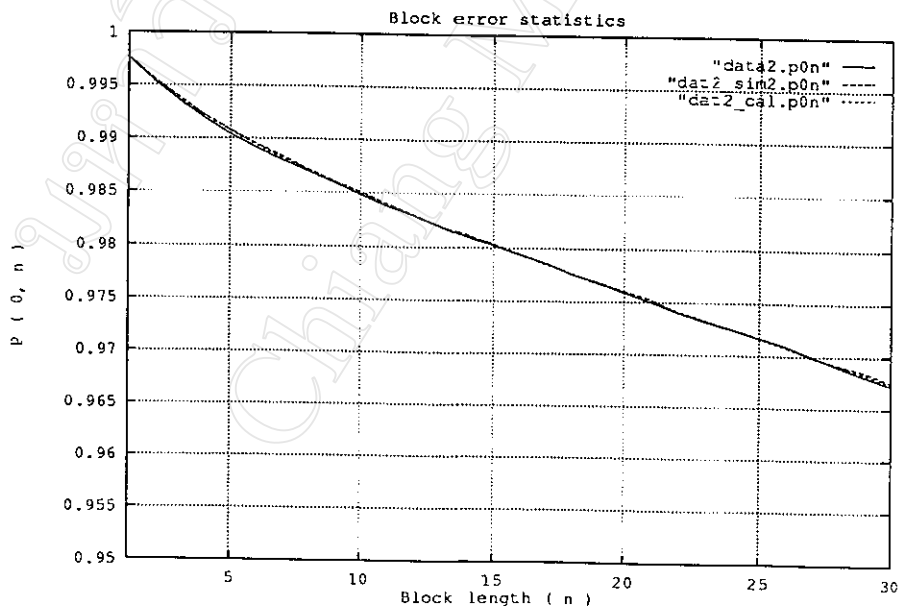
รูป 3.19 ค่าการกระจายของช่องว่างของเบิร์สต์ โดยใช้ $\Delta_0 = 0.1$ ของ "data 3"



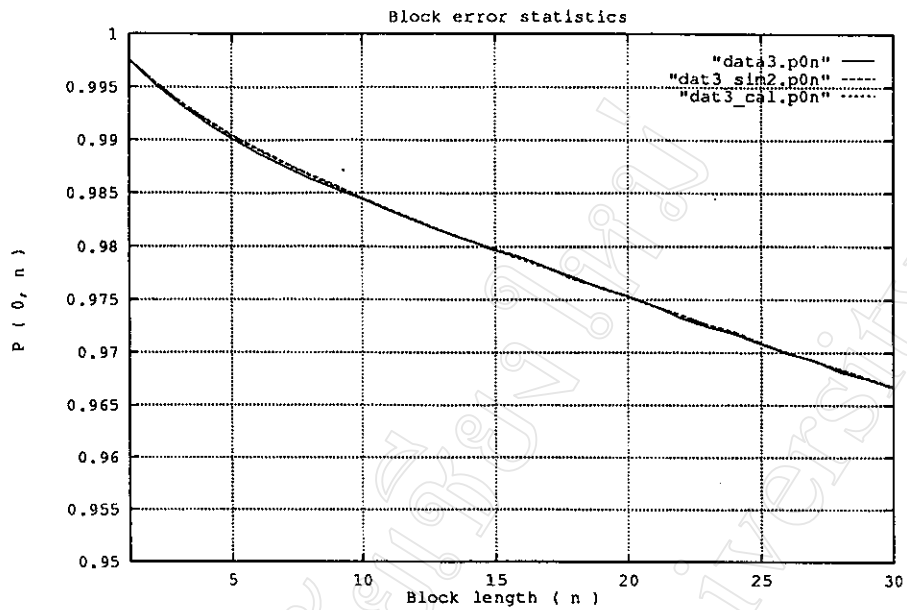
รูป 3.20 ค่าการกระจายของช่องว่างของเบิร์สต์ โดยใช้ $\Delta_0 = 0.1$ ของ "data 4"



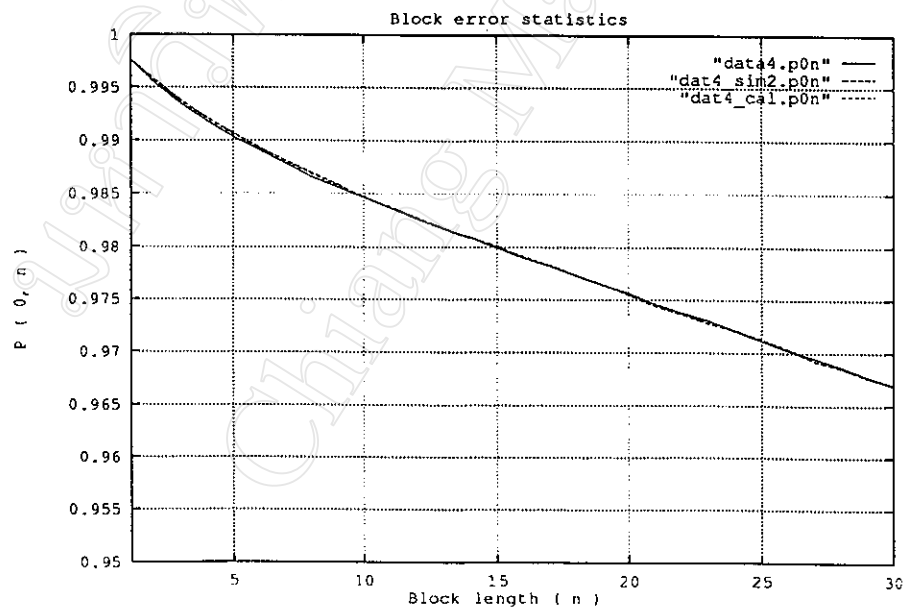
รูป 3.21 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 0$ ของข้อมูล "data 1"



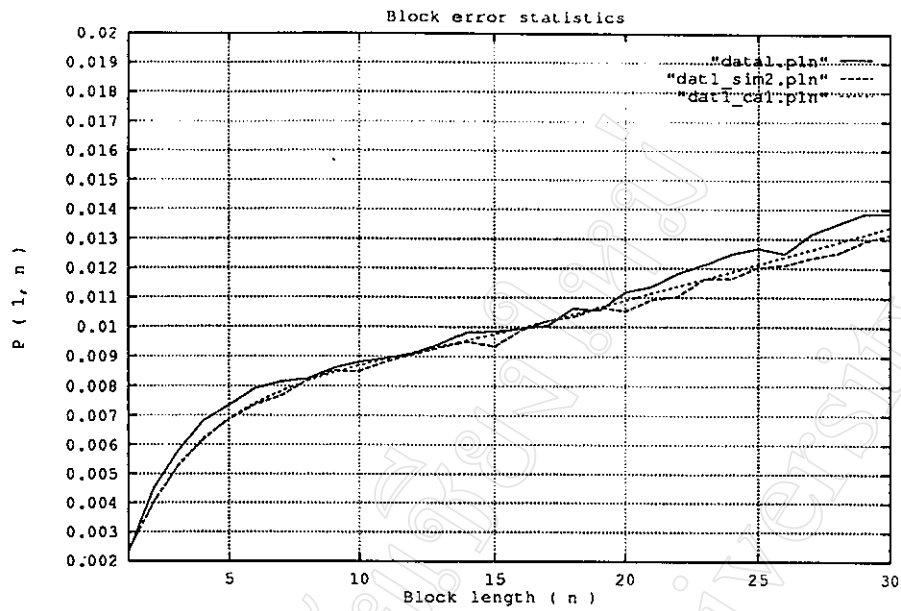
รูป 3.22 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 0$ ของข้อมูล "data 2"



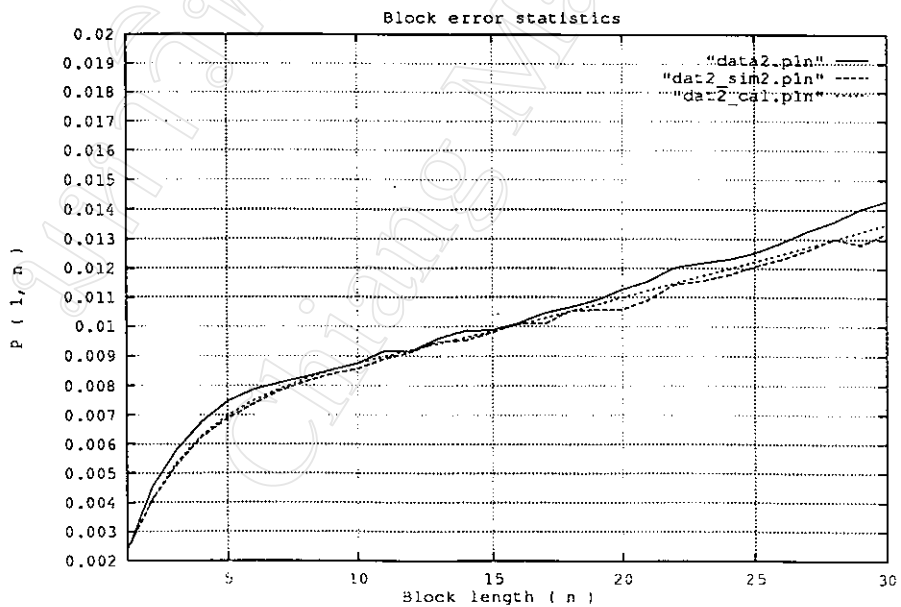
รูป 3.23 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 0$ ของข้อมูล "data 3"



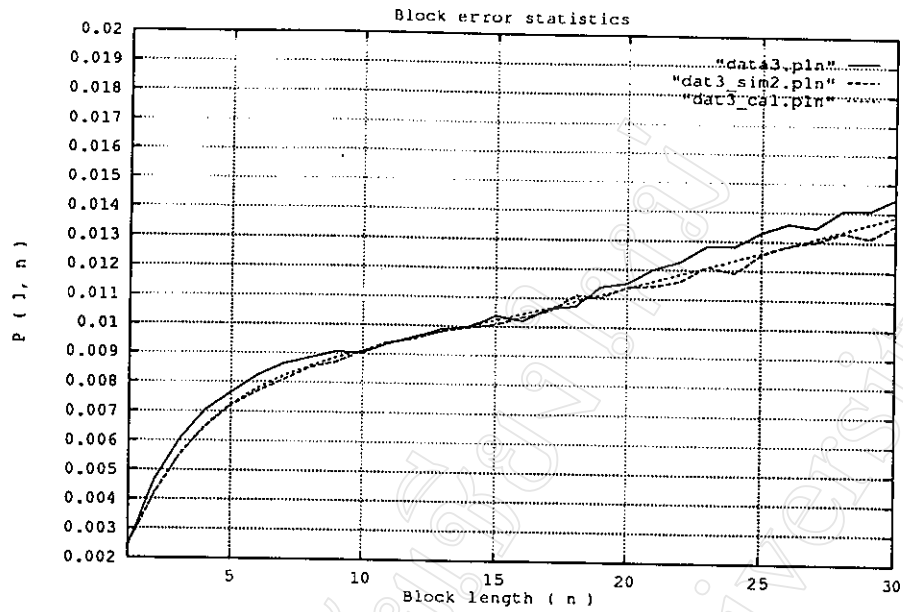
รูป 3.24 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 0$ ของข้อมูล "data 4"



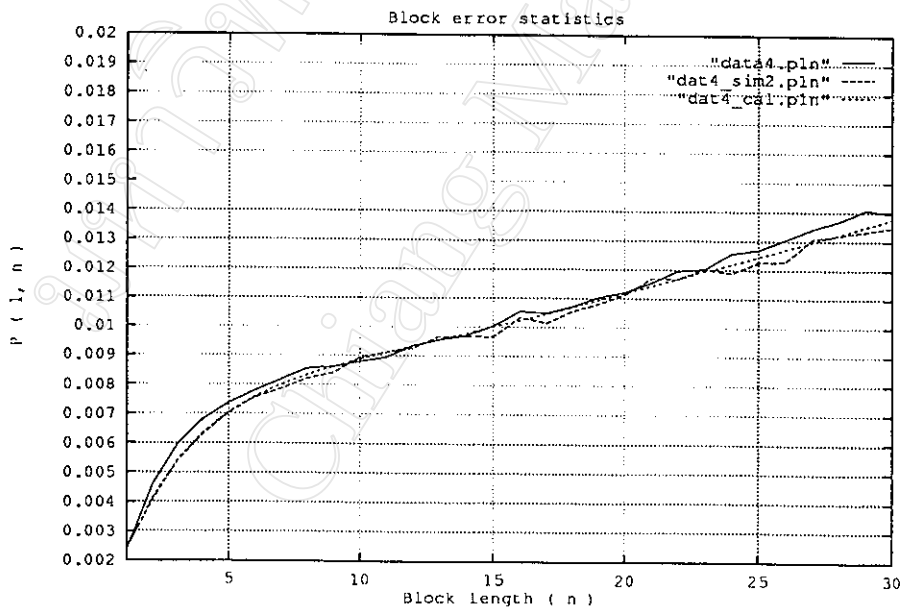
รูป 3.25 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 1$ ของข้อมูล "data 1"



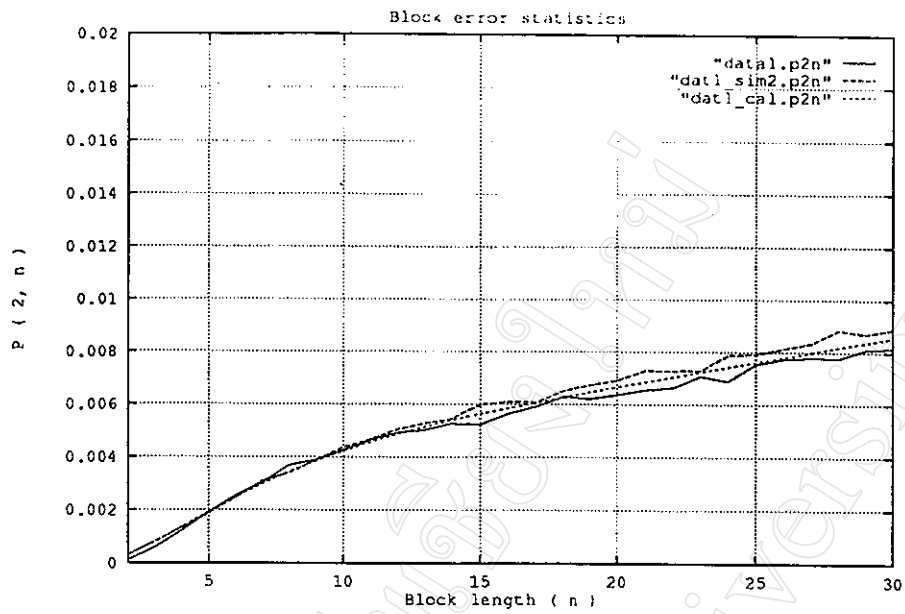
รูป 3.26 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 1$ ของข้อมูล "data 2"



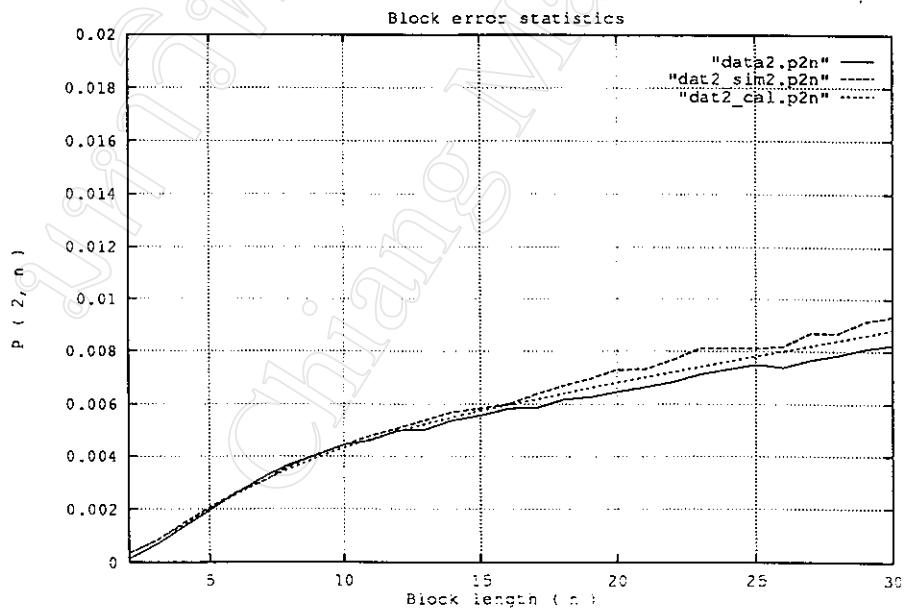
รูป 3.27 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 1$ ของข้อมูล "data 3"



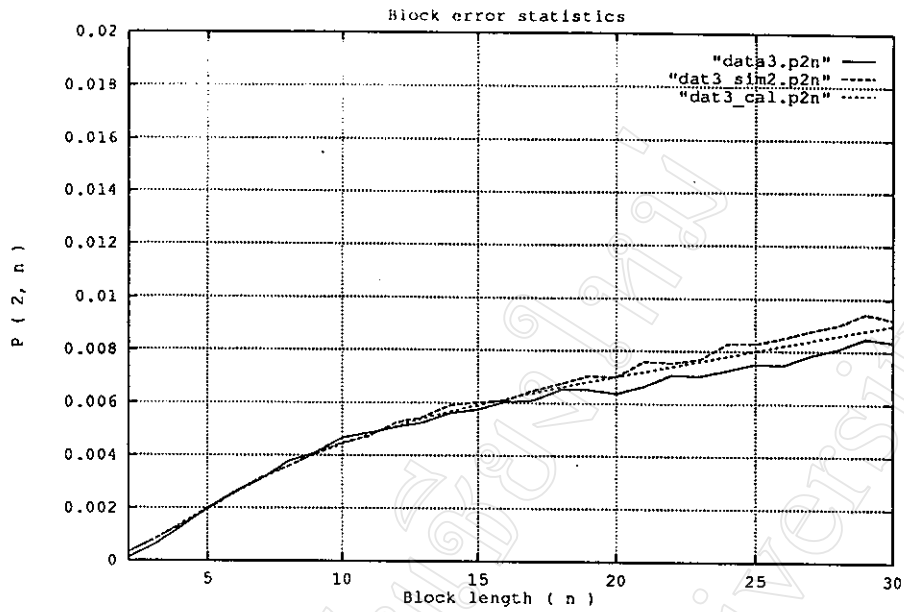
รูป 3.28 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 1$ ของข้อมูล "data 4"



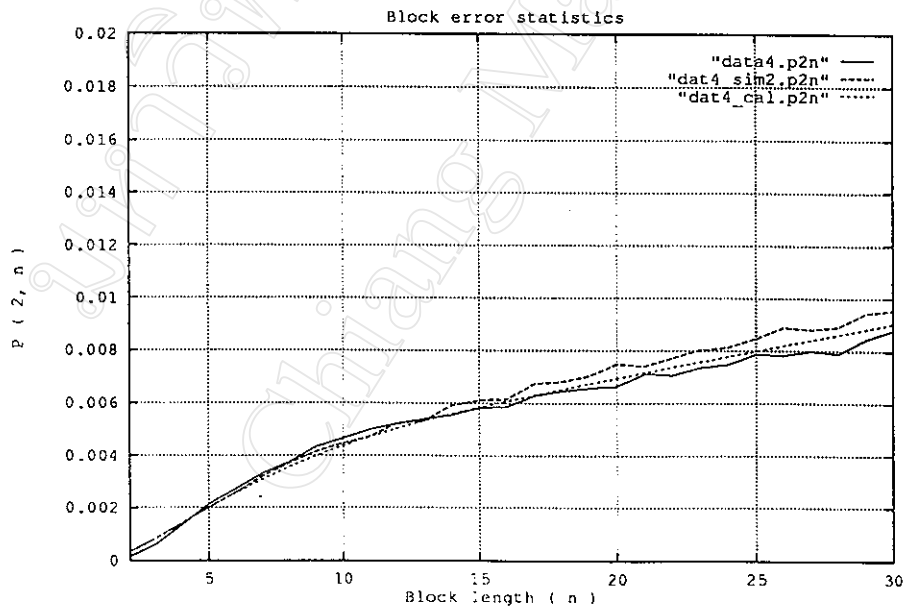
รูป 3.29 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 2$ ของข้อมูล "data 1"



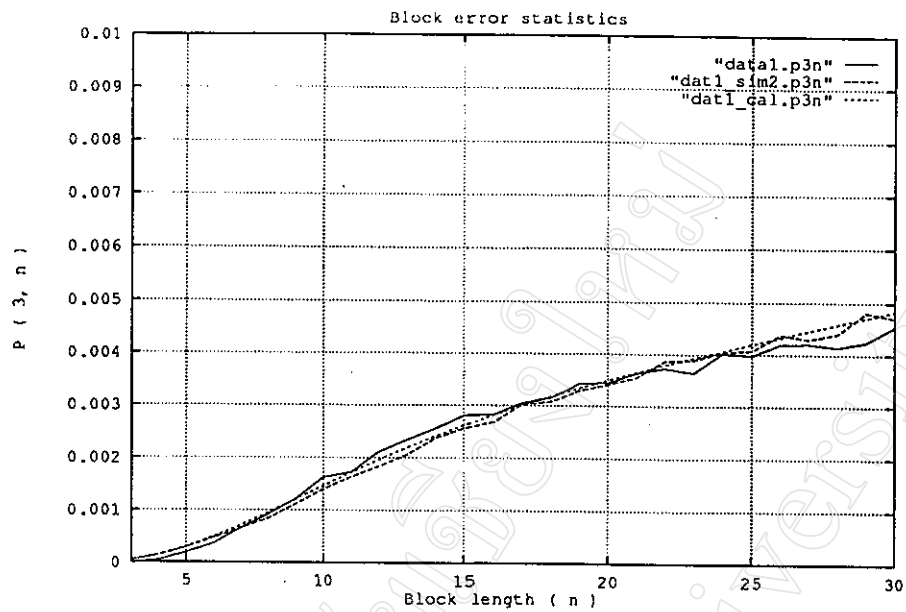
รูป 3.30 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 2$ ของข้อมูล "data 2"



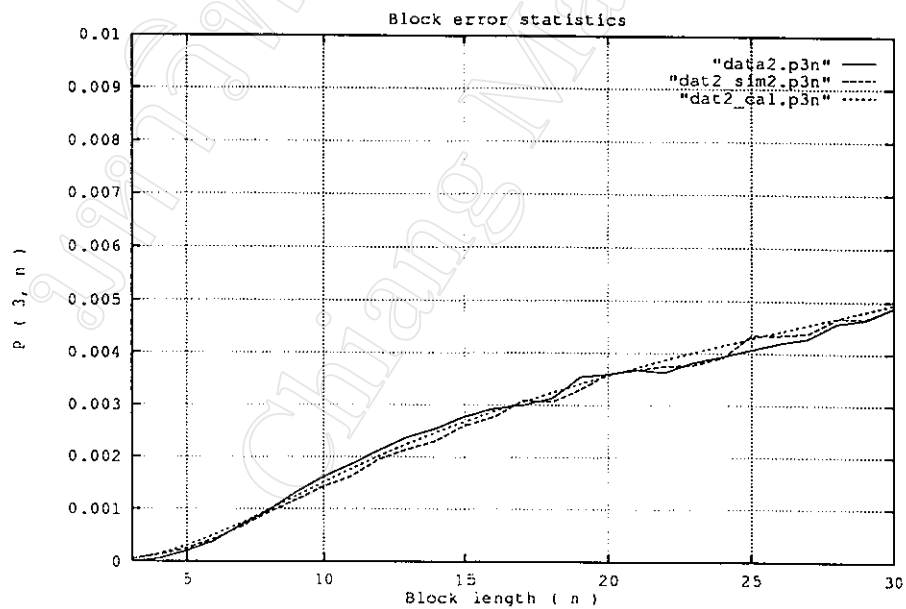
รูป 3.31 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m,n)$ โดยที่ $m = 2$ ของข้อมูล "data 3"



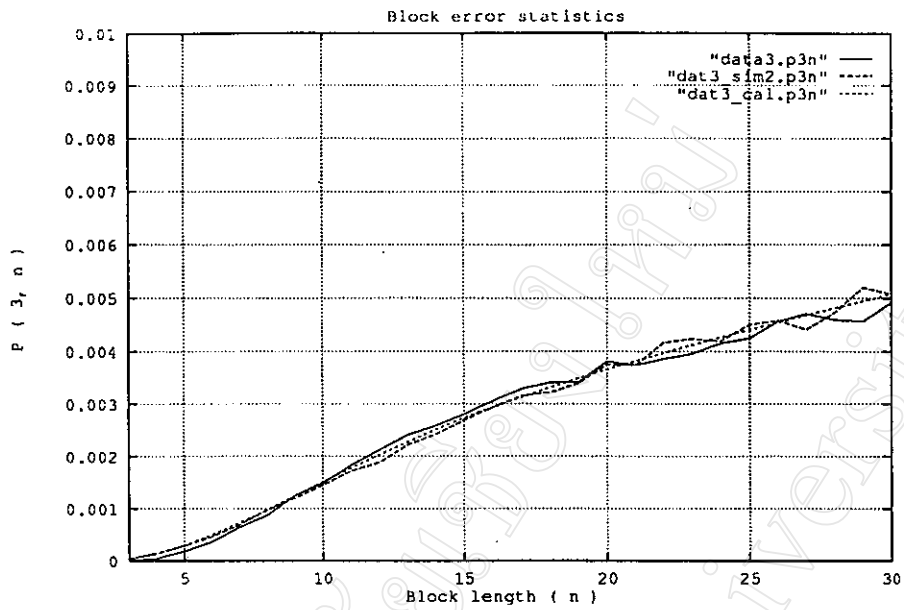
รูป 3.32 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m,n)$ โดยที่ $m = 2$ ของข้อมูล "data 4"



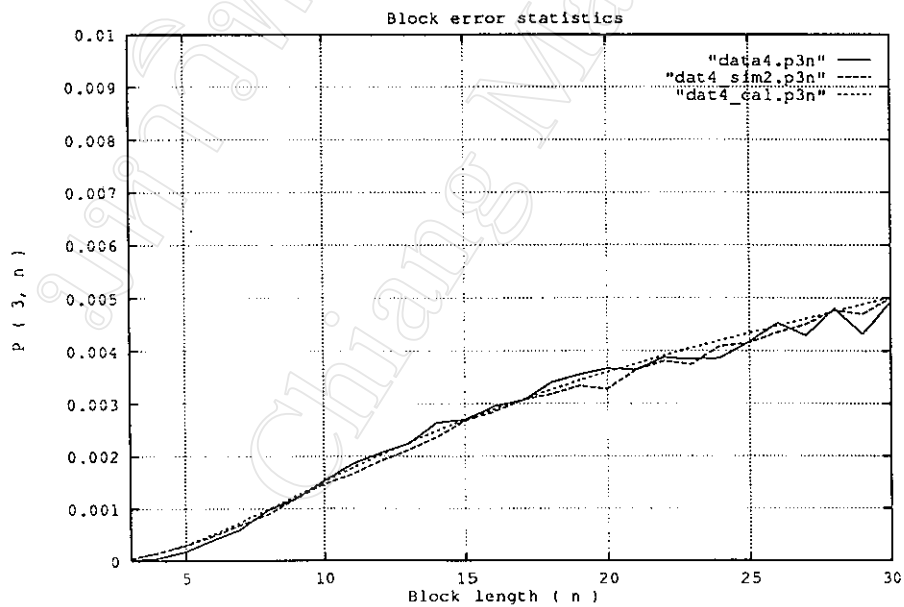
รูป 3.33 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m,n)$ โดยที่ $m = 3$ ของข้อมูล "data 1"



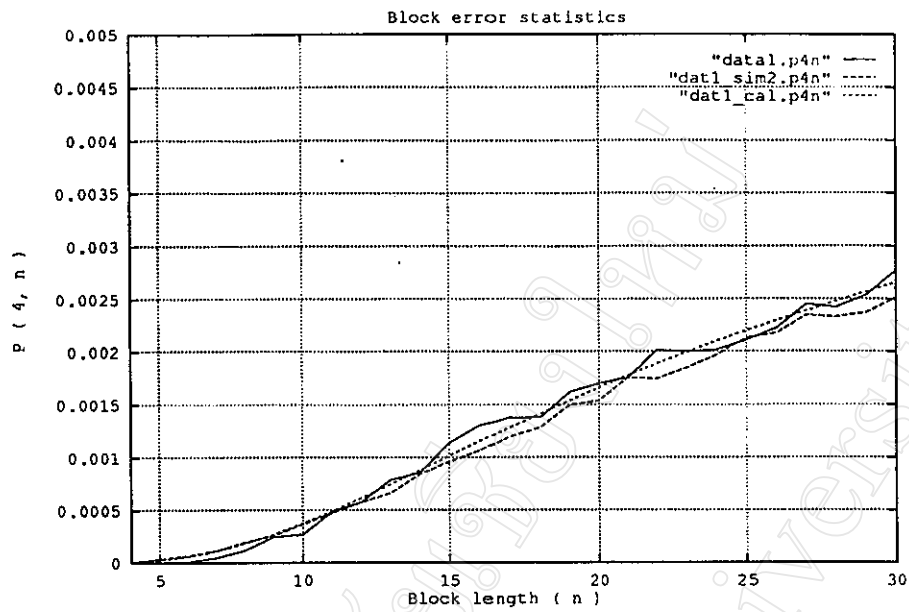
รูป 3.34 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m,n)$ โดยที่ $m = 3$ ของข้อมูล "data 2"



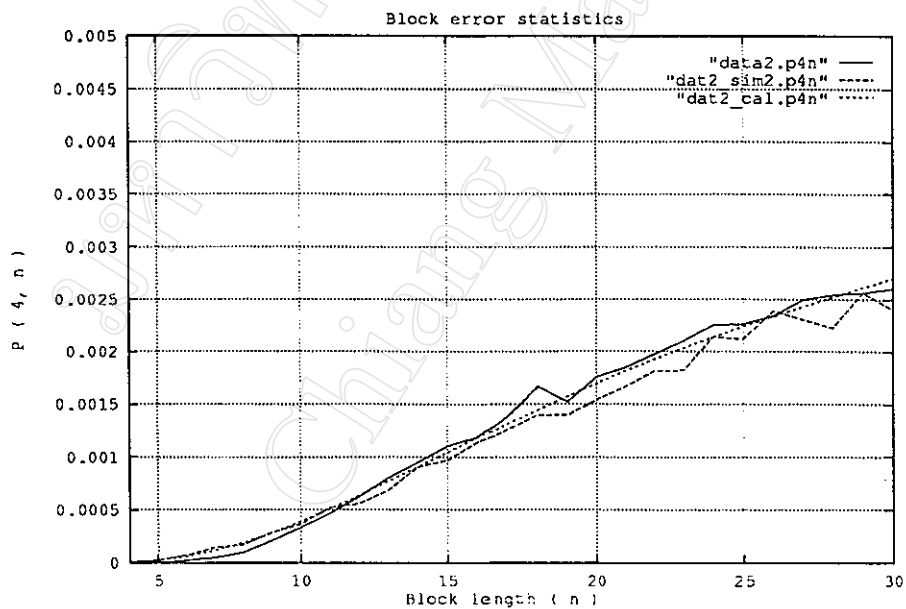
รูป 3.35 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m,n)$ โดยที่ $m = 3$ ของข้อมูล "data 3"



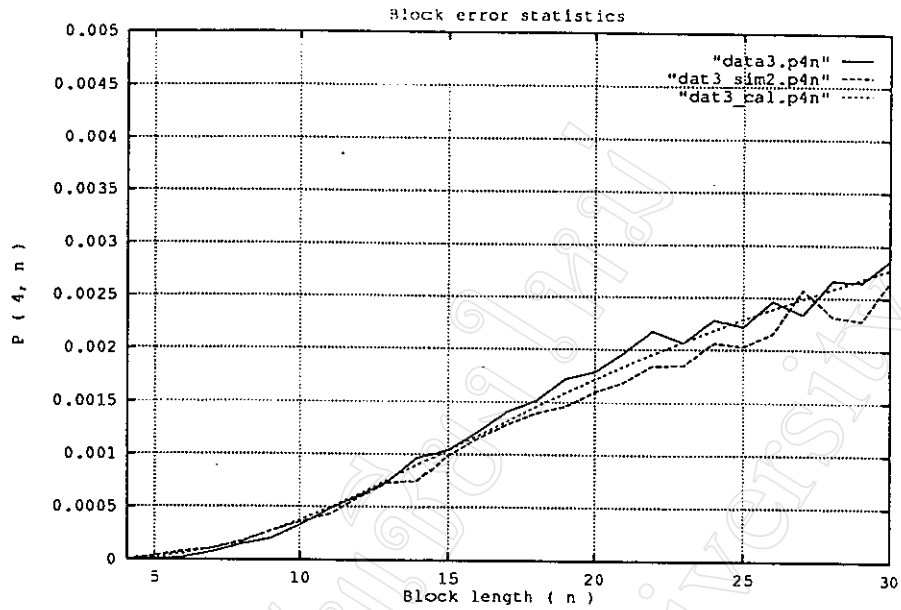
รูป 3.36 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m,n)$ โดยที่ $m = 3$ ของข้อมูล "data 4"



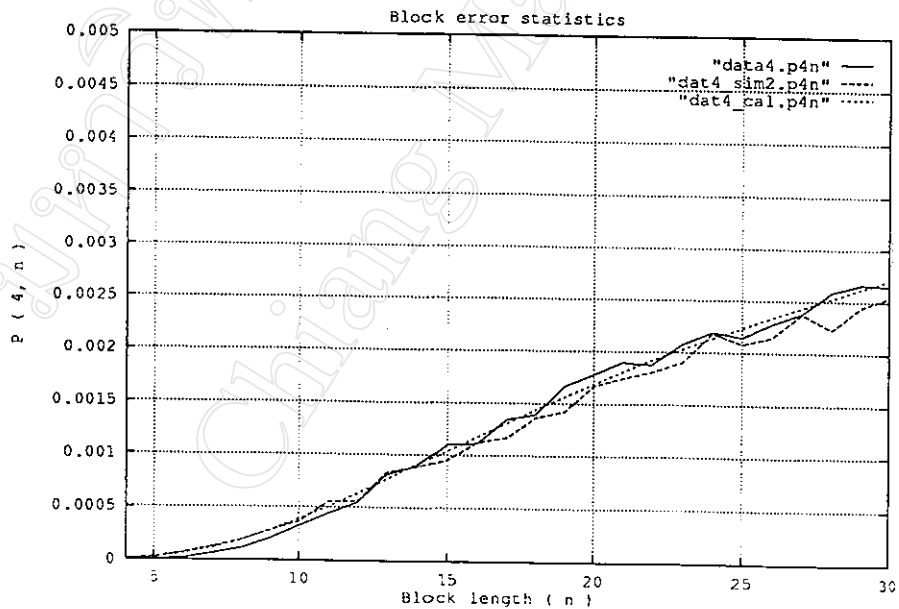
รูป 3.37 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 4$ ของข้อมูล "data 1"



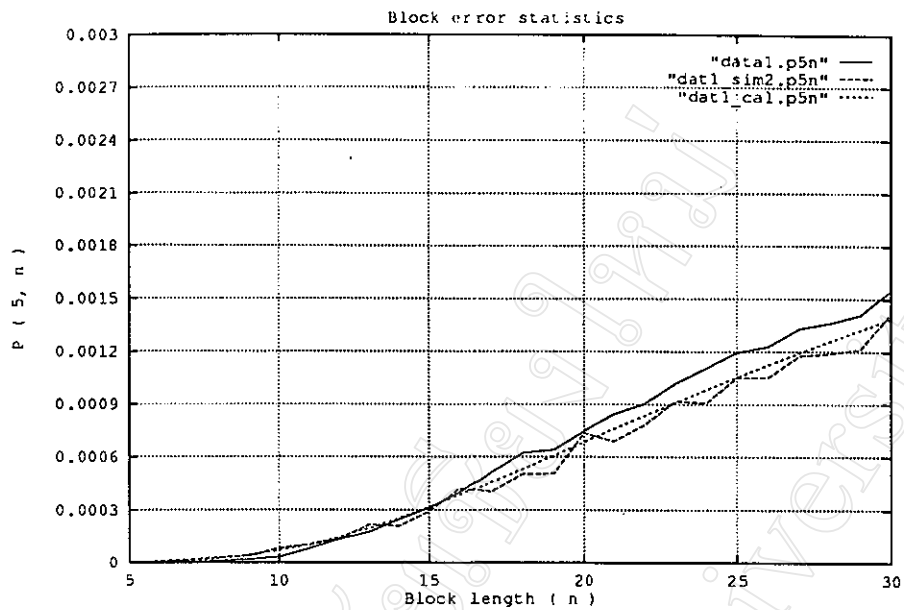
รูป 3.38 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 4$ ของข้อมูล "data 2"



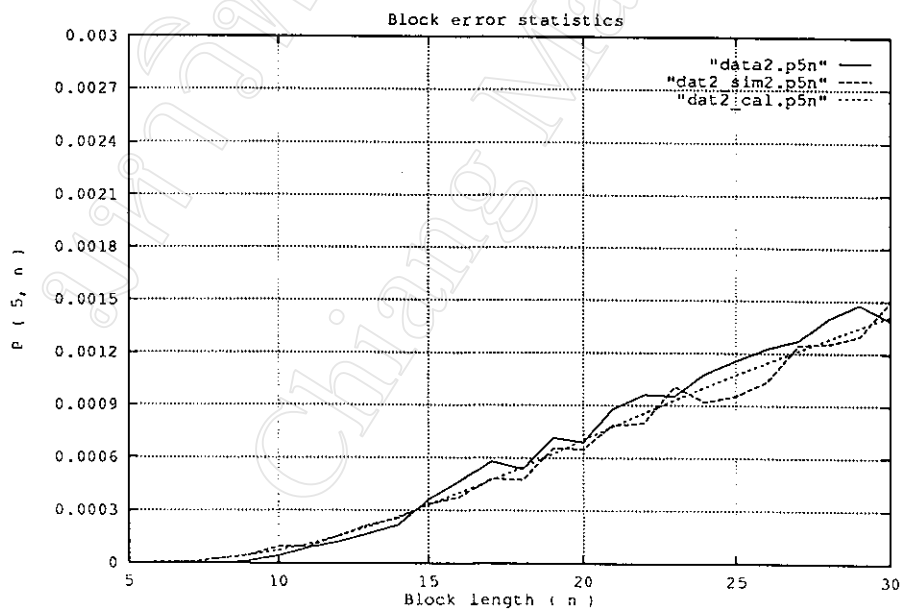
รูป 3.39 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 4$ ของข้อมูล "data 3"



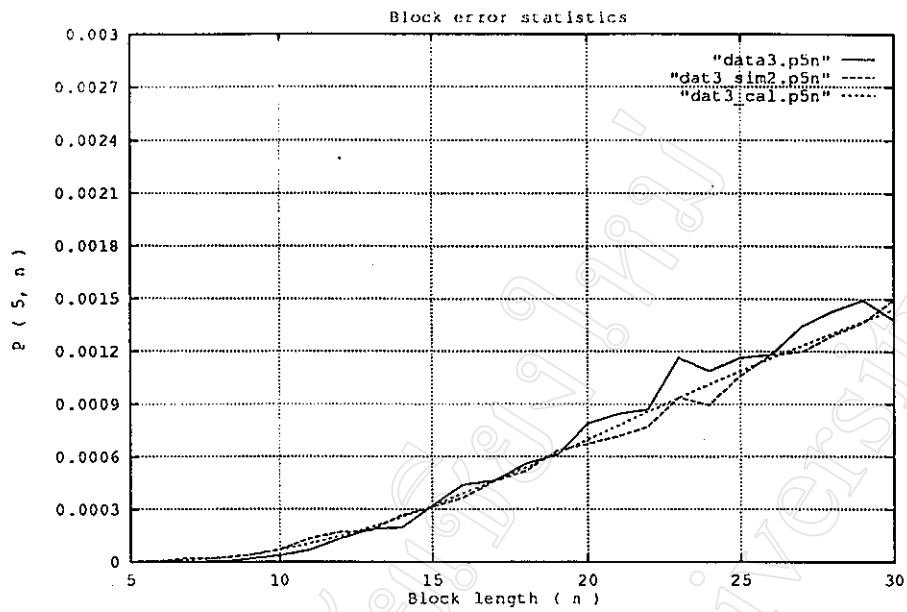
รูป 3.40 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 4$ ของข้อมูล "data 4"



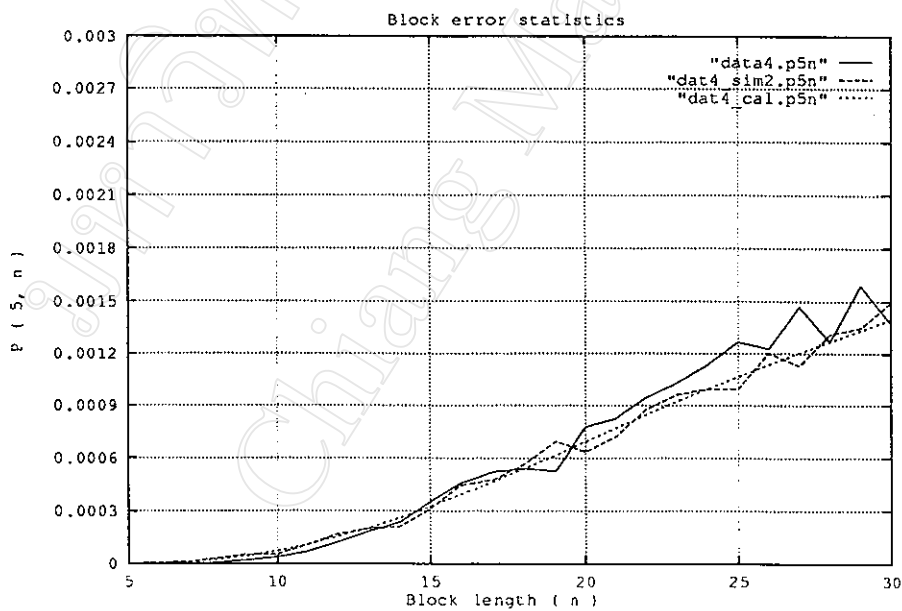
รูป 3.41 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 5$ ของข้อมูล "data 1"



รูป 3.42 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 5$ ของข้อมูล "data 2"



รูป 3.43 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 5$ ของข้อมูล "data 3"



รูป 3.44 ค่าสถิติความผิดพลาดแบบบล็อกข้อมูล $P(m, n)$ โดยที่ $m = 5$ ของข้อมูล "data 4"

ผลของการค้นหาพารามิเตอร์ของแบบจำลองลูกโซ่มาร์คอฟสองสถานะ ดังแสดงในตาราง 3.1 และการเปรียบเทียบค่าสถิติความผิดพลาดต่าง ๆ ดังแสดงในรูป 9 ถึงรูป 44 เห็นได้ว่าวิธีการค้นหาพารามิเตอร์เหมาะสมที่สุด โดยอาศัยพารามิเตอร์ของสถานะที่มีอัตราบิดผิดพลาดมากดังได้นำเสนอไปมีความถูกต้องแม่นยำมาก ซึ่งจะสังเกตเห็นข้อมูลต้นแบบและจากขบวนข้อมูลที่ถูกร่างขึ้นใหม่จากแบบจำลอง และค่าที่คำนวณได้จากพารามิเตอร์ต่าง ๆ มีความใกล้เคียงกันมาก จึงสรุปได้ว่าวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ที่นำเสนอใช้งานได้ดี