

บทที่ 4

วิเคราะห์ผล

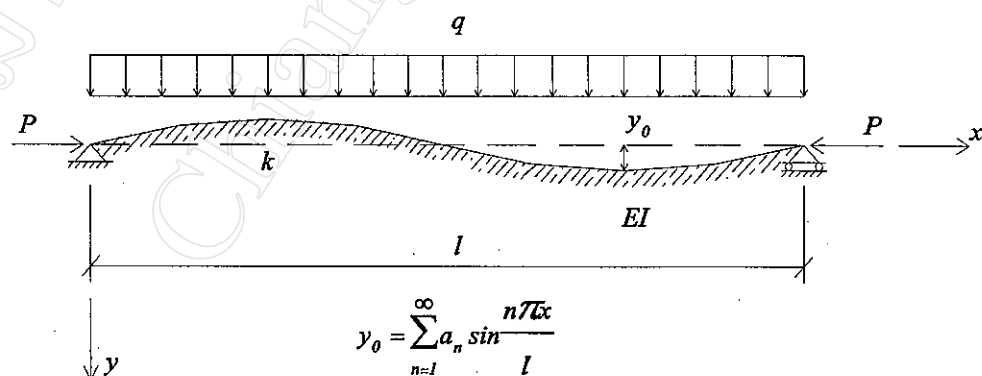
บทนี้จะนำผลที่ได้ในบทที่ 3 มาเปรียบเทียบกับ แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกนั้นมีขนาดมากน้อยเพียงใดเมื่อเทียบกับ แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของคาน-เสาที่ไม่มีมีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น และรับน้ำหนักบรรทุก 3 ลักษณะดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 1 ถึงบทที่ 3 โดยจะอาศัยการยกตัวอย่างมาวิเคราะห์ ซึ่งตัวแปรต่างๆที่ใช้ในบทนี้ได้แสดงไว้ในบทที่ 2 และบทที่ 3 แล้ว การวิเคราะห์จะแยกออกเป็นหัวข้อดังนี้

4.1 ขอบเขตการวิเคราะห์ผล

ผลการวิเคราะห์ที่แสดงในบทนี้ ได้จากการคำนวณตามขอบเขตปัญหาซึ่งกำหนดไว้ดังนี้

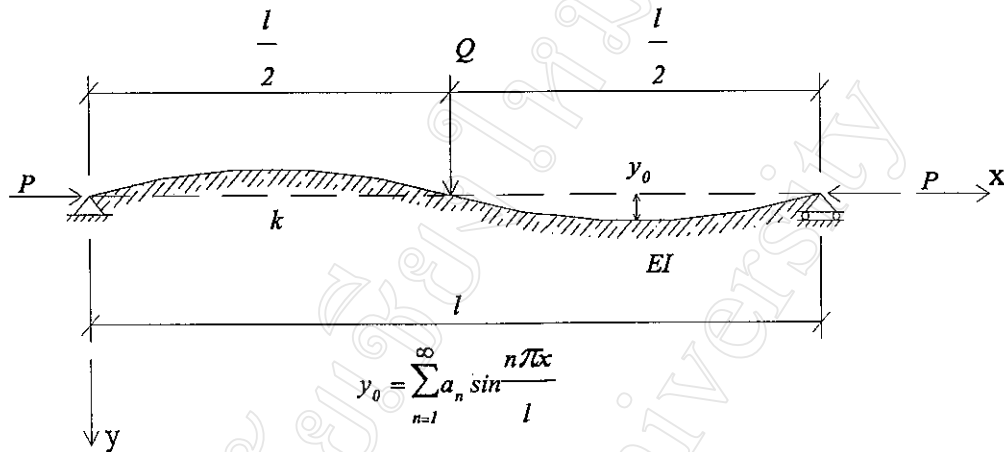
4.1.1 น้ำหนักบรรทุกบนคาน-เสา เช่นเดียวกับบทที่ผ่านมา ในบทนี้จะแยกการวิเคราะห์เป็น 3 กรณีตามลักษณะน้ำหนักบรรทุกที่กระทำบนคาน-เสา ได้แก่

4.1.1.1 คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ ดังแสดงในรูปที่ 4.1 (1)



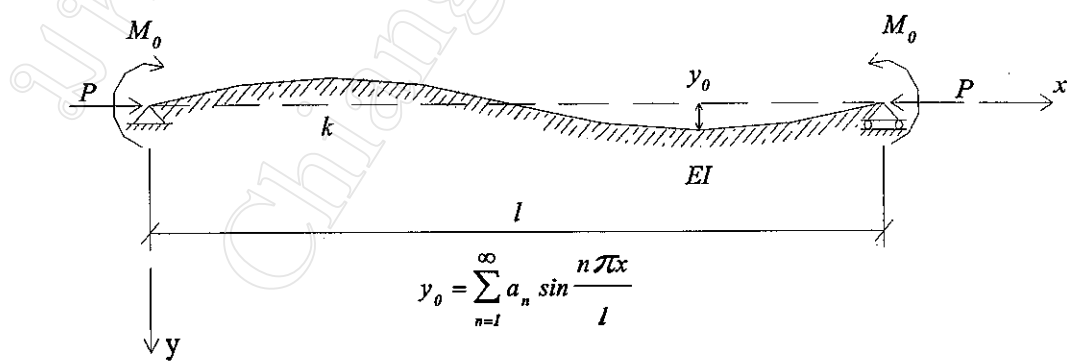
รูปที่ 4.1 (1) คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ

4.1.1.2 คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุก
เป็นจุดกระทำที่กึ่งกลางช่วงความยาว ดังแสดงในรูปที่ 4.1 (2)



รูปที่ 4.1 (2) คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำที่กึ่งกลางช่วงความยาว

4.1.1.3 คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับโมเมนต์คด M_0 ณ
ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน ดังแสดงในรูปที่ 4.1 (3)



รูปที่ 4.1 (3) คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับโมเมนต์คด M_0 ณ
ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

4.1.2 ฐานรากยึดหย่อน จะใช้ตัวแทนเป็นค่าโมดูลัสของฐานรากยึดหย่อนคูณกับความยาวของคาน-เสา ยกกำลัง 4 แล้วเทียบกับความแข็งแรงของคาน-เสา $\left(\frac{kl'}{EI}\right)$ โดยกำหนดให้มีค่าเท่ากับ 1, 50, 100 และ 200

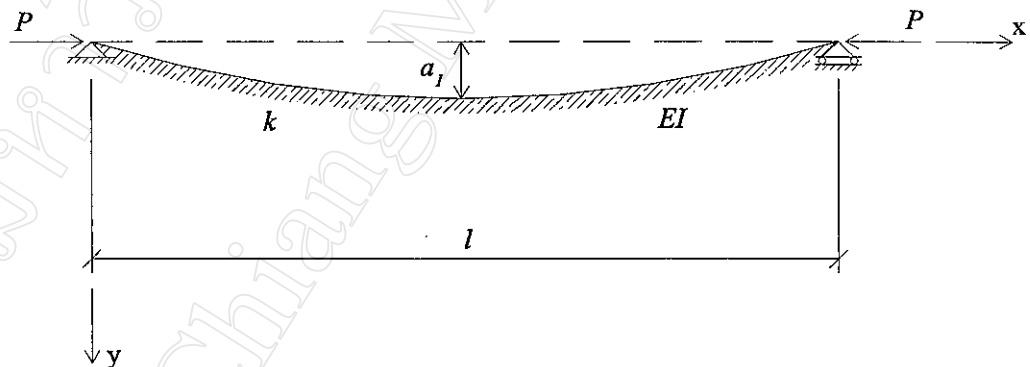
4.1.3 แรงอัดในแนวแกน กำหนดให้คาน-เสา รับแรงอัดในแนวแกน ที่มีค่าเพิ่มจากศูนย์จนเข้าใกล้แรงโก่งเดาะ ซึ่งแรงโก่งเดาะของคาน-เสาในงานวิจัยนี้ได้แสดงไว้ในหัวข้อ 3.1 แล้ว

4.1.4 รูปร่างความโค้งเริ่มแรก ในแต่ละกรณีน้ำหนักบรรทุกที่กระทำบนคาน-เสาดังแสดงในข้อ 4.1.1 นั้น จะกำหนดให้คาน-เสา มีความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปร่างต่างๆ โดยยกตัวอย่างความโค้งเริ่มแรกซึ่งเป็นรูป 4 เทอมแรกของสมการ (2.1) นั่นคือ

4.1.4.1 ความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่มีเฉพาะเทอมแรกของสมการ (2.1) ดังแสดงในรูปที่ 4.2 (1) หรือเขียนในรูปสมการได้เป็น

$$y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} \quad \text{.....(4.1)}$$

โดยที่ a_1 คือสัมประสิทธิ์ค่าคงที่

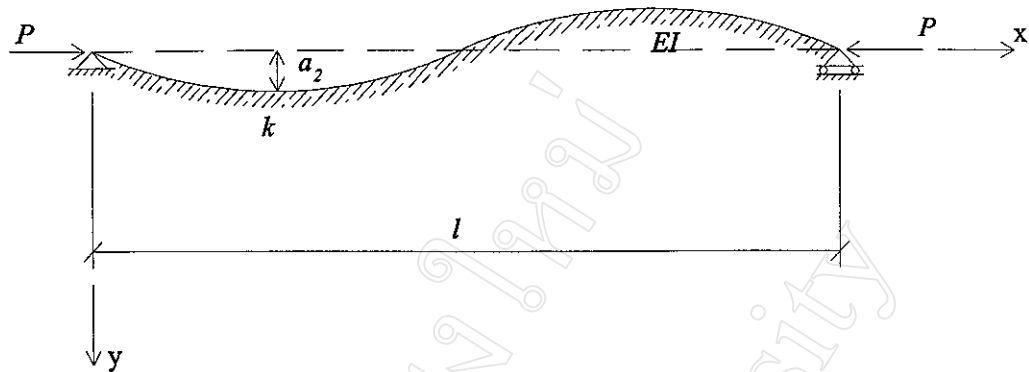


รูปที่ 4.2 (1) คาน-เสา รองรับโดยฐานรากยึดหย่อนที่มีความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1)

4.1.4.2 ความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่มีเฉพาะเทอมที่ 2 ของสมการ (2.1) ดังแสดงในรูปที่ 4.2 (2) หรือเขียนในรูปสมการได้เป็น

$$y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} \quad \text{.....(4.2)}$$

โดยที่ a_2 คือสัมประสิทธิ์ค่าคงที่

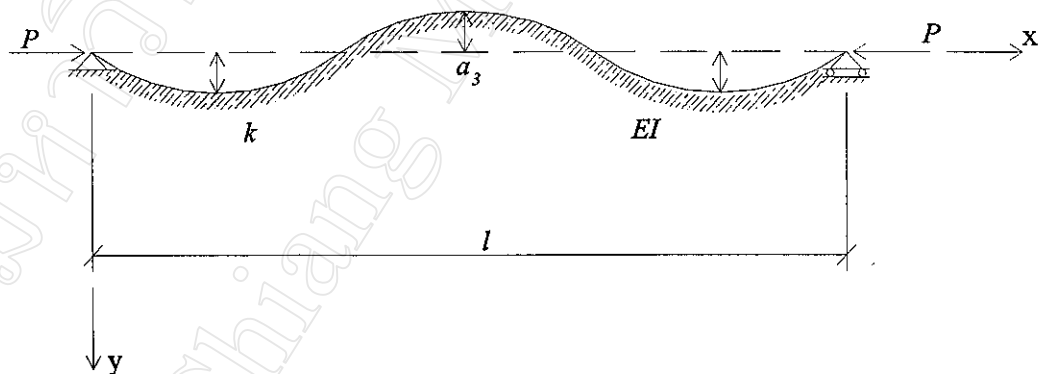


รูปที่ 4.2 (2) คาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นที่มีความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.2)

4.1.4.3 ความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่มีเฉพาะเทอมที่ 3 ของสมการ (2.1) ดังแสดงในรูปที่ 4.2 (3) หรือเขียนในรูปสมการได้เป็น

$$y_0 = a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

โดยที่ a_3 คือสัมประสิทธิ์ค่าคงที่

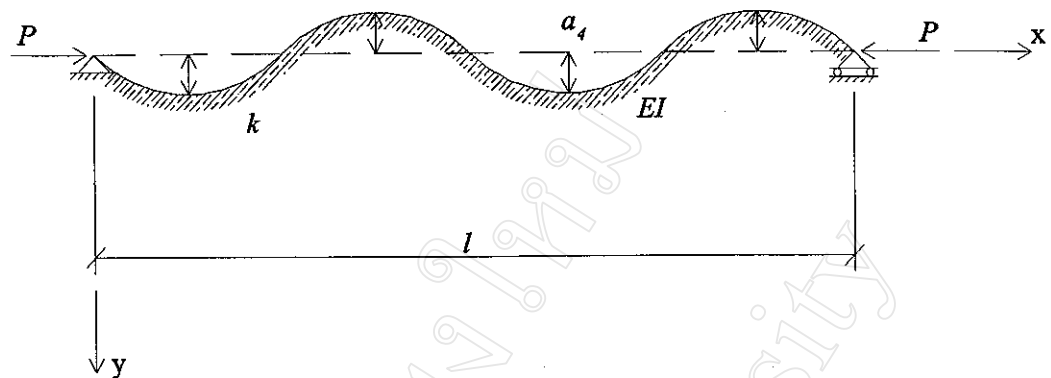


รูปที่ 4.2 (3) คาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นที่มีความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.3)

4.1.4.4 ความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่มีเฉพาะเทอมที่ 4 ของสมการ (2.1) ดังแสดงในรูปที่ 4.2 (4) หรือเขียนในรูปสมการได้เป็น

$$y_0 = a_4 \sin \frac{4\pi x}{l} \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

โดยที่ a_4 คือสัมประสิทธิ์ค่าคงที่



รูปที่ 4.2 (4) คาน-เสารองรับโดยฐานรากยืดหยุ่นที่มีความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.4)

4.2 วิธีการเปรียบเทียบ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก กับ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตของคาน-เสาที่ไม่มีมีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยืดหยุ่น

หัวข้อนี้จะแสดงวิธีการเปรียบเทียบ ขนาดแรงเฉือนและขนาดโมเมนต์คัตที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก กับ ขนาดแรงเฉือนและขนาดโมเมนต์คัตที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกบนคาน-เสาที่ไม่มีมีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยืดหยุ่น หรือเขียนในรูปสมการได้เป็น

$$V_{ratio} = \frac{|V_{crooked}|}{|V_{ideal}|} \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

$$M_{ratio} = \frac{|M_{crooked}|}{|M_{ideal}|} \quad \dots\dots\dots(4.6)$$

โดยที่

V_{ratio} คือ อัตราส่วนระหว่าง แรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก เทียบกับ แรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกบนคาน-เสา โดยไม่คิดเครื่องหมาย

$V_{crooked}$ คือ แรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ดังแสดงในสมการ (3.33)

V_{ideal} คือ แรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกบนคาน-เสา ดังแสดงในสมการ (3.9) ถึงสมการ (3.20)

M_{ratio} คือ อัตราส่วนระหว่าง โมเมนต์คัตส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก เทียบกับ โมเมนต์คัตที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกบนคาน-เสา โดยไม่คิดเครื่องหมาย

$M_{crooked}$ คือ โมเมนต์คดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ดังแสดงในสมการ (3.34)

M_{ideal} คือ โมเมนต์คดที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกบนคาน-เสา ดังแสดงในสมการ (3.21) ถึงสมการ (3.32)

ในบทที่ 3 นั้น จะเห็นได้ว่า สมการแรงเฉือนและสมการโมเมนต์คดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก กับ สมการแรงเฉือนและสมการโมเมนต์คดที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกบนคาน-เสานั้น มิได้อยู่ในรูปเดียวกัน ดังนั้นในบทนี้จึงต้องแปลงสมการแรงเฉือนและสมการโมเมนต์คดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกให้อยู่ในรูปเดียวกับสมการแรงเฉือนและสมการโมเมนต์คดที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกบนคาน-เสา เพื่อที่จะสามารถเปรียบเทียบขนาดแรงเฉือนและโมเมนต์คดให้เห็นได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

ตัวอย่างเช่น การเปรียบเทียบแรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก กับ แรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกกระจายสม่ำเสมอบนคาน-เสา โดยใช้สมการ (2.55) , สมการ (2.57) , สมการ (3.9) ถึงสมการ (3.11) และสมการ (3.33) ซึ่งแยกเป็นขั้นตอนได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 คำนวณน้ำหนักบรรทุกทุกกระจายสม่ำเสมอ q ในรูประยะแอนเนื่องจากการคด ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก โดยใช้สมการ (2.55) หรือสมการ (2.57)

$$y_{1h} = qf_{y1h} \quad \dots\dots\dots(4.7)$$

$$q = \frac{y_{1h}}{f_{y1h}} \quad \dots\dots\dots(4.8)$$

โดยที่

y_{1h} คือ ระยะแอนเนื่องจากการคด ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก (โดยในงานวิจัยนี้จะกำหนดให้อยู่ในรูปความยาวของคาน-เสาหารด้วยค่าคงที่ค่าหนึ่ง เช่น $\frac{l}{400}$ เป็นต้น)

f_{y1h} คือ ตัวแปรและฟังก์ชันอื่นที่มีใช้ตัว q ในสมการ (2.55) หรือสมการ (2.57) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก

ขั้นที่ 2 นำค่าน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ q ที่ได้จากสมการ (4.8) ไปแทนในสมการ (3.9) หรือสมการ (3.11) ซึ่งจะได้แรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ q ในรูปของระยะแอนเนื่องจากการคด ดังแสดงในสมการ (4.9)

$$V_{ideal} = qf_{vh} = \frac{y_{lh}f_{vh}}{f_{y1h}} \quad \dots\dots\dots(4.9)$$

โดยที่

f_{vh} คือ ตัวแปรและฟังก์ชันอื่นที่มีใช้ตัว q ในสมการ (3.9) หรือสมการ (3.11)

ขั้นที่ 3 แรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกสามารถหาได้จากสมการ (3.33) ซึ่งจะอยู่ในรูป

$$V_{crooked} = a_n f_{vp} \quad \dots\dots\dots(4.10)$$

โดยที่

a_n คือ สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ในอนุกรมของฟังก์ชันชานน์ (โดยในงานวิจัยนี้จะกำหนดให้อยู่ในรูปความยาวของคาน-เสาหารด้วยค่าคงที่ค่าหนึ่ง เช่น $\frac{l}{1000}$ เป็นต้น)

f_{vp} คือ ตัวแปรและฟังก์ชันอื่นที่มีใช้ตัว a_n ในสมการ (3.33)

ขั้นที่ 4 นำค่า V_{ideal} และ $V_{crooked}$ ที่ได้ไปแทนในสมการ (4.5) จะได้ความสัมพันธ์ดังแสดงในสมการ (4.11)

$$V_{ratio} = \frac{a_n}{y_{lh}} \left(\frac{f_{vp} f_{y1h}}{f_{vh}} \right) \quad \dots\dots\dots(4.11)$$

สมการ (4.11) แสดงให้เห็นว่าอัตราส่วนระหว่าง แรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก เทียบกับ แรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ q แปรผันตามอัตราส่วนระหว่าง สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ a_n เทียบกับ ระยะแอนเนื่องจากการคดที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ $q \left(\frac{a_n}{y_{lh}} \right)$

และใช้วิธีการเดียวกันนี้ ดังขั้นตอนในสมการ (4.7) ถึงสมการ (4.11) ในการหาอัตราส่วนระหว่าง โมเมนต์ดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก เทียบกับ โมเมนต์ดัดที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ q สำหรับกรณีคาน-เสารับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุด และรับโมเมนต์ดัด M_0 ก็ใช้วิธีการเดียวกันนี้ โดยในงานวิจัยนี้จะแสดงผลเฉพาะเมื่ออัตราส่วน $\frac{a_n}{y_{lh}}$ มีค่าเท่ากับ $0.6, 0.8, \dots, 1.4$

4.3 การเปรียบเทียบแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก กับ แรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของคาน-เสาที่ไม่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับ โดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ

หัวข้อนี้จะพิจารณาคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ และกำหนดให้มีความโค้งเริ่มแรก 4 รูปแบบดังได้กล่าวในหัวข้อ 4.1.4 นั่นคือกำหนดให้ความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) แล้วคำนวณอัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์ดัดตามวิธีการที่แสดงในหัวข้อ 4.2 จากนั้นเปลี่ยนความโค้งเริ่มแรกไปเป็นรูปสมการ (4.2), สมการ (4.3) และสมการ (4.4) ตามลำดับแล้วทำการคำนวณอัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์ดัดตามวิธีการที่แสดงในหัวข้อ 4.2 เช่นเดียวกัน ซึ่งผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.3 (1) ถึงรูปที่ 4.10 (4)

การเปรียบเทียบแรงเฉือน จะนำค่าแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ที่ตำแหน่ง $x = 0$ มาเปรียบเทียบกับ แรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ ที่ตำแหน่ง $x = 0$ ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.3 (1) ถึงรูปที่ 4.6 (4)

รูปที่ 4.3 (1) ถึงรูปที่ 4.3 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)

รูปที่ 4.4 (1) ถึงรูปที่ 4.4 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)

รูปที่ 4.5 (1) ถึงรูปที่ 4.5 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)

รูปที่ 4.6 (1) ถึงรูปที่ 4.6 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)

สำหรับกรณีนี้แรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอมีค่าเป็นศูนย์เมื่อ α มีค่าประมาณ 1.1, 1.2 และ 1.4 เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 50, 100$ และ 200 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.1

(1) ดังนั้นเมื่อ α เข้าใกล้ค่าดังกล่าว อัตราส่วนแรงเฉือนจึงมีค่าสูงมาก

เมื่อพิจารณารูปที่ 4.3 (1) ถึงรูปที่ 4.6 (4) พบว่า

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) หาก $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่าอยู่ในช่วง 1 ถึง 50 อัตราส่วนแรงเฉือนจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามค่า $\frac{kl^4}{EI}$ แต่หาก $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่าอยู่ในช่วง 50 ถึง 200 อัตราส่วนแรงเฉือนจะมีค่าลดลงเมื่อ $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่าเพิ่มขึ้น และเมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.2), สมการ (4.3) หรือสมการ (4.4) อัตราส่วนแรงเฉือนจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามค่า $\frac{kl^4}{EI}$ ตัวอย่างดังแสดงในตาราง

ที่ 4.1 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) เมื่อ $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่าเพิ่มขึ้นอยู่ในช่วง 1 ถึง 50 ขนาดแรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกเพิ่มขึ้น มีค่ามากกว่า ขนาดแรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนแรงเฉือนมีค่าเพิ่มขึ้น แต่เมื่อ $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่าเพิ่มขึ้นอยู่ในช่วง 50 ถึง 200 ขนาดแรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกเพิ่มขึ้น มีค่าน้อยกว่า ขนาดแรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนแรงเฉือนมีค่าลดลง และหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ

$\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}, a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}, a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}, \dots \right)$ เมื่อโมดูลัสของฐานรากยึดหยุ่น (k) มีค่าเพิ่มขึ้น ขนาดแรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกเพิ่มขึ้น มีค่ามากกว่า ขนาดแรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนแรงเฉือนมีค่าเพิ่มขึ้น

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกมีรูปร่างเปลี่ยนจากรูปสมการ (4.1) ไปเป็นรูปสมการ (4.2), สมการ (4.3) และสมการ (4.4) ตามลำดับ (หรือกล่าวได้ว่า n มีค่าเพิ่มขึ้น) อัตราส่วนแรงเฉือนจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ ไม่ว่าคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นที่มีค่า $\frac{kl^4}{EI}$ เท่าใดก็ตาม ตัวอย่างดังแสดงใน

ตารางที่ 4.1 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ

$\left(y_0 = a_5 \sin \frac{5\pi x}{l}, a_6 \sin \frac{6\pi x}{l}, a_7 \sin \frac{7\pi x}{l}, \dots \right)$ แรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกจะมีค่าน้อยมากจนสามารถละทิ้งได้ เมื่อเทียบกับแรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ

การเปรียบเทียบโมเมนต์ดัด จะนำค่าโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกที่ตำแหน่ง $x = \frac{l}{2n}$ มาเปรียบเทียบกับ โมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอที่ตำแหน่ง $x = \frac{l}{2}$ ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.7 (1) ถึงรูปที่ 4.10 (4)

รูปที่ 4.7 (1) ถึงรูปที่ 4.7 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์ดัด เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)

รูปที่ 4.8 (1) ถึงรูปที่ 4.8 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์ดัด เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)

รูปที่ 4.9 (1) ถึงรูปที่ 4.9 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์ดัด เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)

รูปที่ 4.10 (1) ถึงรูปที่ 4.10 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์ดัด เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)

เมื่อพิจารณารูปที่ 4.7 (1) ถึงรูปที่ 4.10 (4) พบว่า

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) หาก $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่ามากขึ้น อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่าลดลง โดยอัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่ามากที่สุด เมื่อไม่มีฐานรากยึดหยุ่นรองรับคาน-เสา แต่เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.2), สมการ (4.3) หรือสมการ (4.4) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่าใกล้เคียงกันมากไม่ว่า $\frac{kl^4}{EI}$ จะมีค่าเท่าใด และจะมีค่าใกล้เคียงกับเมื่อไม่มีฐานรากยึดหยุ่นรองรับคาน-เสา ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.1 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) เมื่อโมดูลัสของฐานรากยึดหยุ่น (k) มีค่าเพิ่มขึ้น ขนาดโมเมนต์ดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกเพิ่มขึ้น มีค่าน้อยกว่า ขนาดโมเมนต์ดัดที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนโมเมนต์ดัดมีค่าลดลง และหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ $\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}, a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}, a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}, \dots \right)$ เมื่อ

โมดูลัสของฐานรากยึดหยุ่น (k) มีค่าเพิ่มขึ้น ขนาดโมเมนต์ดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ที่เพิ่มขึ้น มีค่าใกล้เคียงกับ ขนาดโมเมนต์ดัดที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนโมเมนต์ดัดมีค่าใกล้เคียงกัน

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกมีรูปร่างเปลี่ยนจากรูปสมการ (4.1) ไปเป็นรูปสมการ (4.2) , สมการ (4.3) และสมการ (4.4) ตามลำดับ (หรือกล่าวได้ว่า n มีค่าเพิ่มขึ้น) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่า ลดลงด้วยอัตราที่น้อยลงเรื่อยๆ จนกระทั่งอัตราส่วนโมเมนต์ดัดมีค่าคงที่ ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.1 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ

$$\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} , a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} , a_4 \sin \frac{4\pi x}{l} , \dots \right) \text{ อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่าคงที่}$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าในตารางที่ 4.1 อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะลดลงเข้าสู่ค่าซึ่งอยู่ในช่วง 0.70 - 0.80

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) และ $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่ามากกว่า 50 อัตราส่วน

โมเมนต์ดัดจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ จนมีค่าน้อยกว่าเมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.2) , สมการ

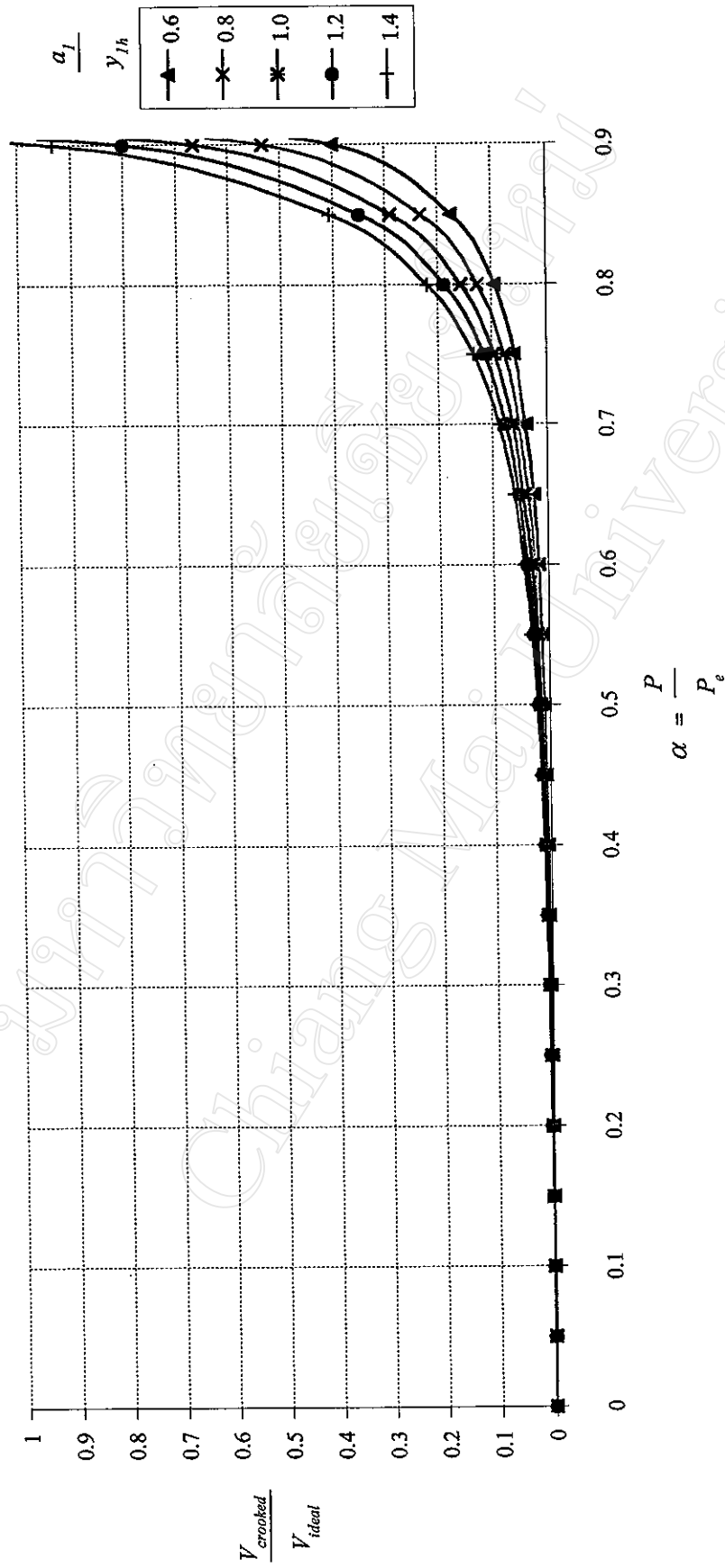
(4.3) หรือสมการ (4.4) ที่มีค่า $\frac{kl^4}{EI}$ เท่ากัน ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.1 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า

อัตราส่วนโมเมนต์ดัดมากที่สุดมิได้เกิดเมื่อ $y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}$ เท่านั้น อาจเกิดเมื่อ

$$y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} , a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} , a_4 \sin \frac{4\pi x}{l} , \dots \text{ ก็เป็นไปได้}$$

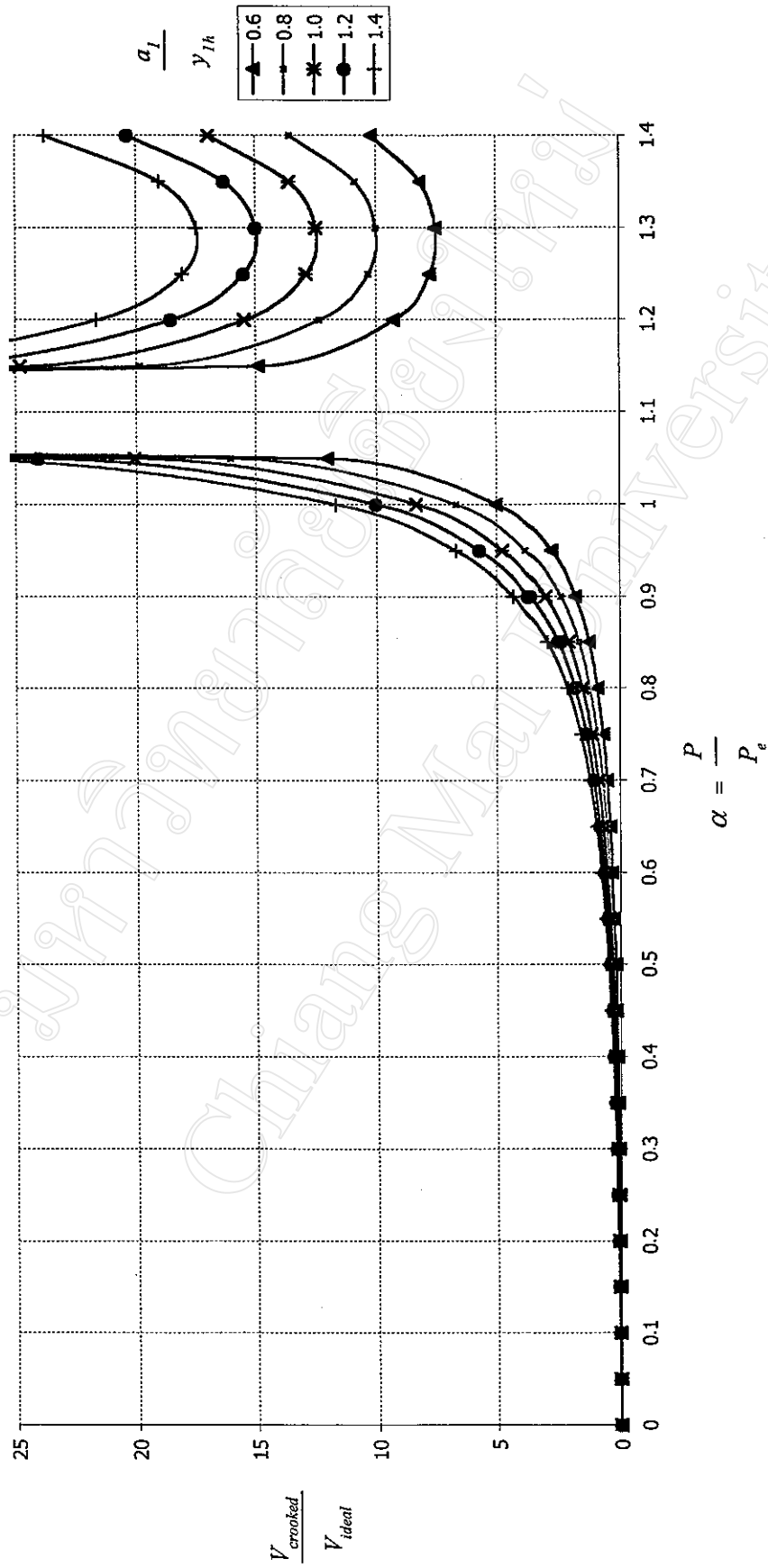
ตารางที่ 4.1 อัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์ตัด กรณีคาน-เสารับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อ $\alpha = 0.7$ และ $\frac{a_n}{y_{1h}} = 1$

	$\frac{kl^4}{EI} = 1$		$\frac{kl^4}{EI} = 50$		$\frac{kl^4}{EI} = 100$		$\frac{kl^4}{EI} = 200$	
	V_{ratio}	M_{ratio}	V_{ratio}	M_{ratio}	V_{ratio}	M_{ratio}	V_{ratio}	M_{ratio}
$y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}$	0.06	2.28	0.90	0.88	0.89	0.55	0.72	0.32
$y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}$	0.00	0.86	0.11	0.84	0.16	0.82	0.22	0.79
$y_0 = a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}$	0.00	0.77	0.03	0.77	0.05	0.78	0.07	0.79
$y_0 = a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}$	0.00	0.74	0.01	0.75	0.02	0.76	0.03	0.78



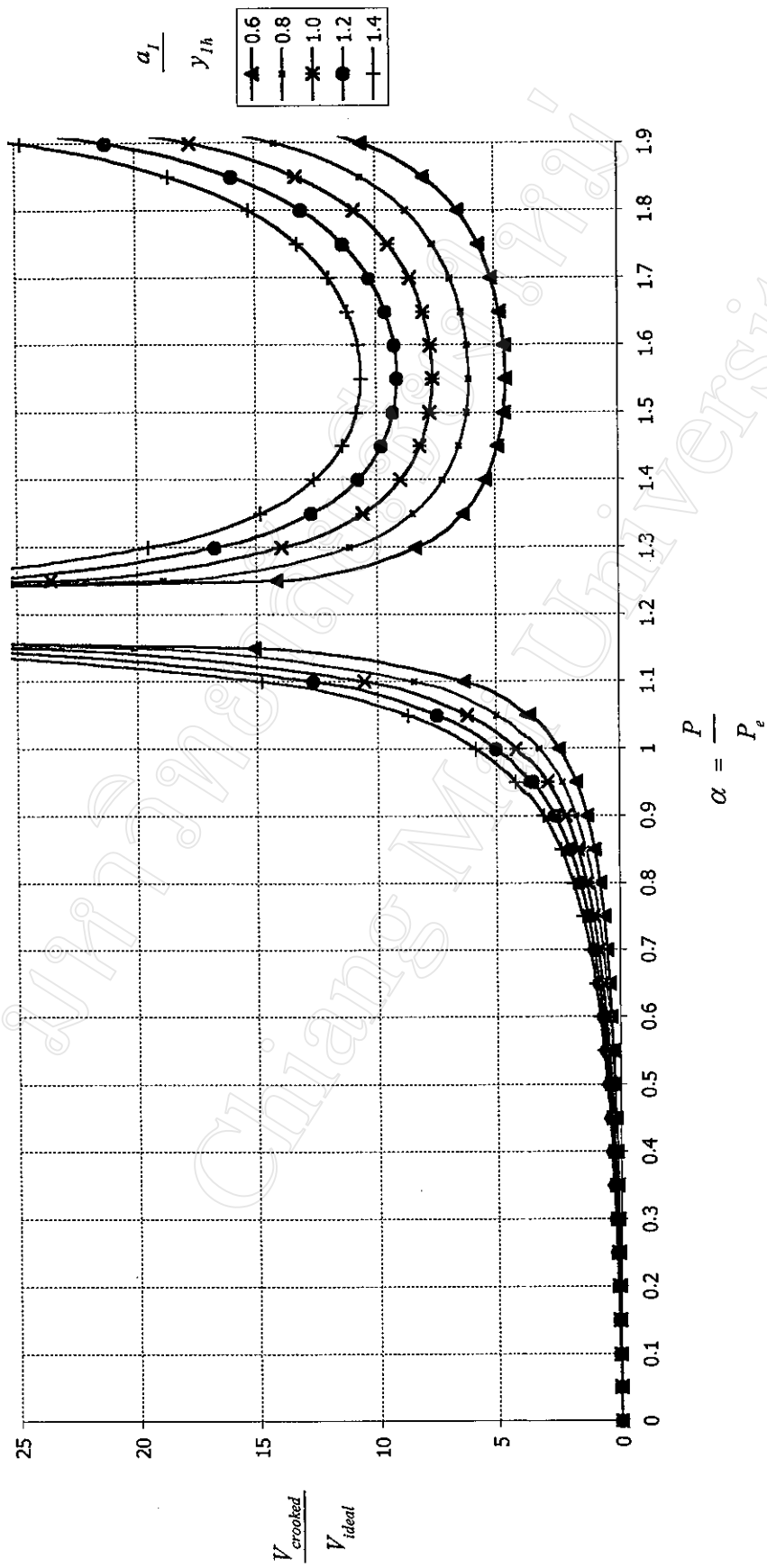
รูปที่ 4.3 (1) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



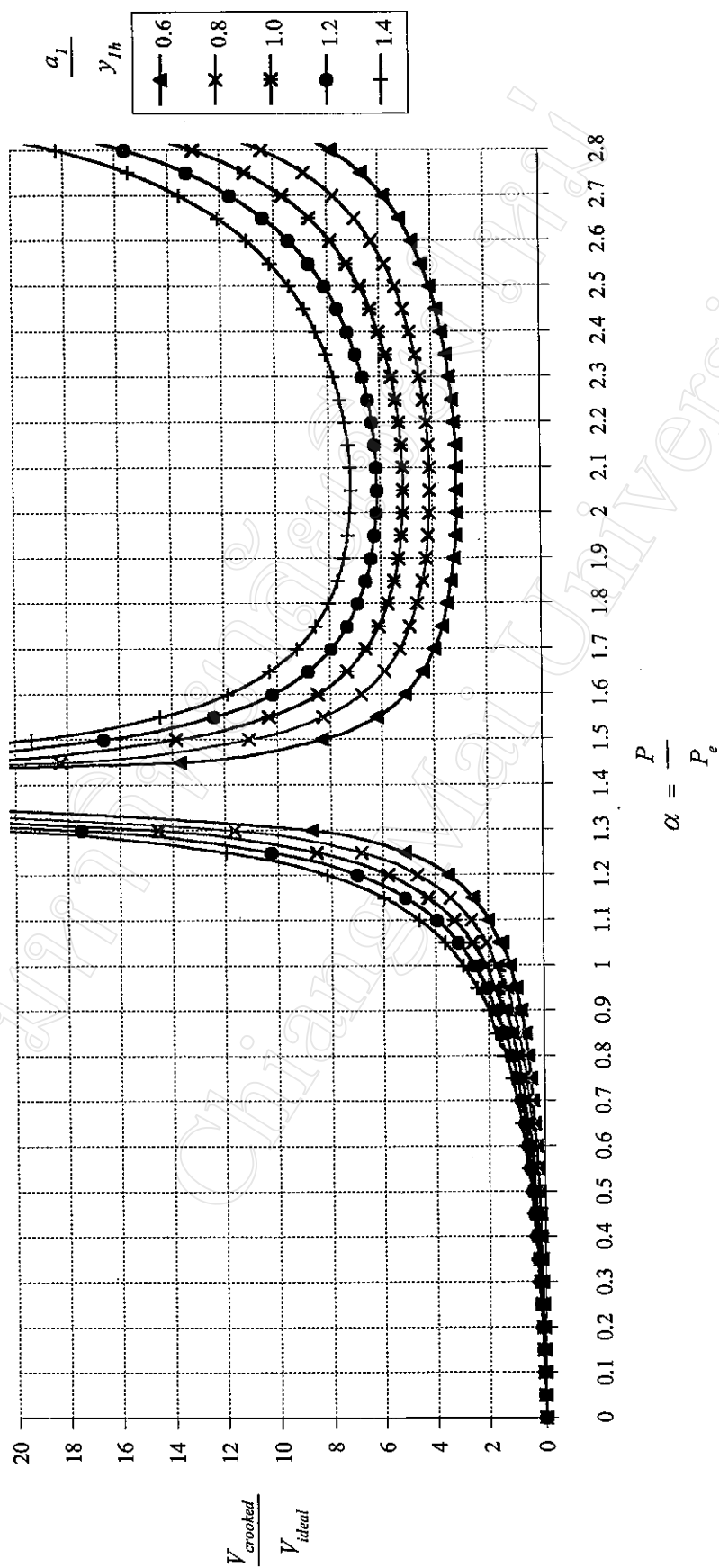
รูปที่ 4.3 (2) อัตราส่วนแรงเค้นสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเค้นสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



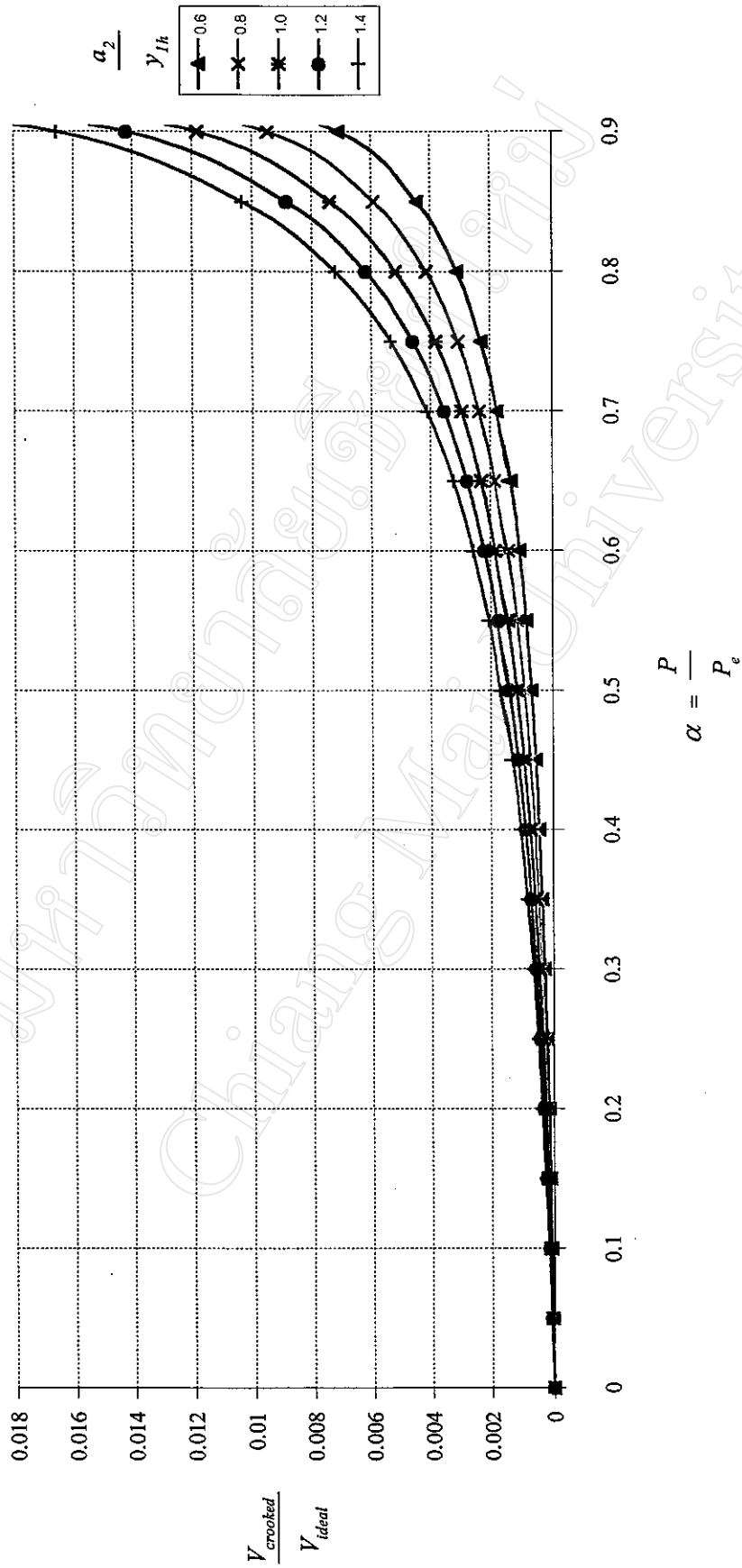
รูปที่ 4.3 (3) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



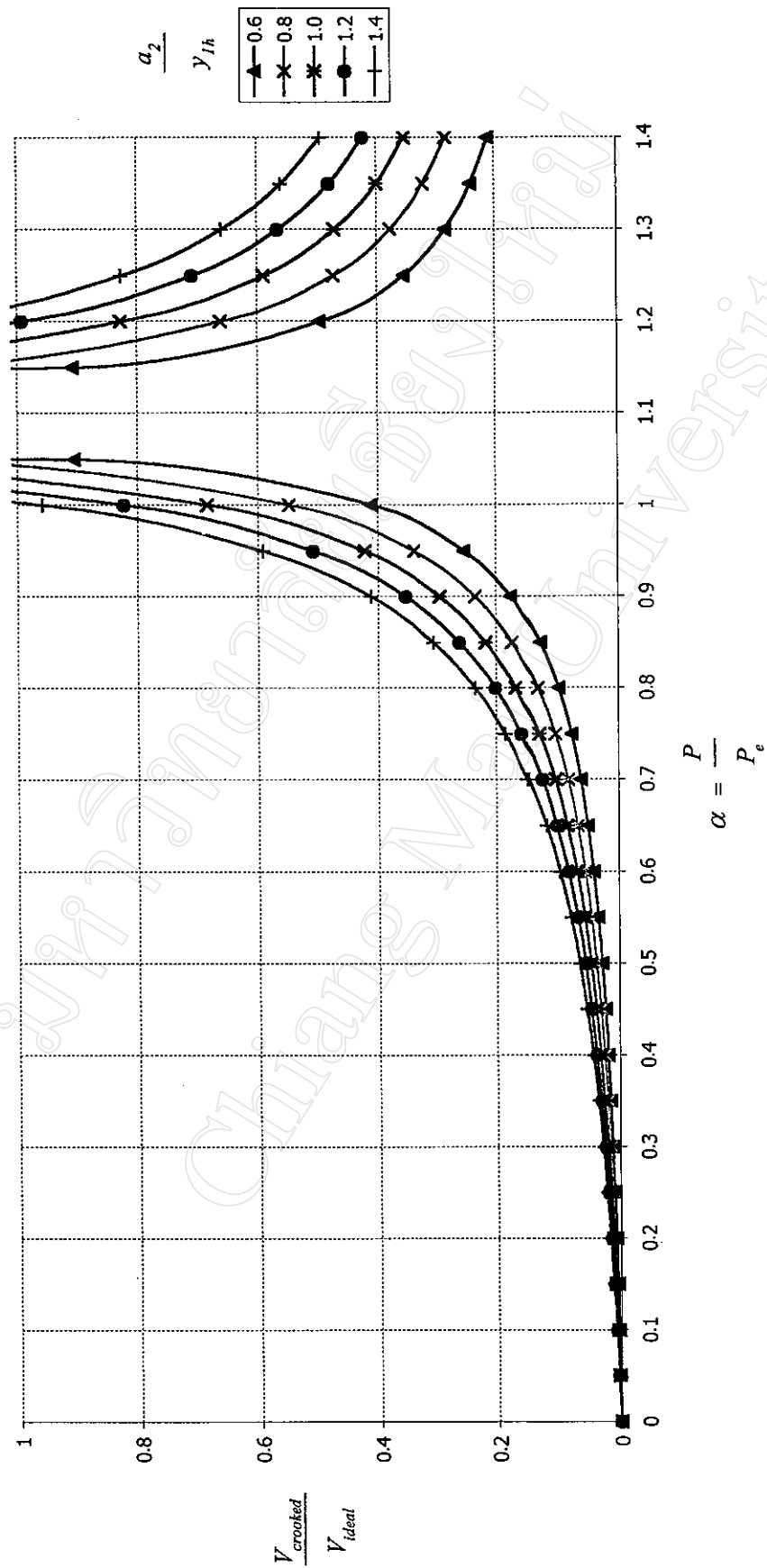
รูปที่ 4.3 (4) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



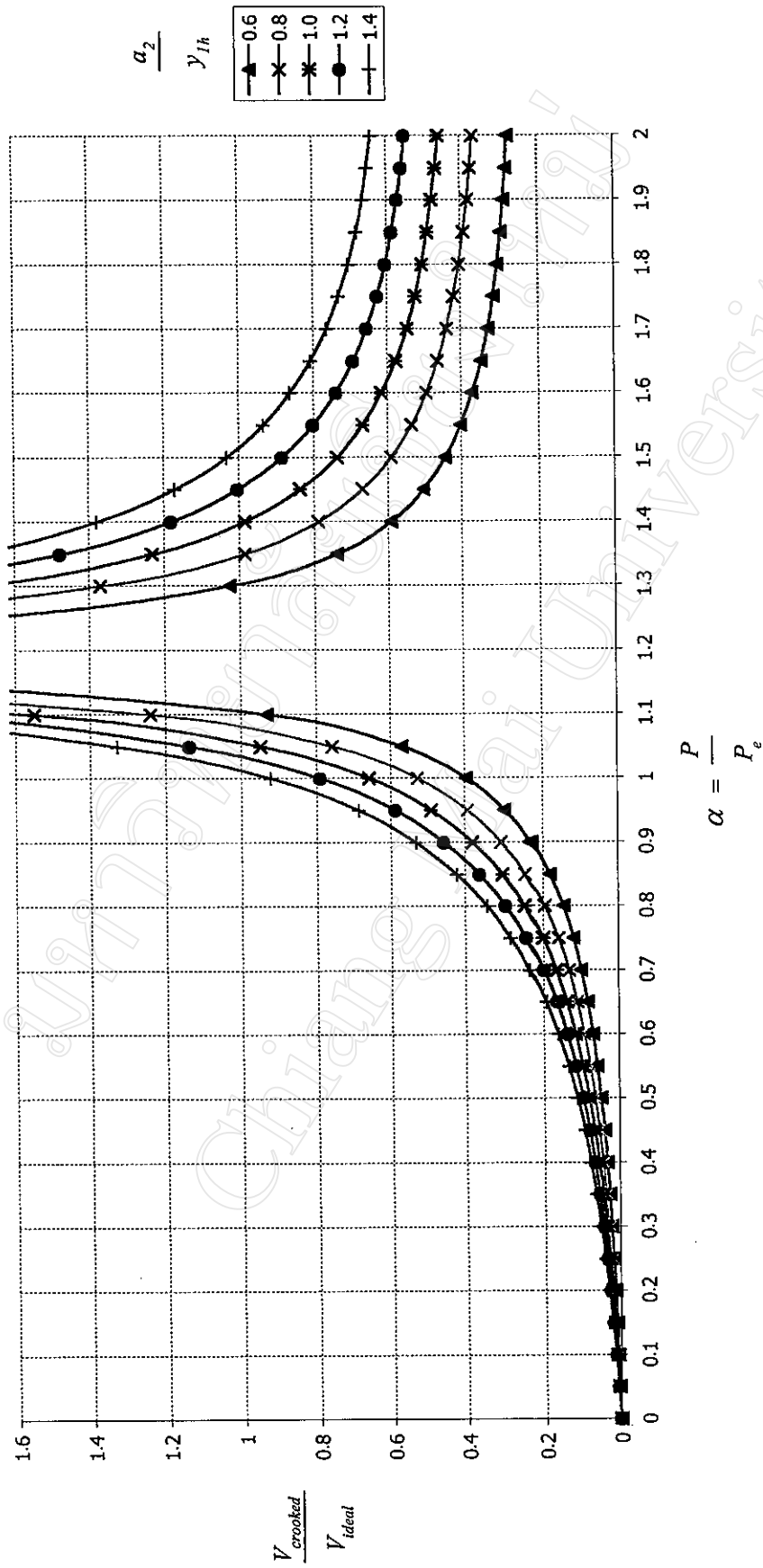
รูปที่ 4.4 (1) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



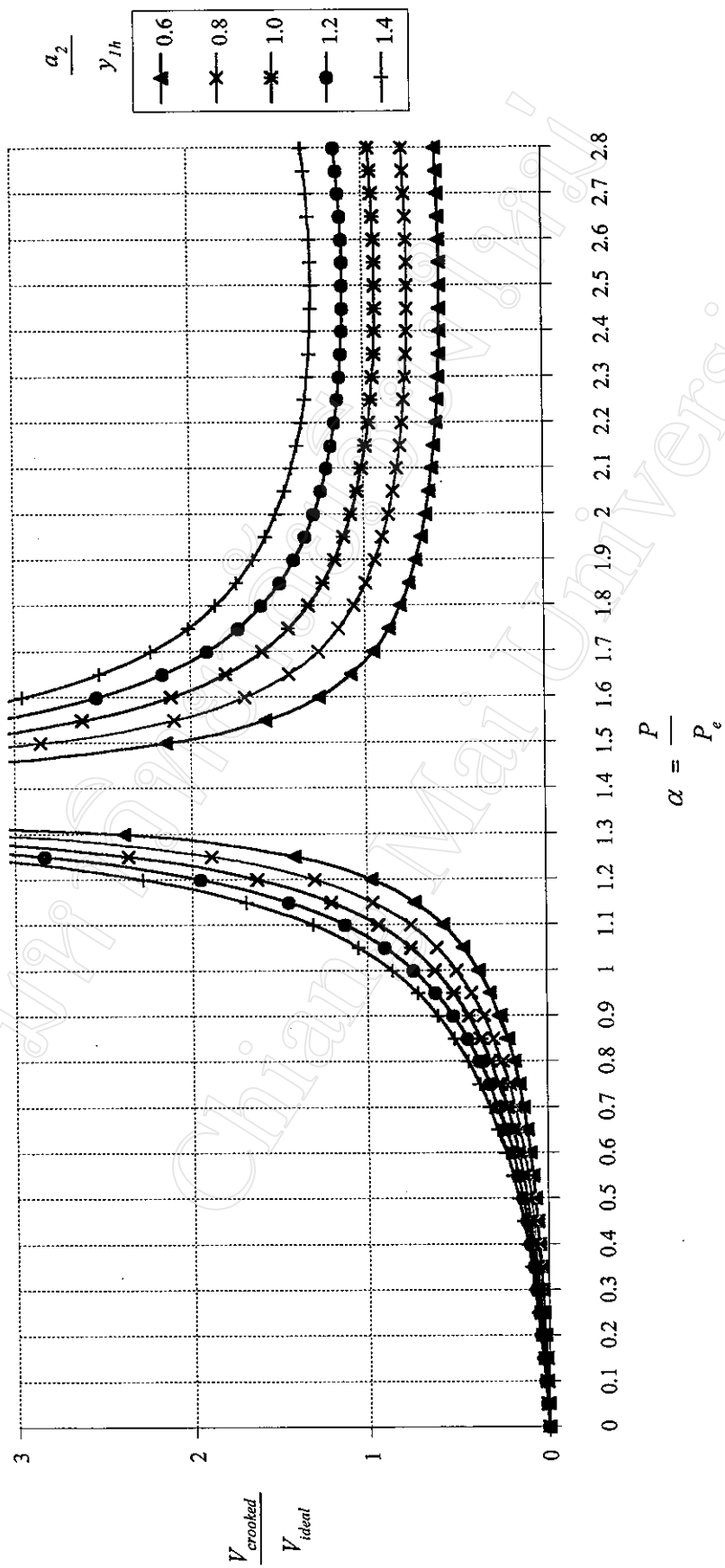
รูปที่ 4.4 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากการกระจายน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



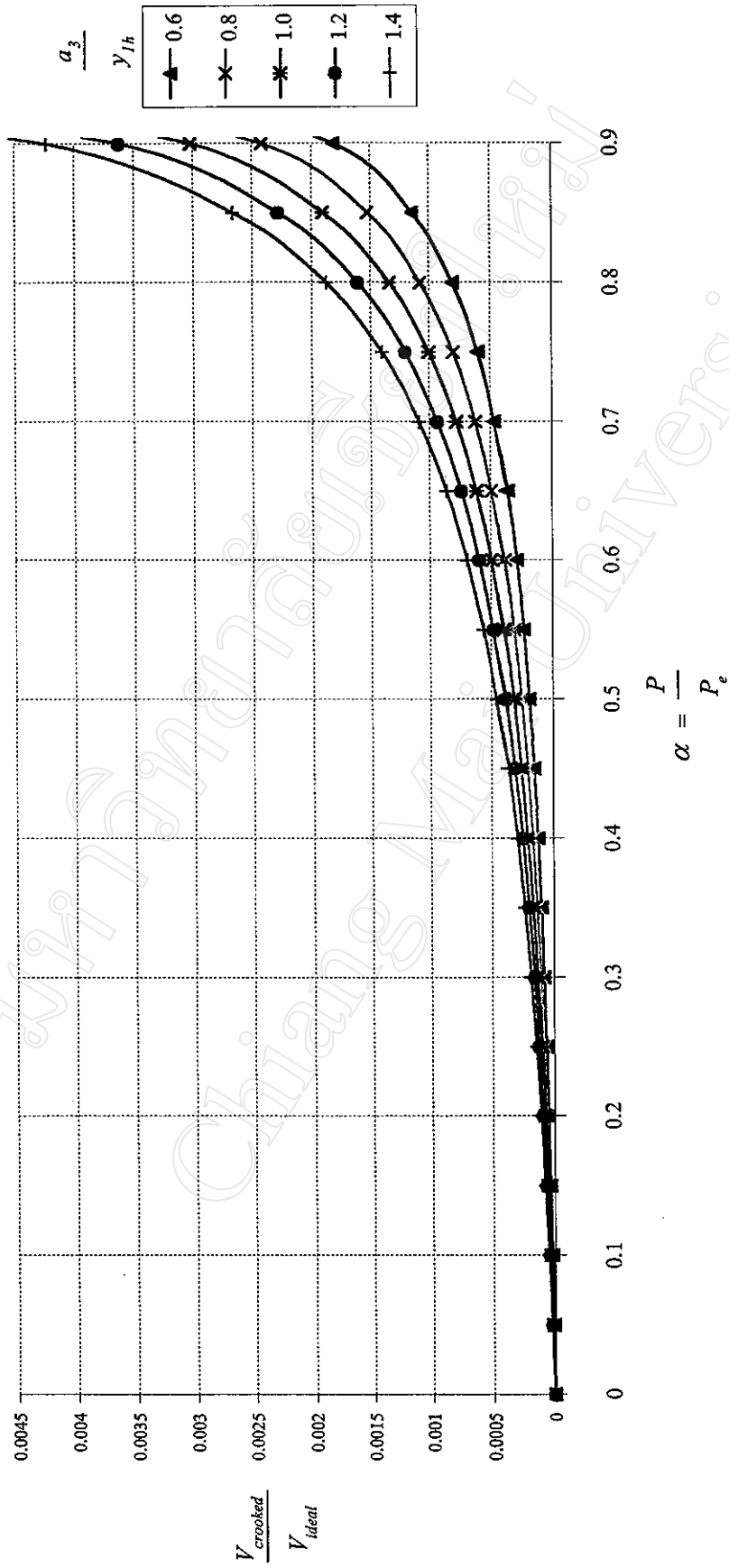
รูปที่ 4.4 (3) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



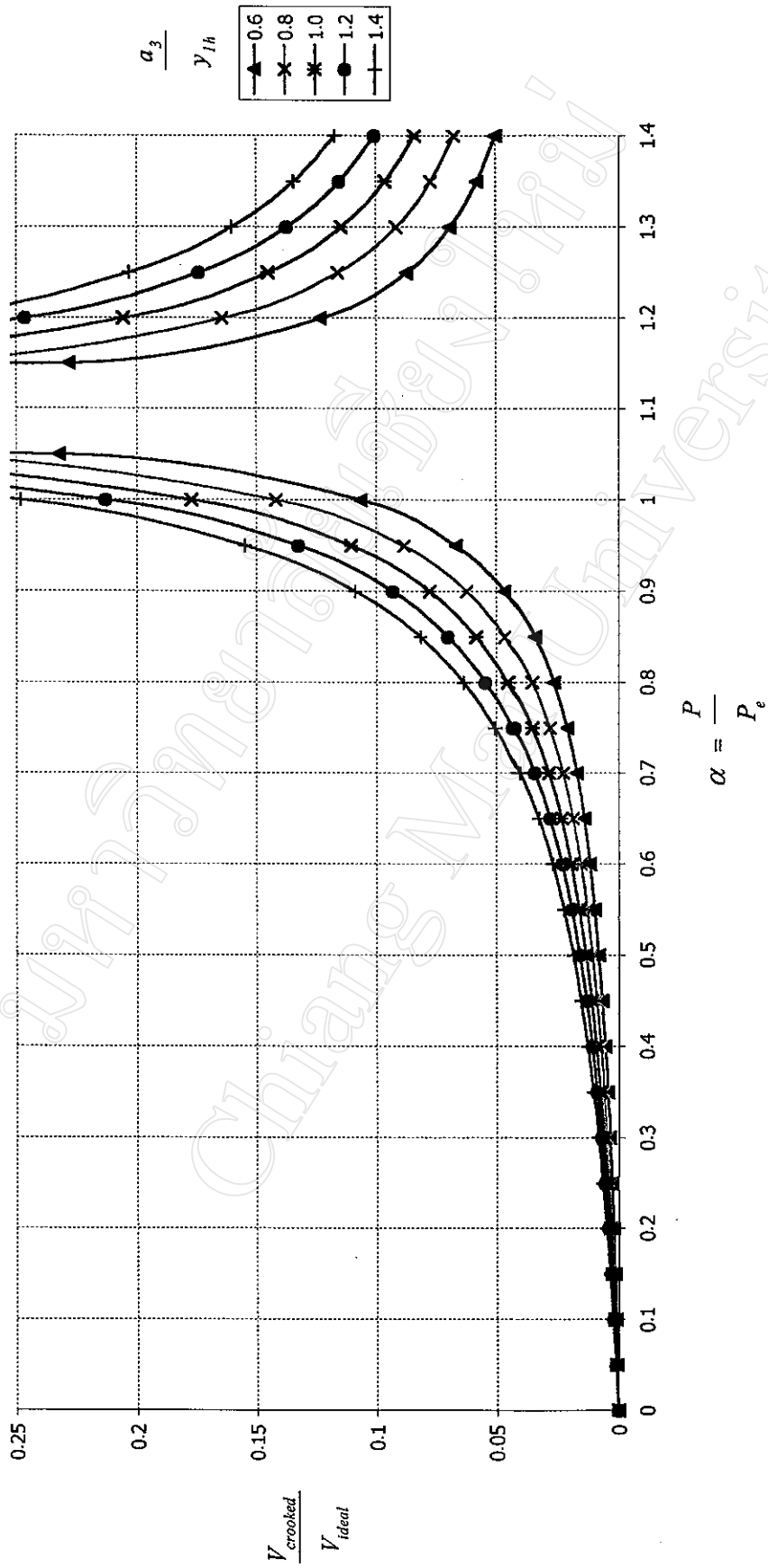
รูปที่ 4.4 (4) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ (4.2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



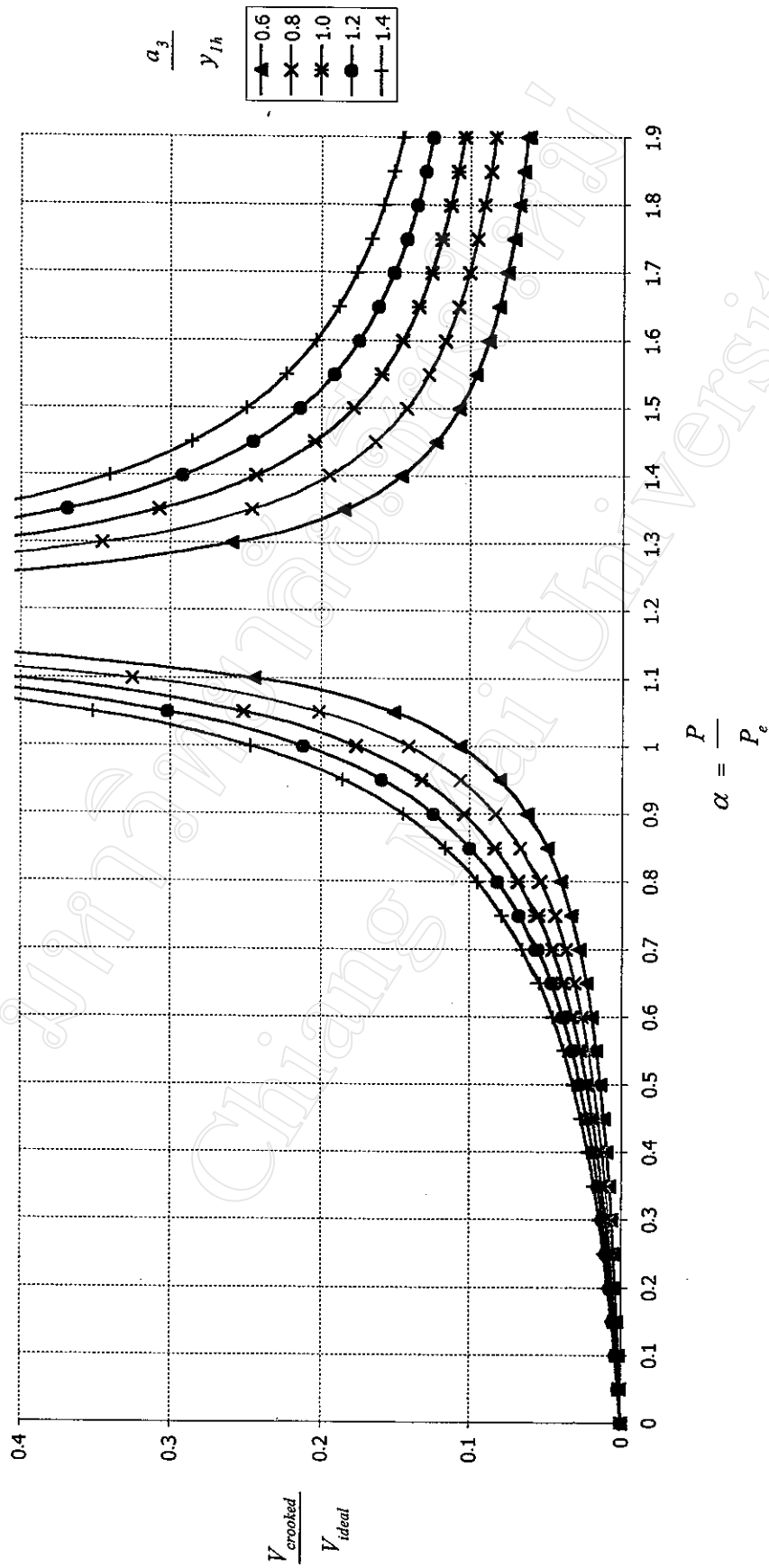
รูปที่ 4.5 (1) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



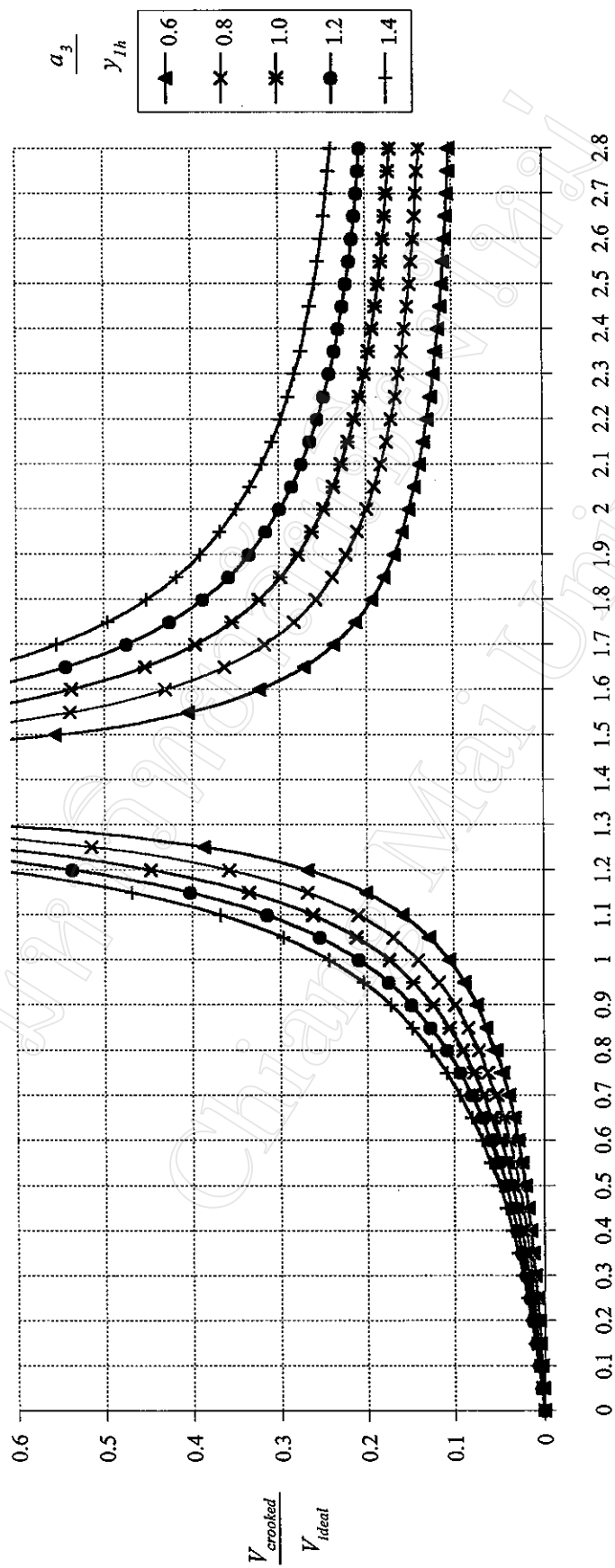
รูปที่ 4.5 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



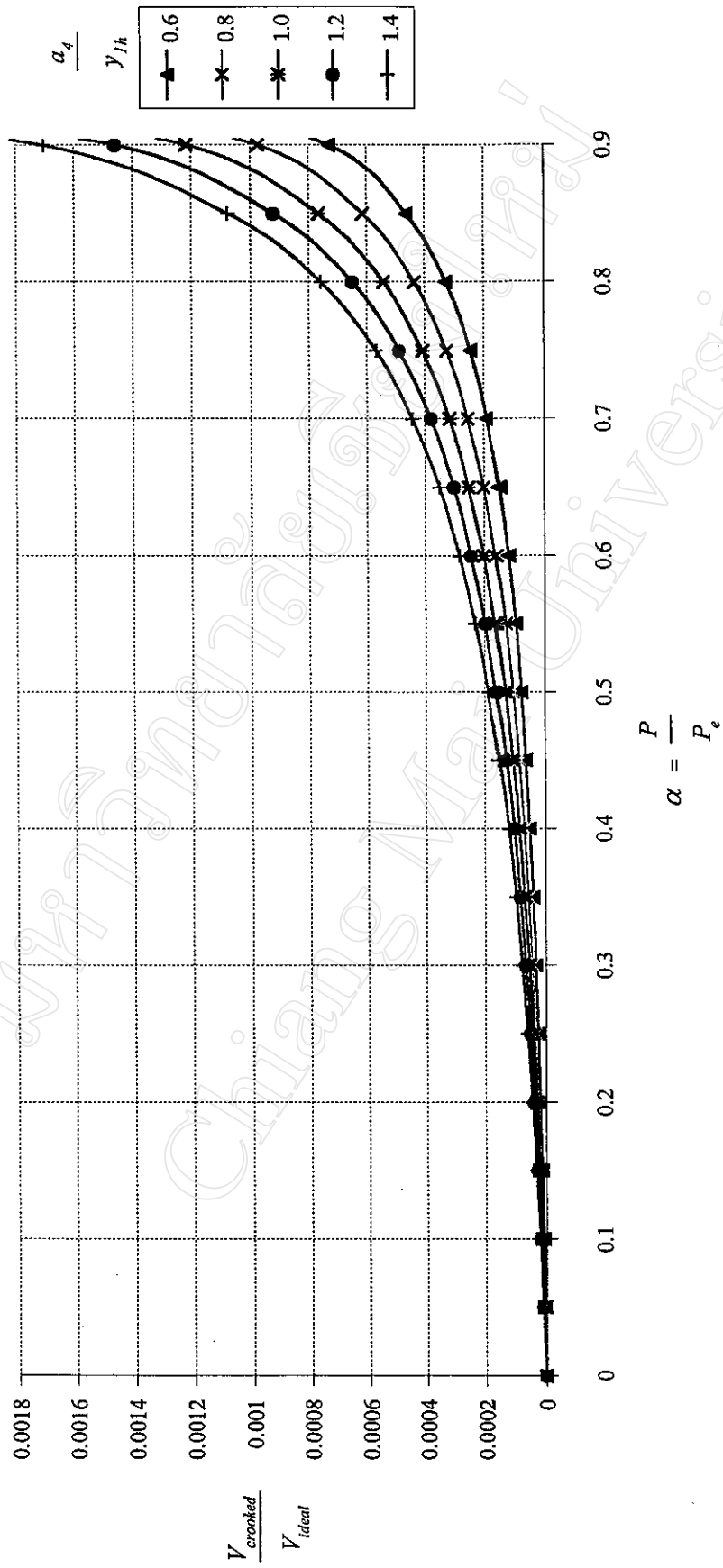
รูปที่ 4.5 (3) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ (4.3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



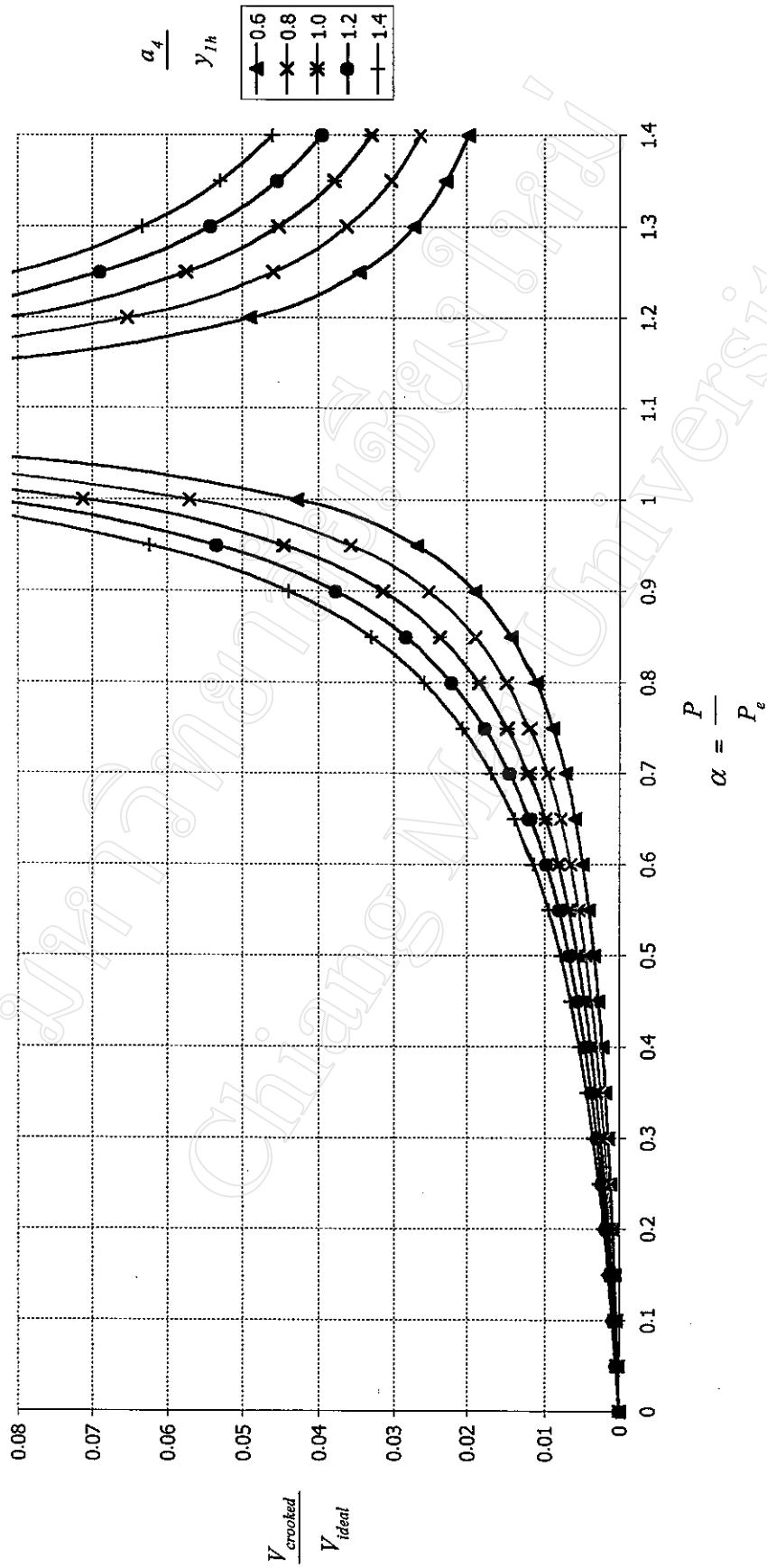
รูปที่ 4.5 (4) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



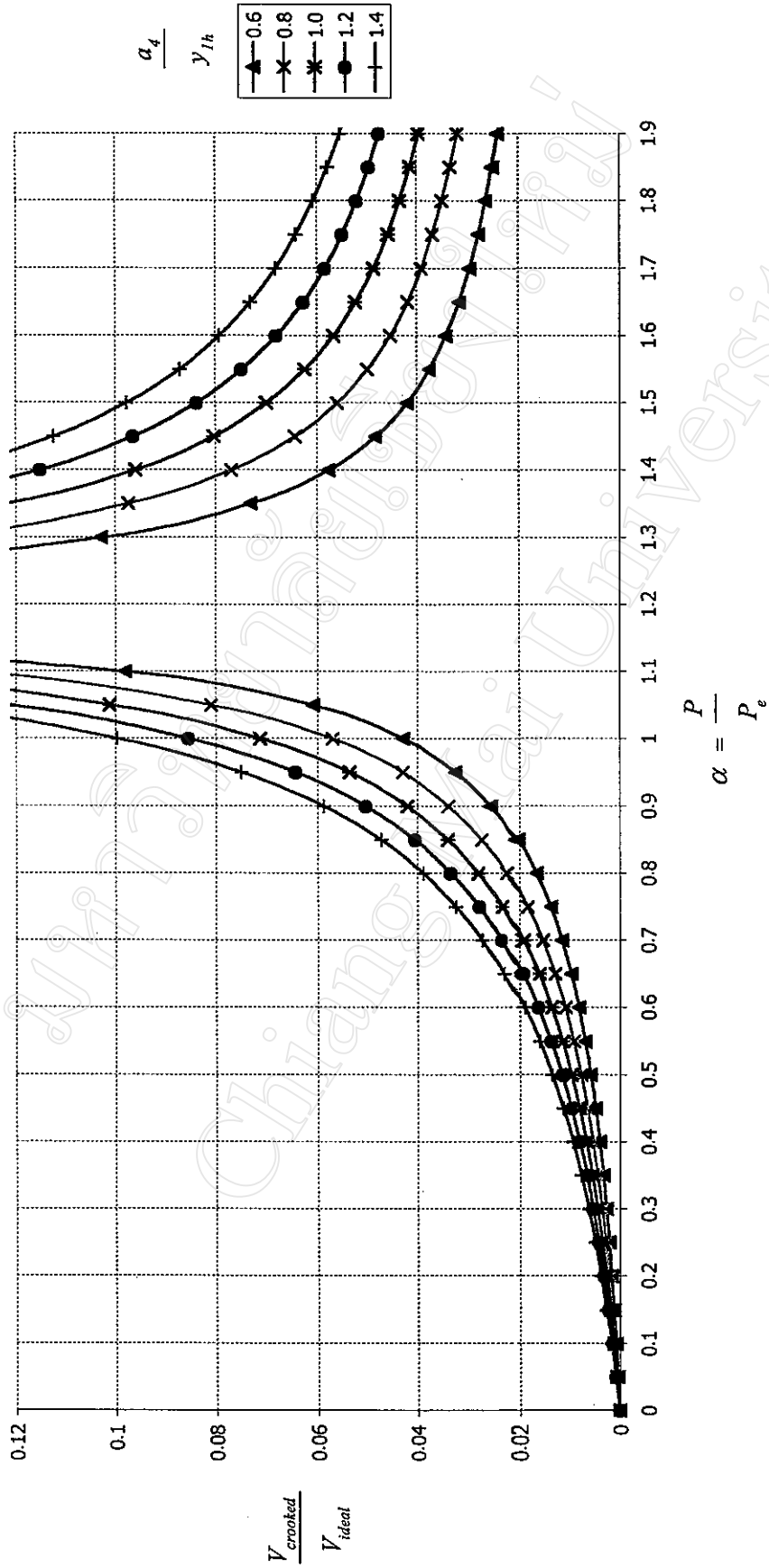
รูปที่ 4.6 (1) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



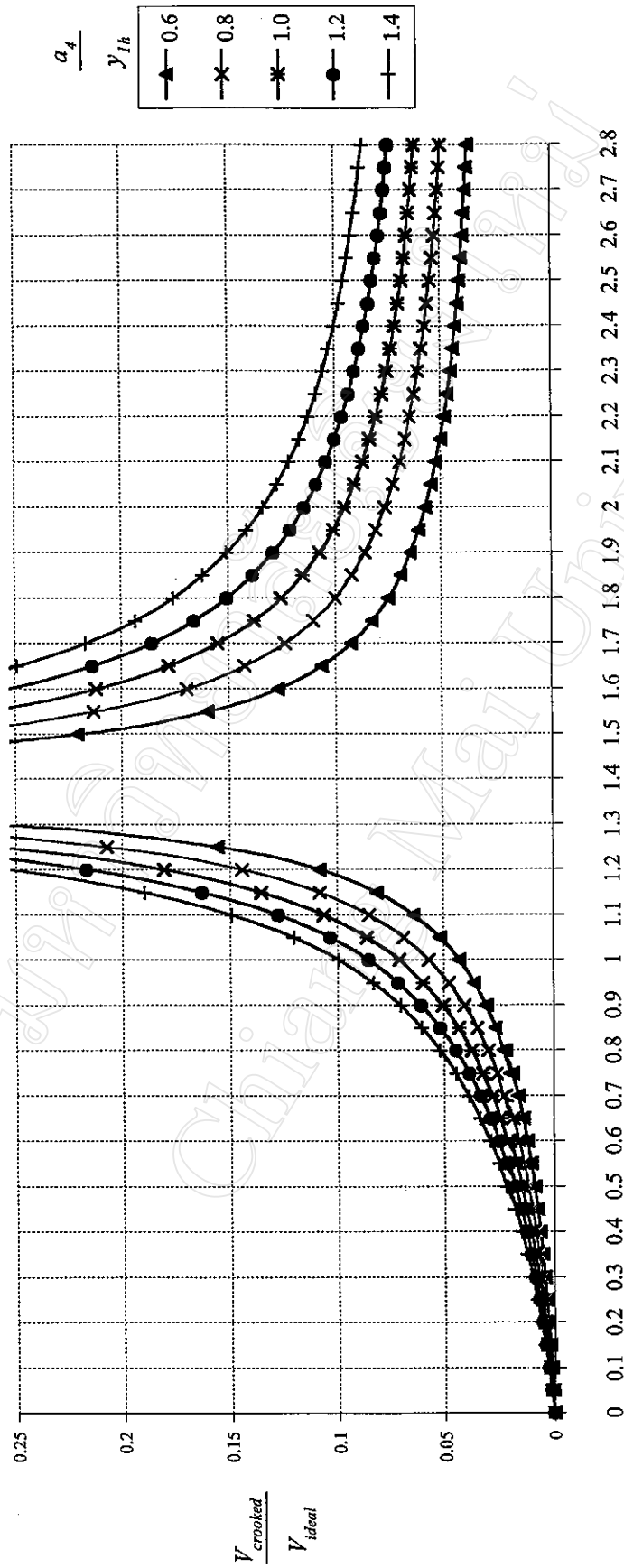
รูปที่ 4.6 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



รูปที่ 4.6 (3) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

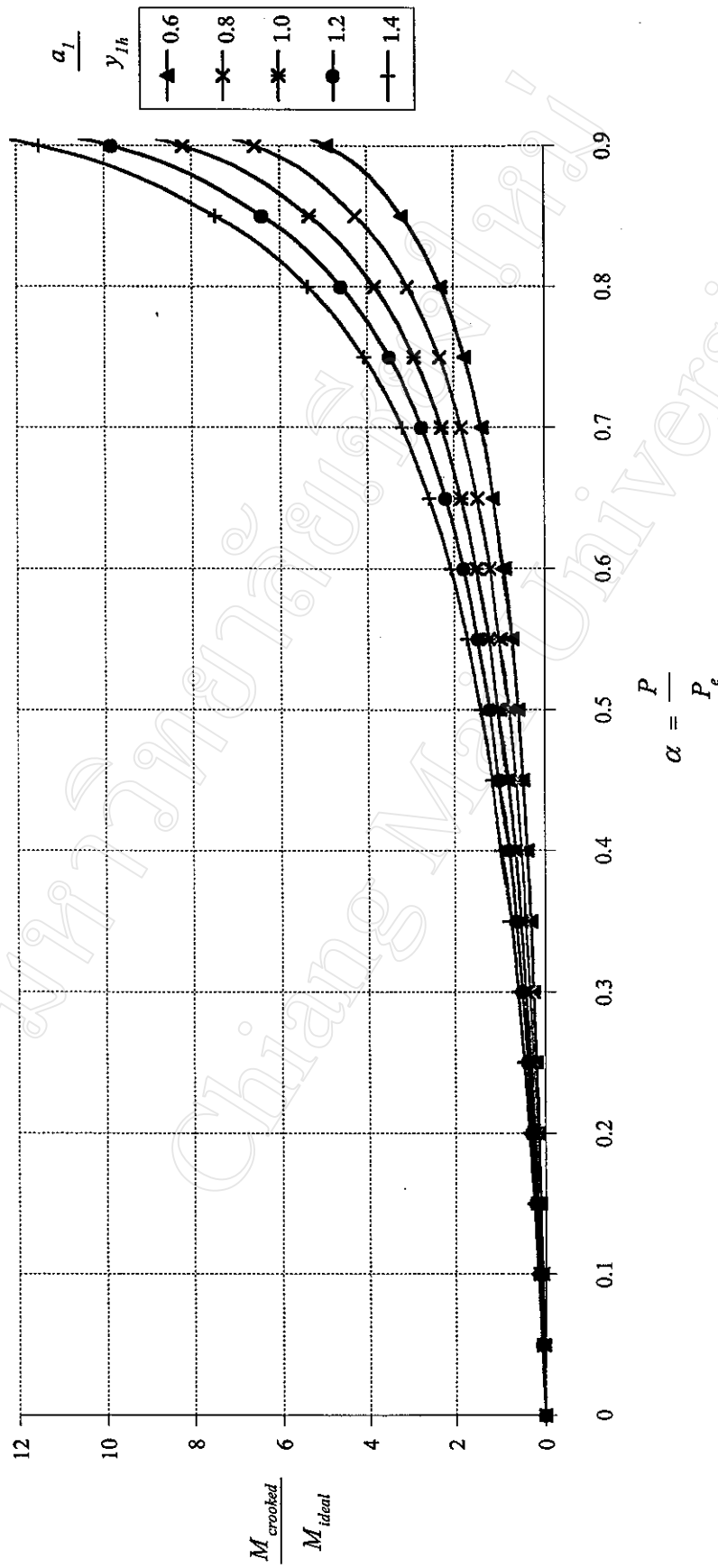
เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



$$\alpha = \frac{P}{P_e}$$

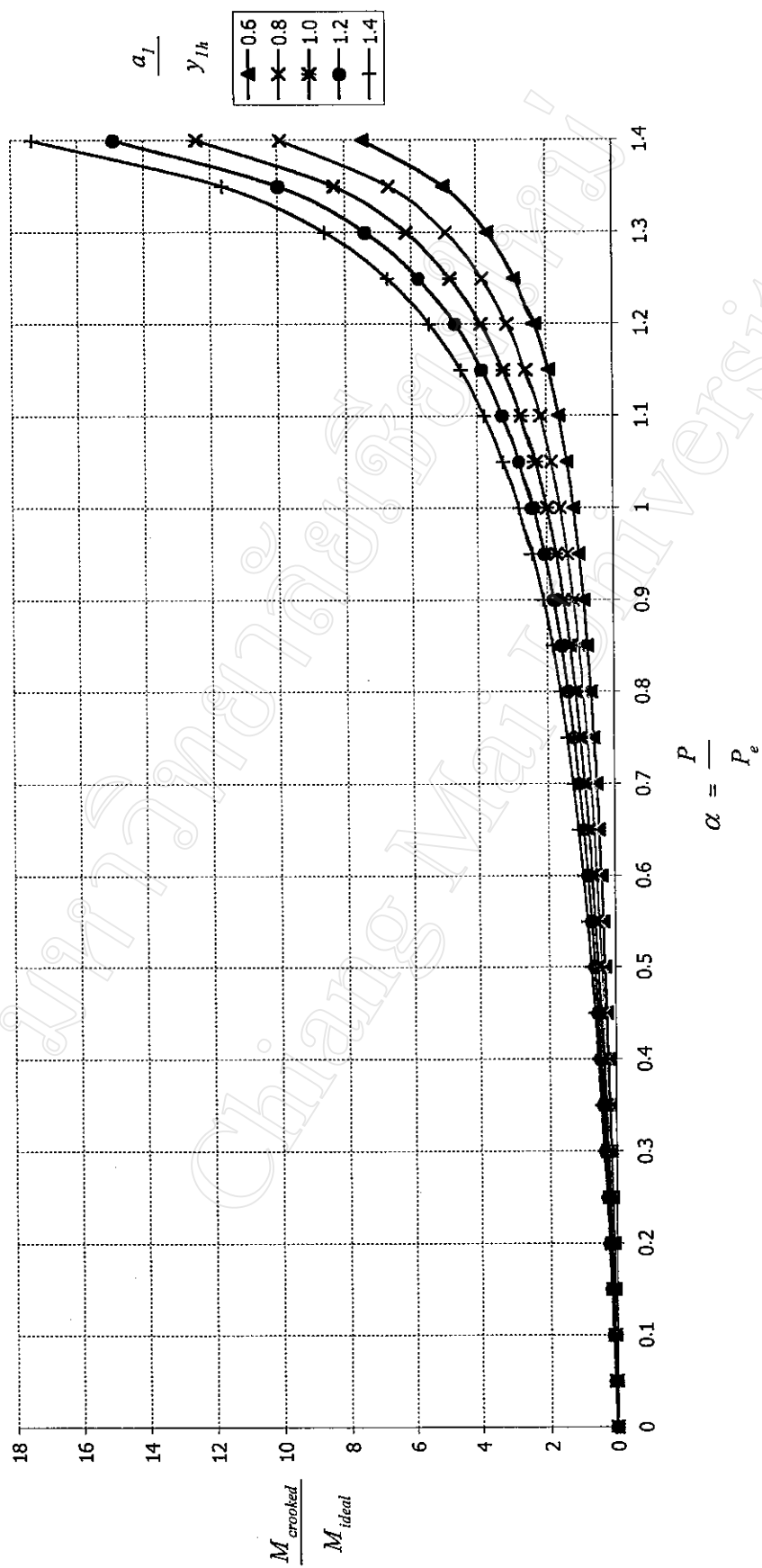
รูปที่ 4.6 (4) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



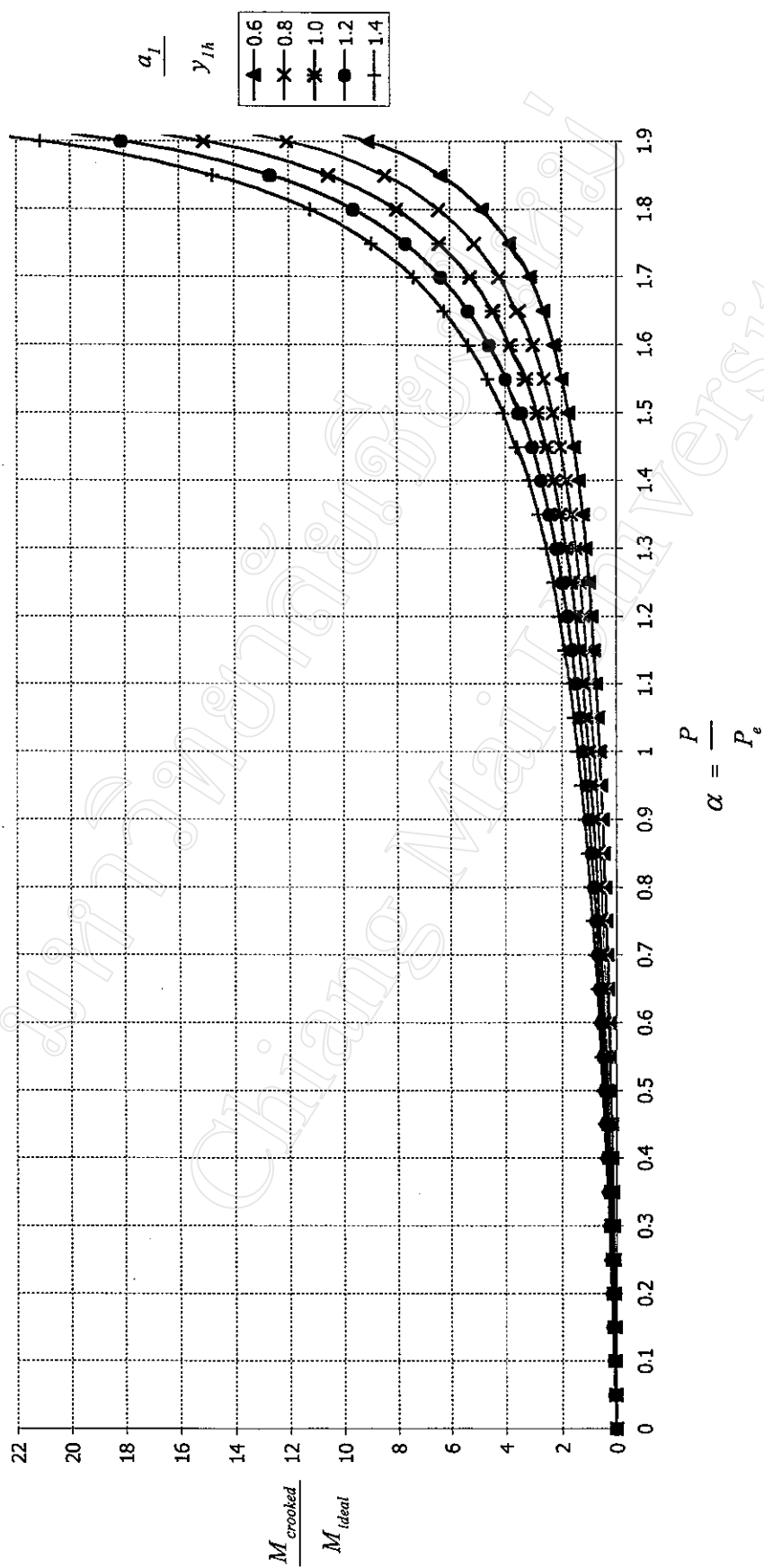
รูปที่ 4.7 (1) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



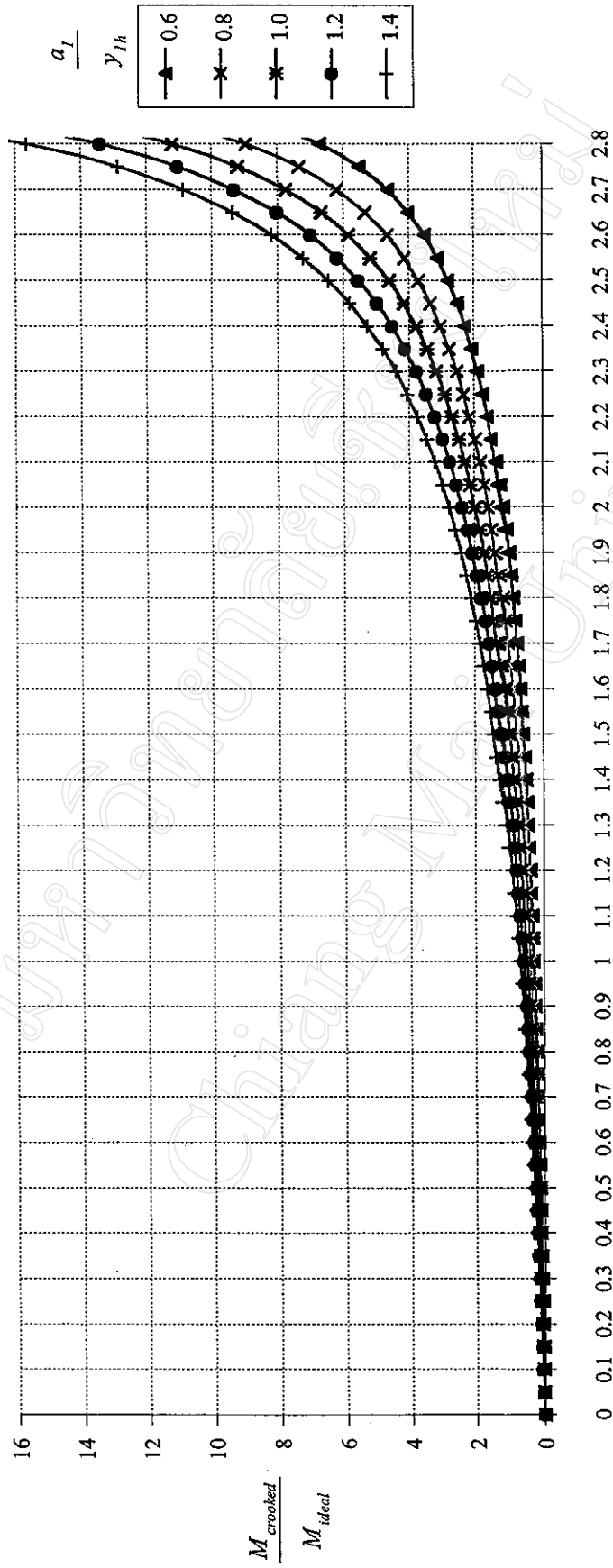
รูปที่ 4.7 (2) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



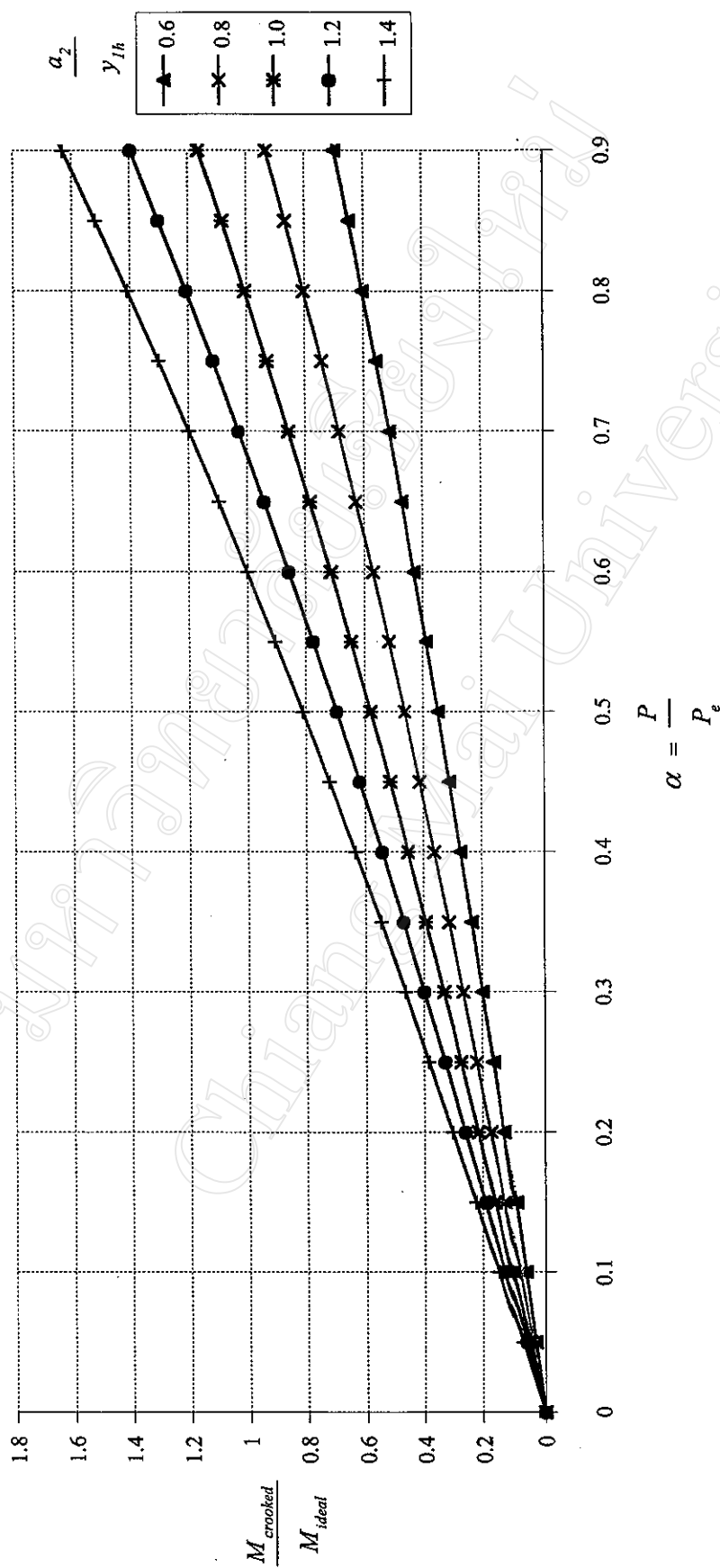
รูปที่ 4.7 (3) อัตราส่วนโมเมนต์สูงสุดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์สูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้ง

เริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



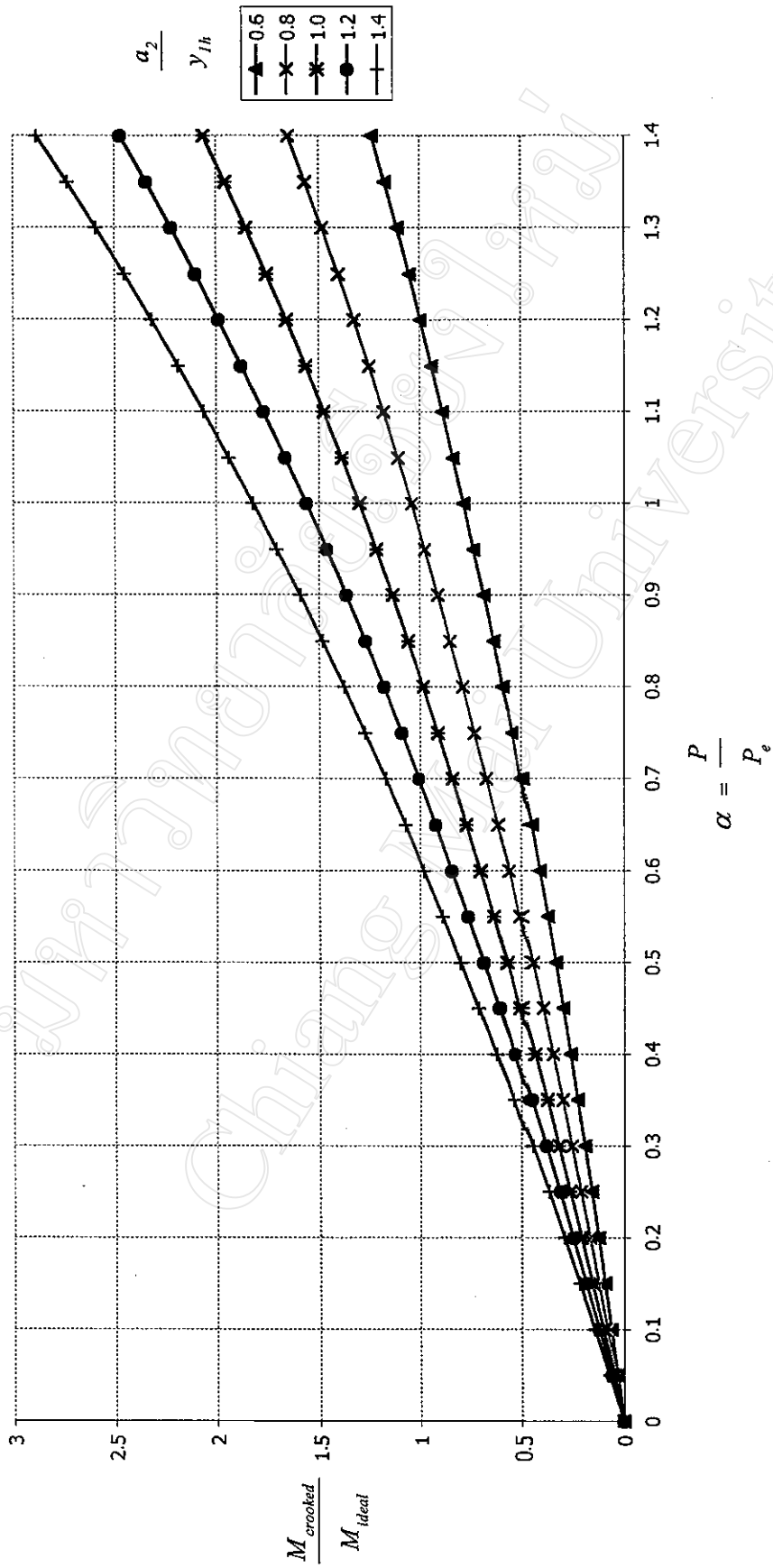
รูปที่ 4.7 (4) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



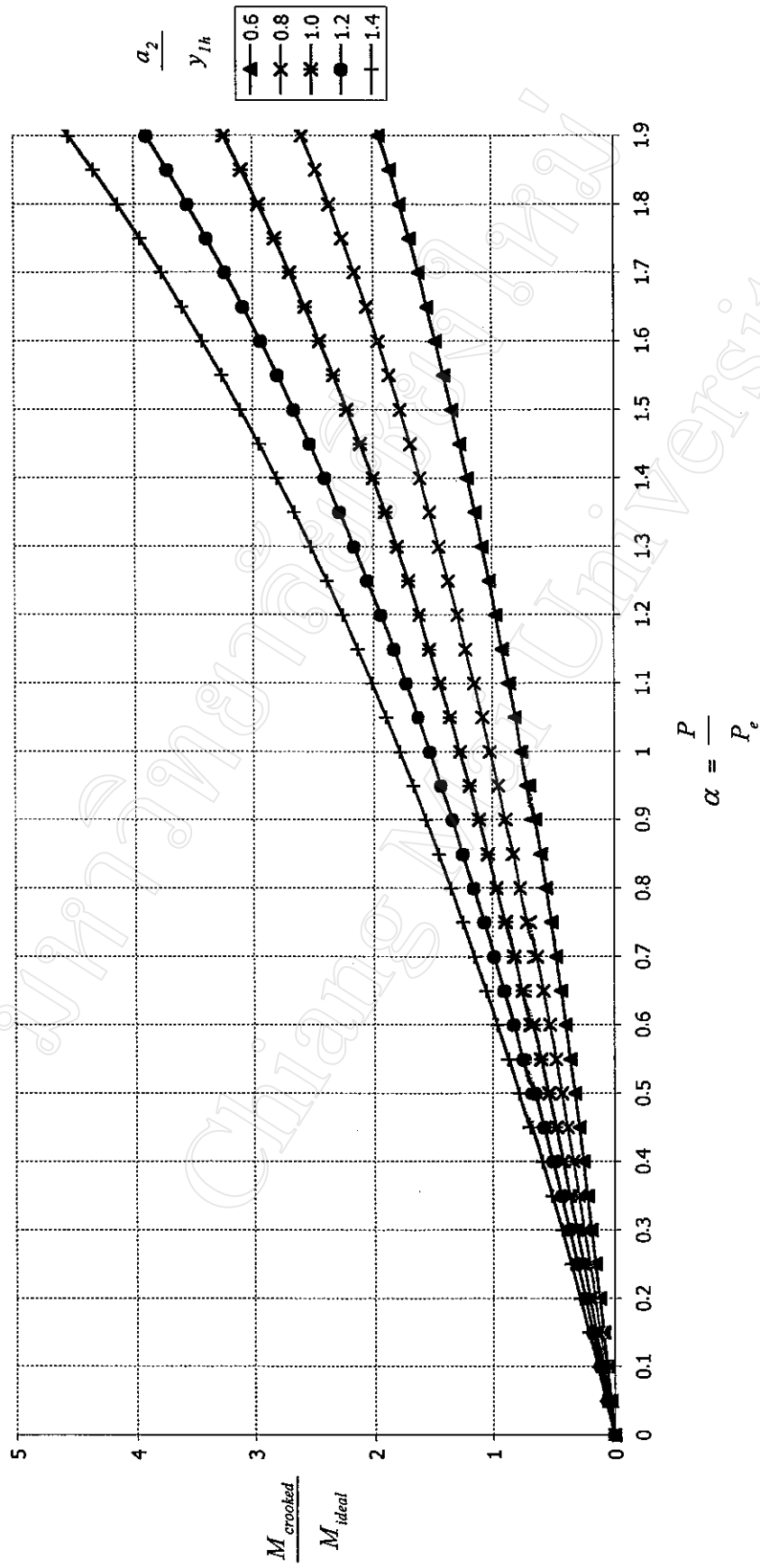
รูปที่ 4.8 (1) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



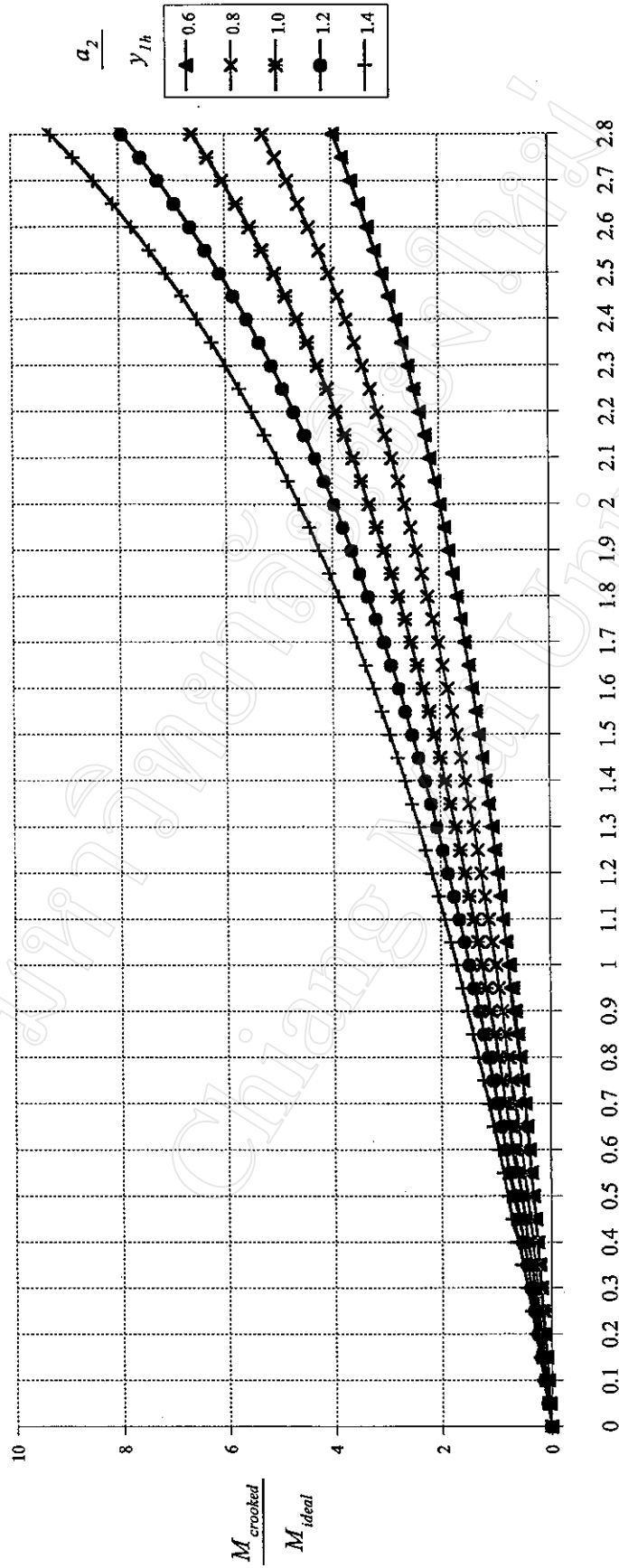
รูปที่ 4.8 (2) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



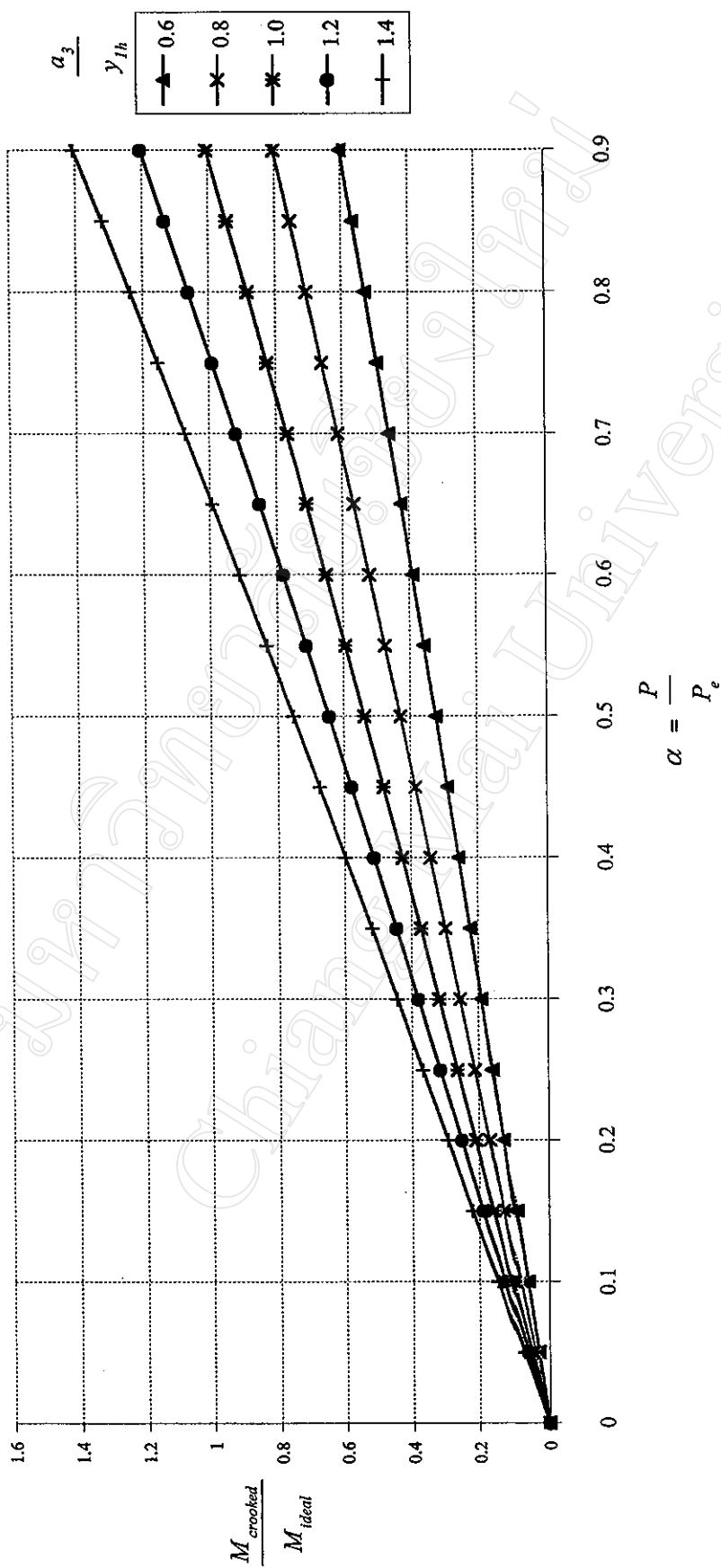
รูปที่ 4.8 (3) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



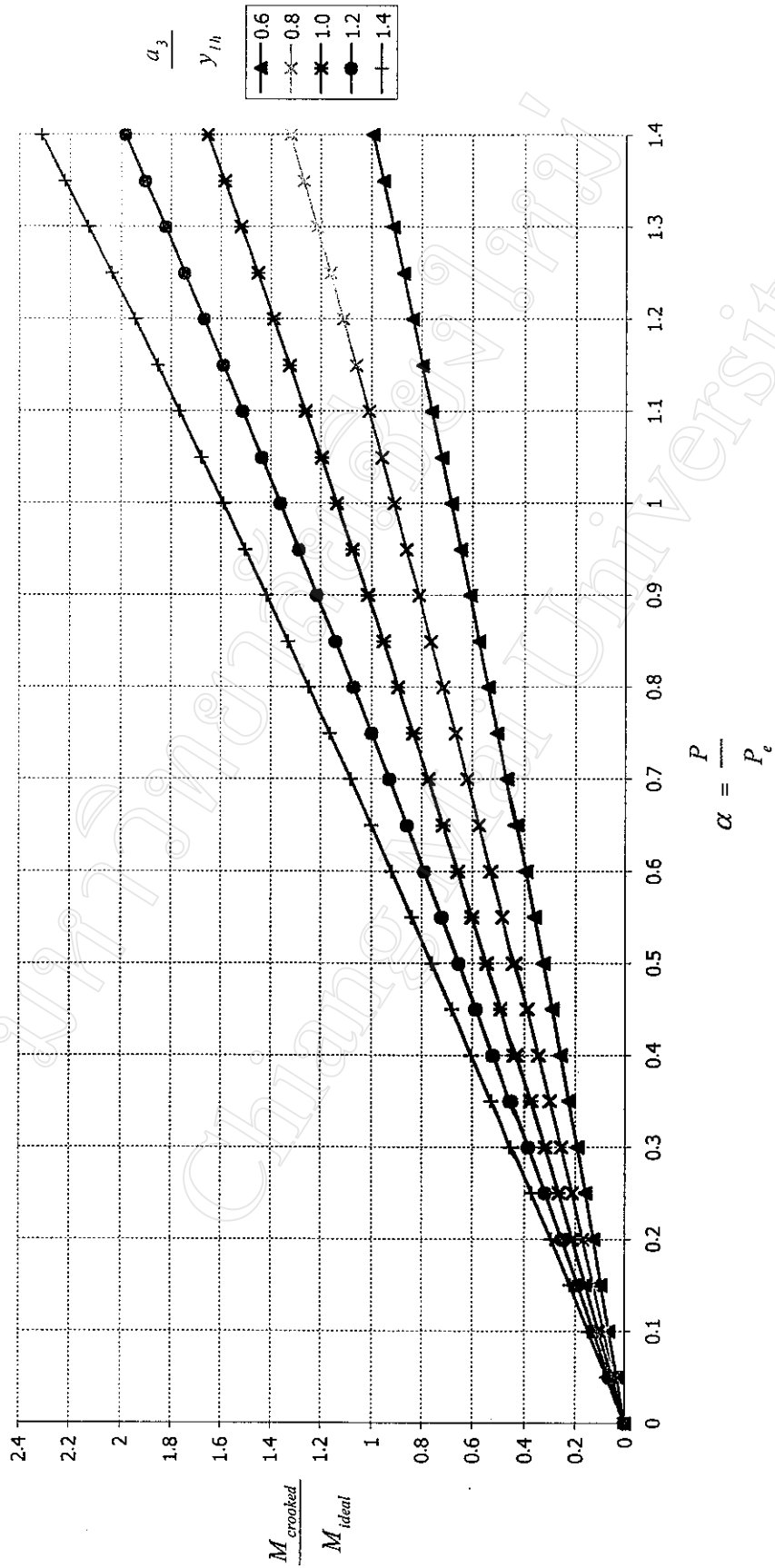
รูปที่ 4.8 (4) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



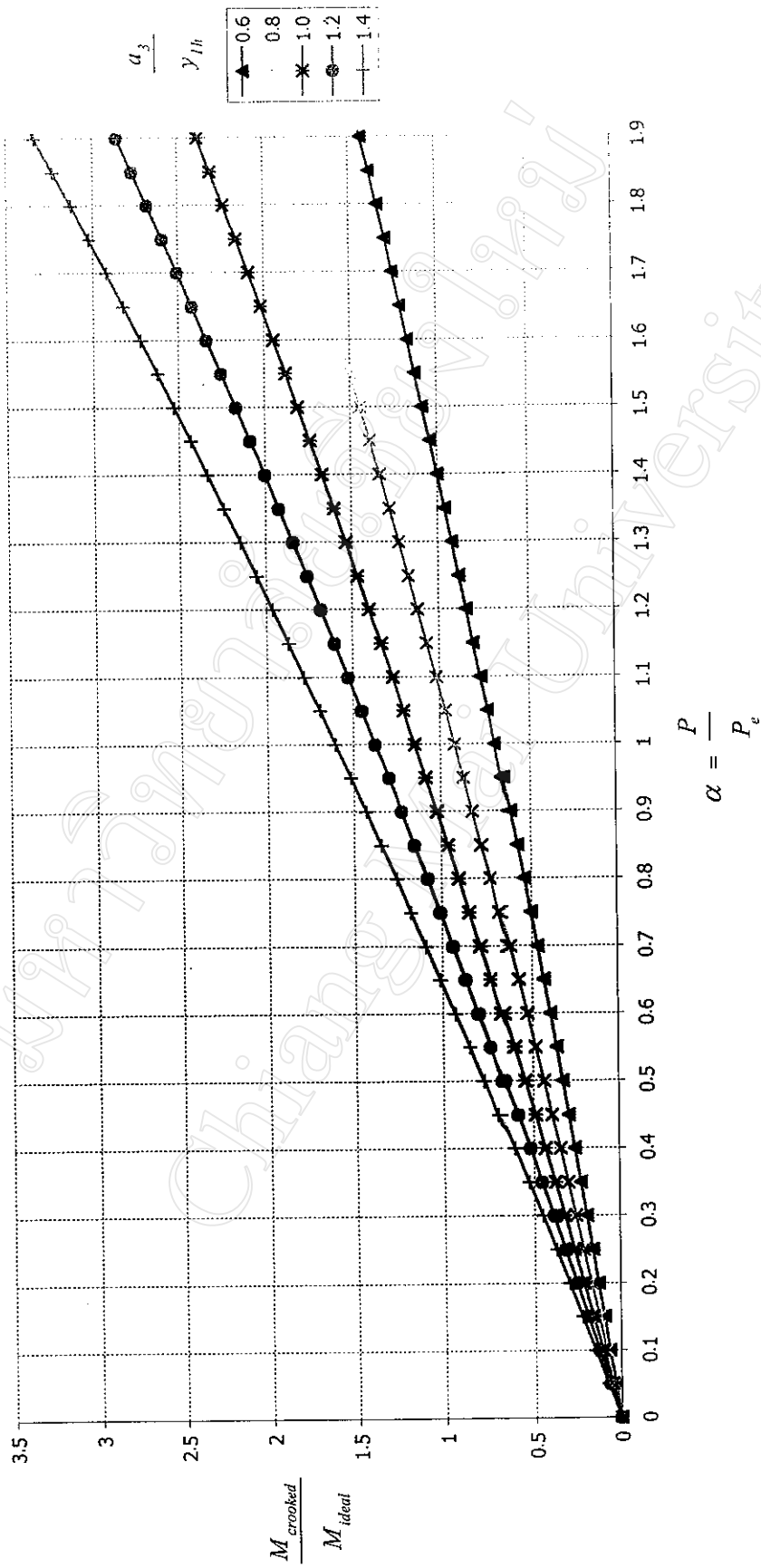
รูปที่ 4.9(1) อัตราส่วนโมเมนต์สูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดต่อเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



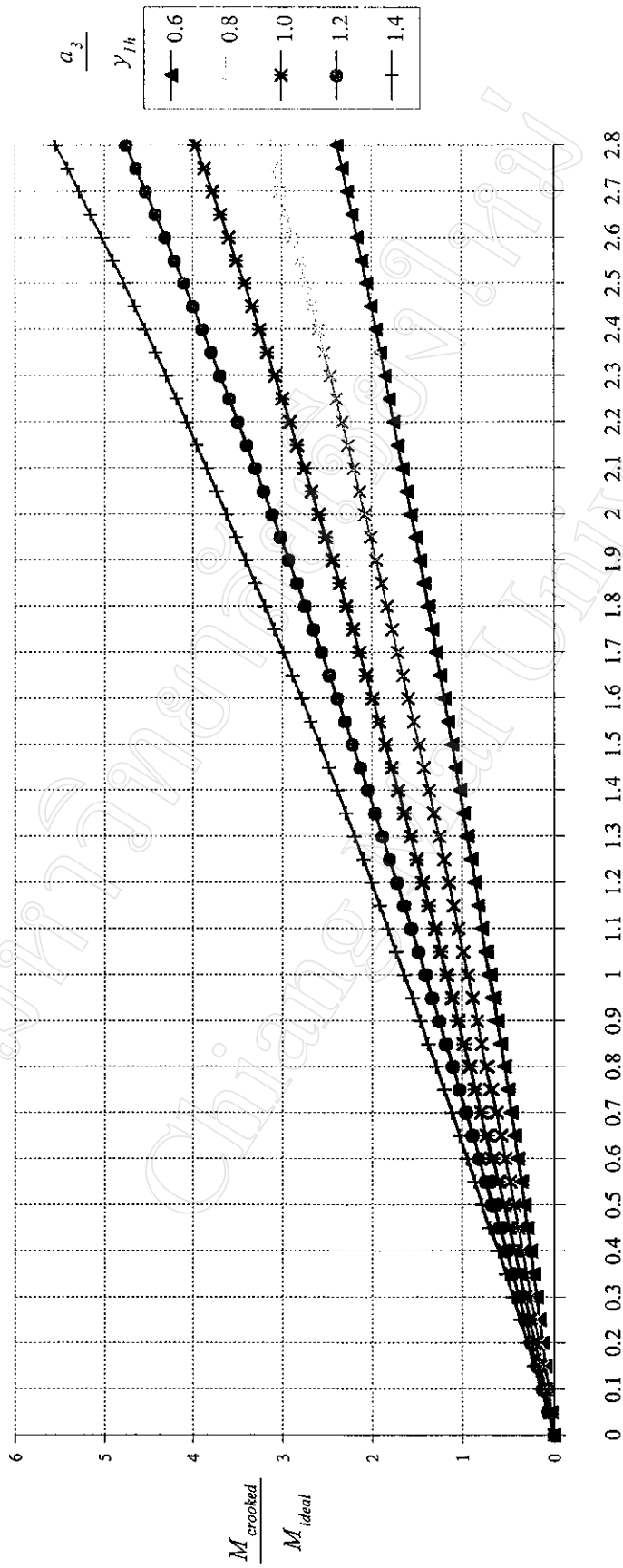
รูปที่ 4.9 (2) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



รูปที่ 4.9 (3) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

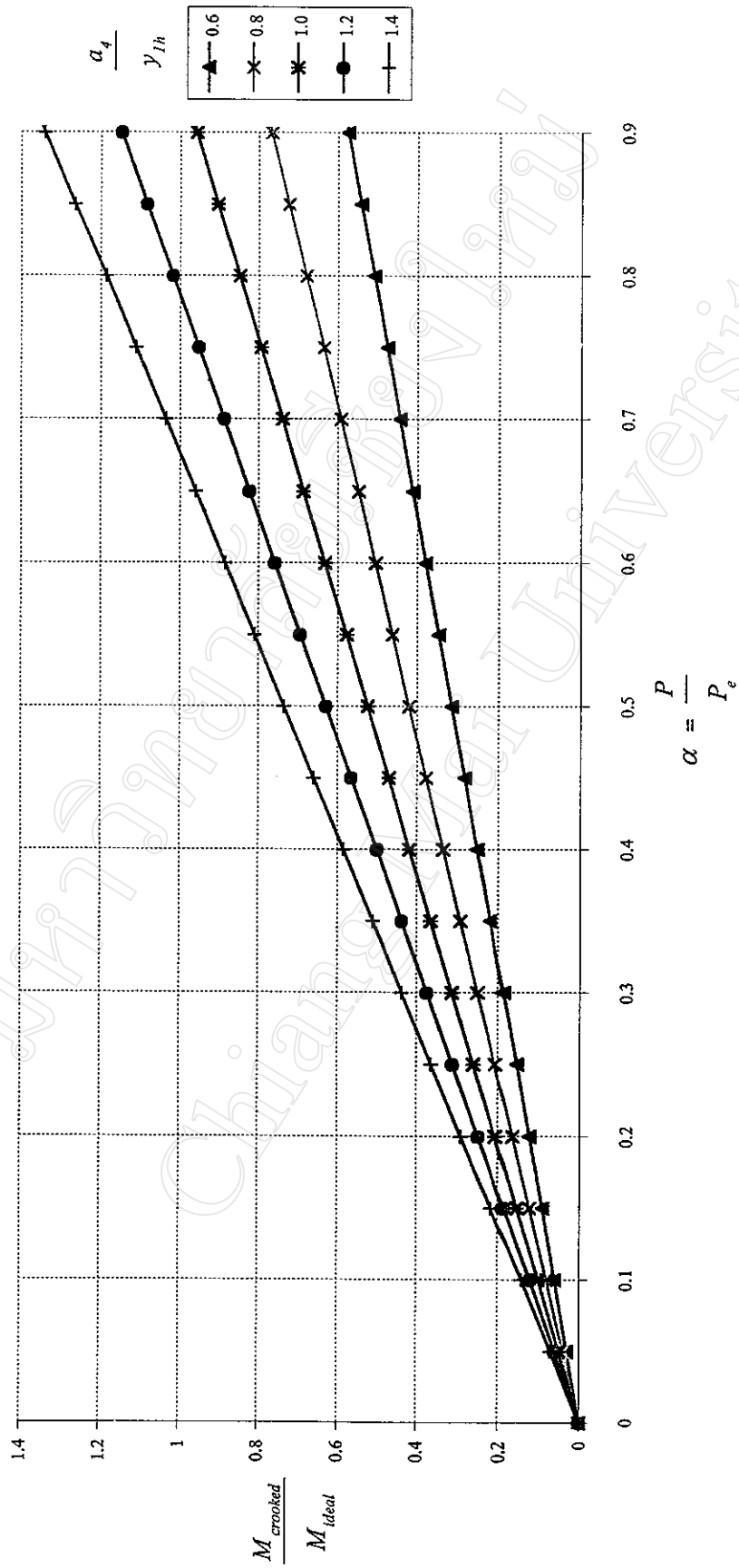
โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



$$\alpha = \frac{P}{P_e}$$

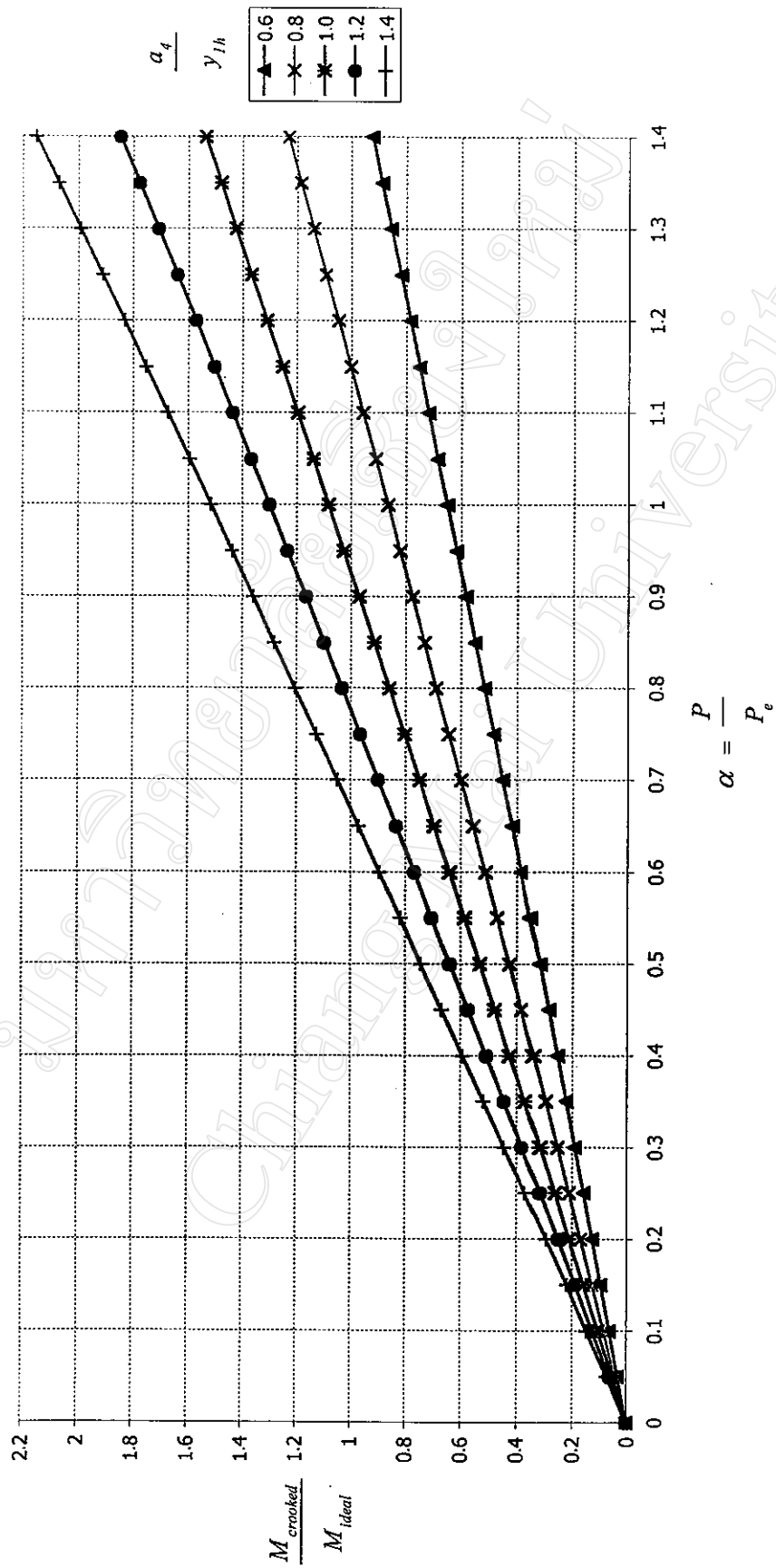
รูปที่ 4.9 (4) อัตราส่วนโมเมนต์คดงอสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดงอสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



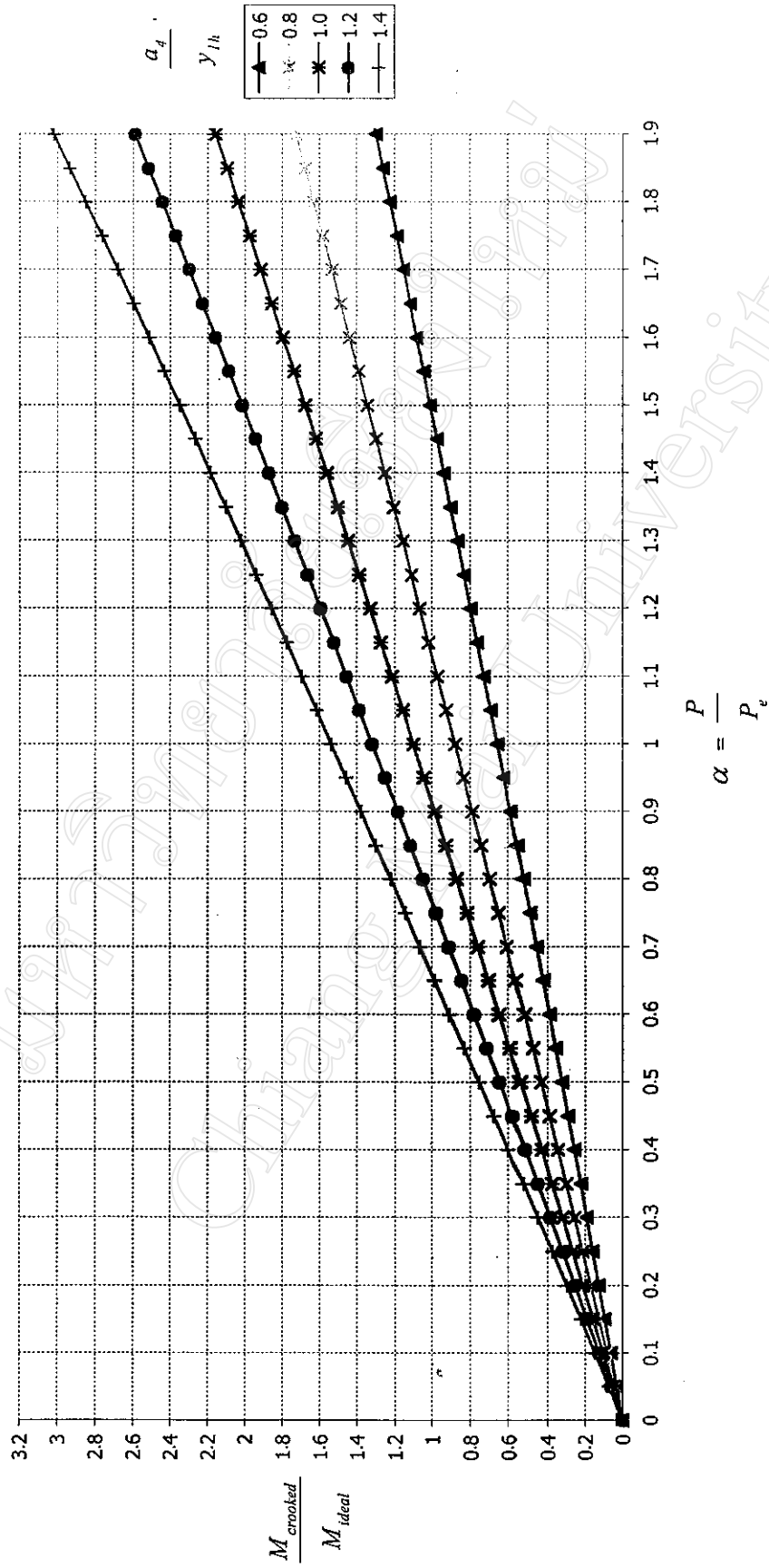
รูปที่ 4.10 (1) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



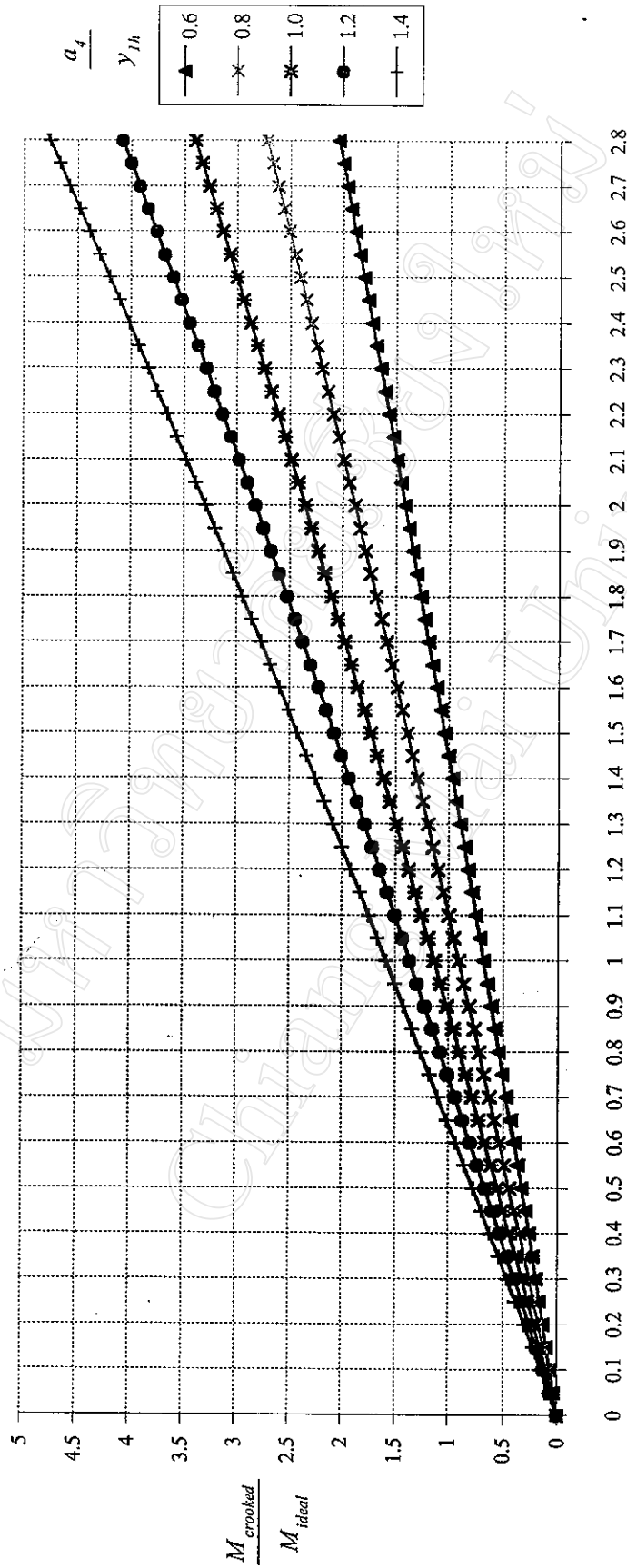
รูปที่ 4.10 (2) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



รูปที่ 4.10 (3) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



$$\alpha = \frac{P}{P_e}$$

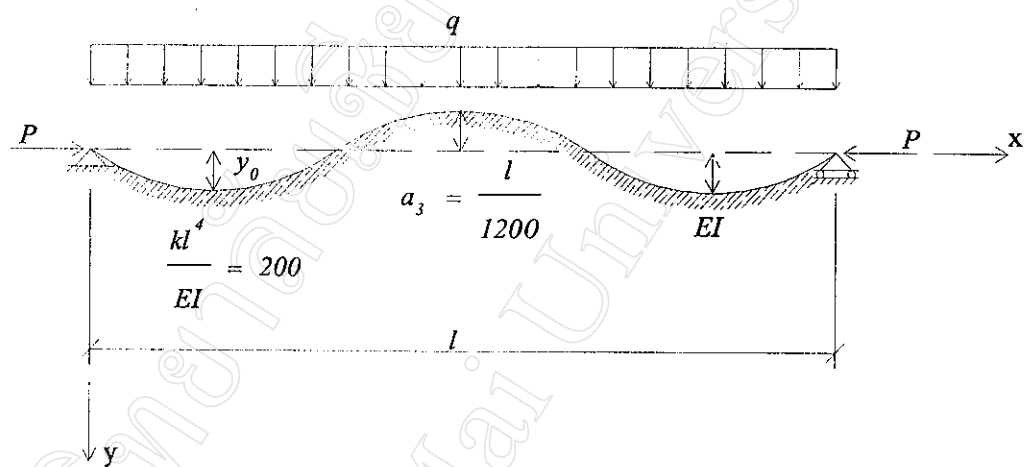
รูปที่ 4.10 (4) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ

โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$

เพื่อให้เห็นผลกระทบของการมีความโค้งเริ่มแรกที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะยกตัวอย่างคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นที่มีค่า

$$\frac{kl^4}{EI} = 200 \quad \text{และกำหนดให้ความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.3) และมีสัมประสิทธิ์ค่าคงที่}$$

$$a_3 = \frac{l}{1200} \quad \text{ดังแสดงในรูปที่ 4.11}$$



รูปที่ 4.11 คาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอและมีความ

$$\text{โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูป } y_0 = \frac{l}{1200} \sin \frac{3\pi x}{l}$$

โดยตัวอย่างนี้จะกำหนดให้น้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ q มีค่าเท่ากับน้ำหนักที่ทำให้เกิดระยะแ่งที่กึ่งกลางคานเท่ากับ $\frac{l}{400}$ นั่นคือ

$$\frac{5ql^4}{384EI} = \frac{l}{400} \quad \dots\dots\dots(4.12)$$

เมื่อแก้สมการ (4.12) จะได้

$$q = 0.192 \frac{EI}{l^3} \quad \dots\dots\dots(4.13)$$

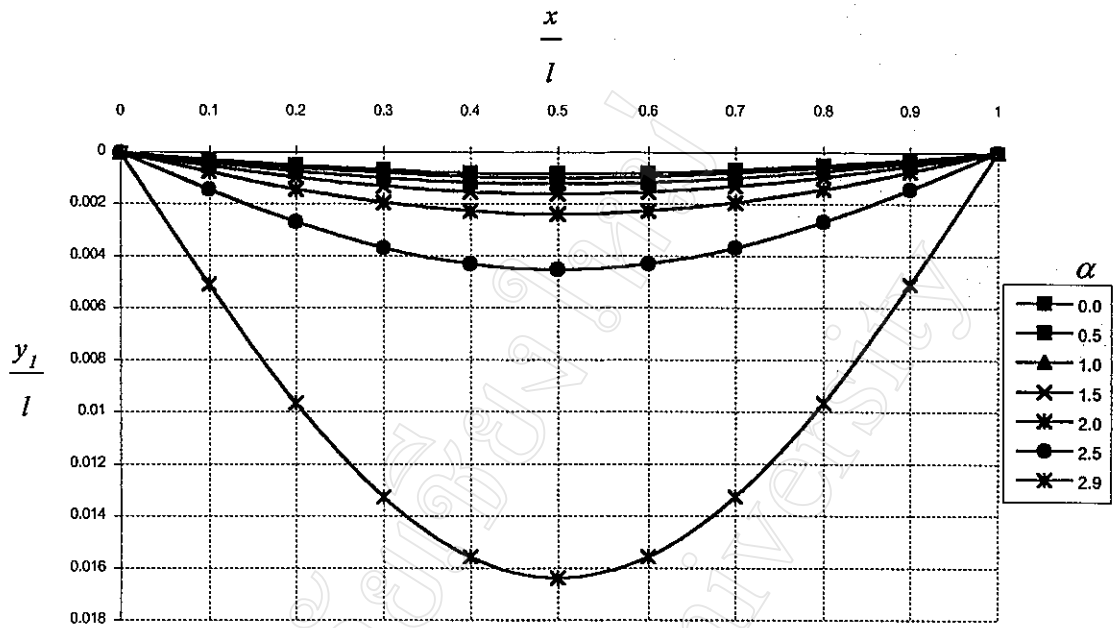
นำค่า q ในสมการ (4.13) ไปแทนในสมการ (2.55) ถึงสมการ (2.57), สมการ (3.9) ถึงสมการ (3.11) และสมการ (3.21) ถึงสมการ (3.23) ทำให้ได้ค่าระยะแ่งเนื่องจากการดัด, แรงเฉือน

และโมเมนต์คัตในรูป l , $\frac{EI}{l^2}$, $\frac{EI}{l}$ ตามลำดับ ซึ่งผลการคำนวณระยะแอนเนื่องจากการคัต , แรงเฉือน และโมเมนต์คัตที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.12 (1) ถึงรูปที่ 4.14 (3)

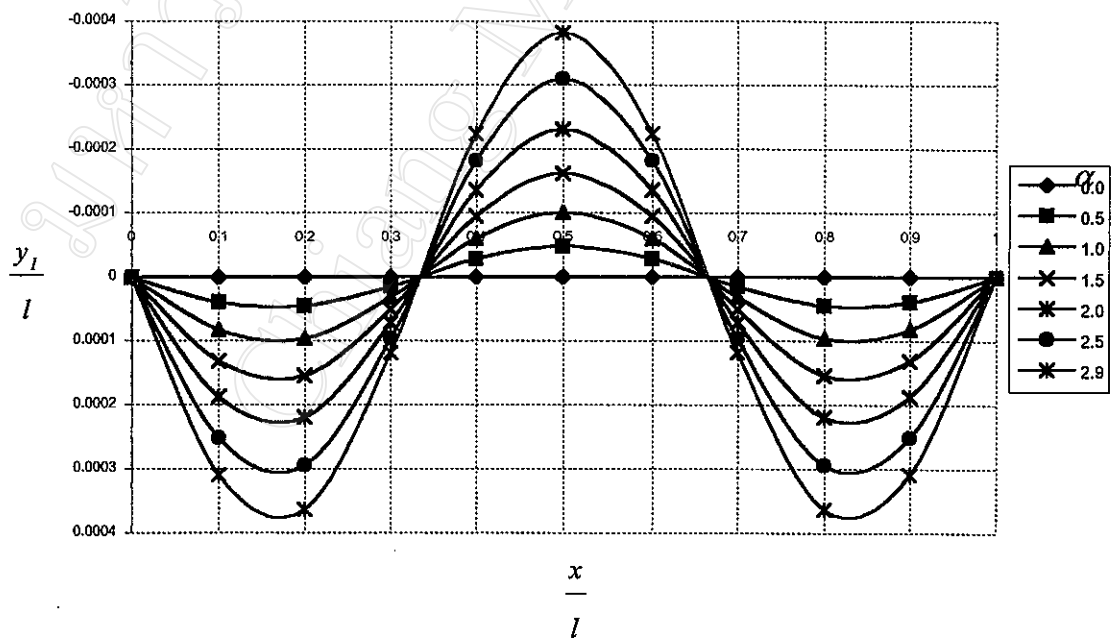
รูปที่ 4.12 (1) ถึงรูปที่ 4.12 (3) แสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกจะมีผลในการเพิ่มระยะแอนเนื่องจากการคัตในช่วง $0 < x < \frac{l}{3}$ และช่วง $\frac{2l}{3} < x < l$ ค่อนข้างน้อย เช่นเดียวกับช่วง $\frac{l}{3} < x < \frac{2l}{3}$ ที่ความโค้งเริ่มแรกมีผลในการลดระยะแอนเนื่องจากการคัตค่อนข้างน้อย ซึ่งรูปที่ 4.12 (3) แทบจะไม่แตกต่างกับรูปที่ 4.12 (1)

รูปที่ 4.13 (1) ถึงรูปที่ 4.13 (3) แสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกจะมีผลในการเพิ่มขนาดแรงเฉือนในช่วง $0 < x < \frac{l}{6}$ และช่วง $\frac{5l}{6} < x < l$ ค่อนข้างน้อย เช่นเดียวกับช่วง $\frac{l}{6} < x < \frac{5l}{6}$ ที่ความโค้งเริ่มแรกจะมีผลในการลดขนาดแรงเฉือนเพียงเล็กน้อย ซึ่งรูปที่ 4.13 (3) แทบจะไม่แตกต่างกับรูปที่ 4.13 (1)

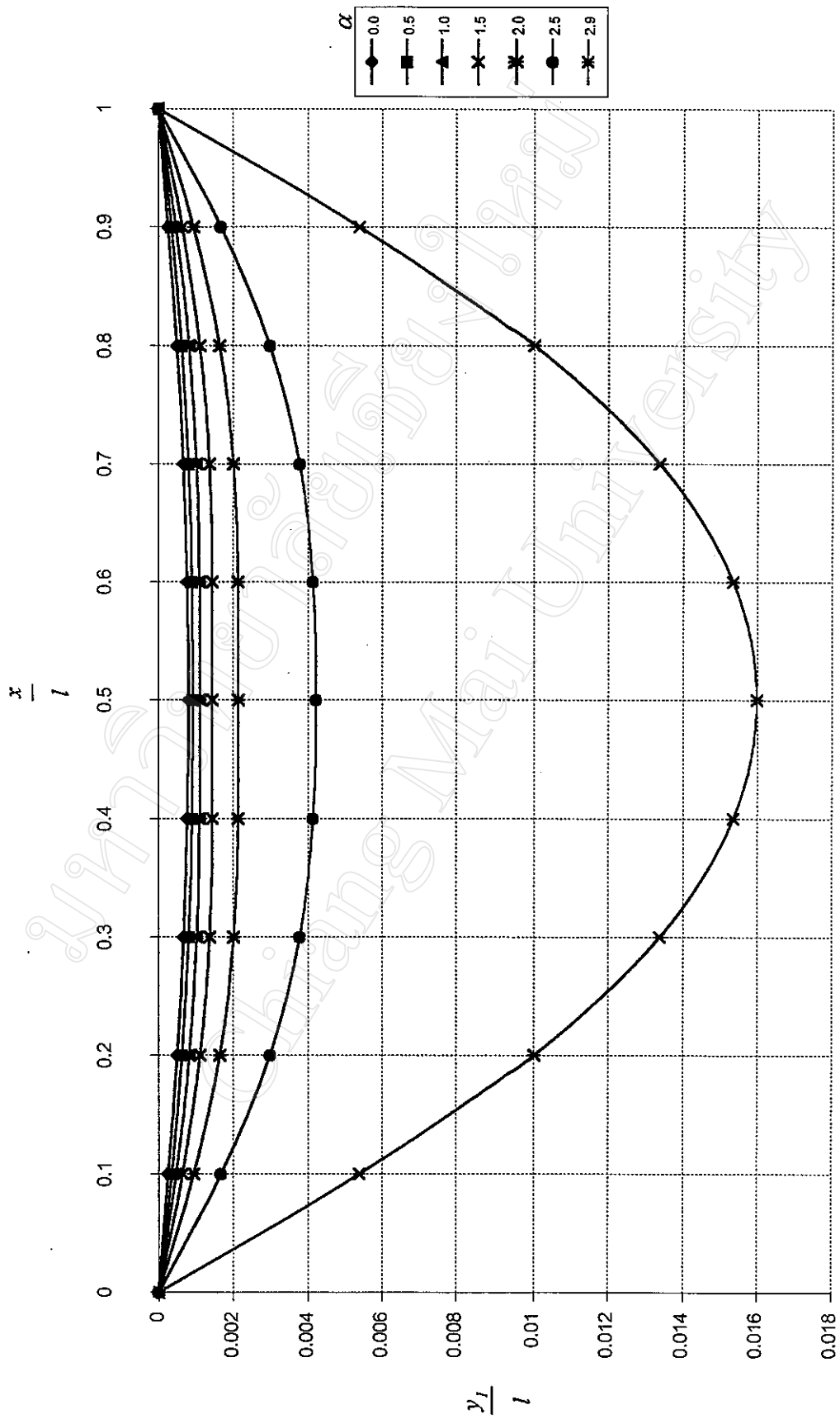
รูปที่ 4.14 (1) ถึงรูปที่ 4.14 (3) แสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกมีผลในการเพิ่มขนาดโมเมนต์คัตในช่วง $0 < x < \frac{l}{3}$ และช่วง $\frac{2l}{3} < x < l$ และมีผลในการลดขนาดโมเมนต์คัตในช่วง $\frac{l}{3} < x < \frac{2l}{3}$ ค่อนข้างมาก ซึ่งจะเห็นได้ว่าโมเมนต์คัตมากที่สุดได้เปลี่ยนไปอยู่ที่ช่วง $0.2l - 0.3l$ และช่วง $0.7l - 0.8l$ และแสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกจะมีผลกระทบต่อการเปลี่ยนแปลงโมเมนต์คัต มากกว่าระยะแอนเนื่องจากการคัตและแรงเฉือน



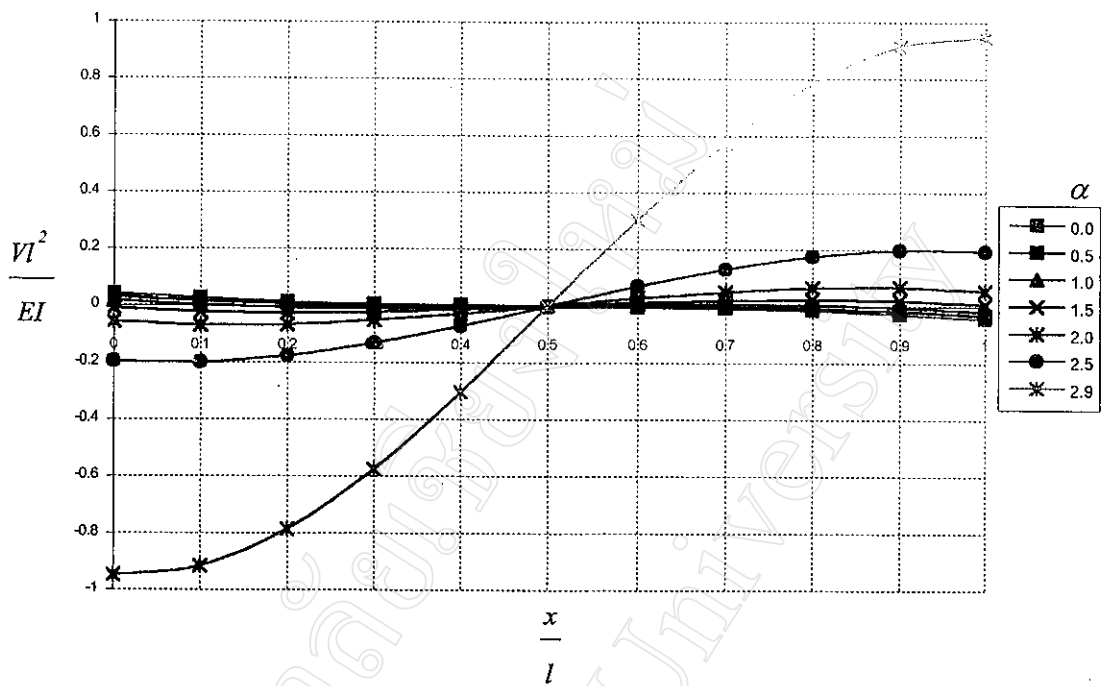
รูปที่ 4.12 (1) ระยะแอ่นเนื่องจากการดัดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.11 ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



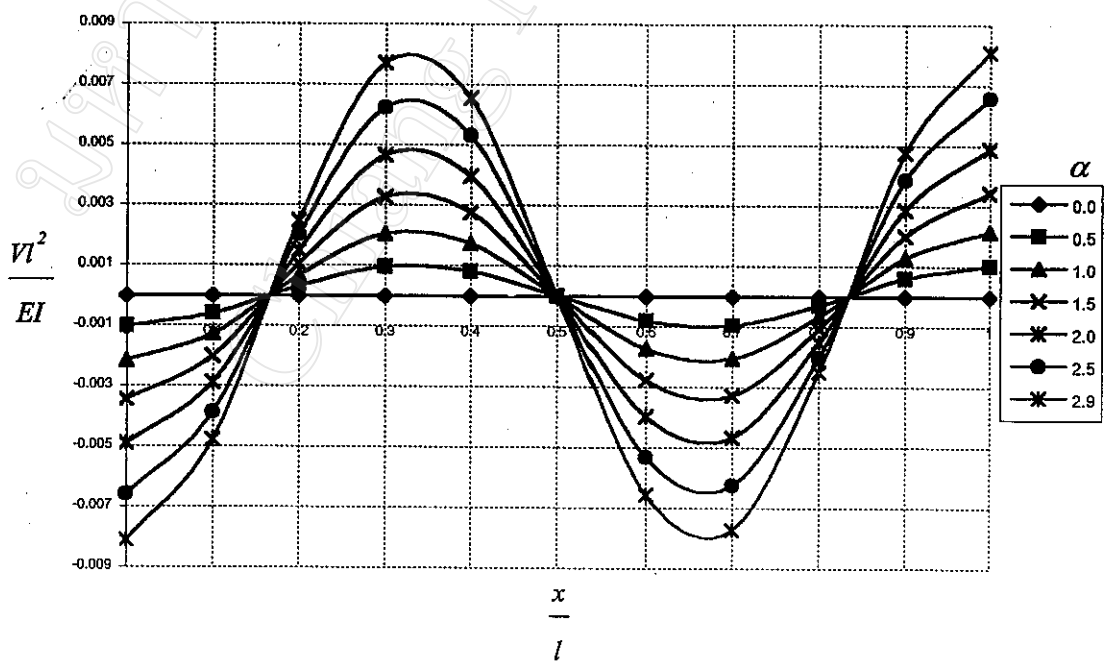
รูปที่ 4.12 (2) ระยะแอ่นเนื่องจากการดัดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.11 ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



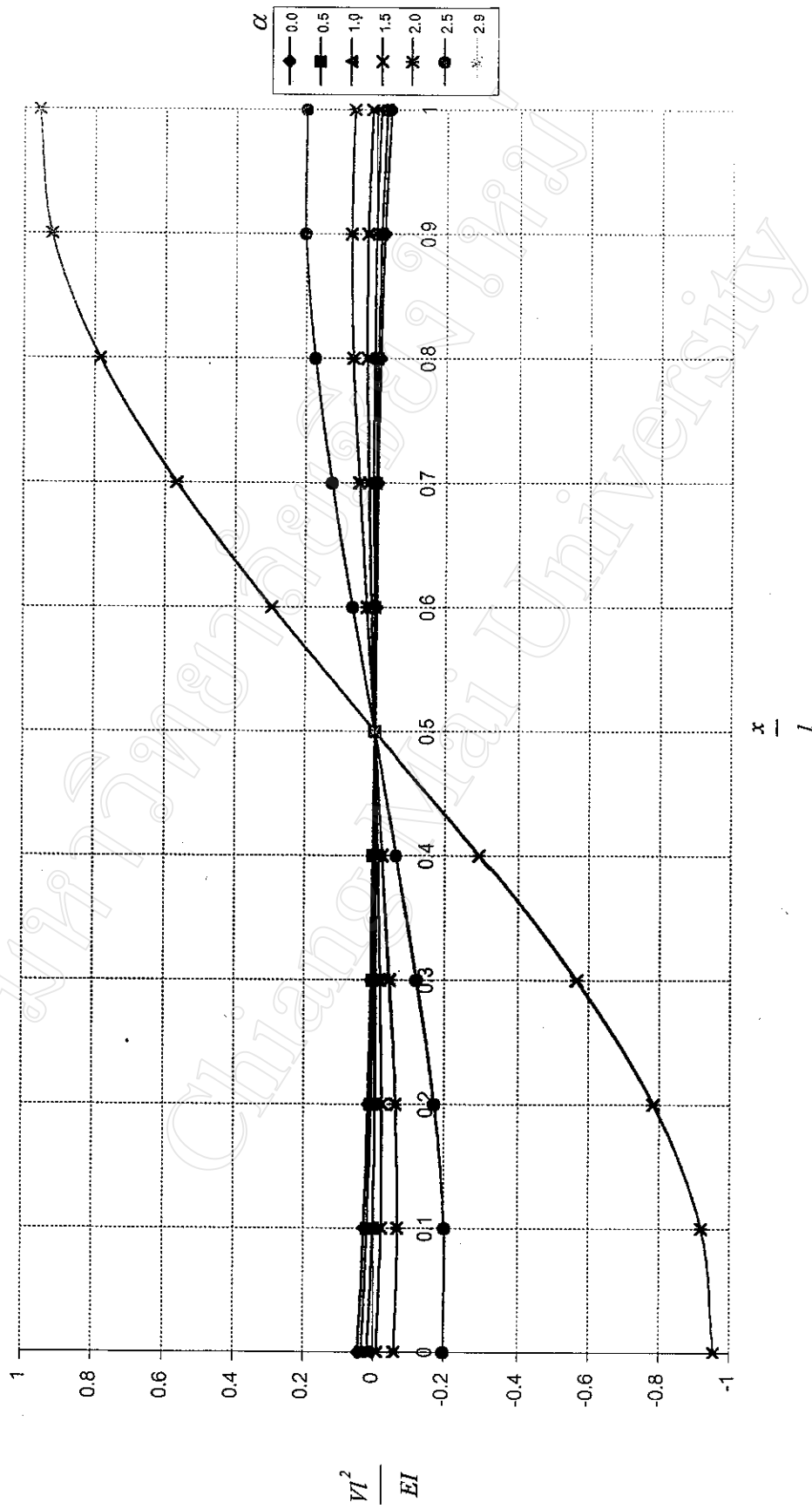
รูปที่ 4.12 (3) ระยะแอนเนื่องจากการตัดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.11 ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว



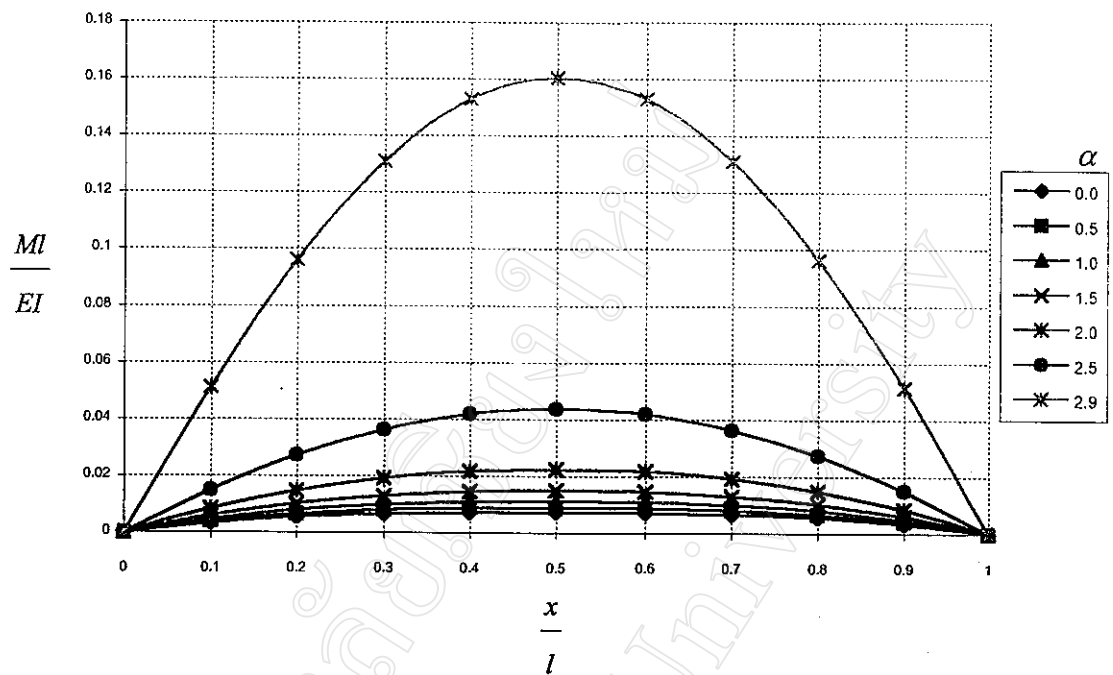
รูปที่ 4.13 (1) แรงเฉือนของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.11 ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



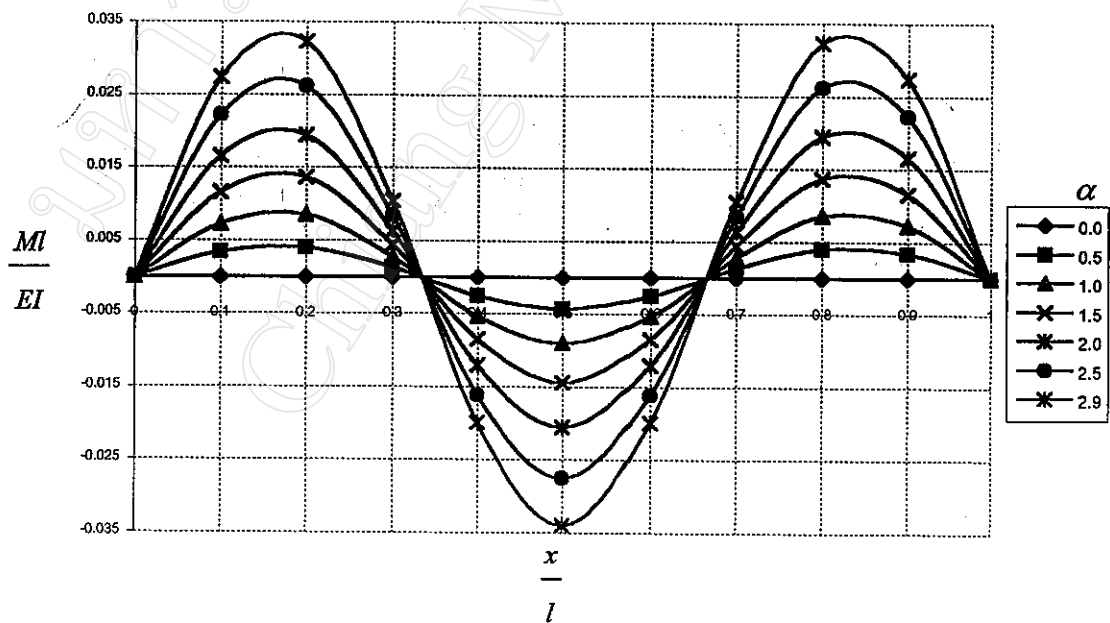
รูปที่ 4.13 (2) แรงเฉือนของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.11 ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



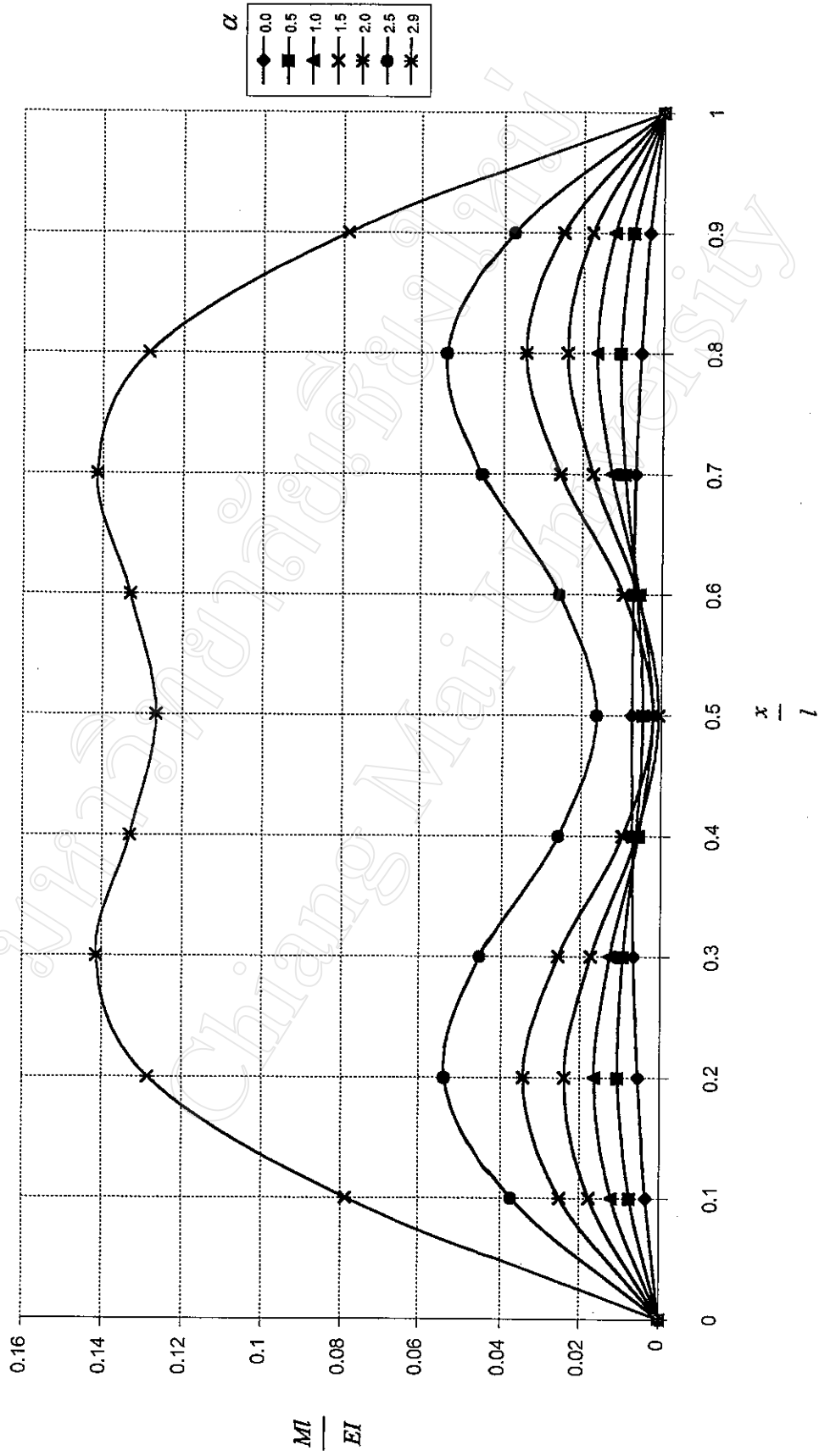
รูปที่ 4.13 (3) แรงเฉือนของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.11 ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว



รูปที่ 4.14 (1) โมเมนต์ดัดของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.11 ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



รูปที่ 4.14 (2) โมเมนต์ดัดของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.11 ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



รูปที่ 4.14 (3) โมเมนต์ดัดของกาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.11 ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว

4.4 การเปรียบเทียบแรงเฉือนและโมเมนต์คดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก กับ แรงเฉือนและโมเมนต์คดของคาน-เสาที่ไม่มีมีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหุ่นรับน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดที่กึ่งกลางช่วงความยาว

หัวข้อนี้จะพิจารณาคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหุ่นรับน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดที่กึ่งกลางช่วงความยาว และกำหนดให้มีความโค้งเริ่มแรก 4 รูปแบบดังได้กล่าวในหัวข้อ 4.1.4 เช่นเดียวกับหัวข้อ 4.3 นั่นคือกำหนดให้มีความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) แล้วคำนวณอัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์คดตามวิธีการที่แสดงในหัวข้อ 4.2 จากนั้นเปลี่ยนความโค้งเริ่มแรกไปเป็นรูปสมการ (4.2) , สมการ (4.3) และสมการ (4.4) ตามลำดับ แล้วทำการคำนวณอัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์คดตามวิธีการที่แสดงในหัวข้อ 4.2 เช่นเดียวกัน ซึ่งผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.15 (1) ถึงรูปที่ 4.22 (4)

การเปรียบเทียบแรงเฉือน จะนำค่าแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกที่ตำแหน่ง $x = 0$ มาเปรียบเทียบกับ แรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดที่ตำแหน่ง $x = 0$ ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.15 (1) ถึงรูปที่ 4.18 (4)

รูปที่ 4.15 (1) ถึงรูปที่ 4.15 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)

รูปที่ 4.16 (1) ถึงรูปที่ 4.16 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)

รูปที่ 4.17 (1) ถึงรูปที่ 4.17 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)

รูปที่ 4.18 (1) ถึงรูปที่ 4.18 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)

สำหรับกรณีนี้แรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดมีค่าเป็นศูนย์เมื่อ α มีค่าประมาณ

0.85 , 0.75 และ 0.45 เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 50 , 100$ และ 200 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3.1 (2)

ดังนั้นเมื่อ α เข้าใกล้ค่าดังกล่าว อัตราส่วนแรงเฉือนจึงมีค่าสูงมาก

เมื่อพิจารณารูปที่ 4.15 (1) ถึงรูปที่ 4.18 (4) พบว่า

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1), สมการ (4.2), สมการ (4.3) หรือสมการ (4.4)

หาก $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่าเพิ่มขึ้น อัตราส่วนแรงเฉือนจะมีค่าเพิ่มขึ้น ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.2 ซึ่ง

แสดงให้เห็นว่า ไม่ว่าความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปเทอมใดของสมการ (2.1) $\left(y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}, a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}, a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}, a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}, \dots \right)$ เมื่อโมดูลัสของฐานรากยึดหยุ่น (k) มีค่าเพิ่มขึ้น แรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกเพิ่มขึ้น มีค่ามากกว่า แรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกเป็นจุดที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนแรงเฉือนมีค่าเพิ่มขึ้น

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกมีรูปร่างเปลี่ยนจากรูปสมการ (4.1) ไปเป็นรูปสมการ (4.2), สมการ (4.3) และสมการ (4.4) ตามลำดับ (หรือกล่าวได้ว่า n มีค่าเพิ่มขึ้น) อัตราส่วนแรงเฉือนจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ ไม่ว่าคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นที่มีค่า $\frac{kl^4}{EI}$ เท่าใดก็ตาม ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.2 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ

$\left(y_0 = a_5 \sin \frac{5\pi x}{l}, a_6 \sin \frac{6\pi x}{l}, a_7 \sin \frac{7\pi x}{l}, \dots \right)$ แรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกจะมีค่าน้อยมากจนสามารถละทิ้งได้ เมื่อเทียบกับแรงเฉือนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกเป็นจุด

การเปรียบเทียบโมเมนต์คด จะนำค่าโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกตำแหน่ง $x = \frac{l}{2n}$ มาเปรียบเทียบกับ โมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกเป็นจุดตำแหน่ง $x = \frac{l}{2}$ ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.19 (1) ถึงรูปที่ 4.22 (4)

รูปที่ 4.19 (1) ถึงรูปที่ 4.19 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์คด เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)

รูปที่ 4.20 (1) ถึงรูปที่ 4.20 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์คด เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)

รูปที่ 4.21 (1) ถึงรูปที่ 4.21 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์คด เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)

รูปที่ 4.22 (1) ถึงรูปที่ 4.22 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์คด เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)

เมื่อพิจารณารูปที่ 4.19 (1) ถึงรูปที่ 4.22 (4) พบว่า

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) , สมการ (4.2) , สมการ (4.3) หรือสมการ (4.4)

หาก $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่ามากขึ้น อัตราส่วนโมเมนต์คัตจะมีค่าลดลง ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.2 ซึ่ง

แสดงให้เห็นว่า ไม่ว่าความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปเทอมใดของสมการ (2.1) $\left(y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l} , a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} , a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} , a_4 \sin \frac{4\pi x}{l} , \dots \right)$ เมื่อโมดูลัสของฐานรากยึดหยุ่น (k) มีค่าเพิ่มขึ้น โมเมนต์คัตที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกเพิ่มขึ้น มีค่าน้อยกว่า โมเมนต์คัตที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนโมเมนต์คัตมีค่าลดลง

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกมีรูปร่างเปลี่ยนจากรูปสมการ (4.1) ไปเป็นรูปสมการ (4.2) , สมการ (4.3) และสมการ (4.4) ตามลำดับ (หรือกล่าวได้ว่า n มีค่าเพิ่มขึ้น) อัตราส่วนโมเมนต์คัตจะมีค่าลดลงด้วยอัตราที่น้อยลงเรื่อยๆ จนกระทั่งอัตราส่วนโมเมนต์คัตมีค่าคงที่ ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.2 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ

$\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} , a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} , a_4 \sin \frac{4\pi x}{l} , \dots \right)$ อัตราส่วนโมเมนต์คัตจะมีค่าคงที่ ซึ่งจะเห็นได้ว่าในตารางที่ 4.2 อัตราส่วนโมเมนต์คัตจะลดลงเข้าสู่ค่าซึ่งอยู่ในช่วง 0.20 - 0.30

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) และ $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่ามากกว่า 50 อัตราส่วนโมเมนต์คัตจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ จนมีค่าน้อยกว่าเมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.2) , สมการ (4.3) หรือสมการ (4.4) ที่มีค่า $\frac{kl^4}{EI}$ เท่ากัน ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.2 ซึ่งแสดงให้เห็น

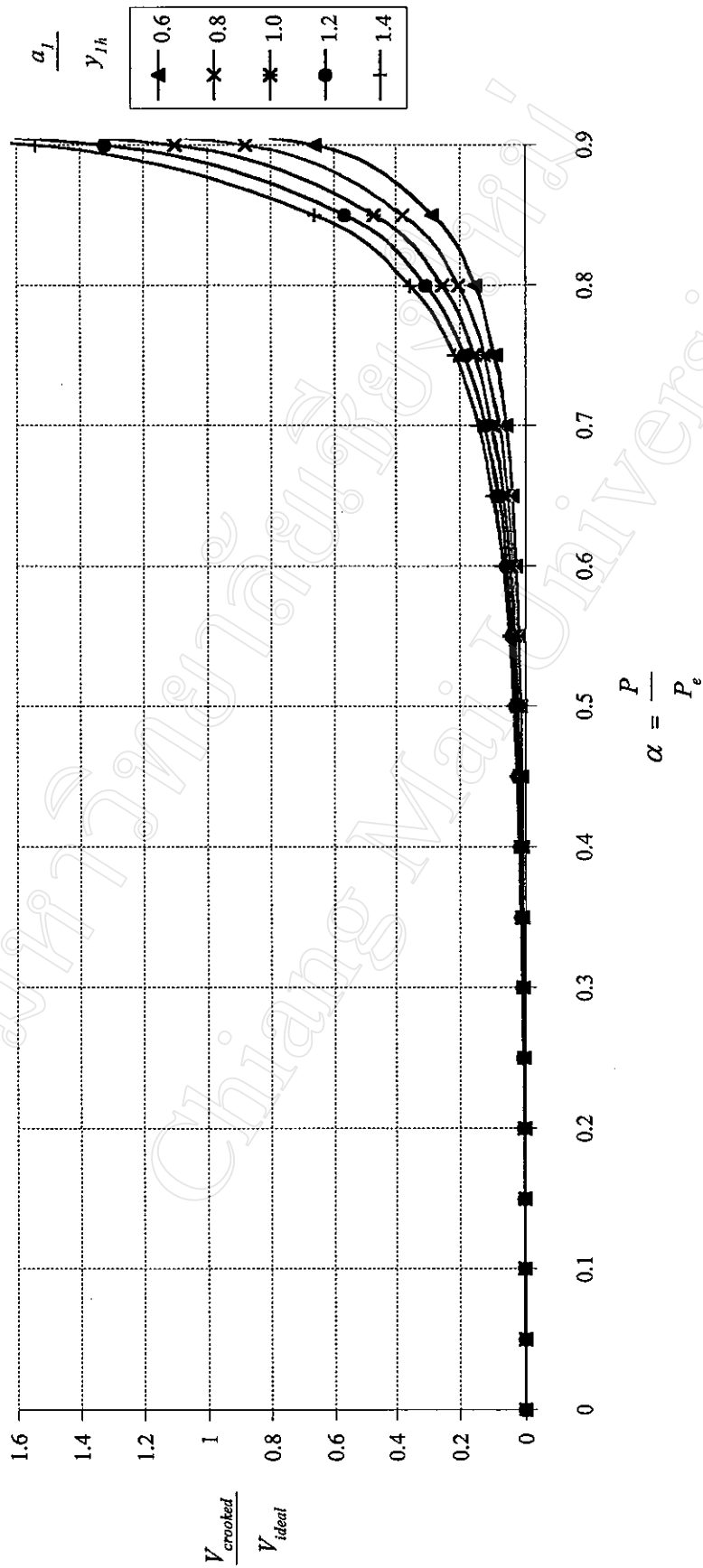
อัตราส่วนโมเมนต์คัตมากที่สุดมิได้เกิดเมื่อ $y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}$ เท่านั้น อาจเกิดเมื่อ

$y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} , a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} , a_4 \sin \frac{4\pi x}{l} , \dots$ ก็เป็นไปได้

ตารางที่ 4.2 อัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์คด กรณีคาน-เสารับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุดที่กึ่งกลางช่วงความยาว เมื่อ $\alpha = 0.6$ และ

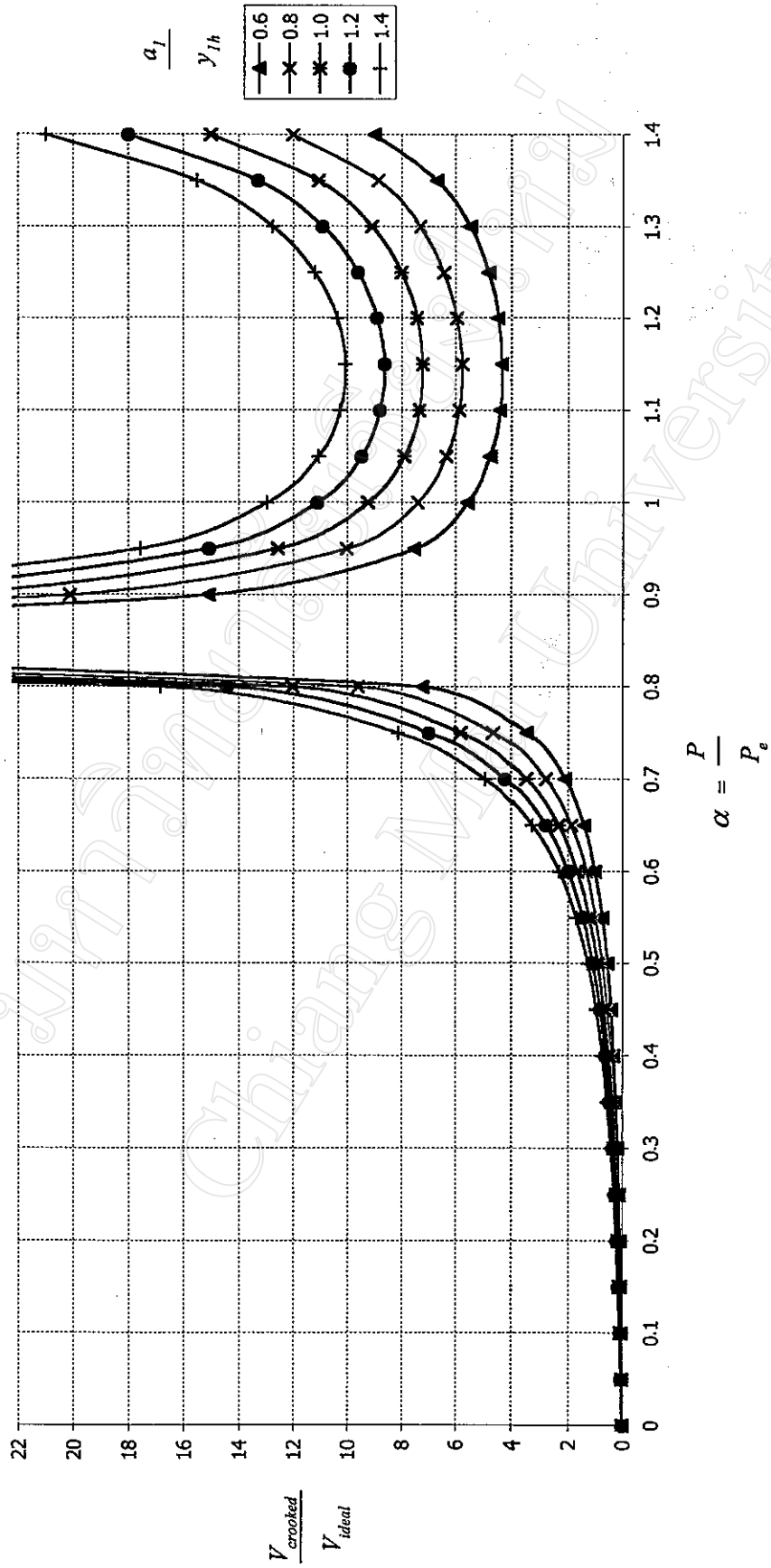
$$\frac{a_n}{y_{1h}} = 0.6$$

	$\frac{kl^4}{EI} = 1$		$\frac{kl^4}{EI} = 50$		$\frac{kl^4}{EI} = 100$		$\frac{kl^4}{EI} = 200$	
	V_{ratio}	M_{ratio}	V_{ratio}	M_{ratio}	V_{ratio}	M_{ratio}	V_{ratio}	M_{ratio}
$y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}$	0.03	0.80	1.00	0.33	2.65	0.19	2.94	0.10
$y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}$	0.00	0.39	0.13	0.34	0.52	0.30	0.92	0.24
$y_0 = a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}$	0.00	0.35	0.04	0.32	0.15	0.29	0.28	0.24
$y_0 = a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}$	0.00	0.34	0.01	0.31	0.06	0.28	0.12	0.24



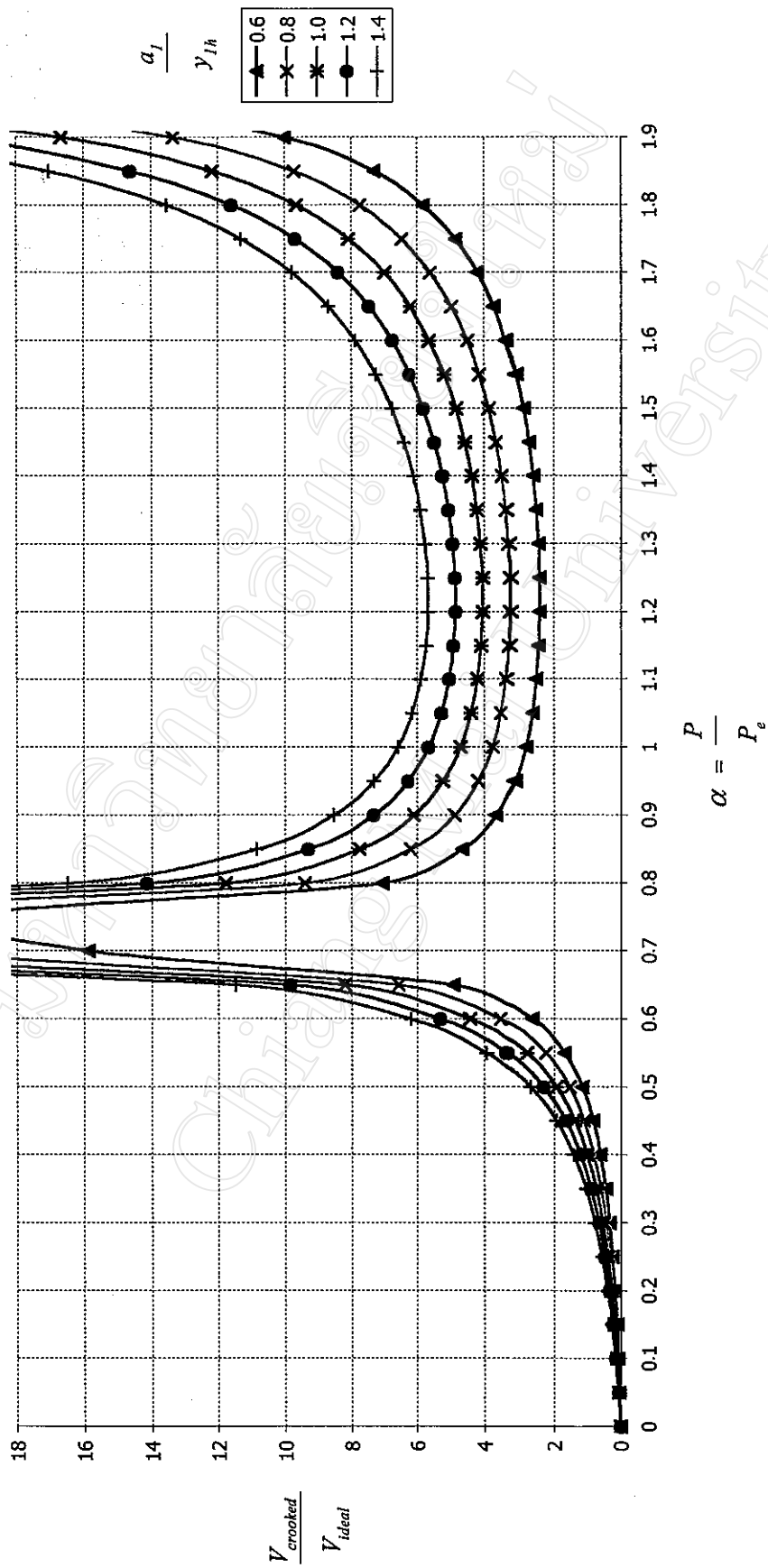
รูปที่ 4.15 (1) อัตราส่วนแรงเคลื่อนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเคลื่อนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



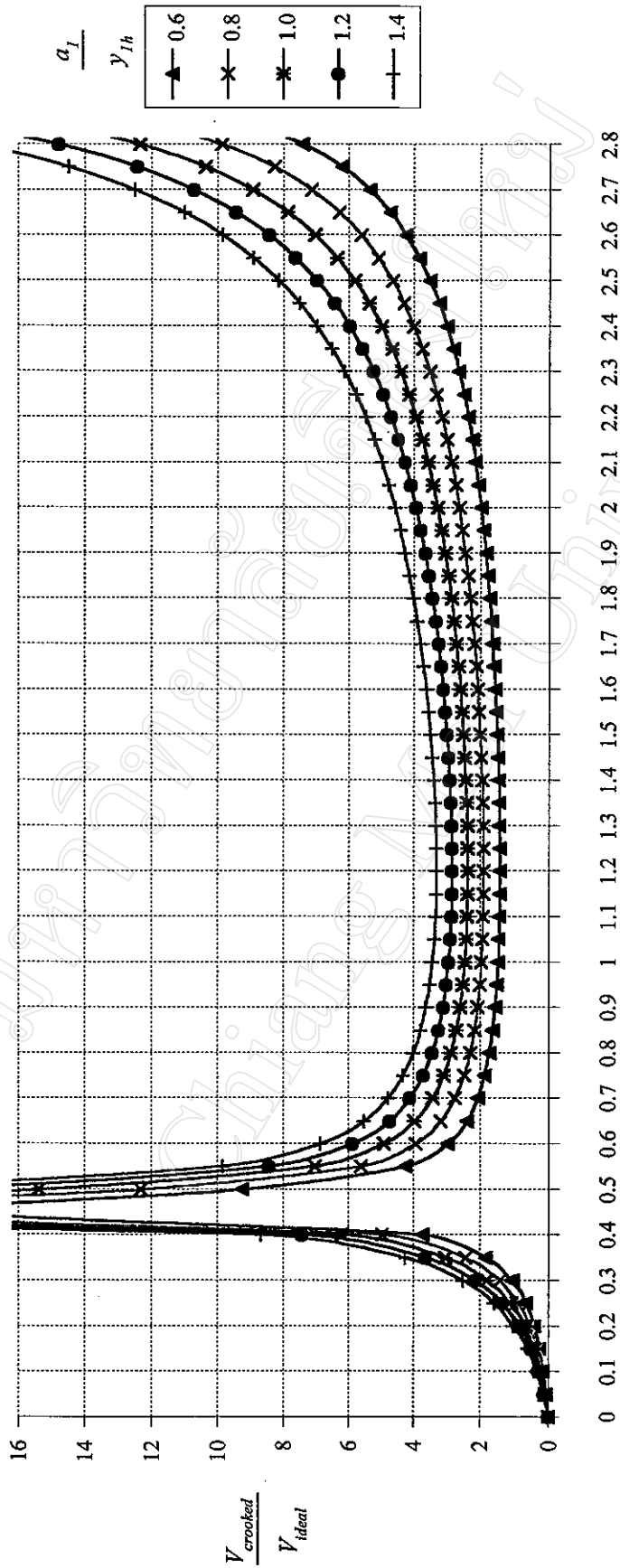
รูปที่ 4.15 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



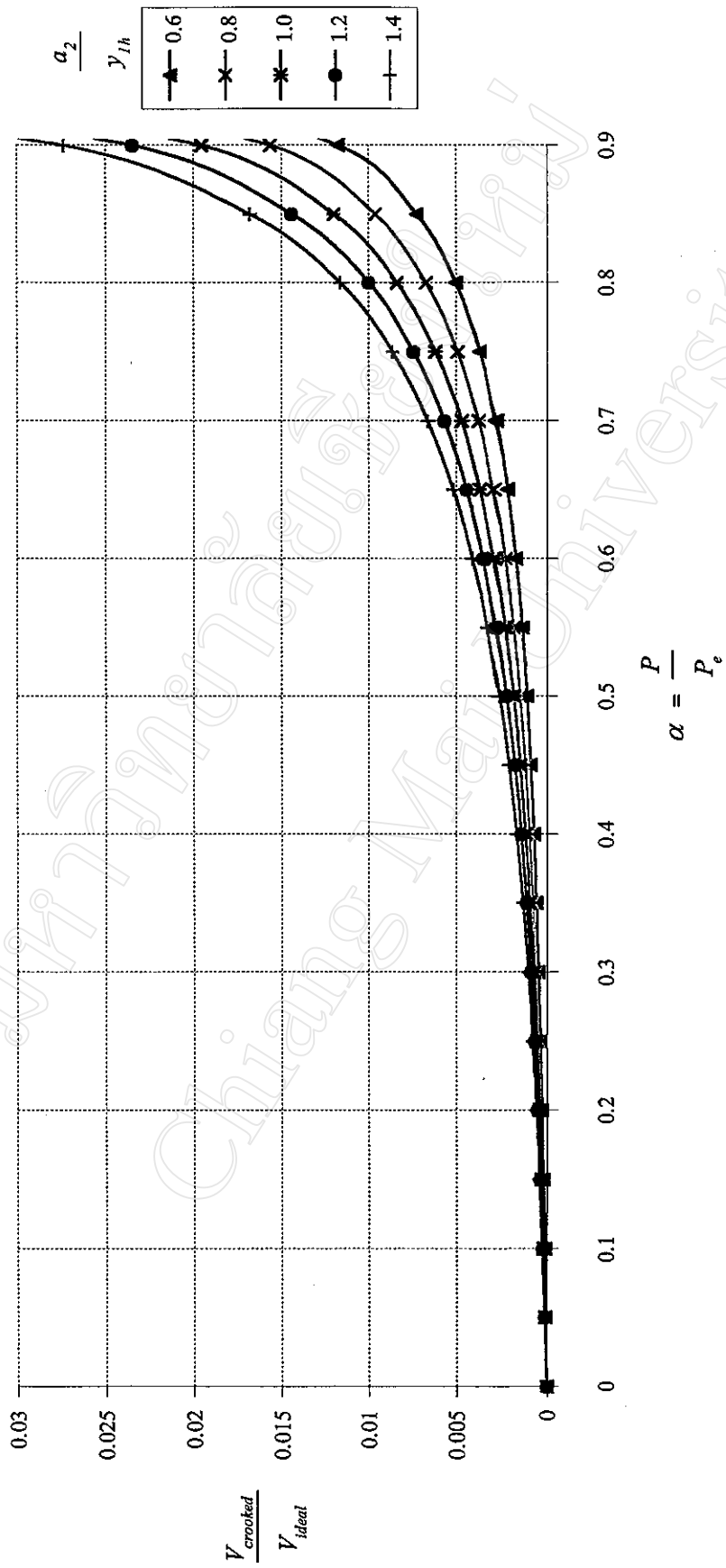
รูปที่ 4.15 (3) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากการนำหนักบรรทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



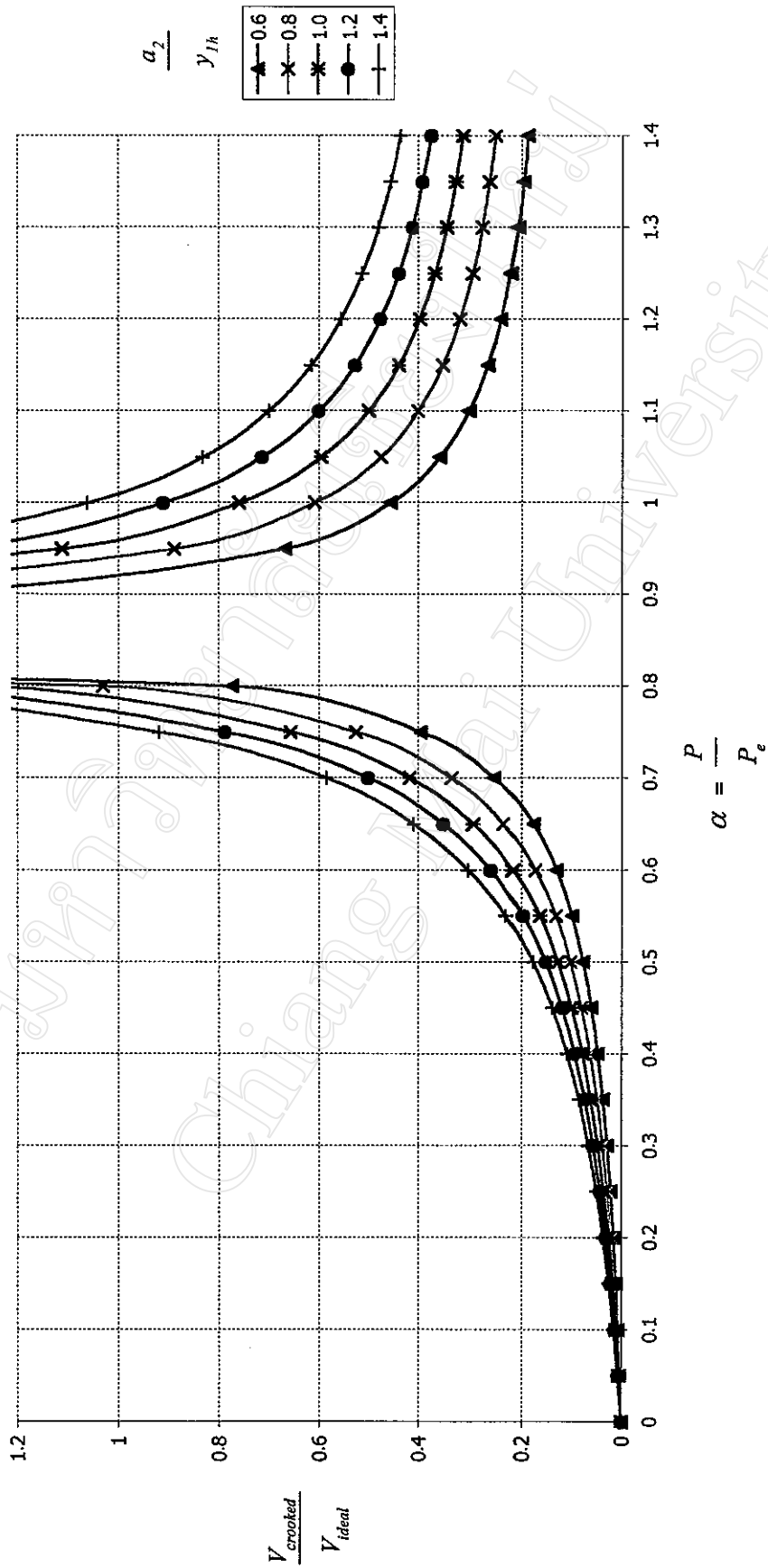
รูปที่ 4.15 (4) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



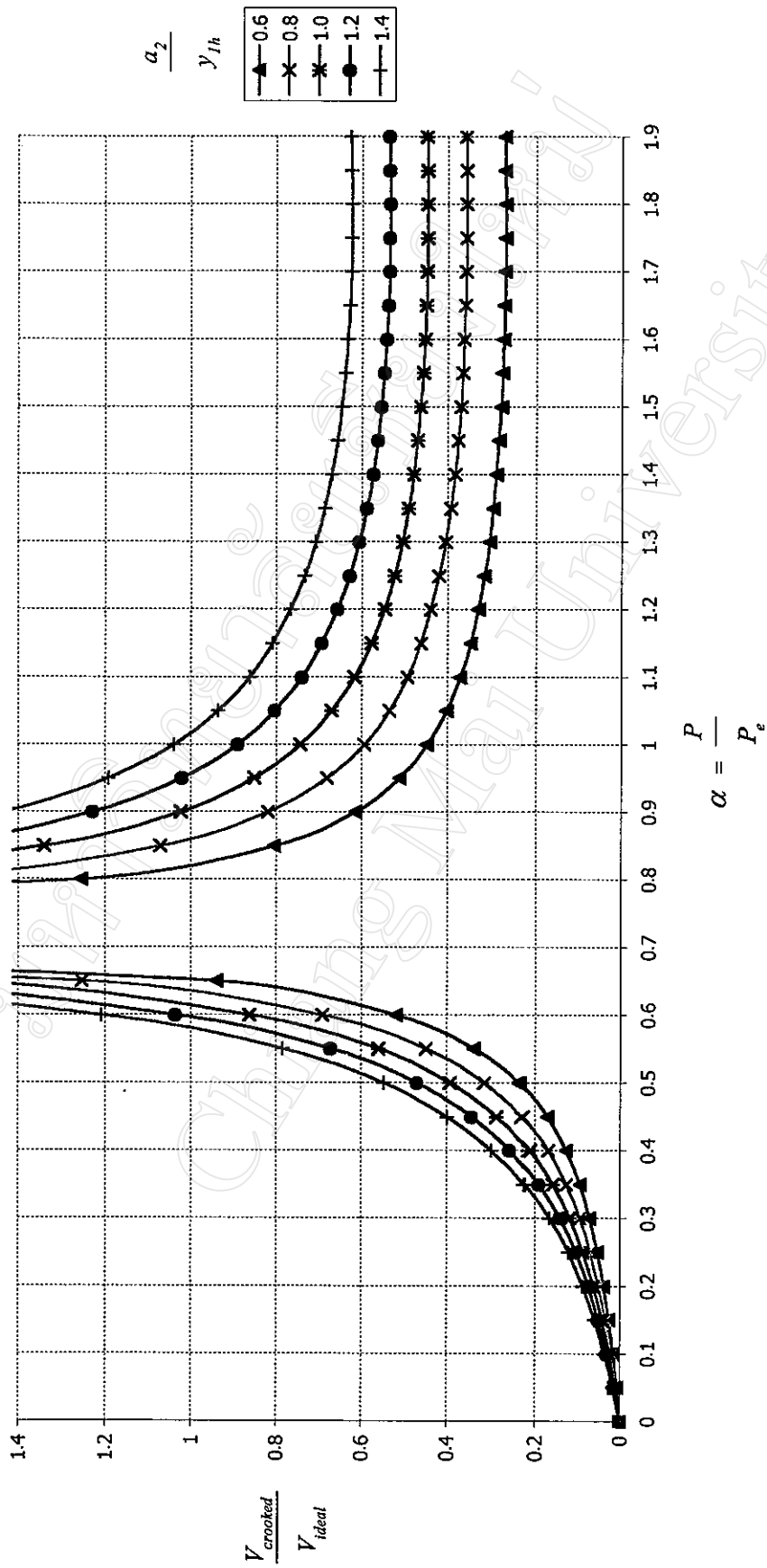
รูปที่ 4.16 (1) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



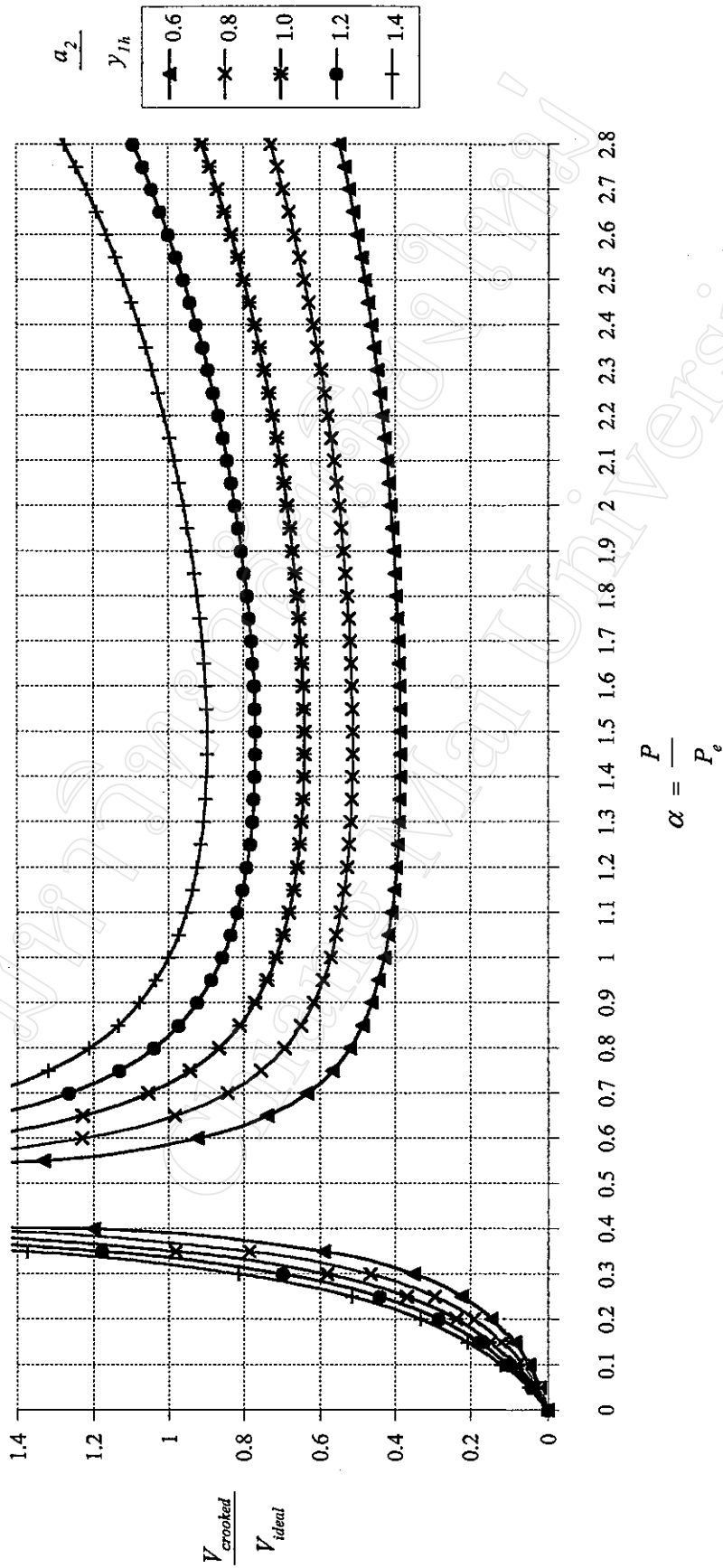
รูปที่ 4.16 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากการนำหนักบรรทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



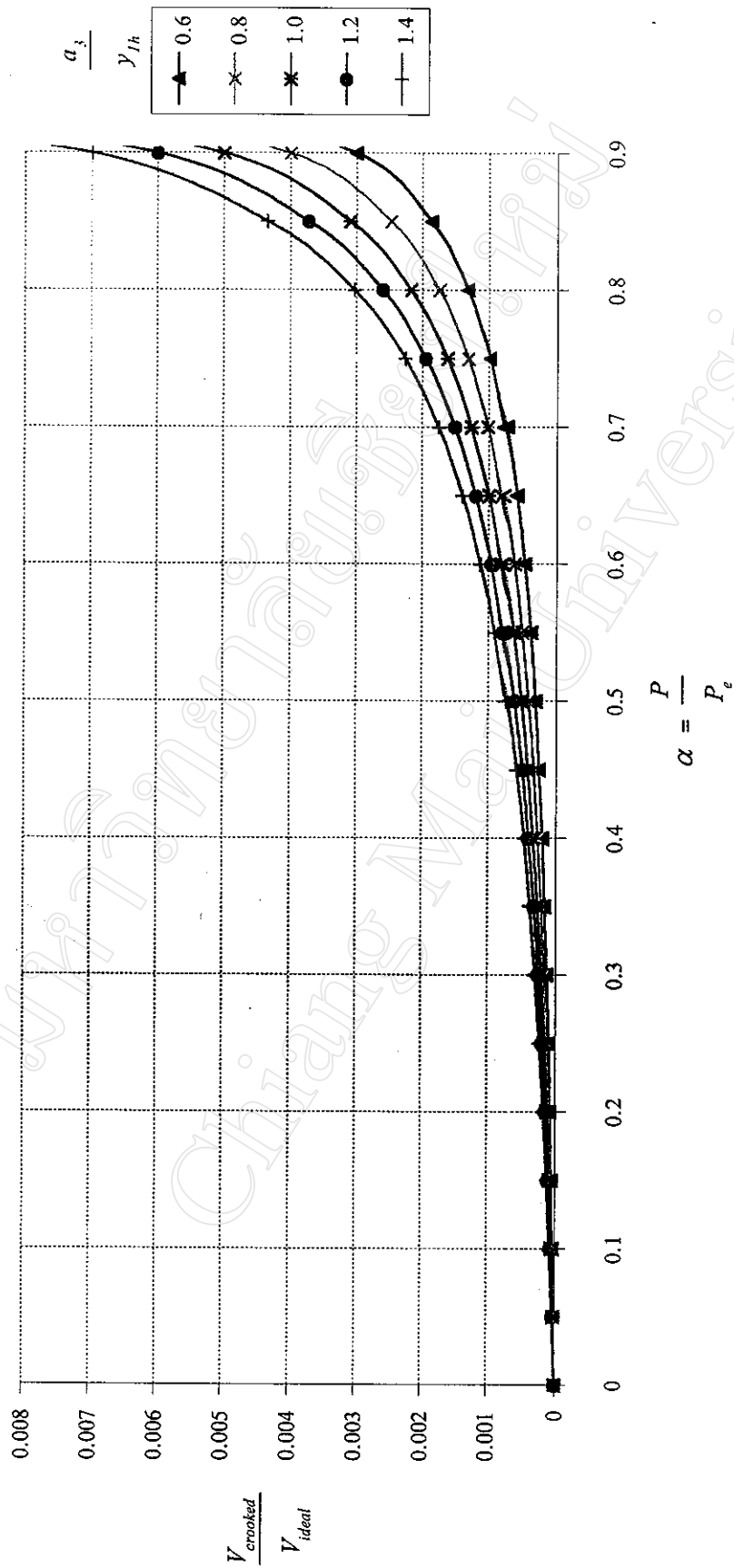
รูปที่ 4.16(3) อัตราส่วนแรงเหวี่ยงส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเหวี่ยงเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



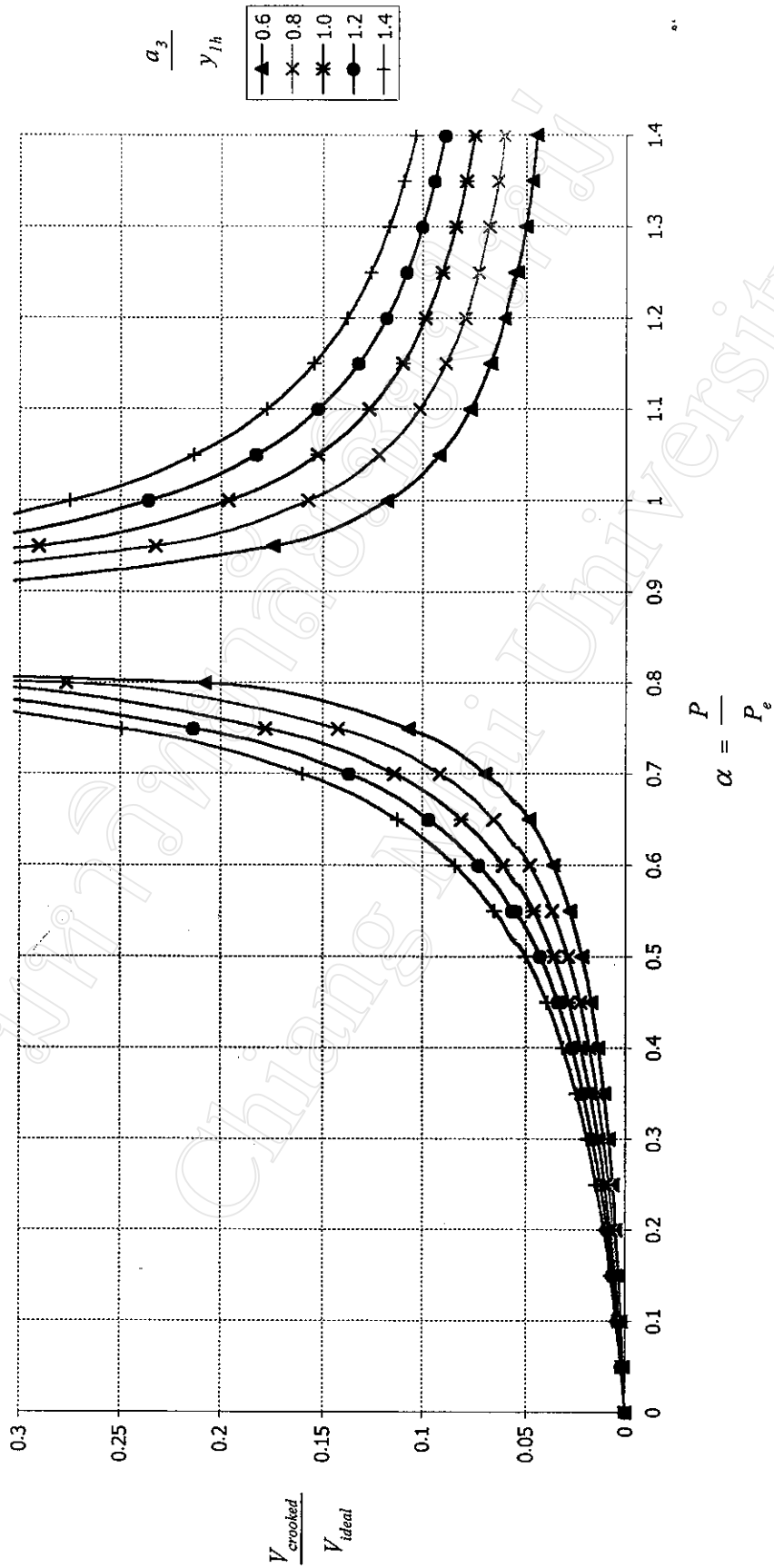
รูปที่ 4.16 (4) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



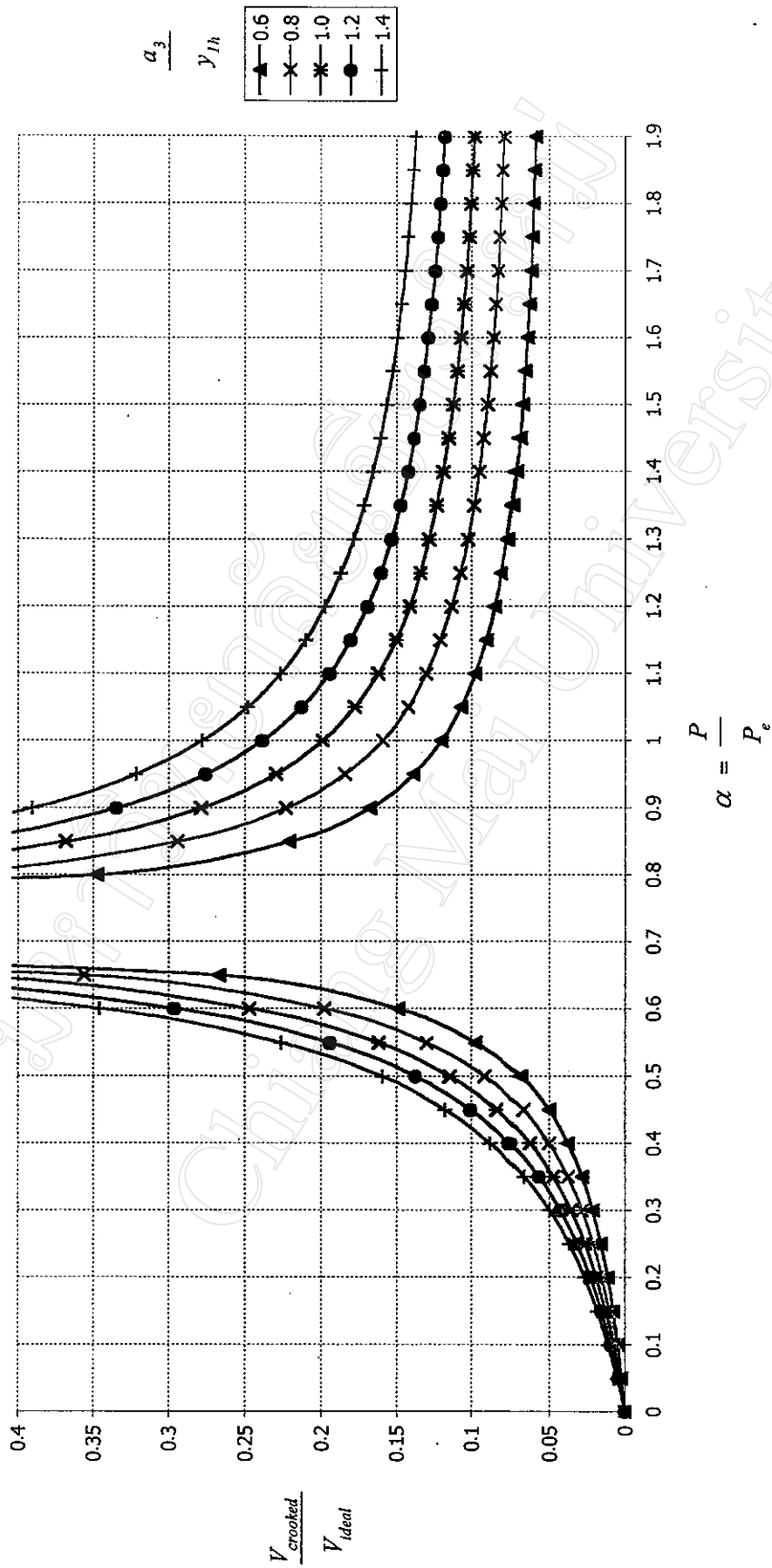
รูปที่ 4.17 (1) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากการน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = I$



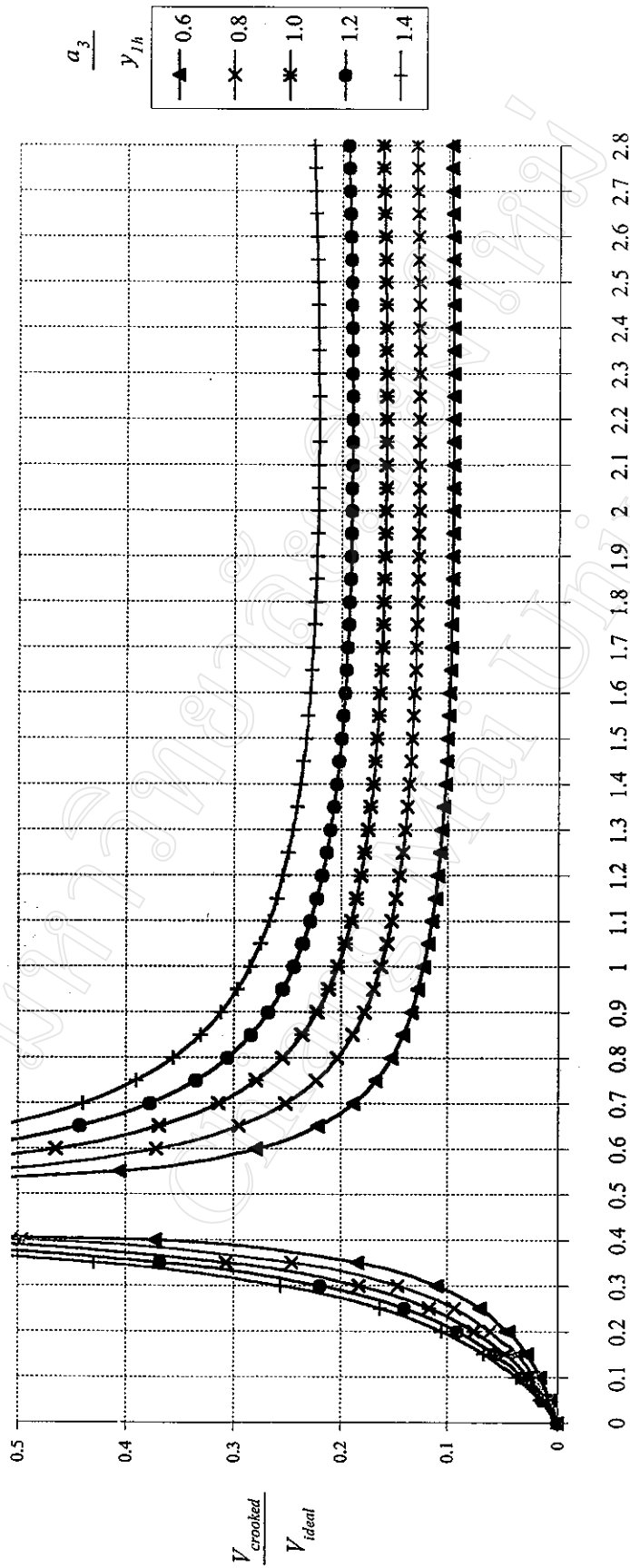
รูปที่ 4.17 (2) อัตราส่วนแรงเปลี่ยนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเปลี่ยนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



รูปที่ 4.17 (3) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากการนำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

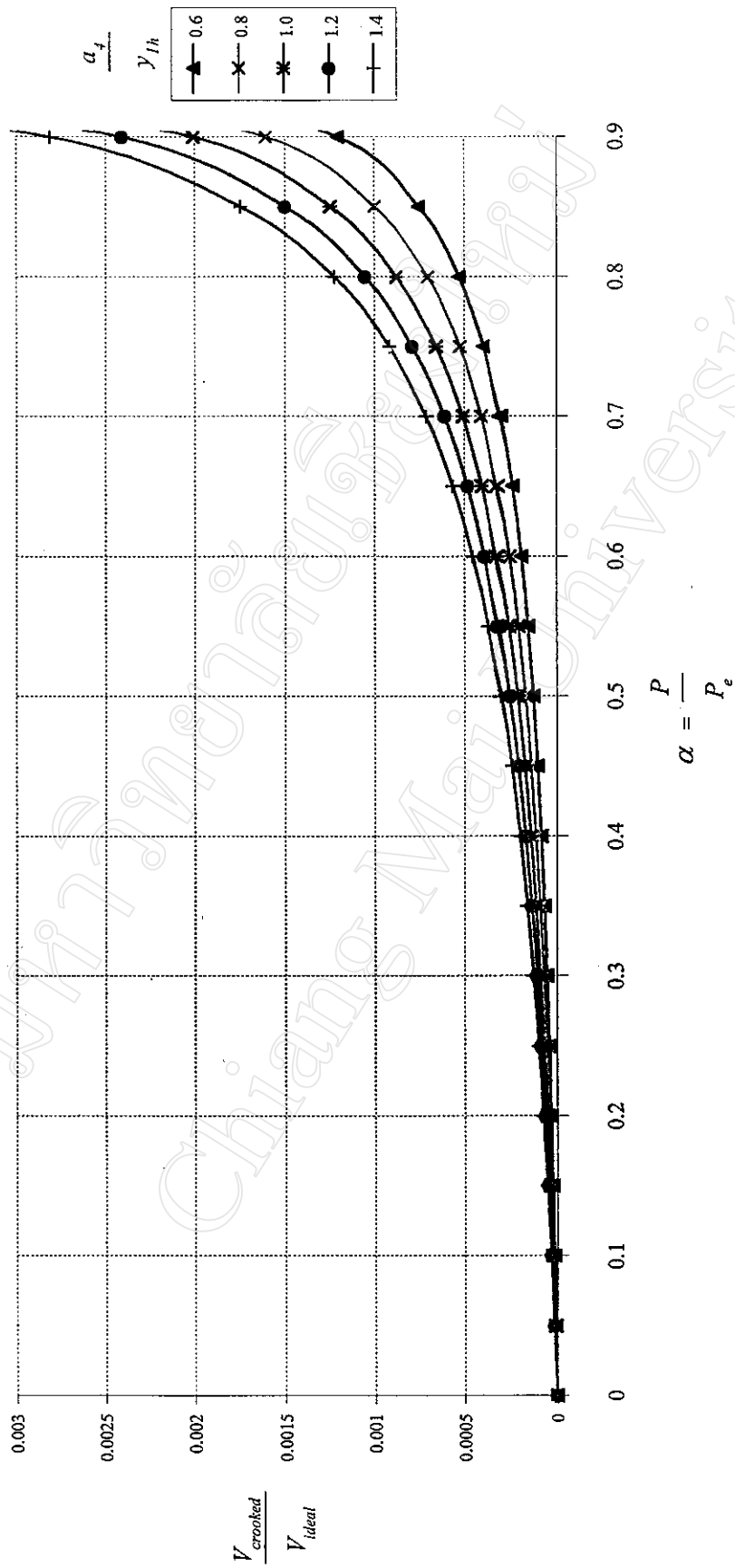
แรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



$$\alpha = \frac{P}{P_e}$$

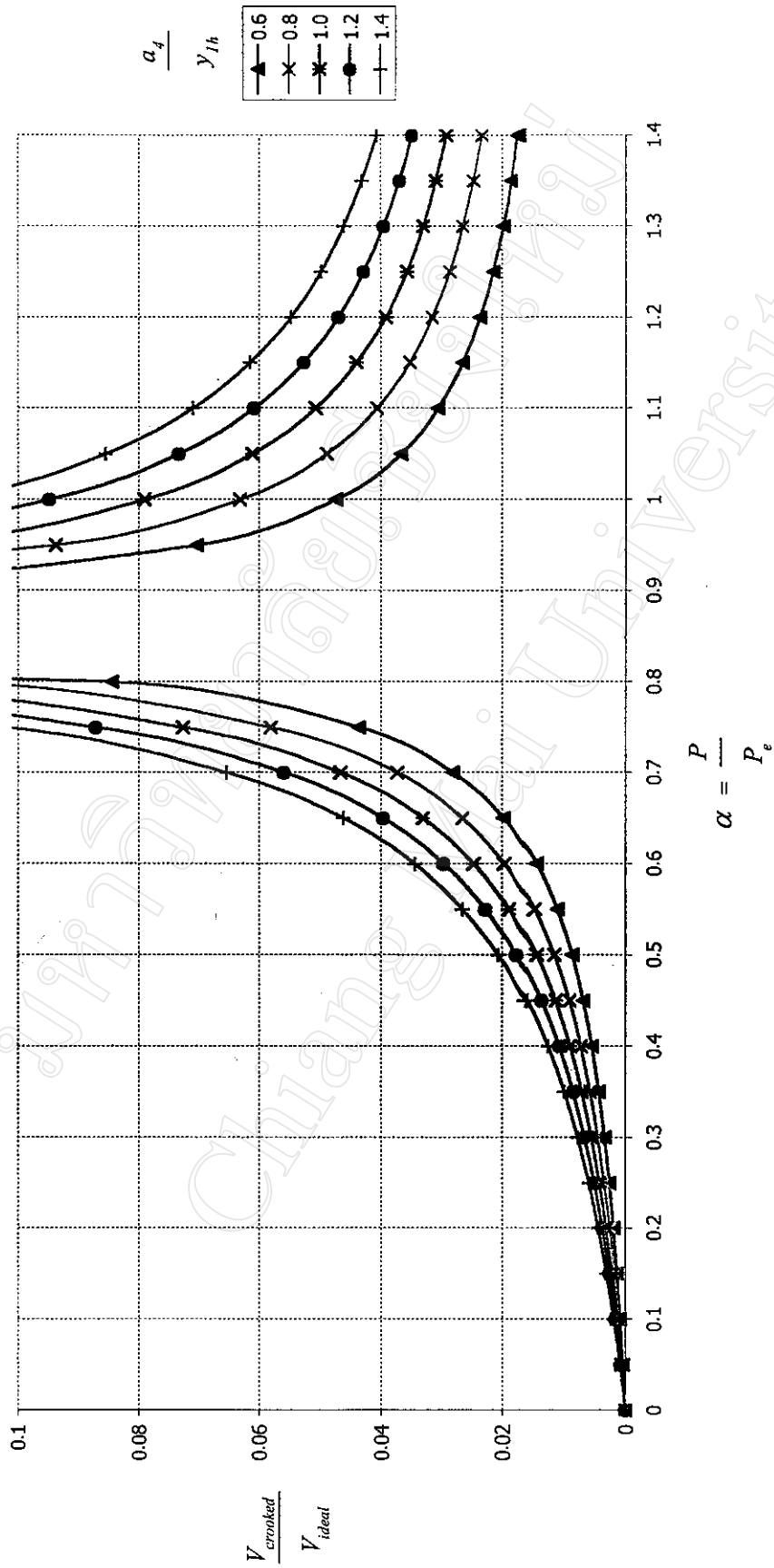
รูปที่ 4.17 (4) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



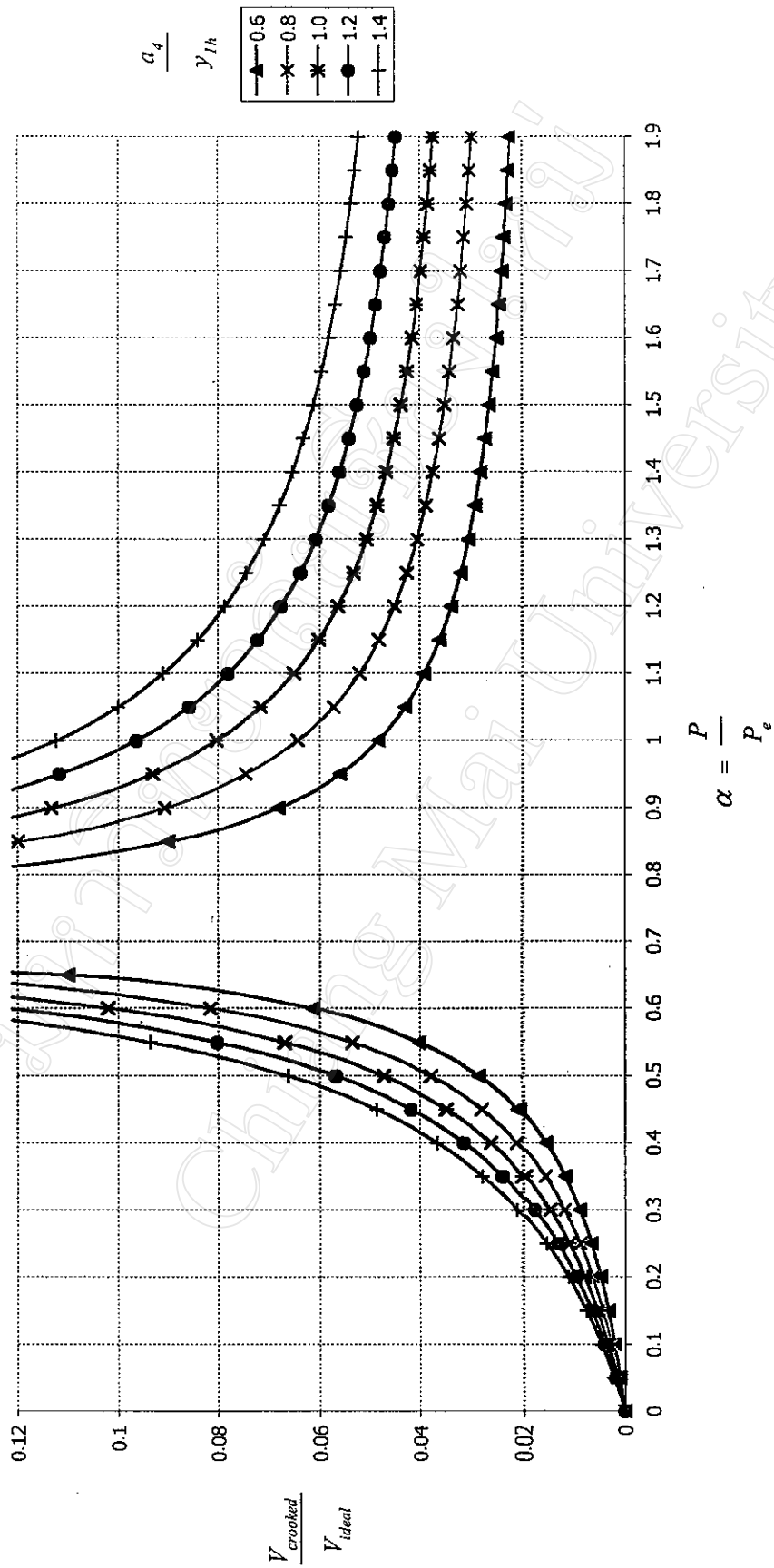
รูปที่ 4.18 (1) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



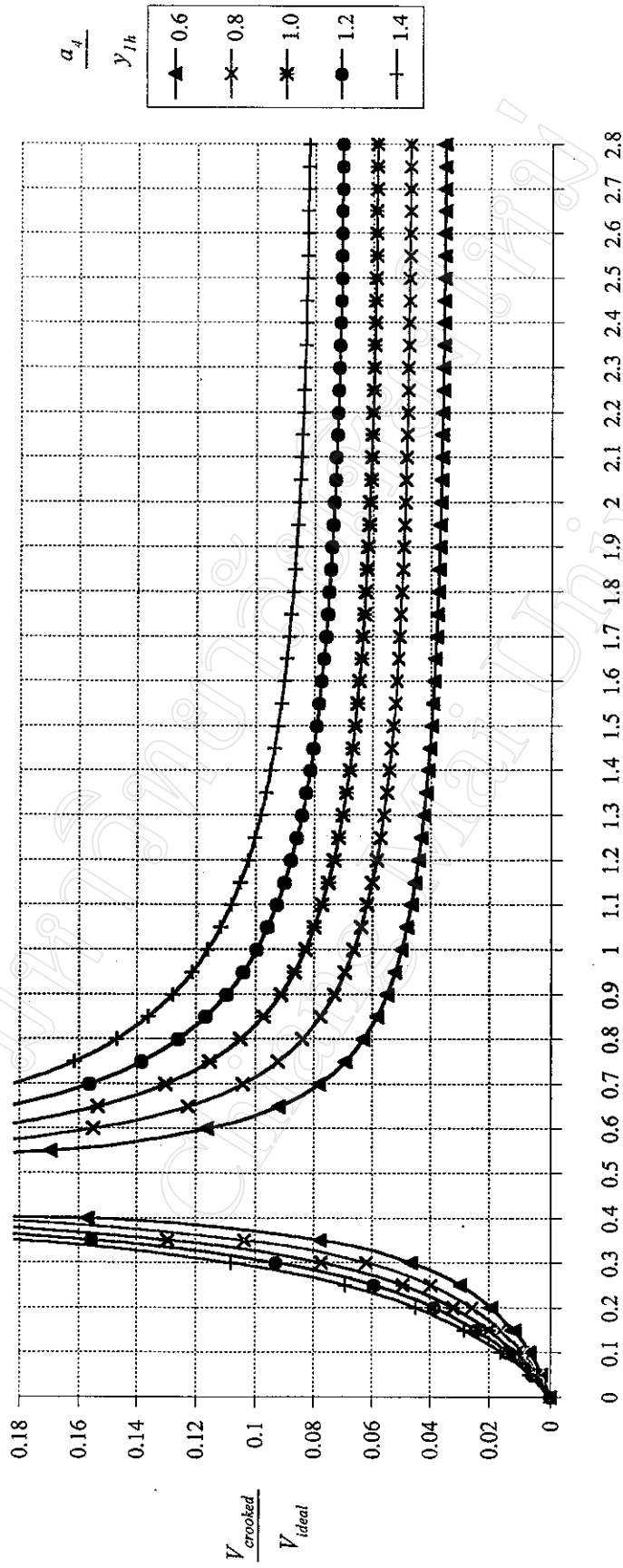
รูปที่ 4.18 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนเนื่องจากรี้น้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



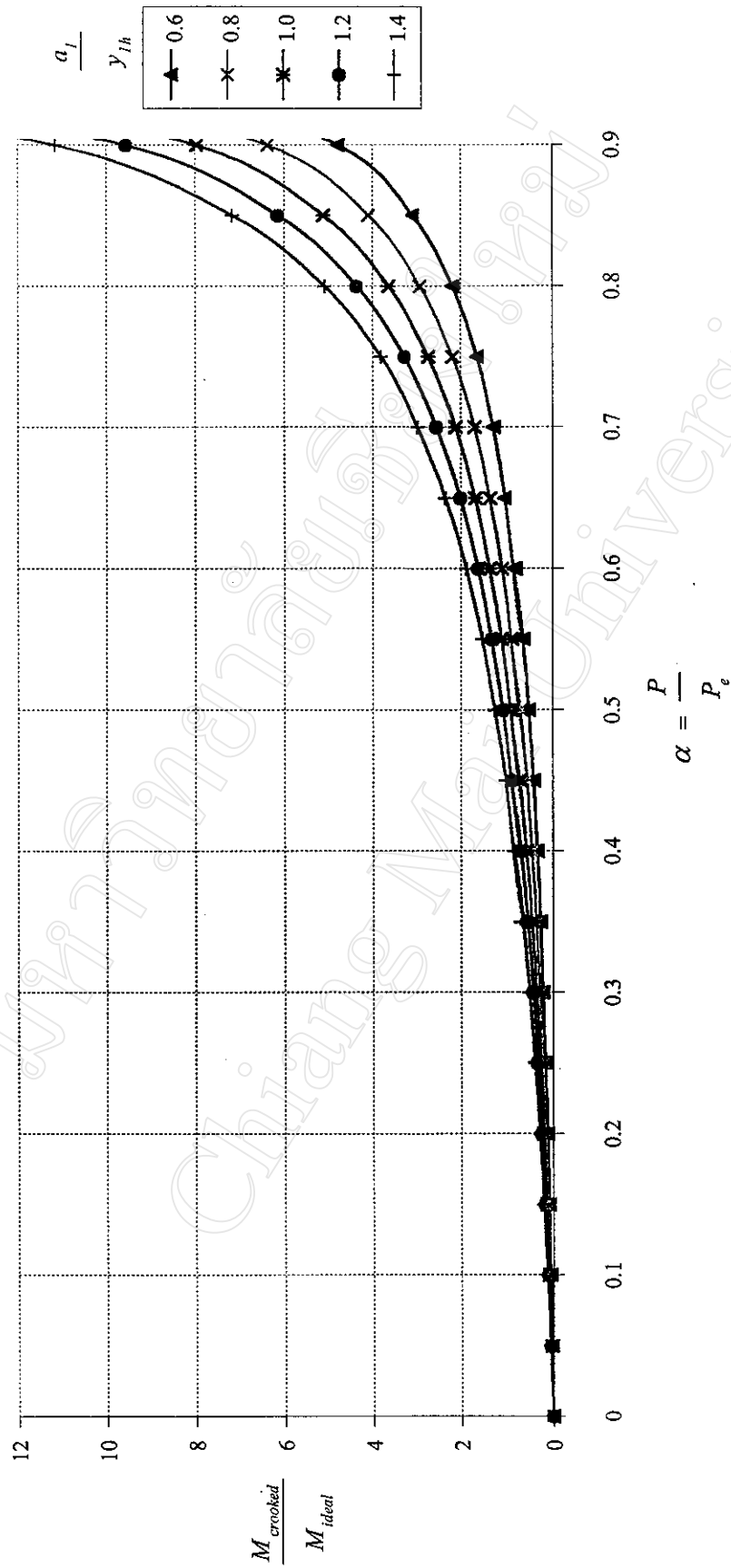
รูปที่ 4.18 (3) อัตราส่วนแรงเคลื่อนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเคลื่อนเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



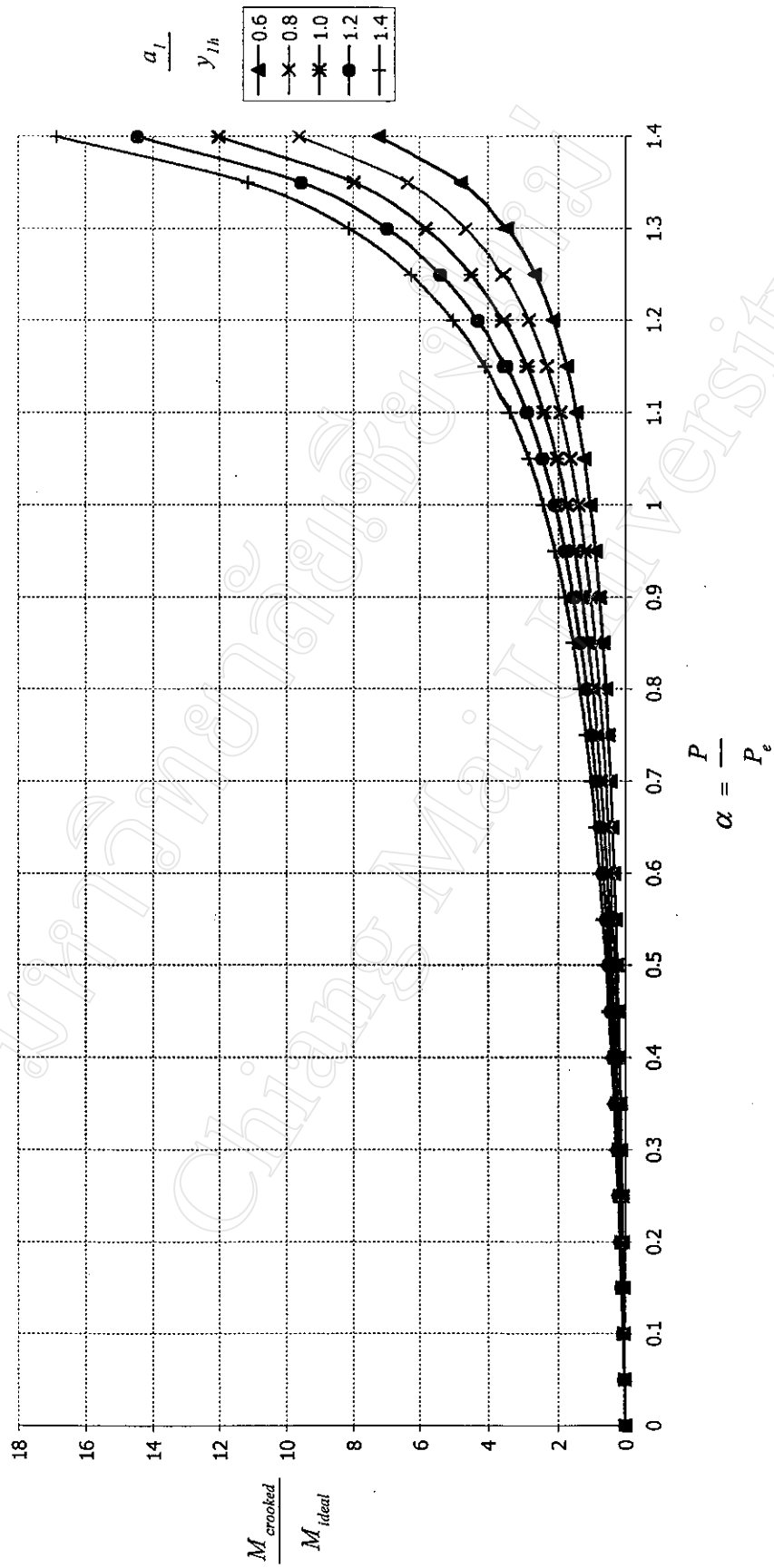
รูปที่ 4.18 (4) อัตราส่วนแรงเค้นส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเค้นเนื่องจากการนำหน้าการบรรทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่ม

แรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



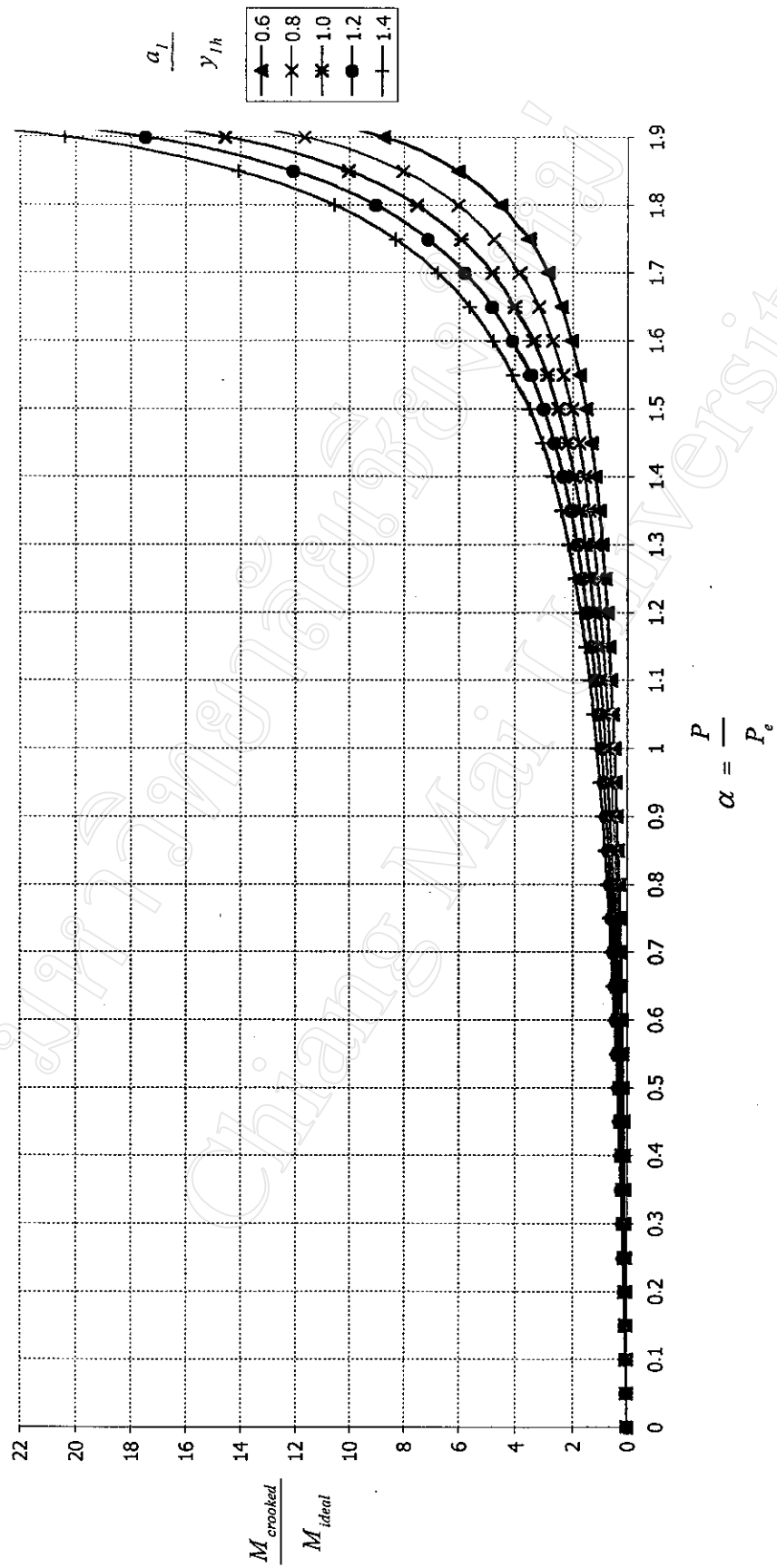
รูปที่ 4.19 (1) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากการนำหนักบรรทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



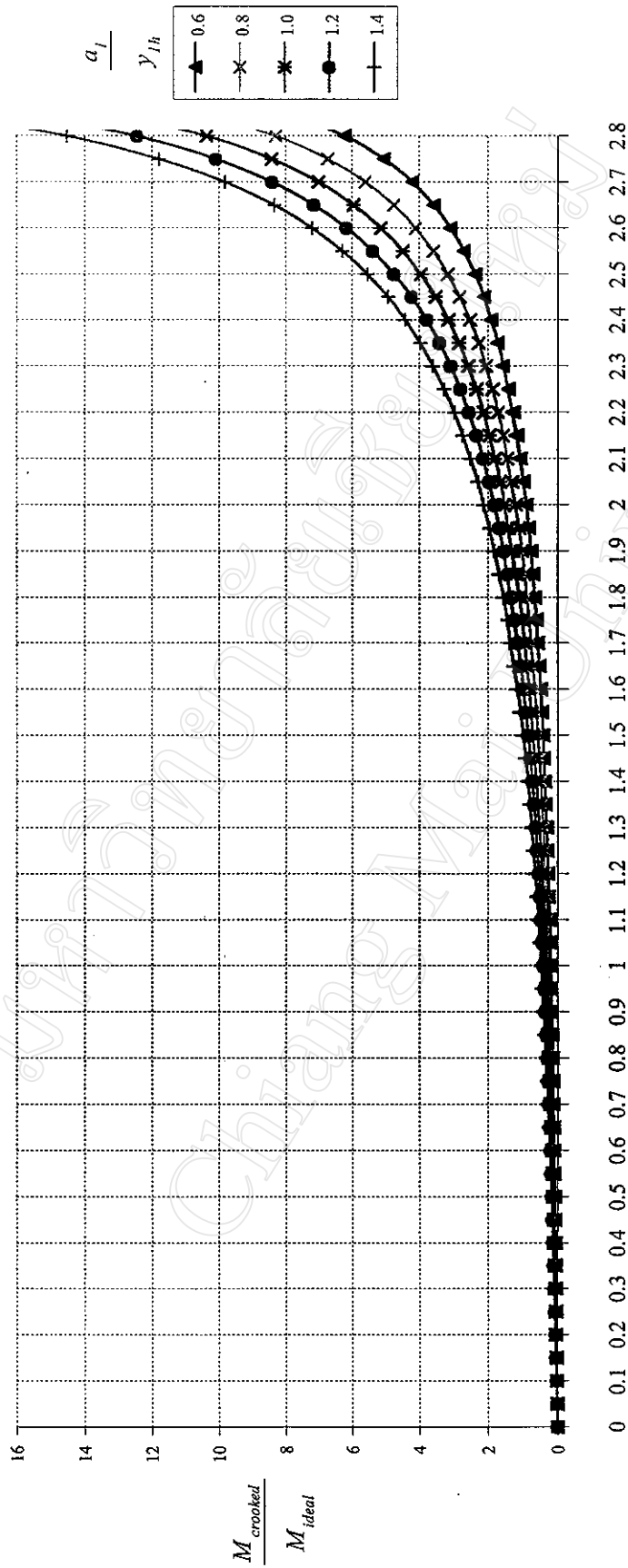
รูปที่ 4.19 (2) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



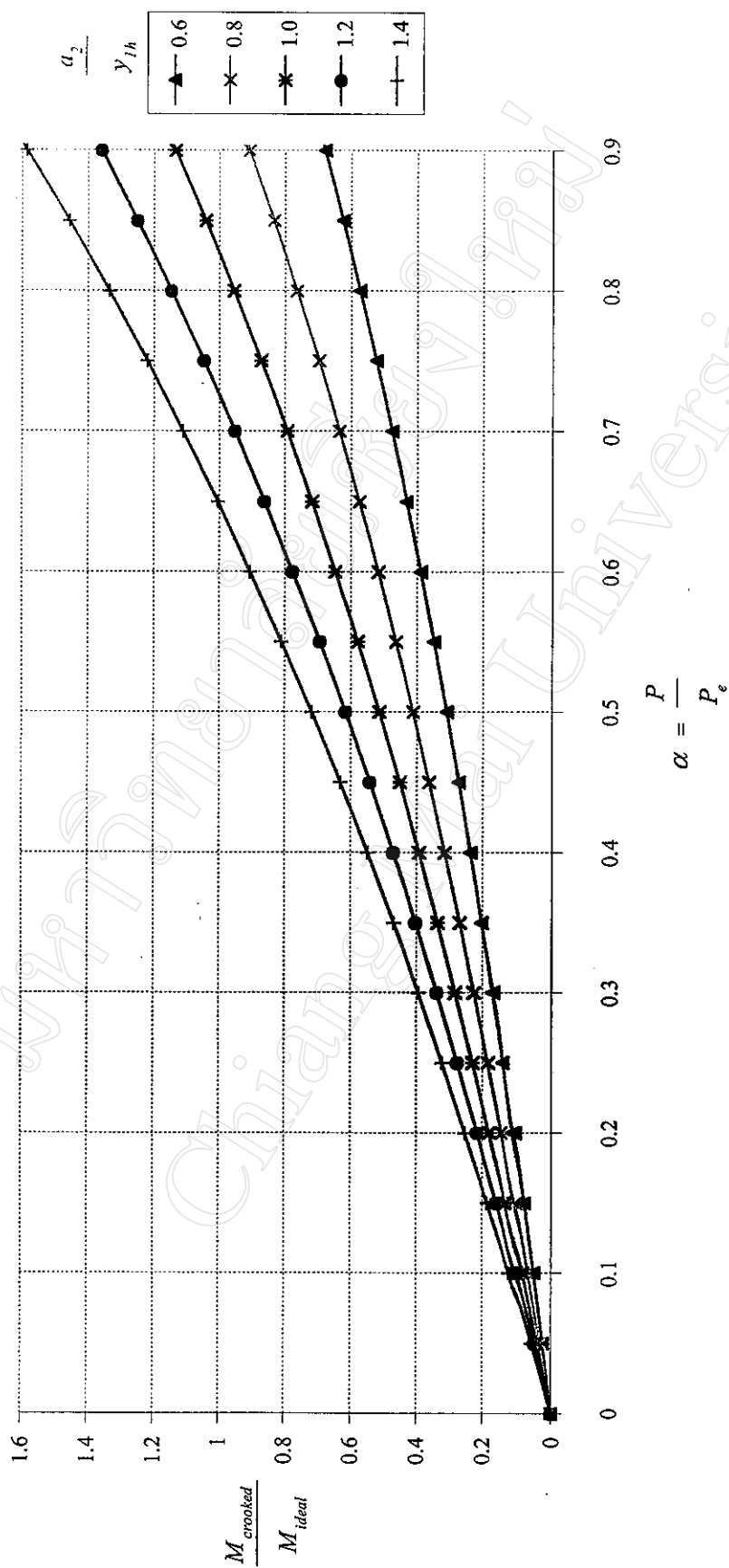
รูปที่ 4.19 (3) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



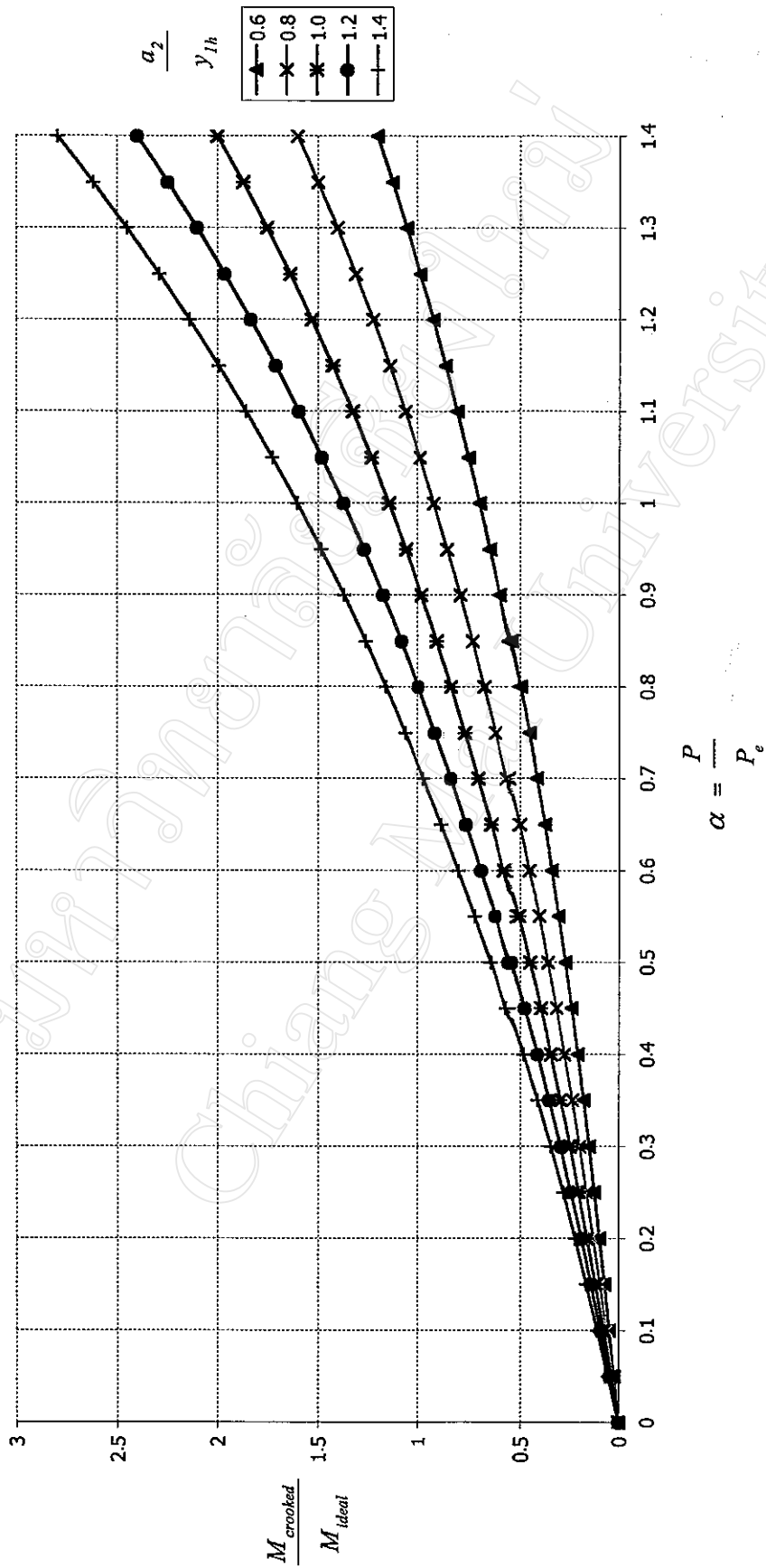
รูปที่ 4.19 (4) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



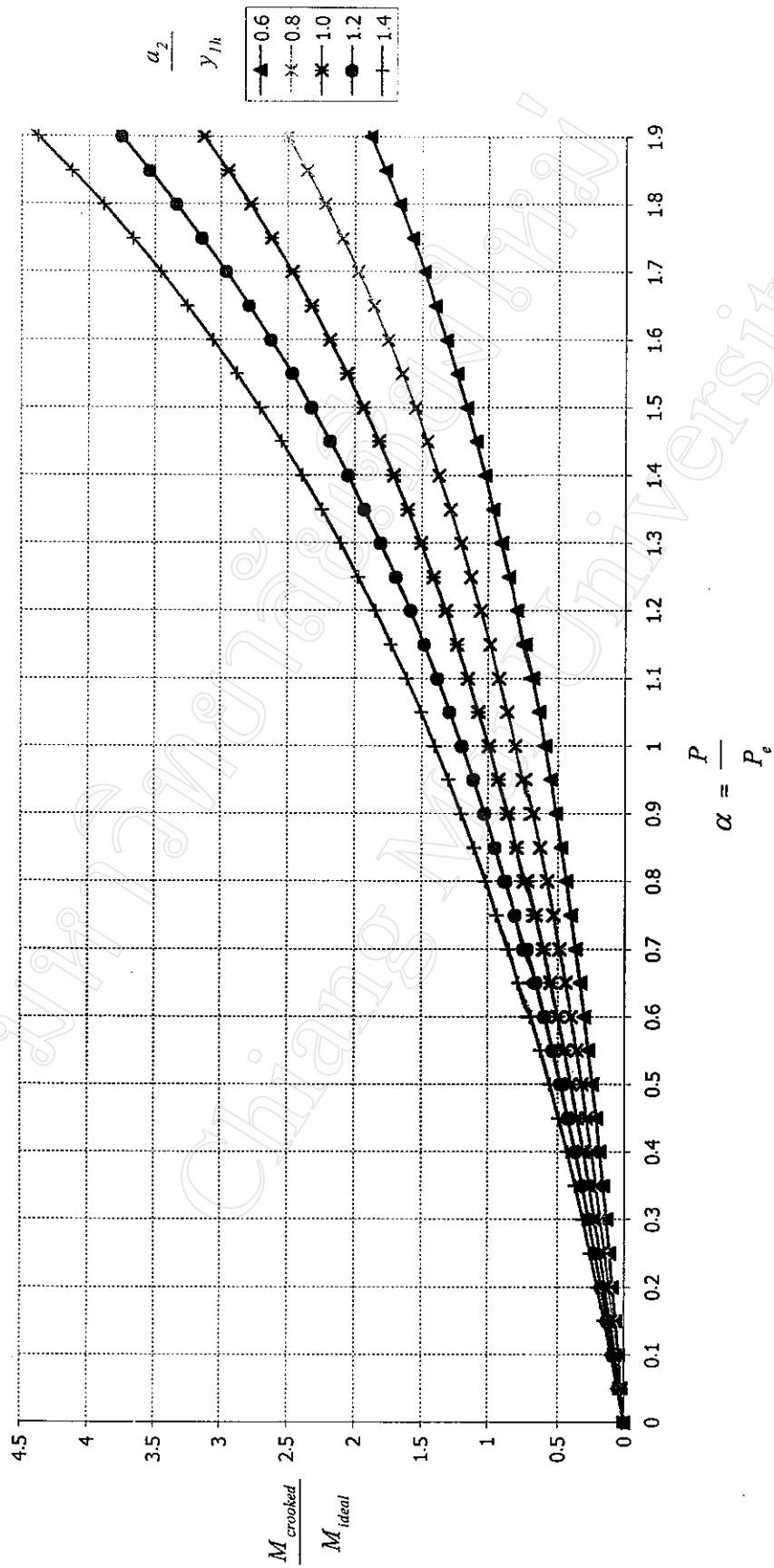
รูปที่ 4.20 (1) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



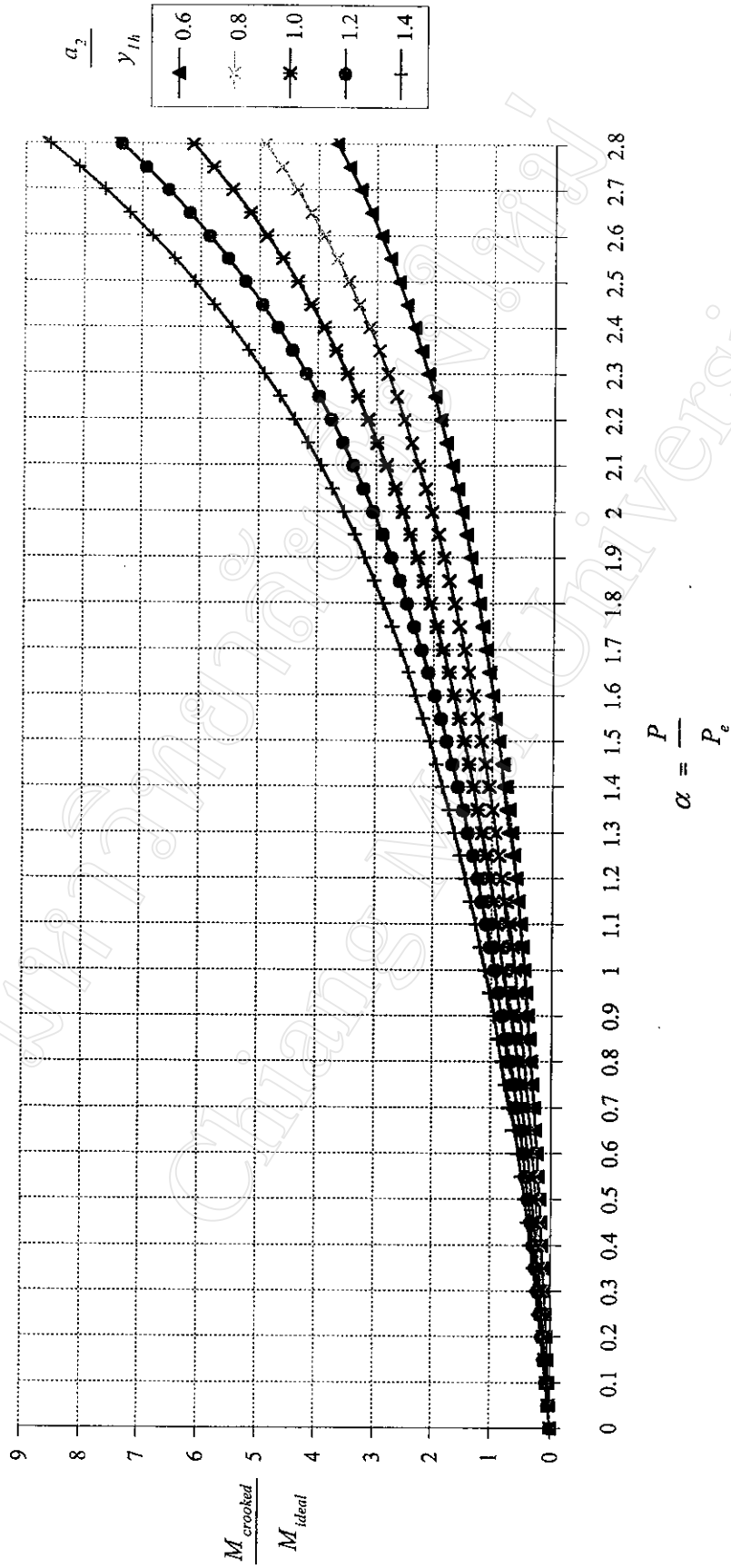
รูปที่ 4.20 (2) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



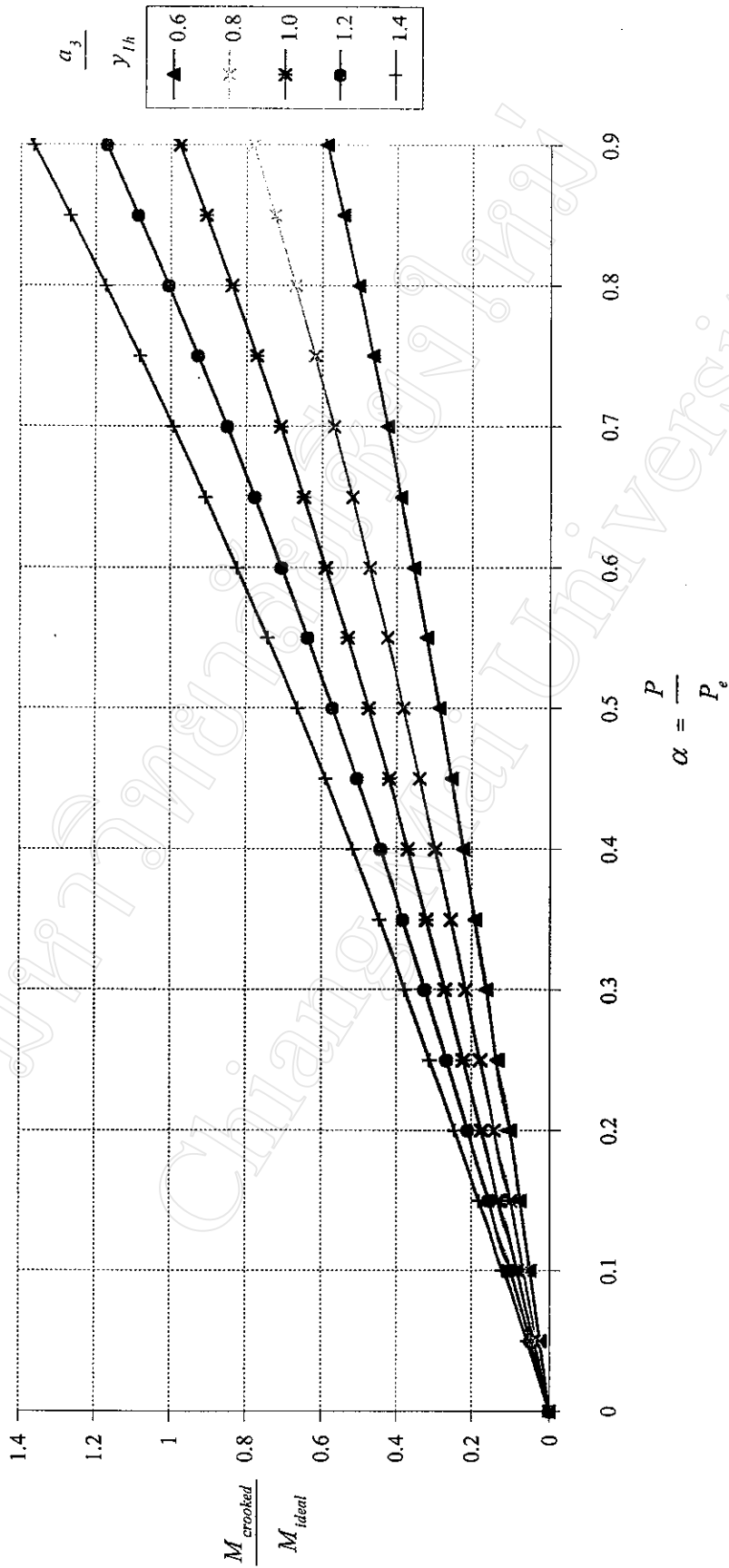
รูปที่ 4.20 (3) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



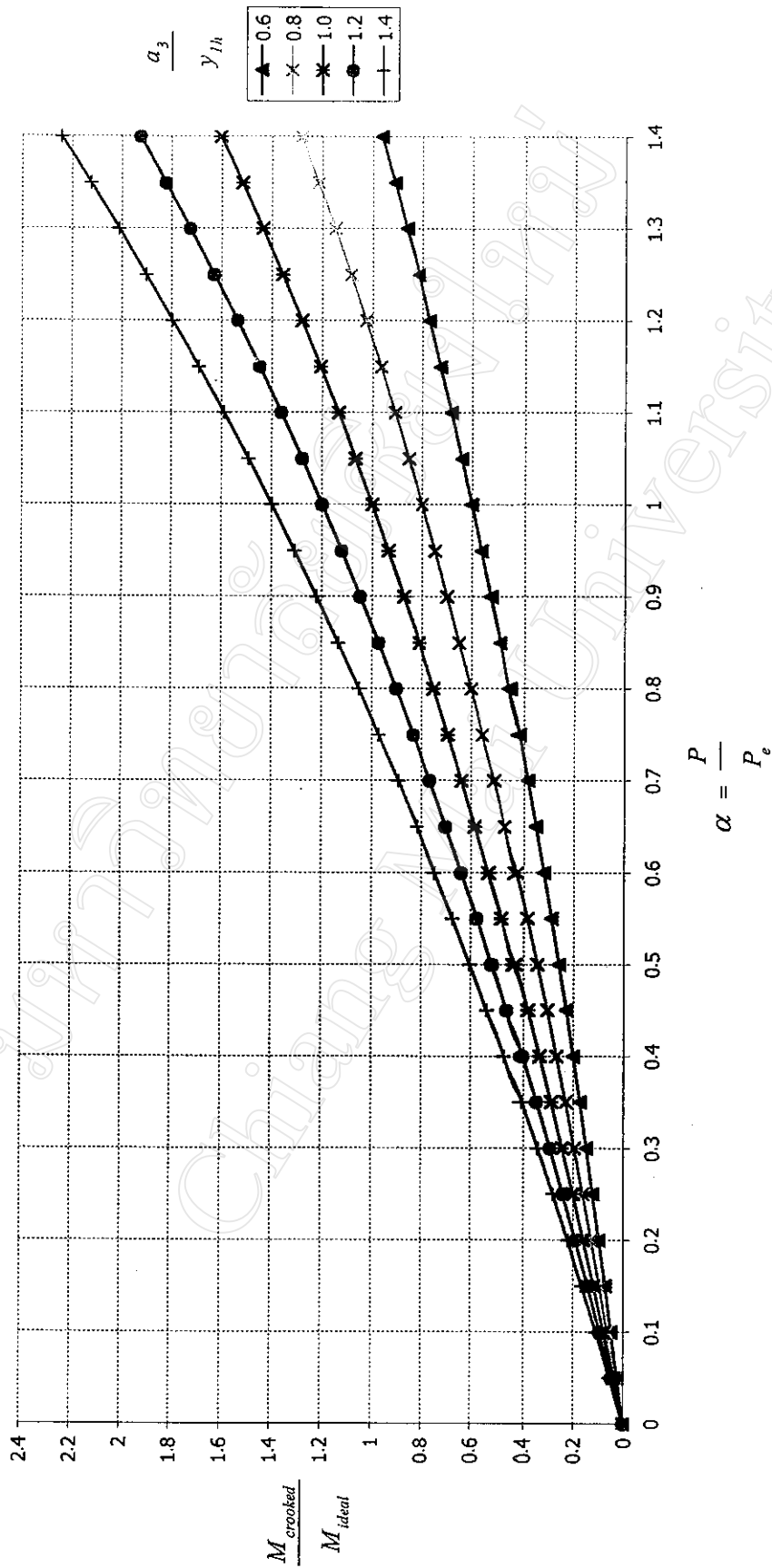
รูปที่ 4.20 (4) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



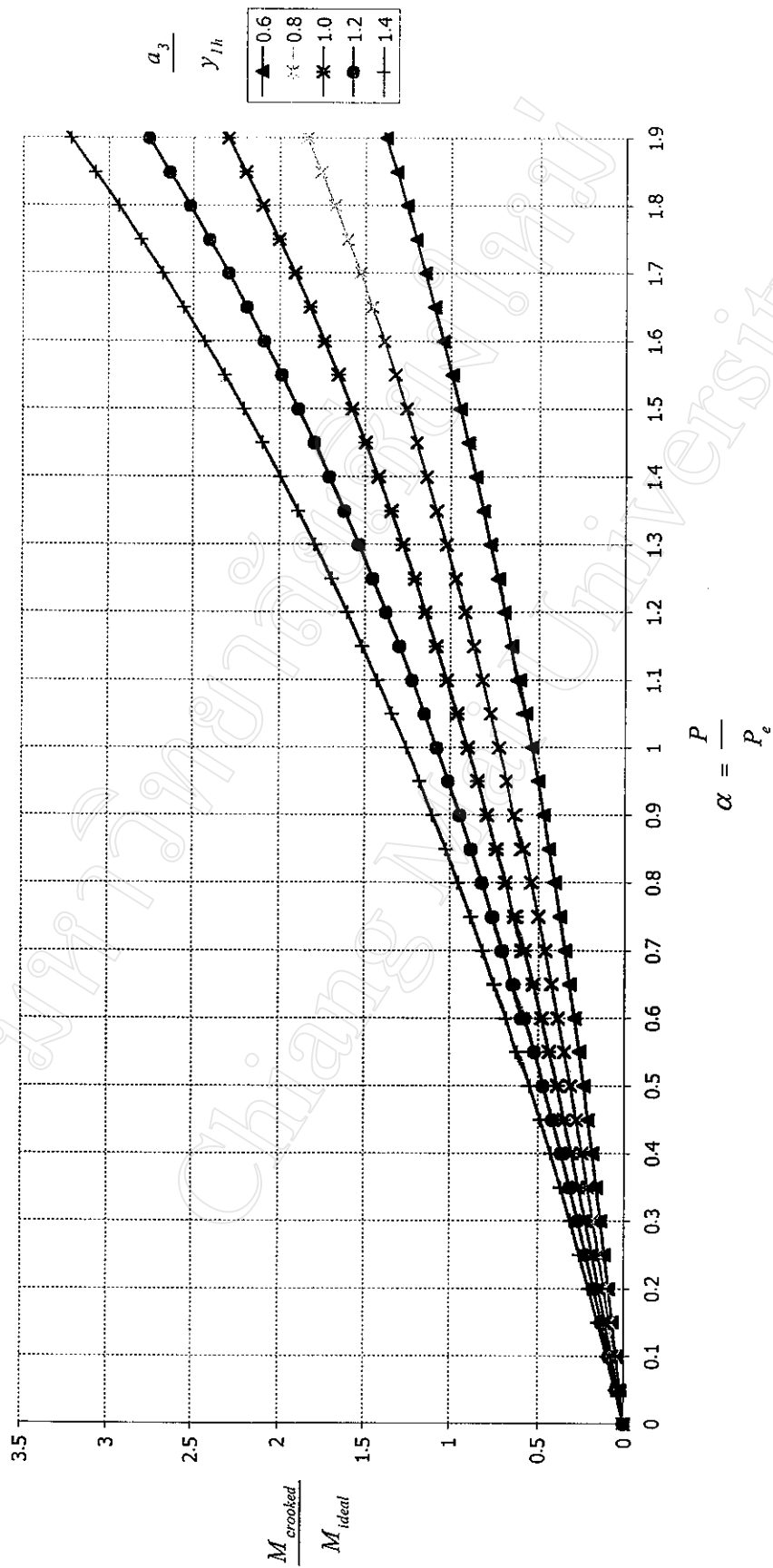
รูปที่ 4.21 (1) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = I$



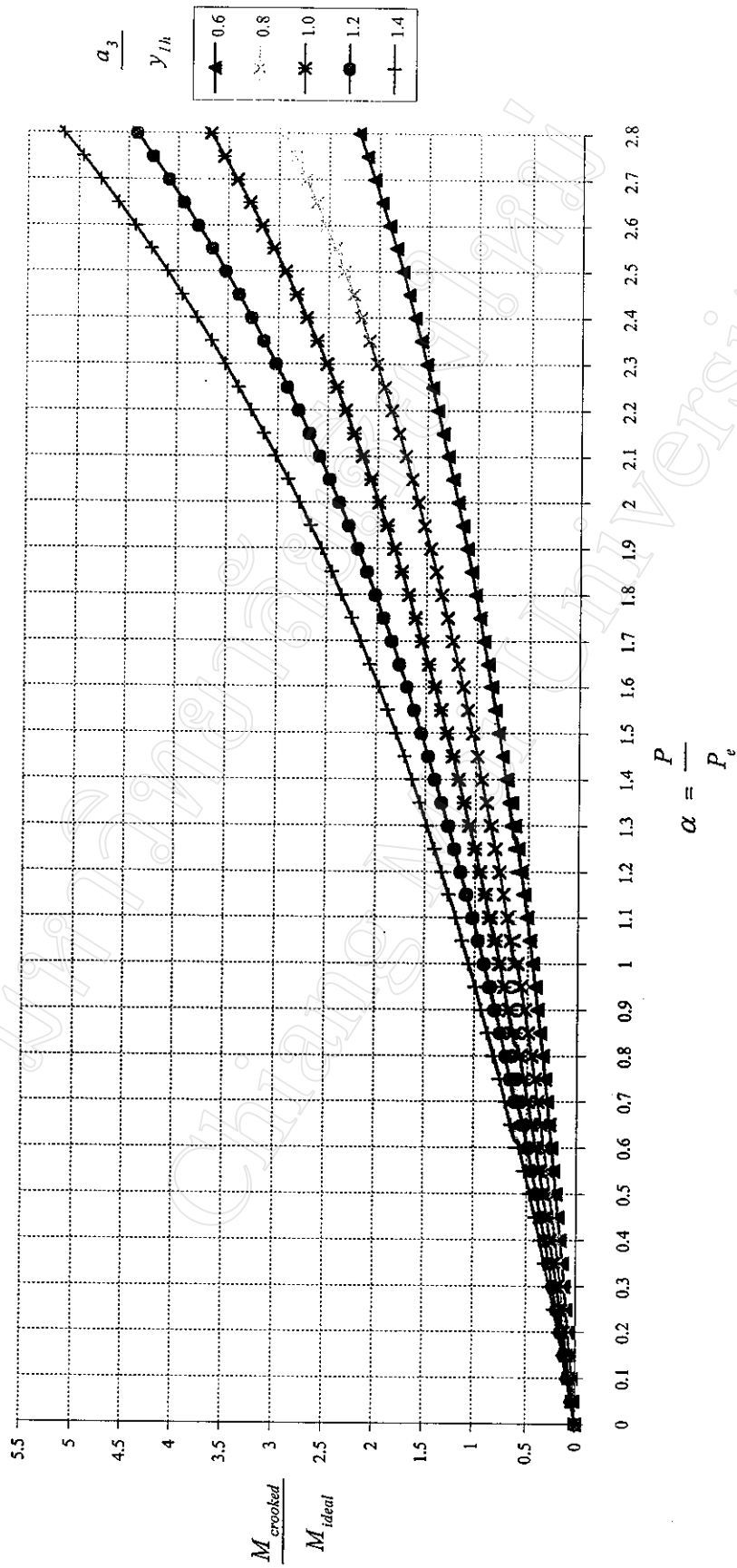
รูปที่ 4.21 (2) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



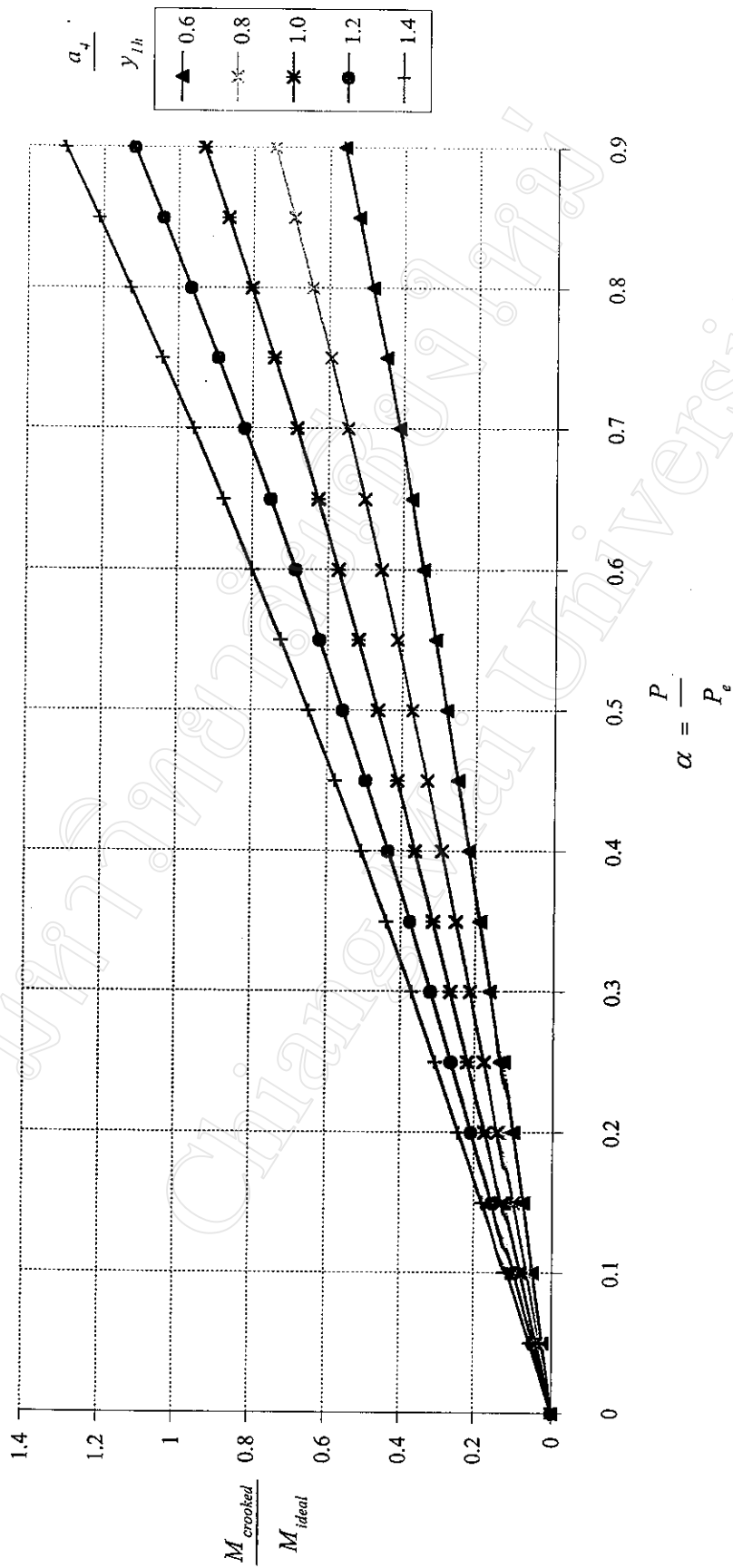
รูปที่ 4.21 (3) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



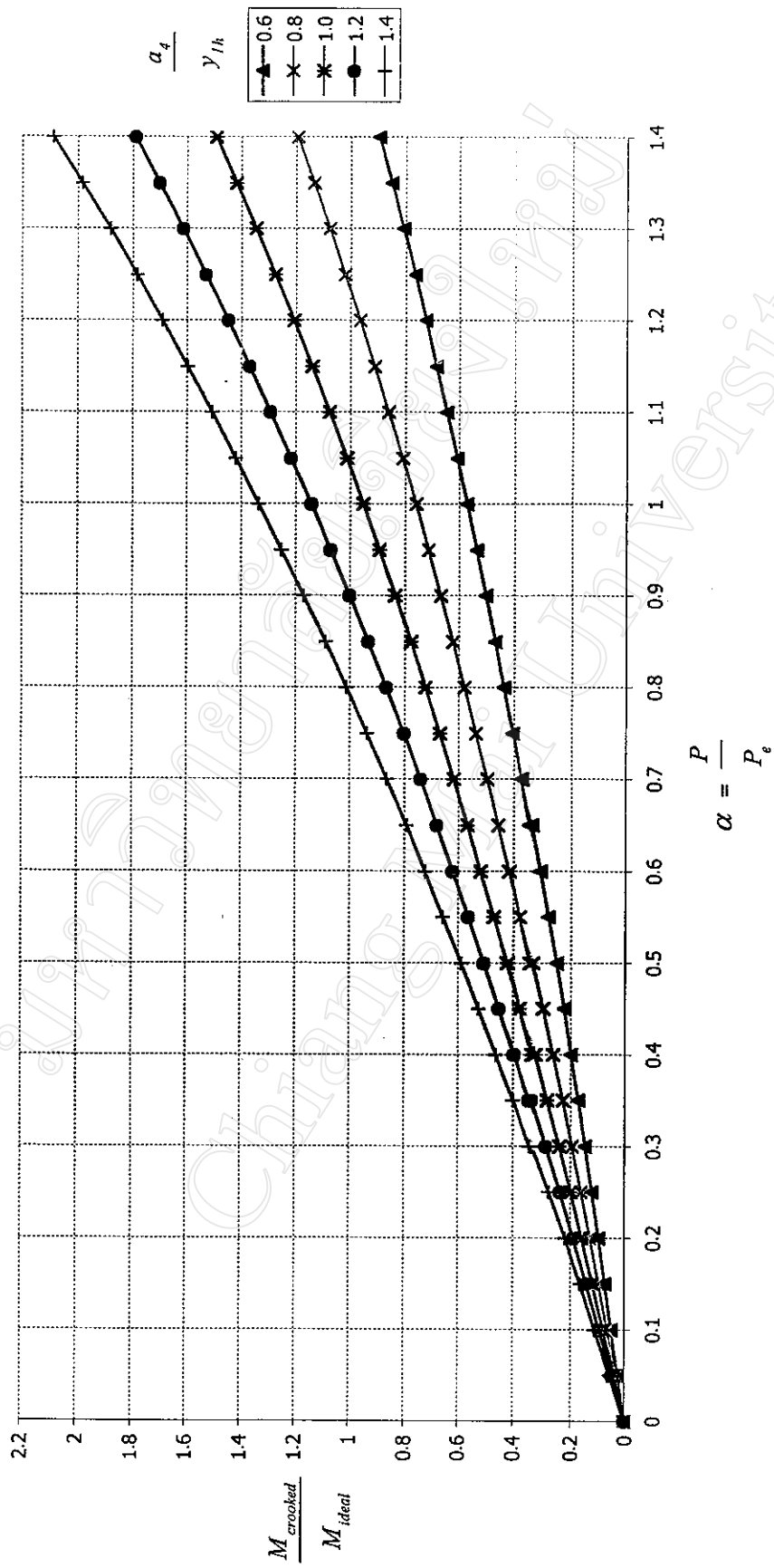
รูปที่ 4.21 (4) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



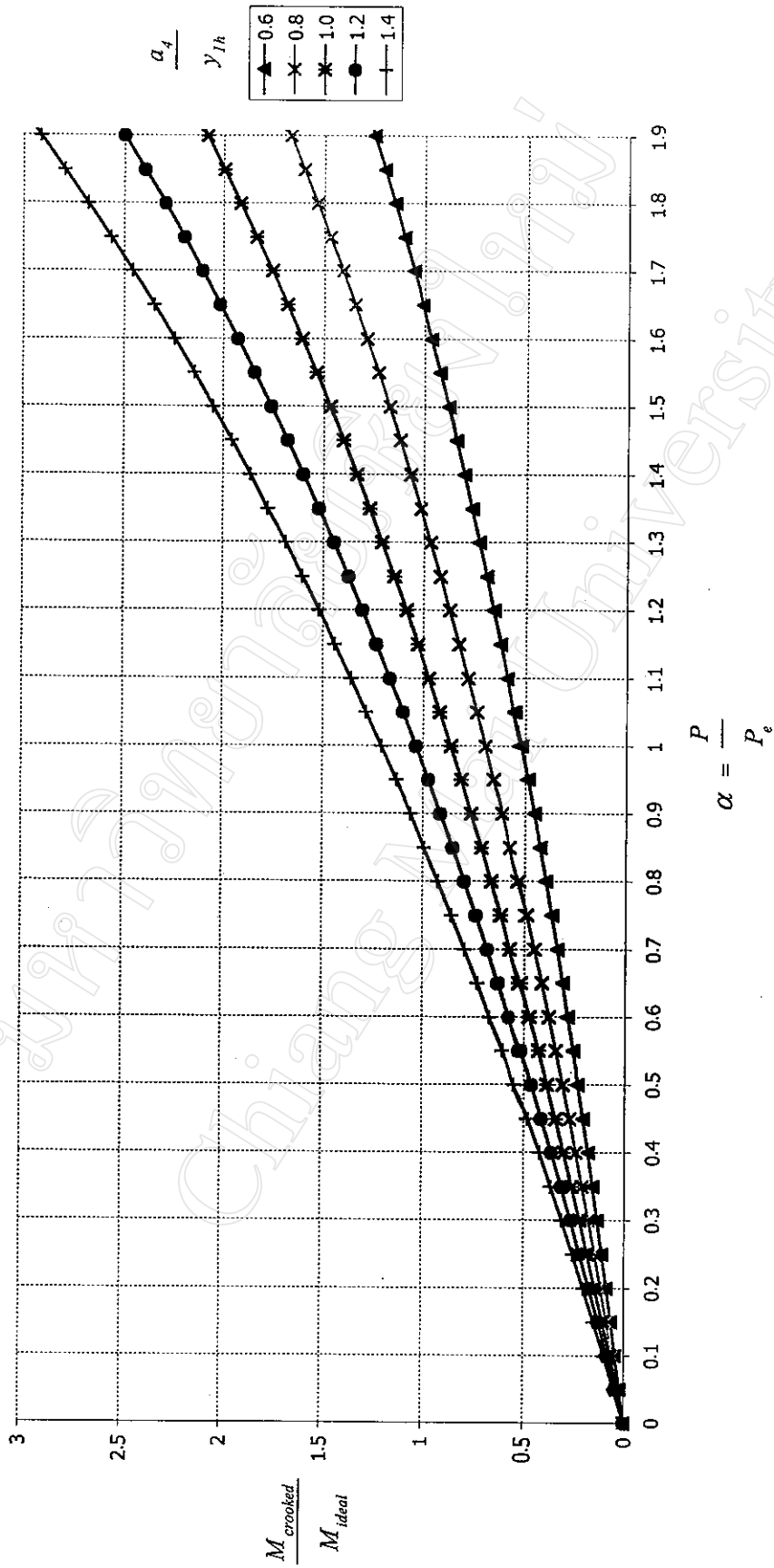
รูปที่ 4.22 (1) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



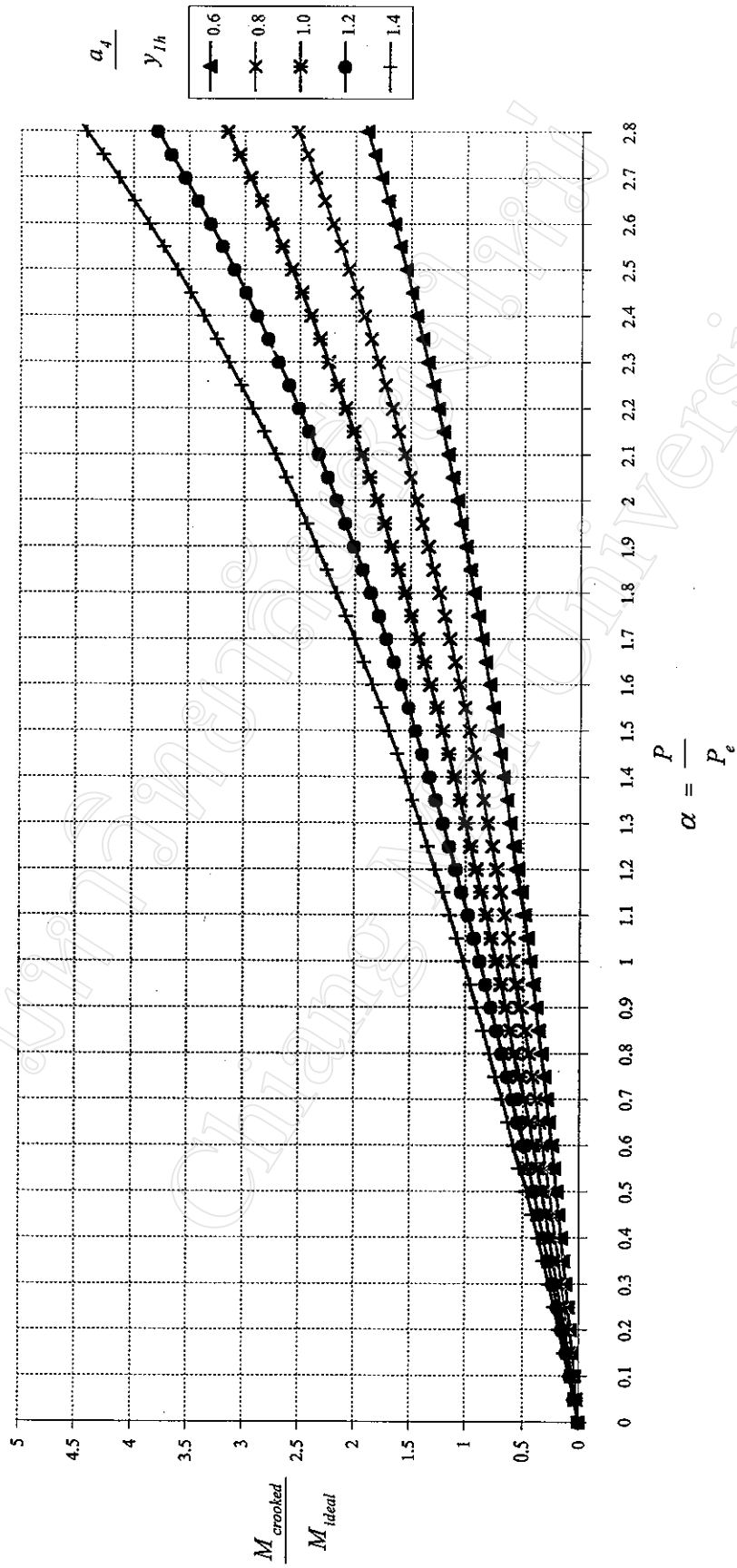
รูปที่ 4.22 (2) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



รูปที่ 4.22 (3) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกที่เป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



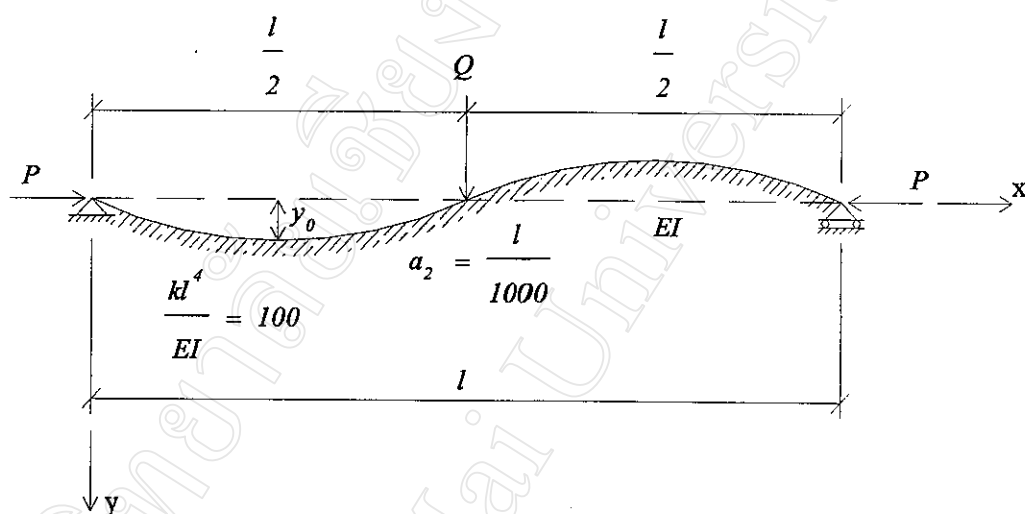
รูปที่ 4.22 (4) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก

อยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$

เพื่อให้เห็นผลกระทบของการมีความโค้งเริ่มแรกที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงแรงเฉือนและโมเมนต์ตัดได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะยกตัวอย่างคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นที่มีค่า

$$\frac{kl^4}{EI} = 100 \text{ และกำหนดให้ความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.2) และมีสัมประสิทธิ์ค่าคงที่}$$

$$a_2 = \frac{l}{1000} \text{ ดังแสดงในรูปที่ 4.23}$$



รูปที่ 4.23 คาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุดที่กึ่งกลางช่วงความยาว

$$\text{และมีความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูป } y_0 = \frac{l}{1000} \sin \frac{2\pi x}{l}$$

โดยตัวอย่างนี้จะกำหนดให้น้ำหนักบรรทุกเป็นจุด Q มีค่าเท่ากับน้ำหนักที่ทำให้เกิดระยะแอนที่กึ่งกลางคานเท่ากับ $\frac{l}{500}$ นั่นคือ

$$\frac{Ql^3}{48EI} = \frac{l}{500} \quad \dots\dots\dots(4.14)$$

เมื่อแก้สมการ (4.14) จะได้

$$Q = 0.096 \frac{EI}{l^2} \quad \dots\dots\dots(4.15)$$

นำค่า Q ในสมการ (4.15) ไปแทนในสมการ (2.94) ถึงสมการ (2.99), สมการ (3.12) ถึงสมการ (3.17) และสมการ (3.24) ถึง (3.29) ตามลำดับ ทำให้ได้ค่าระยะแอนเนื่องจากการตัด,

แรงเฉือน และโมเมนต์คัตที่ได้จะอยู่ในรูป $l, \frac{EI}{l^2}, \frac{EI}{l}$ ตามลำดับ ซึ่งผลการคำนวณระยะแอ่น

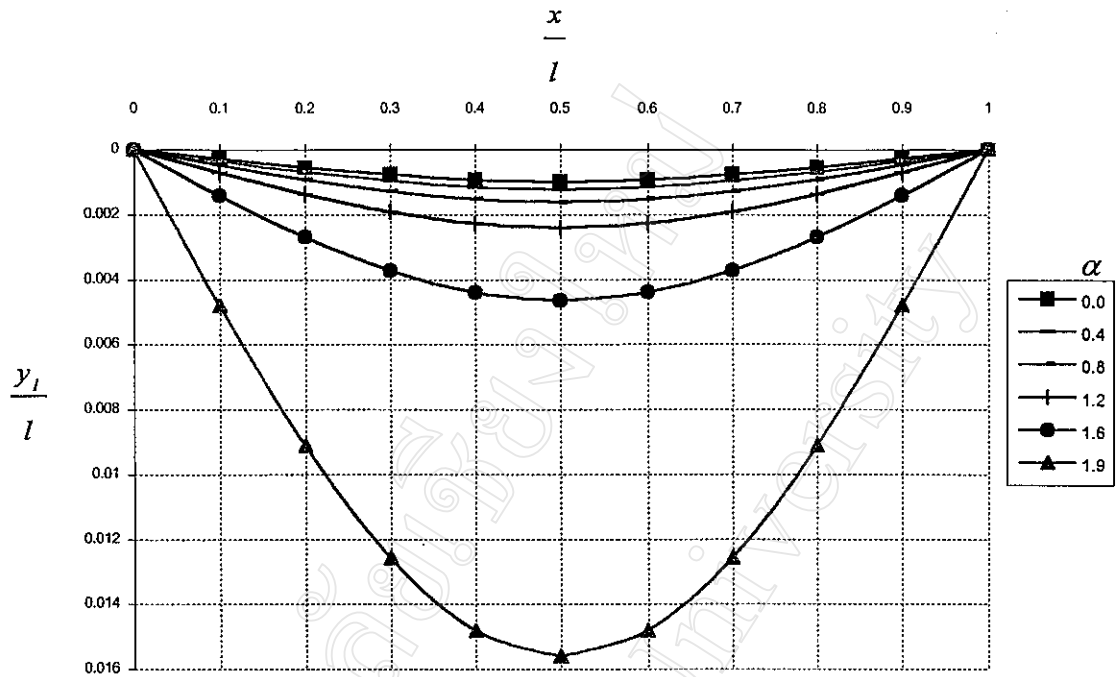
เนื่องจากการคัต, แรงเฉือน และโมเมนต์คัตที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.24 (1) ถึงรูปที่ 4.26 (3)

รูปที่ 4.24 (1) ถึงรูปที่ 4.24 (3) แสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกจะมีผลในการเพิ่มระยะแอ่นเนื่องจากการคัตในช่วง $0 < x < \frac{l}{2}$ และมีผลในการลดระยะแอ่นเนื่องจากการคัตในช่วง

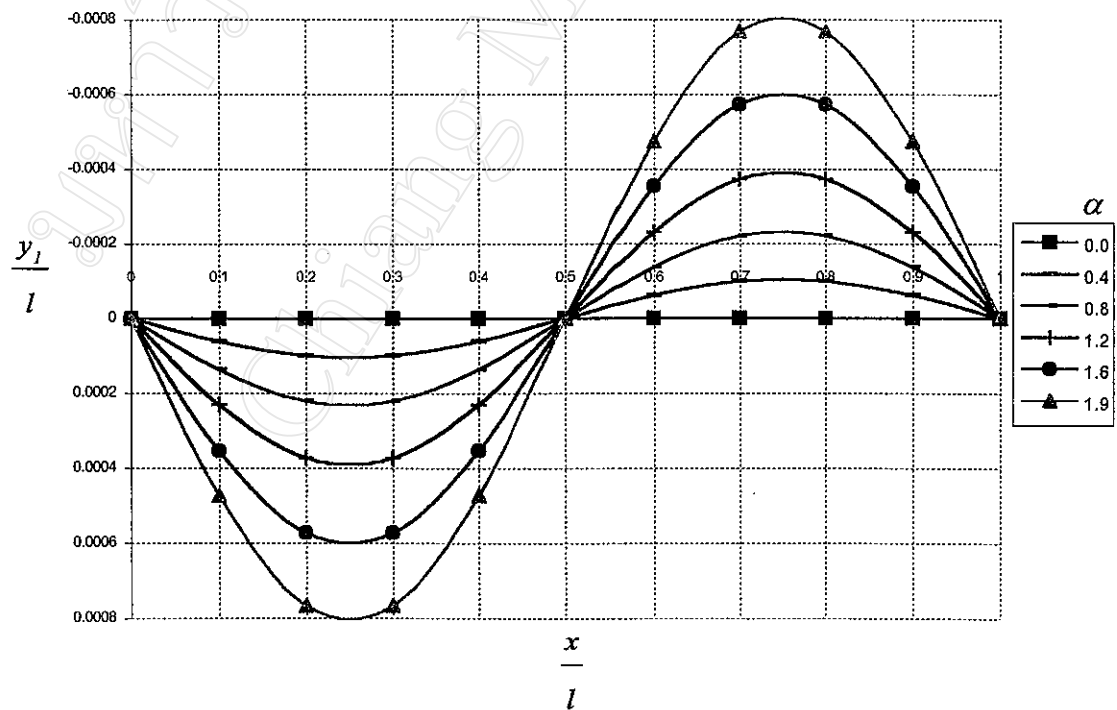
$\frac{l}{2} < x < l$ ก่อนข้างน้อย ซึ่งรูปที่ 4.24 (3) แทบจะไม่แตกต่างจากรูปที่ 4.24 (1)

รูปที่ 4.25 (1) ถึงรูปที่ 4.25 (3) แสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกจะมีผลในการลดขนาดแรงเฉือนในช่วง $0 < x < \frac{l}{4}$ และช่วง $\frac{3l}{4} < x < l$ เพียงเล็กน้อย เช่นเดียวกับช่วง $\frac{l}{4} < x < \frac{3l}{4}$ ที่ความโค้งเริ่มแรกมีผลในการเพิ่มขนาดแรงเฉือนเพียงเล็กน้อย ซึ่งรูปที่ 4.25 (3) แทบจะไม่แตกต่างจากรูปที่ 4.25 (1)

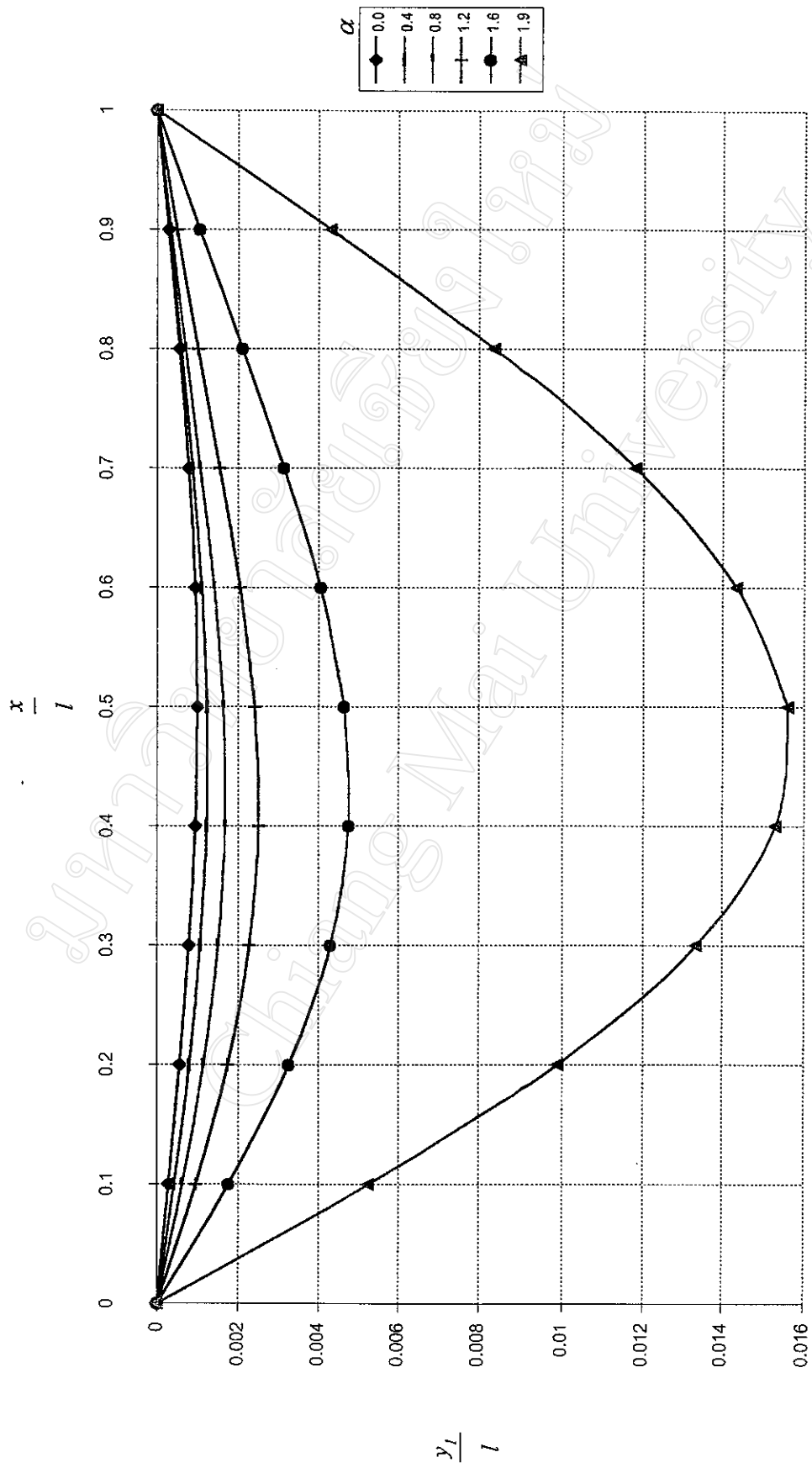
รูปที่ 4.26 (1) ถึงรูปที่ 4.26 (3) แสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกมีผลในการเพิ่มขนาดโมเมนต์คัตในช่วง $0 < x < \frac{l}{2}$ และมีผลในการลดขนาดโมเมนต์คัตในช่วง $\frac{l}{2} < x < l$ ก่อนข้างมาก รูปที่ 4.26 (3) แสดงให้เห็นว่าเมื่อแรงอัดในแนวแกนเพิ่มขึ้นจนถึงประมาณ $0.4P_c$ จะเริ่มเกิดโมเมนต์ลบในช่วง $\frac{l}{2} < x < l$ ซึ่งโมเมนต์บวกมากที่สุดได้เปลี่ยนไปอยู่ที่ช่วง $0.3l - 0.5l$ และเกิดโมเมนต์ลบมากที่สุดที่ช่วง $0.8l - l$ แต่เมื่อแรงอัดในแนวแกนเข้าใกล้แรงโก่งคด ผลกระทบของความโค้งเริ่มแรกจะมีค่าน้อยลง



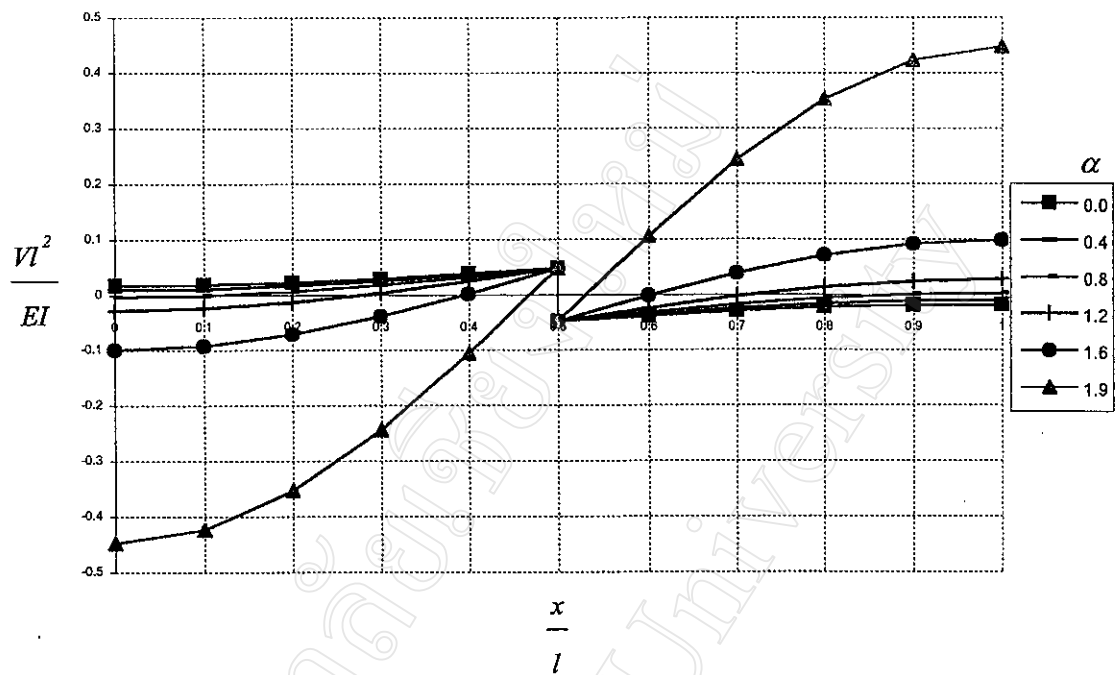
รูปที่ 4.24 (1) ระยะแอนเนื่องจากการคดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.23 ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



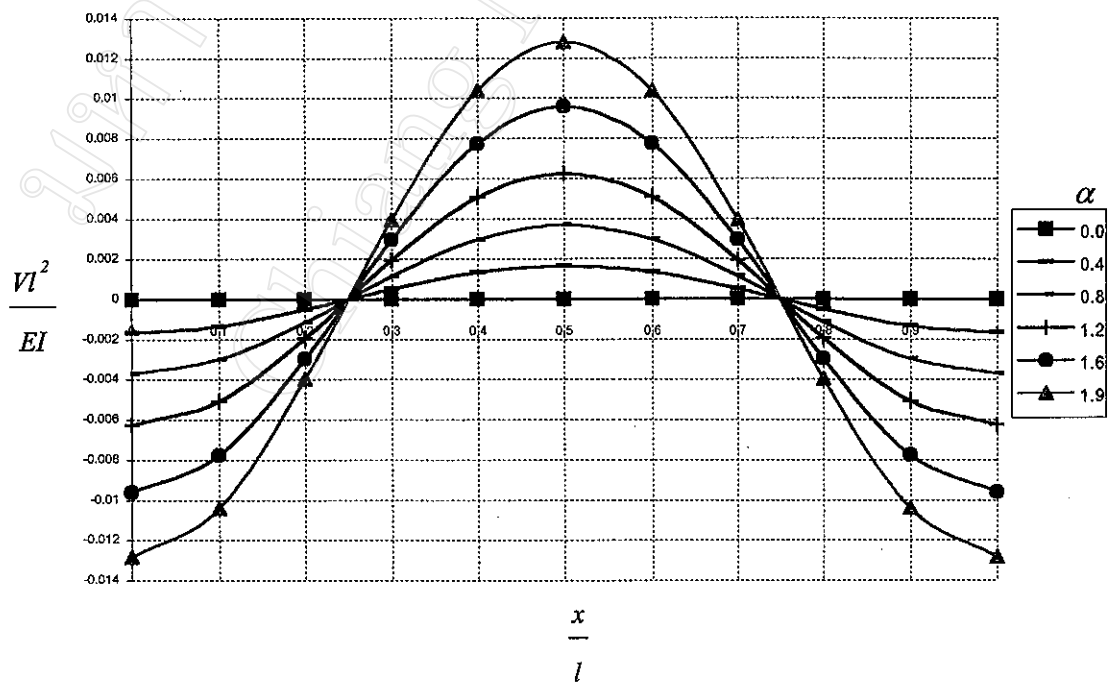
รูปที่ 4.24 (2) ระยะแอนเนื่องจากการคดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.23 ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



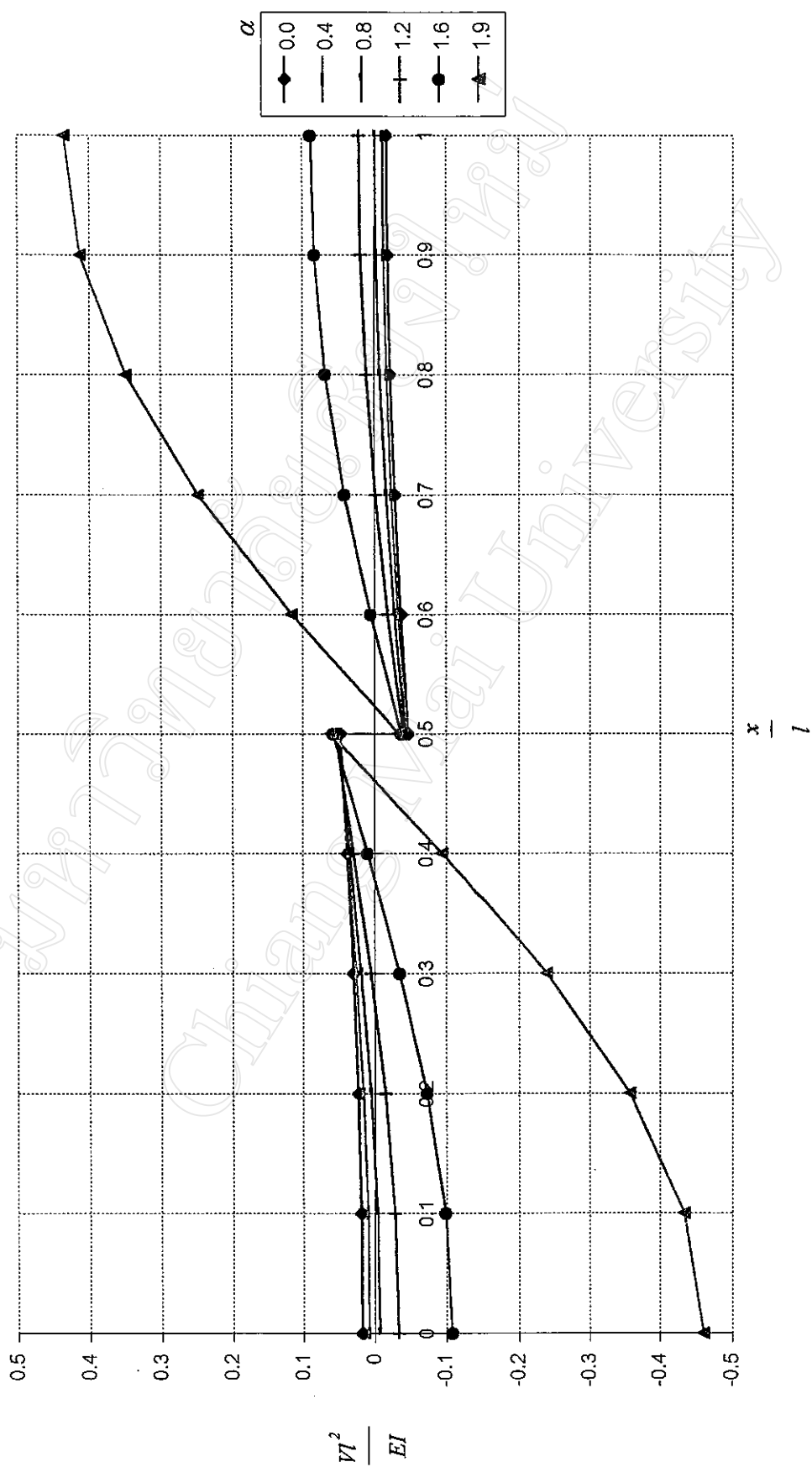
รูปที่ 4.24 (3) ระยะแ่งนเนื่องจากการดัดของคาน-เสาตั้งแสดงในรูปที่ 4.23 ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว



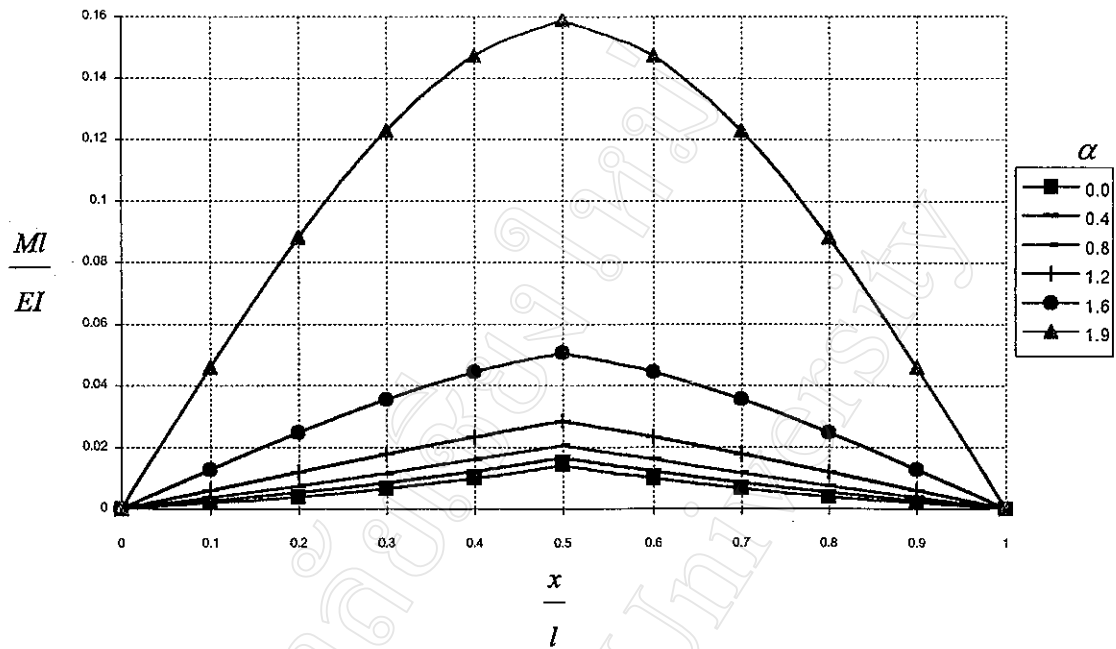
รูปที่ 4.25 (1) แรงเฉือนของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.23 ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



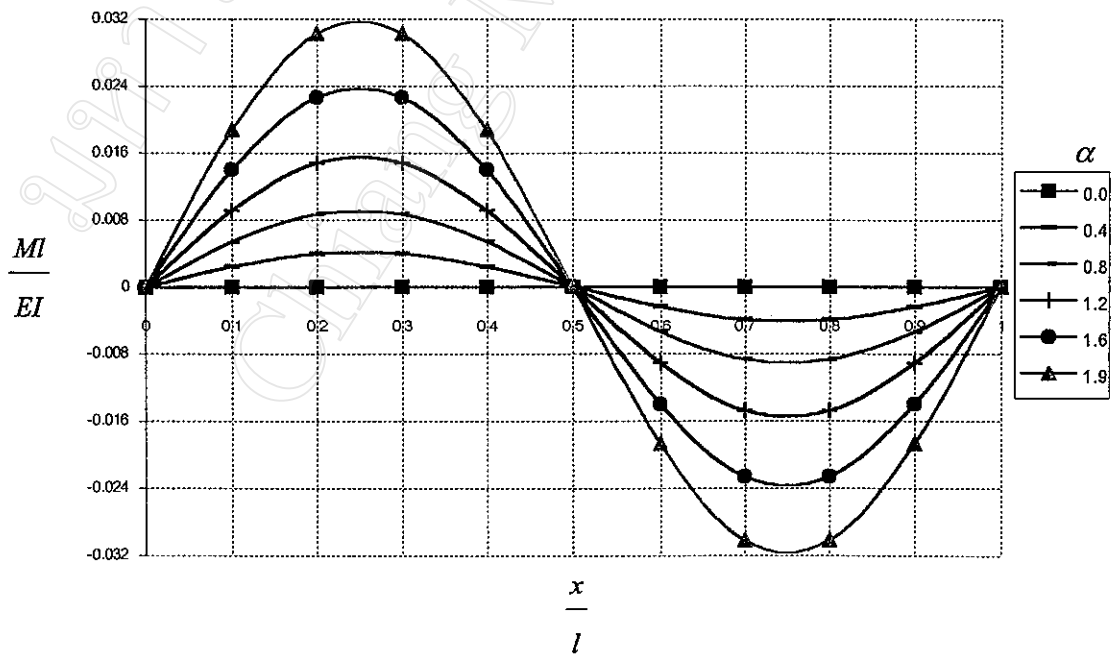
รูปที่ 4.25 (2) แรงเฉือนของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.23 ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



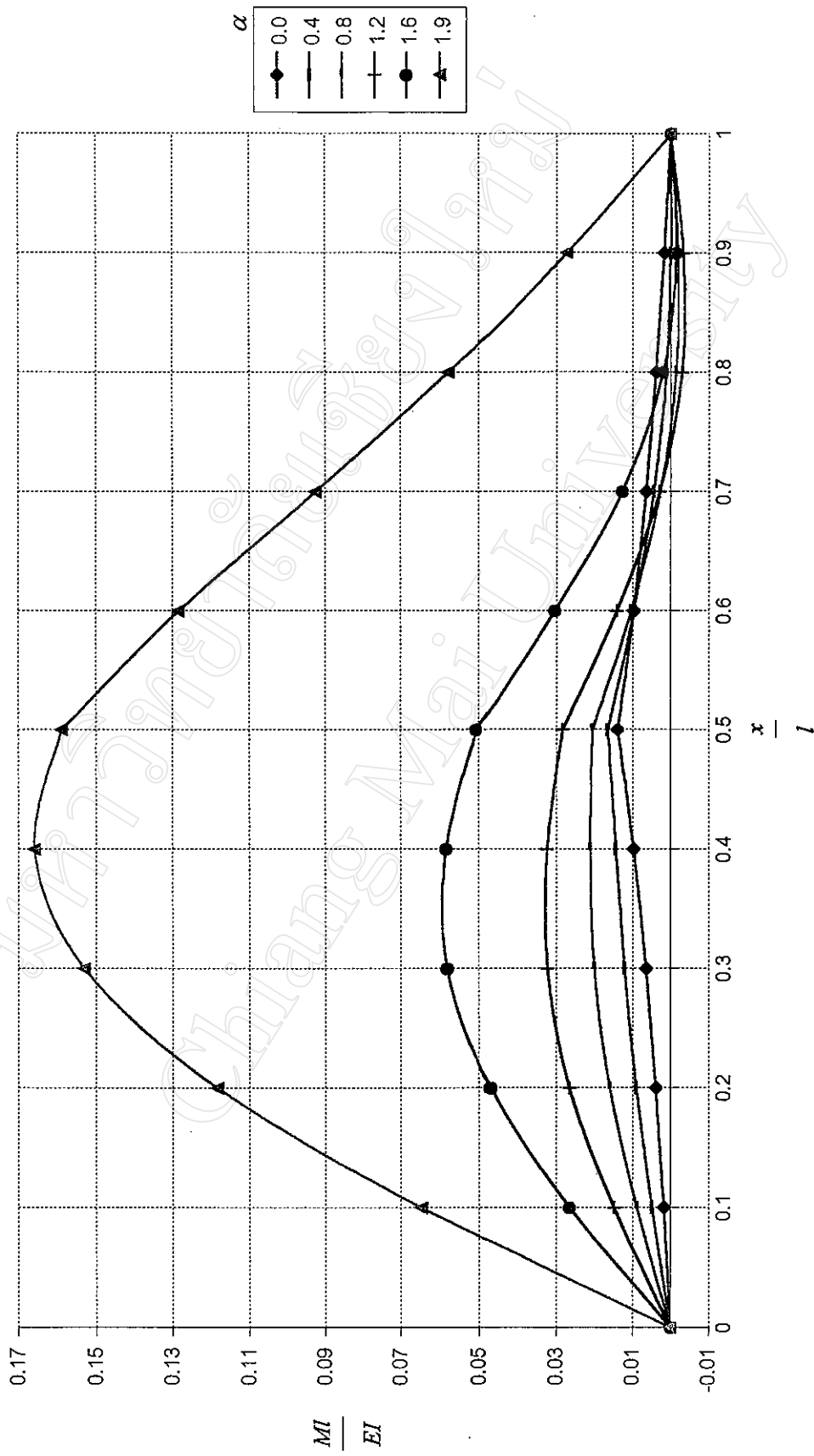
รูปที่ 4.25 (3) แรงเฉือนของคาน-เสาตั้งแสดงในรูปที่ 4.23 ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว



รูปที่ 4.26 (1) โมเมนต์ดัดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.23 ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



รูปที่ 4.26 (2) โมเมนต์ดัดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.23 ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



รูปที่ 4.26 (3) โมเมนต์ดัดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.23 ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว

4.5 การเปรียบเทียบแรงเฉือนและโมเมนต์คัตที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก กับ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตของคาน-เสาที่ไม่มีมีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

หัวข้อนี้จะพิจารณาคาน-เสาองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน และกำหนดให้มีความโค้งเริ่มแรก 4 รูปแบบดังได้กล่าวในหัวข้อ 4.1.4 นั่นคือกำหนดให้ความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) แล้วคำนวณอัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์คัตตามวิธีการที่แสดงในหัวข้อ 4.2 จากนั้นเปลี่ยนความโค้งเริ่มแรกไปเป็นรูปสมการ (4.2), สมการ (4.3) และสมการ (4.4) ตามลำดับแล้วทำการคำนวณอัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์คัตตามวิธีการที่แสดงในหัวข้อ 4.2 เช่นเดียวกัน ซึ่งผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.27 (1) ถึงรูปที่ 4.34 (4)

การเปรียบเทียบแรงเฉือน จะนำค่าแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ที่ตำแหน่ง $x = 0$ มาเปรียบเทียบกับ แรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากโมเมนต์คัต M_0 ที่ตำแหน่ง $x = 0$ ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.27 (1) ถึงรูปที่ 4.30 (4)

รูปที่ 4.27 (1) ถึงรูปที่ 4.27 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)

รูปที่ 4.28 (1) ถึงรูปที่ 4.28 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)

รูปที่ 4.29 (1) ถึงรูปที่ 4.29 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)

รูปที่ 4.30 (1) ถึงรูปที่ 4.30 (4) แสดงอัตราส่วนแรงเฉือน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)

เมื่อพิจารณารูปที่ 4.27 (1) ถึงรูปที่ 4.30 (4) พบว่า

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) หาก $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่าเพิ่มขึ้น อัตราส่วนแรงเฉือนจะมีค่าลดลง แต่เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.2), สมการ (4.3) หรือสมการ (4.4) อัตราส่วนแรงเฉือนจะมีค่าคงที่ ไม่ว่า $\frac{kl^4}{EI}$ จะมีค่าเท่าใดก็ตาม ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.3 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) เมื่อโมดูลัสของฐานรากยึดหยุ่น (k) มีค่าเพิ่มขึ้น แรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกที่เพิ่มขึ้น มีค่าน้อยกว่า แรงเฉือนที่เกิดจาก

โมเมนต์คัต M_0 ที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนแรงเฉือนมีค่าลดลง แต่หากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ $\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}, a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}, a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}, \dots \right)$ เมื่อโมดูลัสของฐานรากยึดหยุ่น (k) มีค่าเพิ่มขึ้น แรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกที่เพิ่มขึ้น มีค่าใกล้เคียงกับ แรงเฉือนที่เกิดจากโมเมนต์คัต M_0 ที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนแรงเฉือนมีค่าคงที่

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกมีรูปร่างเปลี่ยนจากรูปสมการ (4.1) ไปเป็นรูปสมการ (4.2), สมการ (4.3) และสมการ (4.4) ตามลำดับ (หรือกล่าวได้ว่า n มีค่าเพิ่มขึ้น) อัตราส่วนแรงเฉือนจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ ไม่ว่าคาน - เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นที่มีค่า $\frac{kl^4}{EI}$ เท่าใดก็ตาม ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.3 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ $\left(y_0 = a_5 \sin \frac{5\pi x}{l}, a_6 \sin \frac{6\pi x}{l}, a_7 \sin \frac{7\pi x}{l}, \dots \right)$ แรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกจะมีค่าน้อยมากจนสามารถละทิ้งได้ เมื่อเทียบกับแรงเฉือนที่เกิดจากโมเมนต์คัต M_0

การเปรียบเทียบโมเมนต์คัต จะนำค่าโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกที่ตำแหน่ง $x = \frac{l}{2n}$ มาเปรียบเทียบกับ โมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากโมเมนต์คัต M_0 ที่ตำแหน่ง $x = \frac{l}{2}$ ผลที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.31 (1) ถึงรูปที่ 4.34 (4)

รูปที่ 4.31 (1) ถึงรูปที่ 4.31 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์คัต เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)

รูปที่ 4.32 (1) ถึงรูปที่ 4.32 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์คัต เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)

รูปที่ 4.33 (1) ถึงรูปที่ 4.33 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์คัต เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)

รูปที่ 4.34 (1) ถึงรูปที่ 4.34 (4) แสดงอัตราส่วนโมเมนต์คัต เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)

เมื่อพิจารณารูปที่ 4.31 (1) ถึงรูปที่ 4.34 (4) พบว่า

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) หาก $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่ามากขึ้น อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่าลดลง แต่เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.2) , สมการ (4.3) หรือสมการ (4.4) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อ $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่าเพิ่มขึ้น ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.3 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) เมื่อโมดูลัสของฐานรากยึดหยุ่น (k) มีค่าเพิ่มขึ้น โมเมนต์ดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกเพิ่มขึ้น มีค่าน้อยกว่า โมเมนต์ดัดที่เกิดจากโมเมนต์ดัด M_0 ที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนโมเมนต์ดัดมีค่าลดลง แต่หากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ $\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} , a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} , a_4 \sin \frac{4\pi x}{l} , \dots \right)$ เมื่อโมดูลัสของฐานรากยึดหยุ่น (k) มีค่าเพิ่มขึ้น โมเมนต์ดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกเพิ่มขึ้น มีค่ามากกว่า โมเมนต์ดัดที่เกิดจากโมเมนต์ดัด M_0 ที่เพิ่มขึ้น จึงทำให้อัตราส่วนโมเมนต์ดัดมีค่าเพิ่มขึ้น

- เมื่อความโค้งเริ่มแรกมีรูปร่างเปลี่ยนจากรูปสมการ (4.1) ไปเป็นรูปสมการ (4.2) , สมการ (4.3) และสมการ (4.4) ตามลำดับ (หรือกล่าวได้ว่า n มีค่าเพิ่มขึ้น) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่าลดลงด้วยอัตราที่น้อยลงเรื่อยๆ จนกระทั่งอัตราส่วนโมเมนต์ดัดมีค่าคงที่ ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.3 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ

$\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} , a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} , a_4 \sin \frac{4\pi x}{l} , \dots \right)$ อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่าคงที่ ซึ่งจะเห็นได้ว่าในตารางที่ 4.3 อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะลดลงสู่ค่า 0.3 , 0.4 และ 0.6 เมื่อ $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่า 50 , 100 และ 200 ตามลำดับ

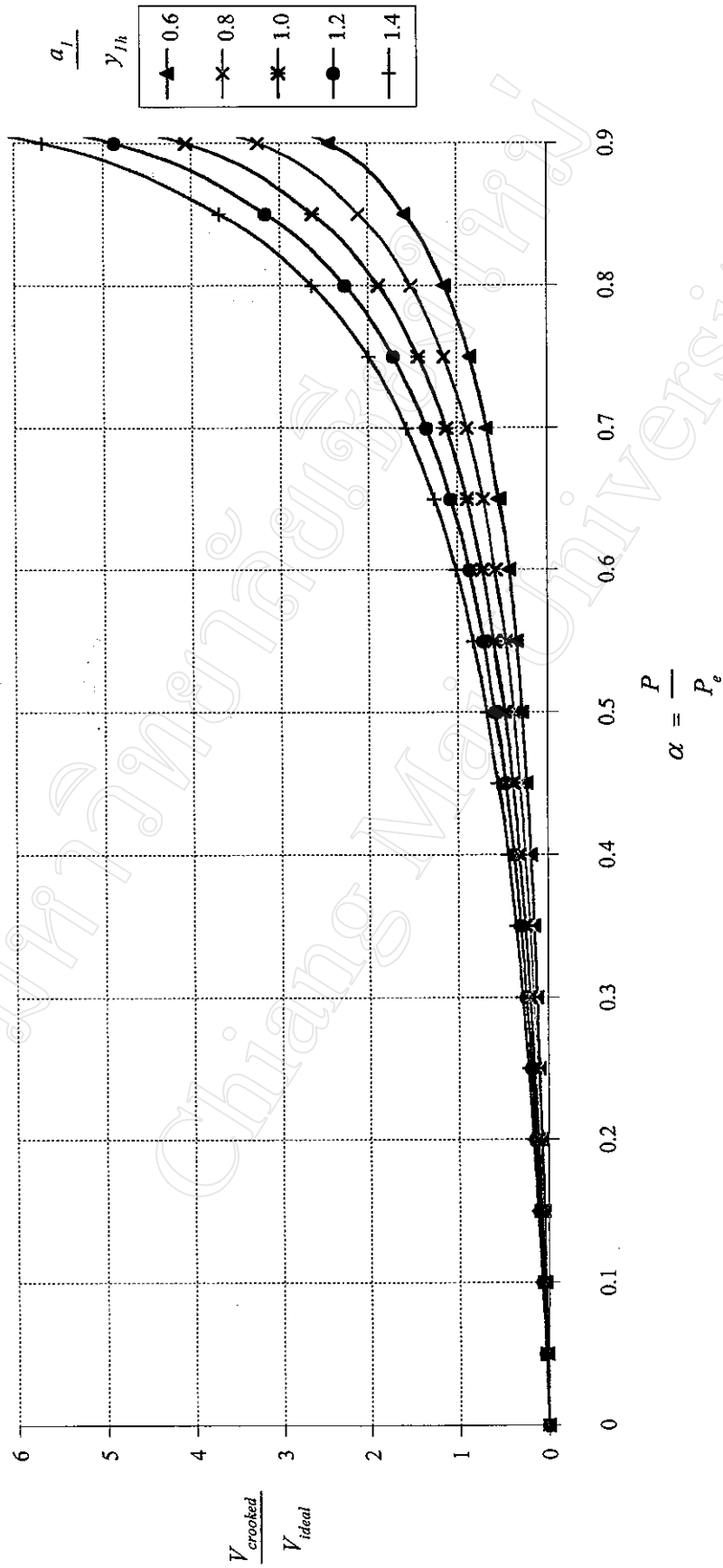
- เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) และ $\frac{kl^4}{EI}$ มีค่ามากกว่า 50 อัตราส่วนโมเมนต์ดัดจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ จนมีค่าน้อยกว่าเมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.2) , สมการ (4.3) หรือสมการ (4.4) ที่มีค่า $\frac{kl^4}{EI}$ เท่ากัน ตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 4.3 ซึ่งแสดงให้เห็นว่า

อัตราส่วนโมเมนต์ดัดมากที่สุดมิได้เกิดเมื่อ $y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}$ เท่านั้น อาจเกิดเมื่อ

$$y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l} , a_3 \sin \frac{3\pi x}{l} , a_4 \sin \frac{4\pi x}{l} , \dots \text{ ก็เป็นไปได้}$$

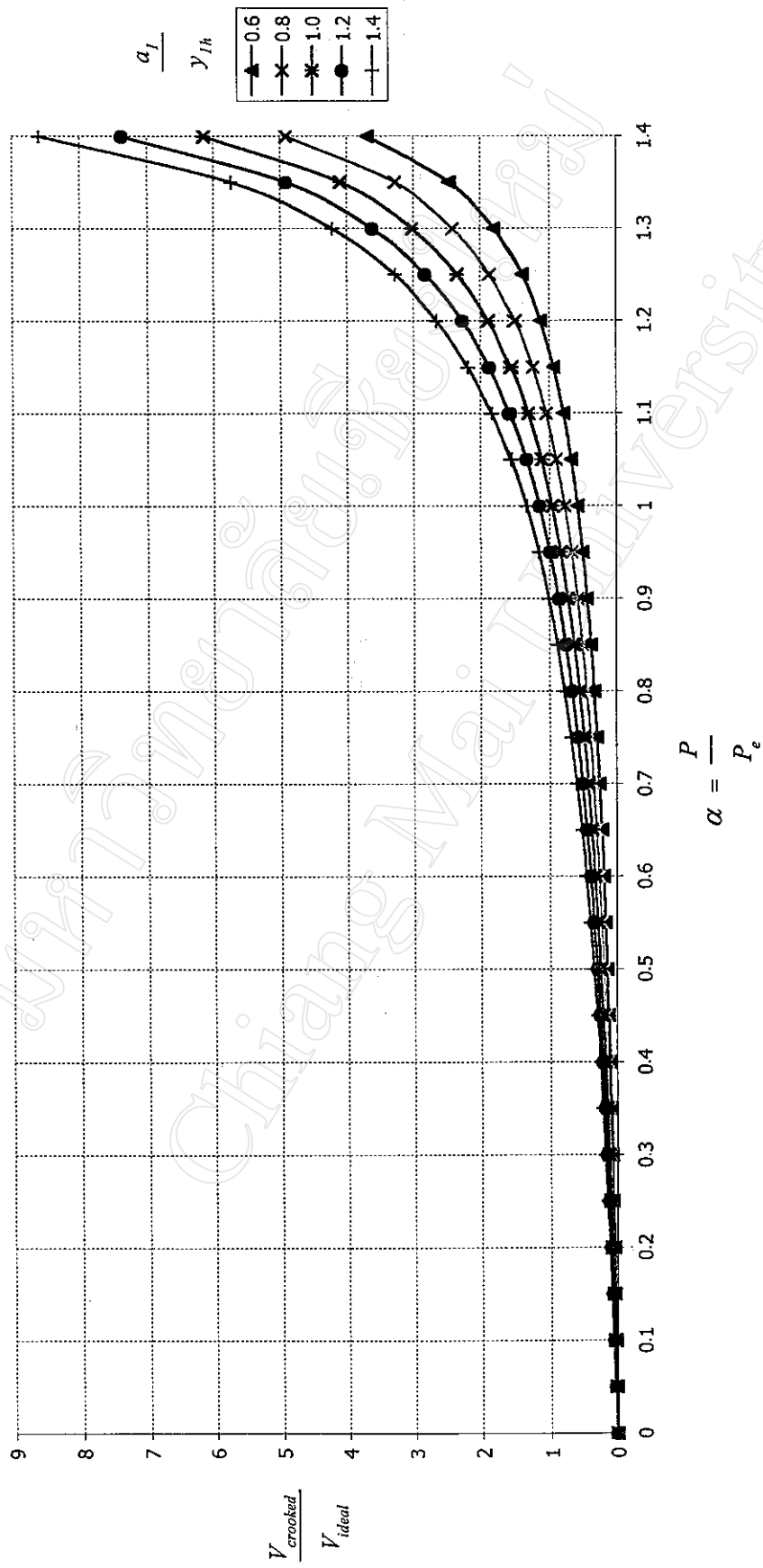
ตารางที่ 4.3 อัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์ตัด กรณีคาน-เสารับโมเมนต์ตัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ $\alpha = 0.5$ และ $\frac{a_n}{y_{th}} = 1$

	$\frac{kl^4}{EI} = 1$		$\frac{kl^4}{EI} = 50$		$\frac{kl^4}{EI} = 100$		$\frac{kl^4}{EI} = 200$	
	V_{ratio}	M_{ratio}	V_{ratio}	M_{ratio}	V_{ratio}	M_{ratio}	V_{ratio}	M_{ratio}
$y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}$	0.48	0.55	0.24	0.32	0.16	0.26	0.10	0.25
$y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}$	0.04	0.32	0.03	0.36	0.03	0.42	0.03	0.63
$y_0 = a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}$	0.01	0.30	0.01	0.34	0.01	0.41	0.01	0.66
$y_0 = a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}$	0.00	0.29	0.00	0.33	0.00	0.40	0.00	0.65



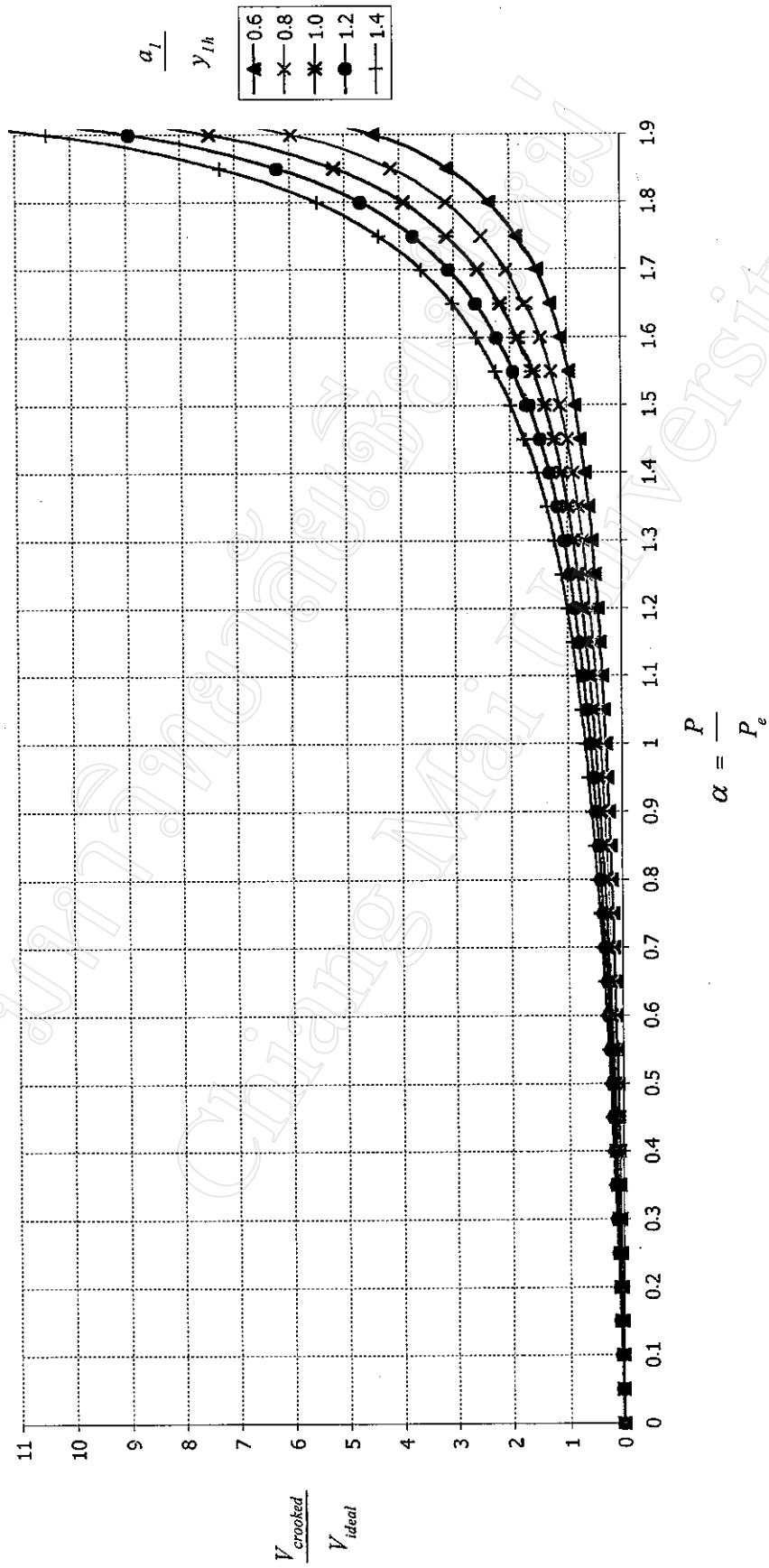
รูปที่ 4.27 (1) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



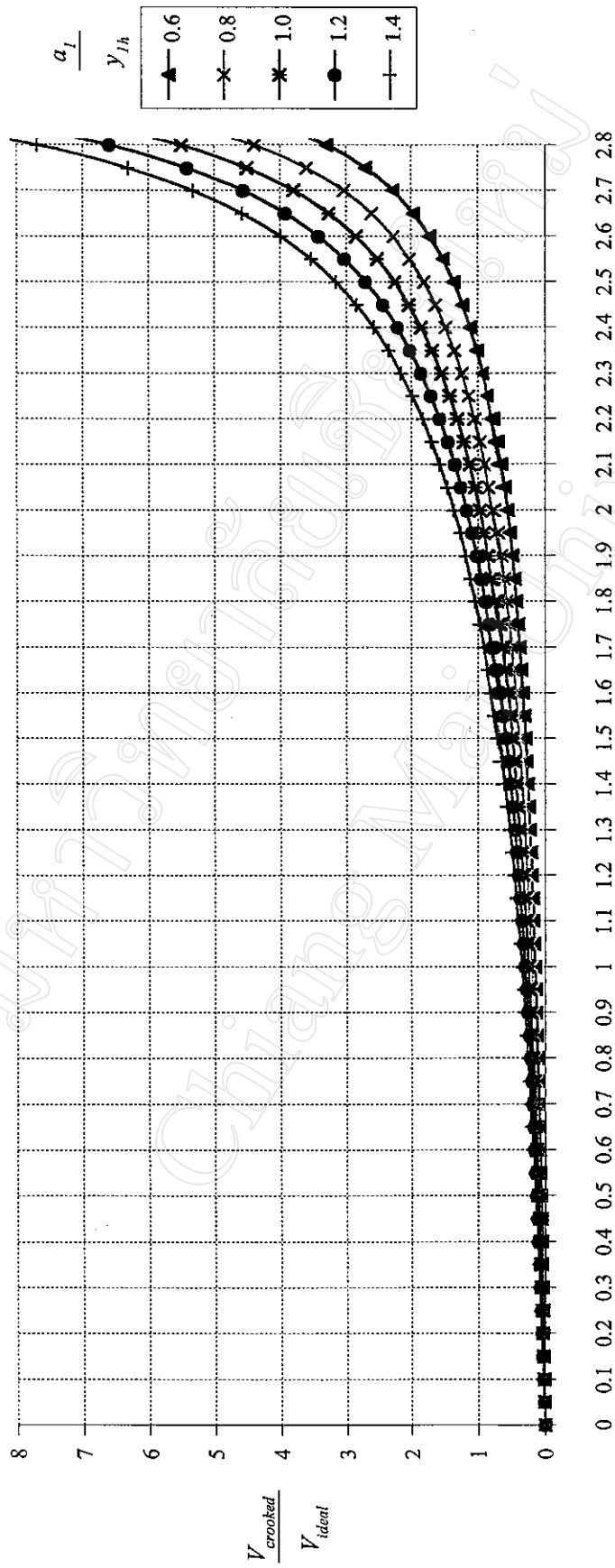
รูปที่ 4.27 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า } \frac{kl'}{EI} = 50$$



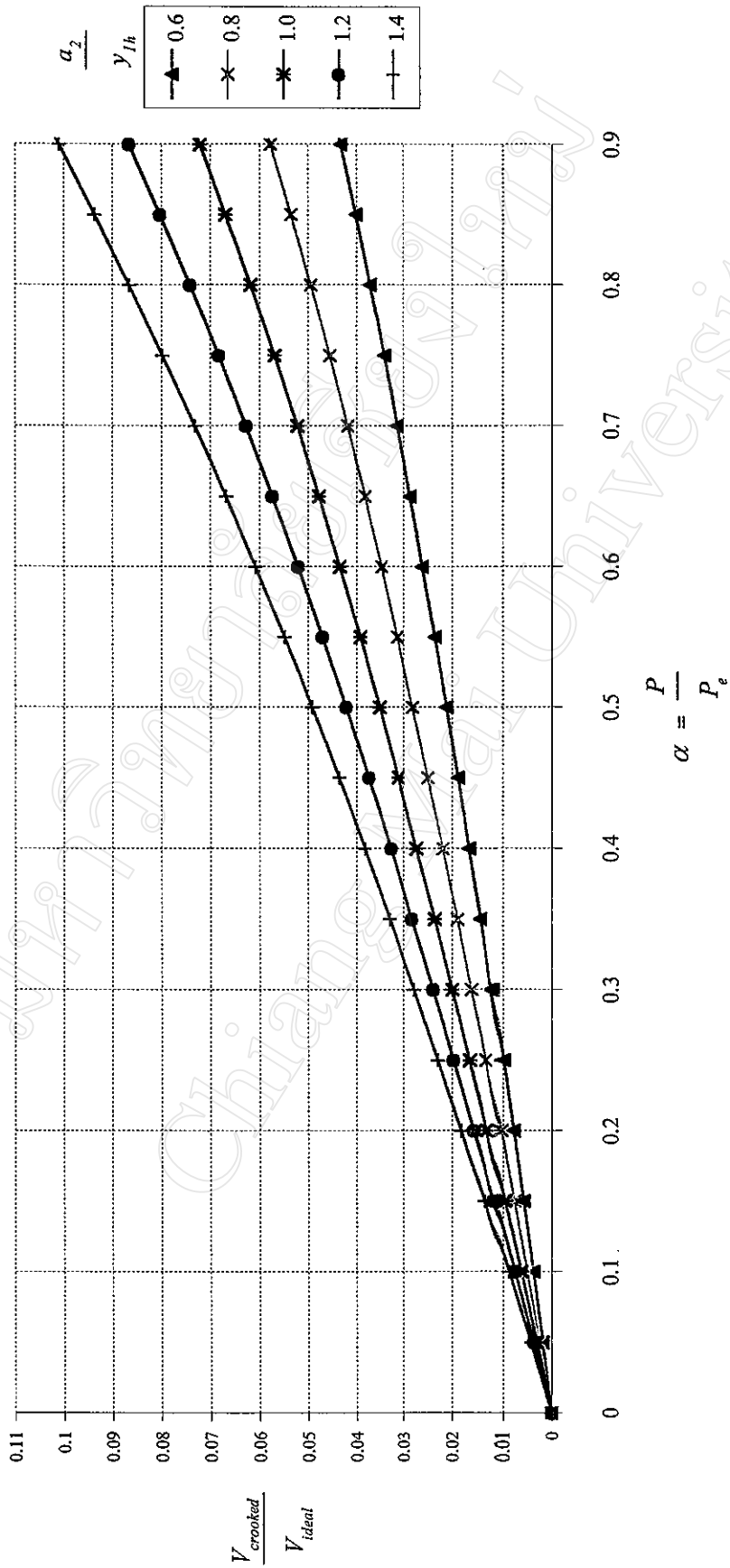
รูปที่ 4.27 (3) อัตราส่วนแรงเค้นสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเค้นสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = 100$$



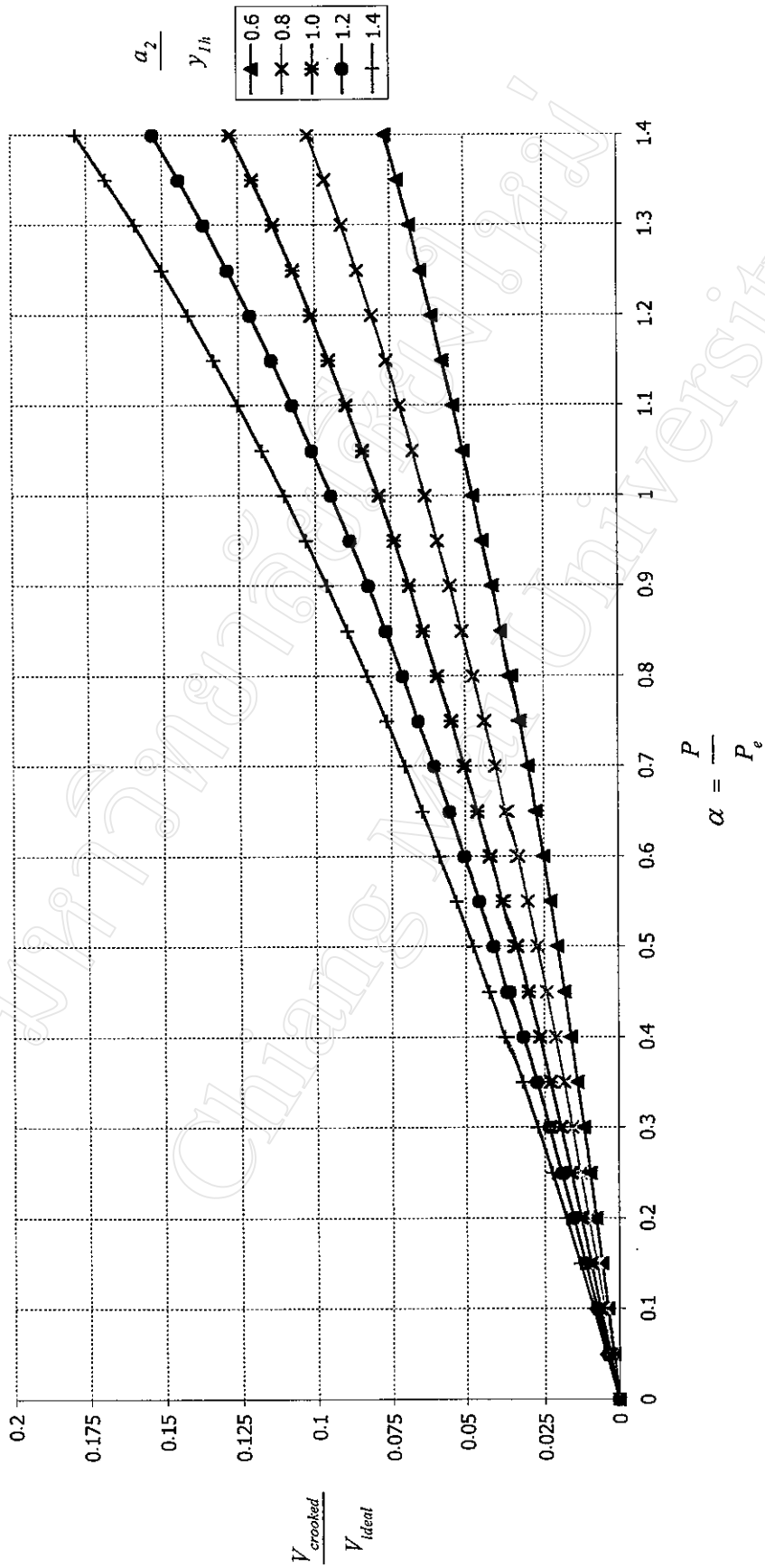
รูปที่ 4.27 (4) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



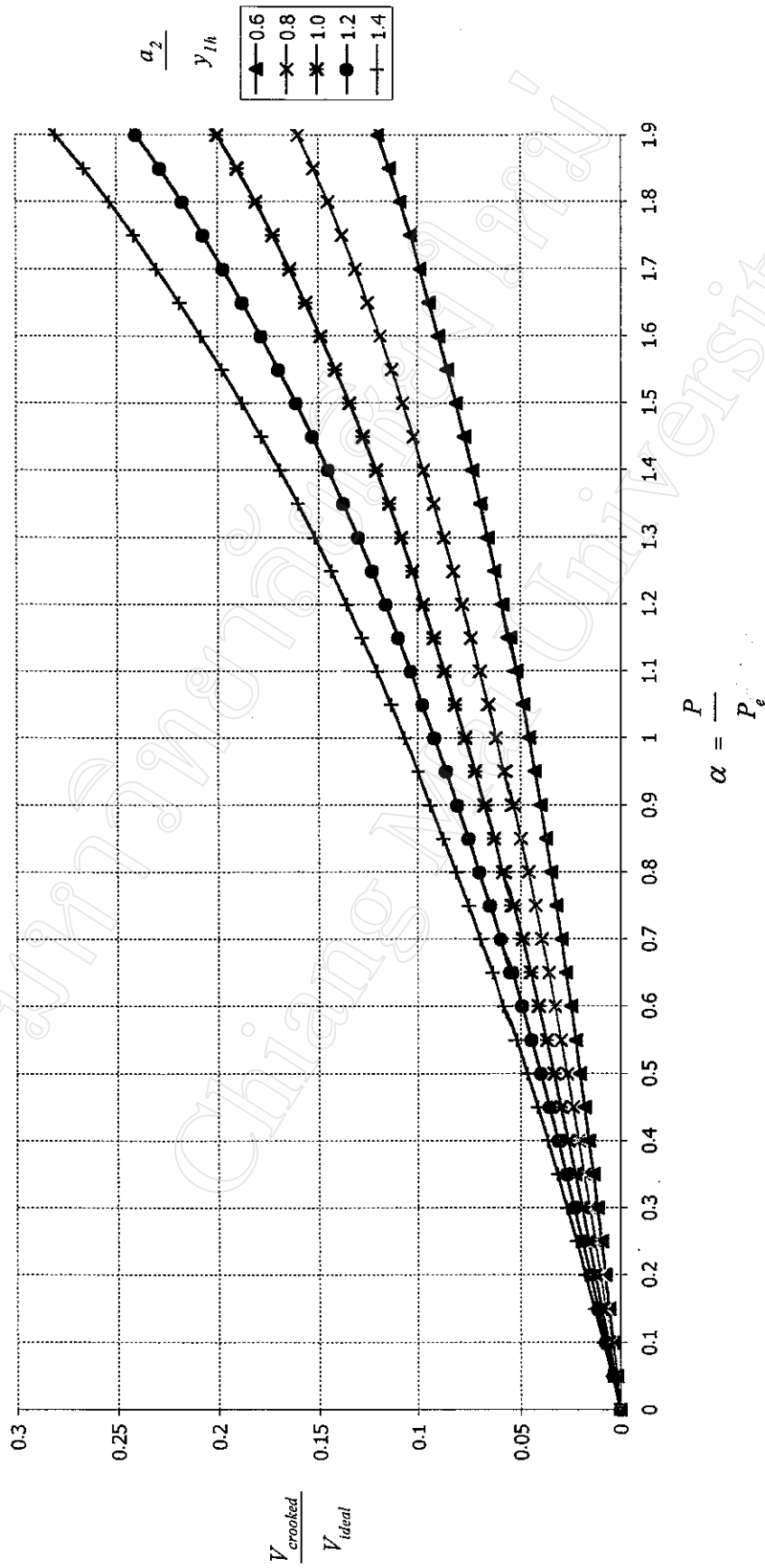
รูปที่ 4.28 (1) อัตราส่วนแรงเค้นสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเค้นสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = I$$



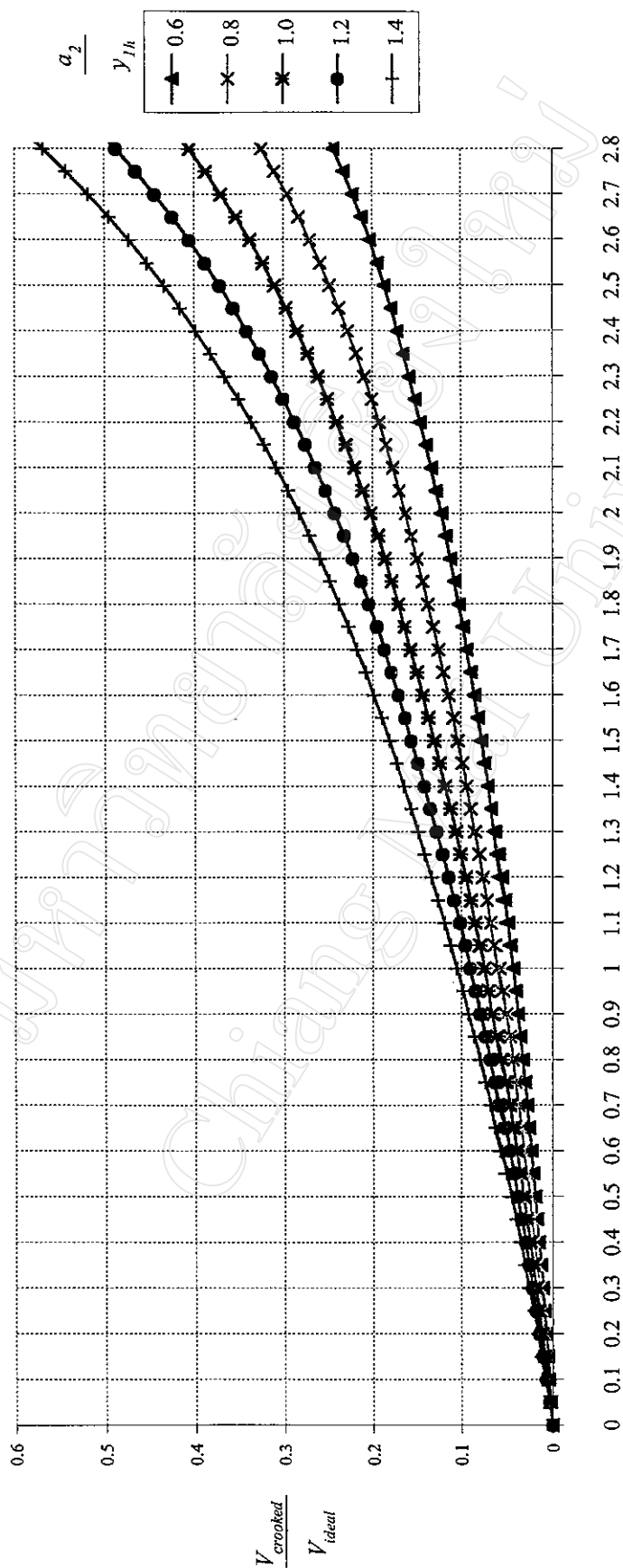
รูปที่ 4.28 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = 50$$



รูปที่ 4.28 (3) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

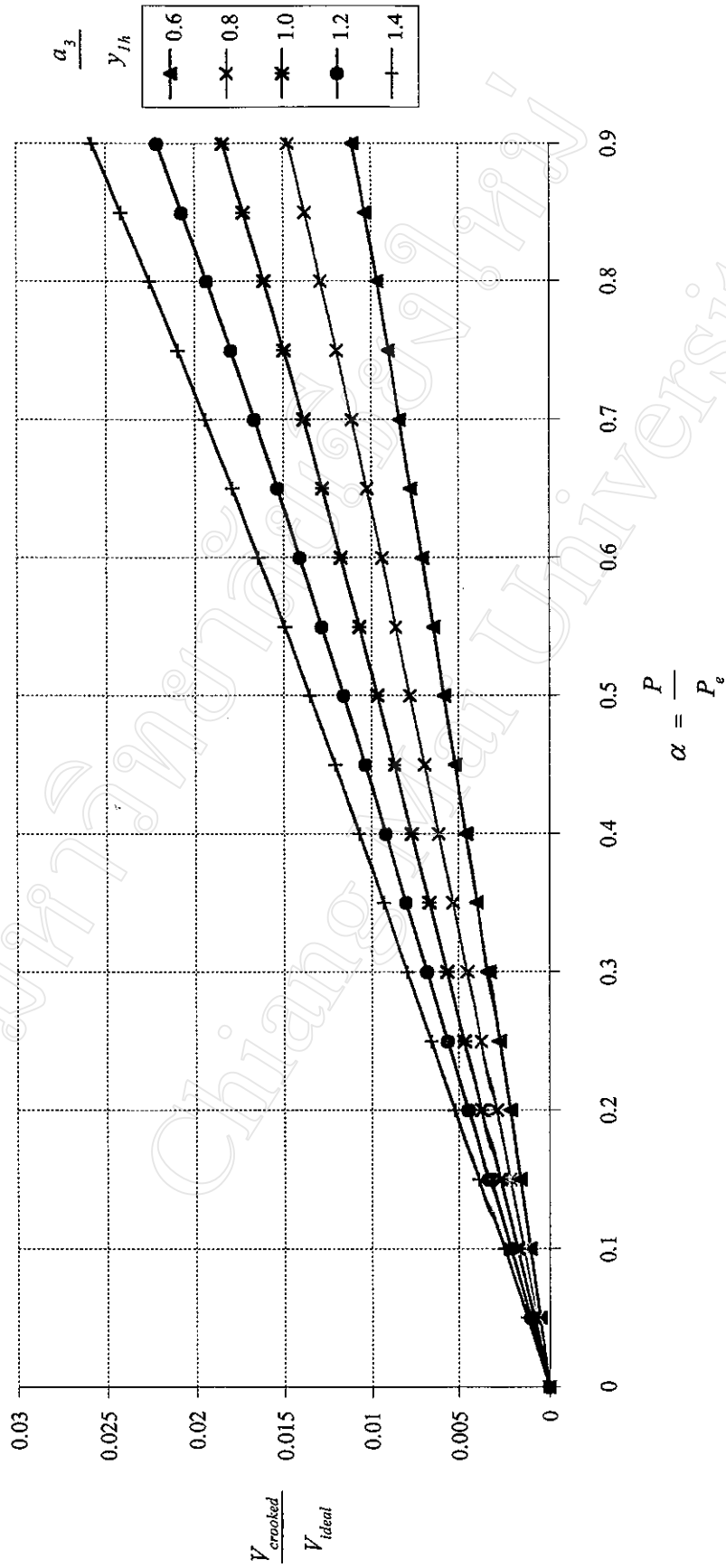
$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า } \frac{kl'}{EI} = 100$$



$$\alpha = \frac{P}{P_e}$$

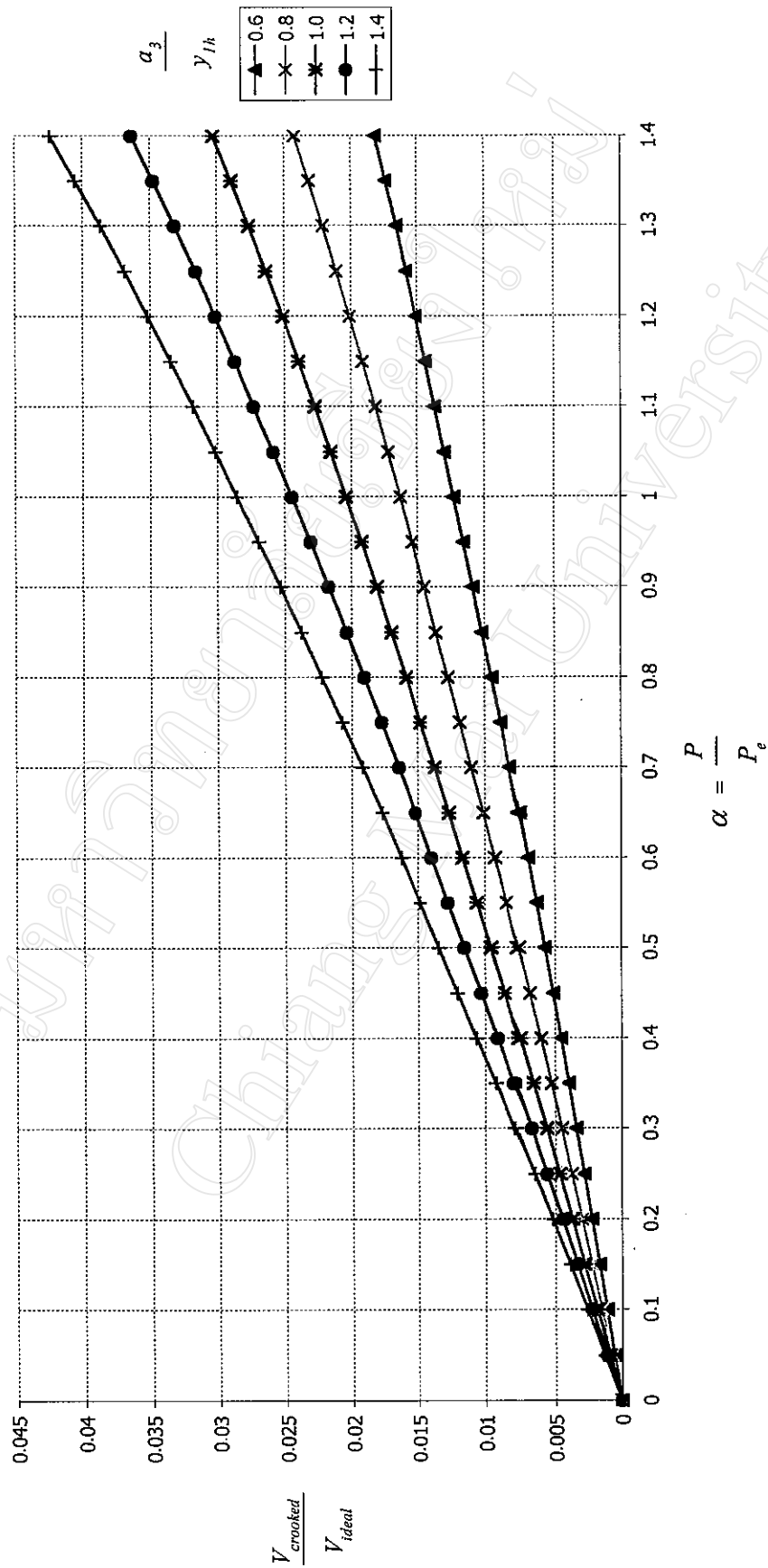
รูปที่ 4.28 (4) อัตราส่วนแรงเค้นสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเค้นสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



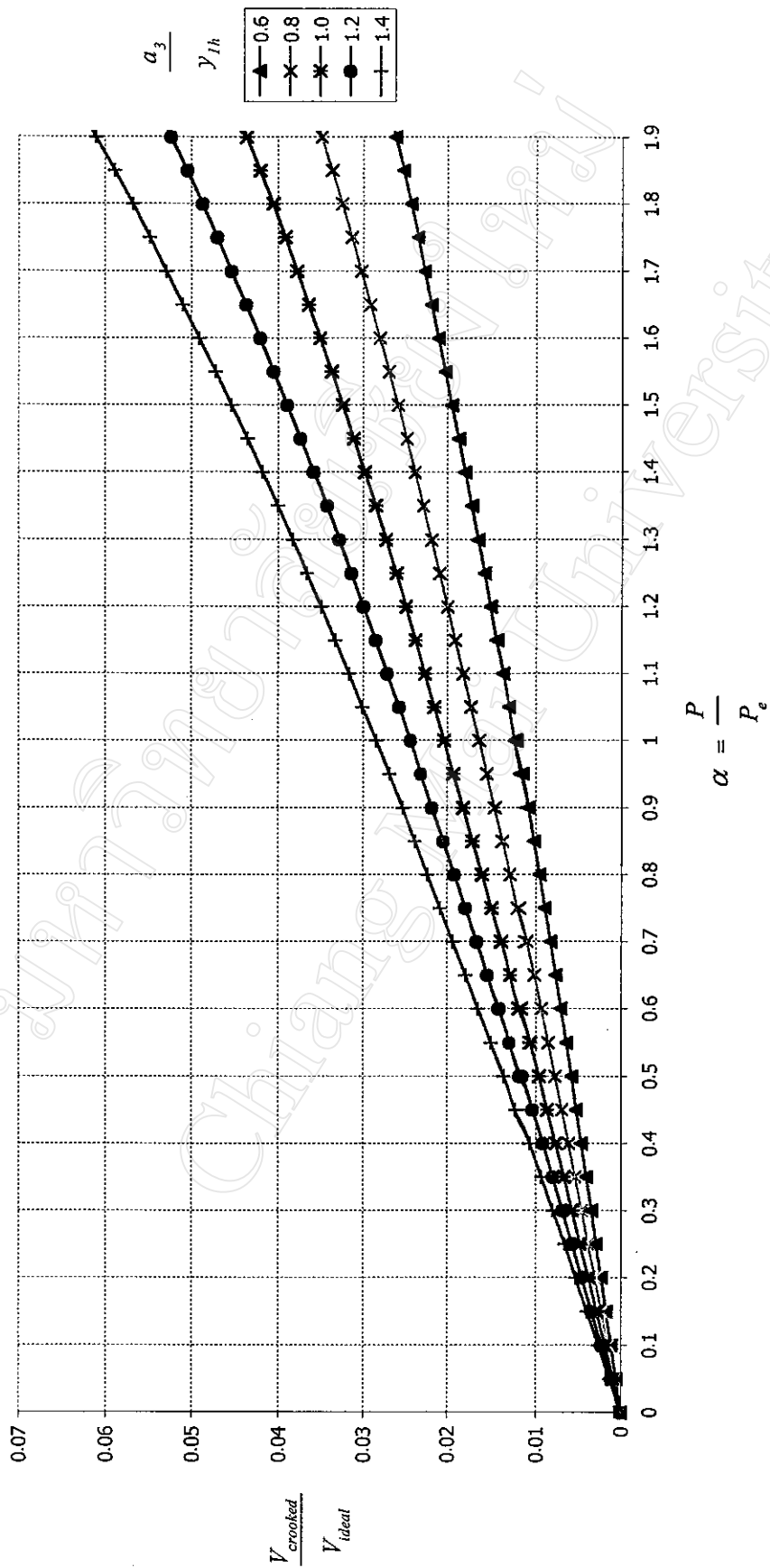
รูปที่ 4.29 (1) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = 1$$



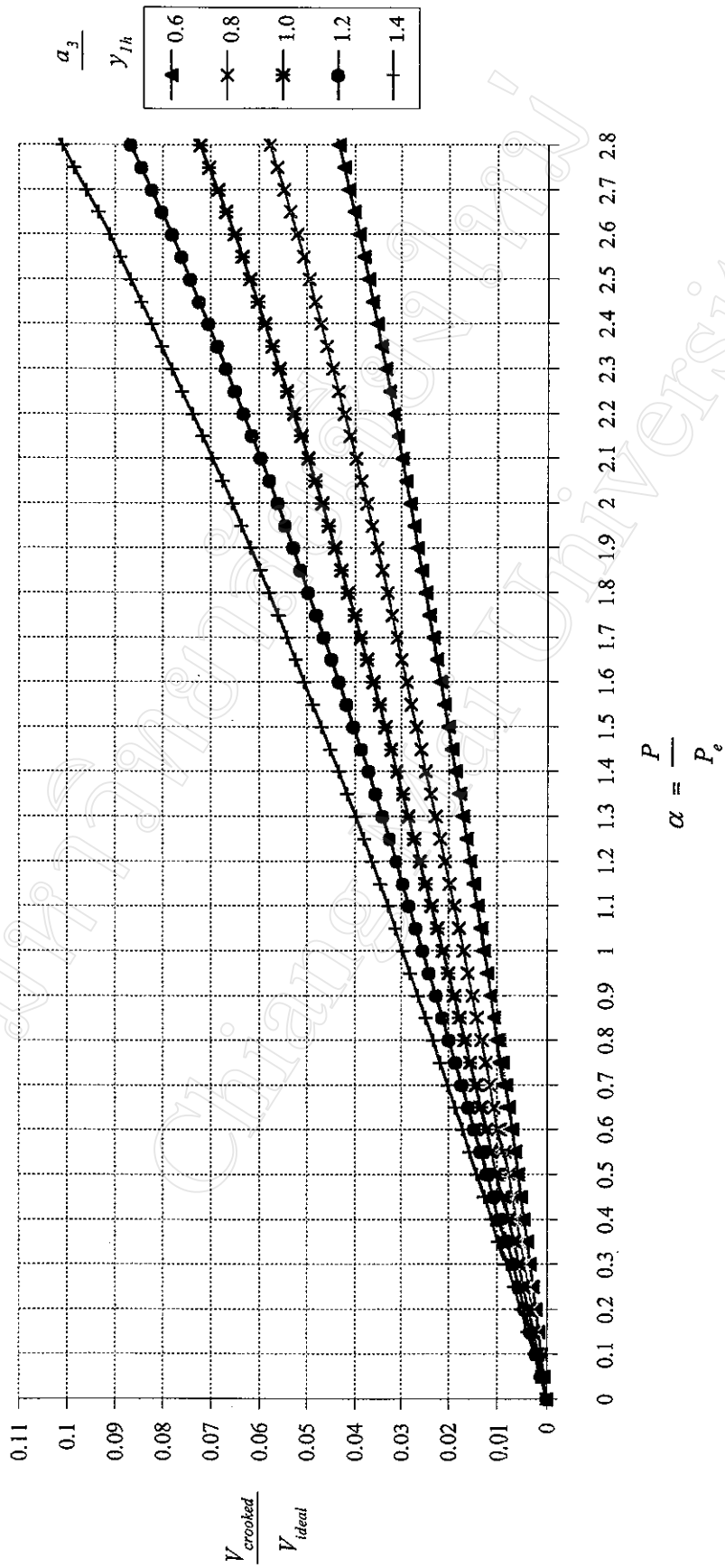
รูปที่ 4.29 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ค่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = 50$$



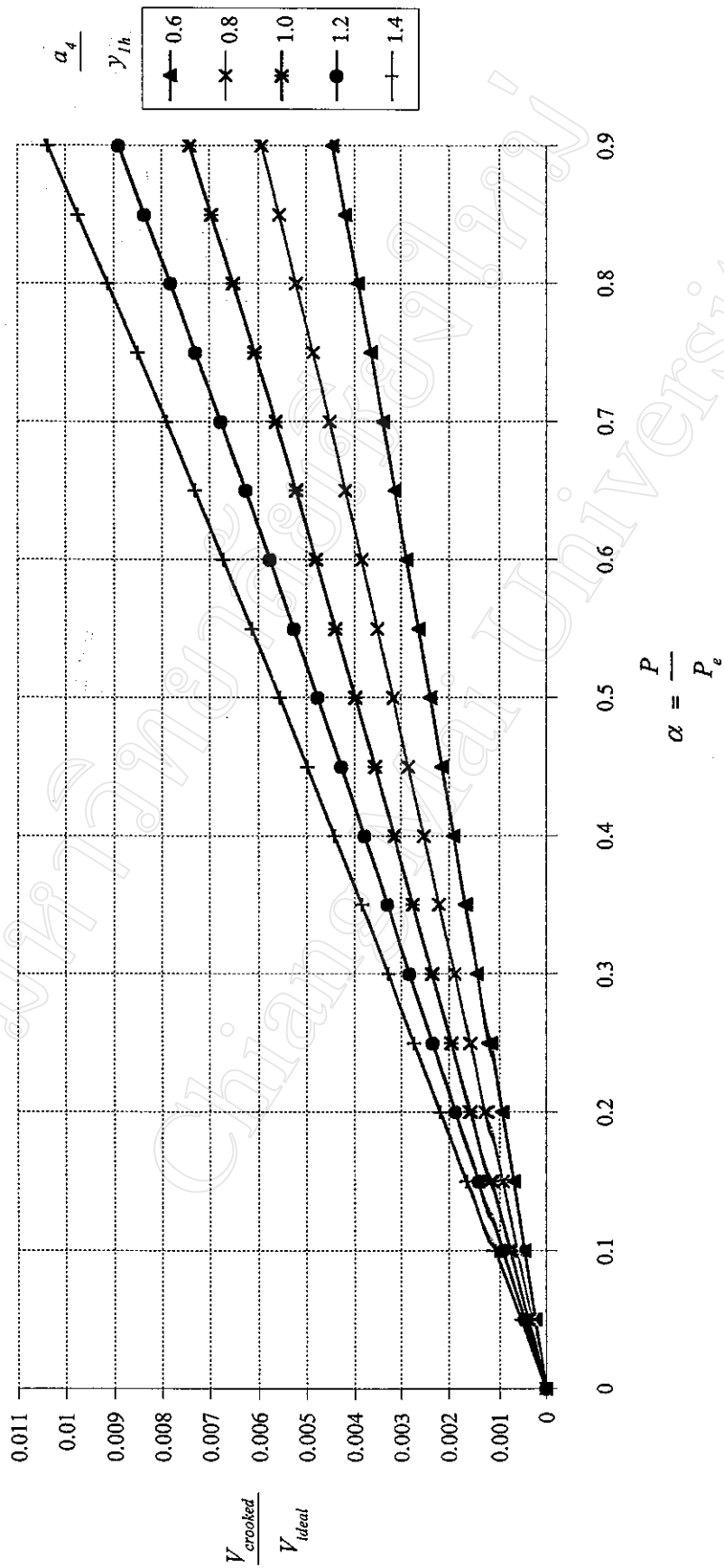
รูปที่ 4.29 (3) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



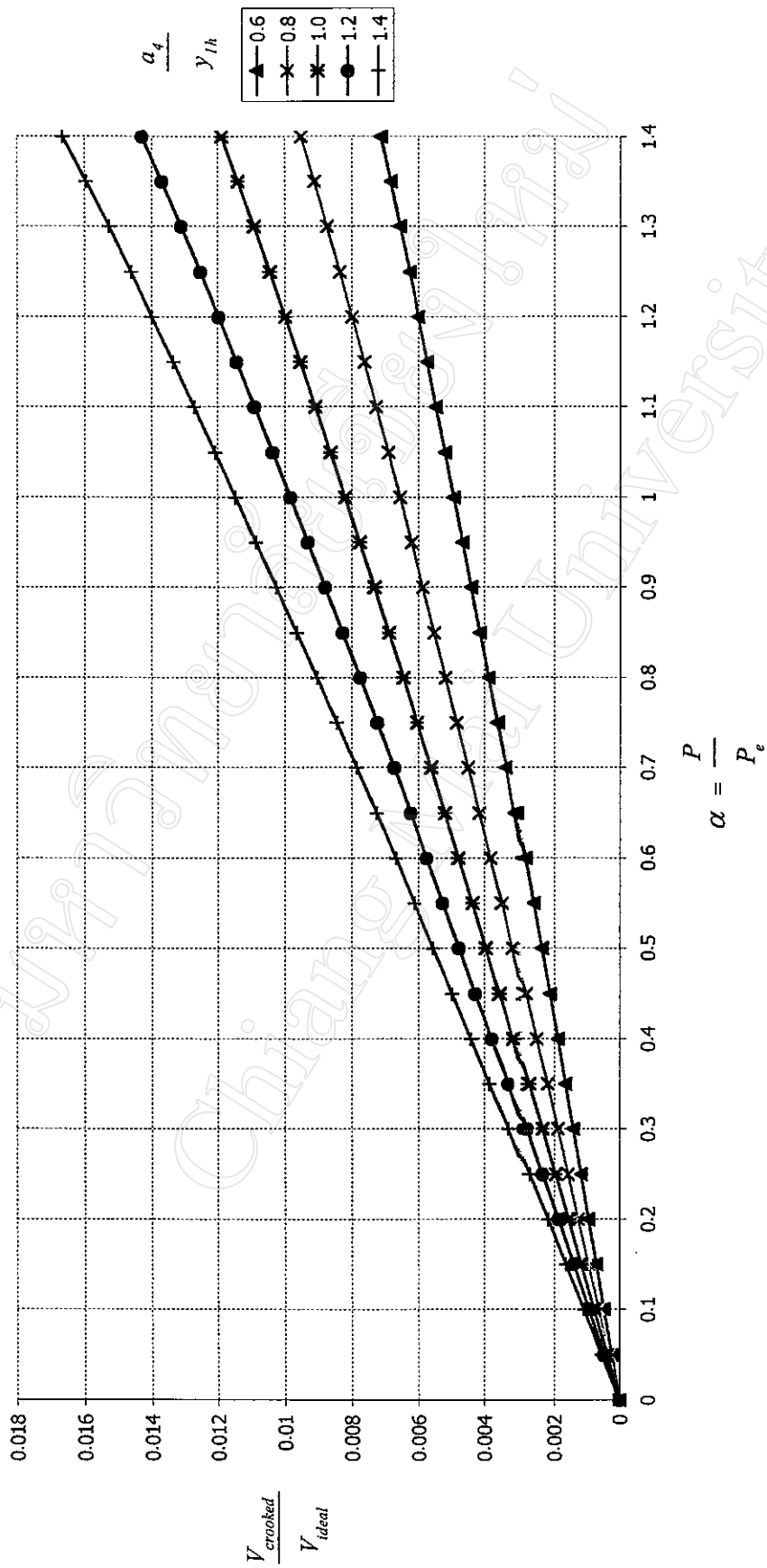
รูปที่ 4.29 (4) อัตราส่วนแรงเหวี่ยงสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเหวี่ยงสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ตัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = 200$$



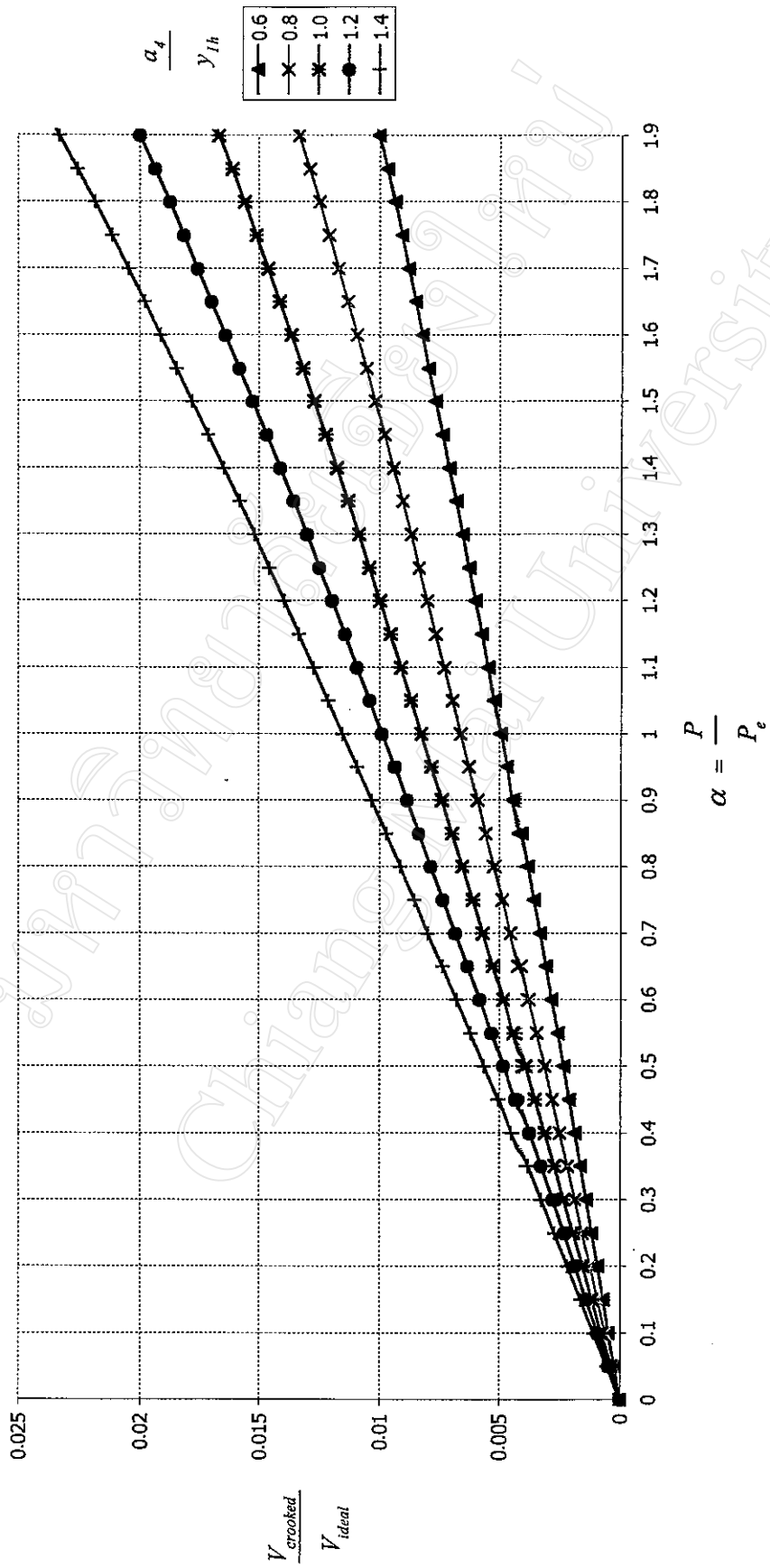
รูปที่ 4.30 (1) อัตราส่วนแรงเค้นสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเค้นสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = I$$



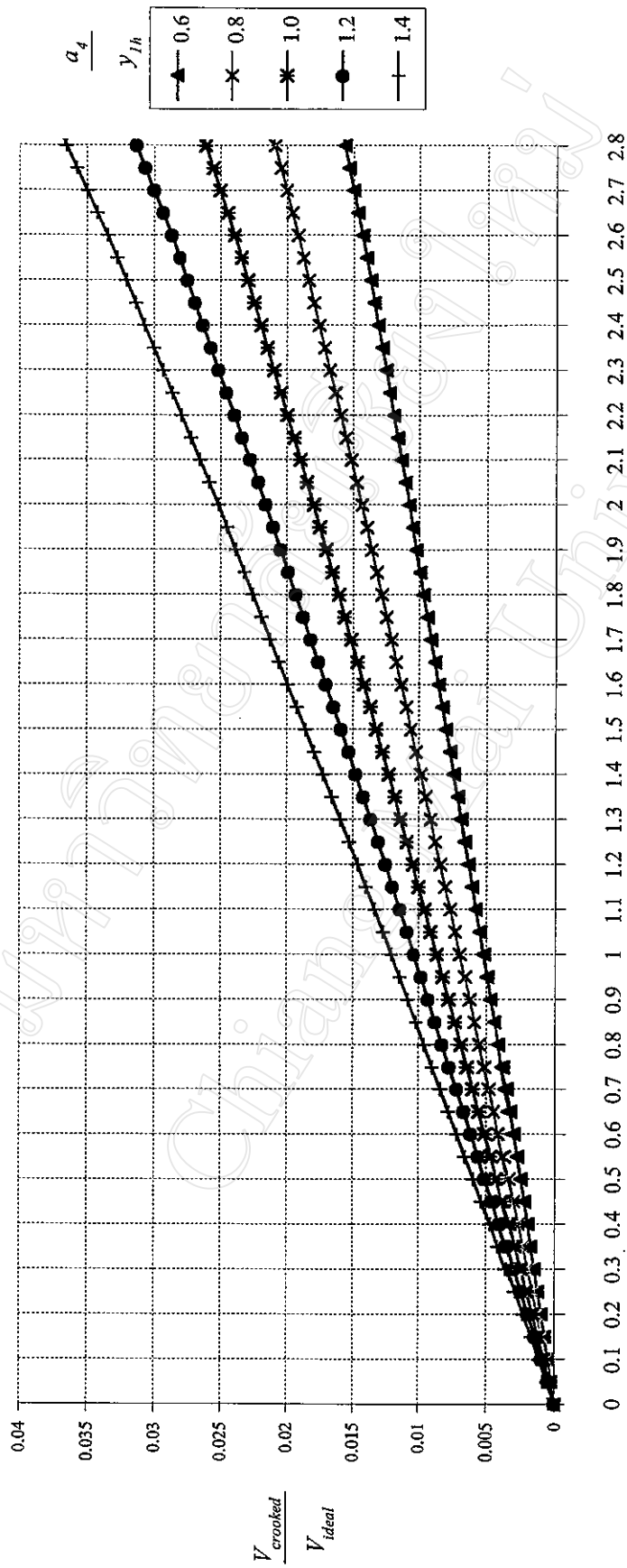
รูปที่ 4.30 (2) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ตัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = 50$$



รูปที่ 4.30 (3) อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ตัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

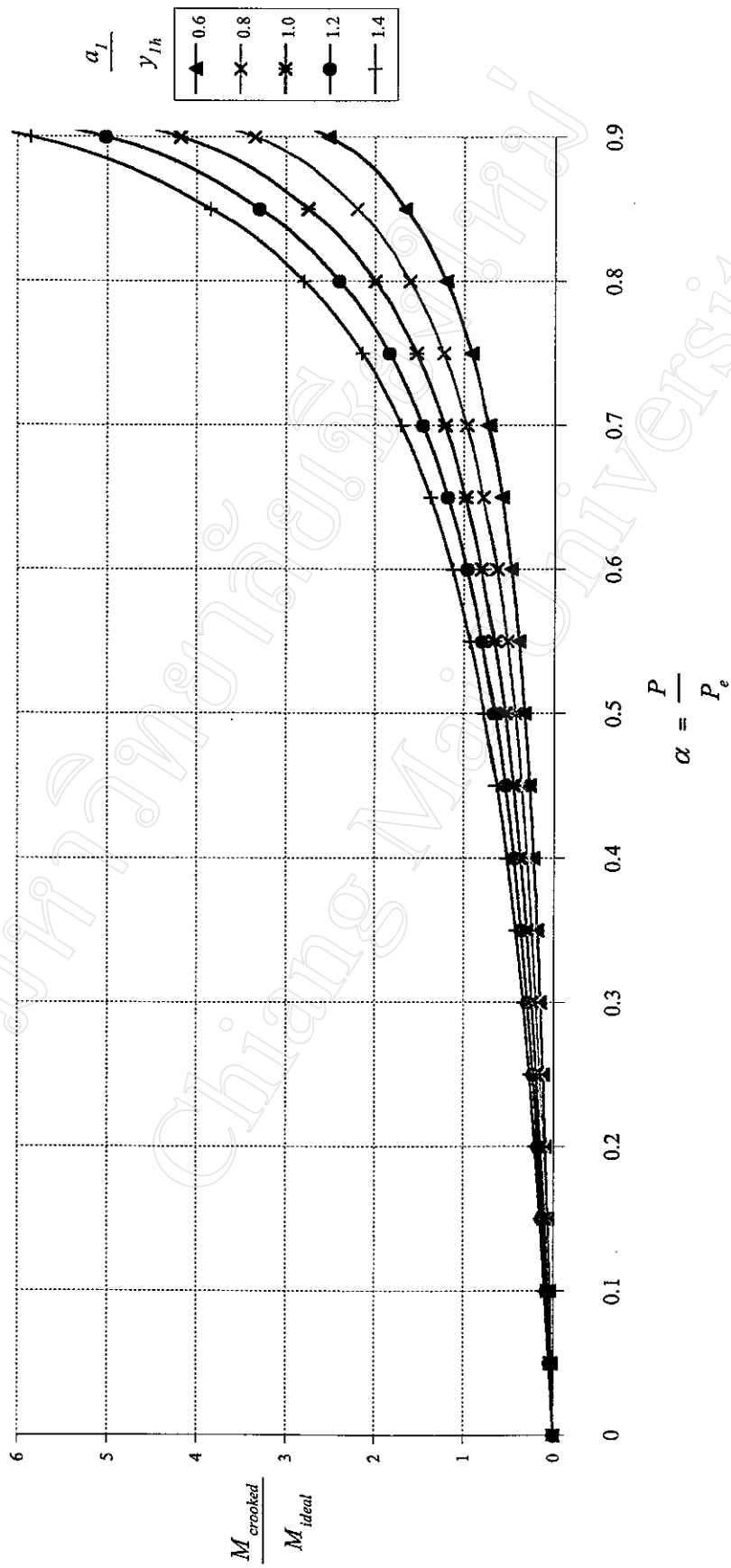
$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = 100$$



รูปที่ 4.30 (4) อัตราส่วนแรงเค้นสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเค้นสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ

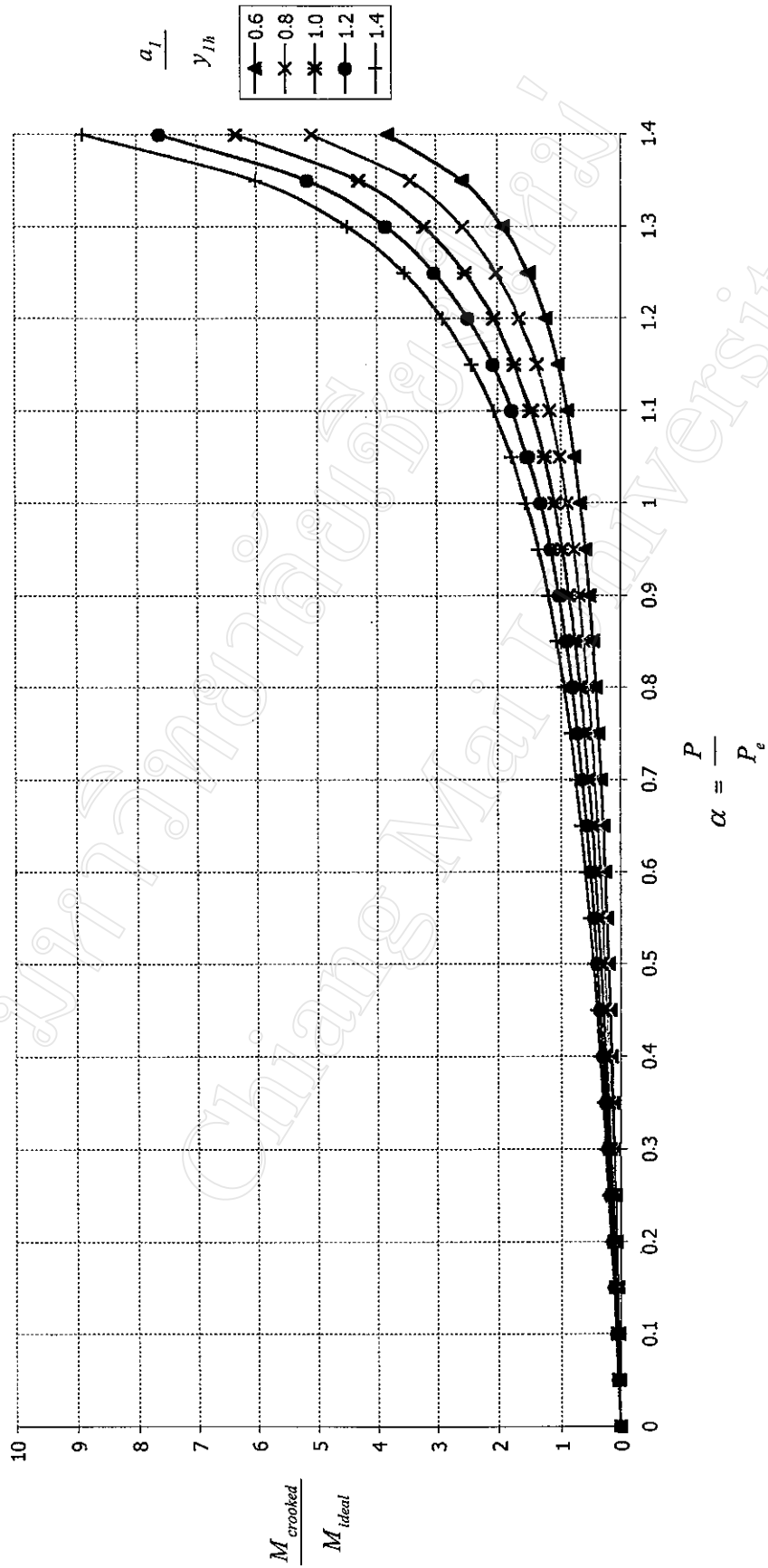
$$\text{ความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า } \frac{kl^4}{EI} = 200$$

$$\alpha = \frac{P}{P_e}$$



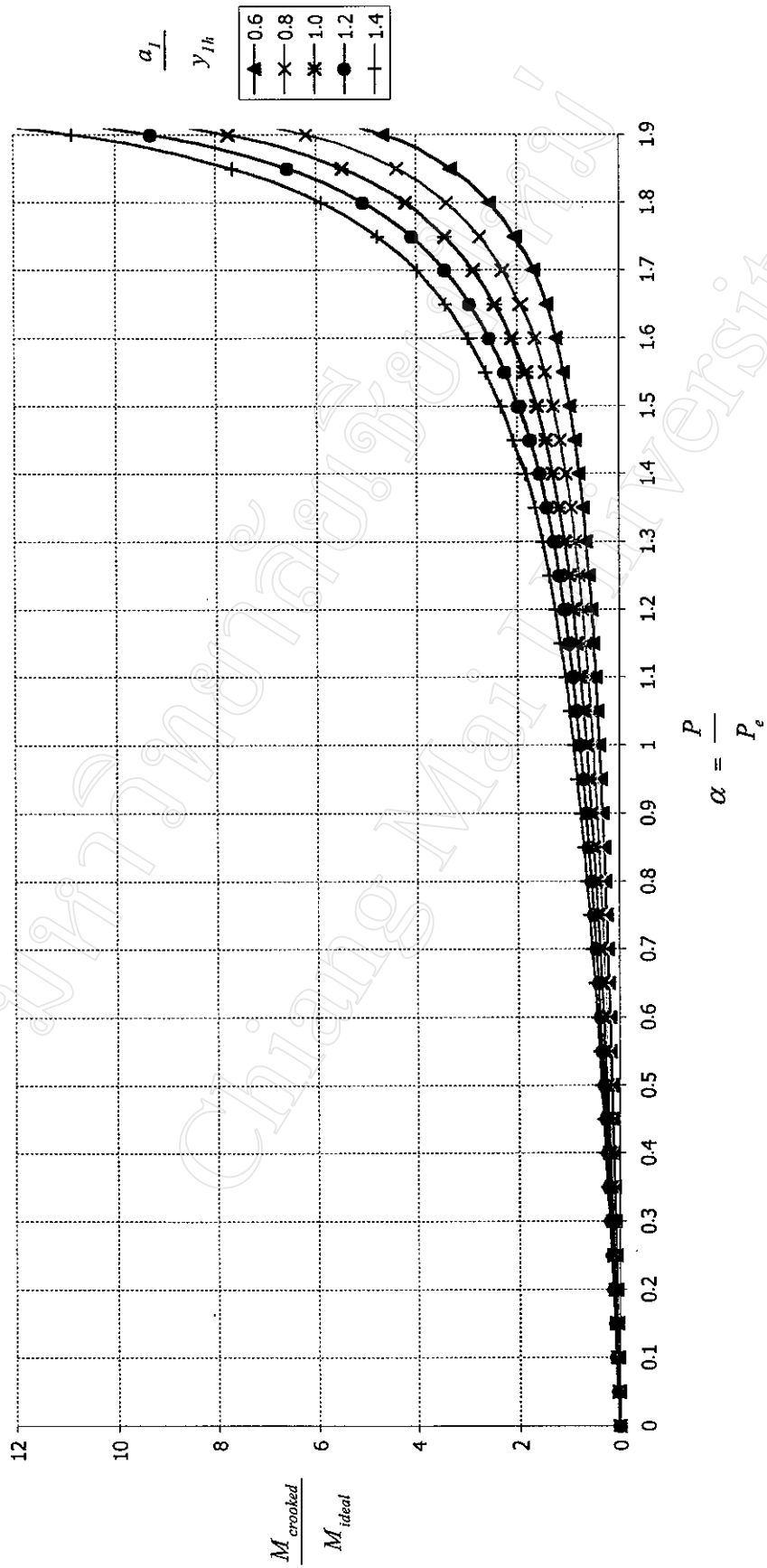
รูปที่ 4.31 (1) อัตราส่วนโมเมนต์คดงอสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดงอสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



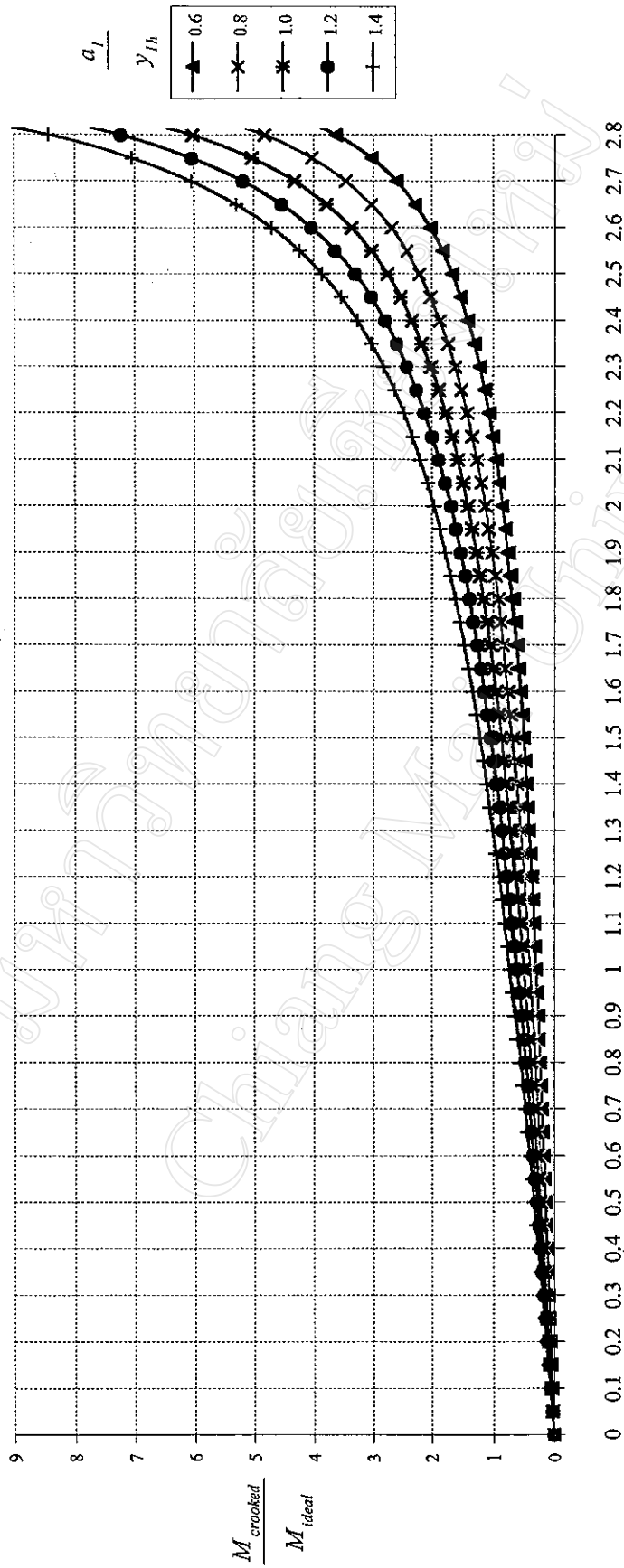
รูปที่ 4.31 (2) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



รูปที่ 4.31 (3) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

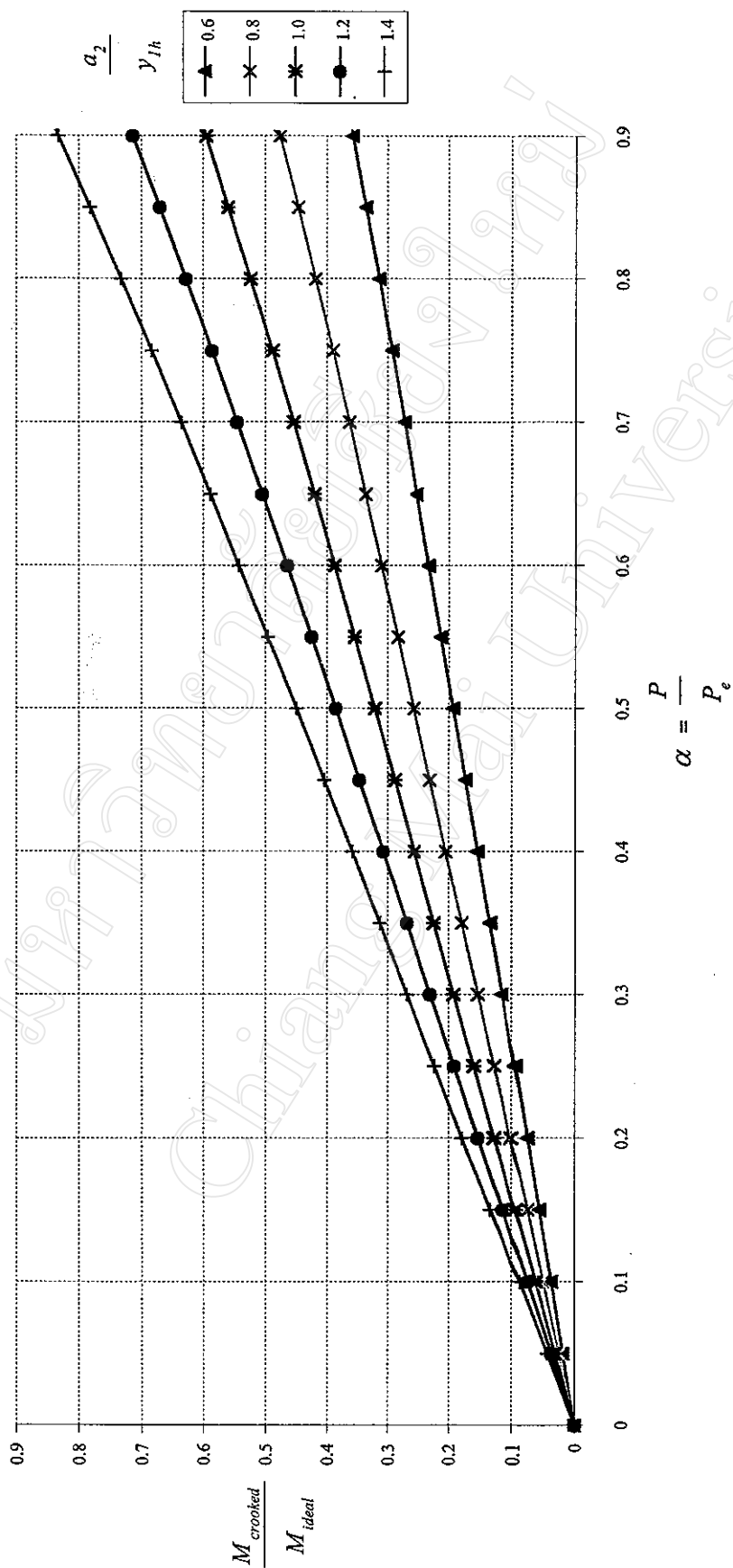
เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



รูปที่ 4.31 (4) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

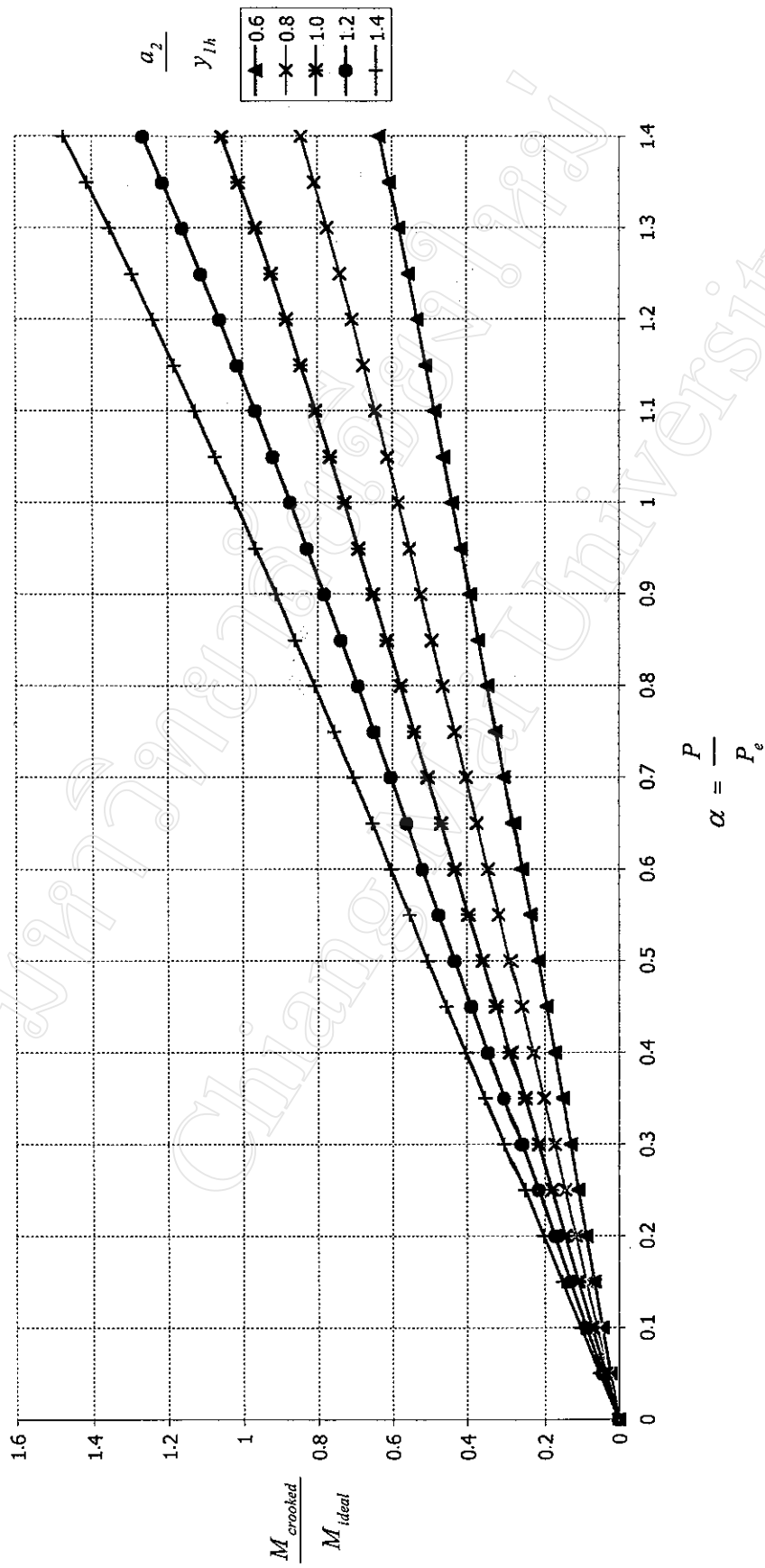
เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.1 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$

$$\alpha = \frac{P}{P_e}$$



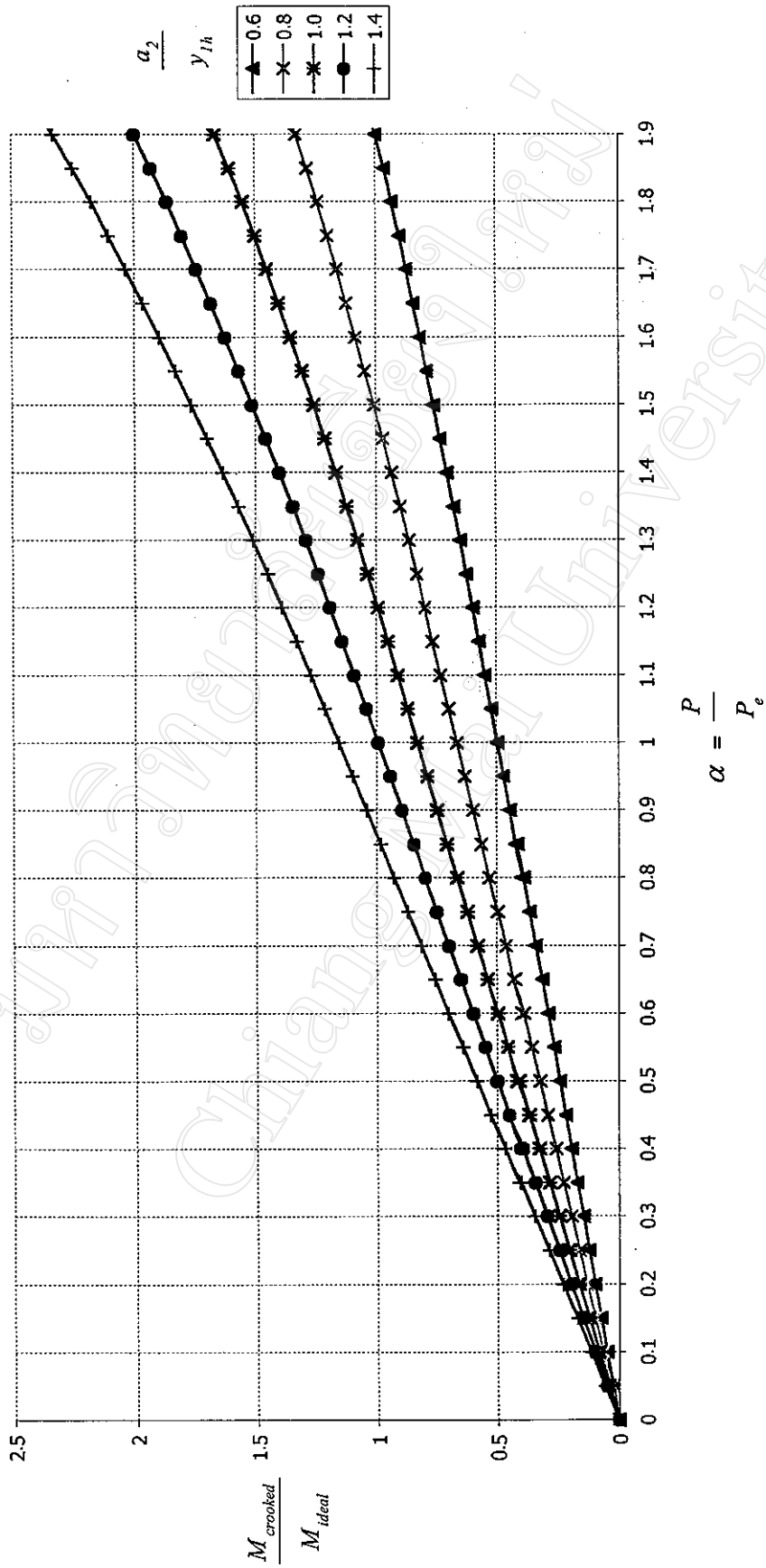
รูปที่ 4.32 (1) อัตราส่วนโมเมนต์สูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์สูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



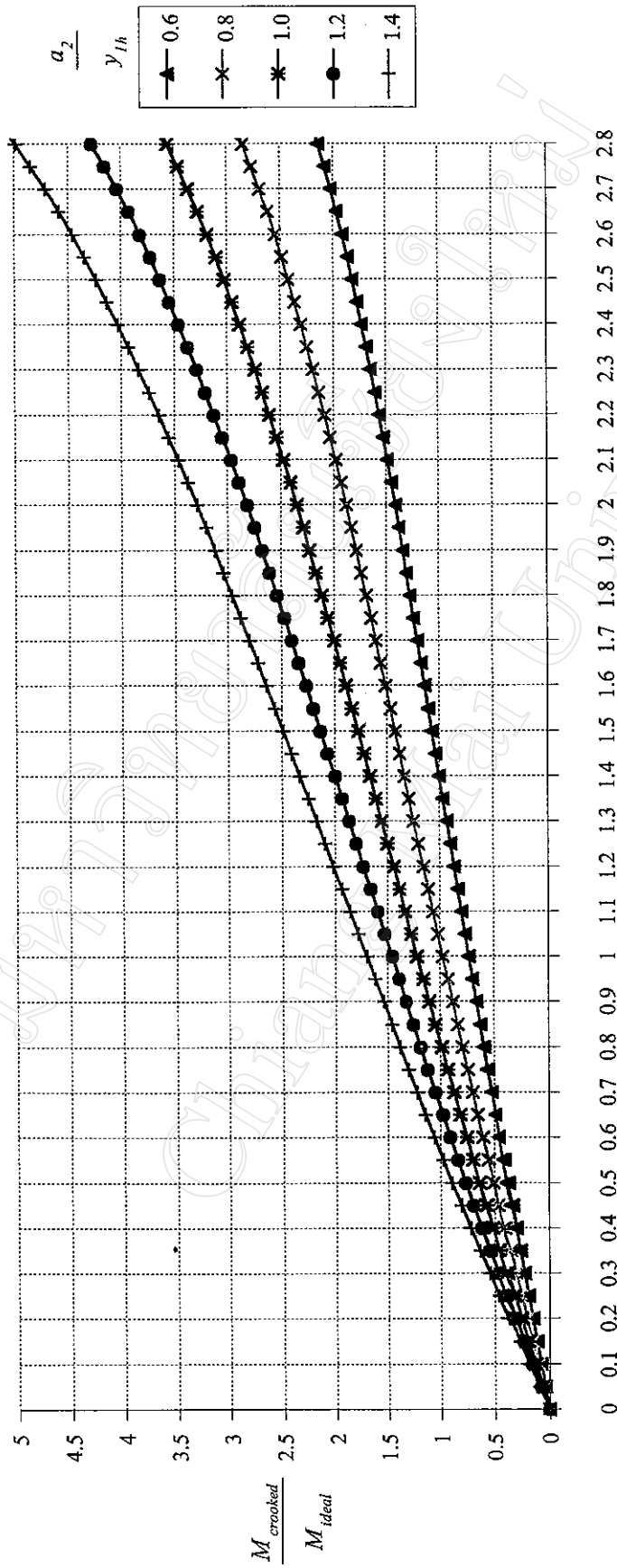
รูปที่ 4.32 (2) อัตราส่วนโมเมนต์คดงอส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดงอสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



รูปที่ 4.32 (3) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

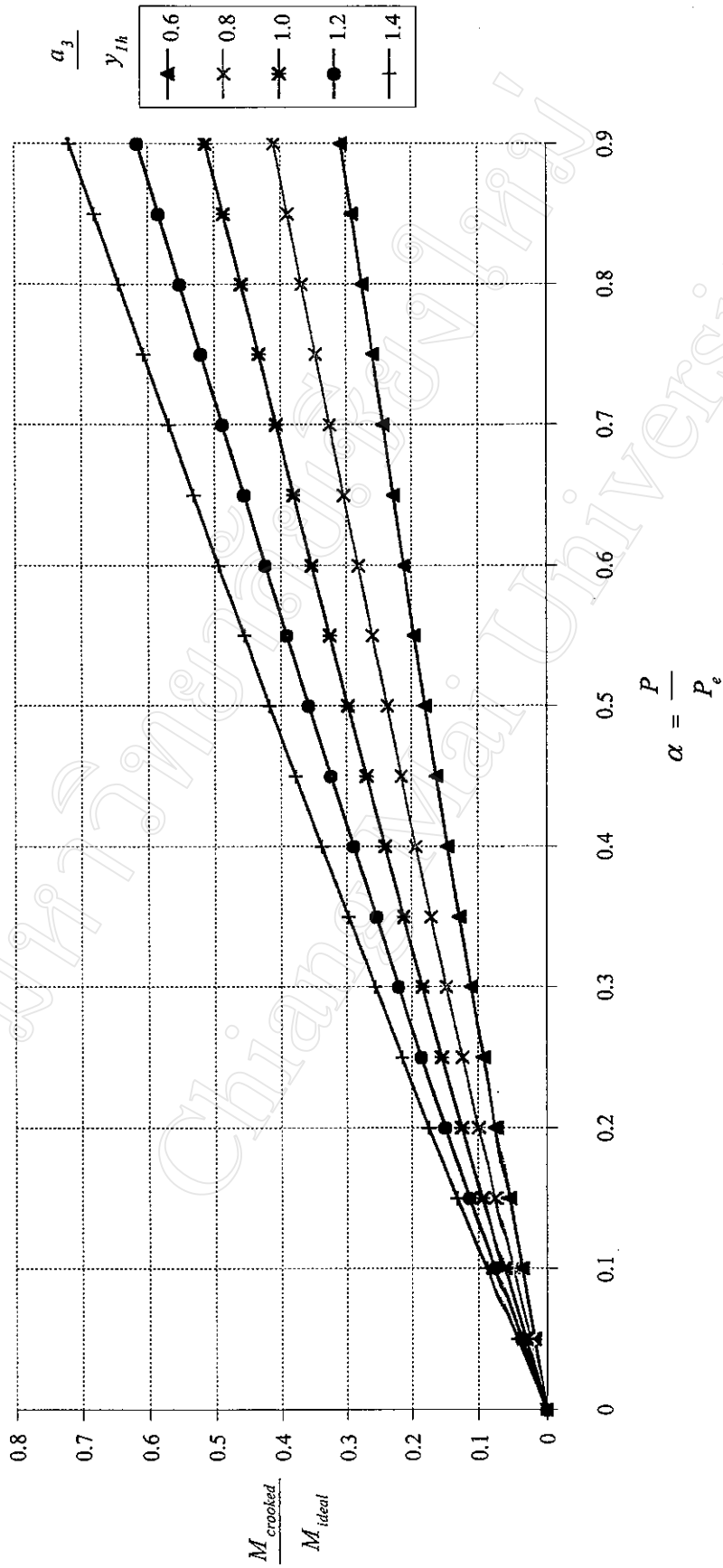
เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



$$\alpha = \frac{P}{P_e}$$

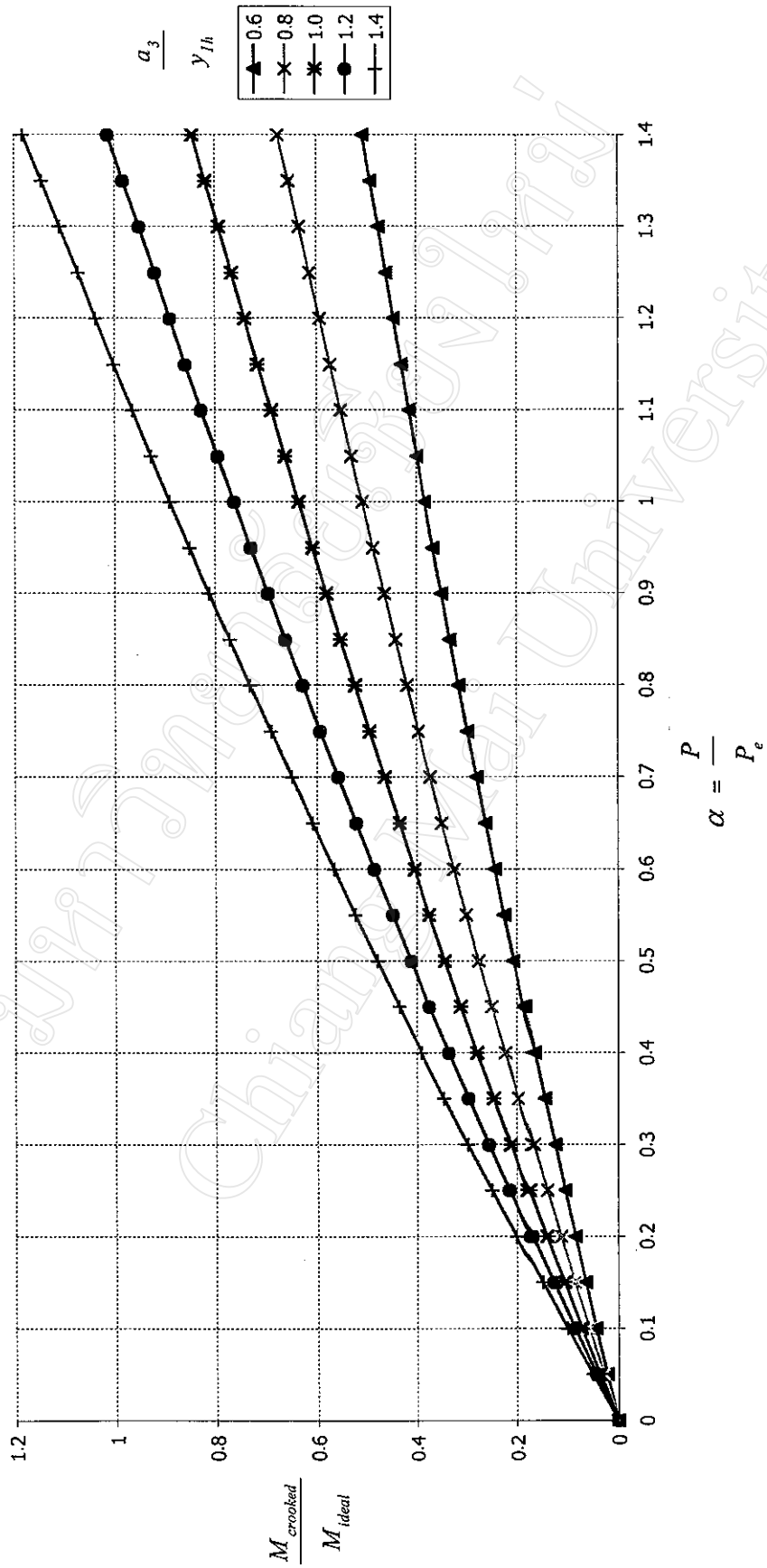
รูปที่ 4.32 (4) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.2 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$



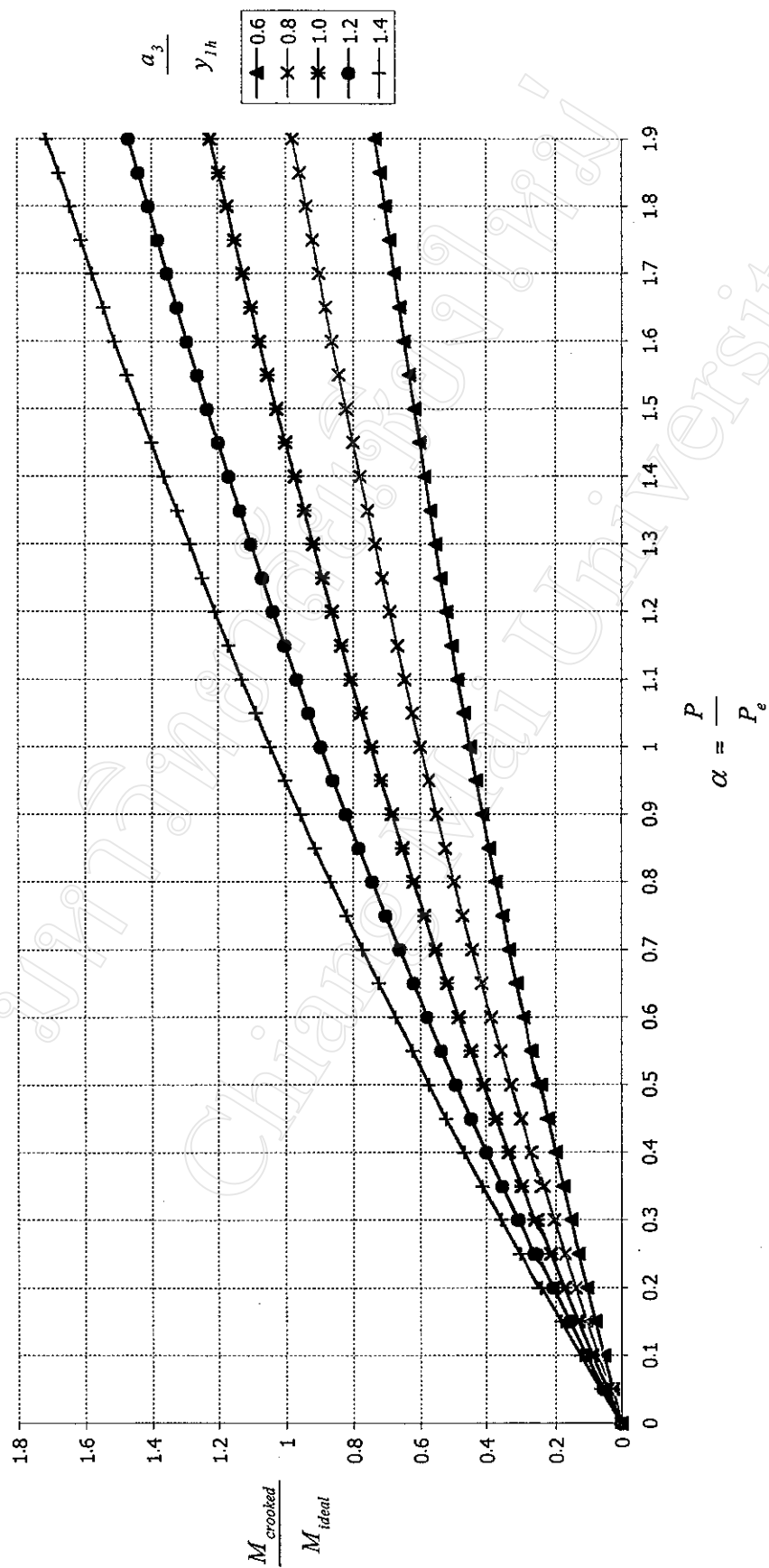
รูปที่ 4.33 (1) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = I$



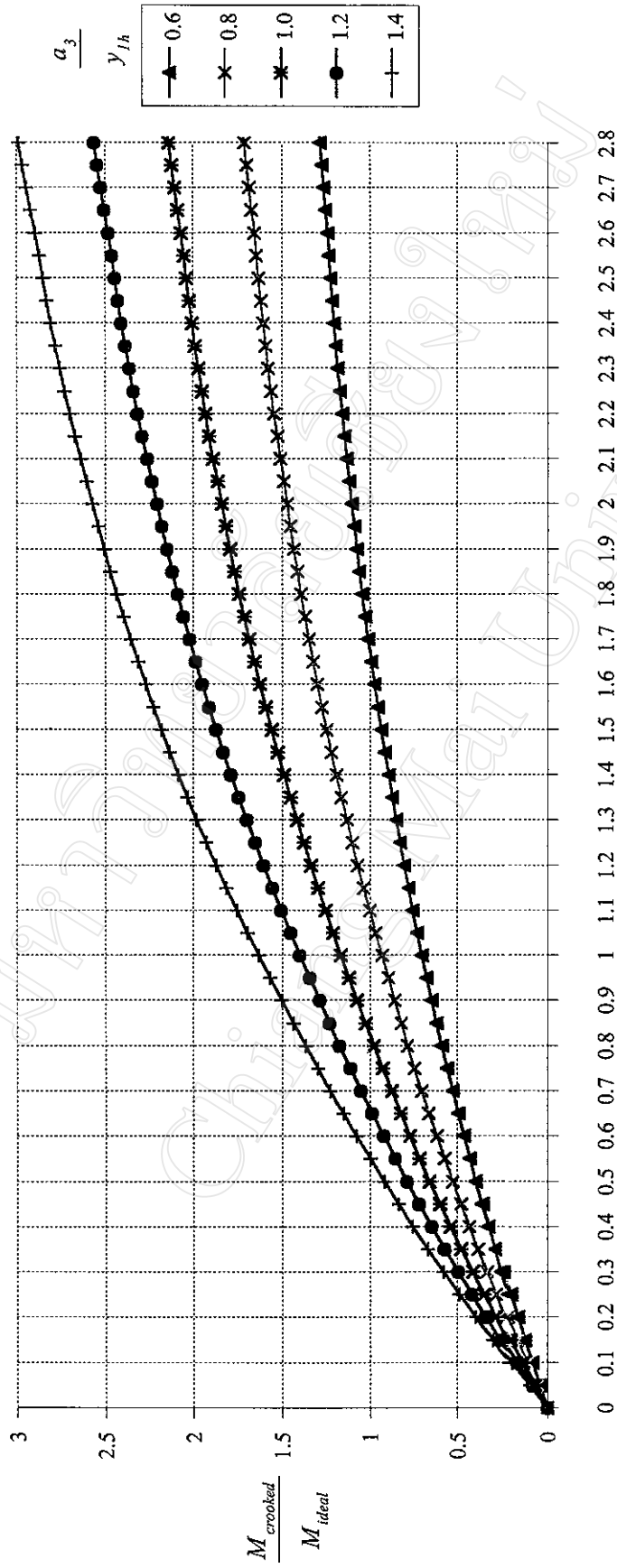
รูปที่ 4.33 (2) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



รูปที่ 4.33 (3) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

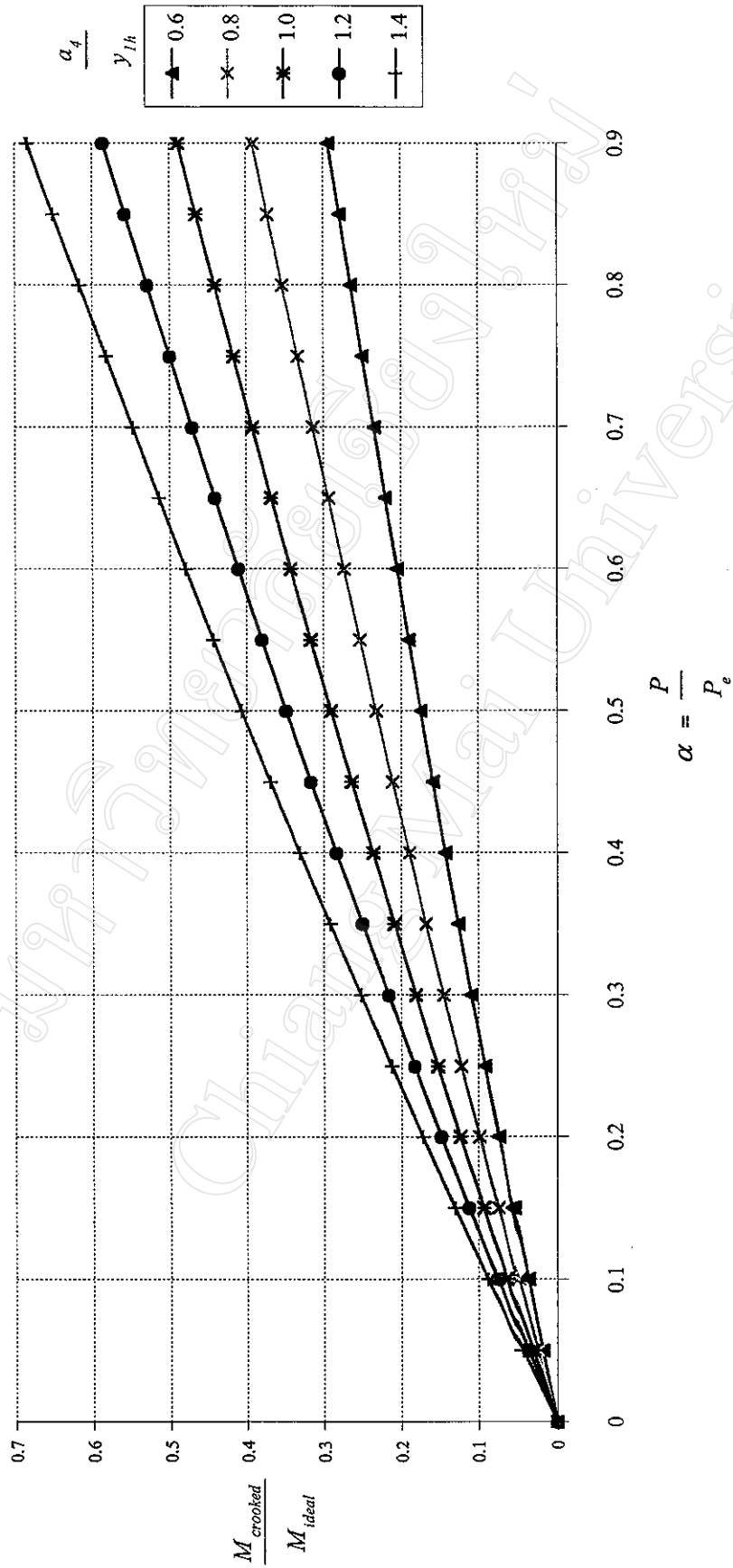
เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



รูปที่ 4.33 (4) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

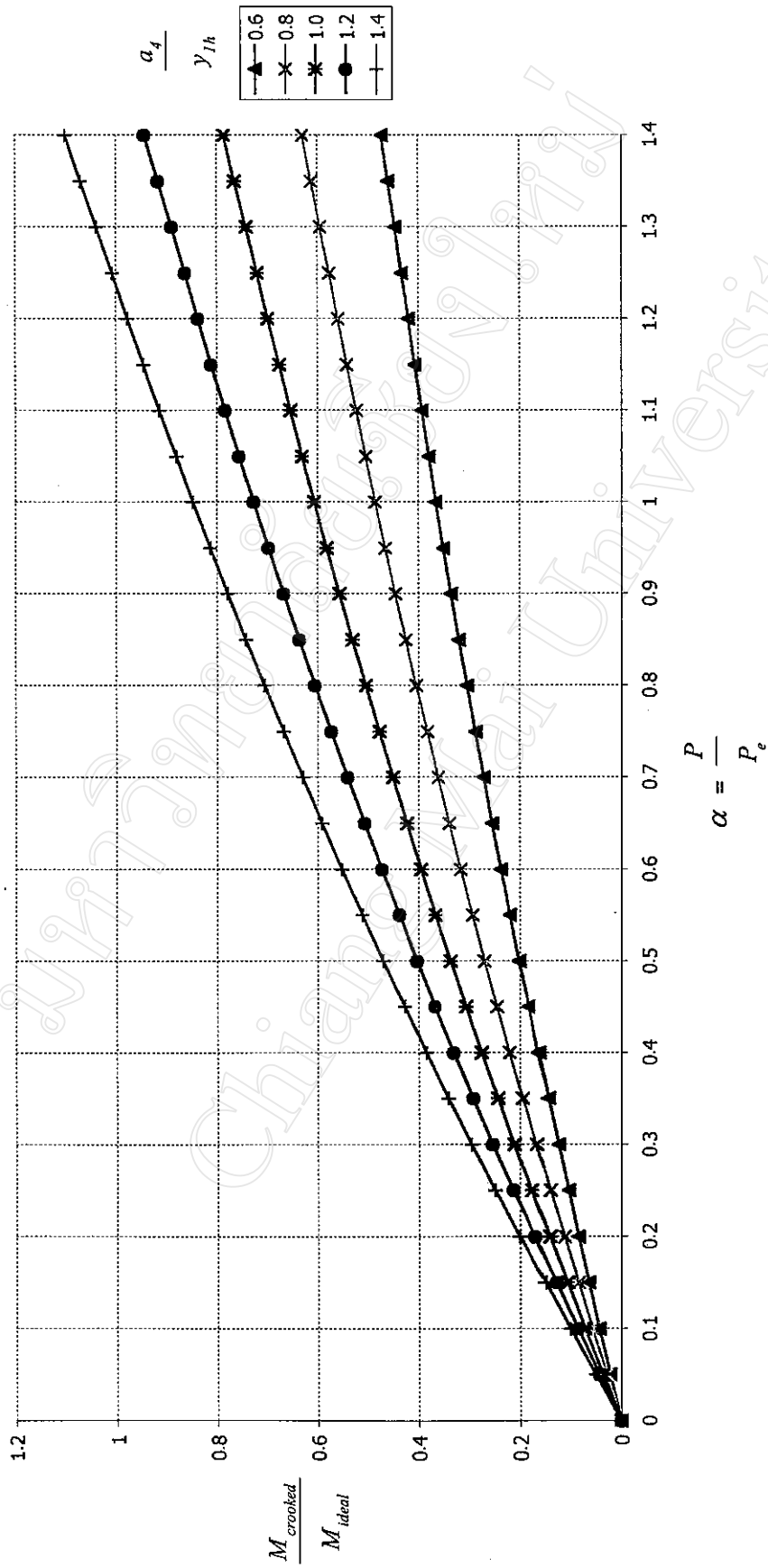
เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.3 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$

$$\alpha = \frac{P}{P_c}$$



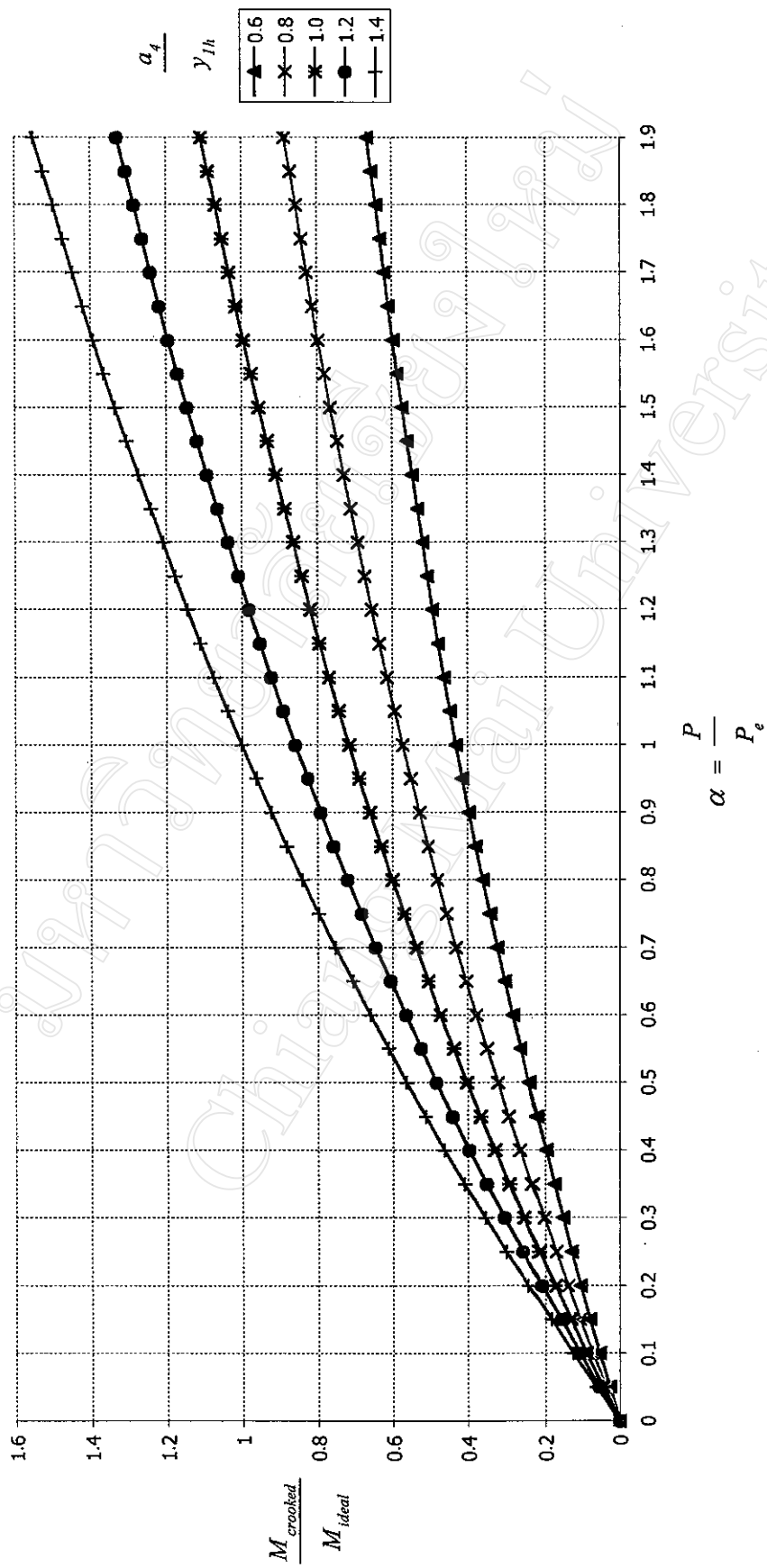
รูปที่ 4.34 (1) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงที่สุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงที่สุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$



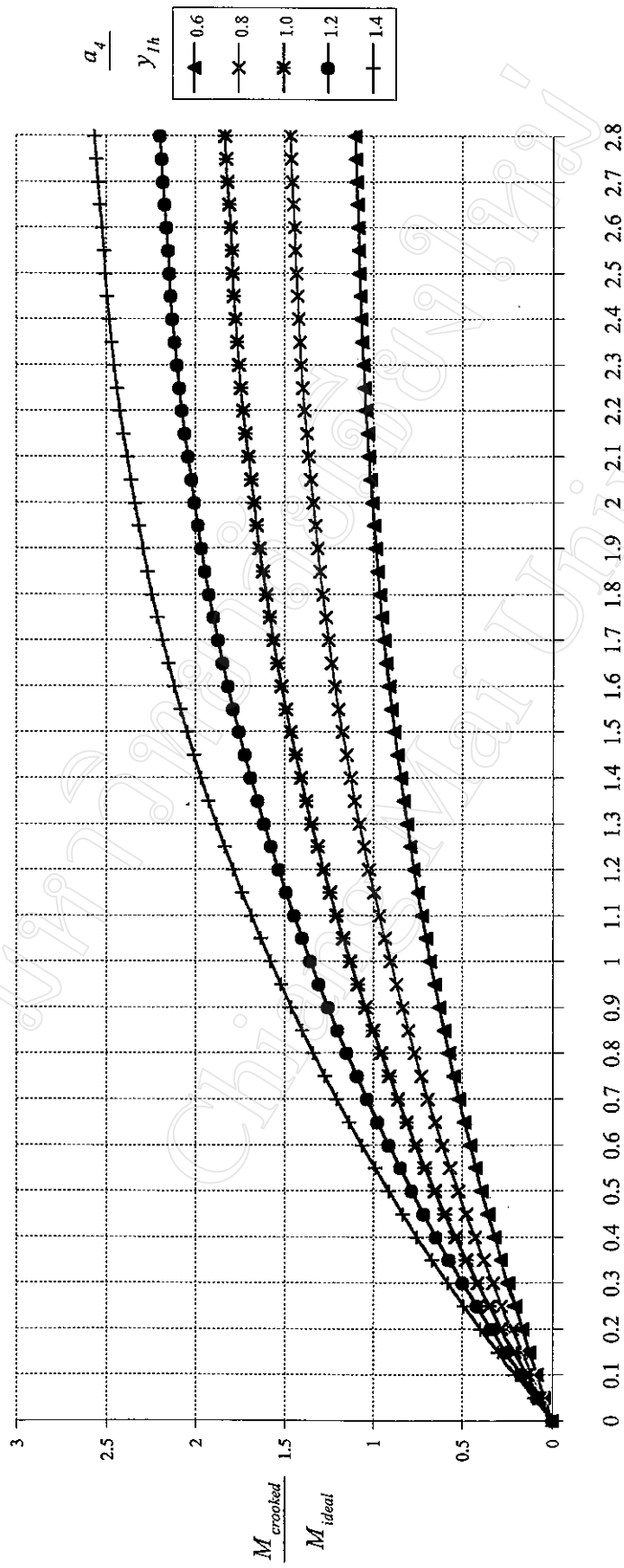
รูปที่ 4.34 (2) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$



รูปที่ 4.34 (3) อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

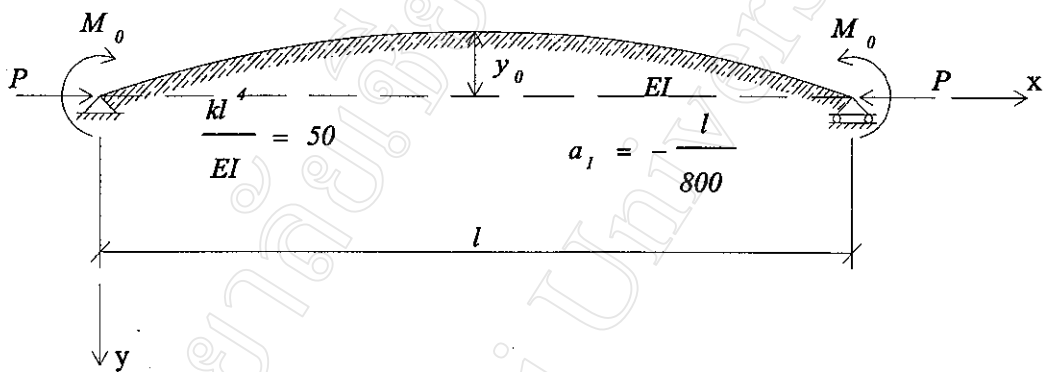
เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$



รูปที่ 4.34 (4) อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดต่อเนื่องจากโมเมนต์ดัด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน

เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ 4.4 และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$

เพื่อให้เห็นผลกระทบของการมีความโค้งเริ่มแรกที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงแรงเฉือนและโมเมนต์คัตได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะยกตัวอย่างคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นที่มีค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$ และกำหนดให้ความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปสมการ (4.1) และมีสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ $a_1 = -\frac{l}{800}$ ดังแสดงในรูปที่ 4.35



รูปที่ 4.35 คาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับโมเมนต์คัต M_0 ที่ปลายทั้ง 2 ด้านและมีความ

$$\text{โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูป } y_0 = -\frac{l}{800} \sin \frac{\pi x}{l}$$

โดยตัวอย่างนี้จะกำหนดให้โมเมนต์คัต M_0 มีค่าเท่ากับโมเมนต์คัตที่ทำให้เกิดระยะแอ่นที่กึ่งกลางคานเท่ากับ $\frac{l}{800}$ นั่นคือ

$$\frac{M_0 l^2}{8EI} = \frac{l}{800} \quad \dots\dots\dots(4.16)$$

เมื่อแก้สมการ (4.16) จะได้

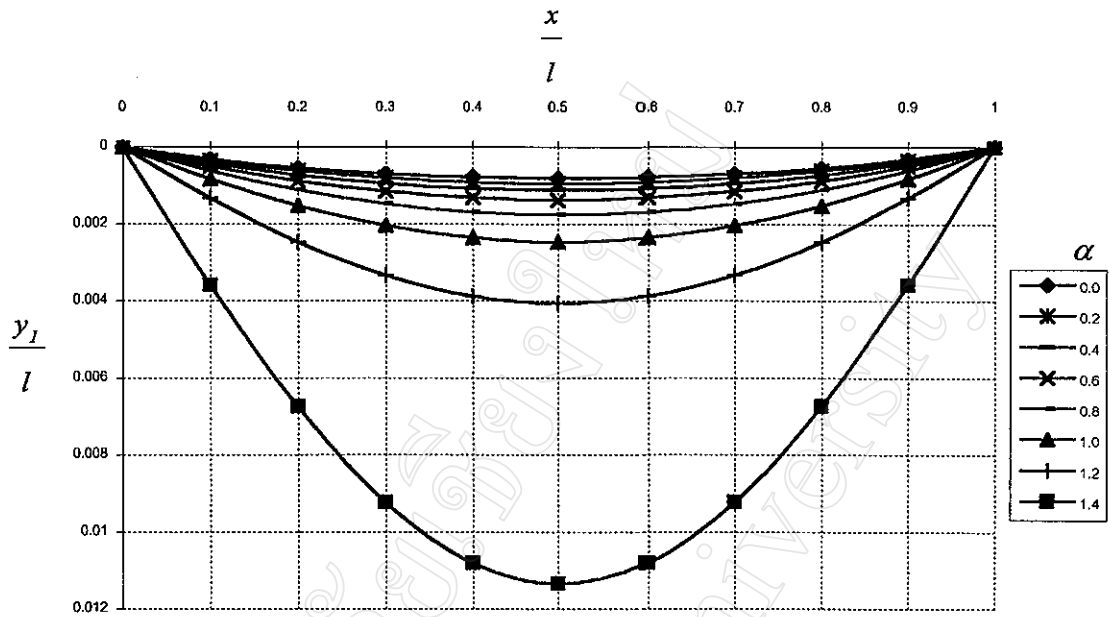
$$M_0 = 0.01 \frac{EI}{l} \quad \dots\dots\dots(4.17)$$

นำค่า M_0 ในสมการ (4.17) ไปแทนในสมการ (2.120) ถึงสมการ (2.122) , สมการ (3.18) ถึงสมการ (3.20) และสมการ (3.30) ถึงสมการ (3.32) ทำให้ได้ค่าระยะแอ่นเนื่องจากการคัต , แรงเฉือน และโมเมนต์คัตในรูป l , $\frac{EI}{l^2}$, $\frac{EI}{l}$ ตามลำดับ ซึ่งผลการคำนวณระยะแอ่นเนื่องจากการคัต , แรงเฉือน และโมเมนต์คัตที่ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.36 (1) ถึงรูปที่ 4.38 (3)

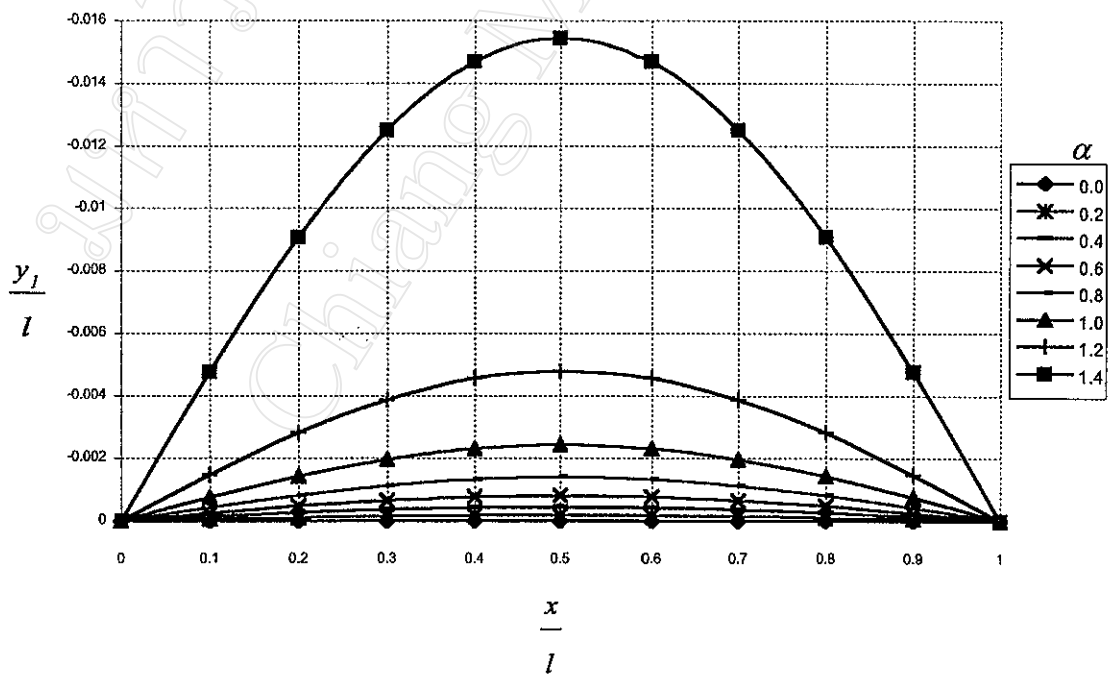
รูปที่ 4.36 (1) ถึงรูปที่ 4.36 (3) แสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกมีผลในการลดขนาดระยะแอ่นเนื่องจากการดัดค่อนข้างมาก โดยเมื่อแรงอัดในแนวแกนเพิ่มขึ้นจนถึงประมาณ P_c ระยะแอ่นเนื่องจากการดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก มีขนาดมากกว่าระยะแอ่นเนื่องจากการดัดที่เกิดจากโมเมนต์ดัด M_0 เป็นผลให้ระยะแอ่นเนื่องจากการดัดรวมมีค่าเป็นลบ

รูปที่ 4.37 (1) ถึงรูปที่ 4.37 (3) แสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกมีผลในการลดขนาดแรงเฉือนค่อนข้างมาก โดยเมื่อแรงอัดในแนวแกนเพิ่มขึ้นจนถึงประมาณ P_c แรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก มีขนาดมากกว่าแรงเฉือนที่เกิดจากโมเมนต์ดัด M_0 เป็นผลให้แรงเฉือนรวมกลับทิศทาง โดยในช่วง $0 < x < \frac{l}{2}$ แรงเฉือนมีค่าเป็นบวก ส่วนในช่วง $\frac{l}{2} < x < l$ แรงเฉือนมีค่าเป็นลบ

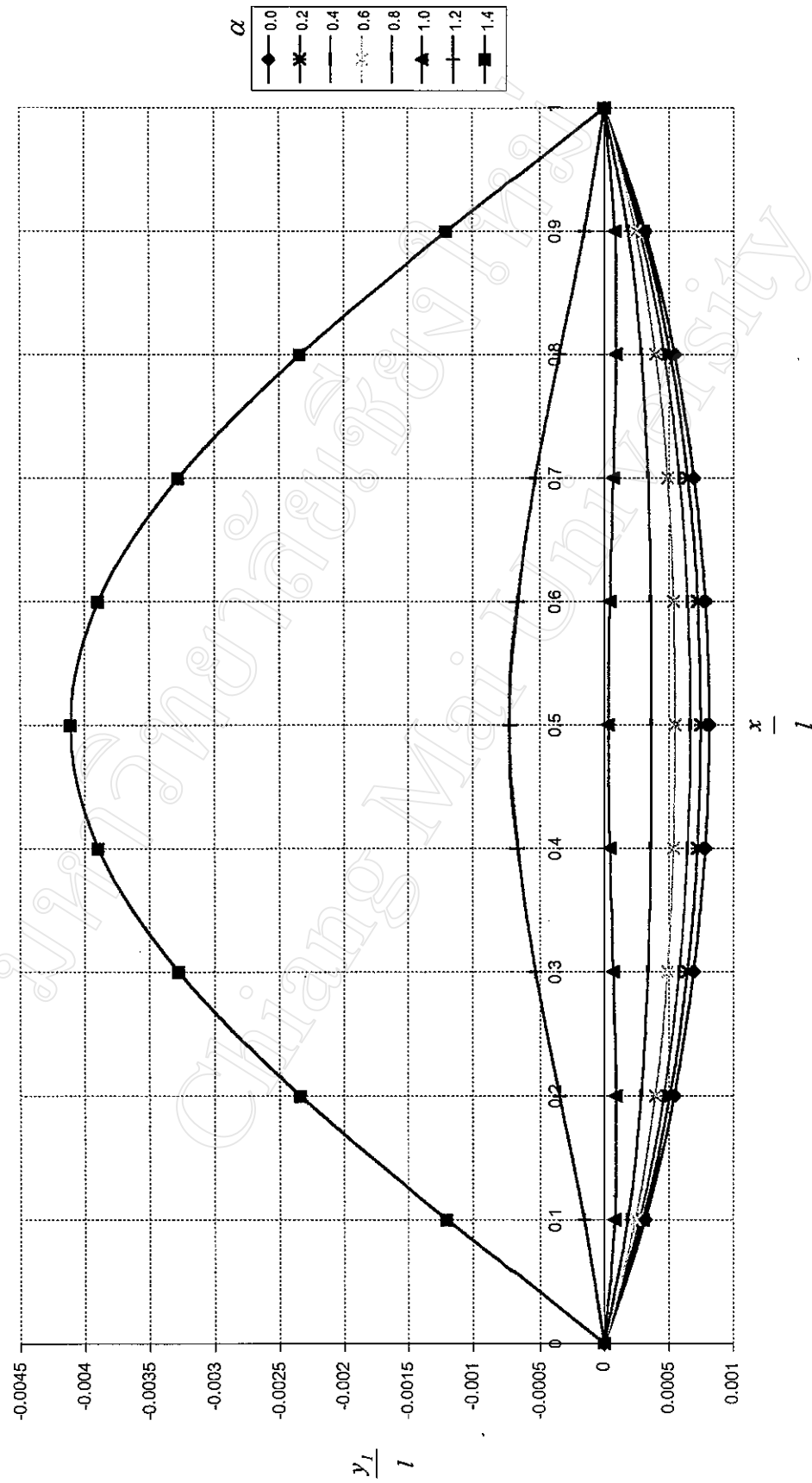
รูปที่ 4.38 (1) ถึงรูปที่ 4.38 (3) แสดงให้เห็นว่าความโค้งเริ่มแรกมีผลในการลดขนาดโมเมนต์ดัดค่อนข้างมาก โดยเมื่อแรงอัดในแนวแกนเพิ่มขึ้นจนถึงประมาณ $0.90P_c$ โมเมนต์ดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก มีขนาดมากกว่าโมเมนต์ดัดที่เกิดจากโมเมนต์ดัด M_0 จึงเริ่มเกิดการกลับทิศทางของโมเมนต์ดัดที่ตำแหน่ง $\frac{l}{2}$



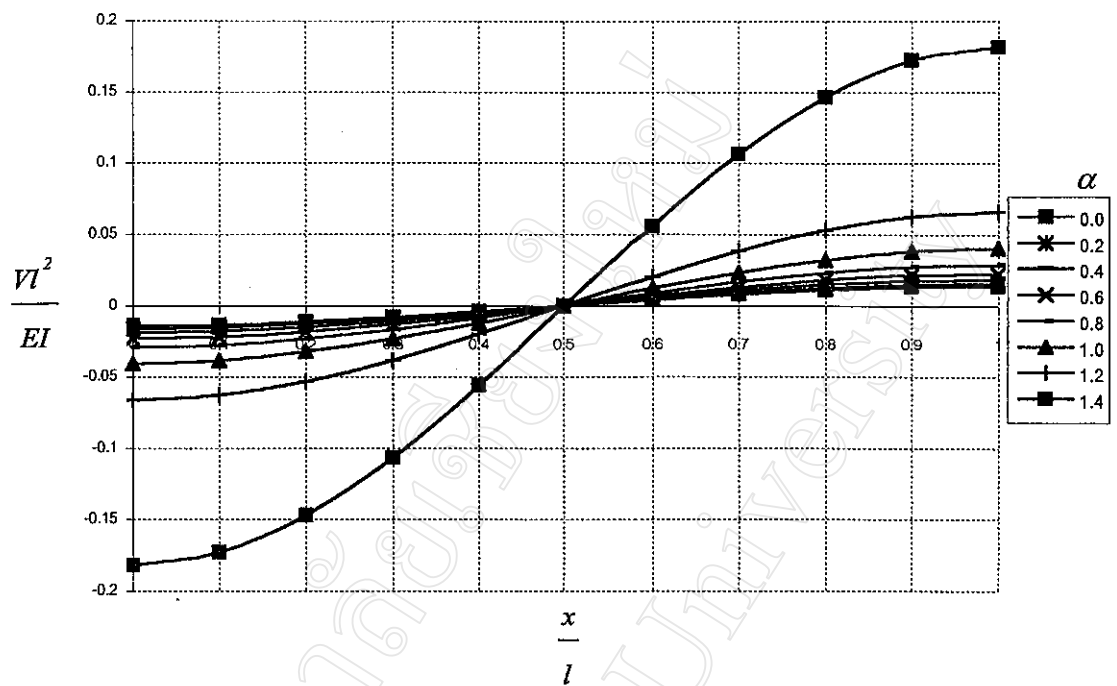
รูปที่ 4.36 (1) ระยะแอนเนื่องจากการตัดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.35 ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



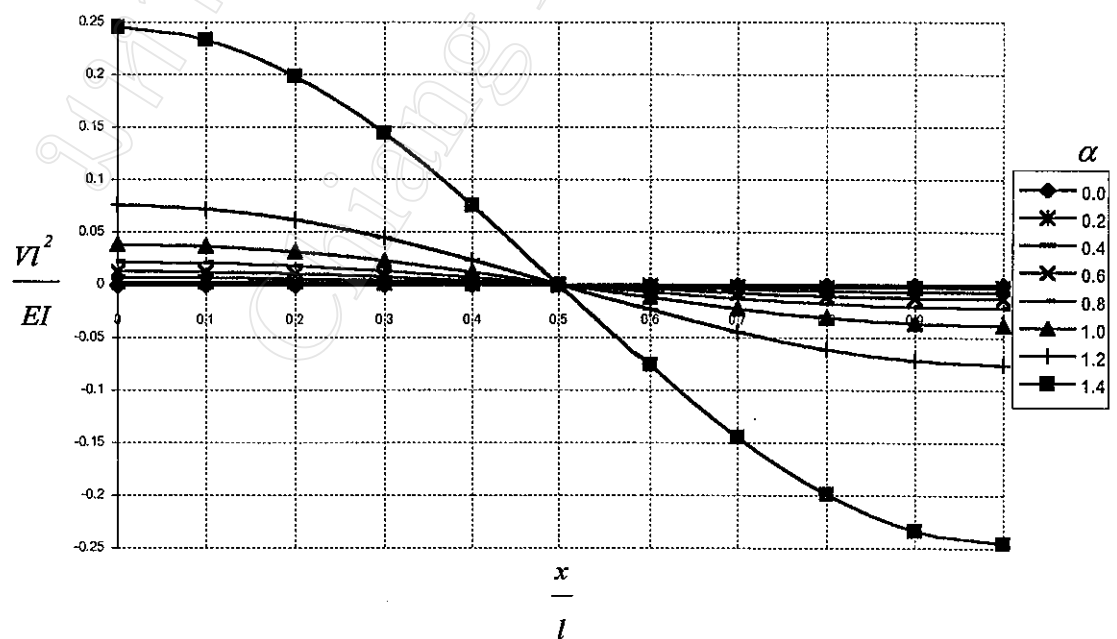
รูปที่ 4.36 (2) ระยะแอนเนื่องจากการตัดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.35 ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



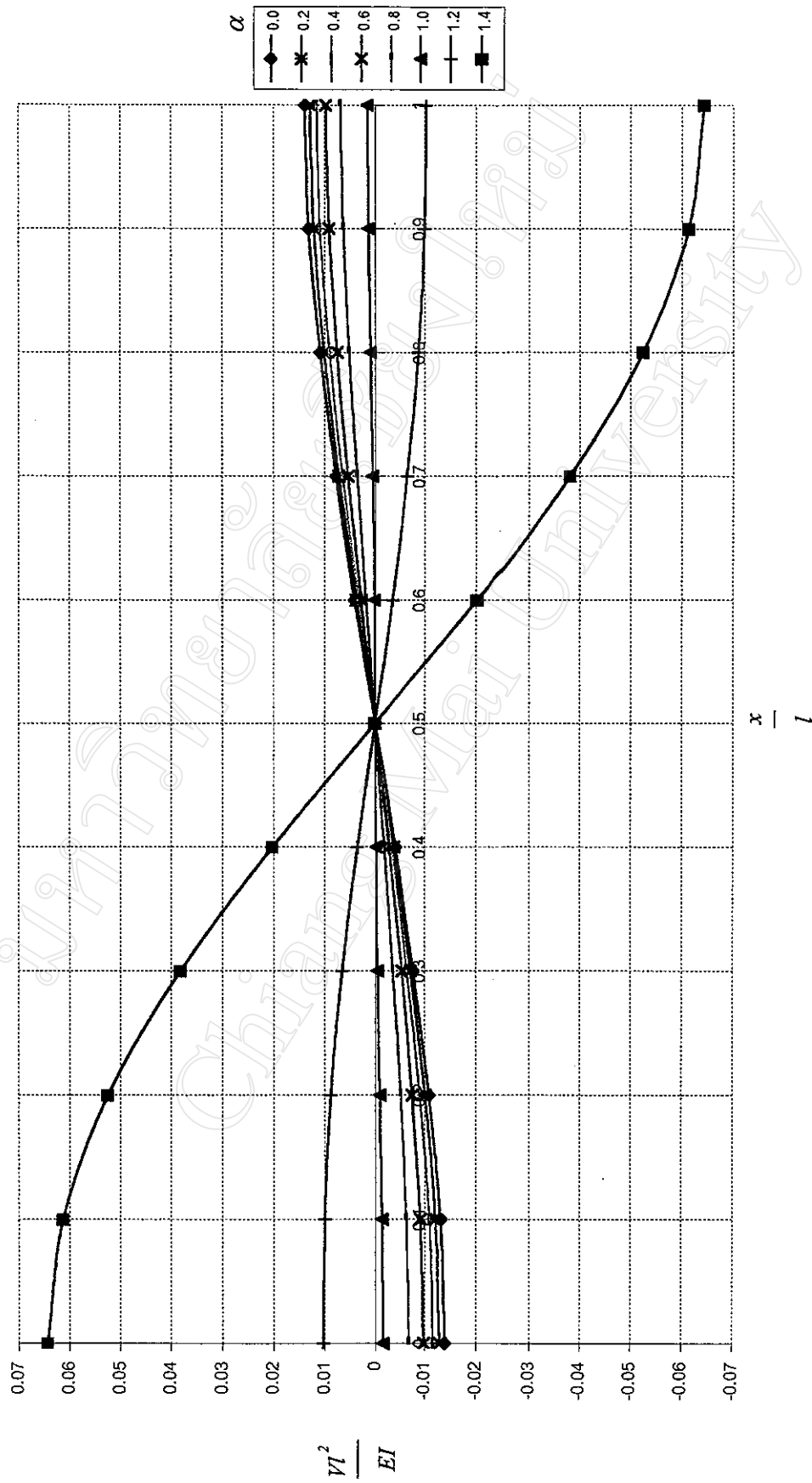
รูปที่ 4.36 (3) ระยะแอนเนื่องจากการคัดของตาน-เสด็จแสดงในรูปที่ 4.35 ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว



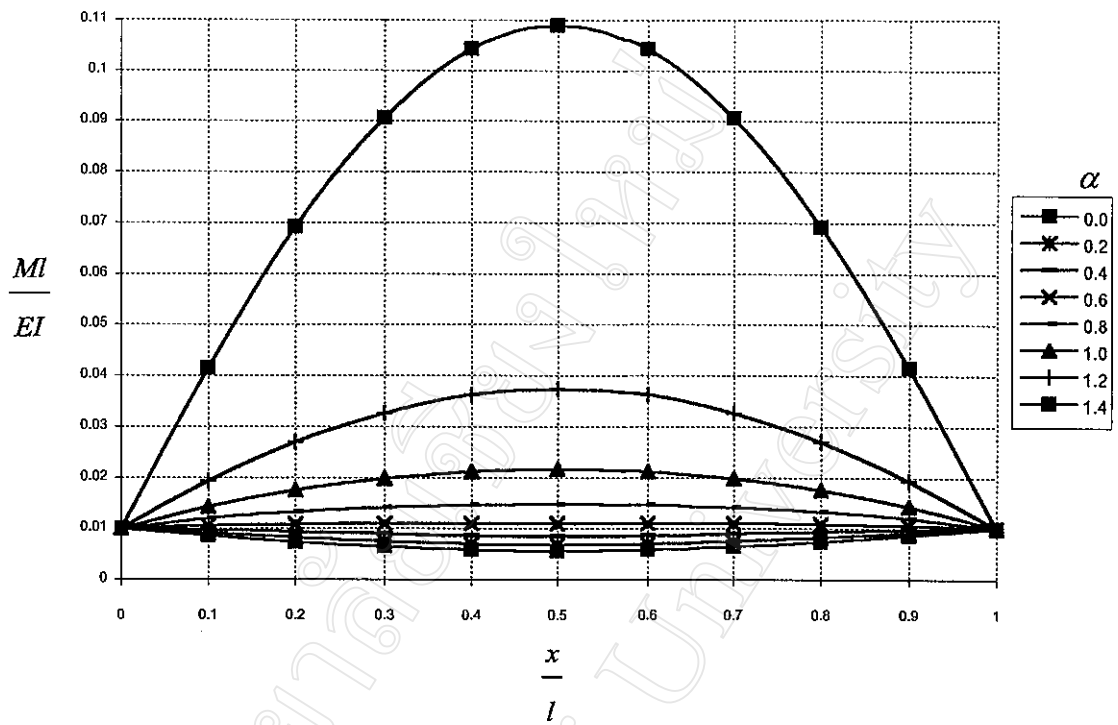
รูปที่ 4.37 (1) แรงเฉือนของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.35 ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



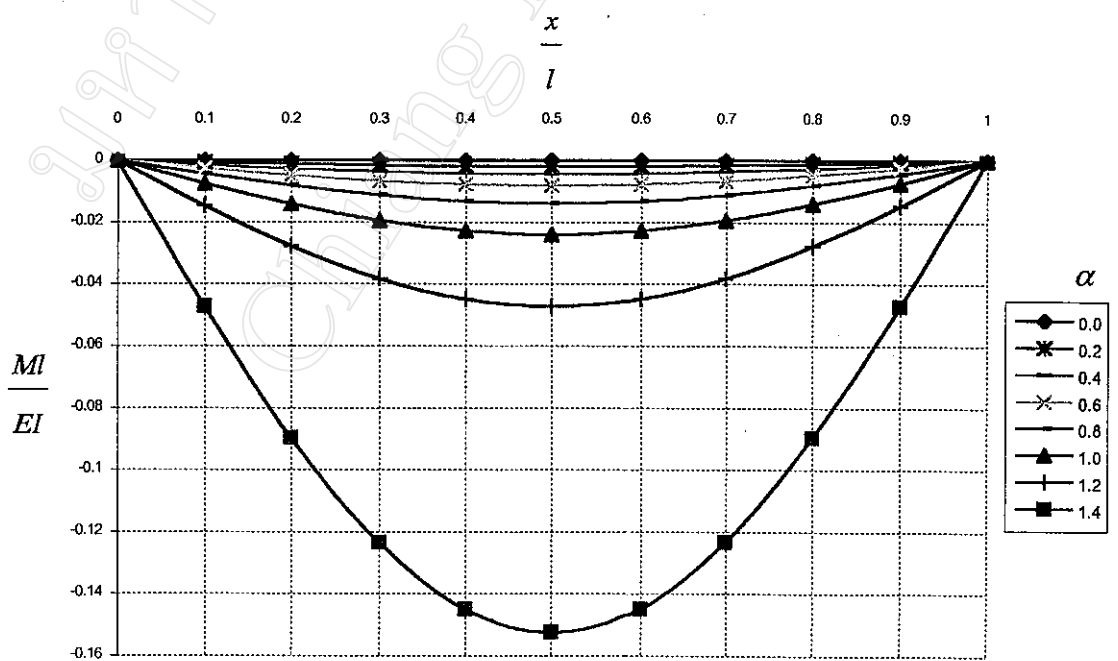
รูปที่ 4.37 (2) แรงเฉือนของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.35 ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



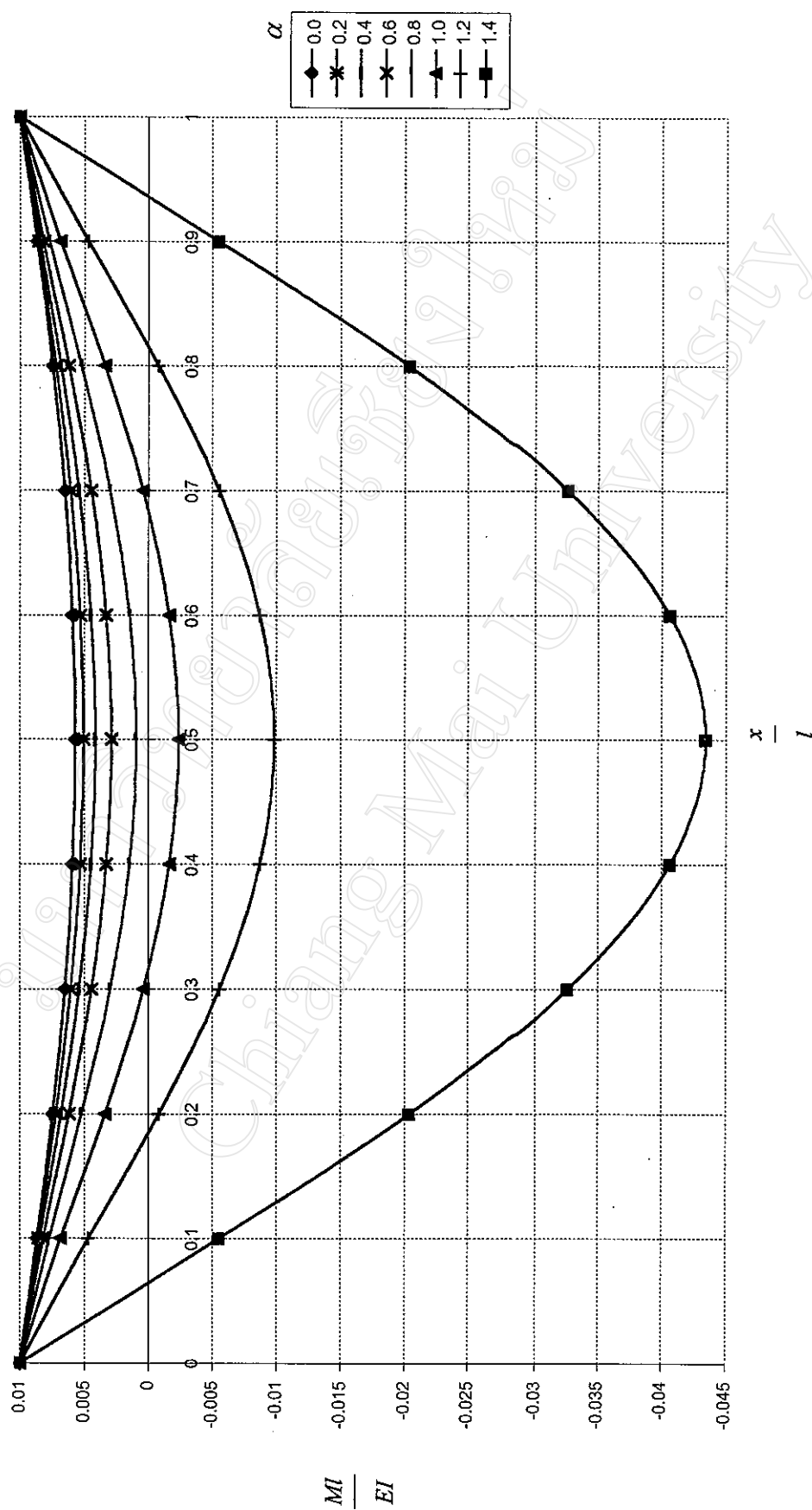
รูปที่ 4.37 (3) แรงเฉือนของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.35 ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว



รูปที่ 4.38 (1) โมเมนต์คัตของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.35 ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



รูปที่ 4.38 (2) โมเมนต์คัตของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.35 ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก



รูปที่ 4.38 (3) โมเมนต์ตัดของคาน-เสาแสดงในรูปที่ 4.35 ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว

เมื่อพิจารณาคาน-เสาทั้ง 3 กรณีที่นำมาพิจารณา จะเห็นได้ว่าการมีความโค้งเริ่มแรก มีผลกระทบต่อโมเมนต์ดัดมากกว่าแรงเฉือน โดยหากความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปทอมอื่นๆ ที่มีไซ่ทอมแรกของการสมการ (2.1) $\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}, a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}, a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}, \dots \right)$ แรงเฉือนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกจะมีค่าน้อยมาก และจะมีค่าลดลงเรื่อยๆ เมื่อ n มีค่ามากขึ้น จนสามารถละทิ้งได้ ส่วนโมเมนต์ดัดนั้น เมื่อความโค้งเริ่มแรกเป็นรูปที่ n มีค่ามากขึ้นเรื่อยๆ $\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}, a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}, a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}, \dots \right)$ โมเมนต์ดัดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกจะมีค่าลดลงจนเข้าสู่ค่าคงที่ค่าหนึ่ง และโมเมนต์ดัดมากที่สุดมิได้เกิดเมื่อ $y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}$ เท่านั้น อาจเกิดเมื่อ $\left(y_0 = a_2 \sin \frac{2\pi x}{l}, a_3 \sin \frac{3\pi x}{l}, a_4 \sin \frac{4\pi x}{l}, \dots \right)$ ก็เป็นไปได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสัมประสิทธิ์ค่าคงที่ a_n , ค่าแรงอัดในแนวแกน และค่าโมดูลัสของฐานรากยึดหุ้ยที่รองรับคาน-เสาคู่ ซึ่งต่างกับคาน-เสาที่ไม่มีฐานรากยึดหุ้ยรองรับ ที่โมเมนต์ดัดมากที่สุดที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกจะเกิดเมื่อ $y_0 = a_1 \sin \frac{\pi x}{l}$ เท่านั้น