

สารบัญ

	หน้า
กิตติกรรมประกาศ	ค
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญภาพ	ญ
สัญลักษณ์	ป
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 บทนำและที่มาของปัญหา	1
1.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	2
1.3 สรุปสาระสำคัญจากเอกสารที่เกี่ยวข้อง	12
1.4 วัตถุประสงค์ของการศึกษา	14
1.5 ขอบเขตและแนวคิดของการศึกษา	14
บทที่ 2 วิธีการวิจัย	
2.1 วิธีวิจัย	16
2.2 ปัญหาที่นำมาวิจัย	16
2.3 สมมุติฐาน	19
2.4 การวิเคราะห์	20
2.4.1 คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหุ่นรับน้ำหนัก บรรทุกกระจายสม่ำเสมอ	20
2.4.2 คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหุ่นรับน้ำหนัก บรรทุกเป็นจุด	31
2.4.3 คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหุ่นรับโมเมนต์ ดัด ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน	41

	หน้า
บทที่ 3 ผลการวิจัย	
3.1 แรงโค้งเคาะของคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	47
3.2 แรงเฉือนและโมเมนต์คัตของคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	48
3.2.1 แรงเฉือนของคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	48
3.2.2 โมเมนต์คัตของคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	57
3.3 แรงเฉือนและโมเมนต์คัตส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ของคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	65
3.3.1 แรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ของคาน-เสา รองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	65
3.3.2 โมเมนต์คัตส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ของคาน-เสา รองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	71
บทที่ 4 วิเคราะห์ผล	
4.1 ขอบเขตการวิเคราะห์ผล	77
4.2 วิธีการเปรียบเทียบ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตที่เกิดจากการมีความโค้ง เริ่มแรก กับ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตของคาน-เสาที่ไม่มีมีความโค้งเริ่ม แรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	81
4.3 การเปรียบเทียบ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่ม แรก กับ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตของคาน-เสาที่ไม่มีมีความโค้งเริ่มแรก รองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ	84
4.4 การเปรียบเทียบ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่ม แรก กับ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตของคาน-เสาที่ไม่มีมีความโค้งเริ่มแรก รองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุดที่กึ่งกลางช่วง ความยาว	129
4.5 การเปรียบเทียบ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่ม แรก กับ แรงเฉือนและโมเมนต์คัตของคาน-เสาที่ไม่มีมีความโค้งเริ่มแรก รองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับ โมเมนต์คัต ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน	173

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	.
5.1 สรุปผลการวิจัย	218
5.2 ข้อเสนอแนะ	219
บรรณานุกรม	220
ประวัติผู้เขียน	222

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
4.1 อัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์คัต กรณีคาน-เสารับน้ำหนัก บรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อ $\alpha = 0.7$ และ $\frac{a_n}{y_{1h}} = 1$	88
4.2 อัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์คัต กรณีคาน-เสารับน้ำหนัก บรรทุกเป็นจุดที่กึ่งกลางช่วงความยาว เมื่อ $\alpha = 0.6$ และ $\frac{a_n}{y_{1h}} = 0.6$	132
4.3 อัตราส่วนแรงเฉือนและอัตราส่วนโมเมนต์คัต กรณีคาน-เสารับโมเมนต์ คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อ $\alpha = 0.5$ และ $\frac{a_n}{y_{1h}} = 1$	176

สารบัญภาพ

รูป	หน้า
1.1 เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	2
1.2 คานรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอร่วมกับแรงคึงในแนวแกน	3
1.3 คานรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุดร่วมกับแรงคึงในแนวแกน	5
1.4 คานรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับโมเมนต์ค้ด $\mathcal{M}$ ที่รองรับทั้ง 2 ด้านร่วมกับแรงคึงในแนวแกน	6
1.5 เสาที่มีความค้ดเริ่มแรก	7
1.6 คานที่ใช้ในการพิสูจน์ทฤษฎี Reciprocal	9
1.7 ตัวอย่างคาน-เสาสำหรับประยุกต์ใช้ทฤษฎี Reciprocal	11
2.1 คาน-เสาที่มีความค้ดเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	
2.1 (1) รับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ	17
2.1 (2) รับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุด	17
2.1 (3) รับโมเมนต์ค้ด $\mathcal{M}$ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน	18
2.2 หน่วยย่อยของคาน-เสาที่มีความค้ดเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ	21
2.3 แสดงการแยกระยะแ่่นเนื่องจากการค้ด	31
2.4 หน่วยย่อยตรงตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำ	34
3.1 แรงเฉือนที่ปลายด้านซ้ายของคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	
3.1 (1) รับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ	54
3.1 (2) รับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุด ($d = 0.5l$)	55
3.1 (3) รับโมเมนต์ค้ด M_u ณ ที่รองรับด้านซ้าย	56
3.2 โมเมนต์ค้ดที่กึ่งกลางของคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	
3.2 (1) รับน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ	62

รูป	หน้า
3.2 (2) รับน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ($d = 0.5l$)	63
3.2 (3) รับโมเมนต์คัต M_a ณ ที่รองรับด้านซ้าย	64
3.3 กราฟแสดงขนาดแอมพลิจูดของค่า $\frac{V_{crooked}}{a_n \left(\frac{EI}{l^3} \right)}$ ในสมการ (3.33)	
3.3 (1) เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 1$	67
3.3 (2) เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 50$	68
3.3 (3) เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 100$	69
3.3 (4) เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 200$	70
3.4 กราฟแสดงขนาดแอมพลิจูดของค่า $\frac{M_{crooked}}{a_n \left(\frac{EI}{l^2} \right)}$ ในสมการ (3.34)	
3.4 (1) เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 1$	73
3.4 (2) เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 50$	74
3.4 (3) เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 100$	75
3.4 (4) เมื่อ $\frac{kl^4}{EI} = 200$	76
4.1 คาน-เสาที่มีความโค้งเริ่มแรกรองรับโดยฐานรากยึดหยุ่น	
4.1 (1) รับน้ำหนักบรรทุกทุกกระจายสม่ำเสมอ	77
4.1 (2) รับน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดกระทำที่กึ่งกลางช่วงความยาว	78

รูป	หน้า
4.1 (3) รับโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน	78
4.2 คาน-เสาองรับโดยฐานรากยึดหยุนที่มีความโค้งเริ่มแรก	
4.2 (1) อยู่ในรูปสมการ (4.1)	79
4.2 (2) อยู่ในรูปสมการ (4.2)	80
4.2 (3) อยู่ในรูปสมการ (4.3)	80
4.2 (4) อยู่ในรูปสมการ (4.4)	81
4.3 อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกกระยาสมำเสมอ เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)	
4.3 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	89
4.3 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	90
4.3 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	91
4.3 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	92
4.4 อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกกระยาสมำเสมอ เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)	
4.4 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	93
4.4 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	94
4.4 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	95
4.4 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	96

รูป	หน้า
4.5 อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)	
4.5 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	97
4.5 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	98
4.5 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	99
4.5 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	100
4.6 อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)	
4.6 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	101
4.6 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	102
4.6 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	103
4.6 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	104
4.7 อัตราส่วนโมเมนต์คดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ , โมเมนต์คดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)	
4.7 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	105

รูป	หน้า
4.7 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	106
4.7 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	107
4.7 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	108
4.8 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)	
4.8 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	109
4.8 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	110
4.8 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	111
4.8 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	112
4.9 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)	
4.9 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	113
4.9 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	114
4.9 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	115
4.9 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	116

รูป	หน้า
4.10 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกกระจายสม่ำเสมอ เมื่อความ โค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)	
4.10 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	117
4.10 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	118
4.10 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	119
4.10 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	120
4.11 คาน-เสารองรับ โดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกทุกกระจายสม่ำเสมอและ มีความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูป $y_0 = \frac{l}{1200} \sin \frac{3\pi x}{l}$	121
4.12 ระยะแอนเนื่องจากการคัตของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.11	
4.12 (1) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	123
4.12 (2) ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	123
4.12 (3) ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว	124
4.13 แรงเฉือนของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.11	
4.13 (1) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	125
4.13 (2) ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	125
4.13 (3) ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว	126
4.14 โมเมนต์คัตของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.11	
4.14 (1) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	127
4.14 (2) ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	127
4.14 (3) ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว	128

รูป	หน้า
4.15 อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือน เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่มแรก อยู่ในรูปสมการ (4.1)	
4.15 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	133
4.15 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	134
4.15 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	135
4.15 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	136
4.16 อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือน เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่มแรก อยู่ในรูปสมการ (4.2)	
4.16 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	137
4.16 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	138
4.16 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	139
4.16 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	140
4.17 อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือน เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่มแรก อยู่ในรูปสมการ (4.3)	
4.17 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	141

รูป	หน้า
4.17 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	142
4.17 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	143
4.17 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	144
4.18 อัตราส่วนแรงเฉือนส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือน เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด ที่ตำแหน่ง $x = 0$ เมื่อความโค้งเริ่มแรก อยู่ในรูปสมการ (4.4)	
4.18 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	145
4.18 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	146
4.18 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	147
4.18 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	148
4.19 อัตราส่วนโมเมนต์ดัดสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์ดัดสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก อยู่ในรูปสมการ (4.1)	
4.19 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	149
4.19 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	150
4.19 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	151
4.19 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	152

รูป	หน้า
4.20 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก อยู่ในรูปสมการ (4.2)	
4.20 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	153
4.20 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	154
4.20 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	155
4.20 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	156
4.21 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก อยู่ในรูปสมการ (4.3)	
4.21 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	157
4.21 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	158
4.21 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	159
4.21 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	160
4.22 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด เมื่อความโค้งเริ่มแรก อยู่ในรูปสมการ (4.4)	
4.22 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	161

รูป	หน้า
4.22 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	162
4.22 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	163
4.22 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	164
4.23 คาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นรับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุดที่กึ่งกลาง ช่วงความยาว และมีความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูป $y_0 = \frac{l}{1000} \sin \frac{2\pi x}{l}$	165
4.24 ระยะแอนเนื่องจากการคดของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.23	
4.24 (1) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	167
4.24 (2) ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	167
4.24 (3) ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว	168
4.25 แรงเฉือนของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.23	
4.25 (1) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	169
4.25 (2) ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	169
4.25 (3) ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว	170
4.26 โมเมนต์คดของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.23	
4.26 (1) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	171
4.26 (2) ส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก	171
4.26 (3) ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรกแล้ว	172
4.27 อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)	
4.27 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	177
4.27 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	178

รูป	หน้า
4.27 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	179
4.27 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	180
4.28 อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)	
4.28 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	181
4.28 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	182
4.28 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	183
4.28 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	184
4.29 อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คด M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)	
4.29 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	185
4.29 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	186
4.29 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	187
4.29 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	188

รูป	หน้า
4.30 อัตราส่วนแรงเฉือนสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ แรงเฉือนสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)	
4.30 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	189
4.30 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	190
4.30 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	191
4.30 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	192
4.31 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.1)	
4.31 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	193
4.31 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	194
4.31 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	195
4.31 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	196
4.32 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.2)	
4.32 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	197

รูป	หน้า
4.32 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	198
4.32 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	199
4.32 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	200
4.33 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.3)	
4.33 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	201
4.33 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	202
4.33 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	203
4.33 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	204
4.34 อัตราส่วนโมเมนต์คัตสูงสุดส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ต่อ โมเมนต์คัตสูงสุดเนื่องจากโมเมนต์คัต M_0 ณ ที่รองรับทั้ง 2 ด้าน เมื่อความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูปสมการ (4.4)	
4.34 (1) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 1$	205
4.34 (2) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 50$	206
4.34 (3) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 100$	207
4.34 (4) และค่า $\frac{kl^4}{EI} = 200$	208

รูป	หน้า
4.35 คาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหุ่นรับโมเมนต์ดัด M_0 ที่ปลายทั้ง 2 ด้าน และมีความโค้งเริ่มแรกอยู่ในรูป $y_0 = -\frac{l}{800} \sin \frac{\pi x}{l}$	209
4.36 ระยะแอ่นเนื่องจากการดัดของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.35	
4.36 (1) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความ โค้งเริ่มแรก	211
4.36 (2) ส่วนที่เกิดจากการมีความ โค้งเริ่มแรก	211
4.36 (3) ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความ โค้งเริ่มแรกแล้ว	212
4.37 แรงเฉือนของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.35	
4.37 (1) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความ โค้งเริ่มแรก	213
4.37 (2) ส่วนที่เกิดจากการมีความ โค้งเริ่มแรกแล้ว	213
4.37 (3) ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความ โค้งเริ่มแรกแล้ว	214
4.38 โมเมนต์ดัดของคาน-เสาดังแสดงในรูปที่ 4.35	
4.38 (1) ซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความ โค้งเริ่มแรก	215
4.38 (2) ส่วนที่เกิดจากการมีความ โค้งเริ่มแรกแล้ว	215
4.38 (3) ซึ่งรวมส่วนที่เกิดจากการมีความ โค้งเริ่มแรกแล้ว	216

สัญลักษณ์

a_n	คือ	สัมประสิทธิ์ค่าคงที่ในอนุกรมของฟังก์ชันซายน์
c	คือ	ระยะจากตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำบนคาน-เสาถึงที่รองรับด้านขวา
d	คือ	ระยะจากที่รองรับด้านซ้ายถึงตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำบนคาน-เสา
D^j	คือ	Differential Operators
	=	$\frac{d^j}{dx^j}$
E	คือ	โมดูลัสยืดหยุ่นของคาน-เสา (Modulus of Elasticity)
i	คือ	จำนวนเชิงซ้อน (Complex Number)
	=	$\sqrt{-1}$
I	คือ	โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดคาน-เสา (Moment of Inertia)
j	คือ	จำนวนเต็ม (Integer Number)
	=	$1, 2, 3, \dots$
k	คือ	โมดูลัสของฐานรากยืดหยุ่น (The modulus of the foundation)
l	คือ	ความยาวของคาน-เสา
m	คือ	จำนวนของครึ่งคลื่นซายน์ (The number of half sine waves) ในสมการแรงโค้งเคาะ
	=	$1, 2, 3, \dots$
m_1	=	$\sqrt{\beta^2 - \frac{p^2}{4}}$
m_2	=	$\sqrt{\beta^2 + \frac{p^2}{4}}$
m_3	=	$\frac{\sqrt{p^2 - \sqrt{p^4 - 16\beta^4}}}{2}$
m_4	=	$\frac{\sqrt{p^2 + \sqrt{p^4 - 16\beta^4}}}{2}$

m_j	คือ	คำตอบของสมการช่วย (The root of characteristic equation)
M	คือ	โมเมนต์ดัด (Bending Moment)
M_a	คือ	โมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับด้านซ้ายของคาน-เสา
M_b	คือ	โมเมนต์ดัด ณ ที่รองรับด้านขวาของคาน-เสา
$M_{crooked}$	คือ	โมเมนต์ดัดภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก
M_h	คือ	โมเมนต์ดัดภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก
M_{jh}	คือ	โมเมนต์ดัดภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก สำหรับกรณีคาน-เสารับน้ำหนักบรรทุกเป็นจุด
M_{lh}	คือ	โมเมนต์ดัดภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ในช่วงตั้งแต่ที่รองรับด้านซ้ายจนถึงตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำ ($0 \leq x \leq d$)
M_{2h}	คือ	โมเมนต์ดัดภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ในช่วงตั้งแต่ตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำจนถึงที่รองรับด้านขวา ($d \leq x \leq l$)
n	คือ	จำนวนของครึ่งคลื่นภายในสมการความโค้งเริ่มแรก
	=	1, 2, 3, ...
p	คือ	Axial Load Factor for Beam-Columns
	=	$\sqrt{\frac{P}{EI}} = \left(\frac{\pi}{l} \right) \sqrt{\frac{P}{P_e}}$
P	คือ	แรงอัดในแนวแกน (Axial Load)
P_{cr}	คือ	แรงอัดวิกฤต (Critical Buckling Load)
P_e	คือ	แรงโก่งเคาะของ Euler
	=	$EI \left(\frac{\pi}{l} \right)^2$
P_j	คือ	แรงกระทำบนคานในระบบที่ 1
q	คือ	น้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ (Uniformly Distributed Load)

Q	คือ	น้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด (Concentrated Load)
Q_j	คือ	แรงกระทำบนคานในระบบที่ 2
u_j	คือ	ระยะเปลี่ยนตำแหน่งตรงจุดที่แรง P_j กระทำในระบบที่ 1
v_j	คือ	ระยะเปลี่ยนตำแหน่งตรงจุดที่แรง Q_j กระทำในระบบที่ 1
V	คือ	แรงเฉือน (Shear Force)
$V_{crooked}$	คือ	แรงเฉือนภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก
V_h	คือ	แรงเฉือนภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก
V_{jh}	คือ	แรงเฉือนภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก สำหรับกรณีคาน-เสารับน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด
V_{1h}	คือ	แรงเฉือนภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ในช่วงตั้งแต่ที่รองรับด้านซ้ายจนถึงตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดกระทำ ($0 \leq x \leq d$)
V_{2h}	คือ	แรงเฉือนภายในคาน-เสารองรับโดยฐานรากยึดหยุ่นซึ่งไม่รวมส่วนที่เกิดจากการมีความโค้งเริ่มแรก ในช่วงตั้งแต่ตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุดกระทำจนถึงที่รองรับด้านขวา ($d \leq x \leq l$)
x	คือ	ระยะตามความยาวคาน-เสา
x_j	คือ	ระยะเปลี่ยนตำแหน่งในระบบที่ 1 ซึ่งตรงกับจุดที่แรง Q_j กระทำในระบบที่ 2
y	คือ	ระยะแอ่นรวมทั้งหมด
	=	$y_0 + y_j$
y_0	คือ	ระยะแอ่นเนื่องจากความโค้งเริ่มแรก
	=	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}$
y_j	คือ	ระยะแอ่นเนื่องจากการคด
	หรือ	ระยะเปลี่ยนตำแหน่งในระบบที่ 2 ซึ่งตรงกับจุดที่แรง P_j กระทำในระบบที่ 1
y_{jh}	คือ	ระยะแอ่นเนื่องจากการคดส่วนเอกพันธ์ สำหรับกรณีคาน-เสารับน้ำหนักบรรทุกทุกเป็นจุด

y_{1h}	คือ	ระยะแอนเนื่องจากการคัดส่วนเอกพันธ์ ในช่วงตั้งแต่ที่รองรับด้านซ้ายจนถึงตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำ ($0 \leq x \leq d$)
y_{2h}	คือ	ระยะแอนเนื่องจากการคัดส่วนเอกพันธ์ ในช่วงตั้งแต่ตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำจนถึงที่รองรับด้านขวา ($d \leq x \leq l$)
y_{jp}	คือ	ระยะแอนเนื่องจากการคัดส่วนเฉพาะ
y_{ip}	คือ	ระยะแอนเนื่องจากการคัดส่วนเฉพาะ ในช่วงตั้งแต่ที่รองรับด้านซ้ายจนถึงตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำ ($0 \leq x \leq d$)
y_{2p}	คือ	ระยะแอนเนื่องจากการคัดส่วนเฉพาะ ในช่วงตั้งแต่ตำแหน่งที่น้ำหนักบรรทุกเป็นจุดกระทำจนถึงที่รองรับด้านขวา ($d \leq x \leq l$)
α	=	$\frac{P}{P_e} = \left(\frac{pl}{\pi} \right)^2$
β	คือ	The characteristic of the system.
	=	$\sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$
$\frac{l}{\beta}$	คือ	The characteristic length.