

บทที่ 2

วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย เรื่องนี้ผู้วิจัยขอเสนอตามลำดับดังนี้

2.1 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

2.1.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2.1.2 แนวคิด Constructivist

2.1.3 หลักการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.1.4 การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1.5 การพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์

2.1.6 การพัฒนาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเศษส่วนระดับประถมศึกษา

2.2.1 ความหมายเศษส่วน

2.2.2 การสอนเศษส่วนระดับประถมศึกษา

2.2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน

2.3 สื่อการสอนคณิตศาสตร์

2.3.1 สื่อกับการสอนคณิตศาสตร์

2.3.2 สื่อการสอนคณิตศาสตร์กับพัฒนาการของเด็กเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2.3.3 หลักการใช้สื่อการสอนคณิตศาสตร์

2.3.4 บทบาทของสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

2.3.5 การใช้สื่อรูปธรรม

2.4 รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้

2.5 รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม

2.1 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

2.1.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาให้มีประสิทธิภาพนั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่ครูจะต้องมีความเข้าใจในตัวนักเรียน เข้าใจระบบการพัฒนาทางด้านสติปัญญาของเด็ก เพื่อนำมาใช้ให้เหมาะสมกับวัยและความสามารถของเด็ก การจัดกิจกรรมต่าง ๆ จึงจะได้ผล แนวคิดทางจิตวิทยาที่มีอิทธิพลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมีหลายแนวคิด ซึ่งครูผู้สอนควรจะ ได้ศึกษาให้เกิดความเข้าใจ

Piaget (อ้างถึงในบุญทัน อยู่ชมบุญ, 2529) ได้กล่าวถึงพัฒนาการทางความคิดของคน จากวัยเด็กจนถึงวัยรุ่น มีการพัฒนาการมาเป็นระยะ ๆ ตามลำดับก่อนหลังและ ไม่มีการข้ามขั้นการพัฒนาการทางด้านสติปัญญานี้มีความสัมพันธ์กับอายุ Piaget ได้แบ่งขั้นการพัฒนาการทางสติปัญญา ไว้ 4 ขั้นดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นรับรู้จากประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory-motor stage)
ได้แก่ แรกเกิดจนถึงอายุประมาณ 2 ปี เด็กวัยนี้มีพฤติกรรมเกี่ยวกับการเคลื่อนไหวเป็นส่วนใหญ่ เช่น การไขว่คว้า การมอง การจับ การดูดเป็นการเคลื่อนไหวอย่างอัตโนมัติ แม้จะสามารถแก้ปัญหาได้ เช่น เมื่อของเล่นกลิ้งไปได้ใต้โต๊ะ เด็กจะพยายามเอื้อมมือไปหยิบเด็กจะลองถูกลองผิด โดยไม่สามารถอธิบายได้ การพัฒนาทางด้านภาษาและความคิดเป็นไปอย่างช้า ๆ จะเรียนรู้จากการสัมผัส ลักษณะสำคัญของขั้นนี้คือ

1) การเรียนรู้ของเด็กต้องได้รับประสบการณ์ตรงและโดยทันที เด็กจะต้องพบวัตถุหรือเหตุการณ์ด้วยการผ่านประสาทสัมผัสทั้ง 5 การใช้กล้ามเนื้อเคลื่อนไหวแต่ละตัวก่อนแล้วค่อย ๆ จำสิ่งที่จับต้องบ่อย ๆ ได้ว่าคืออะไร และจะบอกได้ว่าสิ่งนั้นเป็นอะไร ต่อเมื่อได้เห็นจริงในขณะนั้นเท่านั้น ถ้าผ่านไปแล้วก็บอกไม่ได้

2) ต่อมาเริ่มรู้จักจำได้ในสิ่งที่เคยพบเห็น สามารถบอกได้ว่า เป็นอะไรแม้ไม่เห็น เด็กเริ่มเข้าใจโลกภายนอกรอบตัวว่าอะไรเป็นอะไร

3) ด้านภาษา เริ่มหัดพูดเป็นคำ การพูดเป็นประโยคยังไม่ค่อยได้ เริ่มใช้ท่าทางช่วย เริ่มรู้จักตนเอง พ่อ แม่ พี่ พี่เลี้ยง รู้จักอาการต่าง ๆ เช่น นั่ง นอน ยืน เดิน คลาน จี๋ ยิ้ม หัวเราะ

4) วัยนี้ ยังคิดหรือสร้างจินตนาการไม่เป็น

5) ไม่สามารถบอกเวลาได้ เร็วหรือช้า ไม่รู้จัก ขณะนี้ เวลานี้

6) การมองและคิดยังมีเพียงด้านเดียว เช่น น้ำในแก้ว รู้ว่ามีน้ำมองเห็น แต่ระดับสูง ไม่เห็นระดับกว้าง

7) ความคิดเรื่องความน่าจะเป็น ยังพัฒนาไม่ถึง เช่น มีแท่งไม้สีแดงจำนวนมาก กองปนกับสีขาว สีแดงมากกว่าสีขาว ถ้าถามว่าเมื่อดึงแท่งไม้ออกมาสัก 1 อัน น่าจะได้แท่งไม้สีอะไรออกมาเด็กตอบไม่ได้

8) การคิด คิดแบบตรงไปตรงมา คิดย้อนกลับ หรือคิดอ้อมค้อมไม่ได้

ขั้นที่ 2. ขั้นก่อนที่จะคิดหาเหตุผลเป็น (Pre-operational Stage) เริ่มอายุ 2-6 ปี เทียบได้กับขั้นอนุบาล ซึ่งในขั้นนี้แบ่งออกเป็น 2 ระยะคือ

ก. ขั้นก่อนเข้าใจความคิดรวบยอด (Pre-Conceptual thought) อายุ 2-4 ปี ความคิดของเด็กวัยนี้ขึ้นอยู่กับความรู้เป็นส่วนใหญ่ ยังไม่สามารถที่จะใช้เหตุผลและมีความคิดรวบยอด (concept) ได้อย่างลึกซึ้ง เช่น ไม่สามารถแยกประเภทสัตว์สองเท้าสัตว์สี่เท้า และไม่สามารถแยกประเภทรูปสามเหลี่ยม รูปสี่เหลี่ยมออกจากกันได้ แต่มีลักษณะเด่นอยู่ที่พัฒนาการทางด้านภาษา เป็นวัยที่เรียนภาษาพูดได้ดี ภาษาที่ใช้เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับตนเองเป็นส่วนมาก สามารถเรียนรู้สัญลักษณ์ได้บ้าง เช่น สมมติให้ตุ๊กตาเป็นสิ่งที่ชีวิตผูกพันกับตนได้ สมมติกล่องไม้ให้เป็นรถยนต์แล้วเล่นทำเสียงให้เหมือนรถยนต์วิ่ง สัญลักษณ์ในระยะนี้เป็นคำพูดกับภาพต่าง ๆ

ข. ขั้นสามารถคิดได้ด้วยญาณ (Intuitive Thought) อายุ 4-7 ปี ญาณคือการคิดที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหา เป็นการเดาหรือคาดคะเนในปัญหาเฉพาะหน้าที่ไม่มีการเตรียมล่วงหน้ามาก่อน เด็กในวัยนี้มีความสนใจ อยากรู้อยากเห็น ชอบซักถาม เริ่มเลียนแบบผู้ใหญ่ที่อยู่ใกล้ตัว มีผู้กล่าวว่าวัยนี้เป็นวัยที่สำคัญที่สุดของชีวิตที่จะสร้างบุคลิกภาพที่ดีในวันหน้าต่ออย่างไรก็ตามเด็กในวัย 4-6 ขวบนี้ ยังคิดเป็นเหตุเป็นผลด้วยตนเองไม่ได้ เด็กยังไม่มี logical thinking ลักษณะสำคัญของขั้นนี้คือ

1) เด็กรับรู้สิ่งที่ผ่านประสาทสัมผัสทั้ง 5 และการเคลื่อนไหว เด็กวัยนี้จะสร้างความเข้าใจเฉพาะตัว ใช้ความคิดแบบมีโลกสมมติของตนเอง เข้าใจคนเดียว อธิบายเหตุผลไม่ได้ การคิดโลเลลังเลหาเหตุผลตรรกวิทยายังเป็นไปไม่ได้

2) รู้ว่าสิ่งใดเหมือนกัน สิ่งใดแตกต่างกัน แต่ไม่รู้ว่าแตกต่างกันในเรื่องใด ขาดเกณฑ์ที่จะยึด เช่นรู้ว่าพ่อไม่เหมือนแม่ แม่แตกต่างจากน้ำหรือคนเลี้ยง พ่อแตกต่างจากผู้ชายอื่น ๆ

3) การเรียนรู้ทางภาษาเป็นไปอย่างรวดเร็ว พูดเป็นเรื่องราวได้

4) เริ่มเชื่อโดยไม่มีเหตุผล สนใจสิ่งลึกลับแปลก ๆ

5) เรียนรู้แบบลองผิดลองถูก คิดตามที่เห็นเท่านั้น

6) มองและคิดที่ละมิติ เช่น มองน้ำในแก้วเฉพาะระดับสูง ถ้าเทน้ำจากแก้วเดิม ไปใส่แก้วใหม่ที่แคบกว่า เด็กจะเห็นว่าน้ำในแก้วใหม่มากกว่าแก้วเดิมหรือดินเหนียวก้อนหนึ่ง ถ้าทำให้แบน เด็กจะบอกว่าตอนแบนมีขนาดใหญ่กว่า เรื่องน้ำหนัก ก็เช่นกัน หากเห็นขนาดใหญ่จะบอกว่าหนัก ถ้าเล็กก็บอกว่าเบา ถ้าขนาดเท่ากันเด็กก็จะบอกว่าหนักเท่ากัน

7) ความรู้ในเรื่องเวลามีจำกัด รู้เฉพาะเรื่อง วัน ชั่วโมง ฤดู

8) การคิดเรื่องน่าจะเป็นยังไม่เกิด

9) การคำนวณเรื่องความเร็ว จำนวน การวัด ยังไม่เกิด

ขั้นที่ 3. ขั้นการใช้ความคิดด้วยรูปธรรม (Concrete Operational Stage)

อายุ 7-11 ปี เทียบได้กับขั้น ป.1-6 เด็กในวัยนี้เริ่มคิดที่มีเหตุผล แต่เป็นการคิดที่ขึ้นอยู่กับ เหตุการณ์เฉพาะหน้าและสิ่งที่เป็นรูปธรรม ยังไม่เข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม เรียนรู้ด้วยการกระทำ ได้ดีที่สุด รู้จักการจัดหมู่การแบ่งสิ่งของออกเป็นพวก การเรียงลำดับอย่างมีหลักเกณฑ์อย่างใด อย่างหนึ่ง วัยนี้เด็กสามารถมองเห็นลักษณะของวัตถุสิ่งของได้ถึง 2 มิติ ในเวลาเดียวกัน คือ สามารถคิดถึงขนาดและปริมาตรไปพร้อม ๆ กันได้ ลักษณะเด่นของเด็กวัยนี้คือ ความสามารถในการคิดย้อนกลับ (Reversibility) Piaget กล่าวว่า การคิดย้อนกลับเป็นหัวใจสำคัญในการ พัฒนาการทางสติปัญญา เป็นสิ่งที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถทางสมองที่จะคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ลักษณะสำคัญของขั้นนี้คือ

1) เด็กสามารถคิดหาเหตุผลได้จากวัตถุสิ่งของที่เป็นรูปธรรม

2) สามารถแก้ปัญหาได้จากสิ่งที่เห็นเป็นรูปธรรม

3) สามารถแบ่งประเภทสิ่งของได้ จัดเรียงลำดับได้ สร้างเกณฑ์ในการแบ่งได้ โดยต้องได้เห็นของจริงที่มีตัวตน

4) สามารถเคลื่อนไหวได้คล่องแคล่ว

5) สามารถมองที่ละหลายมิติได้ คิดและเห็นคุณสมบัติของวัตถุสิ่งของได้หลาย ๆ ด้าน

6) สามารถคิดย้อนกลับได้

7) มีความคิดความเข้าใจในการสร้างสมมติฐานยาก ๆ ไม่ได้ เช่น ถ้าเอาน้ำแข็ง ใส่ถ้วยแก้ว ถามว่าหยดน้ำที่เกาะถ้วยแก้วด้านนอกมาจากไหน เด็กจะตอบว่าซึมออกมาจากถ้วย เพราะมองไม่เห็นว่ามีละอองน้ำอยู่ ไอน้ำเป็นสิ่งที่มองไม่เห็น เด็กวัยนี้จึงคิดและสร้าง มโนภาพไม่ได้

ขั้นที่ 4. ขั้นที่ใช้ความคิดด้วยนามธรรม (Formal Operational Stage)

อายุ 12-14 ปี เทียบได้กับนักเรียนชั้นมัธยม ขั้นนี้พัฒนาการทางสติปัญญาถือว่าอยู่ในระดับสูงสุด เพราะเด็กวัยนี้จะเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่คือ เรียนรู้และคิดในเชิงนามธรรมได้ดี สามารถคิดหาเหตุผล นอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ โดยจะระลึกลึถึงสิ่งที่ไม่มีความจริงหรือเป็นนามธรรม นั่นคือการคิดแบบตั้งสมมติฐาน หรือทฤษฎีอย่างเป็นระบบว่าสิ่งใดเป็นไปได้หรือไม่ได้ รู้จักทบทวน โต้แย้งเกี่ยวกับความคิดเห็นได้อย่างกว้างขวาง มีการวางแผนวิธีการแก้ปัญหาทุกอย่างที่จะ เป็นไปได้ลักษณะสำคัญของขั้นนี้คือ

- 1) เด็กเริ่มคิดหาเหตุผลจากสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ แม้ว่าไม่เห็นของจริง ไม่พบประสบการณ์นั้น ๆ โดยตรงเพียงแต่มีคนเล่าให้ฟัง หรืออ่านจากหนังสือก็สามารถสร้างมโนภาพได้
- 2) คิดหาเหตุผลตามหลักตรรกวิทยา ได้
- 3) สามารถสร้างสมมติฐานได้ คิดแผนการทดลองได้ วางแผนการได้
- 4) สามารถลงข้อสรุปความจริงได้ จากข้อมูลที่พบ/ที่มีอยู่
- 5) สามารถถ่ายทอดความคิดเห็นจากรูปหนึ่ง ไปสู่อีกรูปแบบหนึ่งได้
- 6) สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้
- 7) มีความคิดเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

พัฒนาการทางสติปัญญาของเด็กทั้ง 4 ขั้น ขึ้นอยู่กับสภาพของเด็กแต่ละคน กรรมพันธุ์ก็มีอิทธิพลต่อพัฒนาการของเด็ก ๆ แต่พัฒนาการก็จะ เป็นไปตามขั้นตอนทั้ง 4 ระยะนี้ อายุอาจยืดออกหรือสั้นกว่านี้ก็ได้

สรุปทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget ที่สอดคล้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1) อายุเป็นปัจจัยสำคัญของการพัฒนาการทางสติปัญญา นั่นคือ การพัฒนาการทางสติปัญญา จะเป็นไปตามระดับอายุ โดยการพัฒนาแต่ละขั้นจะต่อเนื่องกันไปตามลำดับไม่กระโดดข้ามขั้น

2) Piaget มีความเชื่อว่า การกระทำเป็นพื้นฐานทำให้เกิดความคิด การเรียนการสอนเด็กที่มีอายุน้อยเท่าไร ก็ต้องให้เด็กได้รับประสบการณ์หรือกิจกรรมที่จัดให้เด็ก ได้ลงมือกระทำด้วยตนเองมากเท่านั้น จึงจะเกิดความคิดความเข้าใจประสบการณ์หรือกิจกรรมอาจจำเป็นต้องมีสื่อการเรียนประกอบให้เด็ก ได้ฝึกฝนหรือเล่น ไม่ใช่ใช้วิธีการสอนแบบบรรยาย อธิบาย และใช้สัญลักษณ์โดยที่เด็ก ไม่เข้าใจ

3) การสอนให้เกิดความเข้าใจจนพบความสำเร็จ จะต้องประกอบด้วยองค์ประกอบ

4 อย่างคือ

(1) เด็กจะต้องมีวุฒิภาวะ (Maturation) ถ้ายังไม่มีก็ยากต่อการรับรู้

(2) เด็กเล็ก ๆ จะต้องจัดกิจกรรมที่ได้ลงมือกระทำกิจกรรมในการเรียนการสอนให้มาก (Physical experience)

(3) พยายามจัดกิจกรรมที่ให้มีการทำงานเป็นกลุ่ม เพื่อจะได้ใช้ภาษา สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการทำงานร่วมกัน อันจะก่อให้เกิดขบวนการสังคมประกิต ผูกให้อยู่ในสังคมได้อย่างดีตั้งแต่เล็ก ๆ (Socialization)

(4) เด็กเมื่อได้รับความรู้ใหม่ก็จะพยายามปรับตัวให้เกิดความสมดุลกับความรู้เก่าให้มีการต่อเนื่องกันเชื่อมโยงกันได้ โดยอาศัยการฝึกฝนหรือฝึกหัดจนเกิดการยอมรับมีความเข้าใจ เรียกว่า เกิดภาวะสมดุล (Equilibration)

4) การสอนคณิตศาสตร์ควรสอนตามลักษณะขั้นบันไดเวียนคือ สอนบทวนเรื่องเดิมและค่อย ๆ ขยายออกไปสู่ความรู้ใหม่

5) ผู้เรียนเรียนรู้ได้แตกต่างกันตามความสามารถของแต่ละบุคคลในขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาต่าง ๆ กัน

Bruner (อ้างถึงใน สุรางค์ โคว์ตระกูล, 2536) เชื่อว่า การเรียนรู้โดยวิธีการกระทำที่ช่วยให้คนเข้าถึงข้อมูลความรู้จะทำให้ผู้เรียนสร้างแนวคิดใหม่ ๆ ด้วยตัวของผู้เรียนเอง วิธีการที่ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการค้นพบความรู้ขึ้นอยู่กับขั้นพัฒนาการของผู้เรียน ฉะนั้นวิธีที่ผู้เรียนใช้เป็นเครื่องมือในการค้นพบความรู้ แบ่งออกเป็น 3 วิธีคือ

1) Enactive Mode เป็นวิธีที่มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม โดยการสัมผัสจับต้อง ลงมือ ผลักดัน รวมทั้งการใช้อวัยวะของที่มีอยู่รอบ ๆ ตัว ข้อสำคัญที่สุดคือ การที่เด็กได้ลงมือกระทำด้วยตนเอง

2) Iconic Mode เมื่อเด็กสามารถที่จะสร้างจินตนาการหรือมโนภาพ (Imagery) ขึ้นในใจได้ ก็จะสามารถรู้จักโลกได้ เด็กวัยนี้จะใช้รูปภาพแทนของจริง โดยไม่จำเป็นต้องแตะต้องหรือสัมผัสของจริง

3) Symbolic Mode วิธีการนี้ผู้เรียนจะใช้ในการเรียนรู้ เมื่อผู้เรียนมีความสามารถที่จะเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรม หรือความคิดรวบยอดที่ซับซ้อนและเป็นนามธรรม จึงจะสามารถที่จะสร้างสมมติฐานและพิสูจน์ว่าสมมติฐานถูกหรือผิด

แนวคิดของ Bruner ที่มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (เกื้อจิตต์ จิมทิม, 2532) มีดังนี้

1) การจัดการเรียนการสอนให้เด็กเกิดการเรียนรู้ นั้น ไม่จำเป็นต้องให้เด็กเกิดความรู้พร้อมก่อน แต่ใช้วิธีการให้เหมาะสมกับเด็กในวัยนั้น การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา จึงเป็นเนื้อหาที่เรียงลำดับจากง่ายไปหายาก ถือเป็นการจัดเรียงลำดับประสบการณ์การเรียนรู้จากง่าย ๆ จะเป็นพื้นฐานที่จะเรียนรู้ทักษะที่ยากต่อไป

2) การพัฒนาทางสติปัญญาของเด็กจะเป็นไปตามขั้นต่าง ๆ โดยไม่คำนึงถึงอายุ แต่การพัฒนาทางสติปัญญาจะดำเนินไปเป็นกระบวนการต่อเนื่องกันไป การจัดเนื้อหาวิชาต่าง ๆ จึงควรให้มีความสัมพันธ์ต่อเนื่องกันไป ดังนั้น จึงสามารถนำเรื่อง เซต มาให้เรียนในระดับประถมศึกษาได้ โดยจัดเนื้อหาให้มีลักษณะเป็นรูปธรรมเหมาะสมกับวัย

3) สิ่งแวดล้อมมีผลต่อการพัฒนาทางสติปัญญาคือ สิ่งแวดล้อมบางอย่างก็อาจจะทำให้การพัฒนาสมองดำเนินไปได้อย่างรวดเร็ว ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ตามแนวความคิดของบรูเนอร์คือ การให้เด็กเรียนรู้จากเพื่อนโดยใช้การทำงานเป็นกลุ่มและครูจะมีบทบาทอยู่ในฐานะเป็นพี่เลี้ยง ทำให้ใช้การสอนแบบบรรยายในการจัดการเรียนวิชาคณิตศาสตร์น้อยลง

4) แนวความคิดของ Bruner เน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้แก่เด็ก โดยให้เด็กค้นพบความรู้ด้วยตนเอง รู้จักการแก้ปัญหาโดยใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์

สรุป แนวคิดของ Bruner ได้กล่าวถึงขั้นพัฒนาการทางสติปัญญา 3 ขั้นคือ รูปธรรม ภาพ และสัญลักษณ์ จะเห็นได้ว่าการเรียนการสอนที่จะมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้ค้นพบแนวคิดด้วยตนเอง สิ่งที่สำคัญที่ครูผู้สอนจะต้องนำมาคือการใช้สื่อรูปธรรม

Dienes เป็นนักคณิตศาสตร์ ซึ่งสนใจศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้ของเปียเจต์ โดยเสนอแนวคิดเกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนไว้ 4 ประการคือ (เกื้อจิตต์ จิมทิม, 2532 และบุญทัน อยู่ชมบุญ, 2529)

1) The Dynamic Principle เด็กจะเริ่มเรียนรู้จากการเล่น หรือการร่วมกิจกรรมที่ไม่มีกติกา แต่สอดแทรกความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ แล้วจึงพัฒนามาสู่การเล่นหรือกิจกรรมที่มีกติกาหรือระเบียบมากขึ้น จนกระทั่งถึงขั้นที่เด็กเข้าใจความคิดรวบยอดนั้น ๆ และกิจกรรมขั้นสุดท้ายก็คือการฝึกหัด โดยเน้นให้เรียนรู้ความคิดรวบยอดนั้น ๆ

2) The Constructive Principle ถ้ามีการจัดสถานการณ์ช่วยให้เด็กเกิดความคิดที่จะแก้ปัญหา ก็อาจจะทำให้เด็กพัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้ถึงแม้ว่าเด็กจะไม่มี

ความคิดเชิงวิเคราะห์ หรือขาดความสามารถในการประเมินอย่างมีเหตุผล

3) The Mathematical Variability Principle "ตัวแปรทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มีความสัมพันธ์กันอย่างคงที่ ถึงแม้ตัวแปรต่าง ๆ เปลี่ยนไปควรใช้วิธีการหลาย ๆ วิธีเพื่อช่วยให้เด็กเข้าใจความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการรักษาสภาพให้คงเดิม เช่น รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีหลายขนาดและหลายลักษณะ ก็ยังคงเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

4) The Perceptual Variability Principle การเรียนความคิดรวบยอด ซึ่งใช้วิธีสอนหลายวิธีหรือจัดสถานการณ์หลายรูปแบบที่ทำให้เด็กเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น

แนวความคิดของ Dienes ที่มีต่อการสอนคณิตศาสตร์ (เกื้อจิตต์ จิมทิม, 2532) มีดังนี้

1) ลำดับขั้นการสอน เน้นให้ครูเตรียมการสอนอย่างดีเพื่อช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้โดยให้เริ่มจากการเล่นหรือใช้อุปกรณ์อย่างเสรี (Play Stage) เพราะจะทำให้เด็กเกิดความรู้สึกที่ดี หรือเป็นแรงจูงใจให้เกิดความสนใจเนื้อหา เมื่อเด็กเกิดความสนใจแล้วครูจึงเสนอกิจกรรมการเรียนการสอนที่เตรียมมาเพื่อสอนความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ (Structured Stage) และสิ้นสุดกิจกรรมด้วยการฝึกฝน (Practice) เป็นช่วงที่ให้นักเรียนปฏิบัติและฝึกทักษะในเนื้อหานั้น ๆ จนเกิดความชำนาญ

2) การจัดการเรียนการสอน ควรใช้การสอนหลายวิธีและหลายรูปแบบ เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนได้แสดงความคิดด้วย

3) สื่อการสอนที่ใช้ในแต่ละครั้งควรมีหลายอย่างเพื่อสร้างความคิดและความเข้าใจในเนื้อหาโดยเตรียมสื่อการสอนตามลำดับขั้นการสอนคือ Play Stage → Structured Stage → Practice ตามลำดับ สื่อแต่ละอย่างจะช่วยพัฒนาความคิดของเด็กได้ดียิ่งขึ้น ถ้าเริ่มจากสื่อประเภท 3 มิติ 2 มิติ และมิติเดียวตามลำดับ

4) แนวการจัดการเรียนการสอน ควรเริ่มจากรูปธรรม กึ่งรูปธรรมและนามธรรมตามลำดับ

2.1.2 แนวคิด Constructivist

ทฤษฎีการเรียนรู้ Constructivist มีความเชื่อว่า เด็กสามารถที่จะพัฒนาความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยผ่านการปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม (Kutz, 1991) และความรู้ที่เกิดขึ้นกับบุคคลมากกว่าเกิดจากการถ่ายทอดโดยตรงจากผู้เชี่ยวชาญ เช่น ครู ผู้ปกครองหรือจากหนังสือเรียน

Piaget (1970) กล่าวถึง โครงสร้างความรู้ความคิด (Cognitive Structures) เช่น การย้อนกลับ ($3+1 = 4$ ดังนั้น $4 = 3+1$) การสลับที่ ($3+4 = 4+3$) และการสมมาตร

(1, 2, 3, 4, 3, 2, 1) เป็นการเตรียมความพร้อมที่จำเป็นต่อการพัฒนาความสามารถของเด็กเมื่อโตขึ้น การใช้เครื่องมือเป็นส่วนหนึ่งของการจัดองค์ประกอบของความรู้ในเด็กจะช่วยพัฒนาความสามารถของเด็กให้มากขึ้น (Chomsky, 1971) จากความเชื่อนี้ส่งผลให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสื่อหรือจัดกระทำกับสื่อ ซึ่งเป็นจุดที่พัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Kutz, 1991)

Cruikshank and Sheffield (1992) กล่าวถึง Constructivist ว่า เด็กได้ความรู้ที่ดีที่สุด จากการศึกษาที่เด็กได้สร้างความรู้ด้วยตัวของเด็กเอง จากผลงานของ Piaget ที่เกี่ยวข้องกับ Constructivist เป็นเครื่องช่วยแนะแนวทางของครูให้มีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียน โดยการใช้คำถามและการอภิปราย แสดงความคิดเห็นอย่างชำนาญ และเปิดโอกาสให้เด็กได้ค้นพบความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ (relationships) การทำนายเหตุการณ์พร้อมทั้งได้จัดกระทำกับสื่อรูปธรรม (manipulating materials)

สมาคมครูคณิตศาสตร์ของอเมริกา (NCTM) สนับสนุนให้ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้และนำแนวคิด Constructivist มาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ (NCTM, 1989)

และ Brooks (1990) ได้เสนอแนะแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งเป็นผลมาจากการทดลองสอนโดยใช้แนวของ Constructivist ดังต่อไปนี้

- 1) ส่งเสริมและยอมรับนักเรียนในการมีอิสระ การเป็นสมาชิกในกลุ่มและเป็นผู้รู้
- 2) เปิดโอกาสให้นักเรียนได้จัดกระทำกับสื่อรูปธรรม (physical materials)
- 3) การจัดการเรียนการสอนของบทเรียนควรยืดหยุ่นตามแนวความคิด และปฏิบัติการการตอบสนองของผู้เรียน
- 4) สอบถามถึงความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาของนักเรียนก่อนเมื่อนำเสนอเนื้อหา
- 5) ส่งเสริมให้นักเรียนได้กล้าแสดงออกในการพูดและคิด กับครูและเพื่อน ๆ
- 6) กระตุ้นให้นักเรียนค้นหา คิด และตอบสนองด้วยตัวนักเรียนเอง
- 7) ส่งเสริมนักเรียนให้สำรวจค้นหาคำตอบจากคำถามของครูและฝึกให้นักเรียนได้ใช้คำถามในการหาคำตอบอีกด้วย
- 8) หลังใช้คำถามควรหยุดและรอเวลาให้นักเรียนได้คิด
- 9) มีเวลาให้นักเรียนได้ค้นพบความสัมพันธ์และความคิดสร้างสรรค์
- 10) การออกแบบหลักสูตร เนื้อหาควรจะเป็นการเน้นและฝึกพื้นฐานการพัฒนาแนวคิดโดยใช้สถานการณ์ปัญหา

นอกจากนี้ Confrey (1990) ได้เสนอแนะกิจกรรมโดยนำแนวคิดของ Constructivist มาใช้ในการเรียนการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยวิธีการดังต่อไปนี้

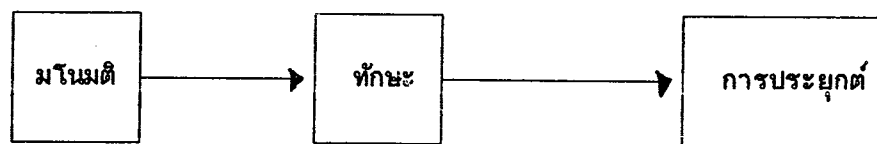
- 1) ส่งเสริมให้นักเรียนมีอิสระในการใช้ความคิด
- 2) ส่งเสริมพัฒนาการความก้าวหน้าของนักเรียน โดยครูเป็นผู้จัดบันทึกผลการเรียนของนักเรียนทุกระยะ
- 3) บันทึกความก้าวหน้าทางการเรียนของนักเรียนจากแบบฝึกหัด ผลงาน การแสดงความคิดเห็นของนักเรียนต่อการเรียนการสอนในแต่ละครั้ง และแบบบันทึกการสังเกตอย่างไม่เป็นทางการเกี่ยวกับนักเรียนแต่ละคน
- 4) ศึกษาวิธีการแยกแยะปัญหาของนักเรียน จากการเขียนรายงานถึงวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน
- 5) ส่งเสริมการทำงานกลุ่มย่อยและมีการอภิปรายร่วมกัน
- 6) บอกจุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์การเรียนก่อนการสอนทุกครั้ง

แนวคิด Constructivist ที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ครูทราบถึงความคิดของนักเรียนว่าคิดอย่างไร ไม่ว่าความคิดนั้นจะเป็นความคิดที่ผิดหรือถูก ช่วยให้ผู้ครูเข้าใจถึงความคิดที่นักเรียนใช้และรู้วิธีการเรียนรู้ของนักเรียน (Hatfield, Edward, Bitter, 1993)

สรุปแนวคิดของ Constructivist ซึ่งเป็นแนวคิดที่มีความเชื่อว่า ความรู้ที่ดีที่สุดเกิดจากผู้เรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเองของผู้เรียนเอง ดังนั้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงเน้นให้นักเรียนเป็นผู้ที่มีส่วนร่วมในการได้จัดกระทำกับสิ่งปฐขรรม ได้พูดอธิบายมโนคติด้วยตนเอง มีการอภิปรายในกลุ่มย่อย และครูมีบทบาทในการจัดสภาพสิ่งแวดล้อมพร้อมทั้งสังเกตศึกษาพัฒนาการ ความคิดหรือความเข้าใจจากการบันทึก การสัมภาษณ์หรือดูจากผลการทำงานของนักเรียน

2.1.3. หลักการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

สุภัตตา ลอยฟ้า (2537) กล่าวถึงกระบวนการหรือหลักการที่แท้จริงทางคณิตศาสตร์ในการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ครูจะต้องตระหนักว่านักเรียนจะต้องได้รับการพัฒนาถึง 3 ส่วนคือ มโนคติ ทักษะ การประยุกต์หรือการแก้ปัญหา



ภาพที่ 1 แสดงองค์ประกอบของกระบวนการสอนคณิตศาสตร์

การเรียนจะต้องเริ่มต้นที่ความเข้าใจมโนติก่อน หลังจากนั้นจึงฝึกทักษะให้เกิดความชำนาญแล้วจึงประยุกต์ความรู้เหล่านั้นไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน

2.1.4 การพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์

สุสดา ลอยฟ้า (2539) ได้กล่าวถึงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา มุ่งพัฒนาความรู้ความเข้าใจของนักเรียน 3 ด้าน คือความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติ คณิตศาสตร์ (Conceptual Knowledge) ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ (Procedural Knowledge) และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์กับกรรมวิธีในการคิดคำนวณและการกำหนดสัญลักษณ์

การพัฒนาความเข้าใจทั้ง 3 ด้านดังกล่าวจะเน้นความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ (Relational Understanding) กล่าวคือ เป็นการพัฒนาความเข้าใจอย่างมีความหมายโดยเน้นการอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละมโนคติและกรรมวิธีในการคิดคำนวณ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างกรรมวิธีในการคิดคำนวณและมโนคติทางคณิตศาสตร์ที่รองรับ

และสุสดา ลอยฟ้า (2539) ยังได้กล่าวถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติทางคณิตศาสตร์เป็นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ซึ่งผนวกหรือเชื่อมโยงระหว่างมโนคติหรือแนวคิด จำเป็นต้องมองเห็นวัตถุที่สัมพันธ์กันดังกล่าว และความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติเป็นความรู้ที่เชื่อมโยงกันเป็นความสัมพันธ์หรือมโนคติถูกสร้างขึ้น ความรู้หรือมโนคติเหล่านั้นจะสัมพันธ์กับมโนคติอื่น ๆ ในความคิดของเราเสมอ เด็กก่อนวัยเรียนก่อนจะเข้าใจมโนคติเกี่ยวกับจำนวน เขาจะเริ่มเข้าใจมโนคติ หนึ่งและมากกว่า มาก่อนมโนคติเกี่ยวกับจำนวนอื่น ๆ มโนคติเกี่ยวกับจำนวนอื่นจะถูกสร้างขึ้นบนพื้นฐานของหนึ่ง มากกว่า และการนับ เช่น เมื่อนักเรียนสร้างมโนคติเจ็ดขึ้นมาเขาจะเชื่อมโยงเข้ากับมโนคติมากกว่า ดังเช่น เจ็ดมากกว่าสามและสัมพันธ์กับมโนคติอื่นที่ได้เรียนรู้แล้ว เช่น เจ็ดมากกว่าหกอยู่หนึ่ง หลังจากนั้นความเข้าใจมโนคติเจ็ดของ

นักเรียนจะสมบูรณ์

และนักเรียนที่เริ่มเรียนเกี่ยวกับเศษส่วน เขาจะต้องมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการแบ่งโดยทำให้เป็นส่วน ๆ เท่า ๆ กัน มโนคติเกี่ยวกับจำนวนหรือความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อย (หรือส่วนที่เรากล่าวถึง) กับส่วนทั้งหมด การเชื่อมโยงความคิดเกี่ยวกับจำนวนหรือปริมาณส่วนย่อยกับคำศัพท์ เช่น หนึ่งในสี่ หนึ่งในสาม เป็นการนับจำนวนส่วนย่อยแต่ละขนาด เช่น ขนาดหนึ่งในสี่ 1 ชิ้น ($1/4$) ขนาดหนึ่งในสี่ 2 ชิ้น ($2/4$) ขนาดหนึ่งในสี่ 3 ชิ้น ($3/4$) หลังจากนั้นมโนคติเหล่านี้จะถูกเชื่อมโยงกันพัฒนาขึ้นเป็นมโนคติใหม่ เช่น การเท่ากันของเศษส่วนหรือทศนิยม

นอกจากนี้ สุลัดดา ลอยฟ้า (2539) ยังได้กล่าวถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความรู้เกี่ยวกับระบบสัญลักษณ์ที่ใช้แทนแนวความคิดหรือมโนคติทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งความรู้เกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอน หรือกรรมวิธีการคิดคำนวณหรือการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถอ่านได้ถูกต้อง เช่น $(9-5) \times 2 = 8$ โดยเน้นความรู้ความเข้าใจในการกำหนดสัญลักษณ์แทนมโนคติหรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ เป็นการกำหนดขั้นตอนการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวกเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากันโดยการบวกจำนวนที่เป็นเศษและส่วนคงเดิม ถ้าเศษส่วนไม่เท่ากันจะหาผลบวกได้โดยหา ค.ร.น. ของจำนวนส่วน แล้วทำส่วนให้เท่ากับ ค.ร.น. จากนั้นเอาเศษบวกกันและส่วนคงเดิม เป็นต้น

สำหรับความเข้าใจเกี่ยวกับการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติกับกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กฎหรือกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ที่อยู่บนพื้นฐานของความเข้าใจในมโนคติ และเหตุผลที่รองรับการกระทำในแต่ละขั้นตอนของกรรมวิธีการคิดคำนวณ ถ้าปราศจากความเข้าใจในมโนคติที่รองรับของการกระทำในแต่ละขั้นตอน ความเข้าใจเกี่ยวกับกรรมวิธีคิดคำนวณจะเป็นแบบนกแก้วนกขุนทอง (rote learning) ถ้ากฎหรือกรรมวิธีที่พัฒนาขึ้นอยู่บนพื้นฐานความเข้าใจในมโนคติที่รองรับ เราสามารถอธิบายการกระทำในแต่ละครั้งว่าทำอย่างไร ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2539)

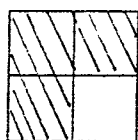
Erlwanger (อ้างถึงใน สุลัดดา ลอยฟ้า, 2539) ได้กล่าวถึงผลจากการสัมภาษณ์นักเรียนที่เรียนคณิตคนหนึ่ง ซึ่งเป็นตัวอย่างของความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติและกรรมวิธีการคิดคำนวณที่ถูกสอนโดยไม่ได้เชื่อมโยงซึ่งกันและกัน เมื่อถามนักเรียนคนดังกล่าวถึงผลบวกของ $3/4 + 1/4$ คำตอบของเขาคือ $4/8$ และเขาสามารถทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำได้คือ $1/2$

โดยเขาอธิบายถึงกรรมวิธีที่เขาได้มาซึ่งคำตอบ คือ เอาเศษบวกกับเศษ และส่วนบวกส่วน จากนั้นเขาวาดภาพประกอบดังรูป จากรูปเขาเขียนคำตอบว่า $3/4 + 1/4 = 1$ โดยที่เขาไม่แปลกใจเลยว่าทำไมคำตอบของเขาจึงแตกต่างกัน ซึ่งชี้ให้เห็นว่า ความเข้าใจผิดและไม่ชัดเจนของนักเรียนเกิดจากการไม่เชื่อมโยงระหว่างความรู้ความเข้าใจทั้งสองประเภท

วิธีที่ 1

$$3/4 + 1/4 = 1/2$$

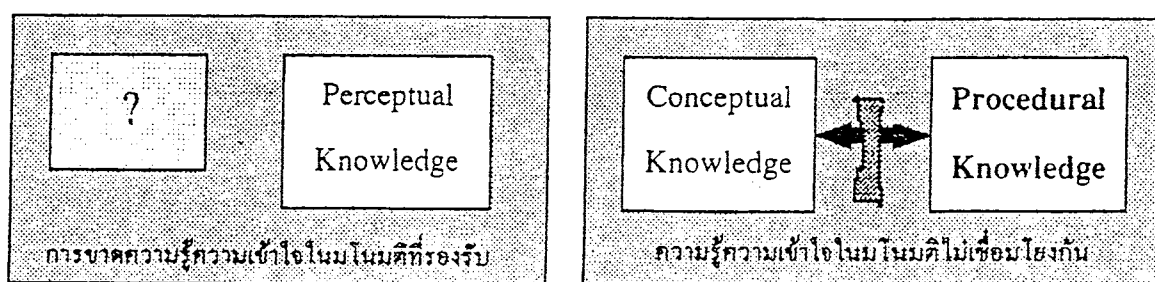
วิธีที่ 2 เขียนแผนภาพแสดงได้ดังนี้



ส่วนที่แรเงาคือ $3/4$ และกับอีกที่ไม่แรเงาคือ $1/4$

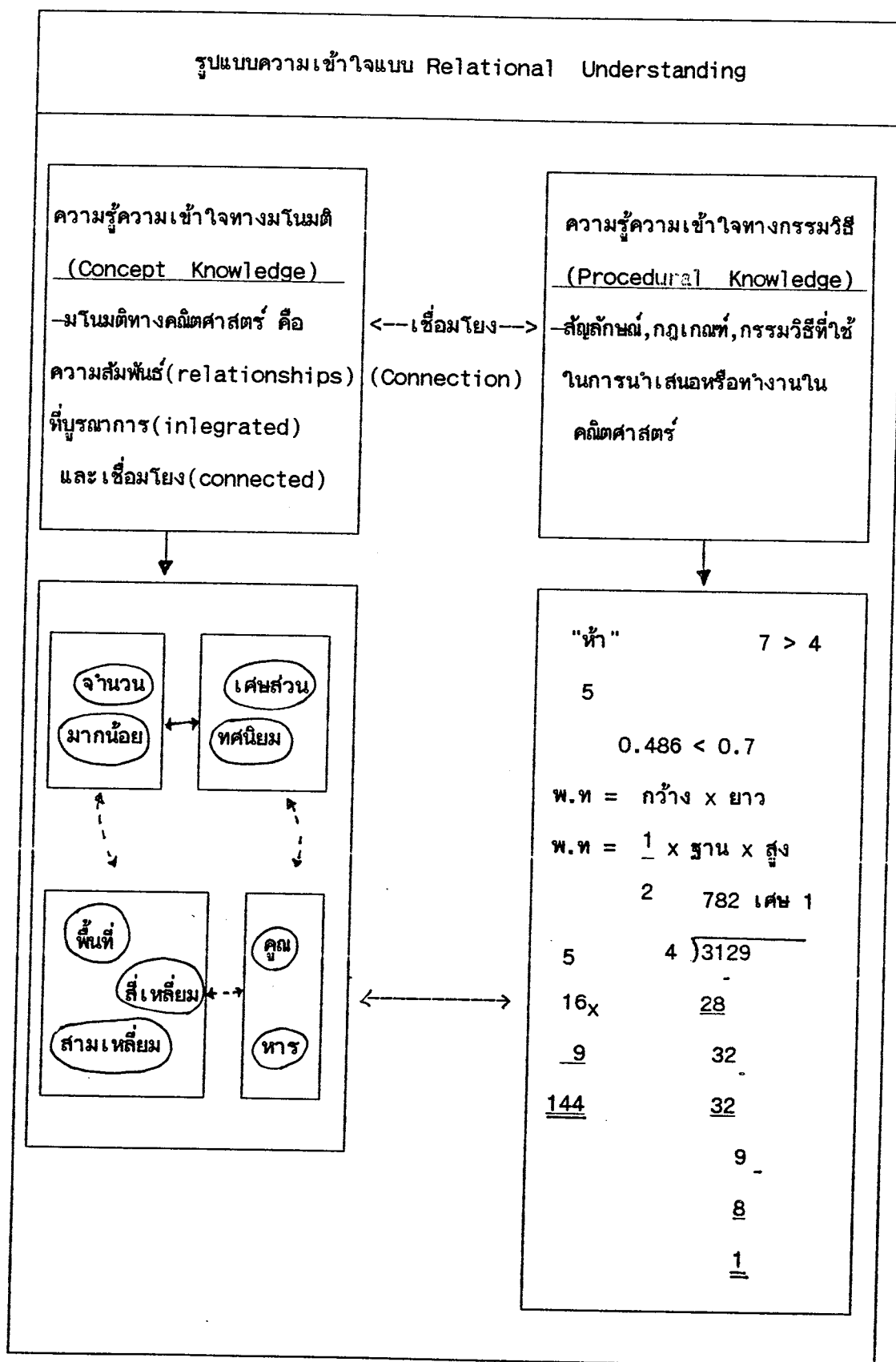
รวมกันเป็นทั้งหมด ซึ่งเท่ากับ 1

การที่นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ โดยปราศจากเชื่อมโยงกับความรู้ความเข้าใจในโมเดลที่รองรับกรรมวิธีดังกล่าว ความเข้าใจดังกล่าวเราเรียกว่า Instrumental Understanding ดังภาพ (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2539)



ภาพที่ 2 แสดงการเกิด Instrumental Understanding

นอกจากนี้ สุลัดดา ลอยฟ้า (2539) ยังชี้ให้เห็นความสำคัญของความเข้าใจที่ผู้เรียนมีความเข้าใจในโมเดลเป็นอย่างดี รู้กรรมวิธีการคิดคำนวณและสามารถเชื่อมโยงระหว่างโมเดลกับกรรมวิธีการใช้ได้อย่างชัดเจน ซึ่งรูปแบบของความเข้าใจแบบ Relational Understanding ตัวอย่างดังภาพ



ภาพที่ 3 แสดงถึงความเข้าใจที่สัมพันธ์เป็นเหตุเป็นผลกัน



มหาวิทยาลัยขอนแก่น

นอกจากนี้ สุลัดดา ลอยฟ้า (2539) ได้เน้นถึงข้อดีของความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ว่า ในการสอนที่เน้นการพัฒนาความรู้ความเข้าใจของนักเรียน ประเภทความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ ผู้สอนจะต้องใช้เวลาและความพยายาม การพัฒนาโมเดลต้องอาศัยเวลาและการจัดสิ่งแวดล้อมเชิงรูปธรรมที่เอื้อต่อการสร้างความรู้ความเข้าใจด้วยตนเองของนักเรียน แต่อย่างไรก็ตามมีเหตุผลหรือข้อดีหลายประการที่ชี้ให้เห็นว่าความพยายามและเวลาที่ต้องเสียไปเป็นสิ่งที่คุ้มค่าในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ดังนี้

1) ความเข้าใจเชิงสัมพันธ์เป็นการเสริมแรงภายใน โดยทั่วไปนักเรียนจะสนุกสนานกับการได้เรียนเพิ่มเติมหรือสัมพันธ์ความรู้หรือแนวคิดใหม่กับความรู้ที่มีอยู่แล้ว สำหรับนักเรียนที่เรียนแบบท่องจำเพื่อการสอบหรือเพื่อให้พ่อแม่หรือครูพอใจมักจะพบว่า การเรียนไม่ใช่กิจกรรมที่สนุกหรือน่าสนใจ การเสริมแรงภายนอกหรือรางวัลจะมีประสิทธิภาพเฉพาะช่วงเวลาอันสั้นเท่านั้น แต่ไม่ได้ช่วยให้นักเรียนรักหรือชอบในวิชาที่เขาเรียน แต่ถ้านักเรียนเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย สัมพันธ์กับโมเดลที่เขาเรียนรู้แล้ว กับโมเดลที่เขาต้องเรียนรู้ใหม่ มักจะทำให้เขารู้สึกภูมิใจและทำให้สนุกกับบทเรียนไปในที่สุด

2) ทำให้จดจำเนื้อหาสาระได้ง่ายขึ้น มีหลักฐานที่ชัดเจนที่สนับสนุนดังกล่าวว่า "รูปแบบที่มีความหมายจะทำให้ให้นักเรียนจดจำความรู้ที่เรียนมา ได้ดีกว่ารูปแบบที่ไม่มีมีความหมาย" "มีความหมาย" หมายถึง การเชื่อมโยงความรู้หรือโมเดลอย่างมีระบบมีโครงสร้าง เมื่อไรก็ตามที่เราเห็นการเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ระหว่างโมเดลใหม่กับความรู้ที่มีอยู่ได้มากกว่าจะทำให้เราระลึกหรือจดจำเนื้อหา หรือความรู้ที่กำลังเรียนได้มากกว่าความรู้ที่ไม่มีโครงสร้าง หรือไม่มีระบบ มักทำให้ยากที่จะจำและลืมง่าย จะสังเกตได้ว่าถ้านักเรียนคณิตศาสตร์โดยเน้นความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ ครูจะใช้เวลาทบทวนหรือสอนไม่มาก

3) ง่ายแก่การเรียนหรือเข้าใจโมเดลหรือกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ใหม่ ถ้านักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้แล้วอย่างชัดเจน จะทำให้นักเรียนเรียนรู้โมเดลใหม่ได้ง่ายขึ้น ความเข้าใจในคำประจักษ์หลักจะช่วยพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับโมเดลของทศนิยม ถ้านักเรียนเข้าใจโมเดลของจำนวนได้ดีกว่า จะทำให้นักเรียนคนนั้นหาผลลัพธ์ของการกระทำบวกและลบเบื้องต้นได้ดีกว่า เนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นเนื้อหาที่เป็นระบบและเป็นเหตุผลเชื่อมโยงซึ่งกันและกัน ความเข้าใจเนื้อหาที่เกี่ยวข้องที่เรียนแล้ว จะทำให้เข้าใจเนื้อหาใหม่หรือแนวคิดที่สัมพันธ์ได้ง่ายขึ้น ถ้าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ปราศจากการเชื่อมโยงโมเดลและกรรมวิธีหรือสัญลักษณ์ที่แทนโมเดลดังกล่าวแล้ว นักเรียนจะเรียนอย่างท่องจำและยากแก่การเข้าใจโมเดลหรือเนื้อหาใหม่

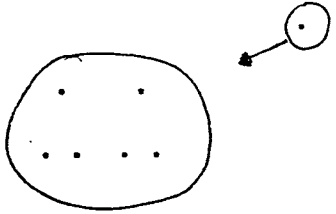
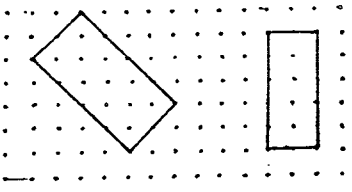
4) ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหามองใช้ความรู้ทั้งสองประเภท คือ มโนคติและกรรมวิธีการคิดคำนวณ ถ้าสอนนักเรียนโดยไม่ได้เน้นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ ความเข้าใจทั้งสองประเภท จะทำให้นักเรียนไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้

5) นำไปสู่การเรียนรู้ด้วยตนเอง Skemp (อ้างถึงใน สุลัดดา ลอยฟ้า, 2539) กล่าวว่า ถ้าความรู้ที่ได้รับหรือกำลังเรียนรู้ทำให้ผู้เรียนเกิดความสุข มีความสนุกในการเรียน จะทำให้ผู้เรียนอยากที่จะเรียนรู้หรือค้นหาความรู้ด้วยตนเอง

6) ช่วยป้องกันความวิตกกังวลหรือกลัวในวิชาคณิตศาสตร์ ความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมการแสดงออกถึงความกลัวหรือการหลีกเลี่ยง และนำไปสู่ความเชื่อที่ว่า ตัวเองไม่สามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ แต่ถ้านักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ได้โดยเน้นความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ ผลก็คือ ความรู้ที่ได้รับจะไม่ใช้สิ่งแปลกใหม่หรือไม่คุ้นเคย ความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ จะทำให้นักเรียนรู้สึกว่าการคณิตศาสตร์ไม่ใช่สิ่งลึกลับ น่ากลัวหรือมีเพียงคนเก่งเท่านั้นที่เรียนได้ ในทางตรงข้ามความเข้าใจเชิงสัมพันธ์จะสร้างความมั่นใจให้เกิดขึ้นใจตัวของนักเรียน

ดังนั้นในการพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยหลักการต่อไปนี้ (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2537)

1. การใช้รูปแบบ (model) หมายถึง วัตถุประธรรมหรือรูปภาพที่จะช่วยให้นักเรียน เข้าใจถึงมโนตินั้น ๆ และจนกระทั่งมโนคติทางคณิตศาสตร์เกิดความสัมพันธ์กัน เช่น

 การนับวัตถุ เป็นรูปแบบของจำนวนที่คุ้นเคย และสัมพันธ์กับความคิด <u>การเพิ่มอีก</u>	 สี่เหลี่ยมผืนผ้าถูกใช้รูปแบบเป็นตารางจุด ซึ่งเกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ของความยาว และระยะ
--	--

ภาพที่ 4 แสดงการใช้รูปแบบในการพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์

2. สนับสนุนการสะท้อนความคิด (reflective thought) ในการดำเนินการเรียนในสภาพบรรยากาศของการแก้ปัญหาและส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดเป็นเหตุเป็นผลด้วยตนเอง โดย

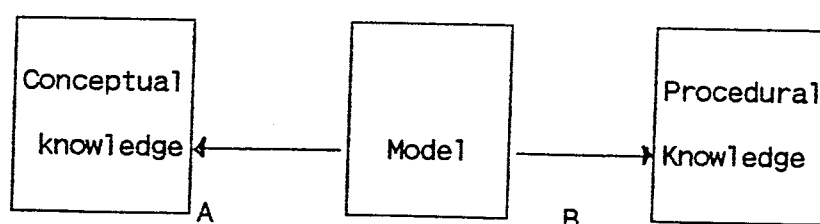
2.1 จัดบรรยากาศการแก้ปัญหา (use a problem - solving atmosphere) นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมในการตรวจสอบ การท้าทาย การอภิปราย การแสดง การนำเสนอ การให้เหตุผล การพิสูจน์ การคาดคะเนคำตอบ ในสภาพแวดล้อมที่นักเรียนเช่นนี้ไม่เพียงแต่สร้างสรค์ความสัมพันธ์ แต่กลายเป็นนักคิดคณิตศาสตร์และนักแก้ปัญหา

2.2 การส่งเสริมการให้เหตุผลด้วยตนเอง (Encourage self-Validatin) ครูหรือตำราไม่ควรเป็นผู้ให้ความคิดมาตรฐาน หรือกระบวนการตัดสินใจถูกต้อง ความคิดควรจะถูกแนะนำโดยนักเรียนหลังจากการประเมินผลกลุ่ม ครูควรแนะนำหรือกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดด้วยตนเองหรือจากการประเมินผลของกลุ่ม

3. พัฒนาความรู้ความเข้าใจทางมโนคติก่อนความรู้ความเข้าใจกรรมวิธี (Develop Conceptual Knowledge before Procedural Knowledge) นักเรียนควรได้เรียนรู้สัญลักษณ์โดยการจำ และนำเสนอความคิดนั้นหลังจากมีประสบการณ์ การอภิปรายและความเข้าใจ การเริ่มต้นด้วยกฎเกณฑ์ทางสัญลักษณ์และกรรมวิธี และคาดหวังว่านักเรียนจะเกี่ยวพันความหมายกับกฎเกณฑ์ ซึ่งเป็นเพียงความคิดบรรยายและยังทำให้เกิดเสียหายแก่นักเรียน การเขียนกรรมวิธี ควรจะเกิดจากวิธีการของการกระทำหรือกระบวนการบันทึกอย่างมีความหมายและความคิด

4. เน้นการใช้ภาษา (Emphasis the use of language) เมื่อเด็กหรือผู้ใหญ่พูดพวกเขาใช้ความคิดจากความรู้สึก ในการอภิปรายประสบการณ์ใหม่ การพูดช่วยเชื่อมโยงสัมพันธ์ประสบการณ์ใหม่กับความคิดที่มีอยู่

5. ใช้รูปแบบ (model) เป็นตัวเชื่อมระหว่างมโนคติกับสัญลักษณ์



A : การสะท้อนความคิดกับรูปแบบ (model) ช่วยนักเรียนสร้างความสัมพันธ์

B : รูปแบบ (Model) สามารถเป็นตัวเชื่อมโยงด้วยกรรมวิธีและสัญลักษณ์

ภาพที่ 5 แสดงการใช้รูปแบบเชื่อมระหว่างมโนคติกับสัญลักษณ์

6. หลีกเลี่ยงการใช้สัญลักษณ์ก่อนเวลาอันควร (Premature Symbolism)

สฤตดา ลอยฟ้า (2537) ได้เสนอแนวทางการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- 1) ส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจคิดค้นหาคำตอบหน้าที่ของครูคือ
ชี้แนวทางอำนวยความสะดวก สนับสนุนให้นักเรียนกล้าคิด กล้าเล่น
รับฟังและยอมรับความคิดของนักเรียน
- 2) เน้นการจัดกระทำกับสื่อที่เป็นรูปธรรม
- 3) เน้นวิธีการที่หลากหลายในการหาข้อสรุป
- 4) เน้นให้นักเรียนสร้างผลงานด้วยตนเองเพื่อแสดงว่าเข้าใจมโนคติที่กำลังเรียนรู้

สรุป การพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมีความรู้ ทักษะและประสบการณ์ ที่เพียงพอที่จะเรียนความคิดรวบยอดใหม่ ผู้เรียนจะต้องมีส่วนร่วมในกิจกรรม และกิจกรรมในแต่ละขั้นจะต้องให้ผู้เรียนได้จัดกระทำกับสื่อรูปธรรม เพื่อที่จะ ได้ค้นพบความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นด้วยตนเอง

2.1.5 การพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ (Developing and Practicing Skills)

การพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การทำให้ผู้เรียนเข้าใจกรรมวิธี กระบวนการขั้นตอน ตลอดจนสัญลักษณ์ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรพยายามทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างแท้จริง ไม่ใช่การท่องจำ การฝึกทักษะทางคณิตศาสตร์นั้นควรได้รับการฝึกหัดหรือปฏิบัติบ่อย ๆ จนสามารถทำสิ่งนั้นด้วยความชำนาญ การฝึกอย่างสม่ำเสมอหลังจากนักเรียนเข้าใจความคิดรวบยอดแล้วจะทำให้ให้นักเรียนเข้าใจมากกว่าจดจำ และก่อให้เกิดความสามารถแก้ปัญหาต่อไป (วัลลภา อาธิรัตน์, 2532)

สฤตดา ลอยฟ้า (2537) ได้เสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

- 1) ทักษะที่ฝึกควรเป็นวิธีการที่หลากหลายในการคิดคำนวณ
- 2) เน้นวิธีการที่หลากหลายในการฝึก
- 3) เน้นให้นักเรียนได้คิดไปพร้อม ๆ กับการฝึก
- 4) ควรมีเกมสำหรับการฝึกที่เน้นความคล่องแคล่วในการคิด
- 5) ส่งเสริมการผลิตหรือการสร้างผลงานด้วยตนเอง

Johnson และ Rising (อ้างถึงใน สฤตดา ลอยฟ้า, 2537) ได้เสนอแนะหลักการเบื้องต้นในการฝึกทักษะ เพื่อให้การฝึกทักษะมีความหมายและน่าสนใจดังนี้

1) การฝึกหัดจะกระทำไปพร้อมกับความต้องการของผู้เรียน ถ้าผู้เรียนต้องการที่จะพัฒนาทักษะ เขาจะเชื่อว่าการฝึกของเขานั้นมีคุณค่า ฉะนั้นผู้เรียนจะต้องตระหนักถึงประโยชน์ของการฝึกทักษะในการคิดคำนวณ และต้องไม่ให้ผู้เรียนคิดถึงความล้มเหลวของการฝึก

2) การฝึกควรจะให้ผู้เรียนได้คิดไปพร้อมกับการฝึก ไม่ใช่กระทำซ้ำอย่างเครื่องจักรกล ดังนั้น ครูควรจะให้แบบฝึกหัดที่เป็นปัญหาที่ช่วยคิดมากกว่าแบบฝึกหัดที่ซ้ำ ๆ บทบาทของการคิดในการเรียนทักษะ เป็นเหตุที่เน้นมาก ในการฝึกทักษะการคิดคำนวณในปัจจุบัน

3) การฝึกทักษะจะต้องกระทำหลังจากค้นพบโมโนทัศน์เรียบร้อยแล้ว ความเข้าใจโมโนทัศน์จะเป็นสิ่งจูงใจสำหรับการฝึกทำให้การฝึกมีความหมาย

วรสุตา บุญไวโรจน์ (2537) ได้ให้ข้อคิดเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ การจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ การฝึกจะต้องทำหลังจากเข้าใจโมโนทัศน์แล้ว การฝึกควรให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติด้วยตนเอง ครูจำเป็นต้องกระตุ้นและสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนฝึกปฏิบัติในเรื่องที่เข้าใจแล้วด้วยเทคนิควิธีต่าง ๆ จึงจะสามารถพัฒนาความรู้ความเข้าใจให้เป็นทักษะที่ชำนาญได้ ครูควรเลือกงานที่เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ความสามารถและตรงกับความสนใจของนักเรียน

สรุป การจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ การฝึกจะต้องทำหลังจากการเข้าใจโมโนทัศน์แล้ว การจัดกิจกรรมควรเป็นไปตามความต้องการของผู้เรียน เวลาที่ใช้ในการฝึกควรใช้เวลาไม่นาน ผู้เรียนจะต้องทราบความก้าวหน้าของตนเอง เพื่อที่จะได้เป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนให้พยายามในการเรียนรู้ที่จะทำคราวต่อไป การฝึกควรเน้นหลักการมากกว่าวิธีสัด เพื่อหลีกเลี่ยงการจดจำวิธีทำของรูปแบบต่าง ๆ ในเนื้อหานั้น

2.1.6 การพัฒนาการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

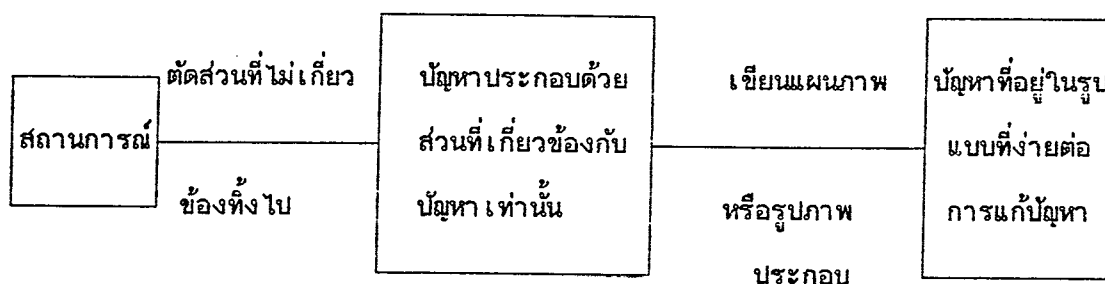
สุลัดดา ลอยฟ้า (2537) ได้กล่าวถึงการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือการประยุกต์ความรู้หลักการหรือโมโนติและทักษะ ไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ นอกเหนือจากบทเรียน เป็นกิจกรรมที่จัดขึ้นหลังจากที่ผู้เรียนที่มีความรู้และความเข้าใจโมโนติ ผ่านการฝึกทักษะมาดีแล้ว ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่สามารถสำรวจ คิดค้น แก้ปัญหด้วยตนเอง โดยคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1) การสร้างบรรยากาศของความประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เพื่อไม่ให้ นักเรียนล้มเหลวในการแก้ปัญหาตั้งแต่ต้นในการเรียน ครูควรเลือกปัญหาง่าย ๆ ให้นักเรียนแก้ปัญหาก่อนและนักเรียนประสบความสำเร็จในครั้งแรกแล้วก็จะเกิดมีกำลังใจและตั้งใจมากขึ้นใน

การแก้ปัญหาที่ยากและซับซ้อนต่อไป

2) สนับสนุนหรือกระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหา โดยเปลี่ยนสถานการณ์ของปัญหาให้นำสนใจสำหรับนักเรียน โดยสถานการณ์ใหม่จะต้องมีข้อมูลและความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ปัญหาเดิมคง หรือเสนอปัญหาที่ไม่มีจำนวนตัวเลขให้นักเรียนอภิปรายว่าควรใช้การกระทำอะไรแก้ปัญหา

3) สอนให้นักเรียนอ่านปัญหา เพราะสิ่งจำเป็นเบื้องต้นของการแก้ปัญหาก็คือ การทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหา โดยใช้ความสามารถในการอ่านเป็นสิ่งสำคัญเบื้องต้นที่จะต้องฝึกให้ผู้เรียน ตัวอย่างกิจกรรมที่ครูควรจัด เช่น การฝึกให้นักเรียนทบทวนปัญหาด้วยคำพูดของตนเอง หรือให้นักเรียนขีดเส้นใต้ข้อความหรือวลีที่สำคัญ และอีกวิธีหนึ่งคือการฝึกให้นักเรียนตัดข้อมูลส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องกันปัญหาออกไป ซึ่งแสดงไว้ในแผนภาพต่อไปนี้



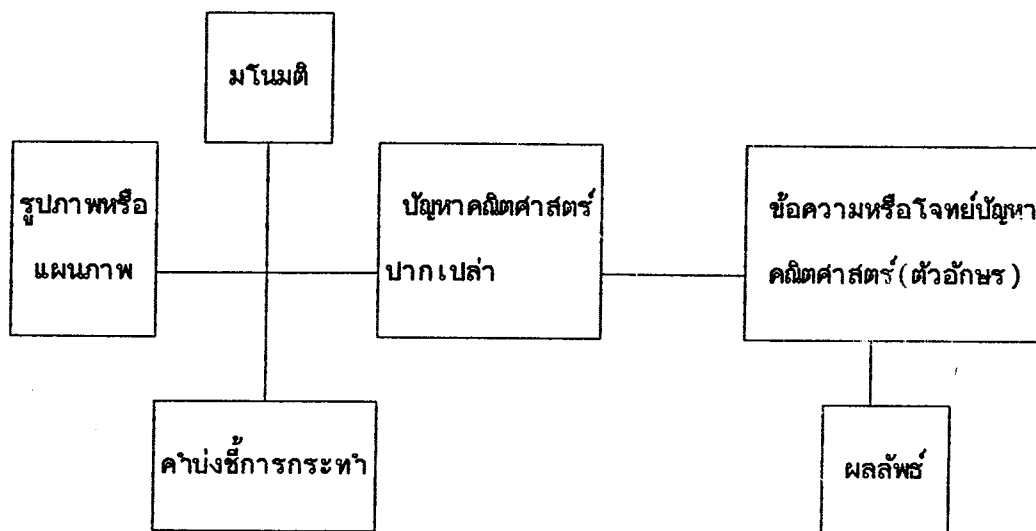
ภาพที่ 6 แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4) ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในปัญหา เช่น การใส่ชื่อนักเรียนในสถานการณ์ปัญหา ให้นักเรียนแสดงบทบาทสมมติเป็นตัวละครในปัญหา สร้างปัญหาที่เน้นการแสดงออกของนักเรียน สร้างโอกาสให้นักเรียนได้จัดกระทำกับสื่อรูปธรรมเพื่อหาทางแก้ปัญหา

5) เน้นความไม่สมบูรณ์และเปิดกว้าง เช่น กำหนดปัญหาที่ไม่มีคำถาม กำหนดปัญหาที่มีเงื่อนไขไม่เพียงพอ กำหนดปัญหาที่ไม่มีจำนวนตัวเลข

6) ให้ออกาสผู้เรียนสร้างปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนที่สามารถสร้างปัญหาด้วยตนเองได้จะสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่า เนื่องจากนักเรียนจะต้องรู้โครงสร้างของปัญหาเป็นอย่างดีว่าประกอบด้วยส่วนประกอบที่จำเป็นอะไรบ้าง และยังเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและสัมพันธ์ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ กับปัญหาในชีวิตประจำวัน การสร้างโจทย์ปัญหาได้จากรูปภาพ จะช่วยให้นักเรียนระดับประถมศึกษาเข้าใจปัญหาและสามารถวิเคราะห์ได้ การสร้างปัญหาจาก

ภาพจะช่วยให้นักเรียนสนุกในการสร้างปัญหาต่าง ๆ ขณะเดียวกันนักเรียนสามารถแก้ปัญหาจากภาพด้วยตนเองอีกด้วย



ภาพที่ 7 แสดงขั้นตอนในการสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์

7) ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มย่อยหรือเป็นคู่ในการแก้ปัญหา เพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนช่วยกันคิด อภิปราย สร้างคิดค้น วิธีการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย จะช่วยให้พัฒนาหรือกระตุ้นให้นักเรียนแสดงออกเพิ่มมากขึ้น และเป็นการสร้างบรรยากาศเชิงสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหาอีกด้วย

8) สนับสนุนให้มีทางเลือกหลากหลายในการแก้ปัญหา เช่น ลองทำคำตอบและตรวจสอบว่าถูกต้องไหม ลองแก้ปัญหาที่ง่ายกว่า โดยใช้จำนวนที่น้อย ๆ ก่อนเพื่อหาแนวทางสร้างตารางประกอบ เขียนแผนภาพประกอบ ใช้สื่อ รูปภาพประกอบ ใช้เครื่องหมายคิดเลข มองย้อนกลับ มองหารูปแบบ แบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วน ๆ แล้วแก้ปัญหาแต่ละส่วนย่อยนั้น ใช้หลักการคิดเชิงเหตุผล ตรวจสอบกับปัญหาที่คล้ายกัน

9) ครูควรใช้คำถามในลักษณะสร้างสรรค์ ชวนคิด และเปิดกว้าง

10) เน้นให้นักเรียนคิดและจินตนาการอย่างอิสระเสรี

11) การใช้เกมยุทธวิธีเพื่อพัฒนาการคิด และการแก้ปัญหาในระบบ

12) เสนอปัญหามากกว่าหนึ่งขั้นตอน

การจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้เรียนจะต้องนำความรู้ในมิติ และทักษะ ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่ต่างจากบทเรียนโดยครูจะต้องเป็นผู้จัดสถานการณ์ที่หลากหลายและให้ผู้เรียนได้จัดกระทำกับสื่อรูปธรรม เพื่อค้นหาคำตอบของปัญหานั้นด้วยตนเอง

2.2 การจัดการเรียนการสอนเศษส่วนระดับประถมศึกษา

2.2.1 ความหมายเศษส่วน

Fehr and Phillip (อ้างถึงใน พงศศักดิ์ วังสรรค์, 2535) ได้กล่าวถึง เศษส่วน หมายถึง จำนวน 2 จำนวนที่อยู่ในรูปของ X/Y โดยที่ $Y \neq 0$ จะสามารถสื่อความหมายได้ 3 ประการคือ อัตราส่วน การหาร และส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กันจากหนึ่งหน่วยหรือหนึ่งกลุ่ม

Feldzaman (อ้างถึงใน สุทธิ สงวนถิ่น, 2530) ให้ความหมายว่า เศษส่วน หมายถึง การเปรียบเทียบเลข 2 จำนวน แต่ละจำนวนเรียกว่าตัวเศษ (Nemerator) และตัวส่วน (Denominator) ตัวเศษหมายถึงส่วนแบ่งที่เท่า ๆ กันแบ่งมาจากส่วนทั้งสอง ตัวส่วนหมายถึง ส่วนแบ่งของสิ่งของทั้งหมดที่แบ่งออกเป็นส่วนเท่า ๆ กันและส่วนที่แบ่งออกนี้จะต้องไม่น้อยกว่า 1

ประยูร อาษานาม (2526) กล่าวว่า โดยทั่วไปความหมายของเศษส่วนเมื่ออยู่ 2 นัยคือ

- 1) เศษส่วนที่ระบุส่วนของจำนวนทั้งหมด
- 2) เศษส่วนที่ใช้แทนการหารจำนวน 2 จำนวน

สุจิตดา ลอยฟ้า (2529) ได้อธิบายว่าเศษส่วนคือ จำนวนที่สามารถเขียนอยู่ในรูป a/b เมื่อ a, b คือจำนวนเต็มและ $b \neq 0$ นั่นคือ

- 1) ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนสมาชิกของเซต 2 เซตใด
- 2) อัตราส่วนระหว่างจำนวน 2 จำนวน
- 3) ผลหารระหว่างจำนวน 2 จำนวน
- 4) เป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนชนิดหนึ่ง

และยังกล่าวถึง ความหมายของเศษส่วนไว้ว่า

- 1) หมายถึง ปริมาณของสิ่งที่กล่าวถึงเมื่อเทียบกับปริมาณทั้งหมด
- 2) หมายถึง ผลหารระหว่างจำนวน 2 จำนวนกล่าวคือ

$$\text{หมายถึง } 2 \div 3 \text{ หรือ } 2 \div 3 = 2/3$$

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529) กล่าวว่า เศษส่วนมีหลายความหมายซึ่งสามารถเลือกใช้ให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละระดับได้

ความหมายที่ 1 ส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กันจากของสิ่งหนึ่ง

ความหมายที่ 2 ส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กันจากของที่เป็นกลุ่มหรือเป็นหมู่

สunit กมลศิริประเสริฐ (2529) กล่าวว่า เศษส่วนคือ เลขจำนวนหนึ่งมีค่าของมันแสดงถึงจำนวนที่ไม่เต็มหน่วยที่จะแสดงให้ทราบถึงจำนวนใด ๆ ที่มีเพียงบางส่วนในจำนวนของสิ่งนั้น ๆ ทั้งนี้จะเกิดจาก

- 1) จำนวนสิ่งของที่ไม่เต็มหน่วย
- 2) การแบ่งจำนวนสิ่งของออกเป็นส่วนย่อยที่เท่า ๆ กัน
- 3) การเปรียบเทียบ จำนวน 2 จำนวน

สรุป จากความหมายเศษส่วนที่กล่าวมาข้างต้นจะสรุปได้ว่า เศษส่วนหมายถึงจำนวน 2 จำนวน ที่เขียนอยู่ในรูป a/b โดยที่ $b \neq 0$ และสามารถสื่อความหมายได้ 4 ประการคือ การหาร อัตราส่วน ส่วนที่แบ่งออกเท่า ๆ กัน จากของหนึ่งหน่วย และส่วนแบ่งจากของหนึ่งกลุ่มที่แบ่งออกเท่า ๆ กัน

2.2.2 การสอนเศษส่วนระดับประถมศึกษา

การพัฒนาแนวคิดเศษส่วนในระดับประถมศึกษา ครูผู้สอนจะต้องพยายามจัดกิจกรรมให้สอดคล้องกับชีวิตประจำวัน ชี้ให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการนำเอาความรู้เรื่องเศษส่วนไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การพัฒนาแนวคิดเศษส่วนในระดับนี้ เป็นเรื่องที่ค่อนข้างยากที่จะให้นักเรียนในระดับประถมศึกษาเข้าใจแนวคิดโดยการที่ครูบอกนิยามของแนวคิดดังกล่าวได้เลย ดังนั้น การพัฒนาแนวคิดจะต้องอาศัยกิจกรรมหลายอย่างและหลายประการ เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจแนวคิดอย่างมีเหตุผลตามลำดับขั้นดังนี้ (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2529)

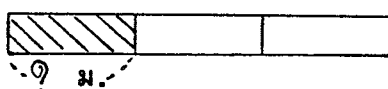
1) การสอนความหมายของเศษส่วน

สุลัดดา ลอยฟ้า (2529) ได้กล่าวว่าการสอนความหมายของเศษส่วนในห้องเรียนประถมศึกษา นั้นจะสอนอยู่ 2 ความหมายโดยเน้นความหมายที่สัมพันธ์กับการใช้ในชีวิตประจำวันให้มากที่สุดดังนี้

1.1 เศษส่วนหมายถึง ปริมาณของสิ่งที่กล่าวถึงเมื่อเทียบกับปริมาณทั้งหมด

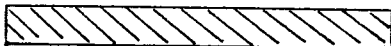
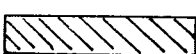
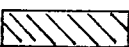
ตัวอย่าง เทป 1 เมตร ถ้าแบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน แต่ละส่วนจะยาวกี่เมตร

1 เมตร



เนื่องจากเทป 1 เมตร แบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน ฉะนั้น ปริมาณที่เราต้องการหา จะมีขนาด 1 ใน 3 ของ 1 เมตร ซึ่งเขียนแทนด้วย $\frac{1}{3}$ นั่นคือ แต่ละส่วนจะยาว $\frac{1}{3}$ ม. ความหมายของเศษส่วนในแง่^{นี้}แสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณที่เรากล่าวถึงเปรียบเทียบกับ ปริมาณทั้งหมด โดยที่ "ส่วน" คือ ตัวกำหนดว่าปริมาณทั้งหมดแบ่งออกเป็นกี่ส่วนเท่า ๆ กัน "เศษ" เป็นตัวกำหนดปริมาณที่กล่าวถึงว่ามีกี่ส่วน เช่น

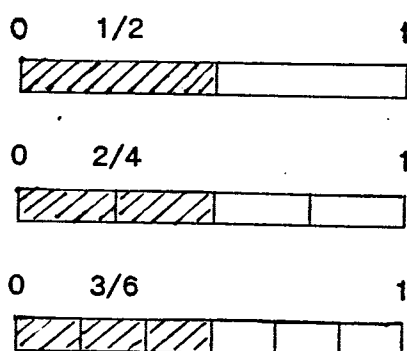
$\frac{1}{5}$ หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 1 ส่วน จากปริมาณทั้งหมด ซึ่งมี 5 ส่วนเท่า ๆ กัน ถ้าของทั้งหมดยาวเท่ากับ 1 เมตร

1 ม.		
$\frac{1}{2}$ ม.		หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน
$\frac{1}{3}$ ม.		หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน
$\frac{1}{4}$ ม.		หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 4 ส่วนเท่า ๆ กัน
$\frac{1}{5}$ ม.		หมายถึง ปริมาณขนาด 1 ส่วน จากการแบ่ง 1 เมตร ออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กัน

จะพบว่า $1 > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$

$\frac{2}{5}$ หมายถึง ปริมาณที่เรากล่าวถึงมี 2 ส่วน จากปริมาณทั้งหมดมี 5 ส่วนเท่า ๆ กัน หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า $\frac{2}{5}$ หมายถึง มีปริมาณ $\frac{1}{5}$ อยู่ 2 ส่วน

ซึ่งจากเศษส่วนในความหมายที่ 1 นี้ เราจะได้ลักษณะเฉพาะของเศษส่วนซึ่งจำเป็นที่นักเรียนในระดับประถมศึกษาจะต้องทำความเข้าใจให้ชัดเจน ลักษณะดังกล่าวคือ มีเศษส่วนหลายจำนวนที่แทน ปริมาณเดียวกันหรือปริมาณที่เท่ากัน ดังรูป

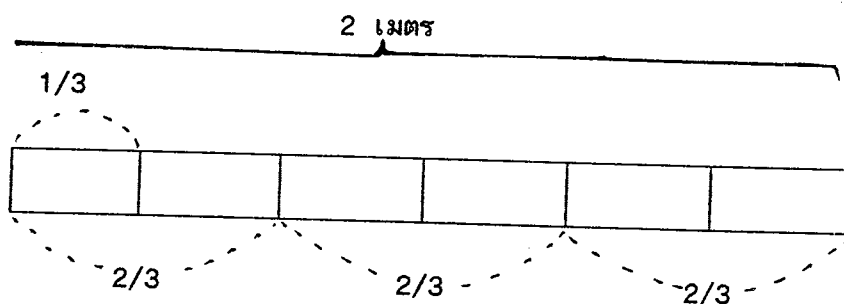


จากรูปจะพบว่า เศษส่วน $1/2$, $2/4$, $3/6$ ต่างแทนความยาวที่เท่ากันหรือปริมาณอันเดียวกัน ซึ่งคุณสมบัตินี้คือ $a/b = a.m/b.m$ ซึ่งหมายถึงการทำให้เท่ากันโดยการหาจำนวนเต็มใด ๆ ก็ได้มาคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วนซึ่งเป็นวิธีการหา ค.ร.น. นั่นเอง

1.2 เศษส่วนหมายถึง ผลหารระหว่างจำนวนสองจำนวน กล่าวคือ

$$2/3 \text{ หมายถึง } 2 \div 3 \text{ หรือ } 2 \div 3 = 2/3$$

ตัวอย่าง มีเชือกยาว 2 เมตร ต้องการแบ่งให้ห้อง 3 คน คนละเท่า ๆ กันจะได้คนละกี่เมตร เราสามารถเขียนแทนด้วยประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ $2 \div 3 = \square$ ดังรูป



จะพบว่า แต่ละคนจะได้เชือกยาวคนละ 2 ใน 3 ของ 1 เมตร หรือเท่ากับ $2/3$ เมตร แสดงว่า $2 \div 3 = 2/3$ ดังเช่น ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ประถมศึกษาของผู้ป็น กำหนดให้สอนความหมายที่ 1 ในชั้นประถมศึกษา 3 แต่สอนความหมายที่ 2 ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2529)

2) การบวกและการลบเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

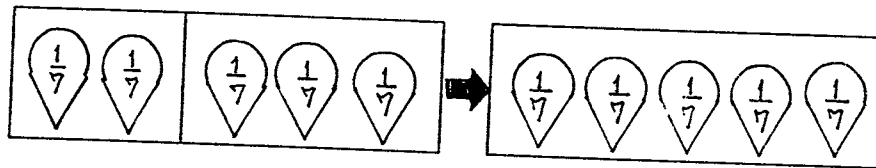
สุลัดดา ลอยฟ้า (2529) ได้กล่าวว่า การบวกจำนวนเศษส่วนสองจำนวนก็คือ การรวมสมาชิกของกลุ่มสองกลุ่มที่ไม่มีสมาชิกซ้ำกันเลย จำนวนที่แทนจำนวนสมาชิกของกลุ่มที่เกิดจากการรวมกันนี้คือ ผลบวกของจำนวนเศษส่วนสองจำนวน ซึ่งการบวกลักษณะนี้คือ นิยามการบวกของ whole number นั่นเอง

2.1 สำหรับการบวกและลบจำนวนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาแล้วการหาส่วนของเศษส่วนที่แทนจำนวนเศษส่วนให้เท่ากันแล้ว จะสามารถหาผลบวกได้ง่ายขึ้นและสามารถให้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม หรือทั้งรูปธรรมแสดงผลบวกหรือลบดังกล่าวให้นักเรียนเห็นได้ชัดเจนด้วย เพราะการบวกและลบลักษณะนี้จะสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับการบวกและลบ whole number ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง $2/7 + 3/7 = \square$

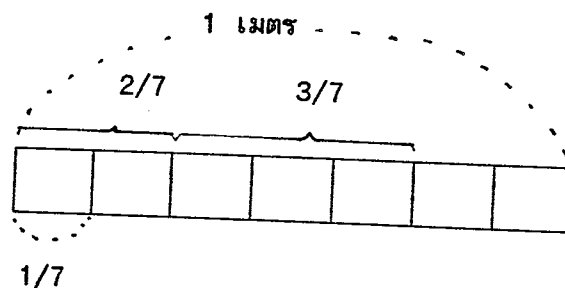
$\frac{2}{7}$ หมายถึง มีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 2 ชิ้น } รวมกันแล้วมีของขนาด $\frac{2}{7}$
 $\frac{3}{7}$ หมายถึง มีของขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ 3 ชิ้น } อยู่ $2+3$ ชิ้น

ดังภาพ



$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7} \quad \text{นั่นคือ} \quad \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

หรือแสดงโดยใช้สื่อการสอนเกี่ยวกับระยะทางได้ดังนี้



จากภาพ $\frac{2}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 2 ส่วน
 $\frac{3}{7}$ ม. หมายถึง มีระยะทาง $\frac{1}{7}$ เมตร อยู่ 3 ส่วน
 รวมระยะทางทั้งสองจะเท่ากับระยะทางขนาด $\frac{1}{7}$ อยู่ $2 + 3$ ส่วน
 นั่นคือ $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$

การหาวิธีการที่จะทำให้การบวกและลบเศษส่วน กรณีที่มีส่วนไม่เท่ากัน ให้ได้ผลลัพธ์ที่เร็ว
 และถูกต้องจะพัฒนามาจากคุณสมบัติของจำนวนตรรกยะที่ว่า $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ กล่าวคือจำนวน
 ตรรกยะที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากัน จะหาผลบวกได้ง่ายและสามารถใช้อุปกรณ์แสดงให้เห็น
 จริงได้ซึ่งจำเป็นมากในระดับประถมศึกษา และในการพิจารณาบวกและลบจำนวนตรรกยะสองจำนวน
 ใดที่แทนด้วยเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน จึงต้องทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองดังกล่าวไม่เท่ากัน การ
 ทำส่วนของเศษส่วนที่เท่ากันได้ โดยใช้คุณสมบัติที่ว่า $\frac{a}{b} = \frac{a.m}{b.m}$ และตัวส่วนที่เท่ากันของ
 เศษส่วนทั้งสองนั้นเมื่อกำหนดได้ง่ายและมีจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดได้ โดยการประยุกต์เอา ค.ร.น.
 มาใช้กล่าวคือ ส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสองคือ ค.ร.น. ของส่วนของเศษส่วนทั้งสองนั่นเอง
 (สุภัตดา ทยไพ, 2529)

ตัวอย่าง จงหาผลบวกของ $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \square$

$$\frac{3}{5} \quad \frac{1}{2}$$

วิธีทำ 1. หาตัวส่วนที่เท่ากันของเศษส่วนทั้งสอง ซึ่งเท่ากับ ค.ร.น. ของ $(5, 2) = 10$

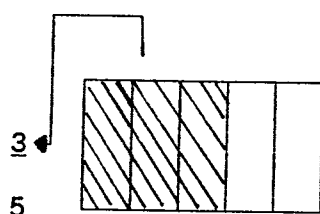
2. ทำส่วนของเศษส่วนทั้งสองให้เท่ากับ 1 โดยใช้คุณสมบัติ $a/b = a.m/b.m$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10} \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

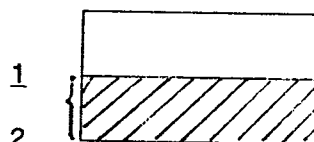
เนื่องจาก $5 \times 2 = 10$ และ $2 \times 5 = 10$

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$$

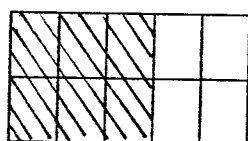
สามารถเขียนเป็นแผนภาพได้ดังนี้



$\frac{3}{5}$
5

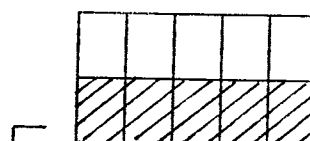


$\frac{1}{2}$
2



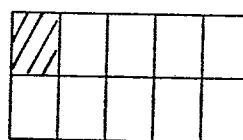
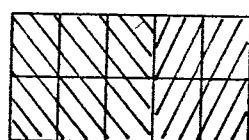
$\frac{3}{5}$ หรือ $\frac{6}{10}$

5 10



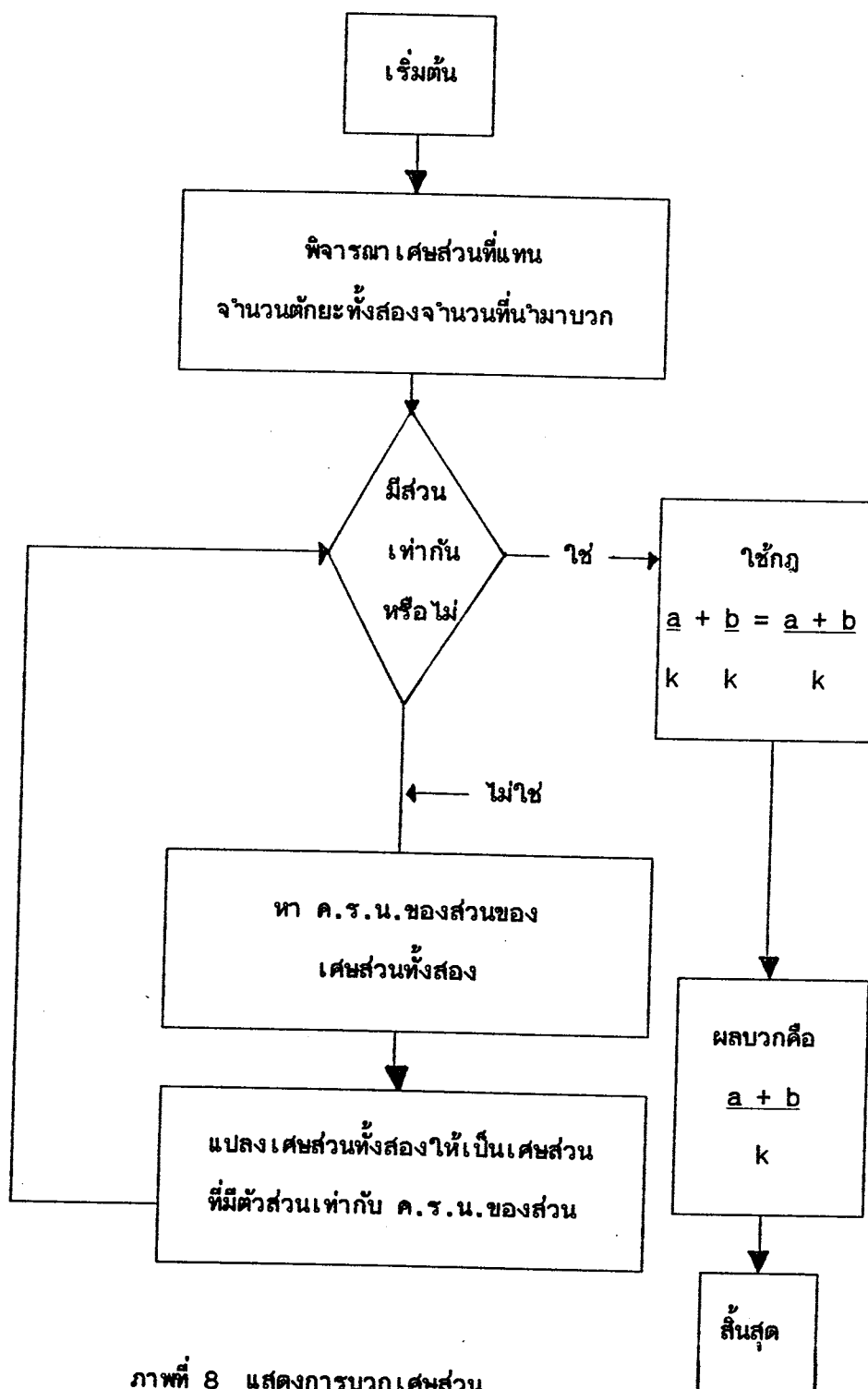
$\frac{1}{2}$ หรือ $\frac{5}{10}$
2 10

จะได้



$$\frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}$$

ซึ่งกรรมวิธีในการบวกจำนวนดิกยะดังกล่าวสามารถเขียนเป็นแผนภูมิต่อเนื่อง ได้ดังนี้



ภาพที่ 8 แสดงการบวกเศษส่วน

ถ้ามองกรรมวิธีการบวกจำนวนย้อนกลับ เราจะได้ข้อสรุปที่น่าสนใจดังนี้ สมมติให้ผลบวกของจำนวนตักยะสองจำนวนใด ๆ แทนด้วยเศษส่วน $73/15$ เราจะพบว่า

$$\begin{aligned} \frac{73}{15} &= \frac{60}{15} + \frac{13}{15} \quad (\text{การบวกจำนวนเต็ม } 73 = 60 + 13) \\ &= \frac{60}{15} + \frac{13}{15} \quad (\text{จากกฎ } \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}) \\ &= 4 + \frac{13}{15} = (60 \div 15 = 4 \text{ และ } \frac{60}{15} \text{ หมายถึง } 60 \div 15) \\ &= 4 \frac{13}{15} \quad (\text{นิยามของจำนวนคละ}) \end{aligned}$$

เราจะพบว่า จำนวนคละสามารถเขียนให้อยู่ในรูปเศษส่วนที่มีเศษมากกว่าส่วนซึ่งเศษส่วนที่มีเศษมากกว่าส่วนนี้เราเรียกว่า "เศษส่วนเกิน" (Improper Fraction) และเศษส่วนที่มีเศษน้อยกว่าส่วนเราเรียกว่า "เศษส่วนแท้" (Proper Fraction)

3) การคูณและการหารเศษส่วนในระดับประถมศึกษา

นิยามการคูณและการหารเศษส่วนนั้นเน้นกระบวนการให้ได้มาซึ่งผลคูณและผลหารระหว่างเศษส่วนสองจำนวนใด ๆ แต่สำหรับหลักสูตรประถมศึกษาซึ่งมีวัตถุประสงค์ในการเรียนการสอนเพื่อเป็นเครื่องมือให้นำเอาไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน การตีความหมายให้เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริง จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องย้ำให้เด็กประถมศึกษาเข้าใจเพิ่มเติมเข้าไปอีกด้วย (สุลัดดา ลอยฟ้า, 2529)

3.1 การคูณเศษส่วน

3.1.1 การคูณจำนวนเต็มด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง

ขั้นที่ 1 $3 \times 1/2 = \square$

ครูประถมศึกษาจะต้องสามารถตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ $3 \times 1/2 = \square$ ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริงในหลาย ๆ รูปแบบ ดังเช่น

$$3 \times 1/2 = \square \text{ หมายถึง สามเท่าของ } 1/2 \text{ เป็นเท่าไร}$$

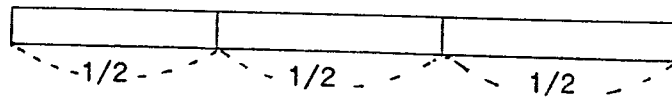
หรือ หมายถึง ถ้าเอาเชือกขนาด $1/2$ เมตร มาต่อกัน 3 ท่อน จะได้เชือกยาวทั้งหมดกี่เมตร

หรือ หมายถึง รถของแดงมีน้ำมันอยู่ $\frac{1}{2}$ ลิตร แต่รถของดำมีน้ำมันเป็น 3 เท่าของรถของแดง ถามว่ารถของดำมีน้ำมันกี่ลิตร เท่านั้นเป็นต้น

ขั้นที่ 2

ครูจะต้องมีความสามารถในการเขียนแผนภาพประกอบความสามารถดังกล่าว เพื่อย้ำให้นักเรียนเข้าใจยิ่งขึ้นอีกด้วย

1 เมตร



ขั้นที่ 3

เป็นขั้นตอนนามธรรม เพื่อนำไปสู่วิธีคิดของการหาผลคูณ จากแผนภาพจะได้ว่า

$$\begin{aligned} 3 \times \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1+1}{2} \\ &= \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

จากนั้นครูประถมศึกษาจึงชี้ให้นักเรียนสังเกตผลคูณและวิธีการหาผลคูณว่าจะนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีคิดได้อย่างไร

3.1.2 เศษส่วนคูณด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $1 \times 5 = \square$

ขั้นที่ 1

ตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์กับชีวิตจริง ดังเช่น $\frac{1}{3} \times 5 = \square$

หมายถึง มีของอยู่ 5 แบ่งออกเป็น 3 ส่วน แล้วเอามาหนึ่งส่วนเป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง ดาซีส้ม 5 กิโลกรัม แต่แดงซีส้ม $\frac{1}{2}$ ของคำถามว่า แดงซีส้มกี่กิโลกรัม

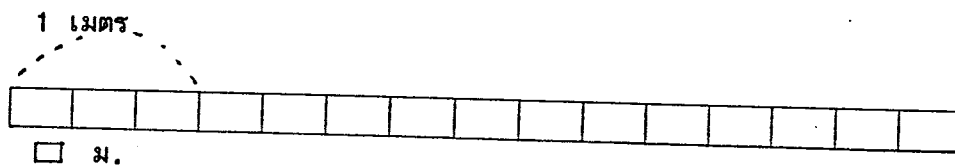
หรือ หมายถึง มานีมีที่ดินอยู่ 5 ไร่ ต้องการแบ่งขายไป $\frac{1}{2}$ ของที่มีอยู่ ถามว่าจะแบ่งขายไปกี่ไร่

หรือ หมายถึง มีผ้าเทยาว 5 เมตร ต้องการให้น้องไป $\frac{1}{2}$ ของที่มีอยู่จะต้องตัดเทให้น้อง กี่เมตร

ขั้นที่ 2

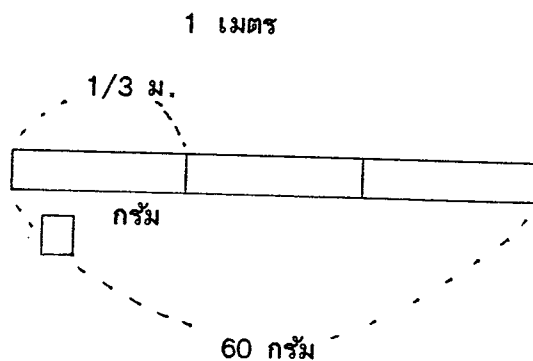
เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ของปัญหา ดังเช่น

5 เมตร



รูป ก

$\square = 1/3 \times 5$ (เพราะมีขนาด $1/3$ เมตร อยู่ 5 ส่วน)
หรือ



รูป ข

แผนภาพในรูป ก. แทนปัญหา "มีผ้าเทปยาว 5 เมตร ต้องการตัดให้เหลือไป $1/3$ ของที่มีอยู่จะต้องตัดเทปให้เหลือไปกี่เมตร" หมายถึง มีผ้าเทปอยู่ทั้งหมด 5 เมตร แล้วนำมาแบ่งเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน ให้เหลือไป 1 ส่วน คิดเป็นเท่าไร เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้คือ $1/3 \times 5 = \square$ ส่วน $1/3$ เมตร ในรูป ก. นั้นหมายถึง ผ้าเทปยาว 1 เมตรแบ่งออกเป็น 3 ส่วนเท่า ๆ กัน สันใจ 1 ส่วนก็คือ 1 ใน 3 ของ 1 เมตร หรือปริมาณขนาดของผ้าเทป 1 ส่วนจากการแบ่งผ้าเทป 1 เมตร ออกเป็น 3 ส่วน เท่า ๆ กัน

หรือแผนภาพรูป ข แทนปัญหา "ผ้า 1 เมตร หนัก 60 กรัม แล้วผ้า $1/3$ เมตรจะหนักกี่กรัม

ขั้นที่ 3

ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีคิด

$$\frac{1}{3} \times 5 = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{1 \times 5}{3} = \frac{5}{3}$$

3.1.3 เศษส่วนคูณด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$

ขั้นที่ 1 ที่ความหมายของประโยค $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$ ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง ดังเช่น

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \square$ หมายถึง ครึ่งหนึ่งของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

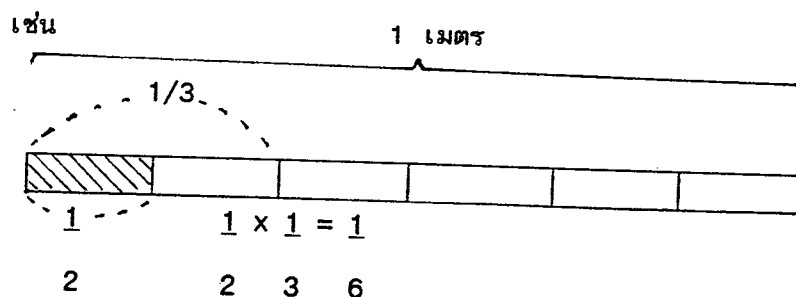
หรือ หมายถึง 1 ใน 2 ของ $\frac{1}{3}$ เป็นเท่าไร

หรือ หมายถึง มีของอยู่ $\frac{1}{3}$ แบ่งออกเป็น 2 ส่วนแล้วนำมา 1 ส่วน

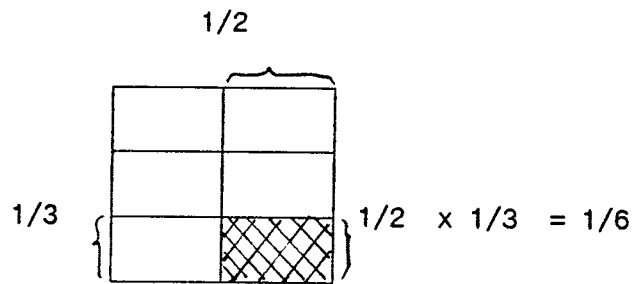
หรือ หมายถึง มีเชือกยาว $\frac{1}{3}$ เมตร แบ่งให้น้องไปครึ่งหนึ่ง น้องจะได้เชือกยาวกี่เมตร

หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ $\frac{1}{3}$ ไร่ ต้องการแบ่งเป็นสองส่วนเท่า ๆ กันจะได้ส่วนละกี่ไร่

ขั้นที่ 2 เขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งสามารถเขียนได้แตกต่างกันออกไป ตามสถานการณ์ของปัญหา



หรือ



พื้นที่ที่แรเงา แทนด้วยเศษส่วน $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นนามธรรมนำไปสู่การหาผลคูณโดยวิธีลัด

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1 \times 1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

3.2 การหารเศษส่วน

3.2.1 จำนวนเต็มหารด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $6 \div \frac{1}{2} = \square$

ขั้นที่ 1 ขั้นตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์ในชีวิตจริง

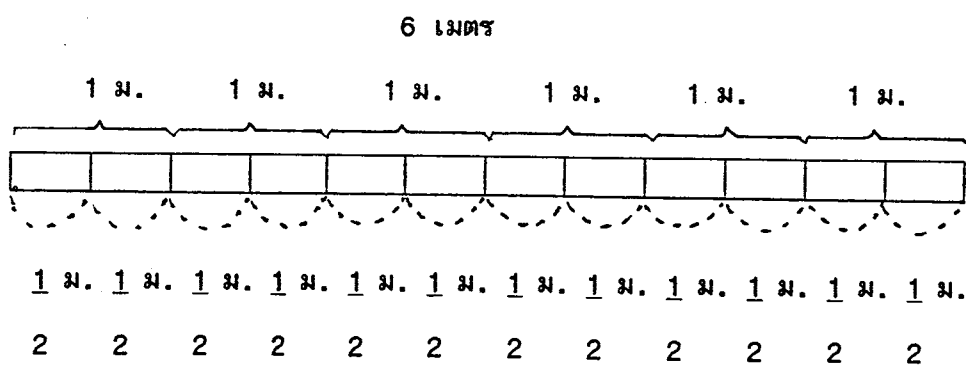
$6 \div \frac{1}{2} = \square$ หมายถึง มี $\frac{1}{2}$ อยู่กี่ครั้งใน 6

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว 6 เมตร ต้องการแบ่งออกเป็นท่อน ๆ ท่อนละ $\frac{1}{2}$ เมตร
จะได้เชือกทั้งหมดกี่ท่อน

หรือ หมายถึง มีที่ดินอยู่ 6 ไร่ ต้องการแบ่งเป็นล๊อค $\frac{1}{2}$ ไร่จะได้กี่ล๊อคเหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นเขียนแผนภาพประกอบ ซึ่งอาจเขียนได้หลายรูปแบบแล้วแต่สถานการณ์ข้อปัญหา

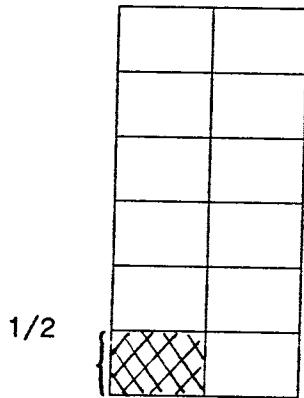
เช่น



รูป ก.

ถ้าแบ่งเชือกท่อนละ $1/2$ เมตร เชือก 1 เมตร จะแบ่งได้ 2 ท่อน เชือก 6 เมตรจะแบ่งได้ 6×2 ท่อน $6 \div 1/2 = 6 \times 2 = 12$ (ดูรูป ก. ประกอบ)

หรืออาจเขียนแผนภาพในรูปพื้นที่ เช่น



ถ้าแบ่งที่ดินล้อยละ $1/2$ ไร่

ที่ดิน 1 ไร่ แบ่งได้ 2 ล้อย

ที่ดิน 6 ไร่ แบ่งได้ $6 \times 2 = 12$ ล้อย

ดังนั้น $6 \div 1/2 = 6 \times 2 = 12$

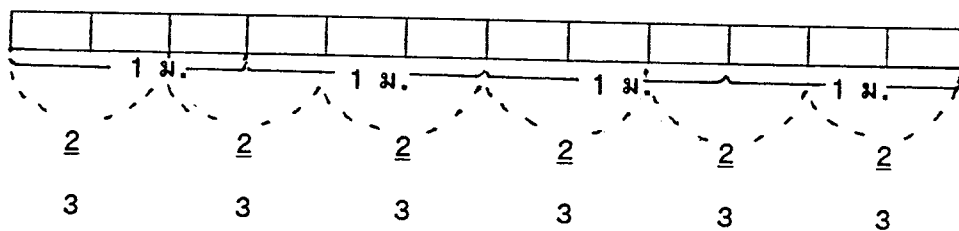
(ดูรูป ข. ประกอบ)

สำหรับกรณี $4 \div 2 = \square$ อาจแสดงได้โดย

รูป ข.

$4 \div \frac{2}{3} = \square$ หมายถึง มีเชือกอยู่ 4 เมตร ต้องการตัด เป็นท่อน ๆ ละเท่ากัน
ขนาด $2/3$ เมตร จะได้กี่ท่อน

4 เมตร



เชือกขนาด $2/3$ เมตร หมายถึง มีขนาด $1/2$ เมตร อยู่ 2 ท่อน เพราะฉะนั้น วิธีการแบ่งทำได้ดังนี้คือ

ใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ 1 เมตร อยู่ 4 ท่อน

ใน 1 เมตร จะมีขนาดท่อนละ $1/3$ เมตร อยู่ 3 ท่อน

ใน 4 เมตร จะมีขนาดท่อนละ $1/3$ เมตร อยู่ 4×3 ท่อน

เราต้องการเชือกขนาด $2/3$ เมตร หรือ หมายถึง เชือกที่มีขนาด $1/3$ อยู่ 2 ท่อน เรามีขนาด $1/3$ เมตร อยู่ 4×3 ท่อน แต่ต้องการแบ่งเป็นขนาด $2/3$ เมตร เพราะฉะนั้นจะได้ทั้งหมด

$(4 \times 3) \div 2 = 12 \div 2 = 6$ ท่อน ดังนั้น $4 \div 2/3 = (4 \times 3) \div 2 =$

$4 \times 3/2 = 12/2 = 6$

ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีคิด จะได้ว่า

$$\begin{array}{ccc} 6 \div \underset{2}{1} = 6 \times 2 = 12 & & 5 \div \underset{3}{1} = 5 \times 3 = 15 \\ 4 \div \underset{3}{2} = 4 \times \underset{2}{3} = \underline{12} = 6 & & \end{array}$$

3.2.2 เศษส่วนหารด้วยจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง $1/2 \div 5 = \square$

ขั้นที่ 1 ตีความหมายของประโยคสัญลักษณ์ไปสู่สถานการณ์จริง ดังเช่น

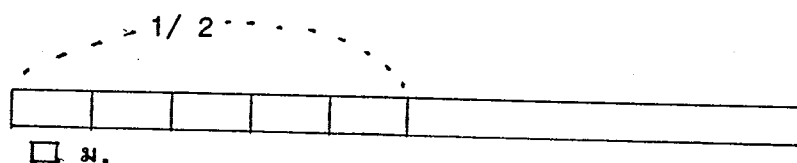
$1/2 \div 5 = \square$ หมายถึง มีของอยู่ $1/2$ แบ่งออกเป็น 5 ส่วนเท่า ๆ กันจะได้ส่วนละเท่าไร

หรือ หมายถึง มีเชือกยาว $1/2$ เมตร แบ่งออกเป็น 5 ท่อนเท่า ๆ กัน แต่ละท่อนจะยาวกี่เมตร

หรือ หมายถึง มีที่ดิน $1/2$ ไร่ แบ่งเป็น 5 ล็อค จะได้ล๊อคละกี่ไร่ เหล่านี้เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นเขียนรูปภาพหรือแผนภาพประกอบ

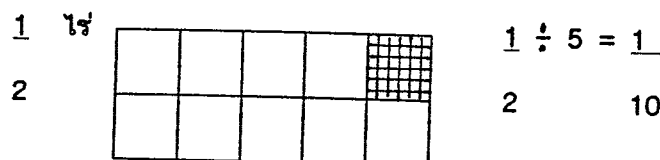
1 เมตร



ถ้า $1/2$ เมตร แบ่งออกเป็น 5 ส่วน เท่า ๆ กัน 1 เมตร จะแบ่งออกเป็น $2 \times 5 = 10$

แต่ละท่อนจะยาว $1/10$ เมตร นั่นคือ $1/2 \div 5 = 1/2 \times 5 = 1/10$

หรืออาจเขียนแผนภาพเป็นรูปพื้นที่ เช่น



1 ไร่

ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัด

$$1/2 \div 5 = 1/2 \times 5 = 1/10$$

$$1/3 \div 2 = 1/3 \times 2 = 1/6$$

$$2/5 \div 3 = 2/5 \times 3 = 2/15$$

3.2.3 เศษส่วนหารด้วยเศษส่วน

ตัวอย่าง $1/2 \div 1/6 = \square$

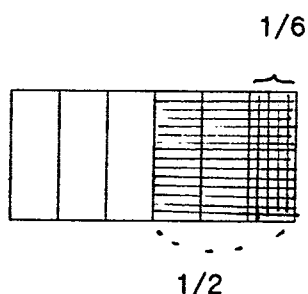
ขั้นที่ 1 ตีความหมายไปสู่สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

$$1/2 \div 1/6 = \square \text{ หมายถึง มี } 1/6 \text{ อยู่กี่ครั้งใน } 1/2$$

หรือ หมายถึง มีของอยู่ $1/2$ แบ่งออกเป็นขนาด $1/6$ จะได้กี่ขนาด

หรือ หมายถึง มีที่ดิน $1/2$ ไร่ ต้องการแบ่งเป็นล๊อค ๆ ละ $1/6$ ไร่ จะได้กี่ล๊อคเป็นต้น

ขั้นที่ 2 ขั้นเขียนแผนภาพประกอบปัญหา เพื่อจะได้เข้าใจและสามารถแก้ปัญหาได้



พื้นที่แรเงา  แสดงที่ดินขนาด $1/2$ ไร่
แบ่งที่ดินดังกล่าวออกเป็นล๊อค ๆ ละ $1/6$ ไร่

พื้นที่แรเงา  คือ ที่ดินขนาด $1/6$ ไร่ ฉะนั้น จะแบ่งได้ทั้งหมด 3 ล๊อค

นั่นคือ $1/2 \div 1/6 = 3$

ขั้นที่ 3 ขั้นนามธรรมนำไปสู่วิธีลัดในการคิดคำนวณ

$$1/2 \div 1/6 = 1/2 \times 6/1 = 3$$

สรุป

ระบบจำนวนตรรกยะเป็นระบบ ซึ่งขยายระบบจำนวนเต็มให้มีขอบเขตและคุณสมบัติเพิ่มขึ้น และสามารถเขียนให้อยู่ในรูป a/b โดยที่ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $b \neq 0$ ประกอบด้วย

1. จำนวนเต็มเป็นจำนวนตรรกยะ เพราะจำนวนเต็มทุกจำนวนสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ เช่น $3 = 3/1 = 6/2$ ซึ่งจำนวนเต็มจะประกอบไปด้วย จำนวนเต็มบวกจำนวนเต็มลบและศูนย์

2. เศษส่วน เป็นจำนวนที่ไม่เต็มหน่วย เช่น $1/2$, $1/5$

3. ทศนิยม แบ่งเป็น 2 ชนิดคือ ทศนิยมรู้จบและทศนิยมไม่รู้จบแบบซ้ำ เพราะสามารถเขียนในรูปเศษส่วนได้ เช่น $2.5 = 5/2$ หรือ $0.6 = 2/3$ (วัลลภา อาริรัตน์, 2532)

จะเห็นว่าทศนิยมก็เป็นจำนวนเศษส่วนอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งเขียนในรูปแบบที่แตกต่างไป ส่วนร้อยละเป็นการเปรียบเทียบจำนวนต่าง ๆ กับจำนวนร้อยหรือเรียกว่าเศษส่วนที่มีส่วนเป็นร้อย (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2528)

กิจกรรมการสอนมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับเศษส่วนนั้น เป็นเรื่องละเอียดและยากที่จะทำความเข้าใจได้ง่าย ครูจึงควรใช้สื่ออธิบายประกอบการหาคำตอบ จนมั่นใจว่านักเรียนเข้าใจกระบวนการในการหาคำตอบเสียก่อนจึงสรุปเป็นวิธีสัด

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2535) ได้ชี้ให้เห็นว่าในการสอนเศษส่วนมีประเด็นสำคัญที่ควรคำนึงถึง ดังนี้

1) จะต้องเน้นให้นักเรียนเห็นว่าตัวส่วนของเศษส่วนต้องแสดงจำนวนของส่วนย่อยที่เท่ากัน ถ้าจำนวนของส่วนย่อยไม่เท่ากันจะเขียนในรูปของเศษส่วนไม่ได้

2) สื่อการสอนสำเร็จรูปหรือสื่อการสอนที่ครูสร้างเอง เช่น แบบรูปเรขาคณิตสามารถแบ่งเป็นส่วนที่เท่ากันทุกประการได้แต่สื่อการสอนประเภทของจริง เช่น ผลไม้ ครูควรพยายามหาผลไม้ลูกที่แสดงรูปทรงเรขาคณิตได้ใกล้เคียงที่สุด และอธิบายให้นักเรียนเข้าใจว่า การใช้เศษส่วนในชีวิตประจำวันเป็นการกะประมาณ

3) การฝึกนักเรียนให้เขียนจำนวนนับในรูปเศษส่วน และการเขียนเศษส่วนให้อยู่ในรูปของจำนวนนับ ช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนนับและเศษส่วนได้

4) การสอน การบวก ลบ และการคูณเศษส่วนนักเรียนพอจะหาข้อสรุปเป็นวิธีคำนวณจากการสังเกตภาพและเส้นจำนวนได้เพราะวิธีคำนวณไม่ซับซ้อน ส่วนการหารเศษส่วนนักเรียนอาจจะไม่สามารถหาข้อสรุปเป็นวิธีคำนวณจากการสังเกตภาพและเส้นจำนวนได้ เพราะวิธีคำนวณไม่ตรงไปตรงมาแบบการบวก การลบ และการคูณเศษส่วน ดังนั้น สำหรับการสอนการหารเศษส่วนครูอาจแสดงวิธีคำนวณแบบต่าง ๆ ให้ดูแล้วนำผลการไปเทียบกับผลการที่อ่านได้จากภาพหรือเส้นจำนวน ซึ่งจะเห็นว่า ได้ผลการเท่ากัน ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าวิธีคำนวณดังกล่าวให้คำตอบที่ถูกต้องได้ จึงสรุปเป็นวิธีคำนวณในการหารเศษส่วน

5) ในการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดเรื่องใดควรควบคุมตัวเลขให้ง่าย และสามารถแสดงความคิดรวบยอดของเรื่องได้ เช่น การหารจำนวนนับด้วยเศษส่วน โจทย์ $6 \div \frac{2}{3} = \square$

เหมาะสมกว่า $6 \div 4/5 = \square$ เพราะ $6 \div 2/3 = \square$ เมื่ออธิบายด้วยภาพหรือเส้นจำนวน แล้วนักเรียนเข้าใจได้ง่ายเพราะคำตอบได้เป็นจำนวนนับคือแสดงให้เห็นว่า 6 แบ่งออกทีละ $2/3$ พบว่า 9 ครั้งจึงจะหมด แต่ $6 \div 4/5$ เมื่ออธิบายด้วยภาพหรือเส้นจำนวนได้ยาก เพราะได้จำนวนครั้งไม่ลงตัว คือ 6 แบ่งออกทีละ $4/5$ พบว่าได้ $1/2$ ครั้ง (ดวงเดือน อ่อนน้อม, 2535)

สำหรับการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาชั้นนั้น นักการศึกษาและนักคณิตศาสตร์หลายท่านมีความเห็นตรงกันว่า เด็กในวัย 6-10 ปีมีความพร้อมที่จะเรียนรู้เรื่องเศษส่วนเพราะเด็กมีประสบการณ์เกี่ยวกับเศษส่วนในชีวิตประจำวันเสมอ ดังนั้นเมื่อเริ่มต้นสอนครูไม่ควรทำให้เด็กเรียนรู้สึกว่าเป็นของใหม่ ควรทำให้เด็กเรียนเข้าใจว่าเป็นสิ่งที่รู้เรื่องมาบ้างแล้วแต่ในขณะนี้ เป็นเพียงหัดเขียนและนำไปใช้ให้เป็นประโยชน์เท่านั้น (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2528) ซึ่งมีหลายท่านได้เสนอแนวคิดและเทคนิคการสอนเศษส่วนในระดับประถมศึกษาไว้ดังนี้

โสภณ บารุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520) ได้เสนอเทคนิคการสอนเรื่องเศษส่วน สรุปได้ว่าในการสอนครูควรใช้คำพูดธรรมดาโดยทั่ว ๆ ไป แล้วจึงแบ่งของจริงเทียบกับคำพูดแล้วจึงใช้เส้นจำนวนแสดงการแบ่งและควรยกตัวอย่างเศษส่วนให้ดูหลาย ๆ ตัวอย่าง

สุลัดดา ลอยฟ้า (2529) ได้เสนอแนะว่าในการสอนการคูณหรือการหารเศษส่วนนั้น ครูจะต้องมีความสามารถในการแปลงประโยคสัญลักษณ์นั้น ๆ ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง ๆ หลาย ๆ รูปแบบ อาจเกี่ยวกับความยาว น้ำหนัก ปริมาตร หรือพื้นที่เสร็จแล้วจึงเขียนแผนประกอบตามสถานการณ์ของปัญหาที่กำหนดขึ้นแล้วจึงมาเป็นขั้นตอนนามธรรมเพื่อนำไปสู่วิธีลัด

วัลลภา อาริรัตน์ (2532) ได้ให้ทัศนะว่า กิจกรรมการสอนเมโนมตีเกี่ยวกับเศษส่วนนั้น เป็นเรื่องที่ละเอียดและยากที่จะทำความเข้าใจได้ง่าย ครูจึงควรใช้สื่ออธิบายประกอบการหาคำตอบแนใจว่านักเรียนเข้าใจกระบวนการในการหาคำตอบเสียก่อนจึงสรุปเป็นวิธีลัด

สุวรร กาญจนมยุร (2533) กล่าวว่า การสอนเศษส่วนจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล เทคนิคการจัดกระบวนการเรียนการสอน ตลอดจนสื่อการเรียนการสอนควรจะต้องแตกต่างกัน โดยเฉพาะกลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถทางสติปัญญาต่ำ ควรเริ่มจากสื่อที่เป็นรูปธรรม ไปสู่นามธรรมและต้องเสริมแรงหรือให้กำลังใจในขณะที่เรียนมาก ๆ ค่อย ๆ เรียนในลักษณะเรียน เล่นสรุป และฝึกทักษะ

ชูชาติ เขิงฉลาด (2521) ได้ให้แนวคิดการสอนเศษส่วนไว้ว่า การสอนเศษส่วนจะต้องให้นักเรียนเข้าใจและเกิดการค้นพบด้วยตัวเอง ซึ่งตัวครูผู้สอนจะต้องใช้อุปกรณ์ที่เป็นของจริงและ

รูปภาพเป็นสื่อ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง เนื่องจากเศษส่วนเป็นจำนวนที่ไม่เต็มหน่วย ดังนั้น ก่อนเรียนครูผู้สอนจะต้องแน่ใจว่านักเรียนสามารถเปรียบเทียบสิ่งของต่าง ๆ ได้ ว่าสิ่งใดเป็นจำนวนเต็มหน่วยและ ไม่เต็มหน่วยมาแล้วอย่างนี้

Carpenter (1976) แสดงข้อคิดเห็น การบวก การลบ การคูณ และการหารเศษส่วน ควรจะสอนเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจเรื่องความหมายเศษส่วน และมีความคิดรวบยอดเรื่องเศษส่วนแล้ว

Anderson (1969) ได้ให้ข้อเสนอแนะในการสอนเศษส่วนว่า เด็กไม่เข้าใจความหมายที่แท้จริงของเศษส่วน ครูควรนำประสบการณ์ตรงและวัสดุของจริงไปใช้มากที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับ

Duquette (1972) ได้นำเอาความคิดของ Piaget ว่าการใช้สัญลักษณ์ของเด็กจะเริ่มเมื่ออายุ 12 ปี การให้เด็กโดยทั่ว ๆ ไป เรียนสิ่งที่เป็นนามธรรมจึงเป็นการยากจึงเริ่มต้นสอนเศษส่วนนั้นจะต้องเริ่มต้นสิ่งที่เป็นรูปธรรมหรือประสบการณ์จริงก่อน และให้คงไว้จนกระทั่งเด็กสามารถนำมาใช้กับสัญลักษณ์ได้ และควรจะให้เด็กเรียนจากสิ่งที่เด็กได้พบเห็นจากของจริง ไปสู่นามธรรม ด้วยความสามารถของตัวเด็กเองมากกว่าที่จะบังคับให้เรียน

จากแนวความคิดต่าง ๆ ที่กล่าวมาจะเห็นว่าเศษส่วนเป็นเรื่องที่มีความยากและซับซ้อนอยู่ในตัวมันเอง ซึ่งในการจัดกิจกรรมการสอนเศษส่วนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม สอนจากเนื้อหาที่ง่ายไปสู่เนื้อหาที่ยากขึ้นตามลำดับและช่วยให้เกิดมโนคติ จึงควรใช้สื่อการสอนที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม สัญลักษณ์ควบคู่ไปด้วย เพื่อให้เด็กเข้าใจง่ายขึ้นก่อนที่จะสรุปเป็นวิธีคิด นอกจากนี้ครูต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

2.2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเศษส่วน

สุทธิ สงวนถิ่น (2530) ได้ศึกษาผลของการสอนซ่อมเสริมโดยใช้เกมและ ไม่ใช้เกม ประกอบการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการสอนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนที่เรียนโดยใช้เกม และ ไม่ใช้เกมประกอบการสอนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .01

สมพงษ์ หาคำ (2532) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหา เศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนโดยวิธีสอนที่พัฒนาขึ้นกับวิธีสอนโดยปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนที่พัฒนาขึ้นมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ทงศักดิ์ วังสรรค์ (2536) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนตามวิธีสอนแบบวรรณิ สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วิเมลียง ถิ่นปรุ (2536) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่อง เศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยรูปแบบ Cooperative Mastery Learning พบว่าผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบ Cooperative Mastery learning สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครู อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

พงษ์ศักดิ์ ศรีจันทร์ (2537) ได้ศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการสอนด้วยเกมกับการสอนโดยวิธีของ สสวท. ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยเกมสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีของ สสวท. อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Vanleuvan Lefevre, Patricia, (อ้างถึงในทงศักดิ์ วังสรรค์ 2536) ได้ศึกษาบทบาทของมโนคติเรื่อง เศษส่วน ต่อวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนประถมศึกษาเรื่องการบวกเศษส่วน กลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนเกรด 2 จำนวน 24 คน นักเรียนถูกสอบสัมภาษณ์เป็นรายบุคคล หลังจากได้รับการสอนอย่างละเอียด ในเรื่องการบวกเศษส่วนแล้ว โดยแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มที่ได้รับการทดสอบเพื่อหาว่านักเรียนมีความรู้เกี่ยวกับการบวกและเกี่ยวกับเศษส่วนในเรื่อง Conceptual Instruction (CI) จำนวน 16 คนและอีก 8 คนทดสอบหา Procedural Instruction (PI) ผลการศึกษาพบว่า หลังจาก Post-test นักเรียนแล้ว นักเรียนในกลุ่ม CI จำนวน 9 คน มีความรู้เกี่ยวกับเศษส่วนอย่างสมบูรณ์แต่ก็มีนักเรียนเพียง 2 คนเท่านั้น ที่ได้แก้ปัญหการบวกเศษส่วน โดยการใช้ความรู้เรื่องมโนคติของเศษส่วน นักเรียนในกลุ่ม PI สามารถจดจำ และถ่ายโอนกฎที่ได้เรียนรู้ไปแล้วอย่างแม่นยำ แม้ว่าในกระบวนการแก้ปัญหาจะใช้ความรู้เรื่องมโนคติของ เศษส่วนเพียง เล็กน้อยก็ตาม

Kachuck, Iris K., (อ้างถึงใน วิเมลียง ถิ่นปรุ, 2536) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการบวกเศษส่วนกับความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนเศษส่วนของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 9 จำนวน 24 คน จากการทดสอบเรื่องโจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วน การเปรียบเทียบและการประมาณค่า หลังจากการวิเคราะห์เชิงคุณภาพแล้ว พบว่า นักเรียนทำคณิตศาสตร์เรื่องโจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันไม่ได้ ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ไม่พบความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในรายชื่อของเรื่อง

การเปรียบเทียบและการประมาณค่า แต่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ เมื่อพิจารณา
คำตอบที่ถูกต้องของการประมาณค่าในรายช้อย่อย Kachuck, Irisk. ได้สรุปการศึกษาครั้งนี้คือ

1) นักเรียนที่ไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนได้นั้น ไม่มี Concept เกี่ยวกับ
เศษส่วนหรือมีน้อยมาก

2) นักเรียนที่สามารถแก้โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนได้ดี (Efficient Procedural)
สามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ได้ดี ทั้งในข้อที่เป็น Concept ของเศษส่วนและการคิดคำนวณ
แสดงว่านักเรียนทำด้วยความเข้าใจ

3) นักเรียนที่แก้โจทย์ปัญหาการบวกเศษส่วนได้ถูกแต่ไม่มีประสิทธิภาพ (Procedural)
แสดงว่า ยังมีความเข้าใจเรื่อง concept ของเศษส่วนไม่สมบูรณ์

จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พอจะสรุปได้ว่าการสอนเศษส่วนในระดับประถม
ศึกษานั้น ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ให้เด็กเข้าใจความหมายของเศษส่วนใน
ลักษณะต่าง ๆ กันทุกความหมาย เพื่อสร้างความเข้าใจให้แก่เด็กก่อนและในการจัดกิจกรรม
การเรียนการสอนนั้น ครูจะต้องพยายามสอนให้เด็กเกิดการเรียนรู้จากรูปธรรมให้มากที่สุดทั้งนี้
เพื่อให้เด็กเกิดการเรียนรู้ บรรลุตามจุดประสงค์ที่กำหนดและมีความคงทนในการเรียนรู้มากที่สุด

2.3 สื่อการสอนคณิตศาสตร์

2.3.1 สื่อกับการสอนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็นนามธรรม ไม่มีตัวตนให้เราสัมผัสได้จึงเป็น
การยากที่จะถ่ายทอดความคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้โดยง่าย จากการศึกษาทฤษฎีการพัฒนากิจการของ
Piaget ได้กล่าวว่า ความสามารถในการสร้างแนวความคิดต่าง ๆ ที่ซับซ้อนขึ้นอยู่กับพัฒนาการ
ตามลำดับขั้นอายุของเด็ก นักเรียนระดับประถมศึกษา (6-12 ปี) จะสามารถเข้าใจสิ่งต่าง ๆ
ได้อย่างมีเหตุผล จะต้องใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมเป็นสื่อเชื่อมโยงให้เกิดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สื่อ
จึงเข้ามามีบทบาทสำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ (สุลัดดา ลอยฟ้าและคณะ, 2536)

1) การจัดให้นักเรียนค้นคว้าโดยใช้สื่อการเรียนการสอนที่จับต้องได้ จะช่วยให้เข้าใจ
แนวคิดคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น แต่การใช้สื่อการสอนจะต้องเหมาะสมวัย ระดับความรู้ และความ
สามารถของผู้เรียน

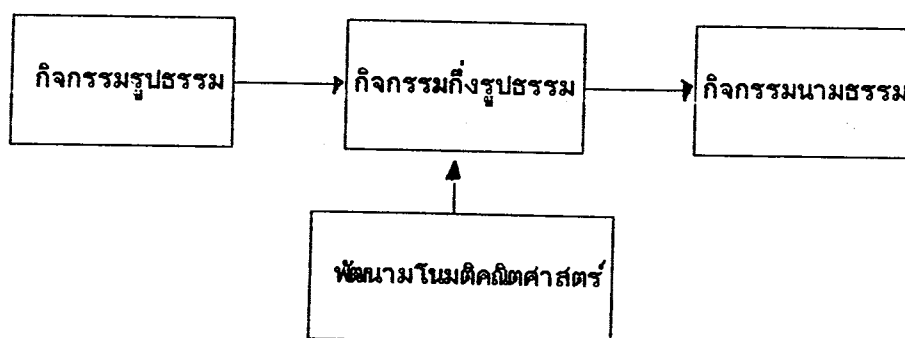
2) ผู้เรียนจะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนด้วยของจริง หรืออุปกรณ์ซึ่งมีลักษณะ เป็นรูปธรรม
ทั้งนี้เพื่อให้เกิดความสัมพัทธ์ในแนวความคิดการจัดให้ผู้เรียนมีกิจกรรมจากประสบการณ์ตรงในการ

จัดสิ่งของ จัดอุปกรณ์ จะช่วยให้ผู้เรียนได้สำรวจ ค้นพบและแก้ปัญหาได้ ดังนั้น ผู้สอนจะต้องจัดสถานการณ์ให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ที่ได้จากการปฏิบัติจริง ค้นคว้าด้วยตนเอง มีการเร้าหรือกระตุ้นด้วยคำถาม

3) สื่อการสอนและการจัดประสบการณ์เป็นเครื่องช่วยพัฒนาการทางคณิตศาสตร์หรือทางการหาเหตุผลให้เกิดความคิดขึ้นทีละเล็กละน้อย การใช้เหตุผลของเด็กจะค่อย ๆ พัฒนา และเปลี่ยนแปลงไปทั้งด้านปริมาณและคุณภาพ อย่างไรก็ตามอาจมีองค์ประกอบอื่น เช่น การใช้ภาษา ฐานะทางเศรษฐกิจ สังคม และสติปัญญาของเด็ก ซึ่งมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงความคิดและการใช้เหตุผลของเด็กได้ ดังนั้นการให้เด็กเรียนหลักการหรือกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ควรให้เรียนรู้หลักการจากสื่อการสอนในลักษณะที่เป็นรูปธรรม ให้เด็กได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองต่อไปจึงค่อย ๆ เปลี่ยนเป็นการใช้คำพูดอธิบาย

4) ใช้สื่อการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาและปลูกฝังคุณธรรมให้มิในเด็กวัยประถมศึกษา ได้แก่ วินัยในตนเอง ความเสียสละ ความซื่อสัตย์ การรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น ฯลฯ

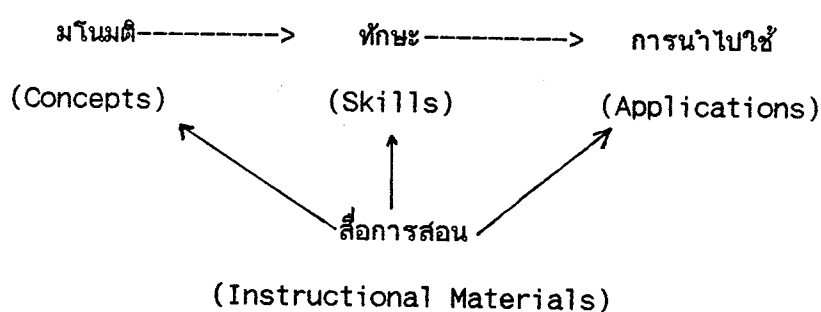
5) กระบวนการพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เป็นไปตามลำดับขั้นและจำเป็นจะต้องอาศัยเวลา Piaget ได้เสนอแนะกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่าควรจะต้องมีขั้นตอนการตามลำดับขั้นดังนี้



ภาพที่ 9 แสดงกระบวนการเพื่อพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์

นอกจากนี้ สื่อการสอนสามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการเรียนรู้ของนักเรียนได้อย่างมีความหมาย โดยเฉพาะอย่างยิ่งหลักการในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่นั้น เน้นในด้านความคิดความเข้าใจ จากกิจกรรมประสบการณ์และของจริงหรืออุปกรณ์ จึงทำให้นักเรียนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเปลี่ยนไป กล่าวคือจากการสอนโดยยึดครูเป็นศูนย์กลางมาเป็นการสอน

ที่ยึดผู้เรียนเป็นศูนย์กลางมากยิ่งขึ้น จึงทำให้สื่อการสอนกับกิจกรรมการเรียนรู้และกิจกรรมการสอนของครูเป็นสิ่งที่มีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด และมีอิทธิพลต่อกันอย่างมากการใช้สื่อการสอนประกอบการสอนจึงเป็นความหวังที่จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพของการเรียนการสอน ทั้งนี้เพราะสื่อที่นั้นเปรียบเสมือนตัวกลางที่ช่วยอธิบายมโนทัศน์คณิตศาสตร์ให้เป็นรูปธรรมยิ่งขึ้น จนเกิดความเข้าใจและนำไปใช้ได้ดียิ่งขึ้น นอกจากนี้สื่อยังเป็นตัวกระตุ้นให้เกิดการรับรู้มโนทัศน์คณิตศาสตร์ใหม่ ๆ อีกด้วย (สุสัตดา ลอยฟ้า และคณะ ,2536)



ภาพที่ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสื่อการสอนกับการพัฒนามโนทัศน์ ทักษะ และการนำไปใช้

2.3.2 สื่อการสอนคณิตศาสตร์กับพัฒนาการของเด็กเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

ทฤษฎีการพัฒนาคณิตศาสตร์ของ Piaget (อ้างถึงในสุสัตดา ลอยฟ้าและคณะ, 2536) ได้กล่าวไว้ว่าความสามารถในการสร้างแนวคิดต่าง ๆ ที่ซับซ้อนขึ้นอยู่กับการพัฒนาตามลำดับขั้นของอายุของเด็ก เช่น นักเรียนระดับประถมศึกษาส่วนใหญ่อยู่นั่นที่ต้องใช้สื่อการสอน ต้องอาศัยแบบจำลองที่จับต้องได้ ความคิดนี้มีอิทธิพลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนั้น จึงมีการส่งเสริมพัฒนาการของเด็กเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ดังนี้ (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2529)

1) การจัดให้นักเรียนได้ค้นคว้าโดยใช้สื่อการเรียนการสอนที่จับต้องได้ จะช่วยให้แนวคิดของเนื้อหาตอนนั้นเป็นจริงเป็นจังขึ้น การให้นักเรียนปฏิบัติการเชิงวิทยาศาสตร์ แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ให้ทำงานร่วมกันใช้อุปกรณ์การสอนหรือเครื่องมือ ครูเป็นที่ปรึกษาให้คำแนะนำตรวจสอบว่านักเรียน

2) ผู้เรียนระดับประถมศึกษาอยู่ในวัย 6-12 ปี ซึ่งอยู่ขั้นที่สามของการพัฒนาความคิดตามทฤษฎีการเรียนรู้ของ Piaget ผู้เรียนมีแนวคิดที่เป็นรูปธรรมมากกว่านามธรรม ผู้เรียนจะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนด้วยของจริง หรืออุปกรณ์ซึ่งมีลักษณะ เป็นรูปธรรม ทั้งนี้เพื่อให้เกิดความสัมพันธ์

ในแนวความคิด การจัดให้ผู้เรียนมีกิจกรรมจากประสบการณ์ตรงในการจัดสิ่งของ จัดอุปกรณ์ จะช่วยให้ผู้เรียนสำรวจ ค้นพบ และแก้ปัญหาได้ ดังนั้นผู้สอนจะต้องจัดสถานการณ์ให้ผู้เรียนมีประสบการณ์ที่ได้จัดการปฏิบัติจริง ค้นคว้าด้วยตนเอง มีการเร้าหรือกระตุ้นคำถาม และ ยึดหยุ่นให้เหมาะกับเนื้อเรื่องและวิธีสอน

3) พัฒนาการทางคณิตศาสตร์หรือทางการหาเหตุผล ไม่ใช่สิ่งที่เกิดขึ้นทันทีทันใด แต่จะค่อยเป็นค่อยไป โดยอาศัยสื่อการสอนและประสบการณ์เป็นเครื่องช่วยให้เกิดความคิดที่ละน้อย ๆ เด็กสามารถใช้เหตุผลได้ดี เพราะสามารถปรับตัวเด็กให้เข้ากับสื่อการสอนและสิ่งแวดล้อมได้ การใช้เหตุผลของเด็กจะค่อย ๆ พัฒนาและเปลี่ยนแปลงไปทั้งด้านปริมาณและคุณภาพ อย่างไรก็ตาม องค์กรประกอบต่าง ๆ เช่น การใช้ความคิดและการใช้เหตุผลของเด็กได้ ดังนั้นการให้เด็กเรียน หลักการหรือ กฎเกณฑ์ต่าง ๆ ควรให้เรียนรู้หลักเกณฑ์จากสื่อการสอนในลักษณะรูปธรรม ให้เด็ก ได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง ต่อไปค่อย ๆ เปลี่ยนเป็นการใช้คำพูดอธิบาย

4) มีการส่งเสริมพัฒนาการเรียนรู้การสอนให้สอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ตามหลักของ Piaget ซึ่งแบ่งเด็กวัยประถมศึกษาอยู่ในขั้นการเรียนรู้โดยใช้สื่อการเรียนการสอน ซึ่งมี ลักษณะ เป็นรูปธรรมและกิจกรรม ตลอดจนการจัดสิ่งแวดล้อมให้เด็กมีประสบการณ์มากพอ จะช่วยให้เด็กเกิดความเข้าใจและมีทักษะทางคณิตศาสตร์

5) ใช้สื่อการสอนคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนา และปลูกฝังคุณธรรมให้ไว้ในเด็กวัยประถมศึกษา

ได้แก่ (1) วินัยในตนเอง การมีความรับผิดชอบในงานที่มอบหมาย การเคารพระเบียบ และข้อบังคับต่าง ๆ

(2) ความเสียสละ การทำงานเพื่อหมู่คณะและส่วนรวม

(3) ความซื่อสัตย์ การรายงานผลการทดลองตามที่เป็นอย่างจริง เขียนข้อมูลจากผลที่ได้ ไม่คัดลอกแบบฝึกหัด หรือนำผลงานของผู้อื่นมาเป็นของตน

(4) กล้าแสดงความคิดเห็น เคารพกับความจริงและความถูกต้อง

(5) มีแนวความคิดกว้างขวาง พร้อมที่จะรับฟังความคิดของผู้อื่นอย่างมีเหตุผล

(6) มีความสามัคคี สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

(7) มีความขยันหมั่นเพียร อดทน

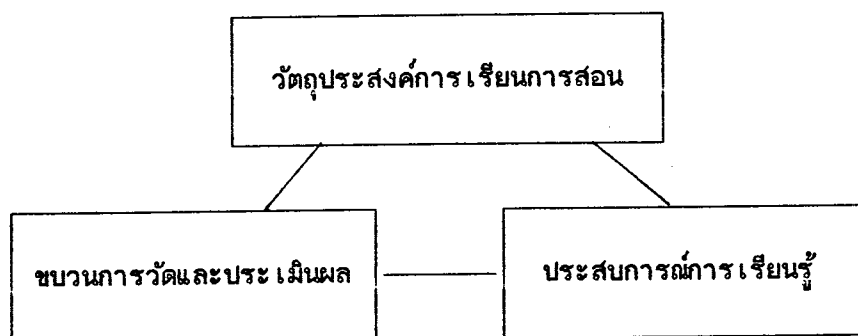
(8) รู้จักค่าของเวลา ใช้เวลาให้เป็นประโยชน์ในการคิดฝึกหาข้อผิดพลาดทำงานให้เป็นประโยชน์

(9) รู้จักประหยัด ออมทรัพย์ รู้จักคิดว่ามีรายได้เท่าไร ควรใช้จ่ายเท่าไรและ

เหลือเก็บไว้เท่าไร

2.3.3 หลักการใช้สื่อการสอนคณิตศาสตร์

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนแต่ละครั้ง ไม่ว่าจะใช้เวลาในการสอนมากน้อยเพียงใด จะต้องมีความเกี่ยวข้องกับหลายสิ่งหลายอย่าง เช่น ตัวครู นักเรียน สื่อการสอนและสิ่งอำนวยความสะดวกต่าง ๆ ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะเป็นองค์ประกอบสำคัญที่จะช่วยในการดำเนินกิจกรรมนั้นบรรลุตามจุดมุ่งหมายหรือไม่



ภาพที่ 11 องค์ประกอบในการเรียนการสอน

จากแผนภูมิข้างต้นได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุประสงค์ ประสบการณ์การเรียนรู้และขบวนการวัดและประเมินผล ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนทั้ง 3 องค์ประกอบนี้ครูจะต้องจัดเตรียมให้สอดคล้องกัน ดังนั้น ก่อนที่จะนำสื่อไปใช้ในแต่ละองค์ประกอบจึงควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้ (สุภัตตา ลอยฟ้าและคณะ, 2536)

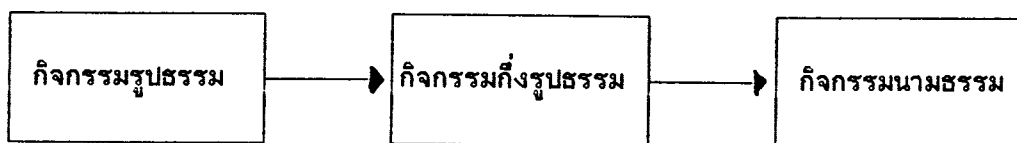
1) วัตถุประสงค์การเรียนรู้ วัตถุประสงค์เป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่สุดที่จะมีส่วนในการกำหนดประเภทและขอบเขตของเนื้อหา สื่อการสอนที่สร้างขึ้นตามวัตถุประสงค์จะเกิดประโยชน์ต่อผู้เรียนสูงสุด ถ้าครูรู้จักนำสื่อการสอนมาประกอบให้ถูกต้องแล้ว เชื่อได้แน่นอนว่าแนวคิดที่จะได้มีความผิดพลาดน้อยที่สุด

การใช้สื่อการสอนสำหรับการฝึกปฏิบัติเป็นสิ่งจำเป็นที่สุดจะขาดเสียมิได้ ผู้เรียนจะบรรลุวัตถุประสงค์มากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับสื่อการสอนนั้น ๆ จะเป็นเครื่องมือให้ผู้เรียนให้บรรลุผลตามความมุ่งหมาย

2) ประสบการณ์การเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอน เพื่อเสริมประสบการณ์การเรียนรู้ให้กับนักเรียนนั้น สามารถใช้สื่อประกอบการสอนได้ 3 ขั้นตอน ได้แก่

(1) การใช้สื่อชั้นนำเข้าสู่บทเรียน การนำเข้าสู่บทเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ ส่วนมากจะเป็นการทบทวนเนื้อหาเดิมให้สัมพันธ์กับเนื้อหาใหม่ จึงเป็นขั้นที่จะต้องพยายามกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดความสนใจในบทเรียนที่กำลังจะเรียน การใช้สื่อในขั้นนี้จึงมิได้เน้นเนื้อหาที่จะระลึกลงมากนัก แต่จะเป็นสื่อที่แสดงถึงเนื้อหา

(2) การใช้สื่อขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน ขั้นนี้จะดำเนินหลังจากที่ครูได้นำเข้าสู่บทเรียนแล้วนับเป็นขั้นที่มีความสำคัญต่อการเรียน ผู้สอนส่วนใหญ่จะใช้สื่อสอนมโนมติดคณิตศาสตร์ในขั้นกิจกรรมการเรียนการสอน โดยผู้สอนควรจะต้องมีขบวนการตามลำดับขั้นดังนี้คือ



ภาพที่ 12 แสดงขั้นตอนการใช้สื่อในการเรียนการสอน

การสอนมโนมติดคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาชั้นนั้น ควรจะต้องเริ่มด้วยกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรม (ของจริง) สื่อกึ่งรูปธรรม (รูปภาพ แผนภูมิ แผนภาพ หรือเส้นจำนวน) เมื่อนักเรียนเกิดมโนมติดที่ถูกต้องแล้ว ครูจึงแนะนำให้ใช้สัญลักษณ์ หลังจากนั้นจึงฝึกทักษะเพื่อพัฒนามโนมติดสู่การนำไปใช้

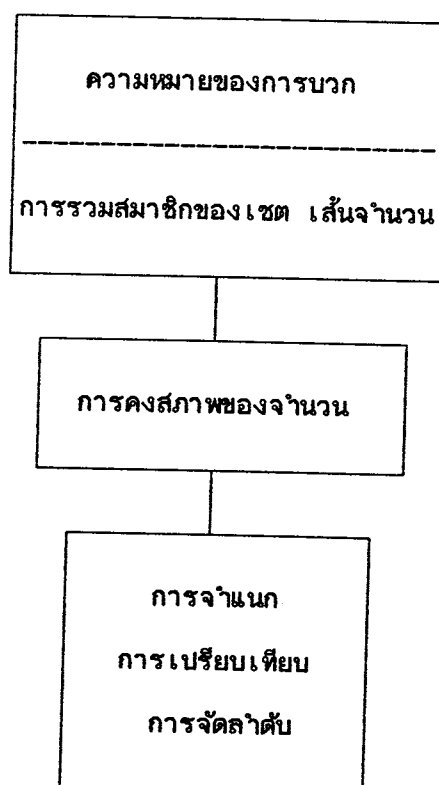
(3) การใช้สื่อขั้นสรุปบทเรียน ก่อนที่การเรียนการสอนจะยุติลง การสรุปบทเรียนนับเป็นสิ่งจำเป็นอย่างหนึ่งที่จะต้องจัดให้มีขึ้น ทั้งนี้เพื่อเป็นการย้ำบทเรียนให้เด่นชัด และเพื่อปรับให้ผู้เรียนทุกคนมีความเข้าใจตรงกัน และตรงตามวัตถุประสงค์ของผู้สอนด้วย การสรุปบทเรียนคณิตศาสตร์หมายถึงการสรุปความคิดรวบยอดของเนื้อหาที่เรียนไปแล้ว ฉะนั้น ในขั้นนี้จะใช้เวลาไม่มากเช่นเดียวกับขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ดังนั้น สื่อที่จะนำไปใช้ในขั้นนี้จะต้องจัดทำสรุปให้ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมดและใช้เวลาน้อย สื่อที่ควรนำไปใช้ ได้แก่ แผนภูมิ แผนป้ายผ้าสำคัญ แถบประโยค แผ่นโปรงใส บ้ายนิเทศหรือสไลด์ เป็นต้น

2.3.4 บทบาทของสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

การพัฒนาอโนมติดคณิตศาสตร์ ในระยะเริ่มแรกนั้นจำเป็นต้องใช้สื่อรูปธรรมช่วยอธิบาย ซึ่งจะให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างมีเหตุผล และจดจำได้อย่างมีประสิทธิภาพ สื่อจึงมีความสำคัญต่อการสร้างประสิทธิภาพในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์อย่างยิ่ง

บทบาทและความสำคัญของการสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกได้ดังนี้ (สุสัสดา ลอยฟ้าและคณะ, 2536)

1) บทบาทของสื่อในการเตรียมความพร้อม การเตรียมตัวนักเรียนให้พร้อมก่อนที่จะเริ่มเรียนนั้นจะช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่เรียนได้มากที่สุด ความพร้อมในวิชาคณิตศาสตร์มี 2 ลักษณะคือ ความพร้อมในด้านเนื้อหาวิชา ความพร้อมในด้านแรงจูงใจ ความพร้อมในด้านเนื้อหาวิชานับว่ามีความสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์มาก เพราะธรรมชาติของการลำดับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน ก่อนจะเรียนรู้แนวคิดคณิตศาสตร์ใหม่ได้ ต้องมีการพัฒนาทักษะความรู้พื้นฐานเดิมมาก่อน เช่นดังภาพ



ภาพที่ 13 แสดงขั้นตอนการสอนความหมายของการบวก

จากแผนภูมิข้างต้นแสดงขั้นตอนการสอนความหมายของการบวก ก่อนที่จะสอนความหมายของการบวก นักเรียนต้องมีความรู้พื้นฐานในเรื่อง การจัดลำดับ การเปรียบเทียบ การจำแนก และการคงสภาพของจำนวน หลังจากนั้นครูจึงจะสามารถสอนความหมายของการบวกในรูปของการรวมสมาชิกของเซตหรือการใช้เส้นจำนวน เป็นต้น ส่วนความพร้อมด้านแรงจูงใจนั้น เป็นความพร้อม ซึ่งเป็นพื้นฐานที่จะทำให้ผู้เรียนเกิดความกระตือรือร้นที่จะเรียนและร่วมกิจกรรม

2) บทบาทของสื่อด้านการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ สื่อการสอนคณิตศาสตร์ มีส่วนช่วยในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ดี เพราะสื่อการเรียนการสอนเป็นสิ่งที่จับต้องได้ ช่วยฝึกให้เป็นคนช่างสังเกต บันทึกข้อมูลและรวบรวมข้อมูลเป็นรู้จักจัดสิ่งของจำแนกเป็นหมวดหมู่ มีการเปรียบเทียบและสร้างกฎเกณฑ์ขึ้นมาได้ รู้จักวิเคราะห์ข้อมูล ช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ในสิ่งต่าง ๆ เกี่ยวกับข้อมูลนั้น นอกจากนี้เนื่องจากผู้เรียนคณิตศาสตร์แต่ละคนมีความแตกต่างกันทั้งด้านสติปัญญา ความสามารถในการรับรู้และอื่น ๆ ซึ่งสิ่งเหล่านี้มีผลทำให้การรับรู้แนวคิดคณิตศาสตร์ไม่เท่ากัน นักเรียนบางคนเรียนรู้สิ่งที่ครูสอนได้รวดเร็ว แต่บางคนอาจรับได้ช้า ดังนั้น ผู้สอนจะต้องจัดประสบการณ์การเรียนรู้ โดยใช้สิ่งรูปธรรมเป็นสื่อประกอบการอธิบายนำไปสู่นามธรรม (มโนคติคณิตศาสตร์) สื่อการสอนที่เสริมสร้างความเข้าใจ จะช่วยให้เด็กเรียนเข้าใจมโนคติหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตรงกัน อีกทั้งยังช่วยให้เด็กเรียนเกิดความคงทนในการเรียนรู้และนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

3) บทบาทของสื่อในการฝึกทักษะ หลังจากทีนักเรียนเข้าใจหรือเกิดมโนคติคณิตศาสตร์แล้วสิ่งสำคัญที่ตามมาคือ การฝึกให้นักเรียนเกิดทักษะทางคณิตศาสตร์ การฝึกทักษะเป็นการให้ทำงานซ้ำ ๆ เพื่อให้เกิดความชำนาญ ผู้สอนจำเป็นต้องหาวิธีการให้นักเรียนฝึกฝนโดยไม่เบื่อสื่อในการฝึกทักษะที่ใช้ได้ผลดีคือ การเล่นเกมแข่งขันในรูปแบบต่าง ๆ หรือแบบฝึกทักษะ เป็นต้น

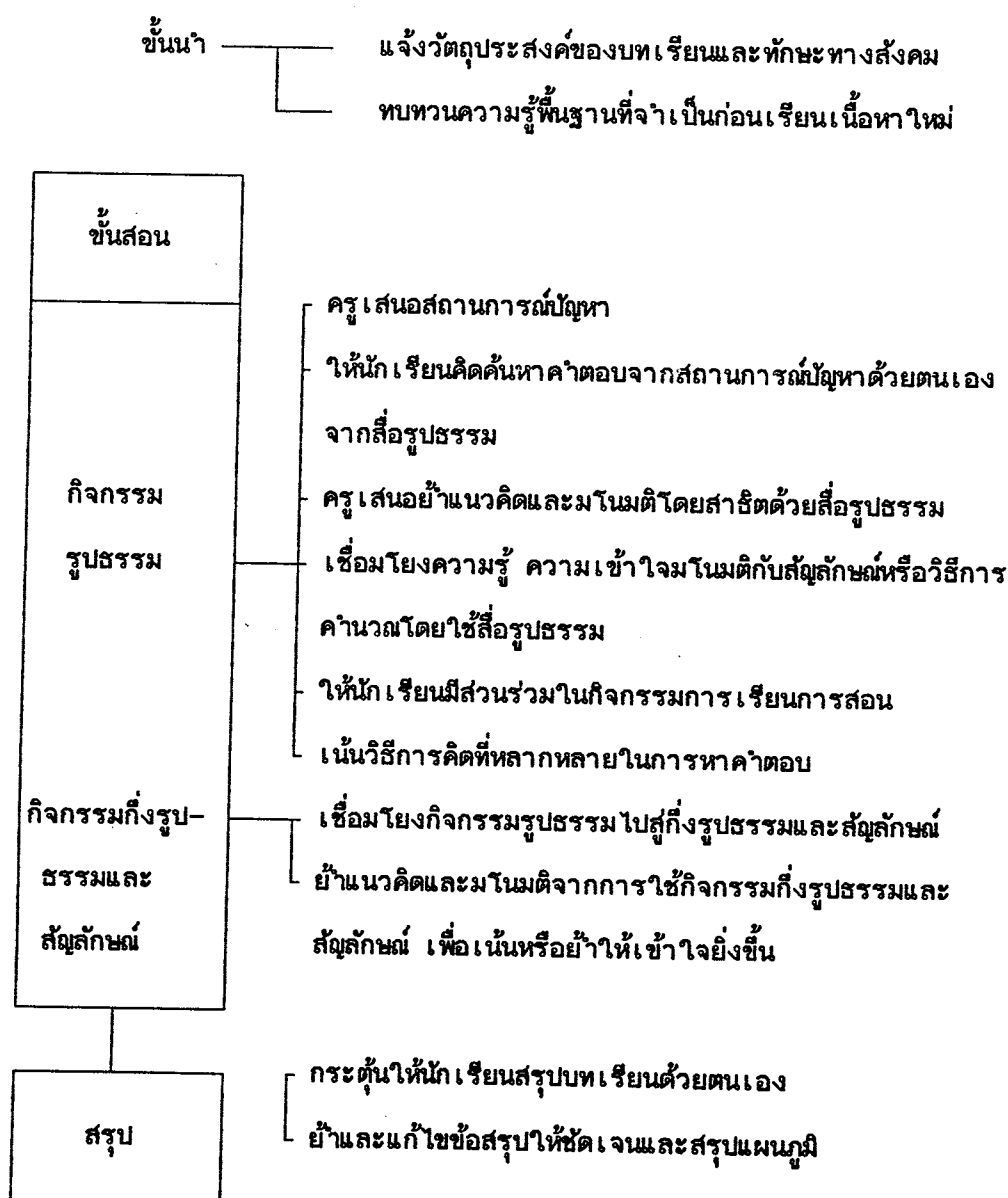
4) บทบาทของสื่อในด้านเสริมสร้างประสบการณ์ การสอนเนื้อหาในห้องเรียนเพียงอย่างเดียวอาจให้ประสบการณ์ไม่เพียงพอหรือให้ได้ไม่ครบถ้วน ผู้สอนจึงจำเป็นต้องจัดการนิทรรศการคณิตศาสตร์การจัดชั่วโมงกิจกรรมคณิตศาสตร์ เป็นต้น สื่อที่ใช้ประกอบอาจเป็นแผนภาพ แผนภูมิ ปัญหาชวนคิดต่าง ๆ เพื่อฝึกให้นักเรียนได้คิด ได้ฝึกฝนความรู้เพิ่มเติมจากการเรียนในห้องทำให้ครูทราบความสนใจและความสามารถของนักเรียน

5) บทบาทของสื่อในการเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เจตคติที่ดีของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ส่วนหนึ่งได้รับอิทธิพลจากครู ถ้าครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนดีให้ความสนุกสนาน ใช้สื่อการสอนให้ข้อมูลเพื่อลดแนวคตินามธรรมให้เป็นรูปธรรม ทำให้บทเรียน

นั้นเข้าใจง่าย นักเรียนก็จะเริ่มคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ มีหลักการจำเมื่อทำแบบฝึกหัดได้พบความสำเร็จในการทำงาน เจตคติที่ดีย่อมเกิดขึ้น

สื่อการสอนจึงนับว่ามีบทบาทสำคัญในการเชื่อมโยง สิ่งที่เป็นนามธรรมโดยผ่านสื่อที่เป็นรูปธรรมและกึ่งรูปธรรม เพื่อเสริมสร้างให้นักเรียนเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ สุลัดดา ลอยฟ้า (2537) จึงได้พัฒนารูปแบบการสอนเพื่อพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ โดยเน้นให้นักเรียนได้จัดกระทำกับสื่อรูปธรรม จะช่วยให้ผู้เรียนได้ค้นพบมโนคติเอง ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

รูปแบบการสอนโดยเน้นการจัดกระทำสื่อรูปธรรม



ภาพที่ 14 แสดงรูปแบบการสอนโดยเน้นการจัดกระทำสื่อรูปธรรม

2.3.5 การใช้สื่อรูปธรรม (Manipulatives)

องค์ประกอบสำคัญของการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulatives) คือ ความมั่นใจว่านักเรียนสามารถเชื่อมโยงระหว่างความคิดรวบยอด (Concept) ของงานที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulatives) และความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกรรมวิธีและระบบสัญลักษณ์ (Procedural knowledge) (NCTM, 1989) จึงต้องอาศัยสื่อรูปธรรม (Manipulatives) ช่วยในการเชื่อมโยงเพื่อให้เกิดการเรียนรู้

ขั้นตอนการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulatives)

Harry J. Bohan and Peggy Bohan Shawaker (1994) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulatives) ดังนี้

1. ขั้นสำรวจ (the exploratory stage)
2. ขั้นรูปธรรม (the concrete stage)
3. ขั้นกึ่งรูปธรรม (the bridging stage)
4. ขั้นสัญลักษณ์ (the symbolic stage)

1) ขั้นสำรวจ (the exploratory stage)

เป็นขั้นตรวจสอบความรู้พื้นฐานของผู้เรียนมีความรู้มากน้อยเพียงใด เพื่อจะได้เชื่อมโยงความคิดรวบยอดใหม่

2) ขั้นรูปธรรม (the concrete stage)

เป็นการจัดกระทำกับสื่อที่เป็นของจริง เพื่อสร้างความเข้าใจในโมเดลนั้น ๆ ให้มีประสิทธิภาพ

3) ขั้นกึ่งรูปธรรม (the bridging stage)

เป็นการเชื่อมโยงความรู้จากการใช้สื่อรูปธรรมไปยังขั้นสัญลักษณ์ การใช้สื่อรูปธรรมจะลดน้อยลง เปลี่ยนเป็นการใช้ภาพ เส้นจำนวน

4) ขั้นสัญลักษณ์ (the symbolic stage)

เป็นการสรุปในขั้นที่ 1-3 มาใช้สัญลักษณ์ เป็นสื่อถึงความเข้าใจทั้งหมดจากสื่อรูปธรรมมาอยู่รูปภาพและเขียนในรูปสัญลักษณ์เป็นขั้นสุดท้าย

2.4 รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้

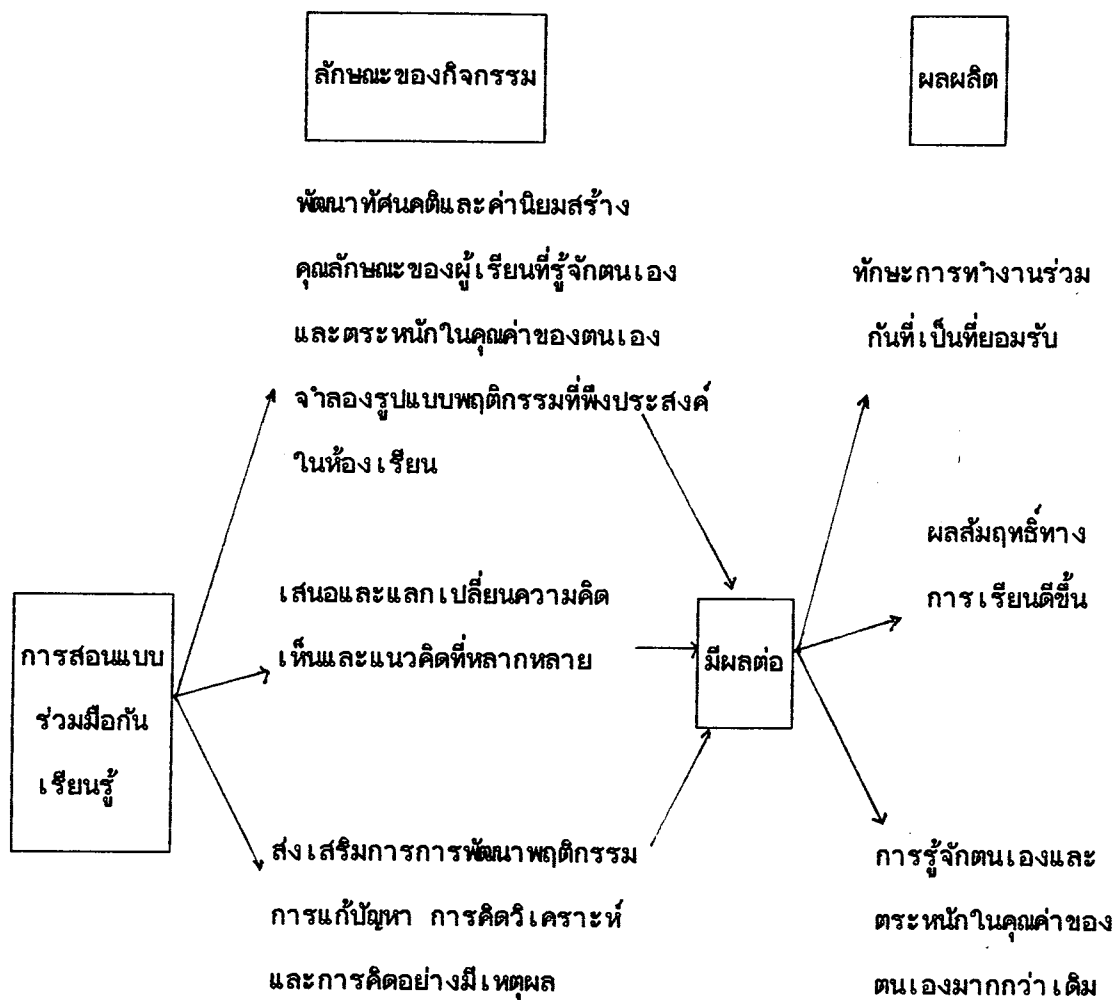
สุรัตดา ลอยฟ้า (2536) ได้อธิบายถึงรายละเอียดของรูปแบบการสอน แบบร่วมมือกันเรียนรู้ (Cooperative Learning Model) ไว้ดังนี้

2.4.1 เป้าหมายและลักษณะของผลผลิต

การจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เป็นการจัดกิจกรรมที่ให้ความสำคัญต่อการพัฒนาทัศนคติและค่านิยมในตัวนักเรียนที่จำเป็นทั้งในและนอกห้องเรียน การจำลองรูปแบบพฤติกรรมทางสังคมที่พึงประสงค์ในห้องเรียน การเสนอและแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และแนวความคิดที่หลากหลายระหว่างสมาชิกในกลุ่ม การพัฒนาพฤติกรรมการแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์ และการคิดอย่างมีเหตุผล รวมทั้งการพัฒนาทักษะของผู้เรียนให้รู้จักตนเองและเพิ่มคุณค่าของตนเอง จากกิจกรรมดังกล่าวจะมีผลต่อผู้เรียนโดยสรุปใน 3 ประการคือ

- 1) ความรู้ความเข้าใจเนื้อหาวิชาที่เรียน (Cognitive Knowledge)
- 2) ทักษะทางสังคมโดยเฉพาะทักษะการทำงานร่วมกัน (Social Skills)
- 3) การรู้จักตนเองและตระหนักในคุณค่าของตนเอง

ซึ่งสรุปรายละเอียดได้ดังแผนภาพ



ภาพที่ 15 เป้าหมายและลักษณะของผลผลิตของรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ (สฤตดา ลอยฟ้า, 2536)

2.4.2 หลักการและข้อตกลงเบื้องต้นของการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้

Robert E. Slavin (1990) กล่าวว่า การสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ เป็นวิธีเรียนการสอนที่ช่วยให้ผู้เรียนใช้ความสามารถเฉพาะตัว และศักยภาพในตนเองร่วมมือกันแก้ปัญหาต่างๆ ให้บรรลุผลสำเร็จได้โดยที่สมาชิกในกลุ่มตระหนักว่าแต่ละคนเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่ม ดังนั้น ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มต้องรับผิดชอบร่วมกัน สมาชิกจะมีการพูดคุยกันช่วยเหลือซึ่งกันและกัน ผู้เรียนจะได้ความรู้จากเพื่อนและสิ่งที่เป็นผลพลอยได้จากการใช้วิธีการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ อีกประการหนึ่งคือ การที่นักเรียนรู้สึกถึงคุณค่าของตนเองเพิ่มขึ้น ทั้งนี้

เพราะว่านักเรียนได้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่ม ซึ่งแต่ละคนจะมีบทบาทสำคัญต่อความสำเร็จของกลุ่ม และเมื่อประสบผลสำเร็จในการทำงาน หรือความเข้าใจกับเนื้อหาวิชาแล้ว จะเพิ่มความสนใจในการทำกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น ซึ่งจะเป็นผลให้นักเรียนรู้ถึงคุณค่าของตนเอง ในชั้นเรียนนอกจากนั้น การสอนแบบการร่วมมือกันเรียนรู้อย่างก่อให้เกิดบรรยากาศที่นักเรียนได้พูดคุยกันเป็นการช่วยให้นักเรียนและเพื่อนเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น แม้บางครั้งจะไม่สามารถหาคำตอบได้ แต่ระดับการติดตามปัญหาจะสูงกว่าการที่ครูเป็นผู้กำหนดให้นักเรียนทำคนเดียว และการที่นักเรียนสามารถอธิบายให้เพื่อนฟังได้ ก็จะเป็นการยกระดับความเข้าใจให้สูงขึ้นถึงระดับการถ่ายทอดความคิดการเรียบเรียงถ้อยคำอธิบายออกมา จะช่วยปรับความเข้าใจให้ชัดเจนแน่นแฟ้นยิ่งขึ้น สำหรับบทบาทของครูจะเปลี่ยนไปจากเดิมคือ ต้องไม่ถือว่าตัวเองเป็นผู้ถ่ายทอดความรู้ในชั้นเรียนคนเดียวแต่เป็นการสร้างสภาพแวดล้อม วิธีดำเนินการที่เอื้ออำนวยให้นักเรียนสามารถค้นหาความรู้ได้จากการร่วมมือกันเรียนรู้ ซึ่งเกิดจากการกระทำของตนเองและจากเพื่อนนักเรียนด้วยกัน

การร่วมมือกันเรียนรู้มีหลักที่ผู้สอนต้องคำนึงถึงอยู่ 3 ประการ (Slavin, 1990)

- 1) มีรางวัลหรือเป้าหมายของกลุ่ม
- 2) ความหมายของแต่ละบุคคลในกลุ่ม
- 3) สมาชิกในกลุ่มมีโอกาสในการช่วยให้อีกกลุ่มประสบผลสำเร็จของกลุ่มเท่าเทียมกัน

1) รางวัลหรือเป้าหมายของกลุ่ม ในการจัดการเรียนการสอนจะต้องตั้งเป้าหมายหรือรางวัลไว้เพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความพยายามในการเรียนรู้มากขึ้น และพยายามปรับพฤติกรรมของตนเองเพื่อความสำเร็จของกลุ่ม รางวัลที่กำหนดอาจเป็นสิ่งของ ประกาศนียบัตรคำชมเชย การเชิดชูเกียรติ

2) ความหมายของแต่ละบุคคลในกลุ่ม การจัดการเรียนการสอน ถึงแม้จะอยู่ในรูปของกลุ่ม แต่จะต้องมีขั้นตอนที่สามารถบอกถึงความสามารถของสมาชิกแต่ละคนได้ว่า เข้าใจบทเรียนมากน้อยเพียงไร ในการเรียนแต่ละครั้งต้องมั่นใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจเนื้อหาที่เรียน เป้าหมายของกลุ่มจะประสบผลสำเร็จได้ต้องขึ้นอยู่ความสามารถของทุกคนในกลุ่ม

3) สมาชิกแต่ละคนในกลุ่ม มีโอกาสที่จะช่วยให้อีกกลุ่มประสบผลสำเร็จได้เท่าเทียมกัน นักเรียนทุกคนในกลุ่มมีส่วนช่วยเหลือกลุ่มของตนเอง ให้ผ่านกิจกรรมไปได้เท่าเทียมกัน ทั้งคนเก่งปานกลาง และอ่อน

ข้อตกลงเบื้องต้น

รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ มีแนวคิด ซึ่งตั้งอยู่บนพื้นฐานของความเชื่อดังต่อไปนี้ (สฤตดา ลอยฟ้า, 2536)

- 1) การสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้จะสร้างแรงจูงใจให้เรียนมากกว่า การเรียนรายบุคคลหรือการแข่งขัน ความรู้สึกเป็นอันหนึ่งอันเดียวกันของกลุ่มจะสร้างพลังในทางบวกให้แก่กลุ่ม
- 2) สมาชิกแต่ละคนในกลุ่มของการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้จะ เรียนจากกันและกันจะพึ่งพากันเรียนรู้
- 3) การปฏิสัมพันธ์กันในกลุ่ม นอกจากจะพัฒนาความรู้ความเข้าใจ ในเนื้อหาวิชาที่เรียน แล้ว ยังพัฒนาทักษะทางสังคมไปในตัวด้วย เป็นรูปแบบการสอนที่พัฒนากิจกรรมทางสติปัญญา ที่เพิ่มพูนการเรียนรู้มากกว่าการเรียนการสอนรายบุคคล
- 4) การร่วมมือกันเรียนรู้จะ เพิ่มพูน ความรู้สึกในทางบวกต่อกันและกัน ระหว่างสมาชิกในกลุ่ม ลดความรู้สึกโดดเดี่ยว และห่างเหิน ในทางตรงข้าม จะสร้างความสัมพันธ์และความรู้สึกที่ดีต่อบุคคลอื่น
- 5) การร่วมมือกันเรียนรู้จะพัฒนา ความรู้สึกเห็นคุณค่าในตนเอง รู้จักตนเอง จากการเรียนรู้ได้ดีขึ้น รวมทั้งจากสิ่งแวดล้อมที่ทำให้ตระหนักว่าตัวเองได้รับการยอมรับ และเอาใจใส่จากสมาชิกคนอื่นในกลุ่ม
- 6) ผู้เรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำงานร่วมกันอย่างมีประสิทธิภาพ จากงานที่กำหนดให้กลุ่มรับผิดชอบ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมมือกันทำงานมากเท่าใดผู้เรียนจะสามารถพัฒนาทักษะทางสังคม โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะการทำงานร่วมกันมากขึ้นเท่านั้น
- 7) ทักษะทางสังคมที่จำเป็นต่าง ๆ สามารถเรียนรู้ และฝึกฝนได้ เพื่อประสิทธิภาพของการทำงานร่วมกัน

2.4.3 รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ (Model of Cooperative Learning)

สฤตดา ลอยฟ้า (2536) ได้กล่าวถึงรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ว่า แบ่งออกเป็น 3 รูปแบบดังนี้

1. รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ตามแนวความคิดของ Robert Slavin และคณะจาก John Hopkins University, Slavin ได้พัฒนาเทคนิคการสอนแบบร่วมมือกัน

เรียนรู้ 3 ประการด้วยกันคือ รางวัลและเป้าหมายของกลุ่ม ความหมายความสำเร็จหรือความหมายของแต่ละบุคคล และโอกาสในการช่วยให้กลุ่มประสบผลสำเร็จเท่าเทียมกัน จากผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่า รางวัลของกลุ่มและความหมายของแต่ละบุคคลต่อกลุ่ม เป็นลักษณะที่จำเป็นและสำคัญต่อผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ของนักเรียน

รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ของกลุ่ม Slavin ที่เป็นที่ยอมรับกันแพร่หลายมีดังนี้

1.1 STAD (Student Teams–Achievement Division) เป็นรูปแบบการสอนที่สามารถดัดแปลงใช้ได้เกือบทุกวิชาและทุกระดับชั้น เพื่อเป็นการพัฒนาสัมฤทธิ์ผลของการเรียนและทักษะทางสังคมเป็นสำคัญ

1.2 TGT (Teams–Games–Tournament) เป็นรูปแบบการสอนที่คล้ายกับ STAD แต่เป็นการมุ่งเน้นในการเรียนเพิ่มขึ้นโดยการใช้อุปกรณ์เกมแทนการทดสอบย่อย

1.3 TAI (Team Assisted Individualization) เป็นรูปแบบการสอนที่ผสมผสานแนวความคิดระหว่างการร่วมมือกับการเรียนรู้กับการสอนรายบุคคล (Individualized Instruction) รูปแบบของ TAI จะเป็นการประยุกต์ใช้กับการสอนคณิตศาสตร์

1.4 CIRC (Cooperative Integrated Reading and Composition) เป็นรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้แบบผสมผสาน ที่มุ่งพัฒนาขึ้นเพื่อสอน การอ่านและการเขียน สำหรับนักเรียนประถมศึกษาตอนปลายโดยเฉพาะ

1.5 Jigsaw ผู้ที่คิดค้นการสอนแบบ Jigsaw เริ่มแรกคือ Elliot-Aronson และคณะ หลังจากนั้น Slavin ได้นำแนวคิดดังกล่าวมาปรับขยายเพื่อให้สอดคล้องกับรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้มากยิ่งขึ้น ซึ่งเป็นรูปแบบการสอนที่เหมาะสมกับวิชาที่เกี่ยวข้องกับการบรรยาย เช่น สังคมศึกษา วรรณคดี บางส่วนของวิชาวิทยาศาสตร์ รวมทั้งวิชาอื่น ๆ ที่เน้นการพัฒนาความรู้ความเข้าใจมากกว่าพัฒนาทักษะ

2. รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ตามแนวคิดของ David Johnson และคณะ Johnson และ Johnson จากมหาวิทยาลัย Minnesota ได้พัฒนารูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้โดยยึดหลักการเบื้องต้น 5 ประการด้วยกันคือ

2.1 การพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน (Positive in Interdependence)

2.2 การปฏิสัมพันธ์แบบตัวต่อตัว (Face of Face Promotive Interaction)

2.3 ความหมายและความสามารถของแต่ละคนในกลุ่ม (Individual

Accountability)

2.4 ทักษะทางสังคม (Social Skills)

2.5 กระบวนการกลุ่ม (Group Processing)

3. รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ในงานเฉพาะอย่าง เช่น

Group Investigation ของ Shlomo และ Yael Sharan, Co-op Co-op

2.4.3.1 รายละเอียดของรูปแบบการสอน STAD (Student Teams-Achievement Divisions)

STAD เป็นรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่ Robert Slavin และคณะ (อ้างถึงในสัปดาห์ที่ 2536) ได้พัฒนาขึ้น เป็นรูปแบบที่ง่ายที่สุด และใช้กันแพร่หลายที่สุด เหมาะสำหรับครูผู้สอนที่เลือกใช้รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ในระยะเริ่มแรก STAD มีส่วนประกอบที่สำคัญ 5 ประการด้วยกันคือ

- 1) การนำเสนอบทเรียนต่อทั้งชั้น (Class Presentation)
- 2) การเรียนกลุ่มย่อย (Team Study)
- 3) การทดสอบย่อย (Test)
- 4) คะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคน (Individual Improvement Scores)
- 5) ทีมที่ได้รับการยกย่อง (Team Recognition)

1) การนำเสนอบทเรียนทั้งชั้น

ครูจะทำการสอนเนื้อหาของบทเรียนแก่นักเรียนพร้อมกันทั้งชั้น ซึ่งครูอาจใช้เทคนิควิธีการเสนอรูปแบบใดนั้น ขึ้นอยู่กับลักษณะของเนื้อหาของบทเรียนและการตัดสินใจของครูเป็นสำคัญที่จะเลือกวิธีการที่เหมาะสม และการนำเสนอบทเรียนของครูต้องใช้สื่อประกอบอย่างพอเพียงด้วย

2) การเรียนกลุ่มย่อย

กลุ่มจะประกอบด้วยนักเรียนประมาณ 4-5 คน ซึ่งมีความแตกต่างกันทั้งในแง่ของผลลัพธ์ทางการเรียนและเพศ หน้าที่สำคัญของกลุ่มคือ การเตรียมสมาชิกของกลุ่มให้สามารถทำแบบทดสอบได้ดี หลังจากการเสนอเนื้อหาของครูต่อนักเรียนทั้งชั้นแล้ว นักเรียนจะแยกทำงานเป็นกลุ่มเพื่อศึกษาตามบัตรงาน หรือกิจกรรมกลุ่มที่ครูกำหนดให้ โดยส่วนมากแล้วกิจกรรมจะอยู่ในรูปการอภิปรายการแก้ปัญหาาร่วมกัน การเปรียบเทียบคำตอบและ การแก้ความเข้าใจผิดของเพื่อนร่วมทีม กลุ่มเป็นลักษณะที่สำคัญที่สุด สมาชิกในกลุ่มจะต้องติดตามและสอนเพื่อนร่วมกลุ่มให้เข้าใจในเนื้อหาที่จะเรียน การทำงานของกลุ่มลักษณะนี้จะเน้นความสัมพันธ์ของสมาชิกในกลุ่ม การนับถือของตนเอง

(Self-Esteem) และการยอมรับเพื่อนนักเรียนที่เรียนอ่อน สิ่งนี้นักเรียนควรคำนึงในการทำงานกลุ่มย่อมมีดังนี้

- (1) นักเรียนต้องช่วยเหลือเพื่อนในทีมให้ได้เรียนรู้เนื้อหาที่เรียนอย่างถ่องแท้
 - (2) ไม่มีใครจะเรียนหรือศึกษาเนื้อหาจบเพียงคนเดียวโดยที่เพื่อนในกลุ่มยังไม่เข้าใจเนื้อหา
 - (3) ถ้ายังไม่เข้าใจให้ปรึกษาเพื่อนในกลุ่มก่อนจึงปรึกษาครู
 - (4) เพื่อนร่วมทีมต้องปรึกษาหารือกันเบา ๆ ไม่ให้รบกวนกลุ่มอื่น
- ในการจัดการเรียนการสอนกลุ่มย่อยครูควรสนับสนุนในสิ่งต่อไปนี้

- (1) ให้ออกาสผู้เรียนในการตั้งชื่อทีม
- (2) นักเรียนสามารถเคลื่อนย้ายโต๊ะ เก้าอี้ภายในกลุ่มหรือย้ายที่ทำงานของกลุ่มได้ภายในชั้นเรียน
- (3) แนะนำให้ผู้เรียนร่วมมือกันทำงานเป็นคู่หรือ 3 คนก็ได้ โดยให้มีการตรวจผลงานของกันและกัน เมื่อมีการผิดพลาด เพื่อนในทีมต้องช่วยอธิบายให้เข้าใจ
- (4) ไม่ควรจบการศึกษาเนื้อหาง่าย ๆ จนกว่าจะแน่ใจว่าเพื่อนในทีมทุกคน พร้อมทั้งจะทำข้อสอบได้ 100%
- (5) ให้มีการอธิบายคำตอบซึ่งกันและกัน แล้วจึงนำไปตรวจกับบัตรเฉลยคำตอบ
- (6) เมื่อมีปัญหาให้ปรึกษาเพื่อนร่วมทีมก่อนจึงปรึกษาครู
- (7) ระหว่างผู้ที่เรียนทำกิจกรรม ครูควรเดินไปรอบ ๆ ห้องเพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสนปรึกษาหารือได้สะดวกและเป็นการเสริมกำลังใจแก่ผู้เรียนด้วย

3) การทดสอบย่อย หลังจากเรียนไปได้ประมาณ 1-2 คาบ นักเรียนจะต้องได้รับการทดสอบ ในระหว่างทำการทดสอบนักเรียนในกลุ่มไม่อนุญาตให้ช่วยเหลือกัน ทุกคนทำข้อสอบตามความสามารถของตนเอง

4) คะแนนในการพัฒนาตนเอง ความคิดที่อยู่เบื้องหลังของคะแนนในการพัฒนาตนเองของนักเรียนคือ การให้นักเรียนแต่ละคนมีเป้าหมายเกี่ยวกับผลการเรียนของตนเองที่จะต้องทำได้ตามเป้าหมายนั้น ซึ่งนักเรียนจะทำได้หรือไม่ จะขึ้นอยู่กับการทำงานหนักเพิ่มมากขึ้นกว่าที่ทำมาแล้วในบทเรียนก่อน นักเรียนทุกคนมีโอกาสได้คะแนนสูงสุดเพื่อช่วยกลุ่ม ซึ่งจะทำไม่ได้เลยถ้าคะแนนในการสอนต่ำกว่าคะแนนที่ได้ในครั้งก่อน นักเรียนแต่ละคนจะมีคะแนนที่เป็น "ฐาน" ซึ่งได้จากการเฉลี่ยคะแนนในการสอนต่ำกว่าคะแนนของการสอบครั้งก่อน หรือคะแนนเฉลี่ยจาก

แบบทดสอบที่คล้ายคลึงกัน คะแนนของนักเรียนสำหรับกลุ่มขึ้นอยู่กับว่าคะแนนของเขาห่างจากคะแนน "ฐาน" มากน้อยเพียงใด

5) กลุ่มที่ได้รับการยกย่องและการยอมรับ กลุ่มจะ ได้รับรางวัลเมื่อคะแนนเฉลี่ยของกลุ่มเกินเกณฑ์ที่ตั้งไว้

2.4.3.2 การเตรียมการ

ในการจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ ครูจะต้องเตรียม

1) วัสดุการสอน ครูจะต้องเตรียมวัสดุการสอนที่ใช้ในการทำงานกลุ่ม ประกอบด้วย บัตรเนื้อหา บัตรกิจกรรม และบัตรเฉลย รวมทั้งข้อสอบสำหรับทดสอบนักเรียนแต่ละคนหลังจากเรียนบทเรียนในแต่ละหน่วยแล้ว

2) การจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม แต่ละกลุ่มจะประกอบด้วยนักเรียนประมาณ 4-5 คน ซึ่งมีความสามารถทางวิชาการแตกต่างกัน กล่าวคือ ประกอบด้วย นักเรียน 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน ถ้าเป็นไปได้ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างเพศด้วย เช่น ประกอบด้วยชาย 2 คน และหญิง 2 คน วิธีการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มอาจทำได้ดังนี้

(1) จัดลำดับนักเรียนในชั้นจากเก่งที่สุดไปหาอ่อนที่สุด โดยยึดตามผลการเรียนที่ผ่านมา ซึ่งอาจจะเป็นคะแนนจากแบบทดสอบ เกรด หรือการพิจารณาตัดสินใจของครูเองเป็นส่วนประกอบ ครูอาจจะลำบากใจในการจัดลำดับ แต่พยายามให้ดีที่สุดเท่าที่จะทำได้

(2) หากจำนวนกลุ่มทั้งหมดว่ามีกี่กลุ่ม แต่ละกลุ่มควรประกอบด้วยสมาชิกประมาณ 4 คน ฉะนั้นจำนวนทั้งหมดจะมีกี่กลุ่มหาได้จากการหารจำนวนนักเรียนทั้งหมดด้วย 4 ผลหารก็คือจำนวนกลุ่มทั้งหมด ถ้าหารไม่ลงตัวเราอนุโลมให้บางกลุ่มมีสมาชิก 5 คน ตัวอย่าง เช่น ถ้ามีนักเรียนในห้องทั้งหมด 32 คน ถ้าแบ่งเป็นกลุ่มละ 4 คน จะได้ทั้งหมด 8 กลุ่มพอดี

(3) กำหนดนักเรียนเข้ากลุ่ม เพื่อให้ได้กลุ่มที่สมดุลกันในประเด็นต่อไปนี้คือ

3.1 แต่ละกลุ่มจะต้องประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับผลการเรียน จากเก่ง ปานกลาง และอ่อน

3.2 ระดับผลการเรียนโดยเฉลี่ยของทุกกลุ่มจะต้องใกล้เคียงกัน ซึ่งอาจทำได้ดังนี้คือ ให้นักเรียนทั้งหมด 8 กลุ่ม (กรณีมีนักเรียน 32 คน) ด้วยตัวอักษร A-H จากนั้นจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม โดยเริ่มจากคนที่เรียนเก่งที่สุดให้อยู่กลุ่ม A ไปลงมาเรื่อย ๆ จนถึง H คนที่ 8 จะอยู่กลุ่ม H จากนั้นเริ่มใหม่ไล่ย้อนกลับคือให้คนที่ 9 อยู่ในกลุ่ม H ไปเรื่อย ๆ คนที่ 10 จะอยู่กลุ่ม A ทำซ้ำแบบเดิม จนถึงนักเรียนที่เรียนอ่อนที่สุด ซึ่งจะได้นักเรียนเข้ากลุ่มละความ

สามารถคือ เก่ง : ปานกลาง :อ่อน ตามอัตราส่วน 1:2:1 ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 1 แสดงการกำหนดนักเรียนเข้ากลุ่ม

ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม	ระดับผลการเรียน	อันดับ	ชื่อกลุ่ม
นักเรียนเก่ง	1	A	นักเรียนอ่อน	21	A
	2	B		22	F
	3	C		23	G
	4	D		24	H
	5	E		25	H
	6	F		26	G
	7	G		27	F
	8	H		28	E
นักเรียนปานกลาง	9	H		29	D
	10	G		30	C
	11	F		31	B
	12	E		32	A
	13	D			
	14	C			
	15	B			
	16	A			
	17	A			
	18	B			
	19	C			
	20	D			

3) การหาคะแนนฐานของนักเรียน

คะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคน อาจได้มาจากคะแนนผลการเรียนจากภาคเรียนที่ผ่านมาหรือปีการศึกษาที่ผ่านมาก็ได้ ซึ่งต้องทำการเฉลี่ยคะแนนของทั้งปี ดังนี้

ดช.บรรจง สอบวิชาคณิตศาสตร์ เมื่อปีที่ผ่านมา 3 ภาคเรียน ได้คะแนนดังนี้

คะแนนภาคเรียนที่ 1 90 +

คะแนนภาคเรียนที่ 2 82 +

คะแนนภาคเรียนที่ 3 86

258

คะแนนเฉลี่ยคือ $258/3 = 86$

คะแนนฐานของบรรจงคือ 86

คะแนนฐานจะ เปลี่ยนไปทุกครั้งเมื่อทำการทดสอบย่อย โดยจะนำคะแนนที่สอบได้ครั้งที่แล้ว เป็นคะแนนฐานครั้งต่อไป

4) การคิดคะแนนความก้าวหน้าของแต่ละคนและทีม

คะแนนความก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนในทีม คิดคำนวณจากผลต่างระหว่างคะแนนของผลการทดสอบย่อย กับคะแนนฐานของแต่ละคน ซึ่งมีเกณฑ์ในการให้คะแนนดังนี้

ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนฐานมากกว่า 10 คะแนน คะแนนความก้าวหน้า 0

ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนฐานมากกว่า 1-10 คะแนน คะแนนความก้าวหน้า 10

ได้คะแนนเท่ากับคะแนนฐาน คะแนนความก้าวหน้า 15

ได้คะแนนสูงกว่าคะแนนฐาน 1-10 คะแนน คะแนนความก้าวหน้า 20

ได้คะแนนสูงกว่าคะแนนฐานมากกว่า 10 คะแนน คะแนนความก้าวหน้า 25

รวมคะแนนความก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนแล้วนำคะแนนนั้นมารวมกันทั้งกลุ่ม จากนั้นหาค่าเฉลี่ยเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม และกลุ่มที่จะได้รับการยกย่องหรือได้รับรางวัลจะต้องมีคะแนนตามเกณฑ์ต่อไปนี้

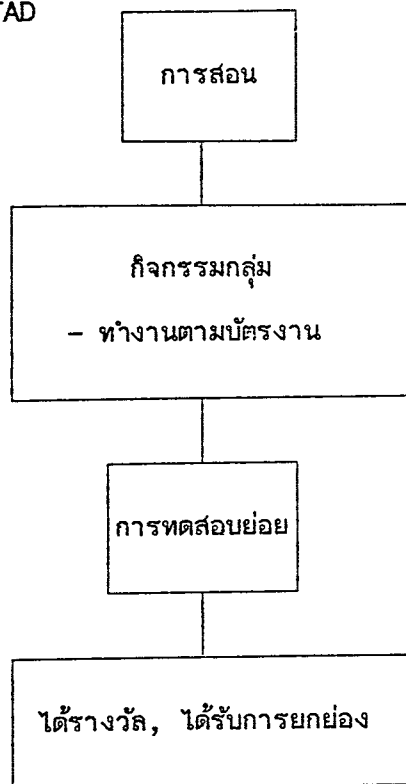
คะแนนเฉลี่ยของทีมเท่ากับ 15 - 19 จัดอยู่ในระดับ เก่ง (Good Team)

คะแนนเฉลี่ยของทีมเท่ากับ 20 - 24 จัดอยู่ในระดับ เก่งมาก (Great Team)

คะแนนเฉลี่ยของทีมเท่ากับ 25 ขึ้นไป จัดอยู่ในระดับ ยอดเยี่ยม (Super Team)

หมายเหตุ การเรียนแบบร่วมมือกันเรียนรู้แบบ STAD จะมีการเปลี่ยนกลุ่มหรือจัดกลุ่มใหม่เมื่อทำการสอนไปได้ประมาณ 5-6 สัปดาห์ ซึ่งเป็นการให้นักเรียนได้ร่วมมือในการแก้ปัญหาต่าง ๆ กับเพื่อนในชั้นได้ครบทั้งชั้น

สรุปกลวิธีการสอนแบบ STAD



ภาพที่ 16 แสดงกลวิธีการสอนแบบ STAD

2.4.4 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้

ปิยาภรณ์ รัตนากรกุล (2535) ได้ทำการศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือโดยใช้การแบ่งกลุ่ม แบบกลุ่มผลสัมฤทธิ์ที่มีผลสัมฤทธิ์ ต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ในเรื่อง การคูณ การหาร พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่เรียนตามวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพบว่า บทบาทการให้ความร่วมมือในการทำงาน กลุ่มอยู่ในระดับปฏิบัติมากและนักเรียนทุกคนที่มีผลสัมฤทธิ์แตกต่างกัน ภายในกลุ่มมีการยอมรับความคิดเห็นของสมาชิกในกลุ่ม

วิเมลิอง ถิ่นปรุ (2536) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ระหว่างการสอนโดยวิธี Cooperative Master learning กับการสอนตามคู่มือครู พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ของนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธี Cooperative Masterg learning สูงกว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บุญประเสริฐ ไชยศิริ (2537) ได้ศึกษาผลการเรียนและพัฒนากระบวนการสอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้รูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือกันเรียนรู้ พบว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์แบบร่วมมือกันเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และพบว่า นักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนสูงปานกลาง และต่ำที่ได้รับการสอนตามรูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ แบบร่วมมือกันเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อาภาภรณ์ หวดสูงเนิน (2536) ได้ศึกษาผลของการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วนและร้อยละของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ทั้งโดยส่วนรวมและจำแนกตามระดับความสามารถทางการเรียน และจำแนกตามเพศของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ตามวิธีเรียนแบบร่วมมือมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและต่ำของทั้ง 2 กลุ่มไม่แตกต่างกัน แต่นักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลางที่เรียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามวิธีเรียนแบบร่วมมือ มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ และเพศหญิงที่เรียนตามวิธีร่วมมือมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนตามวิธีปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อุทัย เพชรช่วย (2527) ทำการวิจัยเรื่องการทดลองสอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โดยให้กลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์สูง และปานกลาง เป็นผู้สอนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง เศษส่วนของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำที่สอน โดยกลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง สูงกว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ ที่สอนโดยกลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนปานกลาง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำที่สอนโดยกลุ่มนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงและสอนโดยครูให้ผลไม่แตกต่างกัน

พรชัย สิ้นเฮว (2533) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนเรื่องบทประยุกต์โดยใช้วิธีพลังกลุ่มเล็กกับวิธีสอนตามปกติ

พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้วิธีพลังกลุ่มเล็กสูงกว่าการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บำเพ็ญ ดาสีวังปา (2536) ได้ศึกษาผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคเพื่อนช่วยเพื่อนของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอนโดยใช้เทคนิคเพื่อนช่วยเพื่อนกับวิธีสอนตามปกติแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้เทคนิคเพื่อนช่วยเพื่อน นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียน รู้สึกรักเพื่อนและเข้าใจเพื่อนมากขึ้น

Davidson (1989) ได้ศึกษาการเรียนรู้ แบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ (Cooperative Learning in Mathematics) ในลักษณะของกลุ่มเล็ก พบว่า การเรียนรู้แบบกลุ่มเล็ก สามารถประยุกต์ใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ทุกระดับชั้นเนื่องจากการปฏิบัติกิจกรรมจะช่วยส่งเสริมคณิตศาสตร์แต่ละบุคคลด้านความรู้ ทักษะและความสนุกสนาน

Pratt and Moesnet (อ้างถึงใน บำเพ็ญ ดาสีวังปา, 2535) ได้เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 5 ซึ่งมีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำที่ได้รับการสอนแบบปกติกับการสอนโดยให้นักเรียนมีการเรียนรู้แบบร่วมมือ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนโดยการร่วมมือกันเรียนรู้ (Cooperative learning) สูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีสอนตามปกติ

Artzt and Newman (1989) ได้ศึกษาการเรียนรู้แบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ภายในกลุ่มความแตกต่างระหว่างบุคคล พบว่า การร่วมมือกันเองของผู้ที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคล สามารถพัฒนาทักษะและความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนรู้สึกสนุกสนานที่จะอภิปรายเนื้อหาคณิตศาสตร์กับเพื่อน ๆ และปฏิสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มเพื่อนช่วยให้เกิดผลดีต่อการเรียนรู้เท่ากับการสอนโดยครู

Johnson และคณะ (1989) ได้ศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับการเรียนแบบร่วมมือที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีผลการศึกษาและงานวิจัย 122 เรื่อง ที่แสดงให้เห็นว่าการเรียนแบบร่วมมือช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

2.5 รูปแบบการสอนร่วมมือกันเรียนรู้ที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม

รูปแบบการสอนนี้เป็นการบูรณาการรูปแบบการสอน 2 รูปแบบ ระหว่างรูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ตามรูปแบบของ STAD (Student teams-Achievement Divisions)

กับรูปแบบการสอนที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรมขึ้น โดยผู้วิจัยได้ยึดรูปแบบการร่วมมือกันเรียนรู้ตามรูปแบบของ STAD เป็นหลัก รูปแบบการสอนที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม ในขั้นตอนของการนำเสนอบทเรียนต่อนักเรียนทั้งชั้น ได้รูปแบบการสอนร่วมมือกันเรียนรู้ที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม ที่มีประสิทธิภาพและสามารถแก้ปัญหาในการเรียนการสอนที่เผชิญอยู่ในปัจจุบันนี้

2.5.1 เป้าหมายและลักษณะของผลผลิต

การจัดการเรียนการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม เป็นการจัดกิจกรรมที่ส่งเสริมการพัฒนาทัศนคติและค่านิยมที่จำเป็นในตัวผู้เรียน เป็นการจำลองรูปแบบพฤติกรรมทางสังคมที่พึงประสงค์ในห้องเรียน มีการเสนอและแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและแนวคิดที่หลากหลายระหว่างสมาชิกในกลุ่มร่วมกันแก้ปัญหาโดยการจัดการกระทำกับสื่อรูปธรรม ซึ่งการเรียนรู้ด้วยการกระทำนั้นเป็นพื้นฐานทำให้เกิดความเข้าใจ และสามารถอธิบายวิธีการหาคำตอบจากสถานการณ์ปัญหานั้นได้จากการใช้สื่อรูปธรรม ในการเรียนการสอนจะต้องเริ่มต้นด้วยการพัฒนามโนคติทั้ง 3 ด้านคือ ความรู้ความเข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์ ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการรวมวิธีและระบบสัญลักษณ์ และความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการเชื่อมโยงระหว่างมโนคติกับการรวมวิธี ซึ่งผู้เรียนสามารถใช้สื่อรูปธรรมในการค้นหาคำตอบได้ด้วยตนเอง และเปิดโอกาสให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการคิดหาคำตอบจากสื่อรูปธรรมโดยเน้นวิธีคิดที่หลากหลาย ฉะนั้นการเรียนการสอนที่นักเรียนได้ร่วมมือกันเรียนรู้จากการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม จึงมีเป้าหมายดังนี้คือ

- 1) ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะทางสติปัญญา ได้แก่ ความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนเป็นอย่างดี รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล
- 2) ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะทางสังคมโดยเฉพาะทักษะการทำงานร่วมกัน
- 3) ผู้เรียนได้พัฒนาความรู้รักในด้านการเห็นคุณค่าของตนเอง

2.5.2 หลักการ

เป็นวิธีการจัดการเรียนการสอนที่ช่วยให้ผู้เรียนใช้ความสามารถและศักยภาพเฉพาะตัวในการร่วมกันกับกลุ่มแก้ปัญหาต่าง ๆ ให้บรรลุผลสำเร็จได้ โดยที่สมาชิกทุกคนในกลุ่มตระหนักว่าแต่ละคนเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่ม ดังนั้น ความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มสมาชิกในกลุ่มต้องรับผิดชอบร่วมกัน และผู้เรียนได้มีการพูดคุยกัน ร่วมมือกัน แก้ปัญหา โดยการใช้สื่อรูปธรรมและการอธิบายวิธีการหาคำตอบจากสถานการณ์นั้นจากการใช้สื่อรูปธรรม เพื่อให้นักเรียนและเพื่อนเข้าใจปัญหาอย่างชัดเจน ทั้งนี้ต้องคำนึงถึงหลักการ 3 ประการคือ

- 1) รางวัลและเป้าหมายของกลุ่ม

2) ความหมายของแต่ละบุคคลในกลุ่ม

3) โอกาสในการช่วยให้กลุ่มประสบผลสำเร็จของสมาชิกทุกคนเท่าเทียมกัน

รายละเอียดของหลักการแต่ละข้อมีดังนี้

1) รางวัลหรือเป้าหมายของกลุ่ม ในการจัดการเรียนการสอน ผู้สอนจะต้องตั้งเป้าหมายหรือรางวัลไว้ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีความพยายามในการเรียนรู้มากขึ้น และพยายามปรับพฤติกรรมของตนเพื่อความสำเร็จของกลุ่ม รางวัลที่กำหนดอาจเป็นสิ่งของ ประกาศนียบัตร คำชมเชยการเชิดชูเกียรติ หรือเป็นสิ่งที่ผู้เรียนต้องการก็ได้

2) ความหมายของแต่ละบุคคลในกลุ่ม การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนถึงแม้จะอยู่ในรูปของกลุ่ม แต่จะต้องมีขั้นตอนที่สามารถบอกถึงความสามารถของสมาชิกแต่ละคนได้ นั่นคือการทดสอบนั่นเอง เพราะในขั้นทดสอบผู้เรียนจะต้องทำการทดสอบด้วยตนเอง ไม่มีกลุ่มเข้ามาช่วยเหลือ ดังนั้นในการเรียนแต่ละครั้งต้องมั่นใจว่าสมาชิกทุกคนในกลุ่มเข้าใจเนื้อหาที่เรียน จนพร้อมที่สุดที่จะทำการทดสอบและนั่นแสดงให้เห็นว่ากลุ่มจะประสบผลสำเร็จได้หรือไม่ก็เพราะความสามารถของสมาชิกแต่ละคนที่จะส่งผลต่อกลุ่มนั่นเอง

3) สมาชิกแต่ละคนมีโอกาที่จะช่วยให้กลุ่มประสบผลสำเร็จได้เท่าเทียมกัน สมาชิกทุกคนในกลุ่ม มีส่วนช่วยเหลือกลุ่มของตนเองให้ผ่านกิจกรรมไปได้เท่าเทียมกัน ทั้งคนเก่ง ปานกลาง และอ่อน ดังนั้นสมาชิกทุกคนจะต้องปรับปรุงพฤติกรรมให้ดีขึ้น เพื่อจะทำให้กลุ่มประสบความสำเร็จ

2.5.3 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

การสอนตามรูปแบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม มีการจัด กิจกรรมการเรียนการสอนดังนี้

1) แบ่งกลุ่มผู้เรียน

2) แจกวัสดุประสงค์ในการเรียนรู้ และทักษะทางสังคมที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับนักเรียนให้เข้าใจ

3) แจกคะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคนให้นักเรียนทราบ โดยติดไว้ในตาราง

4) ครูนำเสนอเนื้อหาโดยเน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม โดยครูเป็นผู้เสนอสถานการณ์ปัญหา นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา และใช้สื่อประกอบร่วมกันวางแผนเพื่อหาคำตอบจากสถานการณ์ เน้นวิธีการคิดที่หลากหลาย กระตุ้นใฝ่คิดด้วยตนเอง

5) นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่ม โดยเน้นทักษะทางสังคมโดยเฉพาะทักษะการทำงานร่วมกัน ควบคู่ไปกับการทำงานกลุ่ม ในการทำกิจกรรมกลุ่มย่อยนักเรียนเก่งจะช่วยนักเรียนอ่อนกว่า ให้

เข้าใจเนื้อหาและให้สมาชิกทุกคนพร้อมที่สุดที่จะทำแบบทดสอบ

6) การทำแบบทดสอบย่อยเมื่อสอนจบแต่ละครั้งหรือแต่ละหน่วยย่อยจะดำเนินการทดสอบย่อย โดยผู้เรียนจะทำแบบทดสอบด้วยตนเอง

7) นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบย่อยมาเปรียบเทียบกับคะแนนฐาน เพื่อให้คะแนนความก้าวหน้าทั้งบุคคลและกลุ่ม

8) การสะท้อนผลการศึกษากลุ่มย่อย หลังจากที่ได้คิดคะแนนฐาน เพื่อให้คะแนนความก้าวหน้าให้กลุ่มที่ได้รับรางวัลออกมาอธิบายถึงวิธีการที่กลุ่มประสบความสำเร็จ

9) คะแนนสอบย่อยครั้งสุดท้ายจะถูกใช้ เป็นคะแนนฐานต่อไป

2.5.4 ลำดับขั้นในการเรียนการสอน ร่วมมือกันเรียนรู้ที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม
ชั้นนำเสนอบทเรียนต่อนักเรียนทั้งชั้น

ชั้นนำ

ครูแจ้งวัตถุประสงค์ของบทเรียนและทักษะทางสังคมที่จะพัฒนาในแต่ละครั้ง

ครูจัดกิจกรรมเพื่อทบทวนความรู้เดิมก่อนเสนอเนื้อหาใหม่

ขั้นสอน

ครูใช้กิจกรรมรูปธรรม กึ่งรูปธรรมและสัญลักษณ์ดังนี้

ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาที่สัมพันธ์กับบทเรียนและสอดคล้องกับชีวิตประจำวัน

นักเรียนคิดคำตอบจากสถานการณ์ปัญหาด้วยตนเองจากสื่อรูปธรรมโดยครูซักถาม

นักเรียนเพื่อให้ให้นักเรียนใช้คำพูดหรือการเขียนในระหว่างการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม

ครูเสนอย่านแนวคิดและโมเดลกับสัญลักษณ์โดยการสาธิตด้วยสื่อรูปธรรม และเชื่อมโยง
ความรู้ความเข้าใจโมเดลกับสัญลักษณ์หรือการคิดคำนวณจากสื่อรูปธรรม

เน้นวิธีการคิดที่หลากหลายในการหาคำตอบ

กระตุ้นให้นักเรียนอธิบายความเข้าใจโมเดลของตนเองโดยใช้ภาษาของตนเอง

จัดกิจกรรมเชื่อมโยงกิจกรรมรูปธรรมไปสู่กึ่งรูปธรรมและสัญลักษณ์

จัดกิจกรรมเสริมความรู้ความเข้าใจโมเดลหรือทักษะการคิดคำนวณ

ขั้นสรุป

นักเรียนสรุปบทเรียนด้วยตนเองจากการตอบคำถามจากครู

ครูแก้ไขข้อสรุปของนักเรียนให้ชัดเจนและ เป็นระบบ

กิจกรรมกลุ่มย่อย

ครูย้ำถึงความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม

นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาและทำกิจกรรมจากบัตรเนื้อหาบัตรกิจกรรมและบัตรเฉลย

นักเรียนร่วมมือกันในการเรียนรู้ พึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน

การทดสอบย่อย

หลังจากจบเนื้อหาย่อยจะมีการทดสอบย่อย โดยนักเรียนแต่ละคนทำแบบทดสอบด้วยตนเอง ไม่มีการช่วยเหลือกันทุกคนจะต้องทำคะแนนให้ดีที่สุด เพราะคะแนนของทุกคนในกลุ่มจะนำมาเฉลี่ยเป็นคะแนนของกลุ่ม

การคิดคะแนนความก้าวหน้า

นักเรียนทุกคนจะมีคะแนนฐาน (Base Score) ผู้เรียนจะต้องพยายามทำคะแนนจากการทดสอบย่อยให้ได้มากกว่าคะแนนฐาน ซึ่งเป็นกาตัดสินความก้าวหน้าของแต่ละบุคคลและยังต้องเฉลี่ยเป็นคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่มด้วย

ทีมที่ได้รับการยกย่อง

ทีมหรือกลุ่มจะได้รางวัล เมื่อคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่มสูงถึงเกณฑ์ที่กำหนดไว้และกลุ่มอาจจะล้มเหลว หากไม่สามารถทำคะแนนเฉลี่ยได้ตามเกณฑ์ ซึ่งมีดังนี้

กลุ่มยอดเยี่ยม	มีคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม 25 คะแนนขึ้นไป
กลุ่มเก่งมาก	มีคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม 20-24 คะแนน
กลุ่มเก่ง	มีคะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม 15-19 คะแนน

2.5.5 บทบาทของครูและบทบาทของนักเรียนในการเรียนการสอน

บทบาทของครู

- 1) เลือกกิจกรรมให้สอดคล้องกับเนื้อหาและตรงกับความสามารถของนักเรียน
- 2) ใช้คำถามกระตุ้นยั่วยุให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา โดยจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม
- 3) ชี้แนะแนวคิดและเชื่อมโยงคิดด้วยการสาธิตด้วยสื่อรูปธรรม
- 4) จัดนักเรียนเข้ากลุ่ม
- 5) ใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจกระบวนการคิดของนักเรียน
- 6) จัดกิจกรรมเชื่อมโยงกิจกรรมรูปธรรมไปสู่กิจกรรมและสัญลักษณ์
- 7) จัดกิจกรรมเสริมความรู้ความเข้าใจแนวคิด
- 8) ประเมินผู้เรียนทั้งเป็นรายบุคคลและรายกลุ่ม
- 9) กระตุ้นให้นักเรียนเห็นคุณค่าของตนเอง

บทบาทของนักเรียน

- 1) ทำความเข้าใจและปฏิบัติตามกิจกรรมที่จัดไว้
- 2) ค้นหาคำตอบจากสถานการณ์ปัญหาโดยใช้สื่อรูปธรรม
- 3) นักเรียนช่วยเหลือซึ่งกันและกันอย่างจริงจังและต้องรับผิดชอบต่อความสำเร็จหรือความล้มเหลวของกลุ่มร่วมกัน
- 4) ร่วมมือกันในการปฏิบัติกิจกรรมตามที่ครูจัดไว้
- 5) พุดหรือตอบคำถามของครูอย่างตั้งใจ
- 6) ร่วมมือกันศึกษาบัตรเนื้อหา นักเรียนเก่งอธิบายให้เพื่อนที่ยังไม่เข้าใจแล้วจึงทำแบบฝึกหัดในบัตรกิจกรรมและตรวจคำตอบจากบัตรเฉลยด้วยความตั้งใจ

2.5.6 บรรยากาศในการเรียนการสอน

- 1) นักเรียนเรียนร่วมกัน ช่วยเหลือ และแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน นักเรียนมีการแข่งขันกับตัวเองเพื่อพยายามนำกลุ่มไปสู่เป้าหมาย ยอมรับความสามารถซึ่งกันและกัน
- 2) นักเรียนมีอิสระในการช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เมื่อนักเรียนต้องการความช่วยเหลือ ครูจะเข้าไปช่วยในการอธิบายให้นักเรียนเข้าใจ
- 3) สร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนโดยเสนอสถานการณ์ปัญหาก่อน เพื่อให้ผู้เรียนได้คิดค้นหาคำตอบแล้วประสบความสำเร็จ
- 4) ในระหว่างการใช้สื่อรูปธรรม ครูและนักเรียนจะมีการถาม-ตอบ เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจมากน้อยเพียงใด
- 5) บรรยากาศในชั้นเรียนเต็มไปด้วยบรรยากาศแห่งความร่วมมือ

2.5.7 การเตรียมการ

ครูจะต้องเตรียมสิ่งต่อไปนี้

1. เอกสารและวัสดุการสอน ครูจะต้องเตรียมวัสดุการสอนที่ใช้ในการเรียนการสอน ประกอบด้วย บัตรเนื้อหา บัตรงาน บัตรเฉลย แบบทดสอบย่อยในแต่ละหน่วยย่อยสื่อการเรียนการสอน แบบฟอร์มการรายงานผลการทดสอบย่อย และคะแนนความก้าวหน้า
2. การจัดนักเรียนเข้ากลุ่ม การจัดนักเรียนเข้ากลุ่มจะต้องให้สมาชิกในกลุ่มมีความแตกต่างกันทางความสามารถทางวิชาการและเพศ โดยละความสามารถในอัตราส่วน เก่ง : ปานกลาง : อ่อน เท่ากับ 1:2:1 โดยวิธีการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทำได้ดังนี้

2.1 จัดลำดับนักเรียนในชั้นจากเก่งที่สุดไปหาอ่อนที่สุดโดยยึดผลการเรียนคณิตศาสตร์

ที่ผ่านมา

2.2 หากจำนวนกลุ่มทั้งหมดว่ามีกี่กลุ่ม แต่ละกลุ่มควรประกอบสมาชิกประมาณ 4 คน
จะนั่นจำนวนทั้งหมดหารด้วย 4 ผลหารก็คือจำนวนกลุ่มทั้งหมด ถ้าหารไม่ลงตัวอนุโลมให้บางกลุ่มมี
สมาชิก 5 คนได้ เช่น ถ้ามีนักเรียนในห้องทั้งหมด 32 คน ถ้าแบ่งเป็นกลุ่มละ 4 คนจะได้ 8 กลุ่ม

2.3 กำหนดนักเรียนเข้ากลุ่ม ในแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่มีระดับผลการเรียน
เก่ง ปานกลาง และอ่อน ให้ชื่อกลุ่มทั้ง 8 กลุ่มด้วยตัวอักษรจาก A ถึง H จัดนักเรียนเข้ากลุ่มโดย
เริ่มจากนักเรียนที่เก่งสุดให้อยู่ในกลุ่ม A ไล่ลงมาเรื่อยๆจนกระทั่งคนที่ 8 จะอยู่ในกลุ่ม H จากนั้น
เริ่มใหม่ให้คนที่ 9 อยู่ในกลุ่ม H ไล่จาก H ย้อนไป A อีกกระทำซ้ำด้วยระบบการเข้ากลุ่มนี้ จนถึง
นักเรียนอ่อนที่สุด

2.4 การจัดเตรียมใบสรุปผลของกลุ่ม ซึ่งหลังจากจัดนักเรียนเข้ากลุ่มแล้วเราสามารถ
กรอกรายชื่อสมาชิกแต่ละกลุ่มไปลงสรุปผลของแต่ละกลุ่มได้

3. การหาคะแนนฐานของนักเรียน คะแนนฐานของนักเรียนแต่ละคนอาจได้มาจากคะแนน
ผลการเรียนของปีการศึกษาที่ผ่านมา หรือผลการทดสอบจากภาคเรียนที่ผ่านมาก็ได้ถ้าใช้คะแนน
จากทั้งปีจะต้องทำการเฉลี่ยคะแนนก่อนดังนี้

เด็กชายบรรจง สอบวิชาคณิตศาสตร์เมื่อปีการศึกษาที่ผ่านมา 3 ภาคเรียน		
ได้คะแนนดังนี้	คะแนนภาคเรียนที่ 1	80
	คะแนนภาคเรียนที่ 2	85
	คะแนนภาคเรียนที่ 3	90
	รวม	255

คะแนนเฉลี่ยคือ $255/3 = 85$ คะแนนฐานของบรรจง คือ 85

คะแนนฐานจะเปลี่ยนแปลงทุกครั้งที่มีการทดสอบย่อยโดยจะนำคะแนนที่ได้ครั้งล่าสุดเป็น
คะแนนฐานครั้งต่อไป

4. คะแนนความก้าวหน้าของแต่ละบุคคลและกลุ่ม คำนวณจากผลต่างระหว่างคะแนน
การทดสอบย่อย กับคะแนนฐานของแต่ละคน ซึ่งมีเกณฑ์ในการให้คะแนนดังนี้

ตารางที่ 2 แสดงการคิดคะแนนความก้าวหน้า

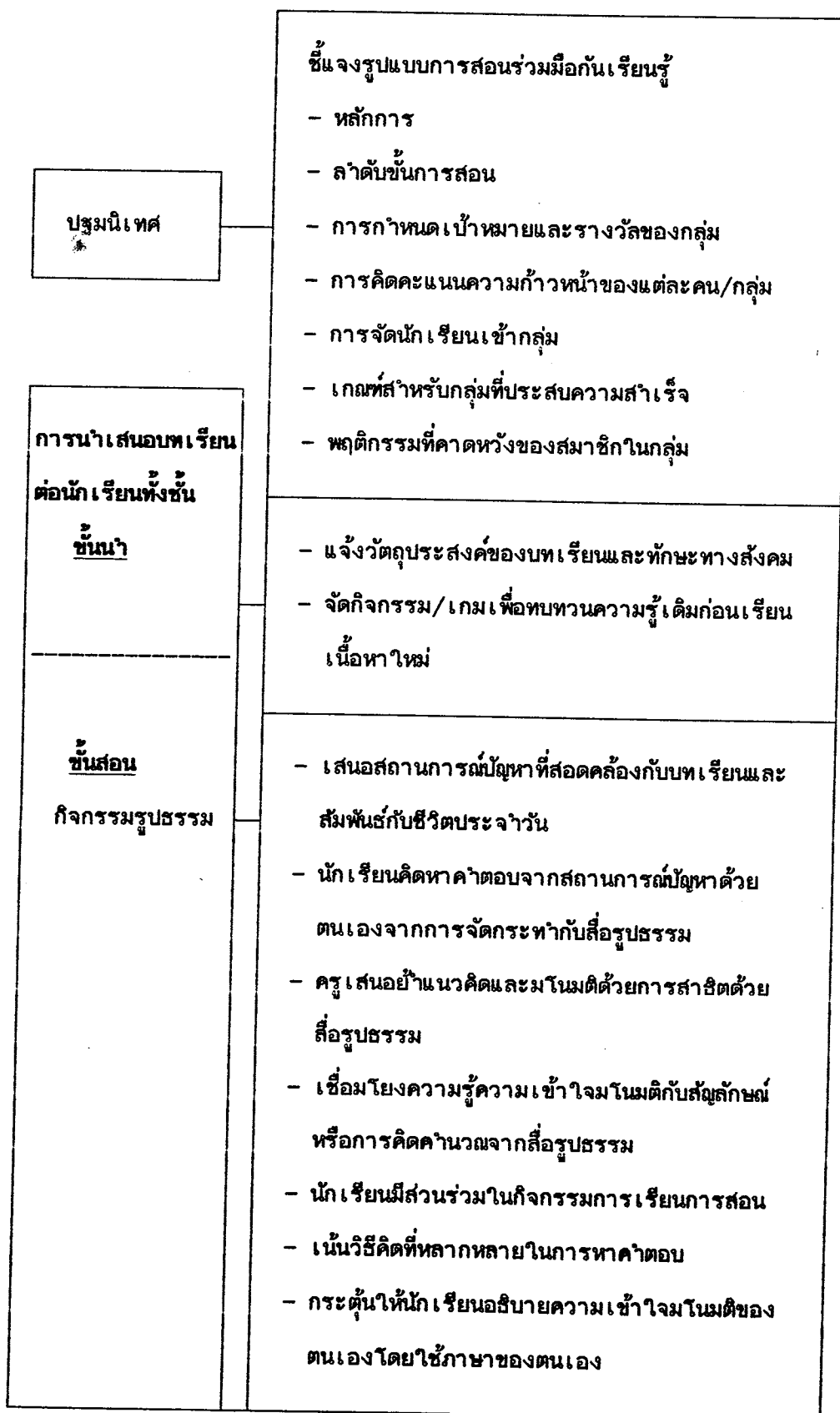
คะแนนจากการทดสอบ	คะแนนความก้าวหน้า (Improvement Point)
- ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนฐานมากกว่า 10 คะแนน	0
- ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนฐานมากกว่า 1-10 คะแนน	10
- ได้คะแนนเท่ากับคะแนนฐาน	15
- ได้คะแนนสูงกว่าคะแนนฐาน 1- 10 คะแนน	20
- ได้คะแนนสูงกว่าคะแนนฐานเกิน 10 คะแนน	25

คะแนนของทีมคิดคำนวณจากการหาค่าเฉลี่ยของคะแนนความก้าวหน้าของสมาชิกแต่ละคนในทีม ทีมที่จะได้รับการยกย่องพึงได้รับรางวัลจะยึดเกณฑ์ดังนี้

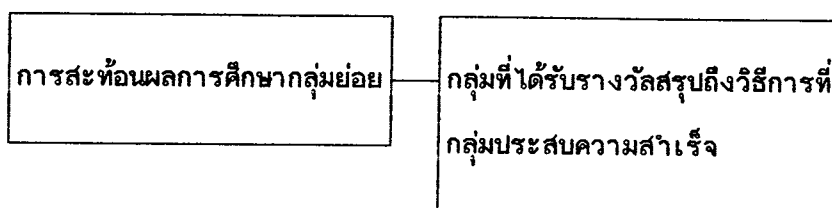
ตารางที่ 3 แสดงเกณฑ์กำหนดทีมที่ได้รับการยกย่อง

คะแนนเฉลี่ยของทีม	อยู่ในระดับ
15 - 19	เก่ง (Good Team)
20 - 24	เก่งมาก (Great Team)
25 ขึ้นไป	ยอดเยี่ยม (Super Team)

รูปแบบการสอนร่วมมือกันเรียนรู้ที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม



ขั้นสอน กิจกรรมกิจวัตรธรรม และสัญลักษณ์ ขั้นสรุป กิจกรรมกลุ่มย่อย	- เชื่อมโยงกิจกรรมรูปธรรม ไปสู่กิจวัตรธรรมและสัญลักษณ์ - จัดกิจกรรมเสริมความรู้ความเข้าใจในมิติหรือทักษะการคิดคำนวณ - กระตุ้นให้นักเรียนสรุปทบทวนด้วยตนเองโดยจากการตอบคำถามของครู - ครูแก้ไขข้อสรุปของนักเรียนให้ชัดเจนและ เป็นระบบ - นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาและทำกิจกรรมจากบัตรเนื้อหาบัตรกิจกรรม และบัตรเฉลย - นักเรียนร่วมมือกันเรียนรู้ ต้องพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน - เป็นทักษะการทำงานกลุ่มที่จำเป็น
ทดสอบย่อย	- ประเมินความเข้าใจในบทเรียนของสมาชิกแต่ละคน - นักเรียนไม่สามารถช่วยเหลือกันได้
คิดคะแนน ความก้าวหน้า	- เพื่อส่งเสริมการแข่งขันกับตนเอง - ให้นักเรียนแต่ละคนช่วยให้กลุ่มประสบความสำเร็จเท่ากัน - เพื่อพัฒนาความมั่นใจและเห็นคุณค่าของตน
เกณฑ์สำหรับ กลุ่มที่ได้รางวัล	- กลุ่มยอดเยี่ยม : คะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม 25 คะแนนขึ้นไป - กลุ่มเก่งมาก : คะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม 20-24 คะแนน - กลุ่มเก่ง : คะแนนความก้าวหน้าของกลุ่ม 15-19 คะแนน



ภาพที่ 17 รูปแบบการสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่เน้นการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม