บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของโครงการ

สมมติฐานทางสถิติเป็นข้อสมมติหรือข้อคิดคำนึงที่กำหนดขึ้นจากความความเชื่อของบุคคลใดบุคคลหนึ่งหรือกำหนดขึ้นจากความเชื่อของบุคคลทั่ว ๆ ไป โดยตั้งเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากรที่สนใจว่าเป็นเช่นนี้หรือไม่และอาจจะเป็นจริงหรือไม่ก็ได้ ดังนั้นจึงมีความจำเป็นที่ต้องทำการทดสอบ จึงทำให้การทดสอบสมมติฐานมีอิทธิพลหรือบทบาทต่อกระบวนการวิจัยเป็นอย่างมาก เพราะข้อสมมติฐานนั้นเป็นตัวจุดความคิดของนักวิจัยให้เสาะหาหนทางตอบคำถาม และการทดสอบสมมติฐานก็ช่วยให้นักวิจัยสามารถจัดการวางแผน และกำหนดแนวทางในการหาคำตอบได้อย่างเป็นระบบ กล่าวคือช่วยให้นักวิจัยสามารถวางแผนในการเก็บรวบรวมข้อมูล ออกแบบสำรวจที่เหมาะสม วิเคราะห์ข้อมูลหรือจัดจำแนกข้อมูล และขอบเขตของการวิจัย เป็นต้น นอกจากนี้หากเราใช้ตัวสถิติทดสอบสำหรับทดสอบสมมติฐานผิดพลาดแล้ว ข้อสรุปเกี่ยวกับประชากรที่ได้ก็ผิดพลาดตามด้วย ซึ่งเป็นผลทำให้งานวิจัยนั้นไร้คุณค่าไปรวมทั้งเสียทั้งเงินและเวลาอีกด้วย

การทดสอบสมมติฐานที่มักจะพบในงานวิจัยส่วนใหญ่ (ไม่ว่าจะเป็นการวิจัยทางสังคมศาสตร์ แพทยศาสตร์ หรือศึกษาศาสตร์ เป็นต้น) จะเป็นการทดสอบเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติแต่ไม่ทราบค่าความแปรปรวน และปกติเราใช้ตัวสถิติทดสอบ T ซึ่งมีอยู่ 2 รูปแบบโดยจะใช้ตัวแบบใดขึ้นอยู่กับการรู้ค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสองนั้นว่าเท่ากันหรือไม่ (โดยทั้งนี้ไม่ทราบค่าที่แท้จริง) และหากไม่กำหนดมาเราจำเป็นต้องทดสอบเกี่ยวกับค่าความแปรปรวนทั้ง 2 ก่อน ในงานวิจัยหลายงานมิได้มีการทดสอบเกี่ยวกับค่าความแปรปรวนทั้งสองและเลือกใช้ตัวสถิติ T ตัวแบบใดตัวแบบหนึ่งทดสอบ (ซึ่งอาจจะเป็นผลทำให้เลือกใช้ตัวสถิติทดสอบที่ผิด) จากที่สังเกตพบว่าบางงานวิจัยข้อสรุปที่ได้ผิดไปหรือบางงานวิจัยได้ผลที่คล้ายคลึงกับตัวแบบที่ถูก ดังนั้นจึงเป็นเหตุให้น่าสงสัย
ว่าสถานการณ์อย่างไรที่ให้ผลการใช้ตัวสถิติทดสอบ T ทั้งสองรูปแบบแตกต่างหรือคล้ายคลึงกัน

1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการ

เพื่อศึกษาคุณสมบัติของตัวสถิติทดสอบทั้งสองว่าให้ผลของการทดสอบสมมติฐานแตกต่างหรือคล้ายคลึงกันอย่างไร

1.3 ขอบเขตของงานวิจัยและข้อตกลงเบื้องต้น

1. การแจกแจงของประชากรทั้งสองมีการแจกแจงแบบปกติที่เป็นอิสระกัน

2. สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบครั้งนี้คือ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ เทียบกับ $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ เมื่อ μ_1 และ μ_2 คือค่าเฉลี่ยของประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ โดยทดสอบว่ามีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ α เท่ากับ 0.10, 0.05 และ 0.01

3. แต่ละสถานการณ์ที่ศึกษาจะจำลองข้อมูล (simulation) บนเครื่องคอมพิวเตอร์ DEC ด้วยการกระทำซ้ำๆกัน 10,000 ครั้ง โดยใช้ภาษา Fortran 77 และวิธีมอนติคาร์โล โดยให้มีการแจกแจงแบบปกติและกำหนดให้ $\mu_1 = 0$

และ μ_2 เท่ากับ 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 ,4.0 และ5.0 เมื่ออัตราส่วนของค่าความแปรปรวนของประชากรทั้งสอง (σ^2_1 / σ^2_2) มีค่าดังต่อไปนี้

- กรณีที่ค่า $\mu_1 = \mu_2$ จะกำหนดค่า σ^2_1 / σ^2_2 ให้มีค่าเท่ากับ 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.0, 2.5, 3, 4, 5
- กรณีที่ค่า $\mu_1 \neq \mu_2$ จะกำหนดค่า σ^2_1 / σ^2_2 ให้มีค่าเท่ากับ 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3, 4, 5

และ ณ ขนาดตัวอย่างจากประชากรทั้งสอง (n_1 ,n_2) เท่ากับ (5, 5), (5, 7), (5,10), (5,15), (7, 7), (7, 10), (7, 15), (7, 20), (10,7), (10,10), (10, 15), (10, 20), (15,10), (15, 15), (15,20), (15,25), (20,20), (20,25), (20,30) , (25,25) ,(25,30) และ (30,30)

4. เกณฑ์ในการเปรียบเทียบตัวแบบทดสอบทั้งสอง

4.1 กรณีที่ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ เป็นจริง (กรณีกำหนดให้ $\mu_1 = 0$ และ $\mu_2 = 0$) จะพิจารณาจากความแกร่งของการทดสอบเมื่อใช้ตัวแบบทดสอบทั้งสอง (robustness of the test) กล่าวคือ สำหรับแต่ละตัวแบบทดสอบจะคำนวณหาค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ H_0 แล้วนำมาเปรียบเทียบกับค่าระดับนัยสำคัญที่กำหนดไว้ หากมีค่าไม่แตกต่างกัน (เท่ากัน) จะถือว่าตัวแบบทดสอบนั้นมีความแกร่งของการทดสอบ ทั้งนี้ค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ H_0 จะกำหนดให้มีค่าเท่ากับ จำนวนครั้งของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักหารด้วยจำนวนครั้งของการทดสอบสมมติฐานทั้งหมด

4.2 กรณีที่ $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ไม่จริง (กรณีที่กำหนดให้ $\mu_1 = 0$ และ $\mu_2 \neq 0$) จะพิจารณาจากค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ (relative efficiency ; R.E.) ของตัวแบบทดสอบ T_1 เทียบกับ T_2 โดยกำหนดให้มีค่าเป็นดังนี้

$$R.E. = \frac{f_2}{f_1}$$

เมื่อ f_1 = ความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ H_0 เมื่อใช้ตัวแบบทดสอบ T_1

f_2 = ความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ H_0 เมื่อใช้ตัวแบบทดสอบ T_2

โดยความหมายของค่า R.E. เป็นดังนี้ ถ้า

R.E. > 1 แสดงว่า ตัวแบบทดสอบ T_2 มีประสิทธิภาพสูงกว่า (ดีกว่า) ตัวแบบทดสอบ T_1

R.E. < 1 แสดงว่า ตัวแบบทดสอบ T_1 มีประสิทธิภาพสูงกว่า (ดีกว่า) ตัวแบบทดสอบ T_2

R.E. = 1 แสดงว่า ตัวแบบทดสอบทั้งสองมีประสิทธิภาพไม่ต่างกัน

1.4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทำให้ได้รับความรู้ใหม่เกี่ยวกับตัวสถิติทดสอบทั้งสอง
2. ทำให้ผู้วิเคราะห์ข้อมูลหรือผู้วิจัย ทราบหลักเกณฑ์ในการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบทั้งสองสำหรับทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสองประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ
3. เป็นแนวทางการหาหัวข้อวิทยานิพนธ์ของนักศึกษาปริญญาตรีและโททางสถิติ

1.5 คำจำกัดความ

1. ***ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1*** (type I error) หมายถึง การตัดสินใจปฏิเสธสมมติฐานหลัก ทั้ง ๆ ที่สมมติฐานหลักเป็นจริง

2. ***ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2*** (type II error) หมายถึง การตัดสินใจยอมรับสมมติฐานหลัก ทั้ง ๆ ที่สมมติฐานหลักไม่จริง

3. ***ระดับนัยสำคัญ*** (level of significant ; α) หมายถึง โอกาสหรือความน่าจะเป็นที่ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จะเกิดขึ้น

4. ***ความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก*** หมายถึง จำนวนครั้งของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักหารด้วยจำนวนครั้งของการทดสอบสมมติฐานทั้งหมด ซึ่งในที่นี้จำนวนครั้งของการทดสอบสมมติฐานทั้งหมดเท่ากับ 10,000 ครั้ง

5. ***ความแกร่งของการทดสอบ*** (robustness of the test) หมายถึง คุณสมบัติของการทดสอบที่ไม่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงของปัจจัยอื่น ๆ ที่ไม่ใช่ปัจจัยของการทดสอบ เช่น การฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบนั้น ซึ่งสิ่งที่ใช้พิจารณาความแกร่งของการทดสอบคือ ค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริง โดยจะพิจารณาว่าสามารถควบคุมค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธสมมติฐานหลักเมื่อสมมติฐานหลักเป็นจริงได้หรือไม่ หากได้แสดงว่าตัวแบบทดสอบนั้นมีความแกร่งของการทดสอบ