

บทที่ 3

วิธีคำนวณในการวิจัย

การศึกษาเปรียบเทียบค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนระหว่างวิธีการสุ่มแบบง่าย และแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณกับค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนของประชากร รวมทั้งการศึกษาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าคะแนนเฉลี่ยระหว่างวิธีการสุ่มทั้งสองแบบ เป็นการวิจัยเชิงทดลองด้วยวิธีมอนติ คาร์โล (Monte Carlo Method) คือใช้เครื่องคอมพิวเตอร์จำลองประชากรผู้สอบและประชากรข้อสอบ หาผลการตอบข้อสอบถูกหรือผิด และทำการสุ่มตัวอย่าง ซึ่งมีขั้นตอนในการวิจัยดังนี้

ขั้นตอนในการทดลอง

การวิจัยมีลำดับขั้นตอนในการทดลองดังนี้

1. จำลองประชากรผู้สอบจำนวน 1,200 คน โดยมีค่าความสามารถของผู้สอบ (Ability) อยู่ในช่วง -3 ถึง $+3$ มีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ
2. จำลองประชากรข้อสอบจำนวน 480 ข้อ โดยมีค่าความยากของข้อสอบ (Item Difficulty) อยู่ในช่วง -2 ถึง $+2$ มีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ แบบเบ้ซ้าย และแบบเบ้ขวา ของแต่ละการแจกแจง
3. หาผลการตอบข้อสอบถูกหรือผิดของประชากร
4. วางแผนการสุ่มด้วยวิธีการสุ่มแบบง่ายและแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณ
5. ทำการสุ่ม และหาค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างผู้สอบ
6. หาความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าคะแนนเฉลี่ย จากวิธีการสุ่มแบบง่ายกับสุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณ

7. เปรียบเทียบความแตกต่างค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนระหว่างวิธีการ
กลุ่มแบบง่ายกับค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนของประชากร

8. เปรียบเทียบความแตกต่างค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนระหว่างวิธีการ
กลุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณกับค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนของประชากร

9. เปรียบเทียบความแตกต่างค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนระหว่างวิธีการ
กลุ่มแบบง่ายกับค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนของวิธีการกลุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณ

รายละเอียดในแต่ละขั้นตอนของการทดลองมีดังนี้

1. จำลองประชากรผู้สอบจำนวน 1,200 คน โดยมีค่าความสามารถของผู้สอบอยู่ในช่วง
-3 ถึง +3 โดยมีการแจกแจงค่าความสามารถของผู้สอบ (Ability : θ_i) แบบปกติ มี
ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนคะแนนเท่ากับ 1 สัมประสิทธิ์ความโค้งเท่ากับ 3 และสัมประสิทธิ์
ความเบ้เท่ากับ 0 มีขั้นตอนดังนี้

1.1 สร้างประชากรผู้สอบจำนวน 1,200 คน มีลักษณะการแจกแจงค่าความสามารถ
ของผู้สอบแบบปกติ โดยใช้ชุดตัวเลขสุ่มชุด 13 ใช้อัลกอริทึม (Algorithm) ของ บอกซ์ มุลเลอร์
(The Box-Muller Method) ซึ่งอาศัยตัวแปรเลขสุ่มอิสระ จากฟังก์ชันตัวเลขสุ่มของภาษาเบสิก
(ฟังก์ชัน RND)

เมื่อ u_1 และ u_2 เป็นตัวแปรเลขสุ่มอิสระของการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ (Uniform :
 $U(0, 1)$)

$$\text{และให้ } \begin{aligned} Z_1 &= \sqrt{-2 \ln u_1} \sin 2 \pi u_2 \\ Z_2 &= \sqrt{-2 \ln u_1} \cos 2 \pi u_2 \end{aligned}$$

แล้ว Z_1 และ Z_2 จะมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ ($N(0, 1)$) (Cooke, Craven,
and Clarke, 1981, p.89)

1.2 เมื่อสร้างประชากรผู้สอบครบ 1,200 คน แล้ว เลือกประชากรผู้สอบที่มีค่า
ความสามารถของผู้สอบ (θ_i) อยู่ระหว่าง $-3 \leq \theta_i \leq +3$ จะได้ประชากรที่มีการแจกแจง
ค่าความสามารถของผู้สอบแบบปกติมาใช้งานต่อไป

1.3 ทำการตรวจสอบและปรับค่าความสามารถของผู้สอบให้มีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนคะแนนเท่ากับ 1 สัมประสิทธิ์ความโค้งเท่ากับ 3 และสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0 ว่าตรงตามที่กำหนด

2. จำลองประชากรข้อสอบจำนวน 480 ข้อ โดยมีค่าความยากของข้อสอบ (Item Difficulty : β_j) อยู่ในช่วง -2 ถึง +2 จำนวนสามชุด โดยมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ แบบเบ้ซ้าย และแบบเบ้ขวา มีค่าเฉลี่ย ความแปรปรวนคะแนน สัมประสิทธิ์ความเบ้ และสัมประสิทธิ์ความโค้ง ดังนี้

	ค่าเฉลี่ย	ความแปรปรวนคะแนน	สัมประสิทธิ์ความโค้ง	สัมประสิทธิ์ความเบ้
เบ้ซ้าย	+2	+1	3	-1
ปกติ	0	+1	3	0
เบ้ขวา	-2	+1	3	+1

โดยมีขั้นตอน ได้แก่

2.1 สร้างประชากรข้อสอบจำนวน 480 ข้อ ที่มีลักษณะการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบปกติ กำหนดค่าความยากของข้อสอบ (β_j) อยู่ในช่วง -2 ถึง +2 โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนคะแนนเท่ากับ 1 สัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0 และสัมประสิทธิ์ความโค้งเท่ากับ 3 จากอัลกอริทึม (Algorithm) ของบอกซ์มุลเลอร์ (The Box-Muller Method) จากชุดเลขสุ่ม 19 และคำนวณหาค่าเฉลี่ย ความแปรปรวนคะแนน สัมประสิทธิ์ความเบ้ และสัมประสิทธิ์ความโค้ง

2.2 เลือกประชากรที่มีค่าความยากของข้อสอบ (β_j) อยู่ในช่วง $-2 \leq \beta_j \leq +2$ จนได้ประชากรข้อสอบจำนวน 480 ข้อ

2.3 สร้างประชากรข้อสอบจำนวน 480 ข้อ ที่มีลักษณะการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบเบ้ซ้ายหรือข้อสอบชุดง่าย โดยเลือกชุดเลขสุ่มชุด 33 สร้างประชากรข้อสอบที่มีลักษณะการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบปกติก่อน เพื่อนำมาแปลงเป็นเบ้ซ้าย ด้วยสมการ

$$y = -2.3268 + 1.16050961x - 0.2909708x^2 - 0.0886191x^3$$

(อ้างใน ต่าย เชียงฉี, 2537, หน้า 4) เมื่อ $X \sim N(0,1)$ จะได้ Y ที่แปลงแล้วมีการแจกแจงแบบเบ้บวก ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนคะแนนเท่ากับ 1 สัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 1 และสัมประสิทธิ์ความโด่งเท่ากับ 3

2.4 สร้างประชากรข้อสอบจำนวน 480 ข้อ ที่มีลักษณะการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบเบ้ขวาหรือข้อสอบรูดยาก มีขั้นตอนเช่นเดียวกันกับการสร้างประชากรข้อสอบที่มีลักษณะการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบเบ้ซ้าย โดยเรียกเลขลุ่มชุด 32 และใช้สมการแปลงการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบเป็นเบ้ขวา ดังนี้

$$y = 2.345 + 1.1605091x - 0.2710708x^2 - 0.092819x^3$$

(อ้างในต่าย เชียงฉี, 2537 หน้า 4)

3. ทำการตรวจสอบและปรับค่า จากแต่ละประชากรที่สร้างขึ้นโดยคำนวณค่าเฉลี่ยความแปรปรวนคะแนน สัมประสิทธิ์ความเบ้ และสัมประสิทธิ์ความโด่ง เปรียบเทียบกับเกณฑ์ที่กำหนดไว้ โดยใช้สูตรดังนี้

$$(1) \text{ ค่าเฉลี่ย (Mean : } \mu) = \frac{\sum X_i}{N}$$

เมื่อ μ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรของประชากรตัวแปรที่ต้องการทดสอบ

X_i คือ ค่าของตัวแปรแต่ละค่า

N คือ จำนวนประชากรตัวแปรที่ต้องการทดสอบ

$$(2) \text{ ความแปรปรวนคะแนน (Variance : } \sigma^2) = \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{N}$$

เมื่อ σ^2 คือ ความแปรปรวนของประชากรตัวแปรที่ต้องการทดสอบ

μ คือ ค่าเฉลี่ยของตัวแปรประชากรที่ต้องการทดสอบ

X_i คือ ค่าของตัวแปรแต่ละค่า

N คือ จำนวนประชากรตัวแปรที่ต้องการทดสอบ

(3) สัมประสิทธิ์ความเบ้ (Coefficient of Skewness : a_3)

$$a_3 = \frac{\sum (X_i - \mu)^3}{N \sigma^3}$$

เมื่อ σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรของประชากรที่ต้องการทดสอบ

X_i คือ ค่าของตัวแปรแต่ละค่า

N คือ จำนวนประชากรตัวแปรที่ต้องการทดสอบ

(4) สัมประสิทธิ์ความโด่ง (Coefficient of Kurtosis : a_4)

$$a_4 = \frac{\sum (X_i - \mu)^4}{N \sigma^4}$$

เมื่อ σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวแปรของประชากรที่ต้องการทดสอบ

X_i คือ ค่าของตัวแปรแต่ละค่า

N คือ จำนวนประชากรตัวแปรที่ต้องการทดสอบ

ถ้าต้องการเปลี่ยนค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนให้เป็นค่าอื่นตามที่ต้องการ กระทำได้โดยใช้สมการ (Cooke, Craven, and Clarke, 1981, p.88)

$$X = \mu + Z \sigma$$

เมื่อ μ คือ ค่าเฉลี่ยของชุดเลขสุ่มแบบปกติ

σ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของชุดเลขสุ่มแบบปกติ

X คือ เลขสุ่ม จากตัวแปรชุดเลขสุ่มแบบปกติ

Z คือ ค่ามาตรฐานของการแจกแจงแบบปกติ

4. หาผลในการตอบข้อสอบถูกหรือผิดของประชากรโดยคำนวณค่าความสามารถของผู้สอบ P_{ij} ตามสูตร ราชค์ ชนิด หนึ่ง-พารามิเตอร์ โลจิสติก โมเดล (One-Parameter Logistic Model) และเก็บค่าไว้

การคำนวณหาค่าโอกาสในการตอบข้อสอบถูก (P_{ij}) และค่าคำตอบ (X_{ij}) ที่ผู้สอบแต่ละคนตอบข้อสอบแต่ละข้อได้ถูก ($X_{ij} = 1$) หรือ ตอบผิด ($X_{ij} = 0$) มีขั้นตอนดังนี้

4.1 หาค่าโอกาส (Probability) ในการตอบข้อสอบถูกหรือผิดของประชากรที่จำลองได้จากสูตรของ ราชค์ ชนิด หนึ่ง-พารามิเตอร์ โลจิสติก โมเดล (Hambelton and Swaminathan, 1985, p.47) ดังนี้

$$P_{ij} = \frac{e^{1.7 (\theta_i - \beta_j)}}{1 + e^{1.7 (\theta_i - \beta_j)}}$$

เมื่อ P_{ij} คือ โอกาสในการตอบข้อสอบถูกของคนที่ i ในข้อสอบที่ j
 θ_i คือ ค่าความสามารถของผู้สอบคนที่ i
 β_j คือ ค่าความยากของข้อสอบข้อที่ j
 e คือ ค่าคงที่มีค่าเท่ากับ 2.71828

ถ้า $(\theta_i - \beta_j) < 0.5$ โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบข้อนั้นได้ถูกต้องมีน้อยกว่า 0.5

$(\theta_i - \beta_j) > 0.5$ โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบข้อนั้นได้ถูกต้องมีมากกว่า 0.5

$(\theta_i - \beta_j) = 0.5$ โอกาสที่ผู้สอบจะตอบข้อสอบข้อนั้นได้ถูกต้องมีเท่ากับ 0.5

ค่าโอกาสในการตอบข้อสอบถูกหรือผิดจาก (P_{ij}) ของประชากรที่จำลองขึ้นมา ได้ผลการทดลอง ดังตาราง 1

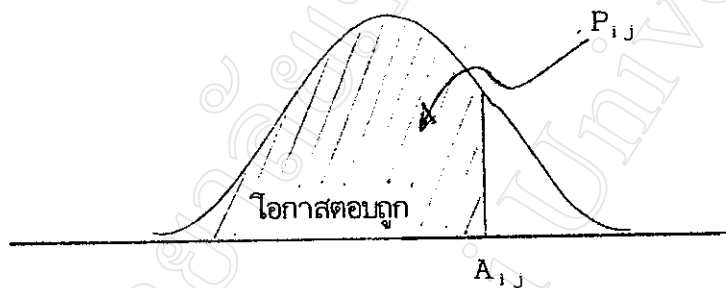
ตาราง 1 แสดงค่าโอกาสในการตอบข้อสอบถูก-ผิด ของผู้สอบแต่ละคนในข้อสอบแต่ละข้อ (P_{ij})
(เมื่อใช้สูตรในข้อ 4.1)

คนที่	ข้อที่									
	1	2	3	-	-	-	-	-	-	j
1	P_{11}	P_{12}	P_{13}	-	-	-	-	-	-	P_{1j}
2	P_{21}	P_{22}	P_{23}	-	-	-	-	-	-	P_{2j}
3	P_{31}	P_{32}	P_{33}	-	-	-	-	-	-	P_{3j}
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
i	P_{i1}	P_{i2}	P_{i3}	-	-	-	-	-	-	P_{ij}

4.2 หาผลการตอบข้อสอบของผู้สอบ จากโอกาสในการตอบข้อสอบถูก (P_{ij}) ที่ได้ในข้อ 4.1 นำมาหาผลการตอบ คือ ตอบถูก = 1 ($X_{ij} = 1$) ตอบผิด = 0 ($X_{ij} = 0$) ของผู้สอบแต่ละคนในข้อสอบแต่ละข้อ โดยใช้เลขสุ่มชุดที่ 2 ที่มีการแจกแจงเป็นแบบยูนิฟอร์ม (Uniform) ที่มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 (A_{ij}) แล้วนำค่า A_{ij} ไปเปรียบเทียบกับค่า P_{ij}

ถ้า A_{ij} น้อยกว่า P_{ij} แสดงว่าตกอยู่ในพื้นที่ ที่ยอมรับว่าตอบข้อสอบถูก (ดูภาพประกอบ 5) จึงให้ $X_{ij} = 1$

และถ้า A_{ij} มากกว่า P_{ij} ก็จะปฏิเสธการตอบถูก นั่นคือ ตอบผิด ก็จะทำให้ $X_{ij} = 0$ (Weiss and McBride. 1984 : 276, Vijver. 1986 : 46 อ้างใน ต่าย เชียงฉี, 2534, หน้า 85) ทำอย่างนี้กับผู้สอบทุกคนในข้อสอบทุกข้อ ก็จะได้ผลการตอบ (0, 1) ดังตาราง 2



ภาพประกอบ 5 แสดงพื้นที่ของค่าโอกาสในการตอบข้อสอบถูก (P_{ij})

จากภาพประกอบ 5 จะเห็นว่า ถ้าเลขสุ่ม (A_{ij}) ที่ได้มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับโอกาสในการตอบข้อสอบถูก (P_{ij}) ก็จะตกอยู่ในพื้นที่ ที่ยอมรับว่าตอบข้อสอบถูกจึงให้ $X_{ij} = 1$ แต่ถ้าเลขสุ่ม (A_{ij}) ที่ได้มีค่ามากกว่าโอกาสในการตอบข้อสอบถูก (P_{ij}) ก็จะตกอยู่ภายนอกเขตพื้นที่ ที่ยอมรับว่าตอบข้อสอบถูกนั่นคือ ตอบข้อสอบผิด จึงให้ $X_{ij} = 0$

ทำอย่างนี้กับผู้สอบทุกคนในข้อสอบทุกข้อ ก็จะได้ผล ดังตาราง 2 และตาราง 3

ตาราง 2 แสดงผลการตอบข้อสอบถูก-ผิด (เมื่อตอบถูก $X_{i,j} = 1$ ตอบผิด $X_{i,j} = 0$ ของผู้สอบแต่ละคน ในข้อสอบแต่ละข้อ)

คนไข้	ข้อที่								
	1	2	3	-	-	-	-	-	j
1	X ₁₁	X ₁₂	X ₁₃	-	-	-	-	-	X _{1j}
2	X ₂₁	X ₂₂	X ₂₃	-	-	-	-	-	X _{2j}
3	X ₃₁	X ₃₂	X ₃₃	-	-	-	-	-	X _{3j}
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
i	X _{i1}	X _{i2}	X _{i3}	-	-	-	-	-	X _{ij}

ตาราง 3 แสดงตัวอย่าง ผลการตอบของผู้สอบ 3 คนแรก ตอบข้อสอบ 3 ข้อ

คนที่	θ_i	ข้อ ที่	ค่าความ ยากของ ข้อสอบ (β)	โอกาสในการตอบ ข้อสอบถูก (P_{ij})	เลขสุ่มที่สุ่มได้ (A_{ij})	ตอบถูก-ผิด (X_{ij})
1	- 0.8472	1	0.3833	0.1099	0.9098	0
		2	-1.8075	0.0402	0.7059	1
		3	1.0198	0.0402	0.5070	0
		.	-----	-----	-----	-
		j	-----	-----	-----	-
2	2.1323	1	0.3833	0.9513	0.7697	1
		2	-1.8075	0.9988	0.0993	1
		3	1.0198	0.8689	0.8429	1
		.	-----	-----	-----	-
		j	-----	-----	-----	-
3	0.7168	1	0.3833	0.6381	0.0227	1
		2	-1.8075	0.9865	0.5504	1
		3	1.0198	0.3740	0.8418	0
		.	-----	-----	-----	-
		j	-----	-----	-----	-
i	-	1	-----	-----	-----	-
		.	-----	-----	-----	-
		.	-----	-----	-----	-
		j	-----	-----	-----	-

4.3 คำนวณค่าพารามิเตอร์ค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนจากคะแนนที่ตอบถูกหรือตอบผิด (X_{ij}) เก็บค่าไว้ โดยใช้สูตร

(1) คำนวณค่าคะแนนเฉลี่ยของประชากรโดยใช้สูตร (Walpole, 1982, p.23)

$$\mu = \frac{\sum X_i}{N}$$

เมื่อ μ คือ ค่าคะแนนเฉลี่ยของประชากรผู้สอบ
 X_i คือ คะแนนของผู้สอบแต่ละคน
 N คือ จำนวนประชากรผู้สอบ

(2) คำนวณความแปรปรวนคะแนนของประชากรโดยใช้สูตร (Walpole, 1982, p.33)

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \mu)^2}{N}$$

เมื่อ σ^2 คือ ความแปรปรวนคะแนนของประชากรผู้สอบ
 μ คือ ค่าคะแนนเฉลี่ยของประชากรผู้สอบ
 N คือ จำนวนประชากรผู้สอบ
 X_i คือ คะแนนของผู้สอบแต่ละคน

5. วางแผนการสุ่มแบบง่ายกับกลุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณ ซึ่งงานวิจัยครั้งนี้ ได้กำหนดแผนการทดลองไว้ สามแผน คือให้มีค่าชุดย่อยของการทดลองเท่ากับ สอง สี่ และ หก ชุดย่อย ($k = 2, 4, 6$) ดังนั้น

5.1 ทำการสุ่มแบบง่าย (Simple Random Sampling) โดยใช้วิธีมอนติ คาร์โล ทำการสุ่มตัวอย่างผู้สอบเพียงอย่างเดียว ของการทดลองแต่ละแผน ซึ่งได้แก่ สอง สี่ และหก กลุ่ม

ดังนั้น จำนวนตัวอย่างได้แก่ 600 300 และ 200 คน ตามลำดับ โดยให้ตัวอย่างผู้สอบตอบ
ประชากรข้อสอบทั้งฉบับ (480 ข้อ) และจัดกระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละชุด นำคะแนนการ
ตอบข้อสอบถูก-ผิด (X_{ij}) มาคำนวณค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนของแต่ละตัวอย่าง
ผู้สอบ โดยมีรายละเอียดดังนี้

เรียกชุดเลขสุ่มชุด 1 ทำการสุ่มแบบง่าย จากประชากรผู้สอบทั้งหมด 1,200
คน มาจำนวน 600 คน โดยสุ่มแบบไม่ใส่คืน (Without Replacement) จากนั้นให้ตัวอย่าง
ผู้สอบ 600 คน และผลการตอบข้อสอบที่มีการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบปกติ จำนวน
480 ข้อ คำนวณ ค่าคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) ความแปรปรวนคะแนน (S^2) และค่าความคลาดเคลื่อน
มาตรฐานของค่าคะแนนเฉลี่ย (S_x) โดยใช้สูตรดังนี้

(1) คำนวณค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างผู้สอบ โดยใช้สูตร (Walpole, 1982, p.24)

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

เมื่อ $\bar{X}$	คือ	ค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างผู้สอบ
X_i	คือ	คะแนนของผู้สอบแต่ละคน
n	คือ	จำนวนของตัวอย่างผู้สอบ

(2) คำนวณความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างผู้สอบ โดยใช้สูตร (Walpole, 1982, p.35)

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{(n-1)}$$

เมื่อ S^2	คือ	ความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างผู้สอบ
X_i	คือ	คะแนนของผู้สอบแต่ละคน
$\bar{X}$	คือ	ค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างผู้สอบ
n	คือ	จำนวนของตัวอย่างผู้สอบ

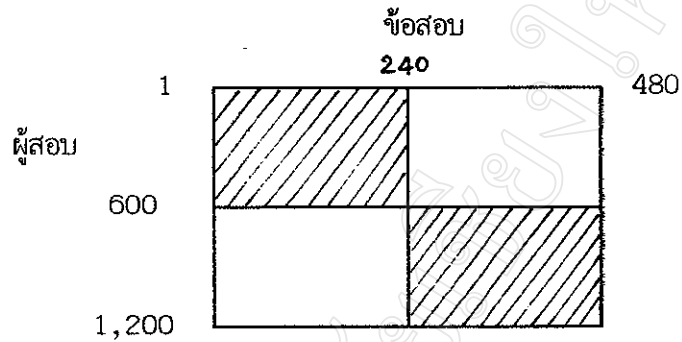
(3) คำนวณความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าคะแนนเฉลี่ย โดยใช้สูตรที่ดัดแปลงมาจากการคำนวณความแปรปรวนคะแนนคะแนนของประชากร (Walpole, 1982, p.35)

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{(R-1)}}$$

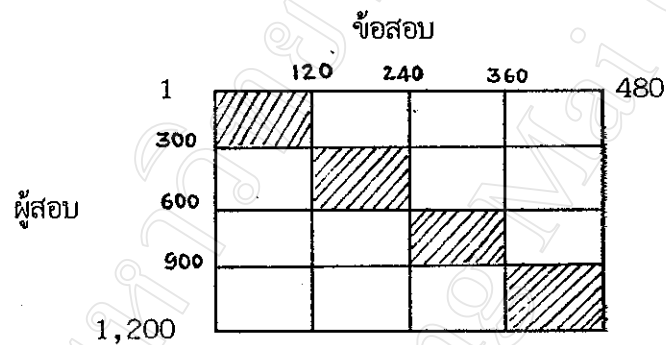
เมื่อ	$S_{\bar{x}}$	คือ	ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าคะแนนเฉลี่ย
	X_i	คือ	ค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างผู้สอบแต่ละครั้ง
	X	คือ	ค่าเฉลี่ยของค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างผู้สอบจาก 1,000 ครั้ง
	R	คือ	จำนวนครั้งของการทดลอง

5.2 ทำการสุ่มตัวอย่างแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณ (Multiple Matrix Sampling) ซึ่งแบ่งเป็น สามแผน ตามจำนวนกลุ่มย่อยเมตริกซ์ ของชุดย่อยตัวอย่างข้อสอบและจำนวนตัวอย่างผู้สอบ โดยให้แต่ละตัวอย่างเมตริกซ์ มีขนาดเท่ากัน ดังภาพประกอบ 6

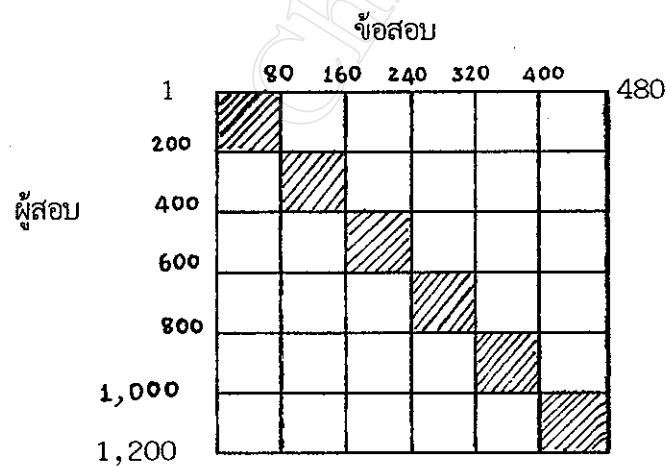
แผน 1 จำนวนกลุ่มเมตริกซ์/จำนวนตัวอย่างผู้สอบ/จำนวนตัวอย่างข้อสอบ ได้แก่ 2/600/240



แผน 2 จำนวนกลุ่มเมตริกซ์/จำนวนตัวอย่างผู้สอบ/จำนวนตัวอย่างข้อสอบ ได้แก่ 4/300/120



แผน 3 จำนวนกลุ่มเมตริกซ์/จำนวนตัวอย่างผู้สอบ/จำนวนตัวอย่างข้อสอบ ได้แก่ 6/200/80



ภาพประกอบ 6 แสดงแผนการสุ่มตัวอย่างแบบ เมตริกซ์ จึงพหุคูณของการวิจัย

6. ทำการสุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณของประชากรผู้สอบและประชากรข้อสอบ แผนหนึ่ง เมื่อแบ่งกลุ่มเมตริกซ์เท่ากับ สองกลุ่ม และนำค่าคะแนนตอบถูก-ผิด (X_{ij}) จากการสอบของ ประชากรไปคำนวณค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนนในแต่ละชุดของตัวอย่างข้อสอบ ทำแผนสอง เมื่อจำนวนกลุ่มเมตริกซ์เท่ากับ สี่กลุ่ม และทำแผนสาม เมื่อจำนวนกลุ่มเมตริกซ์เท่ากับ หกกลุ่ม ตามลำดับ จัดกระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละชุดการทดลอง หาค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนไว้

สำหรับคำสั่ง วิธีการสุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณ มีขั้นตอนได้แก่

6.1 สำหรับประชากรข้อสอบที่มีการแจกแจงแบบปกติ แผนหนึ่ง กรณีแบ่งประชากร เป็นกลุ่มเมตริกซ์ สองกลุ่ม ($k = 2$) เรียกชุดเลขสุ่มชุด 10 ทำการสุ่มทั้งประชากรผู้สอบและ ประชากรข้อสอบอย่างละสองกลุ่ม จะได้ตัวอย่างผู้สอบกลุ่มละ 600 คน และตัวอย่างข้อสอบกลุ่ม ละ 240 ข้อ แล้วสุ่มตัวอย่างผู้สอบหนึ่งกลุ่มและสุ่มตัวอย่างข้อสอบหนึ่งชุดมาทำการทดสอบจัดกระทำ ซ้ำ (ข้อ 2 ถึง 4) จำนวน 1,000 ครั้ง คำนวณค่าคะแนนเฉลี่ย ($\bar{X}$) ความแปรปรวนคะแนน (S^2) ให้ตัวอย่างผู้สอบกลุ่มสองทำตัวอย่างข้อสอบชุดสอง แล้วคำนวณค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวน คะแนน และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าคะแนนเฉลี่ยไว้ โดยใช้สูตรของวิธีการสุ่มแบบ เมตริกซ์เชิงพหุคูณ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

ผู้สอบ (E)	ข้อสอบ (I)					ผลรวม	กำลังสองของ
	1	2	3		m	คะแนนผู้สอบ	คะแนนรวมผู้สอบ
	1	2	3		m		
1	X_{11}	X_{12}	X_{13}		X_{1m}	E_1	E_1^2
2	X_{21}	X_{22}	X_{23}		X_{2m}	E_2	E_2^2
3	X_{31}	X_{32}	X_{33}		X_{3m}	E_3	E_3^2
.							
.							
.							
n	X_{n1}	X_{n2}	X_{n3}		X_{nm}	E_n	E_n^2
คะแนนผลรวมของข้อ					$I_1 \quad I_2 \quad I_3 \quad \dots \quad I_m$		
กำลังสองของคะแนนรวมของข้อ					$I_1^2 \quad I_2^2 \quad I_3^2 \quad \dots \quad I_m^2$		

ภาพประกอบ 7 การคำนวณในแต่ละตัวอย่างเมตริกซ์ ซึ่งประกอบด้วยจำนวนผู้สอบ n คน และจำนวนข้อสอบ m ข้อ

ขั้นตอนการคำนวณหาค่าประมาณพหาวีเตอร์ของค่าคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนคะแนน และความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าคะแนนเฉลี่ย เมื่อใช้วิธีการสุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณ ในการวิจัย ได้แก่

(1) คำนวณหาค่า $\sum E$, $\sum E^2$, $\sum I$, $\sum I^2$ และ $\sum X^2$ ของแต่ละตัวอย่างเมตริกซ์

$$\begin{array}{ll} \text{เมื่อ } \sum E & \text{คือ } E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n \\ \sum E^2 & \text{คือ } E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots + E_n^2 \end{array}$$

$$\begin{aligned}\sum I & \text{ คือ } I_1 + I_2 + I_3 + \dots I_n \\ \sum I^2 & \text{ คือ } I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots I_n^2 \\ \sum X^2 & \text{ คือ } X_{11}^2 + X_{12}^2 + X_{13}^2 + \dots X_{nm}^2\end{aligned}$$

(2) หาค่ากำลังสองคะแนนเฉลี่ยของผู้สอบ (Mean Square: A) ที่คำนวณจากคะแนนของผู้สอบ โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 480)

$$A = \frac{\sum E^2 / m - (\sum E)^2 / nm}{(n-1)}$$

เมื่อ $\sum E^2$ คือ ผลรวมกำลังสองของคะแนนทั้งหมดของผู้สอบในหนึ่งตัวอย่างเมตริกซ์
 $\sum E$ คือ ผลรวมของคะแนนทั้งหมดของผู้สอบในหนึ่งตัวอย่างเมตริกซ์
 n คือ จำนวนผู้สอบในหนึ่งตัวอย่างเมตริกซ์
 m คือ จำนวนข้อสอบในหนึ่งตัวอย่างเมตริกซ์

(3) หาค่ากำลังสองคะแนนเฉลี่ยของข้อสอบ (Mean Square: B) ที่คำนวณจากคะแนนของข้อสอบ โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 480)

$$B = \frac{\sum I^2 / n - (\sum I)^2 / nm}{(m-1)}$$

เมื่อ $\sum I^2$ คือ ผลรวมกำลังสองของคะแนนรวมข้อสอบทุกข้อในหนึ่งตัวอย่างเมตริกซ์
 $\sum I$ คือ ผลรวมของคะแนนของข้อสอบในหนึ่งตัวอย่างเมตริกซ์
 n คือ จำนวนผู้สอบในหนึ่งตัวอย่างเมตริกซ์
 m คือ จำนวนข้อสอบในหนึ่งตัวอย่างเมตริกซ์

(4) หาค่ากำลังสองคะแนนเฉลี่ยที่เกิดจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้สอบกับข้อสอบ

(Mean Square : C) โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 480)

$$C = \frac{\sum X^2 - \sum E^2 / m - \sum I^2 / n}{(m-1)(n-1)} + \frac{(\sum E)^2 / nm}{(m-1)(n-1)}$$

เมื่อ $\sum X^2$ คือ ผลรวมกำลังสองของคะแนนทุกข้อในหนึ่งตัวอย่างเมตริกซ์

(5) หาค่าประมาณค่าคะแนนเฉลี่ยสัมพัทธ์ของผู้สอบ (Estimated Mean of Examinee Relative Score Distribution : $\hat{\mu}_E$) ในแต่ละตัวอย่างเมตริกซ์ โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 481)

$$\hat{\mu}_E = \frac{\sum E}{mn}$$

หาค่าประมาณค่าคะแนนเฉลี่ยสัมพัทธ์ของข้อสอบ (Estimated Mean of Item Relative Score Distribution : $\hat{\mu}_I$) ในแต่ละตัวอย่างเมตริกซ์ โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 481)

$$\hat{\mu}_I = \frac{\sum I}{mn}$$

หาค่าเฉลี่ยของค่าประมาณค่าคะแนนเฉลี่ยสัมพัทธ์ของตัวอย่างเมตริกซ์ทั้งหมดในแผนการสุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณเดียวกัน ($\bar{\mu}_E$) โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p.485)

$$\bar{\mu}_E = \frac{\hat{\mu}_{E1} + \hat{\mu}_{E2} + \hat{\mu}_{E3} + \dots + \hat{\mu}_{Ek}}{k}$$

เมื่อ k คือ จำนวนกลุ่มเมตริกซ์ในวิธีการสุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณ

หาค่าคะแนนเฉลี่ยของผู้สอบทั้งหมด ($\hat{\mu}$) โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 482)

$$\hat{\mu} = M \bar{\hat{\mu}}_E$$

เมื่อ M คือ จำนวนประชากรข้อสอบ

(6) หาค่าประมาณความแปรปรวนคะแนนคะแนนสัมพัทธ์ของผู้สอบ (Estimated Variance of Examinee Relative Score Distribution : $\hat{\sigma}_E^2$) ในแต่ละตัวอย่างเมตริกซ์ โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 481)

$$\hat{\sigma}_E^2 = \frac{A - (1-m/M) C}{n} \cdot \frac{N - 1}{N}$$

หาค่าเฉลี่ยของค่าประมาณความแปรปรวนคะแนนคะแนนสัมพัทธ์ของตัวอย่างเมตริกซ์ในแผนการสุ่มเมตริกซ์เชิงพหุคูณเดียวกัน โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 484)

$$\bar{\hat{\sigma}}_E^2 = \frac{\hat{\sigma}_{E1}^2 + \hat{\sigma}_{E2}^2 + \hat{\sigma}_{E3}^2 \dots + \hat{\sigma}_{Ek}^2}{k}$$

เมื่อ k คือ จำนวนกลุ่มเมตริกซ์

หาความแปรปรวนคะแนนคะแนนของผู้สอบทั้งหมด ($\hat{\sigma}_E^2$)

$$\hat{\sigma}_E^2 = M^2 \bar{\hat{\sigma}}_E^2$$

เมื่อ M คือ จำนวนประชากรข้อสอบ

(7) หาค่าประมาณความแปรปรวนคะแนนคะแนนสัมพัทธ์ของข้อสอบ (Estimated Variance of Item Relative Score Distribution : σ_1^2) ในแต่ละตัวอย่างเมตริกซ์ โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 482)

$$\hat{\sigma}_1^2 = \frac{B - (1-n/N) C}{n} \cdot \frac{M-1}{M}$$

หาค่าเฉลี่ยของค่าประมาณความแปรปรวนคะแนนคะแนนสัมพัทธ์ของข้อสอบ ($\hat{\sigma}_1^2$) ของตัวอย่างเมตริกซ์ในแผนการสุ่มแบบเมตริกซ์เชิงทศคูณเดียวกัน โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 484)

$$\hat{\sigma}_r^2 = \frac{\hat{\sigma}_1^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \dots + \sigma_{1k}^2}{k}$$

(8) หาค่าประมาณความแปรปรวนคะแนนคะแนนสัมพัทธ์ของปฏิสัมพันธ์ ระหว่าง ผู้สอบและข้อสอบ (Estimated Variance of The Interaction Between Examinees And Items Relative Score Distribution : $\hat{\sigma}_{EI}^2$) ในแต่ละตัวอย่างเมตริกซ์ โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 487)

$$\hat{\sigma}_{EI}^2 = \frac{(M-1)(N-1) C}{MN}$$

หาค่าเฉลี่ยของค่าประมาณความแปรปรวนคะแนนคะแนนสัมพัทธ์ของปฏิสัมพันธ์ ระหว่างผู้สอบและข้อสอบ ($\hat{\sigma}_{EI}^2$) ของตัวอย่างเมตริกซ์ในแผนการสุ่มแบบเมตริกซ์เชิงทศคูณเดียวกัน โดยใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p. 487)

$$\hat{\sigma}_{EI}^2 = \frac{\hat{\sigma}_{EI1}^2 + \hat{\sigma}_{EI2}^2 + \hat{\sigma}_{EI3}^2 \dots + \hat{\sigma}_{EIk}^2}{k}$$

(9) หากความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าคะแนนเฉลี่ย ($\hat{\sigma}_{\mu}$) ในการฉีกเป็น การสุ่มทั้งผู้สอบและข้อสอบ แบบไม่ใส่คืน (Without Replacement) และสุ่มแบบครบหมด (Exhaustive) ใช้สูตร (Sirotnik, 1974, p.488)

$$\hat{\sigma}_{\mu} = \sqrt{\frac{(k-1)}{(M-1)(N-1)} \hat{\sigma}_{EI}^2}$$

หาค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานค่าเฉลี่ยของคะแนน (σ_{μ}) ของผู้สอบทั้งหมดโดยใช้สูตร

$$\sigma_{\mu} = M \hat{\sigma}_{\mu}$$

6.2 เปรียบเทียบค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่าง จากวิธีการสุ่มแบบง่ายและสุ่มแบบ เมตริกซ์เชิงพหุคูณ กับค่าคะแนนเฉลี่ยของประชากร โดยใช้การทดสอบค่า t (t-test) (Yamane, 1973, p.654)

$$t = \frac{X - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

เมื่อ	μ	คือ	ค่าคะแนนเฉลี่ยของประชากรผู้สอบ
	σ	คือ	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของประชากรผู้สอบ
	X	คือ	ค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างผู้สอบ
	n	คือ	จำนวนตัวอย่างผู้สอบ

6.3 เปรียบเทียบความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างที่ใช้วิธีการสุ่มแบบง่าย และ
 สุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณกับความแปรปรวนคะแนนของประชากร โดยใช้การทดสอบค่า ไค-สแควร์
 (χ^2) (Walpole, 1982, p. 320)

$$\chi^2 = (n-1) \frac{S^2}{\sigma^2}$$

เมื่อ S^2 คือ ความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างผู้สอบ
 σ^2 คือ ความแปรปรวนคะแนนของประชากรผู้สอบ
 n คือ จำนวนตัวอย่างผู้สอบ

6.4 เปรียบเทียบค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างที่ใช้วิธีการสุ่มแบบง่าย และสุ่มแบบ
 เมตริกซ์เชิงพหุคูณ โดยใช้การทดสอบค่า ที (t-test) (Yamane, 1973, p.674)

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

เมื่อ $\bar{X}_1$ คือ ค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างผู้สอบที่ 1
 $\bar{X}_2$ คือ ค่าคะแนนเฉลี่ยของตัวอย่างผู้สอบที่ 2
 S_1^2 คือ ความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างผู้สอบที่ 1
 S_2^2 คือ ความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างผู้สอบที่ 2 (เท่ากับ S_1^2)
 n_1 คือ จำนวนตัวอย่างผู้สอบที่ 1
 n_2 คือ จำนวนตัวอย่างผู้สอบที่ 2

6.5 เปรียบเทียบความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างที่ใช้วิธีการสุ่มแบบง่าย และสุ่มแบบเมตริกซ์เชิงพหุคูณ โดยใช้การทดสอบค่า เอฟ (F-test) (Walpole, 1982, p. 321)

$$F = \frac{S_{\max}^2}{S_{\min}^2}$$

เมื่อ $S_{\max}^2$ คือ ความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างผู้สอบที่มีค่ามาก
 $S_{\min}^2$ คือ ความแปรปรวนคะแนนของตัวอย่างผู้สอบที่มีค่าน้อย

6.6 แผนสอง กรณีแบ่งประชากรเป็นสี่กลุ่มเมตริกซ์ ($k = 4$) เรียกเลขชุด 11 ทำการสุ่มผู้สอบจำนวน กลุ่มละ 300 คน และตัวอย่างข้อสอบจำนวน 120 ข้อ จัดกระทำซ้ำ เช่น เดียวกันกับแผนหนึ่ง

6.7 แผนสาม กรณีแบ่งประชากรเป็นหกกลุ่มเมตริกซ์ ($k = 6$) เรียกเลขชุด 12 ทำการสุ่มผู้สอบจำนวน กลุ่มละ 200 คน และตัวอย่างข้อสอบจำนวน 80 ข้อ จัดกระทำซ้ำ เช่น เดียวกันกับแผนหนึ่ง

7. สำหรับประชากรข้อสอบที่มีการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบเบ้ซ้าย (ข้อสอบชุดง่าย) เรียกชุดเลขกลุ่ม 13 14 และ 15 ตามลำดับ กระทำซ้ำแบบขั้นตอนของข้อสอบที่มีการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบปกติ

8. สำหรับประชากรข้อสอบที่มีการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบเบ้ขวา (ข้อสอบชุดยาก) เรียกชุดเลขกลุ่ม 16 17 และ 18 ตามลำดับ กระทำซ้ำแบบขั้นตอนของข้อสอบที่มีการแจกแจงค่าความยากของข้อสอบแบบปกติ

ดังแผนภูมิต่อไปนี้

แผนภูมิ 1 แสดงฟังก์ชันคอมพิวเตอร์

