

บทที่ 4

ปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดที่กำหนดความต้องการของผู้ใช้ และความซับซ้อนของปัญหา

ในบางระบบอาจจะอนุญาตให้ผู้ใช้สามารถเลือกทำงานกับผู้ใช้คนอื่นบนเครื่องเดียวกันได้ เนื่องจากเหตุผลในด้านความปลอดภัยหรือความชอบส่วนตัว ในบทนี้จะนำปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดในบทที่ 3 มาเพิ่มข้อมูลของความต้องการของผู้ใช้และเรียกปัญหาใหม่นี้ว่า ปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดที่กำหนดความต้องการของผู้ใช้ (Minimum Replication Problem with User Preferences) หรือ เอ็มอาร์พียูพี (MRPUP)

4.1 นิยามของปัญหาและนิยามที่เกี่ยวข้องกับปัญหา

กำหนดให้ $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_m\}$ เป็นเซตของ m รายการความต้องการ (preference list) โดยที่แต่ละ t_i เป็นรายการความต้องการของผู้ใช้ $u_i \in U$ ให้ $\pi^{(i)}$ เป็นการเรียงสับเปลี่ยนบนเซต $\{1, 2, 3, \dots, m\}$ สำหรับผู้ใช้ $u_i \in U$ ให้แต่ละ $t_i \in T$ เป็นลำดับของผู้ใช้ $\langle u'_1, u'_2, u'_3, \dots, u'_m \rangle$ เมื่อ $u'_k = \pi^{(i)}(k)$ กำหนดให้สัญลักษณ์ $\langle \rangle$ แทนลำดับว่าง (empty sequence) หมายถึงผู้ใช้ไม่ต้องการจะทำงานร่วมกับใครเลยหรือต้องการทำงานกับทุกคนเท่ากัน และในที่นี้สมมติให้ผู้ใช้ u_i แต่ละคนอยู่ในลำดับแรกของ $\pi^{(i)}$ หรือพูดอีกอย่างคือ u_i ต้องการทำงานกับตัวเองมากที่สุด และสมมติให้ไม่มีผู้ใช้สองคนใดๆ ที่จะอยู่ในตำแหน่งเดียวกันใน $\pi^{(i)}$

นิยาม 4.1 ฟังก์ชันค่าความต้องการของผู้ใช้

(The User Preference Evaluation Function)

ให้ $\rho(u, t, R)$ คือฟังก์ชันค่าความต้องการของผู้ใช้ สำหรับรายการความต้องการ t และผู้ใช้ u ที่ได้จากกลุ่มผู้ใช้ R โดยกำหนดให้ $r(u', t)$ คือตำแหน่งของผู้ใช้ u' ที่อยู่ในรายการ t ลบด้วย 1 (เช่น $r(u_i, t_i) = 0$) และเมื่อ $t = \langle \rangle$ จะได้ $\rho(u, t, R) = 0$ โดยฟังก์ชัน $\rho(u, t, R)$ กำหนดดังสมการที่ 4.1

$$\rho(u, t, R) = \sum_{u' \in R} r(u', t) \quad (4.1)$$

จากนิยาม 4.1 ยกตัวอย่างเช่น ในระบบมีผู้ใช้อยู่ 3 คนคือ $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ ผู้ใช้ u_1 มีรายการความต้องการ $t_1 = \langle u_1, u_3, u_2 \rangle$ สมมติให้กลุ่มของผู้ใช้ $R_1 = \{u_1, u_2\}$ เมื่อคำนวณค่าความต้องการของผู้ใช้ u_1 ที่มีรายการความต้องการ t_1 จากผู้ใช้กลุ่ม R_1 จะได้ดังสมการที่ 4.2

$$\rho(u_1, t_1, R_1) = r(u_1, t_1) + r(u_2, t_1) = 0 + 2 = 2 \quad (4.2)$$

สังเกตว่าเมื่อเซต R มีขนาดใหญ่ขึ้นจะทำให้ค่าได้จากฟังก์ชัน $\rho(u, t, R)$ มากขึ้นตาม ซึ่งไม่เป็นที่ต้องการสำหรับผู้ใช้ u เนื่องจากการที่คอมพิวเตอร์มีผู้ใช้ได้หลายคนก็อาจทำให้มีปัญหาในด้านความปลอดภัย หรือแม้กระทั่งมีผู้ใช้ u' ที่สามารถใช้คอมพิวเตอร์เครื่องนั้นได้ แต่เป็นผู้ใช้ที่ u ไม่ต้องการจะร่วมงานด้วยเป็นต้น ดังนั้นจึงต้องการเซต R ที่ทำให้ค่า $\rho(u, t, R)$ น้อยที่สุด

นิยาม 4.2 ฟังก์ชันค่าความต้องการของผู้ใช้ทั้งหมด

(The Overall User Preference Evaluation Function)

ให้ $e(U, T, H)$ เป็นฟังก์ชันค่าความต้องการของผู้ใช้ทั้งหมดบนเซตผู้ใช้ U โดยที่ T เป็นเซตของรายการความต้องการ และเซตของกลุ่มผู้ใช้ H (เซตของเซตผู้ใช้) โดยฟังก์ชัน $e(U, T, H)$ กำหนดดังสมการที่ 4.3

$$e(U, T, H) = \sum_{\substack{u_i \in U \\ t_i \in T \\ u_i \in R_i, R_i \in H}} \rho(u_i, t_i, R_i) \quad (4.3)$$

ยกตัวอย่างเช่น ในระบบมีผู้ใช้อยู่ 3 คนคือ $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ และมีรายการความต้องการ $t_1 = \langle u_1, u_3, u_2 \rangle$ $t_2 = \langle u_2, u_1, u_3 \rangle$ และ $t_3 = \langle \rangle$ สมมติให้เซตของกลุ่มผู้ใช้ $H = \{R_1, R_2\}$ โดยที่ $R_1 = \{u_1, u_2\}$ และ $R_2 = \{u_1, u_2, u_3\}$ จะได้ว่าเซตของกลุ่มผู้ใช้ H ให้ค่าความต้องการของผู้ใช้โดยรวมดังสมการที่ 4.4

$$\begin{aligned} e(U, T, H) &= \rho(u_1, t_1, R_1) + \rho(u_1, t_1, R_2) + \rho(u_2, t_2, R_1) + \rho(u_2, t_2, R_2) + 0 \\ &= 2 + 3 + 1 + 3 \\ &= 9 \end{aligned} \quad (4.4)$$

กำหนดให้ $V(C)$ คือเซต $\bigcup_{c' \in C} \{\Phi(c')\}$ กำหนดนิยามของปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดที่มีความต้องการของผู้ใช้ดังต่อไปนี้

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright © Chiang Mai University
All rights reserved

นิยาม 4.3 ปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดที่มีความต้องการของผู้ใช้

(The Minimum Replication Problem with User Preferences)

กำหนด: ตัวแบบการบริหารระบบ $M = (C, L, U, P, S, O, A)$ เซตรายการความต้องการของผู้ใช้ T ฟังก์ชันการเข้าถึง Φ และจำนวนเต็มบวก k, u^* และ p^*

ปัญหา: มีเซตย่อย $B \subseteq C$ โดยที่ $|B| \leq k$ และ $|\bigcup_{b \in B} \Phi(b)| \geq u^*$ โดยที่ $e(U, T, V(B)) \leq p^*$ หรือไม่

4.2 ความซับซ้อนของปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดที่กำหนดความต้องการของผู้ใช้

ในบทที่ 3 ได้แสดงให้เห็นว่าปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดเป็นปัญหาที่ยากสำหรับคอมพิวเตอร์ และไม่มีขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพสำหรับหาผลเฉลย ซึ่งก็เช่นเดียวกับปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดที่มีความต้องการของผู้ใช้ ซึ่งจะพิสูจน์ต่อไป

ทฤษฎีบท 4.4 ปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดที่กำหนดความต้องการของผู้ใช้เป็นปัญหาเอ็นพีคอมพลิต

พิสูจน์

เมื่อจำกัดกรณีตัวอย่างของปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดที่กำหนดความต้องการของผู้ใช้ (MRPUP) โดยกำหนดให้ รายการความต้องการ $t = \langle \rangle$ สำหรับทุก $t \in T$ และให้ $p^* = 0$ จะได้กรณีตัวอย่างของปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุด (MRP)

ต่อไปจะแสดงว่าปัญหานี้อยู่ในคลาสเอ็นพี กำหนดเซตคำตอบ B ใดๆ จะมีขั้นตอนวิธีสำหรับตรวจสอบว่า $B \subseteq C$ ซึ่ง $|B| \leq k$ และ $|\bigcup_{b \in B} \Phi(b)| \geq u^*$ โดยที่ $e(U, T, V(B)) \leq p^*$ และขั้นตอนวิธีนั้นสามารถคำนวณได้ภายในเวลาแบบพหุนาม ■

จากทฤษฎีบท 4.4 จะได้ว่าปัญหาการคัดลอกข้อมูลที่น้อยที่สุดที่กำหนดความต้องการของผู้ใช้นั้นมีความยากอย่างน้อยเท่ากับปัญหาที่ไม่กำหนดเซตความต้องการของผู้ใช้ ที่เป็นปัญหาเอ็นพีคอมพลิต ดังนั้นทั้งสองปัญหาจึงมีความเป็นไปได้อย่างมากที่จะไม่มีขั้นตอนวิธีที่มีประสิทธิภาพ หรือสามารถคำนวณได้ภายในเวลาแบบพหุนาม ดังนั้นการหาผลเฉลยของของปัญหาทั้งสองจึงควรจะใช้ขั้นตอนวิธีที่ให้คำตอบโดยประมาณ แต่สามารถคำนวณได้ภายในเวลาแบบพหุนามแทน ซึ่งจะกล่าวถึงในบทต่อไป