

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาเกี่ยวกับความเข้าใจและการแสดงแทนในการแก้ปัญหาลายเปิดคณิตศาสตร์
ของนักเรียนโรงเรียนบ้านน้ำแพร่ จังหวัดเชียงใหม่ซึ่งอยู่ในโครงการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์
ด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด เพื่อเป็นกรอบและแนวทางในการวิจัย
ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยขอนำเสนอตามลำดับ ดังต่อไปนี้

1. แนวคิดเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- 1.2 การสอนโดยเน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- 1.3 ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

2. แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

- 2.1 ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์
- 2.2 รูปแบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์
- 2.3 ระบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์
- 2.4 บทบาทของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

3. ปัญหาลายเปิด

- 3.1 ความหมายของปัญหาลายเปิด
- 3.2 ประเภทของปัญหาลายเปิด
- 3.3 จุดมุ่งหมายของการใช้ปัญหาลายเปิด
- 3.4 ขั้นตอนของการใช้ปัญหาลายเปิดในชั้นเรียน
- 3.5 ประโยชน์ของปัญหาลายเปิด

4. การพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

- 4.1 การพัฒนาวิชาชีพครูด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน
- 4.2 ขั้นตอนของระบบการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ด้วยการศึกษาชั้นเรียน
- 4.3 การนำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมาใช้ในการในประเทศไทย

4.4 การนำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมาใช้ในประเทศไทย โรงเรียนบ้านน้ำแพร่ จังหวัดเชียงใหม่

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

แนวคิดเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การสอนและการประเมินความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นเรื่องที่ท้าทายความสามารถของครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ความท้าทายประการแรก คือ จะนิยามความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่าอย่างไร มีองค์ประกอบใดบ้าง ประการที่สอง คือ จะนำแนวคิดในข้อแรกไปสู่รูปแบบการสอนที่เน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร และระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีอะไรบ้าง การตอบคำถามดังกล่าวอาจทำได้โดยการศึกษาและสังเคราะห์จากผลงานของนักการศึกษาหลาย ๆ ท่านที่ได้ศึกษาเรื่องความเข้าใจมาก่อนหน้านี้

ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ไว้ซึ่งมีลักษณะที่สอดคล้องกัน ดังต่อไปนี้

ความเข้าใจ คือ กระบวนการทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งทำให้บุคคลสามารถรู้ถึงสิ่งนั้นและสามารถใช้ความคิดรวบยอด (Concept) เพื่อจัดการกับสิ่งนั้นได้อย่างเพียงพอ สิ่งที่ถูกกล่าวถึงนี้อาจจะมีลักษณะเป็นนามธรรมหรือเป็นสิ่งที่ทางกายภาพก็ได้ เช่น บุคคลสถานการณ์ หรือสิ่งของ (Wikipedia Encyclopedia, 2010) ในขณะที่ Hiebert & Carpenter (1992 อ้างถึงใน ชาญณรงค์ เสียงราช, 2549) ได้อธิบายถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในจิตใจของแต่ละบุคคลซึ่งสร้างขึ้นจากการที่ความคิดหรือประสบการณ์ใหม่ได้เข้ามาเชื่อมโยงกับโครงสร้างของความรู้ (Network of knowledge) ที่มีอยู่แล้วหรือเกิดจากการปรับเปลี่ยนระบบ (Reorganization) โครงสร้างของความรู้ นอกจากนี้ยังให้ข้อคิดเห็นเพิ่มเติมว่ากระบวนการหรือความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์สามารถทำความเข้าใจได้ เมื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างของรู้นั้น การที่บุคคลจะเข้าใจในกระบวนการหรือความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมามากหรือน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับจำนวนหรือความแข็งแรงของการเชื่อมโยง

ภายในโครงสร้างความรู้ที่มีอยู่ในตัวบุคคลนั้น สอดคล้องกับนักการศึกษาหลายท่านที่ได้นิยามความเข้าใจ สรุปได้ว่าความเข้าใจเป็นการวัดคุณภาพและปริมาณของการเชื่อมโยงแนวคิดใหม่กับแนวคิดที่มีอยู่เดิม อีกทั้งความเข้าใจขึ้นอยู่กับการมีอยู่ของแนวคิดและการเชื่อมโยงที่เหมาะสม

(Haggarty, Pirie, Stratton, & Backhouse, 1992 ; Davis, 1984; Hiebert & Carpenter, 1992; Janvier, 1987; Schroeder & Lester, 1989) การที่นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความแนวคิดใหม่กับแนวคิดเดิม

ได้จะทำให้นักเรียนสามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมายและนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้ (Schoenfeld, 1987) การเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจเป็นสิ่งจำเป็นที่ช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน (NCTM, 2000: 21) สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2547: 29) ที่กล่าวว่าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและการนำความรู้ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อน การเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจำข้อเท็จจริงหรือขั้นตอนวิธีการโดยปราศจากความเข้าใจจะเป็นอุปสรรคสำคัญในการแก้ปัญหาเนื่องจากทำให้เกิดความไม่แน่ใจในการใช้ความรู้สำหรับแก้ปัญหา

การสอนโดยเน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจนับเป็นสิ่งที่ถูกกล่าวถึงมาทุกยุคทุกสมัยด้วยเหตุผลจากการสอนให้จดจำหรือท่องจำไม่สามารถช่วยให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เนื่องจากขาดความเข้าใจอันเป็นพื้นฐานสำคัญของการคิดในระดับที่ลึกซึ้ง โดยเฉพาะความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอด (Conceptual Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดหรือความหมายของสิ่งที่กำลังศึกษาเป็นสิ่งที่ได้มาจากการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลและเป็นระบบ การสอนให้นักเรียนเกิดความเข้าใจเชิงความคิดรวบยอดจะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากการที่นักเรียนคิดหรือคำนวณผิดพลาดส่วนหนึ่งเป็นผลมาจากการจดจำขั้นตอนหรือนำวิธีการมาใช้โดยปราศจากความเข้าใจทำให้นักเรียนลดความสำคัญของการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจเหลือเพียงการดำเนินการโดยใช้สัญลักษณ์ (อัมพร ม้าคนอง, 2547) ดังนั้นการสอนเพื่อให้เกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียนมีความสำคัญยิ่งต่อการนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ระดับสูงและใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริง การสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียนมีแนวทางในการปฏิบัติดังต่อไปนี้

1. สอนบนพื้นฐานความรู้เดิมโดยเริ่มจากพิจารณาความรู้พื้นฐานของนักเรียน เพื่อวางแผนและตัดสินใจว่าจะสอนเสริมพื้นฐานในเรื่องใดบ้าง ไม่ควรปล่อยให้นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานที่จำเป็นเพราะจะเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้สิ่งใหม่ เตรียมการสอนเนื้อหาใหม่ตามความรู้เดิมที่นักเรียนมีโดยเพิ่มหรือลดบางเนื้อหาหากจะเป็นประโยชน์สูงสุดต่อนักเรียนและให้โอกาสนักเรียนใช้ความรู้เดิมแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง

2. เน้นกระบวนการคิดทั้งการสอนเนื้อหาและการนำความรู้ความเข้าใจไปใช้ เพื่อจะได้เรียนรู้วิธีการที่ถนัดและสามารถสร้างความเข้าใจได้เป็นอย่างดีและเพื่ออธิบายหรือถ่ายทอดสิ่งที่เรียนรู้ได้อย่างมีเหตุผล ฝึกการคิดแก้ปัญหาโดยให้นักเรียนคิดค้นกลวิธีที่หลากหลาย เปรียบเทียบและเลือกใช้กลวิธีเหล่านั้นในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

3. อธิบายและแสดงเหตุผลโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับแนวคิดของตนเองและผู้อื่นเพื่อเปรียบเทียบ โดยผู้สอนควรแสดงความคิดเห็นในสิ่งที่นักเรียนอธิบายและตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนได้เกิดกระบวนการคิดที่ต่อเนื่อง

4. พยายามใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการ เหตุผลและคำตอบ ตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนเปรียบเทียบความคล้ายและความแตกต่างระหว่างวิธีการ โดยใช้คำถามที่กระตุ้นและฝึกให้นักเรียนคิดและตั้งคำถามด้วยตนเอง ใช้คำถามที่แสดงให้เห็นว่าผู้สอนเห็นความสำคัญในแนวคิดหรือผลงานของนักเรียนซึ่งจะเป็นการสร้างความรู้ความภาคภูมิใจให้นักเรียน

5. คาดหวังการโต้แย้งอย่างสุภาพหากไม่เห็นด้วยกับแนวคิดของผู้อื่น เมื่อโต้แย้งแล้วควรรับฟังคำอธิบายจากเจ้าของความคิด ตลอดจนรู้จักเคารพแนวคิดของผู้อื่น การโต้แย้งจะนำมาซึ่งการคิดวิเคราะห์ในระดับที่ลึกซึ้ง ก่อให้เกิดความรู้ที่ชัดเจนและพิสูจน์ได้ ผู้สอนจึงควรฝึกการคิดเชิงโต้แย้งที่ถูกต้องเพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้ในชั้นเรียน

6. ผู้สอนควรแสดงวิธีการทำความเข้าใจและเทคนิคการบันทึกเนื้อหาไว้ทบทวนภายหลัง ตลอดจนเทคนิคการเรียนรู้ที่เป็นประโยชน์อื่น ๆ เพื่อให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ได้อย่างสม่ำเสมอและทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น ซึ่งเป็นพื้นฐานที่ดีในการเรียนเนื้อหาในระดับสูง

7. จัดและสร้างบรรยากาศที่เหมาะสมในชั้นเรียนด้วยรูปแบบต่าง ๆ เช่น กลุ่มเล็ก กลุ่มใหญ่ กลุ่มตามความสามารถหรือกลุ่มตามความสนใจเนื้อหา จัดให้มีการแสดงผลงานของแต่ละกลุ่มเพื่ออธิบายแนวคิดและเปิดโอกาสให้ทุกคนในชั้นเรียนแสดงความคิดเห็นต่อผลงานนั้น

Carpenter, Fennema, Franke, Levi, & Empson (1999: 20-23) ได้กล่าวถึงกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้เกิดความเข้าใจควรมีลักษณะ ดังนี้

1. การสร้างความสัมพันธ์ หมายถึง การเชื่อมโยงแนวคิดใหม่กับแนวคิดเดิมที่นักเรียนเข้าใจ

2. การขยายและประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การพัฒนาความรู้ที่นักเรียนสามารถรวมแนวคิดใหม่กับแนวคิดเดิมเข้าด้วยกันทำให้เกิดความเข้าใจได้ดีขึ้น

3. ผลสะท้อนจากประสบการณ์ หมายถึง การที่นักเรียนสามารถสำรวจแนวคิดที่ได้จากการเรียนรู้และรู้ว่าจะใช้แนวคิดนั้นได้อย่างไร

4. การแสดงออกอย่างชัดเจนในสิ่งที่รู้ หมายถึง การเขียนหรืออภิปรายเพื่อสะท้อนสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้

5. การสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง หมายถึง การที่นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ผ่านกิจกรรมการเรียนการสอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากนี้ Yackel & Hanna (2003: 22-44) กล่าวว่า การเรียนด้วยความเข้าใจ สามารถพัฒนาได้โดยการให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน ได้เสนอแนวคิดหรือข้อาคาเดทางคณิตศาสตร์ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประเมินแนวคิดของตนเองและผู้อื่นเพื่อเป็นการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ควรให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงแนวคิด พัฒนาทักษะการให้เหตุผลและมีปฏิสัมพันธ์ในชั้นเรียน การจัดการเรียนการสอนให้เกิดความเข้าใจจะช่วยให้ นักเรียนสามารถนำความรู้ไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เนื่องจากความเข้าใจเป็นพื้นฐานของการคิดระดับลึกซึ่งมีผลต่อความเข้าใจที่เกี่ยวกับความคิดรวบยอดหรือความหมายของสิ่งที่กำลังศึกษาที่เกิดจากการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลและเป็นระบบ การสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียนควรจะเริ่มจากตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนก่อนและพยายามจัดสถานการณ์ให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้ประสบการณ์เดิมในการแก้ปัญหา ครูควรจัดเตรียมเนื้อหาที่สอดคล้องและเหมาะสมกับพื้นฐานความรู้โดยเน้นการคิดและการนำความรู้ไปใช้ เปิดโอกาสให้นักเรียนเลือกวิธีการที่ตนเองถนัด นอกจากนี้ควรส่งเสริมให้นักเรียนสามารถถ่ายทอดสิ่งที่เรียนรู้โดยไม่ยึดติดกับวิธีที่ครูสอนเพียงอย่างเดียว ขณะเดียวกันควรใช้เวลากับนักเรียนในการสื่อสารและอภิปรายร่วมกัน เพื่อใช้ประกอบการคิดไตร่ตรองและสรุปสิ่งที่เรียนรู้ ครูควรแสดงความคิดเห็นต่อผลการเรียนรู้หรือใช้วิธีการตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนเกิดความมั่นใจในความเข้าใจของตนเอง ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบว่าเหมือนหรือแตกต่างกับเพื่อน ระหว่างวิธีการที่ตนเองเลือกใช้ มีการแสดงผลงานของนักเรียนเพื่อให้เกิดการแสดงความคิดเห็นต่อผลงานของแต่ละกลุ่ม การถามจะช่วยส่งผลต่อการกระตุ้นและฝึกให้นักเรียนรู้จักการตั้งคำถาม การใช้คำถามแสดงให้เห็นว่าครูผู้สอนมีความสนใจในงานของนักเรียนอีกด้วย

ระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การประเมินระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้ทราบถึงพัฒนาการด้านการเรียนรู้ที่แสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงระดับของความเข้าใจไว้ สำหรับงานวิจัยนี้ได้นำระดับความเข้าใจของ Dubinsky & McDonald (2001) ได้นำเสนอไว้ ดังนี้

กรอบทฤษฎี Action Process Object Schema Theory (APOS Theory) ของ Dubinsky & McDonald (2001) ที่พัฒนาจากแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการสะท้อนเชิงนามธรรม (Reflective Abstraction) ของ Piaget ซึ่งกรอบทฤษฎี APOS Theory นี้ได้จัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ คือ ระดับการจัดกระทำ (Action) ระดับกระบวนการ (Process) และระดับวัตถุ

(Object) โดยความเข้าใจในระดับกระบวนการและระดับวัตถุที่เกี่ยวข้องกันจะเชื่อมโยงกันเพื่อสร้างเป็นโครงสร้างทางปัญญา (Schema)

ความเข้าใจระดับการจัดกระทำ เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้าภายนอก โดยตัวผู้รับเอง นักเรียนที่มีความเข้าใจคณิตศาสตร์ที่จำกัดอยู่ในระดับขั้นการจัดกระทำ นักเรียนจะมีความสามารถในการปฏิบัติตามเงื่อนไขหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นลำดับที่ต่อเนื่องแต่ละขั้นตอนจะถูกทำให้เสร็จก่อนที่จะไปทำขั้นตอนต่อไป ดังนั้น นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ สามารถจัดกระทำกับวัตถุที่เป็นทั้งเชิงกายภาพหรือ เชิงนามธรรมตามรายการขั้นตอนที่กำหนด

ความเข้าใจระดับกระบวนการ เป็นความเข้าใจที่เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจระดับการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลาย ๆ ครั้ง จนกระทั่งสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างความหมายที่ได้จากการวัด การคำนวณ หรือการจัดกระทำที่เป็นลำดับขั้นตอนในรูปของมโนภาพ (Mental Image) โดยไม่จำเป็นต้องจัดกระทำหรือคิดคำนวณอย่างเป็นลำดับขั้นตอน นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถอธิบาย สะท้อน หรือคิดย้อนกลับวิธีการจัดกระทำนั้น โดยไม่จำเป็นต้องแสดงการกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา

ความเข้าใจในระดับวัตถุ เป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่ความเข้าใจระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสม เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา (Schema) สามารถนำไปใช้สร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นหรือนำไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นได้ หรือกล่าวได้ว่าเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ความเข้าใจในระดับกระบวนการไปสร้างความคิดรวบยอด (Concept) ใหม่ได้

จากการศึกษากรอบทฤษฎี APOS Theory ได้จัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ระดับ สรุปได้ว่า หากนักเรียนสามารถปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือดำเนินการตามขั้นตอนอย่างต่อเนื่องที่ละลำดับขั้น แสดงว่า นักเรียนมีความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ หากสามารถอธิบายถึงวิธีการจัดกระทำนั้นโดยไม่ต้องแสดงวิธีการในแต่ละขั้นตอน หรือคิดย้อนกลับของวิธีดำเนินการ แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจในระดับกระบวนการ และเมื่อเกิดความเข้าใจในระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการจนสามารถนำแต่ละกระบวนการมาเชื่อมโยงได้อย่างเหมาะสม จนนำไปสร้างเป็นองค์ความรู้ใหม่ทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นหรือนำไปแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้นแสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจในระดับวัตถุซึ่งถือว่าเป็นความระดับของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่สูงสุดและยังเป็นการสร้างโครงสร้างทางปัญญาอีกด้วย

แนวคิดเกี่ยวกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยอธิบายความคิดและแปลความหมาย อีกทั้งยังทำให้เข้าใจถึงปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นกับนักเรียน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยแบ่งระบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ระบบ แต่ละระบบก็มีรูปแบบและบทบาทของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน

ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ไว้ซึ่งมีลักษณะที่สอดคล้องกัน ดังต่อไปนี้

Lesh, Post & Behr (1987) ได้อธิบายความหมายของการแสดงแทนว่าเป็นการแสดงสิ่งที่เป็นรูปธรรมเกี่ยวกับความคิดรวบยอดซึ่งเกิดขึ้นภายใต้กระบวนการคิดของนักเรียนเองและเกิดความแตกต่างในการสร้างการแสดงแทนภายในกับการแสดงแทนภายนอก ขณะที่ Pimm (1995) ได้อธิบายความหมายของการแสดงแทนว่าเป็นการนำเสนอเกี่ยวกับวิชาการโดยใช้สิ่งที่จะมาแสดงและเน้นไปที่ร่องรอยของการทำงานที่สามารถนำไปสู่การแก้ปัญหาซึ่งอาจทำเป็นรูปภาพ ตาราง กราฟและการแสดงแทนบางอย่างที่เกี่ยวกับนามธรรม เช่น การใช้สัญลักษณ์ที่เป็นตัวเลขแทนจำนวน 4 เพื่อนำไปสู่การแสดงแทนความหมายของแอปเปิ้ล 2 ผลรวมกับแอปเปิ้ล 2 ผล ซึ่งเป็นการดำเนินการที่เกิดขึ้นจากสิ่งของที่มีอยู่จริง ส่วนการเขียนสัญลักษณ์ที่เป็นตัวเลขแทนจำนวน 4 เป็นขั้นที่เกิดจากการส่งเสริมเพื่อแสดงแทนสิ่งที่มีอยู่จริงในโลกและการเขียน $2 + 2 = 4$ เป็นการทำให้เกิดความชัดเจนของการแสดงแทนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรมมากยิ่งขึ้นหรือกล่าวได้ว่าการแสดงแทนในบางครั้งมีการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม สอดคล้องกับ Brinker (1996) ได้เสนอความหมายของการแสดงแทนในเชิงรูปธรรม โดยนิยามการแสดงแทนว่าหมายถึง สัญลักษณ์หรือรูปภาพที่นักเรียนวาดขึ้นผ่านสิ่งที่รู้อยู่แล้ว เช่น การวาดตารางของเศษส่วนหรือการทำเศษส่วนเป็นท่อน ๆ ถือว่าเป็นการแสดงแทนที่นักเรียนสร้างขึ้นเอง โดยการแสดงแทนเป็นผลผลิตที่เกิดจากตัววัตถุหรือเครื่องมือ (materials) ที่มีอยู่แล้ว นั่นคือ ตัวสี่เหลี่ยม แผ่น แท่ง แต่การที่นักเรียนนำมาจัดกลุ่มถือเป็นการแสดงแทนอีกมุมมองหนึ่ง การแสดงแทนจะถูกทำโดยแต่ละบุคคล นักเรียนที่วาดรูปหรือเขียนสัญลักษณ์ขึ้นมาเป็นการให้ความหมายของเพื่อใช้สำหรับตอบคำถามหรือปัญหาบางอย่างในขณะที่ Goldin & Kaput (1996 อ้างใน NCTM, 2001) กล่าวถึง การแสดงแทนในเชิงการรู้คิดว่าเป็นการช่วยให้เข้าใจปัญหาหรืออุปสรรคบางอย่างที่อาจจะมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์บางเรื่องอยู่ ซึ่งจะเอาชนะอุปสรรคเชิงการรู้คิดได้โดยการเพิ่มขึ้นของระบบการแสดงแทนที่สร้างจากความคิดรวบยอด แม้จะเป็นการพัฒนาขึ้นมาเพียงบางส่วนก็ตาม

นอกจากนี้ Fennell (2006) ยังกล่าวว่ากระบวนการของการแสดงแทนรวมไปถึงการใช้รูปแบบการแสดงแทนเพื่อจัดระบบ บันทึกและสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาและตีความ การแสดงแทนเหล่านี้ถูกใช้เพื่อแสดงคณิตศาสตร์ผ่านการใช้สื่อวัสดุที่สามารถจับต้องได้อีกทั้งการแสดงแทนยังประกอบไปด้วยแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่ Moschkovich, Schoenfeld, & Arcavi (1993 อ้างใน NCTM, 2001) กล่าวว่า ในทางคณิตศาสตร์จะใช้การแสดงแทนที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหา การสื่อสารด้านความคิดและด้านอื่น ๆ ซึ่งสามารถแสดงแทนได้หลากหลายรูปแบบ การแสดงแทนเป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยอธิบายกระบวนการคิดและมีประโยชน์อย่างมากในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะการแปลความหมาย โดยที่ Vergnaud (1988) กล่าวว่าความคิดรวบยอดและความสามารถของนักเรียนถูกพัฒนามาเป็นระยะเวลาผ่านประสบการณ์จากสถานการณ์จำนวนมาก เมื่อนักเรียนเผชิญกับปัญหาใหม่และใช้ความรู้ที่มีอยู่ปรับใช้ให้เหมาะสมกับสถานการณ์โดยแสดงแทนให้เห็นในรูปแบบที่เป็นสัญลักษณ์ (Symbolic Form) และมีความหมาย เมื่อนักเรียนสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา การแสดงแทนในเชิงสัญลักษณ์ไม่ได้อ้างถึงความเป็นจริงโดยตรงแต่อ้างถึงกระบวนการทางความคิดที่มีความหมายซึ่งแฝงอยู่ในพฤติกรรมของนักเรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่าการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์เป็นการใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวคิด ความเข้าใจและทำการแปลความหมายทำให้เข้าใจปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นกับนักเรียนได้ซึ่งสามารถแสดงแทนได้หลายรูปแบบและยังเชื่อมโยงการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ากับโครงสร้างที่เกี่ยวกับความหมายที่เป็นทางการสามารถสรุปแนวคิดของตนเองผ่านกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการในการแก้ปัญหา

รูปแบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

การแสดงแทนมีความหมาย 2 ประการโดยความหมายแรก หมายถึง กระบวนการแสดงแทน (Representation Process) และความหมายที่สอง หมายถึง ผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการแสดงแทน (Representation Product) ผลลัพธ์ที่ได้นี้เรียกว่า รูปแบบของการแสดงแทน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงรูปแบบการแสดงแทนที่สอดคล้องกัน ดังต่อไปนี้

Hiebert (1990) ได้กล่าวถึง การแสดงแทนภายนอกกว่าเป็นการสื่อสารแนวคิดหรือความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้คนอื่นรับรู้ การสื่อสารนั้นผ่านรูปแบบการแสดงแทน 5 รูปแบบ คือ

1. การแสดงแทนในรูปแบบของการพูดหรือข้อความ
2. การแสดงแทนโดยใช้สื่อรูปธรรม
3. การแสดงแทนเป็นรูปภาพหรือกราฟ
4. การแสดงแทนในรูปสถานการณ์ในชีวิตจริง (Real – life situations)

5. การแสดงแทนในรูปสัญลักษณ์ (Written symbols)

ในขณะที่ Goldin & Kaput (1996) ได้ให้ความหมายของการแสดงแทนภายนอกว่า หมายถึง วัตถุเชิงกายภาพหรือสิ่งที่สามารถสังเกตเห็นได้ เช่น ข้อความ รูปภาพ กราฟ ตาราง ประโยคสัญลักษณ์ เป็นต้น นอกจากนี้ยังใช้คำว่า การแสดงแทนภายใน (Internal Representations) เพื่ออธิบายโครงสร้างทางปัญญา (Network of knowledge or schema) ที่อยู่ในสมองของนักเรียน ซึ่งไม่สามารถวัดหรือสังเกตจากการแสดงแทนภายนอกหรือพฤติกรรมภายนอก เช่น คำพูด ท่าทาง หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับที่ Hiebert & Carpenter (1992) กล่าวว่า ความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในตัวของนักเรียน เนื่องจากแนวคิดทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม การที่จะสื่อความหมายแนวคิดจึงจำเป็นต้องนำเสนอผ่านการแสดงแทนภายนอก ซึ่งนักเรียนสามารถสังเกตและจัดกระทำกับรูปแบบการแสดงแทนได้ กระบวนการสร้างความรู้นั้นนักเรียนจะใช้ความรู้หรือประสบการณ์เดิมมาสร้างความหมายกับรูปแบบการแสดงแทนภายนอกเพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ทำให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดเดิมกับแนวคิดใหม่ เมื่อความสัมพันธ์ระหว่างการแสดงแทนภายในของแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกสร้างขึ้น หมายความว่าโครงสร้างทางปัญญาได้ถูกสร้างขึ้นด้วย ในทางตรงข้ามการสื่อสารความรู้ความเข้าใจของนักเรียนให้ผู้อื่นได้รับรู้นั้น ไม่ได้ใช้การแสดงแทนภายนอกเข้ามาช่วยแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพียงแนวคิดเดียว แต่สามารถนำเสนอด้วยรูปแบบการแสดงแทนภายนอกได้หลายรูปแบบ เช่น แนวคิดเกี่ยวกับทศนิยมสามารถนำเสนอในรูปของสัญลักษณ์ รูปภาพหรือข้อความ ซึ่งจะทำให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างการแสดงแทนภายในแต่ละรูปแบบ

Lesh (1979 อ้างถึงใน สิริมาศ ศรีลำดวน, 2546) กล่าวว่า นักเรียนจะมีการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เมื่อได้รับโอกาสในการแสดงแทนความคิดรอบคอบด้วยวิธีการที่แตกต่างกันและอภิปรายว่าวิธีการแสดงแทนที่แตกต่างกันนั้น สะท้อนให้เห็นถึงความคิดรอบคอบเดียวกันอย่างไร ถ้านักเรียนมีความสามารถในการแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายและเชื่อมโยงระหว่างวิธีการแสดงแทนที่แตกต่างกันได้ แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ ความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างการแสดงแทนด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดแนวคิดเชิงนามธรรมได้ วิธีการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย 5 วิธี ดังนี้

1. การใช้อุปกรณ์ (Manipulatives) เป็นการสะท้อนความเข้าใจและความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยผ่านวัตถุเชิงกายภาพ (Physical Materials) เช่น กระดานตะปู ลูกบาศก์ แท่งสี เป็นต้น การแสดงแทนโดยใช้อุปกรณ์ของนักเรียน ช่วยให้ผู้ครูเข้าใจระดับพัฒนาการของนักเรียน

การแสดงแทนด้วยวิธีการนี้อาจสะท้อนให้เห็นถึงแนวคิดของนักเรียน ซึ่งจำเป็นต้องมีประสบการณ์เชิงนามธรรมเพื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. รูปภาพ (Pictures) เป็นการนำรูปภาพมาช่วยในการสะท้อนแนวคิด ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

3. สัญลักษณ์ทางการเขียน (Written Symbols) เป็นการสะท้อนแนวคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนสัญลักษณ์บางอย่าง เช่น การเขียนหรืออธิบายวิธีการแก้ปัญหของนักเรียน การเขียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เห็นแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนชัดเจนยิ่งขึ้น

4. สัญลักษณ์ทางการพูด (Verbal Symbols) เป็นการสื่อความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์โดยใช้การพูด การฟัง หรือการอ่านเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น การพูดอธิบายวิธีการที่สมาชิกในกลุ่มใช้เพื่อหาคำตอบของปัญหา เป็นต้น การแสดงแทนโดยวิธีนี้จะช่วยให้นักเรียนมีแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนยิ่งขึ้น

5. บริบทในชีวิตประจำวัน (Real – Life Context) เป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ฝังตัวอยู่ในบริบทที่คุ้นเคย ซึ่งก่อให้เกิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการของนักเรียน วิธีการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 วิธีดังกล่าวจะมีการเชื่อมโยงระหว่างวิธีที่แตกต่างกัน สามารถนำมาเป็นกรอบการประเมินกระบวนการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนและนำมาใช้เป็นแนวทางในการสอนได้อีกด้วย ซึ่งครูจะค้นพบความเข้าใจในเชิงลึก จากการอ่านสิ่งที่นักเรียนเขียนและตรวจสอบระดับของความเข้าใจของนักเรียนด้วยการฟังสิ่งที่นักเรียนพูด สามารถประเมินการปฏิบัติของนักเรียนด้วยการจัดกิจกรรมให้ทำงานเป็นกลุ่มโดยสังเกตว่านักเรียนคนใดแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์หรือแสดงแทนด้วยรูปภาพ เป็นต้น นอกจากนี้ครูยังมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนมีโอกาสแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายเพื่อส่งเสริมความเข้าใจของนักเรียนอีกด้วย

จากการศึกษาถึงรูปแบบการแสดงแทนข้างต้น ผู้วิจัยได้แบ่งรูปแบบการแสดงแทนในการแก้ปัญหาลายเปิดคณิตศาสตร์ไว้ 4 ประเภท คือ

1. การแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์ (Symbolic) หมายถึง การแสดงแทนในรูปประโยคสัญลักษณ์ที่ประกอบด้วยการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น $0.5 + 0.3 = 0.8$

2. การแสดงแทนด้วยตัวเลข (Numerical) หมายถึง การแสดงแทนที่ใช้สัญลักษณ์เป็นตัวเลขแทนจำนวนของทศนิยม เช่น 2.3 0.25

3. การแสดงแทนด้วยภาพ (Iconic) หมายถึง การแสดงแทนที่ใช้แผนภาพ รูปภาพ

ผังความคิด ตาราง เช่น รูปภาพที่แสดงความหมายของทศนิยม 

4. การแสดงแทนด้วยภาษา (Verbal) หมายถึง การแสดงแทนที่ใช้ภาษาพูดหรือเขียนเป็นข้อความเพื่ออธิบายการแก้ปัญหา รวมถึงการนำเสนอหน้าชั้นเรียน เช่น ปริมาณน้ำเป็นหนึ่งจุดห้าลิตร

ระบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งระบบของการแสดงแทนออกเป็น 2 ระบบใหญ่ คือ ระบบการแสดงแทนภายนอก (External Representation) และระบบการแสดงแทนภายใน (Internal Representation) มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

Goldin (2001 อ้างถึงใน NCTM, 2001) กล่าวถึง การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ว่าไม่สามารถทำความเข้าใจแบบแยกส่วนได้ ความสำคัญของระบบต่าง ๆ ในการแสดงแทนต่อวิชาคณิตศาสตร์และการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีโครงสร้างในที่แตกต่างกัน โดยให้ความสำคัญของการแยกระบบการแสดงแทนภายนอกของสิ่งที่เป็นตัวแสดงแทนออกจากระบบการแสดงแทนภายในของสิ่งที่เป็นตัวแสดงแทน

ระบบการแสดงแทนภายนอก (External Representation) เป็นการอธิบายสิ่งต่าง ๆ โดยใช้คำพูด รูปภาพหรืออาจใช้เพื่อแทนบางสิ่งที่มีความเป็นนามธรรม สังเกตได้จากการแสดงแทนสิ่งหนึ่งสามารถแสดงแทนสิ่งอื่น ๆ ได้อีกไม่จำเพาะเพียงสิ่งใดสิ่งหนึ่งเท่านั้น การแสดงแทนเป็นสิ่งที่สามารถสร้างขึ้นมาได้ สามารถชี้ให้เห็นถึงตัวแสดงแทนได้ในชั้นเรียนและกล่าวถึงหรืออภิปรายความหมาย ความสัมพันธ์ของการแสดงแทนโดยการอธิบายสิ่งต่าง ๆ ด้วยคำพูด (Depiction) การเข้ารหัส (Encoding) หรือกระบวนการทำให้เป็นสัญลักษณ์ (Symbolization)

ส่วนระบบการแสดงแทนภายใน (Internal Representation) บางครั้งเรียกว่า การแสดงแทนทางสมองหรือทางจิต ระบบการแสดงแทนภายในมีผลต่อความเข้าใจและการหยั่งรู้ทางคณิตศาสตร์ การแสดงแทนในเชิงสัญลักษณ์ที่เป็นทางการบางครั้งก็เกิดขึ้นภายในใจ เช่น การคิดเลขในใจ การดำเนินการทางเลขคณิต สำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนใช้การแสดงแทนในลักษณะที่คล้ายกับการคิดเลขในใจ ซึ่งบางครั้งการที่นักเรียนใช้ยุทธวิธีดังกล่าวได้อย่างมีประสิทธิภาพแต่ไม่สามารถบอกได้ว่าทำการแก้ปัญหานั้นได้อย่างไร ไม่สามารถสังเกตการแสดงแทนภายในของแต่ละคนได้โดยตรงแต่สามารถสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับการแสดงแทนภายในของนักเรียนได้ บนพื้นฐานของการมีปฏิสัมพันธ์ การสนทนาหรือผลการแสดงแทนภายนอกของนักเรียน การแสดงแทนภายในที่สอดคล้องและมีความเกี่ยวข้องกันในเชิงปฏิสัมพันธ์กับ

การแสดงแทนภายนอกจะสามารถสร้างระบบคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Janvier, Girardon & Morand (1993) กล่าวถึงความสำคัญของการจำแนกหลักฐานในเชิงวัตถุ (Material Sign) และแนวคิด (Idea) ว่าหลักฐานในเชิงวัตถุทำให้เกิดความแตกต่างระหว่างการแสดงแทนภายนอกกับการแสดงแทนภายใน ซึ่งการแสดงแทนภายนอกอยู่ในฐานะที่เป็นตัวกระตุ้นประสาทสัมผัส เช่น ตาราง กราฟ ฟังความคิด ระบบสัญลักษณ์ สิ่งเหล่านี้ถูกพิจารณาว่าเป็นการทำให้เห็นเป็นรูปร่างของแนวคิดหรือความคิดรวบยอด ส่วนการแสดงแทนภายในไม่สามารถสังเกตเห็นได้โดยตรง แนวคิดจะถูกสรุปจากการสังเกตขณะที่ทำงานอยู่ สิ่งเหล่านี้ถูกพิจารณาในฐานะที่เป็นการรับรู้ (Cognitive) หรือรูปแบบในใจ (Mental Models) คำสำคัญในทฤษฎีที่เกี่ยวกับการแสดงแทนคือ ความหมาย (Mean) หรือมีความหมาย (Signify) ถูกใช้เพื่อแสดงเป็นเครื่องหมายเป็นคำพูดในการเชื่อมโยงสิ่งที่มีอยู่ระหว่างการแสดงแทนภายในที่เป็นการแสดงถึงความหมาย (Signified) และการแสดงแทนภายนอกที่เป็นตัวแสดงแทนความหมาย (Signifier)

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าระบบของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ให้ความสำคัญกับการแยกระบบการแสดงแทนภายนอกและระบบการแสดงแทนภายในของสิ่งที่เป็นตัวแสดงแทน ระบบของการแสดงแทนภายในของสิ่งที่เป็นตัวแสดงแทนนั้น ไม่สามารถสังเกตได้โดยตรง แต่สามารถสร้างข้อสรุปได้จากระบบการแสดงแทนภายนอกของสิ่งที่เป็นตัวแสดงแทนผ่านการสังเกตหรือสนทนถึงความหมายของการแสดงแทนนั้นและยังเป็นการเชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่เดิมกับความรู้ใหม่จากการแสดงแทนภายนอกนั้นด้วย

บทบาทของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการแสดงแทนมีความสำคัญในการอธิบายความหมายของกระบวนการคิดที่เกิดขึ้น ซึ่งมีรูปแบบการแสดงแทนที่แตกต่างกันและยังมีบทบาทของการแสดงแทนที่แตกต่างกันดังนี้

Luite (2001) ได้กล่าวถึงบทบาทของการแสดงแทนในฐานะที่เป็นตัวเชื่อมความเป็นนามธรรมกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมในการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ 5 ประการ คือ

1. การแสดงแทนในฐานะที่เป็นแหล่งกำเนิดของการสื่อสาร อธิบายถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้น ไม่ได้เป็นเพียงวิธีการแต่เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการสร้างแนวคิด
2. การแสดงแทนในฐานะที่เป็นตัวบ่งชี้ถึงสถานะและการรับรู้ในทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
3. การแสดงแทนในฐานะที่เป็นหลักฐานในการตรวจสอบถึงความเข้าใจของนักเรียนผ่านรูปแบบการแสดงแทนที่นักเรียนได้เลือกใช้

4. การแสดงแทนในฐานะที่เป็นตัวเชื่อมระหว่างสิ่งที่เป็นนามธรรมกับรูปธรรม หรือเป็นการอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นผ่านการแสดงแทนภายนอกที่สามารถสังเกตได้

5. การแสดงแทนในฐานะที่เป็นการพัฒนากระบวนการที่มีอยู่ในการดำเนินการทางความคิดอย่างต่อเนื่องและช่วยให้แนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีความชัดเจนขึ้น

จากที่กล่าวมาข้างต้น การแสดงแทนทำหน้าที่เป็นแหล่งกำเนิดที่สำคัญของการสื่อสาร เพื่อบ่งชี้ว่านักเรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่เรียนอย่างไรบ้างผ่านการแสดงแทน นอกจากนี้ยังเป็น การพัฒนาถึงกระบวนการทางความคิดที่ต่อเนื่องของนักเรียนอีกด้วย

ปัญหาปลายเปิด

ปัจจุบันการนำปัญหาปลายเปิดไปใช้ในการเรียนการสอนเพื่อพัฒนากระบวนการคิดของ นักเรียนกำลังเป็นที่สนใจของนักการศึกษาหลาย ๆ ท่าน ผู้วิจัยจึงได้รวบรวมการให้ความหมายของ ปัญหาปลายเปิด เพื่อวิเคราะห์และสร้างนิยามศัพท์เฉพาะสำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ นอกจากนี้ยังมี ประเภทของปัญหาปลายเปิด จุดมุ่งหมายของการใช้ปัญหาปลายเปิด ขั้นตอนการใช้และประโยชน์ ของปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียน ดังนี้

ความหมายของปัญหาปลายเปิด

นับตั้งแต่มีการสัมมนาคณะผู้แทนด้านคณิตศาสตร์ศึกษาระหว่างประเทศญี่ปุ่นและ สหรัฐอเมริกาในหัวข้อเรื่อง การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นงานวิจัยของญี่ปุ่นเกี่ยวกับการสอนแบบปลายเปิด (Open-Ended Approach) เป็นการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended Problem) หรือคำถามปลายเปิด (Open-Ended Question) มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ทำให้มีการพัฒนาวิธีการสอนดังกล่าวขึ้น โดยนักการศึกษาทั้งชาวไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึง ความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ดังนี้

Hancock (1995: 496) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่มีคำตอบที่ ถูกต้องมากกว่าหนึ่งคำตอบ ในขณะที่สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดไว้ว่าเป็นปัญหาที่ให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือวิธีการอย่าง หลากหลายในการแก้ปัญหา โดยปัญหาที่เป็นคำถามปลายเปิดจะต้องกระตุ้น ส่งเสริมความสนใจ และให้นักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน สามารถทำและแก้ปัญหาได้ตามความสามารถ โดยการ ตั้งสมมติฐาน การพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาและการสื่อสารความคิดด้วยตัวนักเรียนเอง สอดคล้องกับ ที่ Takahashi (2000) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาปลายเปิดว่าเป็นกระบวนการสร้างให้เกิด ความสนใจและกระตุ้นให้เกิดกิจกรรมการคิดที่สร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนใน

ชั้นเรียน การแก้ปัญหาปลายเปิดได้ถูกพัฒนาขึ้นในประเทศญี่ปุ่นในลักษณะของกิจกรรมที่เป็นกระบวนการให้นักเรียนเกิดความสนใจและกระตุ้นให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านการทำงานร่วมกับผู้อื่น การเรียนการสอนที่ใช้ปัญหาปลายเปิดจะเน้นกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าจะสนใจคำตอบ นอกจากนี้ Becker & Shimada (1997) ได้ให้ข้อสังเกตว่า ปัญหาที่ใช้สอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนปกติระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษา มีลักษณะร่วมกันประการหนึ่ง คือ มีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว เมื่อกำหนดปัญหาและตัวเลือกที่เป็นคำตอบก็จะสามารถตรวจสอบได้ว่าตัวเลือกใดเป็นคำตอบของปัญหา ปัญหาลักษณะนี้เรียกว่า ปัญหาสมบูรณ์หรือปัญหาปิด สำหรับปัญหาอีกประเภทหนึ่ง เป็นปัญหาที่สร้างให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ เรียกว่าปัญหาไม่สมบูรณ์หรือปัญหาเปิด ปัญหาประเภทนี้มักพบอยู่เสมอในการสอนปกติในชั้นเรียน เมื่อครูถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

สุพัฒตรา หล้าฤทธิ์ (2547) ได้ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย มีวิธีการหรือแนวทางได้หลายวิธี สอดคล้องกับ รุจิอาภา รุจิวาปนนท์ (2550) ที่ให้ความหมายของปัญหาปลายเปิดว่าเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปิดกว้างในการหาคำตอบ มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบและมีแนวทางเข้าสู่คำตอบของปัญหาได้หลายวิธีการ

จากที่กล่าวมา สรุปได้ว่า ปัญหาปลายเปิดหมายถึง สถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อนที่ใช้ในการสอนด้วยวิธีการแบบเปิด เป็นสถานการณ์ที่มีความหลากหลายในกระบวนการแก้ปัญหา มีคำตอบที่ถูกต้องได้หลายคำตอบขึ้นอยู่กับการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล

ประเภทของปัญหาปลายเปิด

ปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในทางคณิตศาสตร์นั้นมีลักษณะแตกต่างกันมากมาย นักการศึกษาจึงได้แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดไว้ ดังนี้

Nohda (1983 อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2546) ได้จำแนกปัญหาที่ใช้ในวิธีการแบบเปิดว่าเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่เคยประสบมาก่อน (Non-Routine Problems) โดยอาศัยความหมายที่อธิบายไว้ข้างต้น จำแนกชนิดของปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ชนิด ได้แก่

1. กระบวนการเปิด ปัญหาชนิดนี้มีแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งเป็นปัญหาค้นหาชนิดที่กำหนดให้ได้อย่างหลากหลาย แน่นอนว่าปัญหาคณิตศาสตร์ทุกปัญหาดังกล่าวก็เป็นปัญหาปลายเปิดโดยนัยนี้ อย่างไรก็ตามประเด็นที่น่าสนใจก็คือ โดยทั่วไปปัญหาคณิตศาสตร์ในโรงเรียนจะเน้นการพิจารณาคำตอบเพียงคำตอบเดียว รวมทั้งไม่ได้เน้นแง่มุมเชิงกระบวนการของปัญหา

2. ผลลัพธ์เปิด ปัญหาปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย ซึ่งทำให้วิธีการที่ได้คำตอบนั้นมามีความหลากหลายด้วย การพิจารณาทั้งข้อดีและข้อเสียของแต่ละคำตอบจะช่วยพัฒนาไปสู่แนวทางคำตอบที่เป็นกรณีทั่วไปจากแนวทางต่าง ๆ ที่นักเรียนนำเสนอ

3. แนวทางการพัฒนาปัญหาปลายเปิด หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาไปแล้ว นักเรียนสามารถพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิม ด้วยแนวทางนี้นักเรียนสามารถสนุกสนานกับการตั้งปัญหาด้วยตนเอง ยิ่งไปกว่านั้นจากการเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ นักเรียนสามารถอภิปรายถกเถียงกันเกี่ยวกับโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของปัญหาและความเป็นกรณีทั่วไปของแนวทางคำตอบที่นักเรียนคิดได้ด้วย

Becker & Shimada (1997) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่ให้หาความสัมพันธ์ (Finding relation) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์

2. ปัญหาที่ให้แยกประเภท (Classifying) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ให้ออกมาเป็นคุณลักษณะที่ต่าง ๆ กัน ซึ่งอาจจะนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

3. ปัญหาที่ให้ประเมินหรือประเมินปริมาณของสิ่งต่าง ๆ หรือสถานการณ์ (Measuring) ปัญหาในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใด ๆ ที่เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหาได้

กรมวิชาการ (2545) ได้แบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. ปัญหาที่มีคำตอบได้หลายคำตอบ

2. ปัญหาที่แสดงแนวคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลายอย่าง

จะเห็นได้ว่า นักการศึกษาส่วนใหญ่แบ่งประเภทของปัญหาปลายเปิดโดยยึดจุดประสงค์ของปัญหานั้นเป็นหลัก เพื่อให้นักเรียนหาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนมีแนวทางในการแก้ปัญหาของตนเองที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความสามารถ ความสนใจและประสบการณ์ของแต่ละคน ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยแบ่งปัญหาปลายเปิดออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาที่มีกระบวนการเปิดและปัญหาที่มีผลลัพธ์เปิด สำหรับประเภทของปัญหาปลายเปิดที่ใช้ในการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้ปัญหาปลายเปิดทั้ง 2 ประเภทคละกันไปโดยพิจารณาจากเนื้อหาที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้ว่าเหมาะสมกับการใช้ปัญหาปลายเปิดประเภทใด

จุดมุ่งหมายของการใช้ปัญหาปลายเปิด

จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อใช้ในการสนับสนุนกิจกรรมเชิงสร้างสรรค์และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในระหว่างการแก้ปัญหา นักเรียนต้องได้รับการพัฒนาอย่างเต็มที่ ดังนั้น การจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดนักเรียนแต่ละคนจะมีอิสระในการทำกิจกรรมและอิสระในการคิดเพื่อความก้าวหน้าในการแก้ปัญหาของตนเอง โดยการแก้ปัญหานั้นขึ้นอยู่กับความสามารถ ความสนใจ และอารมณ์ของนักเรียนแต่ละคน Nohda (2000 อ้างถึงใน สุลัดดา ลอยฟ้า และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2547)

สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดช่วยให้นักเรียนพัฒนาตนเองในด้านคุณลักษณะความเป็นมนุษย์และสติปัญญาทางคณิตศาสตร์ในระหว่างการทำกิจกรรมในชั้นเรียนที่มีแนวทางการคิดศาสตร์ที่หลากหลาย มีการตั้งสมมติฐานระหว่างการทำกิจกรรมเดียวกัน นักเรียนที่มีความสามารถสูงกว่าจะมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมได้มาก ส่วนนักเรียนที่มีความสามารถต่ำกว่าก็ยังคงสนุกกับกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามความสามารถ ความสนใจ และอารมณ์ของตนเอง นอกจากนี้ ยังเปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น ผลที่เกิดขึ้นก็คือ นักเรียนจะมีการพัฒนาแนวทางการคิดศาสตร์เพิ่มมากขึ้น ขณะเดียวกันยังสนับสนุนกิจกรรมเชิงสร้างสรรค์ของนักเรียนแต่ละคน ในการเรียนการสอนมีอีกประเด็นสำคัญที่ต้องทำความเข้าใจก็คือกิจกรรมปฏิสัมพันธ์ระหว่างแนวทางการคิดศาสตร์และพฤติกรรมของนักเรียนสำหรับการแก้ปัญหานั้น สามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้

1. เป็นกิจกรรมที่นักเรียนได้รับการพัฒนาด้วยแนวทางแบบเปิด
2. ปัญหาหนึ่ง ๆ ที่ถูกใช้ในแนวทางแบบเปิดมีความเกี่ยวข้องกับแนวทางการคิดศาสตร์
3. แนวทางแบบเปิดจะต้องผสมกลมกลืนกับปฏิสัมพันธ์ของกิจกรรมระหว่าง 1 กับ 2

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าจุดมุ่งหมายของการใช้ปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียนก็เพื่อสนับสนุนกิจกรรมเชิงสร้างสรรค์และการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาศักยภาพในการเรียนรู้และแก้ปัญหของนักเรียน เปิดโอกาสให้ขยายความคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มากยิ่งขึ้น

ขั้นตอนของการใช้ปัญหาปลายเปิดในชั้นเรียน

ในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิด ผู้สอนควรศึกษาขั้นตอนในการดำเนินกิจกรรม เพื่อให้สามารถจัดการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพ ดังที่นักการศึกษาได้กล่าวถึงขั้นตอนการดำเนินกิจกรรมโดยใช้ปัญหาปลายเปิดไว้ ดังนี้

Nohda (2000 อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2546) ได้เสนอขั้นตอนของการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในชั้นเรียนว่ามี 3 ขั้นตอน คือ

1. กำหนดปัญหา เป็นขั้นตอนที่ครูนำเสนอปัญหาให้นักเรียนได้เผชิญ โดยครูไม่ได้แนะวิธีการแก้ปัญหาให้กับนักเรียน ซึ่งลักษณะของปัญหาอยู่ในรูปของสถานการณ์ เช่น การเล่นเกมซึ่งไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที วิธีการแก้ปัญหาก็ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของครูว่า ตั้งใจกำหนดให้ปัญหานั้นไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที ปัญหาที่ครูต้องการให้นักเรียนได้แก้ไขในสถานการณ์ที่กำหนดเป็นปัญหาชนิดใด ชนิดของปัญหาปลายเปิดมี 3 ชนิด ได้แก่ กระบวนการเปิดคือ มีวิธีการแก้ปัญหามิใช่คำตอบเดียว ผลลัพธ์เปิดคือ มีคำตอบถูกหลายคำตอบ และแนวทางการพัฒนาเปิดคือ สามารถที่จะพัฒนาไปเป็นปัญหาใหม่ได้หลากหลายโดยการเปลี่ยนเงื่อนไขหรือองค์ประกอบของปัญหาเดิมหรือวิธีการที่ครูต้องการให้นักเรียนนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหามิใช่วิธีและปัญหาที่ครูต้องการให้นักเรียนสร้างขึ้นจากปัญหาเดิมเป็นปัญหาประเภทใด

2. แก้ปัญหา เป็นขั้นตอนการหาวิธีการที่หลากหลายเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา โดยนักเรียนแต่ละคนเสนอแนวทางในการแก้ปัญหของตนเองที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความสามารถและประสบการณ์ของแต่ละคน และครูทำหน้าที่กระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายถึงความเกี่ยวข้องกันของแต่ละวิธีและนำมาบูรณาการเข้าด้วยกัน

3. ขยายปัญหา เป็นขั้นตอนการขยายสู่ปัญหาใหม่โดยอาศัยฐานจากปัญหาเดิมและพิจารณาจากขั้นตอนการแก้ปัญหา

จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าขั้นตอนของการนำปัญหาปลายเปิดไปใช้ในชั้นเรียนเริ่มจากกำหนดปัญหาในรูปของสถานการณ์โดยครูจะไม่แนะวิธีการแก้ปัญหามาให้นักเรียน จากนั้นจะเป็นขั้นตอนของการหาวิธีการเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาซึ่งแต่ละวิธีการขึ้นอยู่กับความสามารถและประสบการณ์ของนักเรียนแต่ละคน โดยครูมีหน้าที่ในการกระตุ้นให้นักเรียนอภิปรายถึงวิธีการที่ตนเองเลือกใช้และขั้นตอนสุดท้ายคือการขยายปัญหาเดิมไปสู่ปัญหาใหม่

ประโยชน์ของปัญหาปลายเปิด

การนำปัญหาปลายเปิดไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนจะเปิดโอกาสให้นักเรียนที่มีความสามารถในระดับที่ต่างกันได้แสดงศักยภาพของตน โดยมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประโยชน์ของการนำปัญหาปลายเปิดไปใช้ในการจัดการเรียนการสอน ไว้ดังนี้

Nohda (2000 อ้างถึงใน ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, 2546) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของการนำปัญหาปลายเปิดมาใช้ในการเรียนการสอน ดังนี้

1. ตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน ทั้งด้านความสามารถ ความสนใจและการพัฒนาวิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนที่มีความสามารถมากจะมีส่วนร่วมใน

หลาย ๆ แบบ ในขณะที่นักเรียนที่มีความสามารถระดับต่ำยังคงมีความสุข สนุกสนานในกิจกรรมการแก้ปัญหาปลายเปิด

2. ช่วยในกระบวนการสืบค้นการกำหนดและแก้ปัญหาของนักเรียน

Sawada (1997 อ้างถึงใน Takahashi, 2000) ได้เสนอประโยชน์ของการแก้ปัญหาปลายเปิดสรุปได้ ดังนี้

1. นักเรียนมีโอกาสเข้าร่วมอย่างกระตือรือร้นในการเรียนและสามารถแสดงแทนแนวคิดของตนเองได้อย่างต่อเนื่อง การแก้ปัญหาปลายเปิดเป็นการจัดเตรียมสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นอิสระ สามารถตอบสนองและสนับสนุนความสามารถของนักเรียนแต่ละคนได้เป็นอย่างดี เพราะว่ามีวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน นักเรียนมีโอกาที่จะหาคำตอบของตนเองได้โดยไม่เหมือนใคร เกิดการแลกเปลี่ยนเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น ๆ และยังสามารถเปรียบเทียบและอภิปรายถกเถียงเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหของแต่ละคน ในกรณีที่นักเรียนที่มีความกระตือรือร้นก็จะทำให้มีบทสนทนาที่น่าสนใจเกิดขึ้นในชั้นเรียน

2. นักเรียนมีโอกาสมากขึ้นในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับการใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย นักเรียนสามารถเลือกวิธีการที่ชอบและทำให้ไปถึงคำตอบได้ รวมทั้งเป็นคำตอบเฉพาะของตนเองที่ไม่เหมือนใคร

3. นักเรียนทุกคนสามารถตอบสนองต่อปัญหาตามวิธีการของตนเอง เนื่องจากไม่ได้กำหนดแนวทางการแก้ปัญหาที่ชัดเจน จึงมีความสำคัญมากต่อการที่นักเรียนทุกคนจะเข้าไปเกี่ยวข้องกับกิจกรรมในชั้นเรียน และสามารถเข้าใจบทเรียนได้ ปัญหาปลายเปิดสนับสนุนนักเรียนทุกคนให้มีโอกาสที่จะค้นหาคำตอบของตนเอง

4. บทเรียนสามารถสนับสนุนให้นักเรียนเกิดประสบการณ์เกี่ยวกับการให้เหตุผล เนื่องจากการเปรียบเทียบและการอภิปรายในชั้นเรียน นักเรียนถูกกระตุ้นให้เป็นคนที่สามารถให้เหตุผลกับคำตอบของตนเองเพื่ออธิบายต่อคนอื่นอย่างเป็นธรรมชาติและเป็นปกติวิสัย ถือว่าเป็นโอกาสดีสำหรับนักเรียนในการเพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง

5. นักเรียนสามารถค้นพบและยอมรับการตรวจสอบจากเพื่อนหรือคนอื่น เนื่องจากนักเรียนทุกคนมีวิธีการแก้ปัญหของแต่ละคนซึ่งอาศัยการคิดที่แตกต่างกัน นักเรียนทุกคนควรให้ความสนใจกับวิธีการแก้ปัญหของเพื่อนนักเรียนด้วย

กรมวิชาการ (2545) ได้กล่าวถึง บรรยากาศที่ช่วยส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์จากการใช้ปัญหาปลายเปิด ได้แก่ การเปิดโอกาสให้นักเรียนคิดและนำเสนอแนวคิดของตนเองอย่างอิสระภายใต้การให้คำปรึกษาแนะนำของผู้สอน โดยเริ่มต้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้จากการนำเสนอปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะกับวัยของนักเรียนและเป็นปัญหาที่นักเรียนสามารถนำความรู้

พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาใช้แก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาควรจัดเป็นกิจกรรมในลักษณะร่วมกันแก้ปัญหาให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เสนอแนวคิดหลาย ๆ แนวคิด เป็นการช่วยเสริมทำให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหาที่สมบูรณ์และหลากหลาย ในขณะที่เจนสมุท แสงพันธ์ (2548) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของปัญหาปลายเปิดว่า ครูสามารถใช้ปัญหาปลายเปิดทั้งในกระบวนการเรียนการสอน แบบฝึกหัดในชั้นเรียน การบ้านและการทดสอบ โดยนำผลการประเมินการตอบปัญหามาวิเคราะห์ความผิดพลาดแล้วปรับปรุงการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลหรือหาว่าวิธีการที่นักเรียนแสดงออกมานั้นยังไม่เป็นที่เข้าใจของครู อาจเรียกนักเรียนมาสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเพื่อทำความเข้าใจในภายหลังได้ ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างครูกับนักเรียน

นอกจากนี้ ลัดดา ศิลา น้อย (2549: 24-34) ได้กล่าวว่าผลของการจัดกระบวนการเรียนรู้ด้วยวิธีปัญหาปลายเปิดนี้จะเกิดการบูรณาการในเรื่องอื่นๆตามมา โดยที่ครูไม่ได้กำหนดให้เกิดแต่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ เช่น ทักษะการคิดวิเคราะห์ ทักษะการทำงานกลุ่ม ทักษะการทำงานร่วมกัน ทักษะการอภิปรายและแสดงความคิดเห็น ทักษะดังกล่าวเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นร่วมกับกระบวนการเรียนรู้ที่จัดขึ้น เป็นการบูรณาการที่ได้ทั้งเนื้อหาความรู้ ทักษะ/กระบวนการ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ จะเห็นได้ว่าการใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนและประเมินผลคณิตศาสตร์จะช่วยส่งเสริมศักยภาพในการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ทั้งนี้จะสามารถดึงดูดความสนใจของนักเรียนและในขณะเดียวกันจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์จากการศึกษาได้ดีขึ้น จึงน่าจะทำให้นักเรียนได้เห็นมุมมองใหม่ ๆ ของการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น

จากที่กล่าวมาจะพบว่า การนำปัญหาปลายเปิดไปใช้ในการเรียนการสอนนั้นมีประโยชน์กับนักเรียน เนื่องจากสามารถตอบสนองความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียน เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมได้อย่างกระตือรือร้นและสามารถแสดงแทนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเอง ให้เหตุผลเพื่อสนับสนุนคำตอบของตนเองได้ ในขณะเดียวกันยังเกิดการเปรียบเทียบถึงวิธีการแก้ปัญหาของแต่ละคน ซึ่งเป็นการสร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นการพัฒนาทั้งทางด้านความรู้ ทักษะ/กระบวนการและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ อีกทั้งยังเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ตามศักยภาพของนักเรียนเองอีกด้วย

การพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด

การศึกษาชั้นเรียนเป็นแนวคิดในการพัฒนาวิชาชีพครูที่ครูผู้ป่วนทำกันมานานแล้ว แต่สำหรับประเทศไทย การศึกษาชั้นเรียนจัดเป็นนวัตกรรมในการพัฒนาวิชาชีพแนวใหม่ สำหรับเปลี่ยนแปลงวัฒนธรรมการคิดและวัฒนธรรมการทำงานของครูไทย จึงต้องอาศัยความเข้าใจ

พื้นฐานที่ชัดเจนเกี่ยวกับการพัฒนาวิชาชีพครูด้วยการศึกษาชั้นเรียน ขั้นตอนของระบบการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ด้วยการศึกษาชั้นเรียน รวมถึงการนำนวัตกรรมการเรียนการสอนด้วยวิธีการแบบเปิดมาใช้ควบคู่กันจึงต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับการพัฒนาวิชาชีพครูด้วยวิธีการแบบเปิด การนำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมาใช้ในประเทศไทยจึงจะช่วยในการนำนวัตกรรมดังกล่าวมาใช้ได้อย่างประสบความสำเร็จ

การพัฒนาวิชาชีพครูด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียน

สุลัดดา ลอยฟ้า และไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ (2547) กล่าวถึง การศึกษาชั้นเรียนในฐานะเป็นระบบการพัฒนาวิชาชีพครูแบบหนึ่งของครูญี่ปุ่นที่ใช้โรงเรียนเป็นฐานของการพัฒนา ซึ่งครูญี่ปุ่นจะต้องได้รับการพัฒนาตั้งแต่เริ่มต้นวิชาชีพครู ลักษณะที่สำคัญของระบบดังกล่าว คือ กลุ่มครูญี่ปุ่นจะพบกันเป็นระยะ ๆ เพื่อร่วมกันพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ สร้างสรรค์นวัตกรรมการสอน ทดลองใช้แผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวในห้องเรียนจริงและการปรับปรุงแผนร่วมกัน แนวคิดพื้นฐานของระบบดังกล่าวคือวิธีการที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการปรับปรุงและพัฒนาการสอนในห้องเรียน นั่นคือการพัฒนาและปรับปรุงบทเรียนในบริบทของห้องเรียนจริง สิ่งที่ทำมาสำหรับการพัฒนาวิชาชีพครูด้วยการศึกษาชั้นเรียนคือ การกำหนดการเปลี่ยนแปลงที่ต้องการให้เกิดขึ้นเพื่อการพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนในห้องเรียนและการแลกเปลี่ยนความรู้และปัญหาในห้องเรียน ร่วมกับครูคนอื่นและการให้กลุ่มครูรับรู้เป้าหมายของการสอนร่วมกัน

ขั้นตอนของระบบการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ด้วยการศึกษาชั้นเรียน

ในประเทศญี่ปุ่นการนำระบบการพัฒนาวิชาชีพครูแบบที่เรียกว่า การศึกษาชั้นเรียน ไปใช้มีความแตกต่างและหลากหลายขึ้นอยู่กับการนำไปใช้ของแต่ละ โรงเรียน แต่โดยทั่วไปมีขั้นตอนร่วมกันดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นกำหนดปัญหา (Defining the Problem) การศึกษาชั้นเรียนเป็นระบบที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา การกำหนดปัญหานั้นนำไปสู่การสนใจและการกำหนดกรอบการทำงานของกลุ่มครู ปัญหาอาจเริ่มด้วยปัญหาในลักษณะกว้างหรือทั่วไป เช่น จะทำให้นักเรียนสนใจคณิตศาสตร์ได้อย่างไร หรือเป็นประเด็นเฉพาะเจาะจง เช่น จะพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนในการบวกเศษส่วนไม่เท่ากันอย่างไร ปกติปัญหาที่กลุ่มครูเลือกมักจะเป็นปัญหาที่มาจากประสบการณ์การสอนในห้องเรียนที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน หรืออาจเป็นปัญหาเชิงนโยบายจากหน่วยงานระดับชาติ

ขั้นที่ 2 ขั้นการวางแผนบทเรียน (Planning the Lesson) เมื่อเป้าหมายการเรียนรู้ถูกกำหนดหรือเลือกโดยกลุ่มครู จะเริ่มประชุมปรึกษาหารือเพื่อวางแผนบทเรียน เป้าหมายของ

การวางแผนบทเรียนเพื่อให้ได้บทเรียนที่มีประสิทธิภาพและเพื่อพัฒนาความรู้ความเข้าใจระหว่างนักเรียน แผนในระยะแรกที่กลุ่มครูสร้างขึ้นจะถูกนำเสนอต่อที่ประชุมครูในระดับ โรงเรียนเพื่อรับการสะท้อนและได้ข้อมูลย้อนกลับที่กว้างขวางและหลากหลายเพื่อประโยชน์ในการพัฒนาต่อไป ระดับการวางแผนในระยะเริ่มต้นอาจใช้เวลาเป็นเดือนหรือหลายเดือนก่อนที่จะนำไปสู่การใช้จริงในห้องเรียนต่อไป

ขั้นที่ 3 ขั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้จริงในห้องเรียน (Teaching the Lesson) เป็นขั้นนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้วางแผนร่วมกันไปใช้สอนในห้องเรียนจริงซึ่งวัน เวลา และผู้สอนจะถูกกำหนดขึ้น โดยเฉพาะครูผู้ทำการสอนจะต้องเป็นผู้ที่มีส่วนร่วมในการวางแผนบทเรียนในทุกขั้นตอน ในขณะที่เริ่มสอนบทเรียน กลุ่มครูที่เหลือจะเป็นผู้สังเกตการณ์การสอนในห้องเรียน บันทึกข้อมูลและข้อสังเกตต่าง ๆ อย่างละเอียดเพื่อเป็นข้อมูลในการนำมาสะท้อนผลบทเรียนในขั้นต่อไป

ขั้นที่ 4 ขั้นประเมินผลบทเรียนและสะท้อนผลบทเรียน (Evaluating the Lesson and Reflecting on its Effect) หลังจากการสอนสิ้นสุดลงกลุ่มครูจะประเมินและสะท้อนผลบทเรียน โดยปกติครูที่ทำการสอนจะเป็นผู้แสดงความคิดเห็นหรือสะท้อนผลการสอนของตนเองเป็นคนแรก โดยเน้นที่การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนว่าประสบความสำเร็จมากน้อยเพียงใดและมีปัญหาหรืออุปสรรคอะไรบ้างที่ไม่สามารถบรรลุวัตถุประสงค์ตามแผนได้ จากนั้นจะเป็นการสะท้อนผลจากสมาชิกในกลุ่ม การสะท้อนผลจะมุ่งไปที่ตัวบทเรียนที่ได้วางแผนร่วมกันและไม่สะท้อนผลไปที่ครู ผู้นำแผนการจัดการเรียนรู้ไปสู่การปฏิบัติในห้องเรียน สมาชิกทุกคนในกลุ่มจะรับผิดชอบร่วมกันในผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นของแผนการจัดการเรียนรู้ กล่าวคือการวิพากษ์วิจารณ์ที่เกิดขึ้นเป็นการวิพากษ์วิจารณ์ผลงานของตนเองเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงให้ดีขึ้นหรือมีประสิทธิภาพมากขึ้นกว่าเดิม

ขั้นที่ 5 ขั้นปรับปรุงบทเรียน (Revising the Lesson) เป็นขั้นปรับปรุงบทเรียนของกลุ่มครู การปรับปรุงบทเรียนจะอยู่บนข้อมูลที่ได้จากการสะท้อนผลบทเรียน ซึ่งอาจเกี่ยวข้องกับการปรับสื่อการเรียนการสอน กิจกรรมการเรียนการสอน ปัญหาที่เสนอในบทเรียน คำถามที่ถามในแต่ละขั้นตอนหรืออื่น ๆ บ่อยครั้งที่การปรับปรุงบทเรียนเกิดจากความเข้าใจผิดของนักเรียนซึ่งได้หลักฐานในขณะที่ดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นที่ 6 ขั้นบทเรียนที่ได้รับการปรับปรุงแล้ว (Teaching the Revised Lesson) หลังจากปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้แล้ว แผนการจัดการเรียนรู้จะถูกนำไปสอนในห้องเรียนใหม่อีกครั้ง ซึ่งอาจจะให้ครูคนเดิมหรืออาจเปลี่ยนครูผู้สอนก็ได้ที่เป็นสมาชิกในกลุ่ม แต่การสอนในครั้งนี้ครูทั้งหมดในโรงเรียนจะถูกเชิญให้มาร่วมสังเกตการณ์การสอน

ขั้นที่ 7 ขั้นประเมินและสะท้อนผลรวม (Evaluating and Reflecting) การประเมินและการสะท้อนผลในครั้งนี้สมาชิกจะเป็นครูทั้งหมดในโรงเรียน และอาจมีผู้เชี่ยวชาญภายนอกมาร่วมสะท้อนผลด้วย เช่นเดียวกับครั้งแรกครูผู้สอนจะได้รับโอกาสในการสะท้อนผลการสอนเป็นคนแรก การสะท้อนผลบทเรียนจะเน้นผลที่ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และเข้าใจบทเรียน ขณะเดียวกันยังเปิดโอกาสให้มีการสะท้อนผลในประเด็นปัญหาทั่วไปอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับ การออกแบบบทเรียนทั้งในด้านทฤษฎี หลักการที่รองรับการออกแบบบทเรียนดังกล่าวรวมไปถึง การได้เรียนรู้อะไรในด้านการเรียนการสอน โดยทั่วไปจากการวางแผนบทเรียนและการนำบทเรียน ไปสู่การปฏิบัติจริงในห้องเรียน

ขั้นที่ 8 ขั้นแลกเปลี่ยนผลของการศึกษา (Sharing the Results) แม้การศึกษาจะเป็น การศึกษาเฉพาะกรณีเพียงบทเรียนเดียว แต่เนื่องจากหลักสูตรขั้นพื้นฐานของญี่ปุ่นจะมีลักษณะที่ คล้ายกันทั่วประเทศ ข้อค้นพบหรือผลการศึกษาจะเป็นประโยชน์สำหรับครูทั้งประเทศที่สอนใน รายวิชาและระดับเดียวกัน ดังนั้นจึงมีการสนับสนุนให้มีการเผยแพร่ผลการศึกษาทั้งด้านการเขียน เป็นเอกสารเผยแพร่หรือนำเสนอต่อที่ประชุมสัมมนาในระดับประเทศหรือระดับจังหวัดซึ่งจัดเป็น ประจำทุกปี

การนำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมาใช้ในประเทศไทย

ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์, เอื้อจิตร พัฒนจักร และประกายคำ เทธารินทร์ (2552) กล่าวถึง การเตรียมบริบทสำหรับการพัฒนาวิชาชีพครูแบบญี่ปุ่นที่เรียกว่า การศึกษาชั้นเรียน ในมุมมองเชิง ปฏิบัติมาใช้ในประเทศไทยโดยเฉพาะอย่างยิ่งการนำมาใช้ในระดับโรงเรียนให้ประสบผลสำเร็จนั้น ได้ให้ข้อสังเกตว่าเป็นเรื่องที่ยากและต้องใช้ระยะเวลารวมทั้งการหาทฤษฎีที่เหมาะสมจึง ได้มีการวางแผนการนำนวัตกรรมดังกล่าวมาใช้ในการพัฒนาระบบการศึกษาของไทยทั้งระบบ โดยเริ่มต้นที่การพัฒนาวิชาชีพครูในระยะยาว กล่าวคือแนวทางหลักในการนำนวัตกรรมการศึกษา ชั้นเรียนและการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดมาใช้ในการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ของไทย ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอนที่สำคัญ คือ

ขั้นที่ 1 การสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างผู้บริหาร กลุ่มครู ผู้ประสานงานโรงเรียน ศิษยานิเทศก์ โดยเริ่มต้นจากการกำหนดเป้าหมายของบทเรียน โครงสร้าง หน่วยการเรียนรู้ กิจกรรมปัญหาคณิตศาสตร์ที่ใช้สถานการณ์ปัญหาปลายเปิดจากนั้นดำเนินการ สร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้วัตกรรมการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิด

ขั้นที่ 2 การสังเกตการณ์การสอนร่วมกัน ในขั้นตอนนี้จะนำแผนการจัดการเรียนรู้ ไปใช้จริงในชั้นเรียนโดยครูผู้สอนที่ร่วมสร้างแผน ส่วนกลุ่มครูที่เหลือมีหน้าที่สังเกตการณ์

การสอนในชั้นเรียน เป้าหมายของการสังเกตคือกระบวนการคิดของนักเรียนไม่ใช่การพิจารณาความสามารถในการสอนของครู

ขั้นที่ 3 ขั้นการสะท้อนผลบทเรียนร่วมกันเกี่ยวกับผลที่ได้จากการสังเกตการณ์การสอนเพื่อนำไปสู่การปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ แล้วนำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้ในห้องเรียนใหม่อีกครั้ง

การนำนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิดมาใช้ในประเทศไทยโรงเรียนบ้านน้ำแพร่ จังหวัดเชียงใหม่

ในทางปฏิบัติของการพัฒนาวิชาชีพครูโดยใช้นวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดเพื่อนำไปสู่การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนของโรงเรียนบ้านน้ำแพร่ จังหวัดเชียงใหม่ ได้ดำเนินการดังนี้

1. ประชุมปรึกษาหารือและวางแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกันระหว่างผู้วิจัย คณะครูโรงเรียนบ้านน้ำแพร่ที่อยู่ภายใต้โครงการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด จำนวน 3 คน ประกอบด้วย ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาปีที่ 5 ทำหน้าที่เป็นประธานในการสร้างแผนและครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ 6 ศึกษาניתเทศก์และนักศึกษาฝึกประสบการณ์วิชาชีพครู จำนวน 2 คน เกี่ยวกับการดำเนินและการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวทางการศึกษาชั้นเรียนและการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดก่อนการดำเนินการในช่วงเปิดเทอม

2. การนำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดไปใช้ในชั้นเรียนและการเข้าร่วมสังเกตการณ์จัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียน

3. การประชุมสะท้อนผลและการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ร่วมกัน หลังจากทำการสอนเสร็จในแต่ละครั้งจะมีการพูดคุยสะท้อนผลการสอนรายคาบร่วมกับครูผู้สอนและผู้เข้าร่วมสังเกตการณ์การสอนเกี่ยวกับข้อดี ข้อเสีย และข้อควรปรับปรุงต่าง ๆ ครั้งละ 5 - 10 นาที และในทุกสัปดาห์จะมีการประชุมสะท้อนผลการสอนรายสัปดาห์ระหว่างผู้วิจัย คณะครูโรงเรียนบ้านน้ำแพร่ที่อยู่ภายใต้โครงการพัฒนาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และ 6 ศึกษาניתเทศก์ และนักศึกษาฝึกประสบการณ์วิชาชีพครูและหลังเสร็จสิ้นการประชุมสะท้อนผลจะเป็นการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

งานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้เข้าร่วมในวงจรของโครงการพัฒนาวิชาชีพครูด้วยนวัตกรรมการศึกษาชั้นเรียนและวิธีการแบบเปิด ตั้งแต่ประชุมปรึกษาหารือและวางแผนร่วมกัน

เพื่อสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ การนำแผนการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบเปิดไปใช้ในชั้นเรียน และการประชุมสะท้อนผลและการจัดทำแผนการเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งงานวิจัยนี้ได้สร้างแผนการจัดการเรียนรู้แบบเปิด เรื่อง ทศนิยม จำนวน 9 แผน รวมทั้งหมด 14 คาบ (คาบละ 60 นาที) ซึ่งแบ่งเป็น 3 หน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

หน่วยที่ 1 การเขียนทศนิยม	จำนวน 4 แผน	7 ชั่วโมง
หน่วยที่ 2 ระบบของทศนิยม	จำนวน 2 แผน	4 ชั่วโมง
หน่วยที่ 3 การบวกและลบทศนิยม	จำนวน 3 แผน	3 ชั่วโมง

ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย เป้าหมายของหน่วยการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ สารการเรียนรู้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ อุปกรณ์และสื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล แบบบันทึกการสังเกตชั้นเรียน เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างตามแนวคิดของ Nohda (2000) โดยสร้างปัญหาปลายเปิดคณิตศาสตร์ในรูปของคำถามประมาณ 3 – 4 คำถาม แต่ละคำถามมุ่งเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาด้วยตัวนักเรียนเองตามความสามารถและความสนใจ เป็นปัญหาที่กระตุ้นให้นักเรียนเกิดการแสดงแทนทศนิยมซึ่งไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการในการแก้ปัญหาไว้ ปัญหาปลายเปิดคณิตศาสตร์ได้พัฒนามาจากหนังสือเรียนญี่ปุ่นในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 (Study with Your Friends MATHEMATICS for Elementary School 5th grade) จัดบรรยาย การเรียนรู้โดยเน้นให้นักเรียนได้ปรึกษากันภายในกลุ่ม ให้เรียนรู้แนวคิดจาก การนำเสนอผลงานของเพื่อนร่วมชั้น ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1.1 กำหนดเป้าหมายของบทเรียนระดับหน่วยการเรียนรู้ โครงสร้างของหน่วยการเรียนรู้ จำนวนกิจกรรมและจำนวนชั่วโมงในแต่ละกิจกรรมการเรียนรู้ ดังตาราง

ตาราง 1 หน่วยการเรียนรู้ จำนวนแผนในแต่ละหน่วยการเรียนรู้ และจำนวนชั่วโมงในแต่ละกิจกรรมการเรียนรู้

ลำดับ	หน่วยการเรียนรู้	จำนวน (แผน)	กิจกรรมการเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
1	การเขียนทศนิยม	4	ทาสีดวงน้ำได้เท่าไร	2
			ดวงน้ำตามที่บอก	1
			กระโดดไกล	1
			ระยะทาง (บ้านครูนพ)	3

ตาราง 1 (ต่อ)

ลำดับ	หน่วยการเรียนรู้	จำนวน (แผน)	กิจกรรมการเรียนรู้	จำนวน (ชั่วโมง)
2	ระบบของทศนิยม	2	เกี่ยวกับอย่างไร ภาค 1	2
			เกี่ยวกับอย่างไร ภาค 2	2
3	การบวกและลบทศนิยม	3	เปรียบเทียบเท่าไร ภาค 1	1
			เปรียบเทียบเท่าไร ภาค 2	1
			เปรียบเทียบใครยาวกว่า	1

1.2 ร่วมเขียนแผนการจัดการเรียนรู้ตามลำดับขั้นตอนของการร่วมสร้างแผน โดยนำเป้าหมายของบทเรียนระดับหน่วยการเรียนรู้และเป้าหมายของบทเรียนในแต่ละคาบมาวิเคราะห์เพื่อสร้างปัญหาปลายเปิดคณิตศาสตร์และลำดับคำสั่งของแต่ละกิจกรรมโดยพิจารณาปัญหาที่จะสร้างเปรียบเทียบระหว่างหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของไทยกับหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ของญี่ปุ่นได้แผนการจัดการเรียนรู้ 3 หน่วย และมีกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 9 กิจกรรม (คู่มือวางแผนการจัดการเรียนรู้แบบเปิดและกิจกรรมเรื่อง ทศนิยม ในภาคผนวก ข หน้า 90)

1.3 ร่วมสร้างและออกแบบสื่อให้สัมพันธ์กับคำสั่งในปัญหาปลายเปิดคณิตศาสตร์ โดยมีสื่อหลักที่ใช้ในการสร้างปัญหาปลายเปิดคณิตศาสตร์และสื่อเสริมที่จะใช้ในขณะให้นักเรียนนำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียนหรือในขณะที่ครูสรุปบทเรียน โดยมีแนวทางในการจัดบรรยากาศให้นักเรียนได้เรียนรู้หลาย ๆ แนวคิดจากเพื่อนร่วมชั้น เริ่มจากครูผู้สอนนำเสนอปัญหาปลายเปิดคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาคำตอบโดยอาศัยแนวคิดของตนเองและสมาชิกในกลุ่ม จากนั้นจึงให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดและร่วมกันอภิปรายเพื่อสรุปแนวคิดที่ได้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ทำการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ โดยแบ่งได้เป็น 3 ส่วนคือ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ และปัญหาปลายเปิดคณิตศาสตร์ ดังนี้

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

จากที่ได้ศึกษางานวิจัยหลาย ๆ เรื่อง พบว่า มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำกรอบทฤษฎี APOS ไปใช้ ในการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้อธิบายความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาและนักศึกษาระดับมหาวิทยาลัย ดังนี้

Vidakovic (1993) ทำการศึกษานักเรียนที่ทำกิจกรรมกลุ่มร่วมกันจำนวน 5 กลุ่มและนักเรียนที่ทำกิจกรรมเป็นรายบุคคล จำนวน 5 คน โดยทำกิจกรรมเดียวกันทั้งหมด กิจกรรมที่นักเรียนทำเป็นเนื้อหาเกี่ยวกับฟังก์ชัน จุดประสงค์ของการศึกษาค้นคว้าเพื่อศึกษาการเรียนรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอดของฟังก์ชันและ โครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนแต่ละคน การวิจัยครั้งนี้ใช้กรอบทฤษฎี APOS ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีการสร้างและพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันโดยนักเรียนที่ทำงานเป็นกลุ่มจะมีความเข้าใจดีกว่านักเรียนที่ทำงานคนเดียว

Tastado (1995) ได้ทำการศึกษาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมและการหาอนุพันธ์ของกราฟ โดยทำการศึกษากับนักศึกษามหาวิทยาลัยที่เรียนในระดับที่ต่างกัน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือแบบทดสอบและแบบสัมภาษณ์ งานวิจัยนี้ใช้กรอบทฤษฎี APOS เพื่ออธิบายความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมและการหาอนุพันธ์ของกราฟ และใช้การวิเคราะห์แบบทดสอบของนักเรียน ผลการศึกษพบว่า นักศึกษาที่ได้เรียนวิชาแคลคูลัสมีความเข้าใจเพิ่มขึ้น แต่ก็จะมีสิ่งที่ยังเรียนมาอย่างรวดเร็ว แต่มักมีนักเรียนบางคนที่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น มากกว่าการเรียนรู้ในตอนแรก

Carlson (1998) ทำการศึกษาระบวนการคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันของนักเรียนระดับมหาวิทยาลัย ตัวอย่างการวัดความเข้าใจของนักเรียนจากความคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันที่ได้รับการพัฒนาโดยนักเรียนที่ได้เกรด A ในวิชาพีชคณิต และติดตามข้อมูลการสัมภาษณ์นักเรียน 5 คนจากแต่ละกลุ่ม การวิจัยครั้งนี้ใช้กรอบทฤษฎี APOS ในการวิเคราะห์ข้อมูลผลการวิจัยพบว่า ความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันของนักเรียนได้รับการพัฒนาจากผลของการดึงดูดความสนใจในการออกแบบกิจกรรมการสอน

สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจพบว่า งานวิจัยดังกล่าวให้ความสำคัญกับการสร้างความเข้าใจโดยใช้กรอบทฤษฎี APOS ในการอธิบายความเข้าใจของกลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการศึกษานั้น ซึ่งมีทั้งการศึกษาความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับเส้นสัมผัสวงกลมและการหาอนุพันธ์ของกราฟ เพื่ออธิบายความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างเส้นสัมผัสวงกลมและการหาอนุพันธ์ของกราฟ ศึกษากระบวนการคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันของนักเรียนระดับมหาวิทยาลัย เพื่อจัดลำดับมุมมองการคิดเกี่ยวกับฟังก์ชันของนักเรียน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์

Ballard (2000) ได้ศึกษาการใช้การแสดงแทนที่หลากหลายของนักเรียนในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่านักเรียนมีการเลือกใช้การแสดงแทนใดบ้างในการแก้ปัญหา ใช้การแสดงแทนเมื่อใดและประสบความสำเร็จในการใช้การแสดงแทนเพียงใด ผู้วิจัยค้นหารูปแบบพฤติกรรมของนักเรียนที่ประสบความสำเร็จและไม่ประสบความสำเร็จในการใช้การแสดงแทน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียน 21 คน ผลการศึกษาพบว่านักเรียนมีการเลือกใช้การแสดงแทนในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันอย่างเห็นได้ชัด โดยนักเรียนที่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาสามารถวิเคราะห์ปัญหา ค้นพบวิธีหาคำตอบและทราบว่าจะใช้แผนภาพเวนน์ (Venn – Euler Diagram) ใช้สัญลักษณ์เมื่อไรและอย่างไร ส่วนนักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการใช้การแสดงแทนจะไม่สามารถค้นหาวิธีการหาคำตอบได้ ตลอดจนไม่สามารถแปลความหมายและการใช้การแสดงแทนได้ชัดเจน ซึ่งให้เห็นว่านักเรียนที่ไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา ไม่ทราบว่าต้องแก้ปัญหายังไง ไม่เข้าใจว่าจะใช้การแสดงแทนอย่างไรที่จะช่วยให้แก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยผู้วิจัยเสนอแนะว่านักเรียนจำเป็นต้องฝึกการแปลความหมายของการแสดงแทนเพื่อให้เข้าใจลักษณะของการแสดงแทนที่หลากหลายและต้องฝึกการใช้การแสดงแทนในลักษณะที่แตกต่างกัน

Adu-Gyamfi (1993) ได้ทำการศึกษาเรื่องรูปแบบการแสดงแทนภายนอกที่หลากหลายในการสอนคณิตศาสตร์ วัตถุประสงค์ของงานวิจัยเพื่อศึกษารูปแบบการแสดงแทนภายนอกที่หลากหลายในการสอนคณิตศาสตร์และประเมินหลักฐานที่ได้จากการศึกษาว่าสนับสนุนหรือขัดแย้งกับรูปแบบการแสดงแทนภายนอกที่หลากหลายนั้น ซึ่งช่วยให้ให้นักเรียนเพิ่มความเข้าใจในความสัมพันธ์ของทฤษฎีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อีกทั้งยังช่วยให้ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาดังกล่าว ผลงานวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้รูปแบบการแสดงแทนที่หลากหลายแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจในความสัมพันธ์ของทฤษฎีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ อีกทั้งยังช่วยเพิ่มศักยภาพในการแก้ปัญหาเช่นกัน

Hail (2000) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลการใช้รูปแบบการแสดงแทนที่หลากหลายที่มีต่อระดับความรู้ของนักเรียนและทัศนคติที่มีต่อพื้นฐานพีชคณิต วัตถุประสงค์ของการศึกษาในครั้งนี้ คือ ต้องการบรรยายผลของการใช้รูปแบบการแสดงแทนที่หลากหลาย เช่น พื้นฐานการเขียน ภาษาที่ใช้พูด การจัดการ กราฟ ตาราง และการเขียนสัญลักษณ์ การใช้รูปแบบการแสดงแทนที่หลากหลายส่งผลต่อความเข้าใจของนักเรียนและทัศนคติที่มีต่อพื้นฐานพีชคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนใช้กราฟและการจัดการต่าง ๆ เพื่อให้เข้าใจสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และยังสามารถใช้การแสดงแทนเหล่านี้ อธิบายสัญลักษณ์และข้อผิดพลาดต่าง ๆ ได้ นอกจากนี้การจัดการต่าง ๆ ยังช่วยให้

นักเรียนทราบวิธีแก้สมการในรูปแบบที่หลากหลายได้ กราฟช่วยให้นักเรียนมองเห็นตัวแปรมากกว่าคำย่อต่าง ๆ และทำให้เห็นภาพรวมของตัวแปรต่าง ๆ สุดท้ายพบว่ากราฟและการจัดการต่าง ๆ ช่วยให้นักเรียนเห็นสัญลักษณ์ในสมการโดยการเปรียบเทียบความหมายของสัญลักษณ์แต่ละตัว

Cai & Lester (2005) ได้สำรวจความสัมพันธ์ระหว่างชนิดของการใช้การแสดงแทนในการหาคำตอบของเด็กชาวจีนและชาวสหรัฐอเมริกา และชนิดของการแสดงแทนในเชิงวิธีการสอนที่ครูชาวจีนและชาวสหรัฐอเมริกานำใช้ในระหว่างการสอน ผลของการศึกษาพบว่า การแสดงแทนที่ครูใช้มีอิทธิพลต่อการเลือกใช้การแสดงแทนของนักเรียนและมีผลกระทบต่อการแก้ปัญหาของนักเรียนด้วยคือ ถ้านักเรียนได้รับโอกาสในการสร้างการแสดงแทนเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ กฎและความสัมพันธ์ ซึ่งควรถูกกระตุ้นให้พัฒนาความสามารถของการใช้การแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์มากไปกว่านั้นต้องอาศัยสิ่งที่เป็นนามธรรมด้วย และพบว่าครูชาวจีนของการศึกษานี้ใช้การแสดงแทนด้วยสัญลักษณ์มากกว่ากันอย่างเห็นได้ชัดในงานสอนเกี่ยวกับการหาคำตอบ ในขณะที่ครูชาวสหรัฐอเมริกาใช้การแสดงแทนที่อาศัยการอธิบายด้วยวาจาและรูปภาพ ซึ่งชี้ให้เห็นแล้วว่าการปฏิบัติในเชิงวิธีการสอนนั้นถูกบังคับโดยปัจจัยทางสังคมและวัฒนธรรม

สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ พบว่า เป็นการศึกษาถึงการใช้การแสดงแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาของนักเรียน ว่านักเรียนใช้การแสดงแทนอะไรบ้างในการแก้ปัญหา ใช้การแสดงแทนเมื่อใดและใช้บ่อยแค่ไหน ความสำคัญในการใช้รูปแบบการแสดงแทนที่หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการศึกษาเกี่ยวกับผลการใช้รูปแบบการแสดงแทนที่หลากหลายต่อระดับความรู้ของนักเรียนและทัศนคติที่มีต่อพื้นฐานพีชคณิต นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่สำรวจถึงความสัมพันธ์ระหว่างชนิดของการใช้การแสดงแทนในการหาคำตอบของเด็กชาวจีนและชาวสหรัฐอเมริกา และชนิดของการแสดงแทนในเชิงวิธีการสอนที่ครูชาวจีนและชาวสหรัฐอเมริกาที่ใช้ในระหว่างการสอน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับปัญหาปลายเปิดคณิตศาสตร์

Pehkonen, Eekki & Vaulamo, Janna (1999 อ้างถึงใน เพ็ญณี แรอรท, วาริรัตน์ แก้วอุไร, ไมตรี อินทร์ประสิทธิ์ และกาญจนา เจริญ, 2547) ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น เน้นที่บทบาทของความคิดสร้างสรรค์ในการแก้ปัญหา ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่านักเรียนบางคนขาดศักยภาพในเรื่องของความคิดสร้างสรรค์และความสามารถในการคิดที่หลากหลาย นักเรียนจะพอใจกับการหาคำตอบที่ได้ในครั้งแรก ครูควรใช้ปัญหาแบบปลายเปิดในสถานการณ์ของห้องเรียนเพื่อส่งเสริมการคิดที่ยืดหยุ่นของนักเรียน

Becker & Shimada (1997 : 1) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่า การสอนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนมีศักยภาพในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างไปจากเดิม เป็นการหาคำตอบของปัญหาซึ่งต้องใช้ความรู้ ทักษะและวิธีการคิด บูรณาการเข้าด้วยกันและเชื่อว่าการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดจะช่วยส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์และทำให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยวิธีปฏิบัติซึ่งอาจจะช่วยลดช่องว่างระหว่างการสอนจริงกับมุมมองของหลักสูตร

Conway (1999: 510-514) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิด โดยทำให้แบ่งความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิดได้จากการวัดเป็นลักษณะการคิด 3 ลักษณะ ได้แก่ ความคิดคล่อง ความคิดยืดหยุ่น และความคิดริเริ่ม รวมทั้งพิจารณาจากการแสดงกลุ่มหรือหมวดหมู่ของคำตอบที่เป็นไปได้จากการแก้ปัญหาปลายเปิด สามารถวัดความสามารถในการแก้ปัญหาปลายเปิดได้จากกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียนจากการวิจัยพบว่าสามารถวัดทักษะในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้จากลักษณะการคิดทั้ง 3 ลักษณะ

Foong (2002) ได้ทำการศึกษาเรื่องการใช้คำถามปลายเปิดแบบสั้น ๆ ในการส่งเสริมการคิดและการเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ เป็นการศึกษาโดยการเก็บรวบรวมข้อมูลจากครูคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาของประเทศสิงคโปร์ที่มาร่วมแสดงความคิดเห็นและประสบการณ์ที่ใช้คำถามปลายเปิดในการเรียนการสอน ผลการวิจัยพบว่าการใช้คำถามปลายเปิดช่วยให้นักเรียนสามารถสาธิตหรือแสดงความคิดเห็นของเขาได้อย่างเต็มที่ทั้งยังเป็นการแสดงถึงความเข้าใจอย่างถ่องแท้ของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่ได้เรียนไปในหลายรูปแบบมากขึ้น

Jia & Xin (2004) ได้ทำการศึกษาผลของการใช้ปัญหาปลายเปิดในวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องเรขาคณิตในประเทศจีน โดยใช้ปัญหาปลายเปิดในการเรียนการสอนตามแนวการปฏิรูปการศึกษาของจีน ซึ่งใช้เวลาในการเก็บข้อมูลประมาณ 7 ปี และมีการเปรียบเทียบผลที่ได้ระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถสูง ปานกลาง และต่ำ พบว่าหลังจากนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดแล้ว นักเรียนที่มีความสามารถสูงจะสามารถทำคะแนนวิชาคณิตศาสตร์ได้เพิ่มขึ้น ในขณะที่นักเรียนอีกสองกลุ่มจะมีระดับคะแนนเพิ่มขึ้นเพียงเล็กน้อยในปีแรก แต่เมื่อนักเรียนได้เรียนโดยใช้ปัญหาปลายเปิดต่อไปอย่างต่อเนื่อง พบว่าระดับคะแนนและความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสองกลุ่มหลังเพิ่มขึ้นอย่างเป็นที่น่าพอใจ จากการสอบถามความพึงพอใจของนักเรียนจำนวน 194 คน พบว่ามีนักเรียน 85% มีความพอใจในการเรียนเรขาคณิตและพีชคณิตโดยใช้ปัญหาปลายเปิด

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2548) ได้ศึกษาการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ผลการวิจัย

พบว่าสามารถใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ใน 4 แนวทาง คือ ชื่นนำเข้าสู่บทเรียนสำหรับเนื้อหาใหม่ที่ต้องอาศัยพื้นฐานความรู้เดิม ชั้นสอนที่ต้องการเน้นย้ำและขยายความคิดรวบยอดจากการอภิปรายและการแลกเปลี่ยนความคิดในการแก้ปัญหาที่มีคำตอบและวิธีการที่หลากหลาย การทำแบบฝึกหัดที่เป็นการบ้านที่มีอัตราส่วนของจำนวนข้อการบ้านทั้งหมดในแต่ละครั้งกับข้อที่เป็นคำถามปลายเปิดประมาณ 5:1 และการใช้คำถามปลายเปิดประกอบในการประเมินผลการเรียนจากการทดสอบย่อยและการสอบประจำภาคเรียนเพื่อวินิจฉัยข้อบกพร่องและนำผลมาพัฒนานักเรียนอย่างต่อเนื่อง นอกจากนี้แล้วพบว่าการใช้คำถามปลายเปิดประเภทให้วิเคราะห์ เปรียบเทียบ แก้ปัญหา และประเมินค่าทำให้นักเรียนพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นอย่างเป็นลำดับ

รุจิอาภา รุจิยาปนนท์ (2550) ได้ศึกษากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดเพื่อศึกษาความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยผู้วิจัยให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มและกิจกรรมรายบุคคลแล้วบันทึกคะแนนในแบบสังเกตพฤติกรรมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อปฏิบัติกิจกรรมครบได้ทำการสอบวัดความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดมีความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ตั้งแต่ร้อยละ 60 ขึ้นไปของคะแนนเต็มเป็นจำนวนไม่มากกว่าร้อยละ 50 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .05

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้ปัญหาปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ พบว่าสามารถนำมาใช้กับสถานการณ์ที่เหมาะสมในการส่งเสริมให้นักเรียนเกิดกระบวนการแก้ปัญหาแบบมีความตระหนักในการคิด นอกจากนี้ การใช้ปัญหาปลายเปิดนั้นยังสามารถพัฒนาทักษะของนักเรียนได้ในหลายด้าน เช่น ทักษะการแก้ปัญหา ความสามารถในการเรียน ความคิดสร้างสรรค์ เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ รวมไปถึงทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์อีกด้วย