บทที่ 2

วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ได้รับการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณและการหารเบื้องต้น ผู้วิจัยได้กำหนดเรื่องที่จะศึกษาไว้ดังนี้

2.1 หลักสูตรคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.1.1 ลักษณะของคณิตศาสตร์

2.1.2 คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

2.1.3 ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.2 เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

2.2.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์

2.2.2 เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

2.2.3 ทฤษฎีในการสอนคณิตศาสตร์

2.2.4 ทฤษฎีการเรียนรู้

2.3 การสอนการคูณจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

2.3.1 ความหมายของการคูณ

2.3.2 การสอนความหมายของการคูณ

2.3.3 การคูณเบื้องต้น

2.3.4 คุณสมบัติของการคูณ

2.4 การสอนการหารจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

2.4.1 ความหมายของการหาร

2.4.2 การสอนความหมายของการหาร

2.4.3 การหารเบื้องต้น

2.4.4 คุณสมบัติของการหาร

2.5 การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

2.5.1 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

2.5.2 เทคนิคการคิดในกระบวนการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

2.5.3 การจัดกิจกรรมการสอนการคูณและการหารเบื้องต้น

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศและต่างประเทศ

2.7 รูปแบบการพัฒนาทักษะการคูณและการหารเบื้องต้น ด้วยเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์

2.1 คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.1.1 ลักษณะของคณิตศาสตร์

บุญชัน อยู่ชมบุญ (2529) กล่าวว่า ครูคณิตศาสตร์ควรจะมีความเข้าใจเกี่ยวกับลักษณะของคณิตศาสตร์พอสมควร เพื่อสามารถนำไปวิเคราะห์สภาพการณ์ที่เกี่ยวกับการเรียนรู้ สามารถเลือกและปรับปรุงกลวิธีในการสอน และวัสดุประกอบการสอนให้เหมาะสมกับสภาพของนักเรียน โดยสรุปลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิดเป็นเครื่องพิสูจน์ว่าสิ่งที่เขาคิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่อย่างมีเหตุผล ด้วยเหตุนี้เราจึงนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและอุตสาหกรรม และยังช่วยให้คนมีเหตุผลใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ ดังนั้น คณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานความเจริญในด้านต่าง ๆ

2) คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุม และสื่อความหมายได้ถูกต้อง ใช้ตัวอักษร ตัวเลขและสัญลักษณ์แทนความคิด ซึ่งสื่อความหมายให้เข้าใจได้ตรงกัน

3) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง คณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยเรื่องที่ง่าย ๆ ซึ่งเป็นพื้นฐานนำไปสู่เรื่องยิ่น ๆ มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง

4) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน การคิดในทางคณิตศาสตร์นั้นต้องคิดในแบบแผน มีแบบแผนมีรูปแบบไม่ว่าจะคิดเรื่องใดก็ตาม ทุกขั้นตอนจะตอบได้และจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

5) คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์คือความมีระเบียบและความกลมกลืน นักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดเห็นสร้างสรรค์ จินตนาการ ความคิดริเริ่มในการแสดงสิ่งใหม่ ๆ โครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมา

2.1.2 คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา

หลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ประกอบด้วยสาระสำคัญดังต่อไปนี้

1) จุดประสงค์ทั่วไป

จุดประสงค์ทั่วไปของหลักสูตรคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533) ต้องการให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถในการคิด การคำนวณ สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และในการดำรงชีวิตให้มีคุณภาพ จึงต้องปลูกฝังให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้

(1) มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐาน และมีทักษะในการคิดคำนวณ

(2) รู้จักคิดอย่างมีเหตุผล และแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจนและรัดกุม

(3) รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์

(4) สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ความคิดและทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน

2) โครงสร้างและเนื้อหา

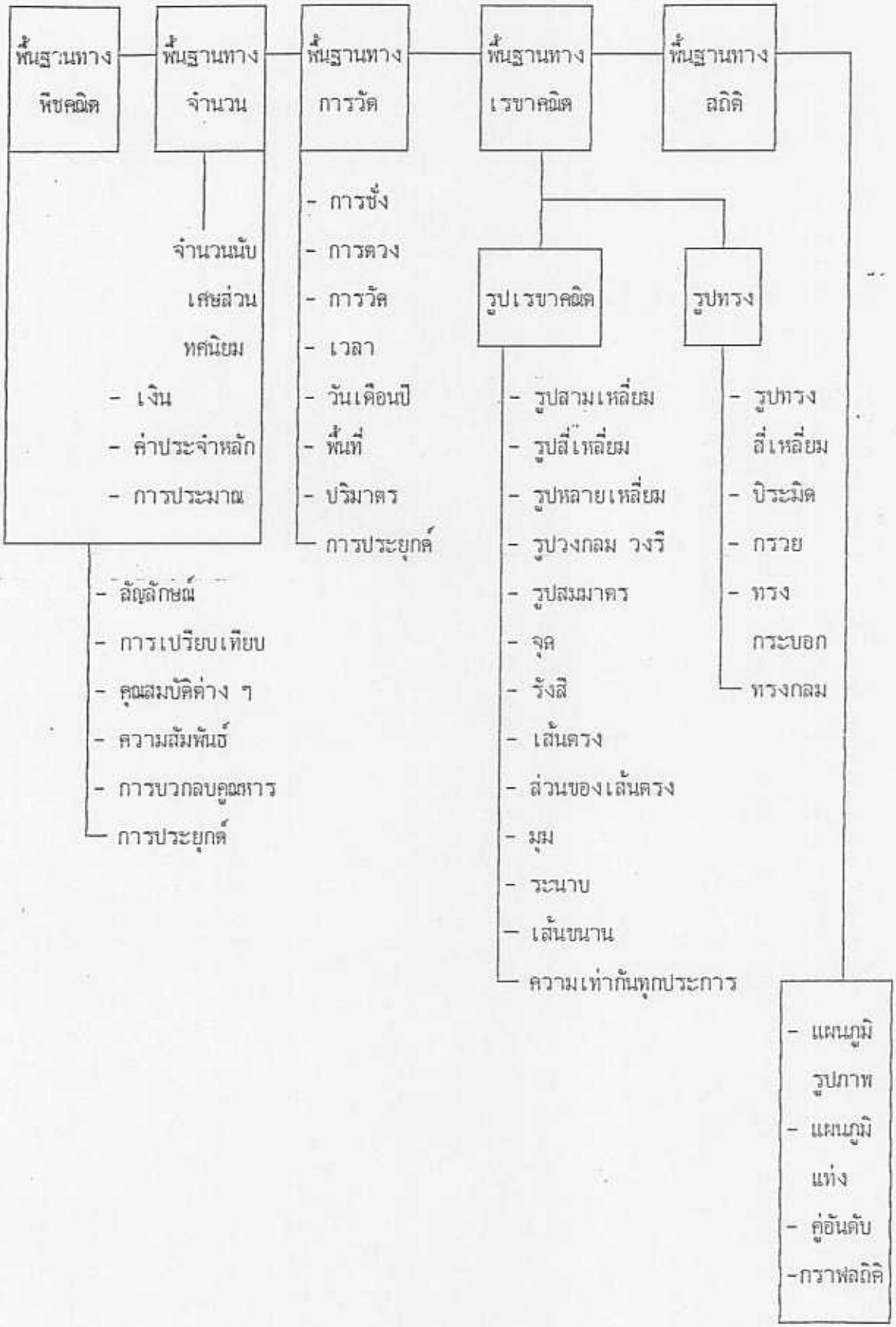
โครงสร้างของคณิตศาสตร์ประถมศึกษา ประกอบด้วยเนื้อหาด้านพื้นฐาน 4 สาขา คือ พื้นฐานทางจำนวนและพีชคณิต พื้นฐานทางการวัด พื้นฐานทางเรขาคณิต และพื้นฐานทางสถิติ โดยผสมกลมกลืนกันไปทุกพื้นฐาน เริ่มจากง่ายที่สุดแล้วค่อยยากขึ้นตามลำดับให้เหมาะสมกับวัยและสมรรถภาพของนักเรียน รวมทั้งความจำเป็นที่ต้องใช้ในชีวิตประจำวัน โดยแต่ละพื้นฐานมีรายละเอียดดังนี้

(1) พื้นฐานทางจำนวนและพีชคณิต ได้แก่ จำนวนและตัวเลข (ป.1-6) เศษส่วน (ป.2-6) ทศนิยม (ป.4-6) เงิน (ป.4) และการประยุกต์ (ป.4-6)

(2) พื้นฐานทางการวัด ได้แก่ การชั่ง การตวง การวัดความยาว ความสูง ระยะทาง (ป.4) เวลา วัน เดือน ปี (ป.1-4) การหาพื้นที่ (ป.4-6) ปริมาตรของรูปทรง (ป.5-6) ทิศและแผนผัง (ป.5-6)

(3) พื้นฐานทางเรขาคณิต ได้แก่ รูปเรขาคณิต (ป.2-6) และรูปทรง (ป.2-6)

(4) พื้นฐานทางคณิต ได้แก่ การอ่าน การเขียนแผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง (ป.3-6) การอ่านตารางเวลาและตารางอื่น ๆ (ป.3-4) การอ่านแผนภูมิกง หรือแผนภูมิรูปวงกลม การบอกตำแหน่ง การเขียนตำแหน่งของคู่ลำดับ การอ่านและเขียนกราฟของคู่ลำดับ (ป.6) ดังจะแสดงในแผนภูมิที่ 1 ดังนี้



ภาพที่ 1 แผนภูมิโครงสร้างเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ประถมศึกษา (บุญทัน อยู่ชมบุญ , 2529)

2.1.3 ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

สุลัดดา ลอยฟ้า (2539) กล่าวว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษามุ่งพัฒนาความรู้ความเข้าใจของนักเรียนใน 3 ด้าน ต่อไปนี้

1) ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติ (Conceptual Knowledge)

2) ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ (Procedural Knowledge)

3) ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ความเข้าใจในมโนมติทางคณิตศาสตร์กับวิธีการคิดคำนวณและการกำหนดสัญลักษณ์

การพัฒนาความเข้าใจทั้ง 3 ด้านดังกล่าว จะเน้นความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ (Relational Understanding) กล่าวคือ เป็นการพัฒนาความเข้าใจอย่างมีความหมาย โดยเน้นการอธิบายเหตุผลประกอบในแต่ละมโนมติและกรรมวิธีการคิดคำนวณ รวมทั้งสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างกรรมวิธีการคิดคำนวณและมโนมติทางคณิตศาสตร์ที่รองรับ

โดยสรุปความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ก็เป็นความเข้าใจที่เน้นใน 3 ประเด็น ต่อไปนี้

1) เน้นความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติทางคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ระหว่างมโนมติ

2) เน้นความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับการพัฒนากรรมวิธีการคิดคำนวณอย่างมีความหมาย

3) เน้นความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างมโนมติและกรรมวิธีการคิดคำนวณ

2.1.3.1 ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติทางคณิตศาสตร์

สุลัดดา ลอยฟ้า (2539) ได้กล่าวถึงความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

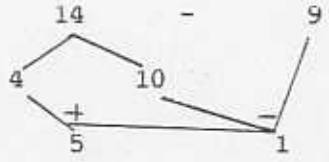
1) ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติ คือความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ซึ่งผนวกหรือเชื่อมโยงระหว่างมโนมติหรือแนวคิด กล่าวคือ มโนมติทางคณิตศาสตร์คือความสัมพันธ์

2) ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนมติเป็นความรู้ที่เชื่อมโยง เมื่อความสัมพันธ์กับมโนมติอื่น ๆ ในความคิดของเราเสมอ เด็กก่อนวัยเรียนก่อนจะเข้าใจมโนมติเกี่ยวกับจำนวนอื่น ๆ มโนมติเกี่ยวกับจำนวนอื่นจะถูกสร้างขึ้นบนพื้นฐานของ "หนึ่ง" "มากกว่า" และการนับ เช่น เมื่อนักเรียนสร้างมโนมติ "เจ็ด" ขึ้นมาเขาจะเชื่อมโยงเข้ากับมโนมติ "มากกว่า" ดังเช่น "เจ็ด

มากกว่าสาม" และสัมพันธ์กับมโนมติอื่นที่ได้เรียนรู้แล้ว เช่น "เจ็ดมากกว่าหกอยู่หนึ่ง" "เจ็ดน้อยกว่าแปดอยู่หนึ่ง" หลังจากนั้นความเข้าใจในมโนมติ "เจ็ด" ของนักเรียนจะสมบูรณ์

ตัวอย่างต่อไปนี้แสดงให้เห็นว่า มโนมติทางคณิตศาสตร์เป็นมโนมติที่เชื่อมโยงกัน

(1) การบวกและการลบเบื้องต้นจะสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน และสัมพันธ์กับมโนมติเกี่ยวกับจำนวน ความเข้าใจเกี่ยวกับ 5 + 9 = 14 จะเป็นประโยชน์ต่อความเข้าใจ 14 - 9 = 5 จะเป็นประโยชน์มากขึ้นถ้าเชื่อมโยงความเข้าใจนี้กับมโนมติที่ว่า "14 คือ 10 กับ 4" ดังเช่น



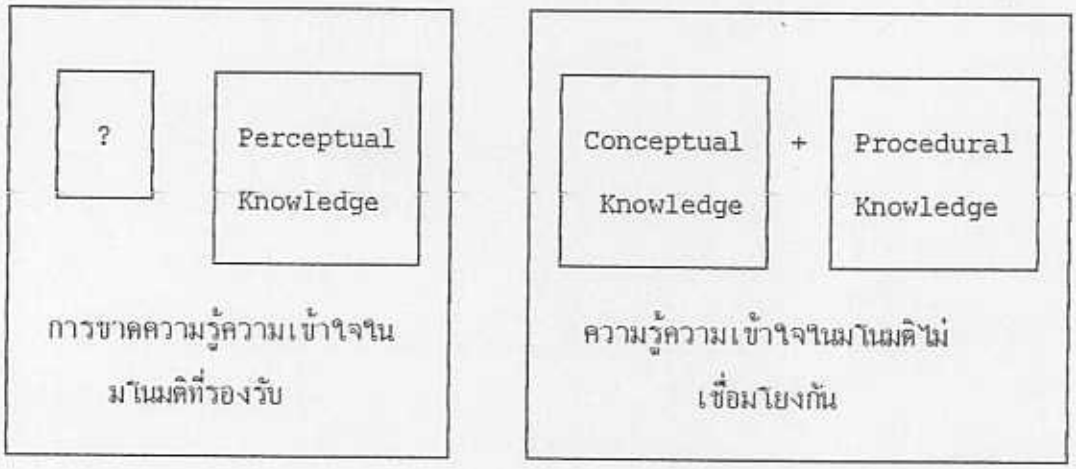
(2) ในเรขาคณิต สูตรเกี่ยวกับการหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า สี่เหลี่ยมด้านขนาน สี่เหลี่ยมคางหมูและสามเหลี่ยม จะสัมพันธ์เชื่อมโยงกันและอยู่บนพื้นฐานความคิดที่ว่า จะหาพื้นที่ได้โดยการหาผลคูณระหว่างความยาวกับความสูง และเชื่อมโยงกับความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ 1 ตารางหน่วยและมโนมติเกี่ยวกับการคูณ

2.1.3.2 ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ และกรรมวิธีหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับระบบสัญลักษณ์ที่ใช้แทนแนวความคิดหรือมโนมติทางคณิตศาสตร์รวมทั้งความรู้เกี่ยวกับกฎเกณฑ์และขั้นตอนหรือกรรมวิธีการคิดคำนวณหรือการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์

ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับนิพจน์ทางคณิตศาสตร์และสามารถอ่านได้ถูกต้อง เช่น (9 - 5) x 2 = 8 โดยเน้นความรู้ความเข้าใจในการกำหนดสัญลักษณ์แทนมโนมติ หรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ เป็นการกำหนดขั้นตอนการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวกเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากันโดยการบวกจำนวนที่เป็นเศษส่วนคงเดิม ถ้าเศษส่วนไม่เท่ากันจะหาผลบวกได้โดยหา ค.ร.น. ของจำนวนส่วน แล้วทำส่วนให้เท่ากับ ค.ร.น. จากนั้นเอาเศษส่วนบวกกันและส่วนคงเดิม เป็นต้น

2.1.3.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการเชื่อมโยงระหว่างมโนมติกับกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างมโนมติกับกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กฎหรือกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ที่อยู่บนพื้นฐานของความเข้าใจในมโนมติ และเหตุผลที่รองรับการกระทำในแต่ละขั้นตอนของกรรมวิธีการคิดคำนวณ ถ้าปราศจากความเข้าใจในมโนมติที่รองรับของการกระทำในแต่ละขั้นตอน ความเข้าใจเกี่ยวกับกรรมวิธีคิดคำนวณจะเป็นแบบนกแก้วนกขุนทอง (rote learning) ถ้ากฎหรือกรรมวิธีที่พัฒนาขึ้นอยู่บนพื้นฐานของความเข้าใจในมโนมติที่รองรับ เราสามารถอธิบายการกระทำในแต่ละขั้นว่าทำอย่างไรและทำไมจึงเป็นเช่นนั้น



ภาพที่ 2 แสดงการเกิด Instrumental Understanding

นักเรียนส่วนมากรู้จักกรรมวิธีในการหาผลหารระหว่างเศษส่วนสองจำนวน กล่าวคือ เขาสามารถหาผลหารได้โดยการกลับเศษเป็นส่วนของตัวหาร แล้วนำเศษคูณเศษและส่วนคูณส่วน แต่นักเรียนส่วนมากไม่สามารถอธิบายได้ว่า 3/4 ÷ 1/2 = □ หมายความว่าอย่างไร นักเรียนไม่สามารถสร้างสถานการณ์แก้ปัญหาแทนประโยคสัญลักษณ์ดังกล่าว นักเรียนมีความรู้ในกรรมวิธีคิดคำนวณ แต่ขาดซึ่งความเข้าใจในมโนมติที่รองรับ แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจในการหารเศษส่วนแบบ Instrumental Understanding

การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณในโรงเรียนทุกวันนี้ ส่วนมากจะพัฒนาความเข้าใจของนักเรียนเป็นประเภท Instrumental Understanding กล่าวคือ มักจะคิดคำนวณโดยปราศจากการเชื่อมโยงกับมโนมติที่รองรับ นักเรียนส่วนมากจะคิดคำนวณหาผลลัพธ์ตามความเคยชินโดยไม่คิด ซึ่งบางครั้งถูกต้องแต่บางครั้งก็ผิดพลาด

นอกจากนี้ สุลัดดา ลอยฟ้า (2539) ยังได้กล่าวถึง ข้อดีของความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการสอนที่เน้นการพัฒนาความรู้ความเข้าใจของนักเรียนประเภทความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ เป็นสิ่งที่คุ้มค่าในการพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา ดังนี้

1) ความเข้าใจเชิงสัมพันธ์เป็นการเสริมแรงภายใน โดยทั่วไปนักเรียนจะสนุกสนานกับการได้เรียนเพิ่มเติมหรือสัมพันธ์ ความรู้หรือแนวคิดใหม่กับความรู้ที่มีอยู่แล้ว สำหรับนักเรียนที่เรียนแบบท่องจำเพื่อการสอบหรือเพื่อให้พ่อแม่หรือครูพอใจมักจะพบว่า การเรียนไม่ใช่กิจกรรมที่สนุกหรือน่าสนใจ การเสริมแรงภายนอกหรือรางวัลจะมีประสิทธิภาพเฉพาะช่วงเวลาอันสั้นเท่านั้น แต่ไม่ได้ช่วยให้นักเรียนรักหรือชอบในวิชาที่เขาเรียน แต่ถ้านักเรียนเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายสัมพันธ์กับมโนมติที่เราเรียนรู้แล้วกับมโนมติที่เราต้องเรียนรู้ใหม่ มักจะทำให้เรารู้สึกมุมใจและทำให้สนุกกับบทเรียนไปในที่สุด

2) ทำให้จดจำเนื้อหาสาระได้ง่ายขึ้น เมื่อไรก็ตามที่เราเห็นการเชื่อมโยงหรือความระหว่างมโนมติใหม่กับความรู้ที่มีอยู่ได้มากกว่าจะทำให้เราระลึกหรือจดจำเนื้อหาหรือความรู้ที่กำลังเรียนได้มากกว่าความรู้ที่ไม่มีโครงสร้างหรือไม่มีระบบ

3) ง่ายแก่การเรียนหรือเข้าใจมโนมติใหม่ หรือกรรมวิธีทางคณิตศาสตร์ใหม่ ถ้านักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้แล้วชัดเจน จะทำให้นักเรียนเรียนรู้มโนมติใหม่ได้ง่ายขึ้น เข้าใจเนื้อหาใหม่หรือแนวคิดที่สัมพันธ์ได้ง่ายขึ้น ถ้าการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ปราศจากการเชื่อมโยงมโนมติและกรรมวิธีหรือสัญลักษณ์ที่แทนมโนมติดังกล่าว นักเรียนจะเรียนอย่างท่องจำและยากแก่การเข้าใจมโนมติหรือเนื้อหาใหม่

4) ส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา การแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ทั้งสองประเภท คือ มโนมติและกรรมวิธีการคิดคำนวณ ถ้าสอนนักเรียนโดยไม่ได้เน้นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ความเข้าใจทั้งสองประเภท จะทำให้นักเรียนไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาได้

5) นำไปสู่การเรียนรู้ด้วยตนเอง ถ้าความรู้ที่ได้รับหรือกำลังเรียนรู้ทำให้ผู้เรียนเกิดความสุขมีความสนุกในการเรียน จะทำให้ผู้เรียนอยากที่จะเรียนหรือค้นหาความรู้นั้นด้วยตนเอง

6) ช่วยป้องกันความวิตกกังวล หรือกลัวในวิชาคณิตศาสตร์ ความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมการแสดงออกถึงความกลัวหรือการหลีกเลี่ยงและนำไปสู่ความเชื่อที่ว่าตัวเองไม่สามารถเรียนคณิตศาสตร์ได้ แต่ถ้านักเรียนเรียนคณิตศาสตร์โดยเน้นความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ ผลก็คือ ความรู้ที่ได้รับจะไม่ใช่สิ่งแปลกใหม่หรือไม่คุ้นเคย ความเข้าใจเชิงสัมพันธ์

จะทำให้นักเรียนรู้สึกว่าคณิตศาสตร์ลึกลับน่ากลัว หรือมีเพียงคนเก่งเท่านั้นที่เรียนได้ ในทางตรงกันข้าม ความเข้าใจเชิงสัมพันธ์จะสร้างความมั่นใจให้เกิดขึ้นในตัวของนักเรียน

เนื้อหาคณิตศาสตร์ทุกเรื่องในระดับประถมศึกษา สามารถเรียนรู้ได้อย่างมีความหมายหรืออย่างเกี่ยวเนื่องสัมพันธ์กัน มีเหตุผลรองรับในการกระทำแต่ละขั้นตอน ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเรียนอย่างมีความหมาย และให้เขาตระหนักว่าเขาได้เรียนในสิ่งที่เป็นประโยชน์ต่อชีวิตประจำวันของเขา

2.2 หลักการสอนคณิตศาสตร์และเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

2.2.1 หลักการสอนคณิตศาสตร์

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529) ได้กล่าวถึงการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษาปีที่ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูไว้ดังนี้

1) สอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็กคือ พร้อมในด้านร่างกาย อารมณ์ สติปัญญา และพร้อมในแง่ความรู้ที่จะมาต่อเนื่องกับความรู้ใหม่ โดยครูต้องมีการทบทวนความรู้เดิมก่อน เพื่อให้ประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่ต่อเนื่องกัน จะช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ มองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนได้ดี

2) การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ต้องจัดให้เหมาะสมกับวัย ความต้องการ ความสนใจและความสามารถของเด็ก เพื่อมิให้เกิดปัญหาตามมาในภายหลัง

3) ควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยเฉพาะวิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่ครูจำเป็นต้องคำนึงถึงให้มากกว่าวิชาอื่น ๆ ในแง่ความสามารถทางสติปัญญา

4) การเตรียมความพร้อมทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มก่อน เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้จะช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมตามวัยและความสามารถของแต่ละคน

5) วิชาคณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่มีระบบที่จะต้องเรียนไปตามลำดับขั้นการสอน เพื่อสร้างความคิด ความเข้าใจในระยะเริ่มแรก จะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน สิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้เกิดความสับสนจะต้องไม่นำเข้ามาในกระบวนการเรียนการสอน การสอนจะเป็นไปตามขั้นตอนที่วางไว้

6) การสอนแต่ละครั้งจะต้องมีจุดประสงค์ที่แน่นอนว่าจัดกิจกรรม เพื่อสนองจุดประสงค์

7) เวลาที่ใช้ในการสอนควรจะใช้ระยะเวลาพอสมควรไม่นานจนเกินไป

8) ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีการยืดหยุ่น เพื่อให้เด็กมีโอกาสเลือกทำกิจกรรมได้ตามความพอใจ ตามความถนัดของตนเองและให้อิสระในการทำงานแก่เด็ก

9) การสอนที่ดี ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนมีการวางแผนร่วมกันกับครู เพราะจะช่วยให้ครูเกิดความมั่นใจในการสอน และเป็นไปตามความพอใจของเด็ก

10) การสอนคณิตศาสตร์จะดีถ้าเด็กมีการทำงานร่วมกัน หรือมีส่วนร่วมในการค้นคว้า

11) การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรสนุกสนานบันเทิงไปพร้อมกับการเรียนรู้ด้วย จึงสร้างบรรยากาศที่น่าติดตามไปแก่เด็ก

12) นักเรียนระดับประถมศึกษาอยู่ในระหว่างอายุ 8-12 ปี จะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนโดยครูใช้ของจริงหรืออุปกรณ์ซึ่งเป็นรูปธรรม นำไปสู่นามธรรมตามลำดับ จะช่วยให้นักเรียนเรียนรู้ด้วยด้วยความเข้าใจ มิใช่จำ ดังเช่น การสอนในอดีตที่ผ่านมาทำให้เห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ง่ายต่อการเรียนรู้

13) การประเมินผลการเรียนการสอนเป็นกระบวนการต่อเนื่อง และเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนการสอน ครูอาจใช้วิธีการสังเกต การตรวจแบบฝึกหัด การสอบถาม เป็นเครื่องมือในการวัดผล จะช่วยให้ครูทราบข้อบกพร่องของนักเรียนและการสอนของตน

14) ไม่ควรจำกัดวิธีคิดคำนวณหาคำตอบของเด็ก แต่ควรแนะนำวิธีคิดที่รวดเร็วและแม่นยำให้ภายหลัง

15) ฝึกให้เด็กรู้จักตรวจเช็คคำตอบด้วยตนเอง

เสาวณี บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) ในการเรียนเริ่มบทเรียนทางคณิตศาสตร์กับเด็กนั้น เด็กจะต้องได้เรียนตามกระบวนการที่สืบเนื่องกัน โรงเรียนประถมศึกษาจะต้องวางแผนในการที่จะสร้างจากความเข้าใจให้กับเด็กที่สามารถจะจับต้องได้ เด็กอาจศึกษาโดยการจับต้องอุปกรณ์ต่าง ๆ และใช้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์คิดคำนวณได้ทั้งในระดับประถมศึกษาและนำไปใช้ในระดับมัธยมศึกษาได้ด้วย

2) รายการสอนคณิตศาสตร์จะต้องให้ความคิดเบื้องต้นที่สำคัญ และพื้นฐานเหล่านั้นนำไปใช้ในการคิดคำนวณตลอดจนพัฒนาการทางด้านความคิดเป็นอย่างดี

3) ประสบการณ์ต่าง ๆ จะต้องเป็นไปตามลำดับ ดังนั้นความเข้าใจจึงต้องมาก่อนทักษะและหลักเกณฑ์

4) ต้องจัดให้เด็กมีโอกาสที่จะพัฒนาการด้านคณิตศาสตร์โดยอัตโนมัติ ซึ่งเป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ของเด็ก ทักษะต่าง ๆ จะมีความหมายมากขึ้น ถ้าหากเด็กได้เข้าใจเกี่ยวกับเรื่องความสัมพันธ์ต่าง ๆ

5) การจัดให้เด็กได้มีโอกาสที่จะนำความคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างกว้างขวาง ย่อมถือว่าเป็นสิ่งสำคัญที่เดียว

6) ขอบเขตของรายการที่จะสอนในระดับประถมศึกษาจะต้องพอเพียง และยืดหยุ่นได้ สามารถจะเปลี่ยนแปลงได้ และสามารถที่จะสอดคล้องได้ตามเนื้อเรื่องใหม่และวิธีสอนที่เปลี่ยนแปลง

7) ในการที่จะเสนอและเลือกเนื้อเรื่องที่จะสอน จะต้องพิจารณาให้สอดคล้องตามความแตกต่างของบุคคล

8) ประสบการณ์ต่าง ๆ ที่จะจัดให้กับเด็กจะต้องแน่ใจว่าเด็กจะได้รับความรู้เป็นอย่างดีแน่นแฟ้น ตลอดทั้งความคิดและการเล่นต่าง ๆ ทั้งทางตรงและทางปฏิบัติ

9) การให้ความคิดบางแง่ในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ จะต้องเป็นสิ่งที่ให้ประสบการณ์ที่ดีและตรงกับจุดประสงค์ ตลอดทั้งเป็นสิ่งที่ง่าย ๆ ด้วย

10) การให้การคิดในขั้นแรก จะต้องเป็นประสบการณ์ที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน ต้องขจัดสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องและทำให้สับสนออกไป พร้อมกันนี้ก็ต้องเพิ่มในด้านพัฒนาทางความคิดให้แก่เด็กโดยสมบูรณ์

11) เด็กจะต้องพร้อมในการที่จะรับประสบการณ์ใหม่มาเชื่อมโยงกับประสบการณ์เดิมของเด็กได้ และสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างประสบการณ์เดิมกับประสบการณ์ใหม่

12) การเรียนคณิตศาสตร์ของเด็กจะดีขึ้น ถ้าเด็กได้มีโอกาสร่วมงานกับคนอื่นหรือมีส่วนร่วมในการคิดกฎเกณฑ์ต่าง ๆ ตลอดทั้งให้ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของตนแก้ปัญหาต่าง ๆ เกี่ยวกับการคิดคำนวณอยู่เสมอ

13) กิจกรรมต่าง ๆ ที่จัดให้กับเด็ก เด็กจะต้องมีโอกาสได้ค้นคว้ากฎเกณฑ์ต่าง ๆ ด้วยตนเอง ดังนั้นกิจกรรมต่าง ๆ ที่ให้กับเด็กนั้นต้องประกันได้ว่าเป็นสิ่งถูกต้องและมีประสิทธิผลอย่างเพียงพอ

14) สิ่งสำคัญอีกประการหนึ่งคือ ต้องปลูกฝังเจตคติที่ดีแก่เด็ก สามารถที่จะทำให้เด็กเจริญก้าวหน้า มีความพอใจในวิชาคณิตศาสตร์

15) การเรียนและการติดต่อสื่อสารต่าง ๆ โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ ย่อมทำให้ความคิดสติปัญญาเพิ่มพูนขึ้น นอกจากนี้แล้วการใช้คณิตศาสตร์ย่อมจะช่วยให้การประสานงานสะดวกรวดเร็วยิ่งขึ้นอีกด้วย ดังนั้นครูจำเป็นจะต้องปูพื้นฐานทางการคิดคำนวณอย่างถูกต้องให้แก่เด็ก

16) การจัดการสอนต่าง ๆ จะต้องแสดงให้เด็กได้เห็นอย่างชัดเจน เพื่อที่เด็กจะได้พัฒนาด้านความคิดกว้างขวางออกไป

17) การทำให้เด็กเข้าใจและสนใจ ย่อมจะทำให้เด็กมีความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น แต่ทั้งนี้ครูจะต้องให้เห็นในด้านข้อเท็จจริงทางประวัติศาสตร์ หรือเกี่ยวกับความเป็นมาของวิชาคณิตศาสตร์ที่มนุษย์ได้คิดค้นมาตั้งแต่โบราณจนกระทั่งในปัจจุบัน

18) เด็กจะต้องพยายามประยุกต์ความคิดต่าง ๆ ในด้านคณิตศาสตร์ไปใช้กับวิชาอื่น ๆ ทุกสถานการณ์ โดยวิธีวิทยาศาสตร์

นอกจากนี้ วัลลภา อาวีวัตน์ (2532) ยังได้เสนอว่า หลักในการสอนคณิตศาสตร์นี้ควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

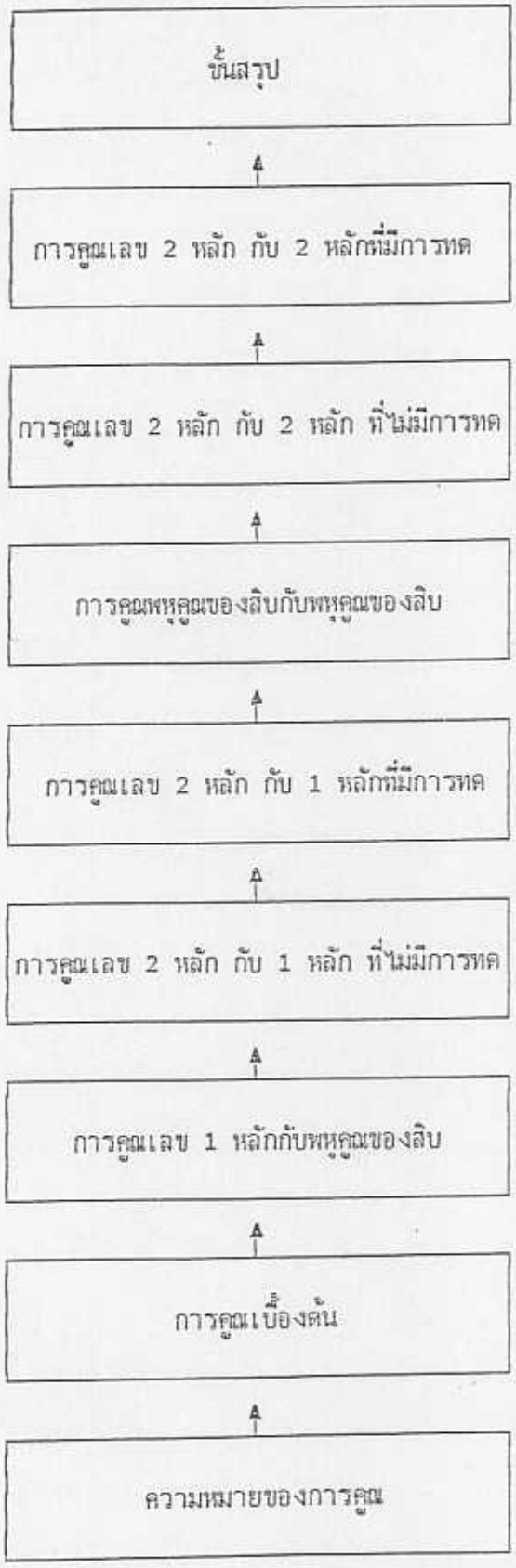
1) การสอนเนื้อหาใหม่แต่ละครั้ง ครูจะต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน ทั้งความพร้อมด้านวุฒิภาวะ และเนื้อหา

ความพร้อมด้านวุฒิภาวะ หมายถึง ความพร้อมของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ ผู้สอนจะต้องสำรวจความรู้เดิมของผู้เรียน ว่ามีเพียงพอที่จะเป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาใหม่หรือไม่ เช่น ในการสอนความหมายของการคูณนั้น ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการรวมกลุ่มสิ่งของ กลุ่มละเท่า ๆ กัน

ความพร้อมในด้านเนื้อหานั้น ผู้สอนจะต้องทราบขอบข่ายของเรื่องที่เรียนว่ามีเนื้อหาอะไรบ้างที่เกี่ยวข้อง ทั้งนี้ เพราะการจัดเนื้อหาคณิตศาสตร์แนวใหม่เน้นโครงสร้างของเนื้อหา ซึ่งโครงสร้างของเนื้อหาวิชามี 2 ลักษณะ คือ

ก. ลำดับเนื้อหาวิชาโดยส่วนรวม เช่น การเรียนคณิตศาสตร์ควรจะเริ่มความรู้ที่เกี่ยวกับการจำแนก การจัดลำดับ การนับตัวเลข ค่าประจำหลัก การบวก การลบ การคูณ และการหาร

ข. ลำดับเนื้อหาเฉพาะเรื่อง เช่น การสอนคูณ ควรมีลำดับขั้นดังนี้



ภาพที่ 3 ลำดับขั้นของการสอนคูณ (วัลลภา อารีรัตน์ , 2532)

ดังนั้น หน้าที่ของครูคณิตศาสตร์ก็คือ พิจารณาความสัมพันธ์ของโครงสร้างของเนื้อหาแต่ละเรื่อง ซึ่งจะเป็นประโยชน์อย่างยิ่งทั้งต่อผู้เรียนในการเตรียมความพร้อมที่จะเรียนเรื่องใหม่ และช่วยครูในการเตรียมวางแผนการสอนด้วย

2) การสอนคณิตศาสตร์เน้นเรื่องความเข้าใจมากกว่าความจำ การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่จึงเน้นการจัดประสบการณ์การเรียนที่มีความหมาย และใช้วิธีการสอนต่าง ๆ มากขึ้น นักเรียนจะต้องเข้าใจความคิดรวบยอดก่อนแล้วจึงฝึกทักษะหรือทำแบบฝึกหัดเพื่อเพิ่มพูนประสบการณ์อันจะนำไปสู่การนำไปใช้อย่างมีประสิทธิภาพ ดังนั้นการสอนคณิตศาสตร์จึงยึดหลักการดังนี้

(1) การสอนเพื่อให้เกิดการซึมซาบ หมายถึง ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น เป็นเรื่องของการจัดระบบที่ต้องเรียนตามลำดับขั้น เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจทีละน้อย ๆ และมีทักษะเบื้องต้นตามที่ต้องการ นอกจากนั้นแนวคิดใหม่จะต้องสัมพันธ์กับความคิดเดิมไม่ซับซ้อนสับสนเพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนด้วยตนเองตามลำพังได้ในที่สุด

(2) การสอนเพื่อให้เกิดความรู้ถาวร เมื่อผู้เรียนเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์แล้ว จึงให้ทำแบบฝึกหัด ฝึกให้คิดอย่างมีเหตุผลและถูกต้อง มีการจัดสภาพการเรียนการสอนที่คำนึงถึงความเจริญเติบโต และพัฒนาการของผู้เรียน ผู้สอนจะต้องทบทวนย้ำแนวคิดที่สำคัญ ๆ ด้วยการเตรียมกิจกรรมเสริมประสบการณ์เป็นครั้งคราว เช่น ให้ทำแบบฝึกหัดเสริมเพิ่มเติม เป็นต้น

(3) การสอนเพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์อื่น ๆ ได้ การจัดการเรียนการสอนในขั้นนี้จะต้องเน้นกิจกรรมที่ฝึกให้ผู้เรียนเรียนโดยยึดเหตุผล ที่มา ฝึกให้คิดตามขั้นตอนอย่างมีระบบมีระบบตลอดจนสามารถสรุปความคิดรวบยอดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ อันจะมีผลช่วยให้ผู้เรียนเกิดความมั่นใจในการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันได้

3) ใช้วิธีอุปมาน (Inductive) ในการสรุปหลักการทางคณิตศาสตร์ แล้วนำความรู้ไปใช้ด้วยวิธีอนุมาน (Deductive)

4) ควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่นักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายและหลักการทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ควรจัดมี 3 ประเภท ได้แก่

(1) ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม

(2) ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม

(3) ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม

วพ
QA
5341
หอสมุดกลาง
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

5) สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน การที่เด็กจะมีความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ครูควรส่งเสริมให้เด็กได้อภิปรายและแสดงความคิดเห็นในโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ แล้วแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคคณิตศาสตร์ เมื่อได้ผลลัพธ์แล้วจะต้องฝึกให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบด้วย ดังนั้น ในการสอนโจทย์ปัญหานั้น ผู้สอนจะต้องเตรียมการสอนล่วงหน้าเพื่อให้ได้สัดส่วนกันอย่างแท้จริงทั้งในด้านส่งเสริมการคิด และนำเอาไปใช้ในสถานการณ์ภาคปฏิบัติ

6) ส่งเสริมการสอนโดยใช้กิจกรรมและสื่อการสอน การสอนเรื่องใหม่แต่ละครั้งควรใช้สื่อรูปธรรม อธิบายและคิดนามธรรมทางคณิตศาสตร์ ในการจัดกิจกรรมควรจัดให้นักเรียนได้ทดลองค้นหาคำตอบด้วยตนเอง นักเรียนสามารถเห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมกับนามธรรม การแสดงตัวอย่างควรให้มีความหมายแก่นักเรียนและเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ในชีวิตประจำวันของผู้เรียนด้วย

7) จัดบทเรียนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล นักเรียนแต่ละคนมีความแตกต่างกันตั้งแต่เริ่มเข้าเรียน ทั้งในด้านความสนใจ ระดับสติปัญญาและจะยิ่งแตกต่างกันมากยิ่งขึ้นในระดับสูง ๆ ขึ้นไป ดังนั้น ถ้าครูสามารถจัดบทเรียนและกิจกรรมการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงเด็กเก่งและเด็กเรียนช้าแล้ว จะช่วยพัฒนาศักยภาพของผู้เรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี

8) ครูควรใช้เทคนิคต่าง ๆ สร้างบรรยากาศที่ดีในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยธรรมชาติวิชาคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่เกี่ยวกับนามธรรม เข้าใจยาก ดังนั้น ในการจัดกิจกรรมครูจะต้องมีเทคนิคในการเสริมสร้างบทเรียนให้มีชีวิตชีวา นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน มีความกระตือรือร้น ไม่เบื่อหน่าย ซึ่งนอกจากจะช่วยเสริมสร้างเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์แล้ว ยังเป็นส่วนสำคัญที่จะทำให้นักเรียนนำทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นครูจะต้องสอนโดยคำนึงถึงความพร้อมของเด็ก ควรจัดกิจกรรมให้เด็กเกิดความสนุกสนานในขณะที่เรียน กิจกรรมที่จัดต้องเหมาะสมกับเด็กในแต่ละวัยและสอนจากสิ่งที่ง่ายไปหาสิ่งที่ยากขึ้น สอนจากสิ่งที่เป็นรูปธรรมไปสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม โดยอาศัยอุปกรณ์หรือประสบการณ์จริงของผู้เรียน เพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ และเกิดความเชื่อมั่นในตนเองในการที่จะนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.2.2 เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์

วัลลภา อารีรัตน์ (2532) ได้กล่าวถึงเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1) เทคนิคการยกตัวอย่าง การยกตัวอย่างและการให้โจทย์ปัญหานั้นไม่จำเป็นที่จะต้องใช้ตัวอย่างหรือโจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเสมอไป การที่ผู้สอนสามารถยกตัวอย่างได้อย่างลงเหตุสมผลทันทีทันใด ตัวอย่างนั้นน่าสนใจ ท้าทายความคิด จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดแรงจูงใจอยากที่จะเรียนและศรัทธาในตัวผู้สอน

การยกตัวอย่างประกอบการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูโดยทั่วไปมักจะยกตัวอย่างตามหนังสือเรียน ซึ่งถ้าครูทำเช่นนั้นตลอดเวลา ผู้เรียนจะเกิดการเบื่อหน่ายได้ ฉะนั้นเทคนิคที่สำคัญในการยกตัวอย่างนี้คือ

(1) ควรยกตัวอย่างที่แตกต่างจากหนังสือเรียน การสร้างตัวอย่างให้แตกต่างจากแบบเรียนจะมีส่วนช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจบทเรียนยิ่งขึ้น แต่ผู้สอนจะต้องวิเคราะห์จุดประสงค์ของตัวอย่างในหนังสือเรียนเสียก่อน เพื่อจะได้ดำเนินการให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ของบทเรียน

(2) ยกตัวอย่างจากสิ่งแวดล้อมในชีวิตประจำวัน โดยพยายามเริ่มจากตัวอย่างที่ใกล้ตัวนักเรียน เพื่อที่จะได้เข้าใจหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเบื้องต้นก่อน จากนั้นจึงให้ตัวอย่างที่ไกลตัวนักเรียนมากขึ้น หรือยกตัวอย่างให้ซับซ้อนยิ่งขึ้น

(3) การยกตัวอย่างในวิชาคณิตศาสตร์ คือการเสนอโจทย์ปัญหานั่นเอง การให้โจทย์นักเรียน ครูจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องในเนื้อหาที่จะสอนด้วย ถ้าเป็นโจทย์ที่ยุ่งยากซับซ้อนควรเตรียมสื่อการสอนประกอบการอธิบาย เพื่อช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจและค้นพบวิธีการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและมั่นใจ

การยกตัวอย่างเป็นเทคนิคที่ต้องอาศัยการฝึกฝน การเตรียมการล่วงหน้าและประสบการณ์เดิม เพราะการยกตัวอย่างนั้นมักจะเกิดขึ้นขณะกำลังดำเนินการสอนอยู่อย่างต่อเนื่อง ผู้สอนจึงจำเป็นต้องศึกษาหาวิธีการยกตัวอย่างที่เหมาะสมอันจะเป็นการช่วยสร้างความเข้าใจและเชื่อมโยงความคิดคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในแง่ของการนำไปใช้ได้มากขึ้น

2) เทคนิคการใช้คำถาม การตั้งคำถาม เป็นเรื่องที่จำเป็นในการสอน การถามแทรกอยู่กับการสอนทุกวิธี ยิ่งการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ เน้นการสอนแบบค้นพบด้วย

ตนเอง ยิ่งทำให้บทบาทของการใช้คำถามเด่นชัดขึ้น คำถามที่ดีจะเป็นประโยชน์ในการกระตุ้นให้ผู้เรียนรู้จักคิด สังเกต นำไปสู่แนวทางการสรุปมโนมติหลักคณิตศาสตร์

คำถามที่ดี ควรมีลักษณะดังนี้

(1) เป็นคำถามที่ชัดเจน มีความหมายที่แน่นอน

(2) คำถามนั้นไม่ง่ายและไม่ยากจนเกินไป เหมาะสมกับเนื้อหานั้น ๆ และเหมาะสมกับวัยและระดับของผู้เรียน

(3) ไม่เป็นคำถามซ้อนคำถาม ควรถามทีละประโยค เช่น รูปนี้เป็นสามเหลี่ยมชนิดใด รูปนี้มีพื้นที่เท่าไร เป็นต้น

(4) ไม่ควรเป็นคำถามเชิงปฏิเสธ เช่น 5% ไม่ใช่ ไม่หรือไม่ใช่

(5) ไม่ควรเป็นคำถามนำ เช่น $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ ใช่หรือไม่

(6) คำถามที่ดีควรเป็นคำถามที่พัฒนาความคิดช่วยให้ผู้เรียนได้เห็นการวิเคราะห์ปัญหา การใช้คำถามเพื่อชักนำให้นักเรียนคิดนั้น จะเกิดขึ้นได้จากการจัดกิจกรรมที่เน้นกิจกรรมระหว่างครูกับนักเรียน

การใช้คำถามประกอบการสอนนั้น ผู้สอนจะต้องให้ความสนใจศึกษาหาวิธีการถาม เคยใช้คำถามที่ชัดเจนเพื่อชักนำให้นักเรียนคิด สำหรับเนื้อหาที่ยากต้องใช้กระบวนการคิดที่ซับซ้อน ควรควรใช้เทคนิคการใช้คำถามควบคู่กับการเล่าเรื่อง โดยอาจใช้ภาพ เกมหรือการเล่านิทานประกอบการตอบคำถามไปด้วย ซึ่งนอกจากจะให้บทเรียนนั้นสนุกสนานน่าสนใจ ยังเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ร่วมแสดงความคิดเห็น ทำให้ครูทราบแนวคิดของนักเรียนในเรื่องว่ามีความเข้าใจเพียงไร การตั้งคำถามที่ดีจะเป็นสื่อช่วยให้ผู้ตอบพัฒนาความคิดจนสามารถหาคำตอบและสรุปได้

3) เทคนิคการนำเข้าสู่บทเรียน การนำเข้าสู่บทเรียนเป็นกิจกรรมที่ครูจัดขึ้นก่อนการสอนเนื้อหา เพื่อเป็นการเตรียมผู้เรียนให้มีความคิดอยู่ในใจว่ากำลังจะเรียนร่วมกิจกรรมในบทเรียนมากขึ้น

เทคนิคการนำเข้าสู่บทเรียนมีหลายวิธีดังนี้

(1) วิธีสนทนาซักถาม ซึ่งอาจเป็นการซักถาม เพื่อทบทวนความรู้เดิม และตรวจสอบว่าผู้เรียนมีพื้นฐานความรู้อยู่ในระดับใด เช่น จะสอนการคูณเศษส่วนด้วยจำนวนเต็มโดยใช้นิยามของการคูณ ครูจะทบทวนโดยการถามถึงการหาผลบวกของเศษส่วน

(2) การร้องเพลงการใช้เพลงนั้นสามารถนำเข้าสู่บทเรียนหรือสรุปบทเรียนได้ ซึ่งก่อนที่นักเรียนจะร้องเพลง ครูจะต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาเสียก่อน เพลงนั้นควรเลือกให้เหมาะสมกับเนื้อหาระดับชั้น และวัยของผู้เรียน

(3) การทายปัญหา เช่น ฉันเป็นเลขจำนวน 3 หลัก หลักร้อยเป็นเลขคี่อยู่ระหว่าง 8 กับ 10 หลักสิบมีค่าเป็นศูนย์ หลักหน่วยเป็นเลขคู่อยู่ระหว่าง 3 กับ 5 จงหาว่าฉันคือจำนวนอะไร เป็นต้น การทายปัญหาครูจะต้องคำนึงถึงเนื้อหา การใช้ภาษาที่สั้นกระทัดรัดชัดเจนและศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องด้วย

นอกจากนี้ เกื้อจิตต์ ฉิมพิม (2532) ยังได้เสนอเทคนิคการสอนที่สำคัญต่อการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์มีดังต่อไปนี้

1) การใช้สื่อการสอน สื่อการสอนเป็นปัจจัยที่มีความสำคัญมากต่อการสอน ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอดที่เป็นนามธรรม สื่อการสอนยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจ จำได้นาน ทุ่นเวลาในการสอนและสิ่งสำคัญที่สุด คือ การใช้สื่อการสอนจะช่วยให้นักเรียนเกิดความอยากเรียนรู้ ทำให้เกิดความพร้อมในการเรียน

2) การทำแบบฝึกหัด ครูควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

(1) ควรหาโจทย์ปัญหาแปลก ๆ ที่ท้าทายและเหมาะสมกับวัยและระดับชั้นเรียนของนักเรียน

(2) ควรหาวิธีการนำเสนอโจทย์ปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ใช้คำสั่งเป็นบทร้อยกรอง หรือการแสดงวิธีทำหลาย ๆ รูปแบบ

(3) ในแต่ละแบบฝึก ควรมีรายละเอียดเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์และจุดประสงค์ของแบบฝึกแต่ละชุด และเว้นที่ไว้สำหรับให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ และวันที่

(4) เขียนคำสั่งในแต่ละแบบฝึกให้ชัดเจน

(5) ควรเสริมสร้างให้นักเรียนทำงานด้วยความเพลิดเพลิน เช่น การระบายสี

(6) การทำแบบฝึกหัด ควรมีการเตรียมงานอย่างมีระบบ คือ

- เลือกเนื้อหาที่ต้องการฝึกทักษะ
- ตั้งจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมของเนื้อหาที่ต้องการฝึกนั้น
- เตรียมคำถามหรือโจทย์ปัญหา
- ร่างรูปแบบของแบบฝึกแล้วตรวจสอบความถูกต้อง
- จัดทำแบบฝึกตามฉบับร่าง

(7) เสริมสร้างให้นักเรียนเกิดความคิดสร้างสรรค์

3) การใช้บัตรงาน ควรพิจารณาการใช้บัตรงาน ดังนี้

(1) เรียงลำดับบัตรงานจากง่ายไปหายาก เลือกให้เหมาะสมกับนักเรียนแต่ละกลุ่ม เช่น กลุ่มเก่งอาจจะไม่ชอบงานง่ายก็ควรเลือกงานยากให้ เพื่อเป็นการท้าทายความคิด

(2) เลือกใช้บัตรงานให้ตรงตามจุดประสงค์ที่ต้องการจะฝึก

(3) ให้นักเรียนเลือกบัตรงานในแต่ละเรื่องด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนได้เรียนตามความเหมาะสม

(4) ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมจากในหนังสือ

(5) ให้นักเรียนได้ทราบความก้าวหน้าของตนเอง สามารถตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง ทำให้เกิดความมั่นใจและเพลิดเพลินในการทำงาน

(6) บัตรงานแต่ละบัตรควรมีแนวคิดหรือตัวอย่างให้นักเรียนดูก่อน

(7) ครูควรให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มจะเป็นการช่วยเหลือนักเรียนอ่อน และส่งเสริมนักเรียนที่เก่ง

(8) ใช้บัตรงานกับนักเรียนที่มีพื้นฐานที่ไม่ดีพอ เพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาเดิม

4) การสรุปบทเรียน การสรุปบทเรียนเป็นหัวใจของการจัดการเรียนการสอนในแต่ละชั่วโมง เพราะเป็นการสรุปความคิดรวบยอดของเนื้อหานั้น ๆ ดังนั้น ในการสรุปเนื้อหาทุกครั้งควรมีเทคนิคหลายรูปแบบที่แตกต่างกัน เพื่อไม่ให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย เทคนิคต่าง ๆ ที่จะนำมาใช้ในการสรุปบทเรียน มีดังนี้

(1) สรุปด้วยการใช้เพลงหรือกลอน

(2) สรุปด้วยการตั้งคำถาม

(3) สรุปด้วยการยกตัวอย่างให้นักเรียนดู

(4) สรุปจากการสังเกตและทดลอง

(5) สรุปจากกิจกรรมที่จัดขึ้น

ทั้งนี้ควรใช้เทคนิคต่าง ๆ หมุนเวียนกันไปไม่ควรใช้ซ้ำ ๆ กัน นอกจากจะทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายแล้ว ยังมีผลต่อทัศนคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

จากเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา พอสรุปได้ว่าในการสอนคณิตศาสตร์ที่จะให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดีขึ้น ผู้สอนจำเป็นต้องนำเทคนิคในการสอนมาใช้อย่างหลากหลาย เพื่อ

เป็นแรงจูงใจและกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียนรู้ โดยผู้สอนต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับความสนใจและความสามารถของเด็กในแต่ละวัย

2.2.3 ทฤษฎีในการสอนคณิตศาสตร์

เสาวณี บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงศ์ (2520) ได้กล่าวถึง ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory)

ทฤษฎีนี้ได้ใช้เป็นหลักในการสอนคณิตศาสตร์มาช้านานแล้ว การสอนคณิตศาสตร์ตามทฤษฎีนี้เน้นในเรื่องการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ ซ้ำ ๆ จนกว่าเด็กจะเคยชินกับวิธีการนั้น ๆ เพราะทฤษฎีนี้เชื่อว่าเด็กจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ โดยการที่ได้ฝึกทำสิ่งนั้นซ้ำ ๆ หลาย ๆ ครั้ง ฉะนั้นการสอนจึงเริ่มโดยครูจะเป็นผู้ให้ตัวอย่างหรือบอกสูตรหรือกฎเกณฑ์ให้ แล้วก็ให้เด็กฝึกฝนทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกระทั่งเด็กชำนาญ นักการศึกษาปัจจุบันก็ยังยอมรับว่า การฝึกฝนมีความจำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ เพราะวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาทักษะ แต่ก็ได้ชี้ให้เห็นว่าทฤษฎีแห่งการฝึกฝนนี้มีข้อบกพร่องอยู่หลายประการ คือ

(1) เป็นทฤษฎีที่เด็กต้องจดจำ ท่องจำกฎเกณฑ์ สูตร ซึ่งเป็นเรื่องยากสำหรับเด็ก

(2) เด็กไม่อาจจะจดจำข้อเท็จจริงต่าง ๆ ที่ได้เรียนมาแล้วได้หมด

(3) เด็กจะขาดความเข้าใจในสิ่งที่ได้เรียนเป็นเหตุให้เกิดความลำบาก สับสนในการคิดคำนวณ แก้ปัญหาและลืมสิ่งที่เรียนได้ง่าย ๆ

2) ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยเหตุบังเอิญ (Incidental-Learning Theory)

ทฤษฎีมีความเชื่อมั่นว่า เด็กจะเรียนเลขคณิตได้ดีเมื่อเด็กเกิดความต้องการหรือความอยากรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น ฉะนั้น กิจกรรมการเรียนนั้นควรจะจัดขึ้นจากเหตุการณ์ที่บังเกิดขึ้นในเวลาเรียน หรือชุมชนซึ่งเด็กได้ประสบกับตนเองแต่จุดอ่อนหรือข้อบกพร่องของทฤษฎีคือ ในทางปฏิบัติจริงแล้ว เหตุการณ์จะเกิดขึ้นไม่บ่อยนัก ดังนั้น การเรียนตามทฤษฎีนี้จะใช้ได้เป็นครั้งคราว เมื่อมีเหตุการณ์ที่เหมาะสมและเป็นที่สนใจของเด็กเท่านั้น แต่ถ้าไม่มีเหตุการณ์ดังกล่าวเกิดขึ้นแล้วทฤษฎีนี้ก็จะไม่เกิดผล

3) ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory)

ทฤษฎีนี้ตระหนักว่าการคิดคำนวณกับการเรียนอยู่ในสังคมของเด็ก เป็นหัวใจในการเรียนการสอนเลขคณิต และมีความเชื่อว่าเด็กจะเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดีเมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อเด็กเอง และเป็นเรื่องที่เด็กได้พบเห็นปฏิบัติในสังคมประจำวันของเด็ก ทฤษฎีแห่งความหมายนี้เป็นที่ยอมรับว่า เป็นทฤษฎีที่เหมาะในการนำเอาไปสอนเลขคณิตอย่างกว้างขวางในปัจจุบันนี้ จากผลการค้นคว้าและวิจัยเรื่องการสอนเลขคณิตในชั้นประถมศึกษาของนักการศึกษาหลายท่าน ปรากฏผลว่า การสอนเด็กในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-2 ตามทฤษฎีแห่งความหมายเป็นทฤษฎีที่เด็กเรียนเลขได้ดีที่สุด

2.2.4 ทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีอิทธิพลต่อการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์

ลาวัลย์ พลกล้า (2526) ได้กล่าวถึงทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีอิทธิพลต่อการจัดการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

1) ทฤษฎีการเรียนของพีอาเจต์

ลำดับขั้นการพัฒนาทางความคิดของเด็กตามแนวคิดของพีอาเจต์ แบ่งเป็นขั้นใหญ่ ๆ ได้ 4 ขั้น ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory motor stage)

การคิดของเด็กในวัย 0-2 ปี เป็นการตอบสนองต่อสิ่งเร้าอย่างไม่รู้ตัว ต่อมาก็เริ่มใช้มือให้สัมพันธ์กับปาก และตาตามลำดับ ในขั้นนี้พัฒนาการทางการคิดที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ยังไม่เกิด

ขั้นที่ 2 ขั้นเตรียมความคิดในการปฏิบัติการ (Preoperational stage)

ขั้นนี้เป็นลักษณะการคิดของเด็กวัย 2-7 ปี เด็กวัยนี้เริ่มใช้สัญลักษณ์และเครื่องหมายแทนวัตถุจริง พัฒนาการทางด้านภาษาและความคิดของเขาขึ้นอยู่กับการรับรู้มากกว่าเหตุผล เด็กพิเคราะห์ตัวเองเป็นศูนย์กลาง เด็กวัยนี้ยังไม่มีมโนมติทางคณิตศาสตร์ ยังมองไม่เห็นความไม่เปลี่ยนแปลง หรือการอนุรักษ์คุณสมบัติบางประการของวัตถุหรือของความสัมพันธ์ เด็กไม่สามารถเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างส่วนย่อยกับส่วนทั้งหมด ไม่สามารถคิดย้อนกลับและยังเรียงลำดับตามคุณสมบัติอย่างใดอย่างหนึ่งไม่ถูกต้อง ดังนั้น เด็กวัยนี้จึงไม่สามารถสร้างมโนมติเกี่ยวกับจำนวนมิติสัมพันธ์และปริมาณได้

ขั้นที่ 3 ขั้นปฏิบัติการโดยอาศัยของจริง (Concrete operation stage) เป็นขั้นการคิดของเด็กวัย 7-11 ปี เด็กวัยนี้จะรู้จักการใช้เหตุผลที่ถูกต้องและคิดในลักษณะที่เป็นรูปธรรม มีความขัดแย้งระหว่างเหตุผลและการรับรู้น้อยลงเมื่อมีวัตถุของจริงให้นักเรียนได้สำรวจสัมผัส เด็กจะสามารถจำแนกวัตถุตามความเหมือนและความแตกต่างได้ สามารถเรียงวัตถุตามลำดับความยาว เข้าใจกระบวนการย้อนกลับ สามารถมองเห็นความไม่เปลี่ยนแปลงคุณสมบัติบางประการหลังจากที่วัตถุถูกเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติบางประการหลังจากที่วัตถุถูกเปลี่ยนแปลงรูปหรือย้ายที่ โดยทั่วไปเด็กสามารถใช้เหตุผลประกอบแต่ต้องอยู่ในสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมและได้กระทำจริง ถ้าจะให้เด็กสามารถใช้เหตุผลประกอบต้องให้เด็กอยู่ในสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมและได้กระทำจริง ถ้าจะให้เด็กวัยนี้เข้าใจได้เร็วขึ้นและเข้าใจถูกต้อง จำเป็นต้องจัดสิ่งแวดล้อมด้วยวัตถุของจริงที่เด็กสามารถจับต้องและเล่นได้

ขั้นที่ 4 ขั้นปฏิบัติการโดยอาศัยหลักเกณฑ์ (Formal operation)

เป็นความสามารถในการคิดที่พบได้ในเด็กวัย 11-15 ปี เด็กวัยนี้จะสามารถใช้เหตุผลกับปัญหาทุกประเภทเช่นเดียวกับผู้ใหญ่ การแก้ปัญหาไม่ต้องพึ่งรูปธรรมมากเท่าวัยก่อน ๆ เด็กสามารถหาข้อสรุป โดยมีมติฐานคิดถึงปัญหาในอนาคต แก้ปัญหาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมและนามธรรมได้

สรุป ทฤษฎีของพีอาเจต์ แสดงให้เห็นว่า

(1) มโนมติทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างขึ้นด้วยตัวของเด็กเอง จากการกระทำตามธรรมชาติโดยมีวัตถุเป็นสื่อ

(2) เด็กสามารถเข้าใจความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่เด็กสามารถเข้าใจสัญลักษณ์และเครื่องหมาย

(3) เด็กควรจะได้เข้าใจมโนมติต่าง ๆ ในลักษณะที่เป็นรูปธรรมก่อนจะได้เรียนหรือใช้มโนมติเหล่านั้นอย่างนามธรรม

2) ทฤษฎีของบรูเนอร์

บรูเนอร์ เป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกันที่มีชื่อเสียง ทฤษฎีหรือแนวคิดของบรูเนอร์มีอิทธิพลต่อการจัดหลักสูตรคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ เขาสนับสนุนการเรียนด้วยการค้นพบและมีความเชื่อว่า

(1) กระบวนการแก้ปัญหาควรเป็นผลสำคัญของการศึกษามากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง

(2) การที่เด็กจะเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เขาควรจะได้ค้นพบในระบบการค้นพบด้วยระบบการแก้ปัญหาด้วยตนเอง การลงมือกระทำจริงหรือหนูทดลองต่าง ๆ ในขณะที่ครูวัดผลการเรียนเป็นระยะ ๆ ตลอดเวลา

(3) การที่เด็กได้สำรวจ จับต้อง สังเกตสิ่งแวดล้อมเป็นสิ่งจำเป็นต่อการสร้างมโนมติเกี่ยวกับสิ่งที่เรียน เด็กควรจะได้เล่น ได้สัมผัส วัตถุของจริง เพื่อให้เกิดการถ่ายโยงไปสู่ความเข้าใจนามธรรม

ระดับการเรียนรู้ตามทฤษฎีของบรูเนอร์ มี 3 ระดับ ได้แก่

ระดับที่ 1 ขั้นปฏิบัติ หรือลงมือกระทำ (Enactive) ขั้นนี้เป็นขั้นแรกของการสร้างมโนมติเกี่ยวกับสิ่งที่เรียน เด็กควรจะได้เล่น ได้สัมผัส วัตถุของจริง เพื่อให้เกิดการถ่ายโยงไปสู่ความเข้าใจนามธรรม

ระดับที่ 2 ขั้นใช้ภาพแทนความจำ (Iconic) ขั้นนี้เป็นขั้นที่เด็กค่อย ๆ สร้างภาพของการใช้วัตถุจริงมาสัมผัสก่อนที่จะเข้าสู่ขั้นที่ 3

ระดับที่ 3 ขั้นใช้สัญลักษณ์ (Symbolic) ในขั้นนี้เด็กจะสามารถใช้สัญลักษณ์แทนของจริงและจินตนาการของจริง

สรุป ทฤษฎีของบรูเนอร์มีลักษณะที่เน้นตัวผู้เรียนเช่นเดียวกับของเพียเจต์ และเสนอวิธีการเรียนรู้ด้วยการค้นพบที่ครูให้คำแนะนำน้อยที่สุด ให้ผู้เรียนคลองด้วยตนเองมากที่สุด

3) ทฤษฎีของดีนส์

ดีนส์ เป็นนักคณิตศาสตร์ที่สนใจศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของเด็กเล็กตามแนวคิดของเพียเจต์ และบรูเนอร์ ดีนส์ มีความเชื่อว่า เด็กทุกคนมีความสามารถสร้างเสริมอยู่ในสมองแต่ละคนแตกต่างกัน เราสร้างเสริมอยู่ในสมองแต่ละคนแตกต่างกัน เราสร้างสิ่งที่เป็นรูปธรรมค่อย ๆ เข้าสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม กระบวนการที่เด็กใช้ในการแก้ปัญหามีความสำคัญเป็นอันดับแรก และการค้นพบโดยผู้เรียนเป็นสิ่งสำคัญ วิธีการของดีนส์ในการสอนให้เด็กเกิดมโนมติจะเริ่มจากการให้เด็กเล่นวัสดุอุปกรณ์ที่ครูเตรียมขึ้นต่าง ๆ ซึ่งวัสดุอุปกรณ์ที่เด็กเล่นนั้นจะมีคุณสมบัติเฉพาะที่ต้องการให้เด็กได้เรียนรู้ เมื่อเด็กได้เล่นจนพอใจแล้วครูจะตั้งปัญหาขึ้นมาให้เด็กคิดหาคำตอบ เพื่อให้เด็กเห็นลักษณะหรือคุณสมบัติเฉพาะในการเล่นต่าง ๆ เพื่อสร้างมโนมติ การที่ให้เด็กสร้างมโนมติจากของจริงจะช่วยให้เขาเกิดความเข้าใจอย่างถูกต้องและในที่สุดเขาจะเข้าใจสัญลักษณ์ซึ่งเป็นนามธรรมได้ วิธีการของดีนส์เป็นวิธีที่ต้องมีการวางแผนล่วงหน้า มีโครงสร้างและตั้งอยู่บนรากฐานของการปฏิบัติจากวัตถุจริง แล้วค่อย ๆ ก้าวไปสู่การใช้สัญลักษณ์

ทิศน์ได้ร่วมงานกับกรูเนอร์และคณะระบุไว้วิธีการค้นพบ เคยมีกระบวนการเป็นขั้น ๆ ดังนี้

(1) ให้เด็กเล่นกับคุณภาพที่ต่างกันมาก ๆ เคยมีการวางแผนและมีจุดมุ่งหมายเฉพาะที่ต้องการให้เด็กค้นพบ

(2) ผู้สอนตั้งปัญหาให้เด็กคิดเหตุเรื่องราวที่ง่าย ๆ และให้เด็กลงมือกระทำวิธีการนั้น มีการเปลี่ยนสิ่งแวดล้อมเพิ่มเติมหรืออาจทำการวางเงื่อนไขร่วมด้วย

(3) ให้เด็กได้ทำกิจกรรมหลาย ๆ ครั้ง แต่ใช้วัสดุต่างกัน เช่น ไหมขึ้น ยางลบ มีการเปลี่ยนสิ่งแวดล้อมเพิ่มหรืออาจทำการวางเงื่อนไขร่วมด้วย

(4) เมื่อกิจกรรมหลาย ๆ รูปแบบ เด็กเริ่มมองเห็นความสัมพันธ์จนสามารถสรุปเป็นหลักหรือหลักเกณฑ์ได้

สรุปได้ว่า การสอนครูเริ่มด้วยคุณภาพหรือสิ่งของให้นักเรียนได้เล่น ได้จับต้องสำรวจแล้วจึงปัญหาให้เด็กคิด เด็กจะเป็นผู้คิดหาทางแก้ปัญหาเหล่านั้นเอง ครูมีหน้าที่จัดสิ่งแวดล้อมให้เหมาะสมและให้คำแนะนำน้อยที่สุด

4) หนุยุ่ของกานเย

กานเยเชื่อว่าผลผลิตปลายทางหรือสิ่งที่นักเรียนรู้ ซึ่งเป็นผลมาจากกระบวนการเรียนมีความแตกต่างกัน เด็กอาจจะเรียนรู้โดยใช้วิธีการใด ๆ ก็ได้ รวมทั้งการเรียนโดยการค้นพบเพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ต้องการ เขาเรียกผลการเรียนรู้ปลายทางว่าสมรรถภาพ (Capability) ซึ่งเป็นผลการเรียนเนื้อหาต่าง ๆ การเรียนเพื่อให้เกิดสมรรถภาพที่ปรารถนา ครูจะต้องจัดประสบการณ์การเรียนการสอนอย่างเหมาะสม

วิธีการของกานเยนั้นเริ่มจากเมื่อครูกำหนดหัวข้อที่จะเรียนหรือสมรรถภาพที่ต้องการแล้วสิ่งแรกที่ครูจะต้องทำคือ การวิเคราะห์งานว่าประกอบด้วยอะไรบ้าง การวิเคราะห์นี้จะมี 2 องค์ประกอบ ได้แก่

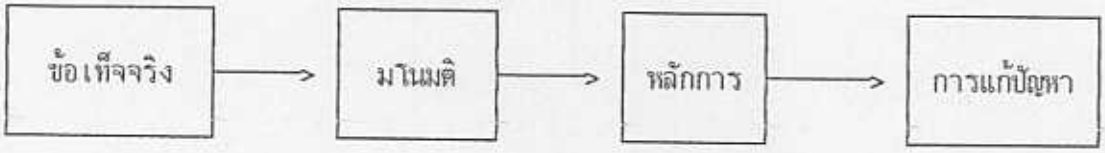
(1) ตัวแปรในการสอน หมายถึง สิ่งเร้าหรือองค์ประกอบที่ครูจะต้องทำเพื่อจะเสนอเนื้อหาใหม่หรือพฤติกรรมแก่นักเรียน ซึ่งได้แก่ การให้คำจำกัดความของสมรรถภาพที่ต้องการ การเตรียมการ การแนะนำ การคิด

(2) ลำดับเนื้อเรื่อง ได้แก่ การจัดลำดับเนื้อหาเพื่อพิจารณาว่าจะสอนเนื้อหาใดก่อนและหลัง การวิเคราะห์เช่นนี้จะทำให้ทราบความสัมพันธ์หรือโครงสร้างของสมรรถภาพที่

ต้องการว่าจะต้องประกอบด้วยเนื้อหาย่อยอะไรบ้าง และมีลำดับอย่างไร เนื้อหาใดจำเป็นต้องเรียนรู้

ในการสอนครูควรจะทำการทดสอบนักเรียนเสียก่อนเพื่อให้แน่ใจว่า นักเรียนมีพื้นฐานเพียงพอหรือไม่และควรจะเริ่มต้นสอนนักเรียนแต่ละคนที่ใด การเริ่มควรเริ่มจากจุดที่นักเรียนยังไม่มีความรู้เพียงพอ

ถ้าสมรรถภาพที่ต้องการมีลักษณะเป็นการแก้โจทย์ปัญหา เด็กจะต้องเรียนรู้กฎเกณฑ์หรือข้อเท็จจริงบางประการที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหานั้น เด็กจะต้องก้าวไปตามแนวทางง่าย ๆ ไปสู่ขั้นสลับซับซ้อน กระบวนการแก้ปัญหาอาจเขียนเป็นแผนภูมิได้ดังภาพข้างล่างนี้



การนำเด็กไปสู่สมรรถภาพที่ต้องการ อาจจะมีหลายขั้นตอนและขึ้นอยู่กับพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน การพิจารณาว่าจะเริ่มที่ขั้นตอนใดก็ขึ้นอยู่กับนักเรียนซึ่งมีพื้นฐานต่างกัน และใช้วิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ กัน เด็กบางคนสามารถเรียนโดยการค้นพบ เด็กบางคนอาจต้องใช้วิธีการที่มีโครงสร้างและแนวทางที่ชัดเจน

กานเย เชื่อว่า วิธีการใด ๆ มิใช่เรื่องสำคัญตราบเท่าที่สามารถนำเด็กเข้าสู่สมรรถภาพที่ต้องการได้ หน้าที่ครูก็คือนำเด็กเข้าสู่ลำดับขั้นงานที่เหมาะสม และต้องให้แน่ใจว่าเด็กมีสมรรถภาพที่ต้องการ

5) ทฤษฎีของสกินเนอร์

สกินเนอร์ เป็นนักจิตวิทยาชาวอเมริกันที่อยู่ในกลุ่มทฤษฎีการวางเงื่อนไขหรือทฤษฎีสิ่งเร้า-การตอบสนอง ทฤษฎีนี้กล่าวว่าอินทรีย์ทั้งหลายรวมทั้งนักเรียนมีแนวโน้มที่จะกระทำกิจกรรมต่อเนื่องกันถ้าได้รับสิ่งเร้าที่พึงพอใจ (รางวัล) และจะถดถอยถ้าผลที่ได้รับไม่น่าพอใจหรือได้รับสิ่งเร้าที่ไม่พอใจ (การลงโทษ)

ตามทฤษฎีของสกินเนอร์ การเรียนรู้เปรียบเสมือนการเดินขึ้นบันได คือ ต้องดำเนินไปทีละขั้นตอนตามลำดับ เนื้อหาที่จะสอนจะถูกแบ่งเป็นส่วนย่อย ๆ แล้วดำเนินการสอนเนื้อหาย่อย ๆ เรียงไปตามลำดับ เนื้อหาทั้งหมดจะถูกแบ่งเป็นส่วนย่อย ๆ แต่ละเนื้อหาย่อยมีการให้ความรู้มี

คำถามให้ผู้เรียนคิด และตอบคำถาม เมื่อนักเรียนตอบถูกก็จะเรียนรู้เนื้อหาย่อยอื่นต่อไป คำถามจะไม่ยากเพราะเป็นคำถามจากเรื่องราวความรู้ที่ให้ไว้สั้น ๆ เมื่อเด็กตอบปัญหาแต่ละข้อ เด็กจะรู้ว่าตนเองตอบถูกหรือไม่ การตอบถูกเป็นแรงจูงใจให้ตอบคำถามข้อต่อ ๆ ไป และเรียนเนื้อหาย่อยต่อไป สกินเนอร์ได้เรียกร้องให้ครูใช้บทเรียนโปรแกรมและสร้างบทเรียนโปรแกรมเพื่อใช้ประกอบการสอน

ทฤษฎีของสกินเนอร์และกานเยมีส่วนร่วมกันคือ การวิเคราะห์เนื้อหาออกมาเป็นส่วนย่อย ๆ อย่างแตกฉานก่อนที่จะก้าวไปเรียนเนื้อหาที่สลับซับซ้อนขึ้น แนวคิดนี้เป็นรากฐานสำคัญอย่างหนึ่งในการจัดการเรียนการสอน และมีอิทธิพลต่อการจัดการสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ

การนำทฤษฎีไปปฏิบัติในการจัดกิจกรรมการสอน

แนวคิดจากทฤษฎีการเรียนรู้ดังกล่าวมาแล้ว เมื่อนำมาสังเคราะห์กันเข้าเป็นหลักในการจัดกิจกรรมการสอน ได้ดังนี้

หลักการที่เกี่ยวกับนักเรียน

1) การจัดกิจกรรมต้องให้เหมาะสมกับวัยของนักเรียน เหมาะสมกับระดับความพร้อมของนักเรียนและควรจัดเพื่อส่งเสริมให้เกิดความพร้อมในการเรียนรู้เนื้อหาที่สูงขึ้น

2) ให้นักเรียนได้มีส่วนในการกระทำกิจกรรมให้มากที่สุดด้วยตนเอง เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดความสามารถอย่างเต็มที่

3) ให้นักเรียนได้เรียนหรือปฏิบัติตนตามระดับความสามารถด้วยอัตราเร็วของแต่ละคน ส่งเสริมการพัฒนาตนเองหรือแข่งขันกับตนเอง

4) ให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมทั้งแบบรายบุคคลและแบบเป็นกลุ่มย่อย การทำกิจกรรมเป็นกลุ่มย่อยจะฝึกปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน นักเรียนจะได้เรียนรู้จากกันและกัน เป็นการฝึกการทำงานร่วมกัน

5) ให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น ความคิดสร้างสรรค์หรือแสดงความสามารถพิเศษในด้านต่าง ๆ

6) ให้นักเรียนได้ใช้เวลาทั้งหมดในชั่วโมงเรียนอย่างมีคุณค่า ต้องจัดเตรียมกิจกรรมไว้สำหรับนักเรียนที่ทำงานเร็วทำเป็นพิเศษ

หลักการที่เกี่ยวกับการสอน

1) การจัดกิจกรรมจะต้องเริ่มจากการเตรียมความพร้อมในด้านพื้นฐานความรู้เดิมไป

2) การจัดกิจกรรมการสอนควรเริ่มจากการเล่นอย่างอิสระ การแสวงหาข้อมูลอย่างอิสระ

3) การจัดกิจกรรมการสอนจะต้องเริ่มจากกิจกรรมที่เป็นรูปธรรมสู่กึ่งนามธรรมและนามธรรมตามลำดับการใช้สัญลักษณ์ ควรกระทำหลังจากที่นักเรียนได้มีโอกาสเห็นรูปธรรมได้สัมผัสกับวัตถุของจริง

4) กิจกรรมทุกรูปแบบต้องผ่านการวางแผน และมีวัตถุประสงค์ที่แน่นอนว่าจะดำเนินการไปสู่การเรียนรู้เรื่องใด

5) จัดกิจกรรมหลาย ๆ รูปแบบ เพื่อสนองความต้องการของนักเรียนมีความสามารถแตกต่างกัน

6) ควรให้มีกิจกรรมที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ อย่างเพื่อนำไปสู่การค้นพบ การหาข้อสรุป หรือการสร้างความเข้าใจเพื่อให้เกิดมโนมติที่ต้องการ

7) ต้องจัดหาวัสดุอุปกรณ์ต่าง ๆ ให้พร้อมและพอเพียงสำหรับนักเรียน วัสดุอุปกรณ์ที่จะใช้ในการสอนจะต้องมีการวางแผนการใช้ไว้ว่าจะใช้เพื่อสอนเนื้อหาใดให้นักเรียนค้นพบอะไร มีมโนมติในเรื่องใด

8) มีความยากง่ายเหมาะกับความสามารถของนักเรียน ถ้าเป็นกิจกรรมที่ยากหรือซับซ้อนเกินไปจะทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสประสบความสำเร็จ จะทำให้ท้อถอยและว่าง่ายเกินไปก็จะไม่ท้าทายให้เด็กใช้ความคิด

9) การเสนอเนื้อหาที่ยากและซับซ้อน ต้องวิเคราะห์ให้เป็นเนื้อหาย่อย ๆ และจัดกิจกรรมเพื่อเนื้อหาย่อย ๆ เหล่านั้น

10) ให้กิจกรรมการสอนมีความเชื่อมโยงเกี่ยวพันกับชีวิตประจำวัน เพื่อให้คณิตศาสตร์มีความหมายต่อผู้เรียน

11) ให้มีกิจกรรมที่ส่งเสริมหรือฝึกทักษะที่จำเป็นในแต่ละบทเรียน

12) คำนึงถึงเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม

13) ก่อนที่จะเปลี่ยนหัวข้อ จะต้องมีกิจกรรมเพื่อประเมินว่าเด็กมีความรู้ ความเข้าใจในเรื่องเก่าเพียงพอหรือไม่ ทั้งนี้เพราะความรู้พื้นฐานมีความสำคัญต่อความสำเร็จในการเรียนเรื่องต่อไปที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน

14) การให้รางวัลหรือการลงโทษควรทำทันที เมื่อพฤติกรรมเกิดขึ้นหรือสิ้นสุดใหม่ ๆ การลงโทษไม่ควรมีถ้าไม่จำเป็นเพราะเป็นสิ่งขัดขวางกำลังใจและทำลายความเชื่อมั่นในตัวเองของเด็ก

15) ให้นักเรียนทราบเป้าหมายของการทำกิจกรรมแต่ละอย่างรวมทั้งเหตุผล

2.3 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนการคูณจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนนับ

2.3.1 ความหมายของการคูณ

เด็กจะเข้าใจความหมายของการคูณได้ดี เมื่อเด็กเข้าใจการคงสภาพของจำนวน ความหมายของการบวก และความรู้เกี่ยวกับเซตที่มีสมาชิกเท่ากันหลาย ๆ เซต คือ การนับเป็นกลุ่ม (หรือเซต) ครั้งละ 2, 3, 4,... จะช่วยให้เข้าใจความหมายของการคูณในลักษณะการบวกซ้ำกัน

วัลลภา อารีรัตน์ (2532) ได้ให้ความหมายของการคูณไว้ดังนี้

1) การบวกจำนวนใด ๆ ซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง (Repeated Addition) $n \times a = a + a + a \ldots$ จำนวน n ครั้ง เช่น $2 \times 3 = 3 + 3 = 6$

2) ความหมายในลักษณะของผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Product) "ถ้า a, b เป็นจำนวนสมาชิกของเซต A แทนด้วย n(A) b เป็นจำนวนสมาชิกของเซต B แทนด้วย n(B)"

$$a \times b = n(A) \times n(B)$$

$$= n(A \times B)$$

<u>ตัวอย่าง</u> $A = \{x, y\}$ $B = \{1, 2, 3\}$ เราจะได้

$$a = 2 = n(A), \quad b = 3 = n(B)$$

$$A \times B = \{(x,1), (x,2), (x,3), (y,1), (y,2), (y,3)\}$$

$$n(A \times B) = 6$$

$$2 \times 3 = 6$$

สุวร ถาพจนมยูร (2533) ได้ให้ความหมายของการคูณไว้ดังนี้

1) การคูณ คือ การนับเพิ่มครั้งละเท่า ๆ กัน

2) การคูณ คือ การบวกจำนวนเดียวกันซ้ำ ๆ กัน

จากความหมายที่กล่าวมาแล้วนั้น สรุปความหมายของการคูณไว้ดังนี้

1) การคูณ คือ การบวกจำนวนใด ๆ ซ้ำกันหลายครั้ง (Repeated Addition)

n x a = a + a + a ... จำนวน n ครั้ง

2) ความหมายในลักษณะของผลคูณคาร์ทีเซียน (Cartesian Procuct) "ถ้า a, b เป็นจำนวนสมาชิกของเซต A แทนด้วย n(A) b เป็นจำนวนสมาชิกของเซต B แทนด้วย n(B)"

$$a \times b = n(A) \times n(B)$$

$$= n(A \times B)$$

2.3.2 การสอนความหมายของการคูณ

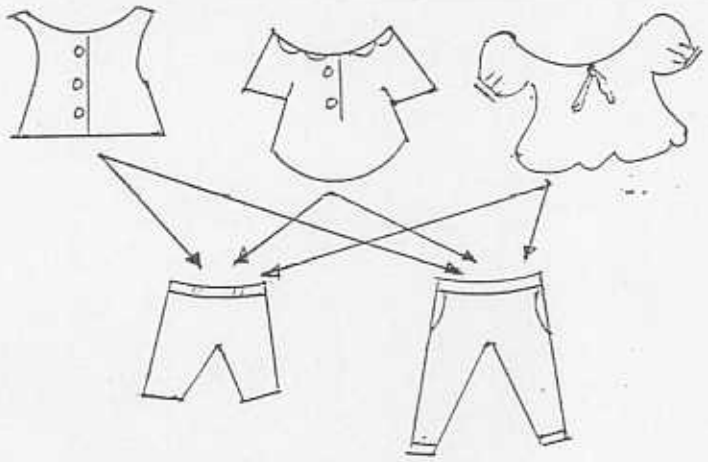
วิลสภา อาวีรัตน์ (2532) ได้กล่าวถึงวิธีการสอนความหมายของการคูณไว้ดังนี้

1) การสอนความหมายของการคูณในลักษณะการบวกจำนวนใด ๆ ซ้ำกัน การอธิบายความหมายนี้จะเริ่มด้วยการนับเพิ่มครั้งละเท่า ๆ กัน ดังนี้

ครูหยิบลูกบอลออกจากถุงครั้งละ 2 ลูก 4 ครั้ง แล้วให้นักเรียนนับรวมกันทั้งหมด พร้อมทั้งเขียนประโยคสัญลักษณ์

2) การสอนความหมายของการคูณในลักษณะของผลคูณคาร์ทีเซียน การอธิบายจะใช้วิธีการกำหนดเซต 2 เซต แล้วแสดงการจับคู่ระหว่างสมาชิกของเซตทั้งสอง จำนวนคู่ที่ได้จะเป็นผลคูณระหว่างจำนวนสมาชิกของเซตทั้งสอง เช่น

มาลีมีเสื้อ 3 ตัว กางเกง 2 ตัว ถ้าจะใส่เป็นชุดไม่ซ้ำกันจะได้กี่ชุด



เสื้อตัวที่ 1 ใส่กับกางเกงขาสั้นได้ 1 ชุด

ใส่กับกางเกงขายาวได้ 1 ชุด

เสื้อตัวที่ 2 ใส่กับกางเกงขาสั้นได้ 1 ชุด

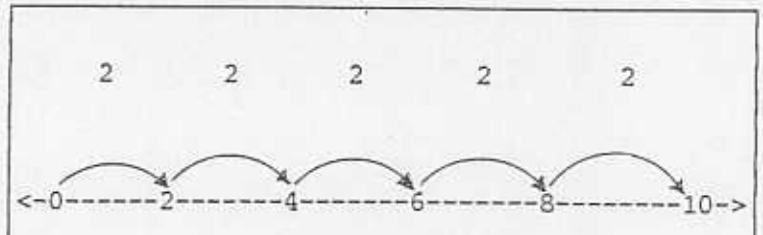
ใส่กับกางเกงขายาวได้ 1 ชุด

เสื้อตัวที่ 3 ใส่กับกางเกงขายาวได้ 1 ชุด

ใส่กับกางเกงขายาได้ 1 ชุด

3 x 2 = 6

3) การใช้เส้นจำนวนแสดงความหมายของการคูณ



2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10

5 x 2 = 10

ในการสอนให้เกิดความคิดรวบยอดเรื่องการคูณ ครูควรจัดประสบการณ์รูปธรรมให้นักเรียน เช่น การรวมตัวนับครั้งละเท่า ๆ กัน โดยนำไปสัมพันธ์กับการบวกเพื่อแสดงให้เห็นว่าการคูณก็คือการบวกนั่นเอง เพียงแต่จำนวนที่นำมาบวกกันเท่ากันหมดทุกครั้ง แล้วจึงเสนอแนะวิธีเขียนประโยคสัญลักษณ์การคูณ

2.3.3 การคูณเบื้องต้น (Basic Multiplication Facts)

วัลลภา อารีรัตน์ (2532) กล่าวว่าการคูณเบื้องต้นเป็นการหาผลคูณระหว่างจำนวน 0-9

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

การคูณเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนจนเกิดทักษะ สามารถหาผลคูณได้รวดเร็ว ถูกต้องและแม่นยำ ทั้งนี้เพราะในการหาผลคูณไม่ว่าจะเป็นจำนวนกี่หลักก็ตาม จะเป็นการหาผลคูณทีละคู่ กล่าวคือ 56 x 42 = □

จะหาคำตอบของผลคูณได้โดยอาศัยการหาผลคูณของ 2 กับ 6 2 กับ 5 4 กับ 6 และ 4 กับ 5 ฉะนั้นการหาผลคูณเบื้องต้นนี้ นักเรียนควรจำให้คล่องแคล่ว การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อฝึกทักษะการหาผลคูณนั้น ควรฝึกทักษะขั้นต่อยเป็นต่อยไป

3.3.4 คุณสมบัติของการคูณ

วัลลภา อาวีวัฒน์ (2532) ได้กล่าวถึงคุณสมบัติของการคูณ ดังนี้

1) คุณสมบัติการสลับที่ของการคูณ (The Communication Property) การหาผลคูณของ 2 จำนวนใดก็ตามสามารถสลับที่กันได้ โดยผลคูณไม่เปลี่ยนแปลง เช่น a x b = b x a ดังนั้น 3 x 2 = 2 x 3

2) คุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มของการคูณ (The Associative Property of Multiplication) ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบแล้ว (a x b) x c = a x (b x c) หมายความว่า การคูณจำนวนสามจำนวน เราจะคูณคู่ใดก่อนแล้วนำผลคูณมาคูณกับอีกจำนวนหนึ่งก็ได้ ผลคูณครั้งสุดท้ายจะเท่ากัน

3) คุณสมบัติของการแจกแจง (The Distributive Property) เป็นคุณสมบัติข้อหนึ่งของการคูณที่เกี่ยวข้องกับการบวก เป็นการเชื่อมโยงการคูณและการบวก "ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบแล้ว a(b + c) = ab + ac เช่น 4 x (2 + 3) = (4 x 2) + (4 x 3)

การหาผลคูณนั้นส่วนมากจะใช้คุณสมบัติการแจกแจงช่วยในการอธิบายวิธีการหาผลคูณ ซึ่งเดิมมานิยมแยกไว้อยู่ในรูปของการกระจายตามค่าประจำหลัก

4) เอกลักษณ์ของการคูณ (Multiplicative Identity) "ถ้า a เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว a x 1 = a = 1 x a เรียก 1 ว่าเป็นเอกลักษณ์ของการคูณ

5) การคูณเมื่อตัวตั้งหรือตัวคูณเป็น 0 ถ้า a เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบใด ๆ แล้ว a x 0 = 0 = 0 x a การอธิบายในลักษณะนี้สามารถใช้คุณสมบัติการสลับที่และความหมายของการคูณช่วยในการอธิบาย เช่น 3 x 0 = 0 + 0 + 0 = 0

หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ได้กำหนดความคิดรวบยอดหรือหลักการ จุดประสงค์และแผนการสอนเรื่อง การนับเพิ่มและการคูณไว้ดังนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2534)

ความคิดรวบยอด/หลักการ

1) การบวกจำนวนที่เท่ากันหลาย ๆ จำนวน อาจแสดงได้ด้วยการคูณจำนวนสองจำนวน คือ จำนวนครั้งของจำนวนที่นำมารวมกัน กับจำนวนที่เท่า ๆ กันนั้น

2) จำนวนที่ได้จากการคูณสองจำนวนเข้าด้วยกัน เรียกว่าผลคูณ

3) x เป็นเครื่องหมายแสดงการคูณ

4) การคูณเขียนแสดงตามแนวนอนได้

5) การหาผลคูณของจำนวน 2 จำนวน อาจใช้วิธีการเปลี่ยนการคูณให้อยู่ในรูปการบวกจำนวนที่เท่ากัน แล้วหาผลบวก

6) จำนวนสองจำนวนที่นำมาคูณกันสลับที่กันได้โดยที่ผลคูณยังคงเท่าเดิม

จุดประสงค์

หลังจากศึกษาบทเรียนนี้จบแล้ว นักเรียนควรจะสามารถแสดงพฤติกรรมเหล่านี้ได้ --

1) เมื่อกำหนดจำนวนที่นับเพิ่มแต่ละครั้ง และจำนวนครั้งที่นับเพิ่มให้สามารถบอกจำนวนที่นับได้ และเขียนประโยคสัญลักษณ์แสดงการบวกได้

2) เมื่อกำหนดการบวกจำนวนที่เท่ากันหลาย ๆ จำนวนให้ สามารถเขียนในรูปการคูณจำนวนสองจำนวนได้

3) เมื่อกำหนดจำนวนสองจำนวนคูณกันให้สามารถเขียนในรูปการบวกจำนวนที่เท่ากันและหาคำตอบได้

4) เมื่อกำหนดประโยคสัญลักษณ์แสดงการคูณที่มีหลักเดียว สองจำนวนให้สามารถหาผลคูณได้

5) เมื่อกำหนดประโยคสัญลักษณ์แสดงการคูณ ที่มีจำนวนหายไป สามารถใช้คุณสมบัติการสลับที่ของการคูณหาจำนวนที่หายไปได้

6) เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณจำนวนที่มีหลักเดียว สองจำนวนให้สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์แสดงการคูณและหาคำตอบได้

ภาพที่ 3 การสอนคณิตศาสตร์เรื่องการนับเพิ่มและการคูณ (วัลลภา อาริรัตน์ ; 2532)

การคูณเป็นทักษะการคิดคำนวณพื้นฐานที่สำคัญยิ่ง การสอนการคูณแต่ละเรื่องครูควรคำนึงถึงความรู้เดิมของนักเรียน ครูควรวิเคราะห์สิ่งเหล่านี้อย่างละเอียดถี่ถ้วน เพื่อจะได้เป็นแนวทางในการเตรียมการสอนและเตรียมนักเรียนก่อนจะเริ่มบทเรียนใหม่ การจัดลำดับยากง่ายของเนื้อหาและเจตย์ปัญหาเป็นเรื่องสำคัญยิ่ง การวางแผนการสอนอย่างละเอียดถี่ถ้วนและมีระบบจะช่วยลดปัญหาเรื่องความเข้าใจและการเสริมสร้างทักษะการคูณของนักเรียนได้ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจกระบวนการของกรรมวิธีในการคูณได้เป็นอย่างดี การสอนกรรมวิธีของการคูณควรเน้นกระบวนหาผลคูณ เคยใช้อุปกรณ์เป็นสื่อเมื่อนักเรียนเข้าใจดีแล้วจึงแนะนำการคูณโดยวิธีลัด

2.4 เอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสอนหารจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ

การเรียนเรื่องการหารจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบ มีเรื่องสำคัญที่จะต้องศึกษา ดังนี้

2.4.1 ความหมายของการหาร

สุวร กาญจนมยูร (2533) ได้ให้ความหมายของการหารไว้ดังนี้

1) การหาร คือ การแบ่งครั้งละเท่า ๆ กัน มี 2 ลักษณะคือ

ลักษณะที่ 1 กำหนดจำนวนหมู่ที่ต้องแบ่งเท่า ๆ กัน ให้แล้วให้หาจำนวนแต่ละหมู่ที่แบ่งได้

ลักษณะที่ 2 กำหนดจำนวนแต่ละหมู่ที่ต้องแบ่งเท่า ๆ กันให้แล้วให้หาจำนวนหมู่ทั้งหมดที่แบ่งได้

2) การหาร คือ การนับลดครั้งละเท่า ๆ กัน หรือคือการลบออกครั้งละเท่า ๆ กัน

3) การหาร คือ การวัดครั้งละเท่า ๆ กัน เช่น มีผ้า 6 เมตร วัดทีละ 2 เมตร แล้วตัดออกจะได้กี่ผืน

4) การหาร คือ อัตราส่วน เช่น $12 \div 3$ สามารถเขียนการหารในรูปอัตราส่วน $\frac{12}{3}$ ได้

วัลลภา อารีรัตน์ (2522) ได้ให้ความหมายของการหารได้ดังนี้

การหาร ถ้า a, b, c เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่จำนวนลบแล้ว $a \div b = c$, $b = 0$ ก็ต่อเมื่อ $a = b \times c$ เช่น $6 \div 2 = 3$ ก็ต่อเมื่อ $6 = 3 \times 2$

จากความหมายที่กล่าวมาแล้วนั้น สรุปความหมายของการหารได้ดังนี้

1) การหาร คือ การแบ่งครั้งละเท่า ๆ กัน

2) การหาร คือ การนับลดครั้งละเท่า ๆ กัน หรือการลบออกครั้งละเท่า ๆ กัน

2.4.2 การสอนความหมายของการหาร

วิลลาภา อาริวัตน์ (2532)ได้กล่าวว่า การสอนความหมายของการหาร สามารถอธิบายได้ 3 ลักษณะ คือ

1) การลบซ้ำกัน

2) การแบ่งส่วน

3) การย้อนกลับของการคูณ

1) การลบซ้ำ การสอนความหมายของการหารในลักษณะการลบซ้ำ หรือการนับลดครั้งละเท่า ๆ กัน

2) การแบ่งส่วน การสอนความหมายของการหารในลักษณะนี้สามารถอธิบายในรูปของโจทย์ปัญหาได้ 2วิธีคือ

2.1) Measurement Problems เป็นโจทย์ปัญหาที่ให้หาจำนวนกลุ่ม (ลับเซต) เมื่อรู้จำนวนที่เท่ากันในแต่ละกลุ่ม เช่น มีดินสออยู่ 8 แท่ง แบ่งให้เด็กชายคนละ 2 แท่ง จะช่วยให้เด็กได้กี่คน ประโยคสัญลักษณ์คือ 8 ÷ 2 =

การอธิบายในลักษณะนี้สามารถหาคำตอบได้โดยการลบครั้งละเท่า ๆ กันจนหมด หรือแสดงได้โดยใช้เส้นจำนวน

2.2) Partision Problems เป็นโจทย์ปัญหาที่หาจำนวนสมาชิกของลับเซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน เช่น มีดินสออยู่ 8 แท่ง แบ่งให้เด็ก 2 คน จะได้คนละกี่แท่ง ประโยคสัญลักษณ์ 8 ÷ 2 =

3) การย้อนกลับของการคูณ

จากนิยามความสัมพันธ์ของการคูณและการหารว่า

ถ้า a x b = c แล้ว c ÷ a = b และ c ÷ b = a

จากความหมายในรูปของการย้อนกลับของการคูณนี้ นักเรียนจะต้องเข้าใจการคงสภาพของจำนวน และกระบวนการย้อนกลับของการคูณเป็นอย่างดี จึงจะสามารถหาคำตอบได้

กี่เท่าของ 3 เป็น 6	x 3 = 6
5 กี่เท่าเป็น 15	x 5 = 15

เมื่อนักเรียนเข้าใจความหมายของการหารในลักษณะนี้แล้ว ครูโยงสรุปความสัมพันธ์ของการคูณและการหารเพื่อนำไปใช้ในการตรวจสอบคำตอบ

ผลหาร x ตัวหาร = ตัวตั้ง

2.4.3 การหารเบื้องต้น (Basic Division Facts)

การสอนการหารเบื้องต้น นักเรียนควรจะได้ฝึกทักษะให้สัมพันธ์กับการคูณเบื้องต้น โดยใช้ตารางคูณดังนี้

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

18 = 6 x 3	18 ÷ 3 = □
	18 ÷ 6 = □
18 = 9 x 2	18 ÷ 2 = □
	18 ÷ 9 = □

ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนควรเป็นการหารที่ตัวหารเป็นตัวประกอบของจำนวนเดียวกัน

2.4.4 คุณสมบัติของการหาร

คุณสมบัติของการหาร มีดังนี้คือ

1) การหารไม่มีคุณสมบัติการสลับที่คือ $a \div b \neq b \div a$ เช่น $8 \div 4 \neq 4 \div 8$

2) การหารไม่มีคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม คือ $a \div (b \div c) \neq (a \div b) \div c$ เช่น $18 \div (9 \div 3) \neq (18 \div 9) \div 3$

3) คุณสมบัติการแจกแจงในการหาร

3.1) การกระจายตัวตั้ง

$(36+24) \div 12 = 60 \div 12$

$= 5$

$(26+24) \div 12 = (26 \div 12) + (24 \div 12)$

$= 3 + 2$

$= 5$

$(36+24) \div 12 = (36 \div 12) + (24 \div 12)$

3.2) การกระจายตัวหาร

$36 \div (6+3) = 36 \div 9$

$= \frac{36}{9}$

$36 \div (6+3) = (36 \div 6) + (36 \div 3)$

$= 6 + 12$

$= 18$

$36 \div (6 + 3) \neq (36 \div 6) + (30 \div 3)$

ความคิดรวบยอด

1) การแบ่งจำนวนของจำนวนหนึ่งออกเป็นกลุ่มละเท่า ๆ กัน มี 2 ลักษณะ คือ

(1) การแบ่งโดยกำหนดจำนวนที่เท่ากันในแต่ละกลุ่มเพื่อหาจำนวนกลุ่ม

(2) แบ่งโดยกำหนดจำนวนกลุ่มเพื่อหาจำนวนที่เท่า ๆ กันในแต่ละกลุ่ม

2) การแบ่งของจำนวนหนึ่งออกเป็นกลุ่มละเท่า ๆ กัน เพื่อหาจำนวนกลุ่มหรือจำนวนของที่เท่า ๆ กัน ในแต่ละกลุ่ม อาจอาศัยการหารจำนวนสองจำนวน จำนวนของทั้งหมดที่นำมา

แบ่งให้เป็นตัวตั้ง กับจำนวนกลุ่มที่มีของเท่า ๆ กันหรือจำนวนของที่เท่ากันในแต่ละกลุ่มให้เป็นตัวหาร

3) จำนวนที่ได้จากการหารของสองจำนวน เรียกว่า ผลหาร

4) ÷ เป็นเครื่องหมายแสดงการหาร

5) การหารเขียนแสดงตามแนวนอนได้

6) การหารโดยการลบตัวตั้งด้วยตัวหารซ้ำ ๆ กัน จนกระทั่งได้ผลลบเป็นศูนย์ จะเป็นการหารลงตัว

7) การหาผลหารเมื่อหารลงตัวอาจทำได้โดย

ก. นับจำนวนครั้งที่นำตัวหารมาลบออกจากตัวตั้งจนผลลบเป็นศูนย์

ข. ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหาร

8) การคูณมีความสัมพันธ์กับการหาร กล่าวคือ ผลคูณของจำนวน 2 จำนวนใด ๆ เมื่อหารด้วยจำนวนใดจำนวนหนึ่งใน 2 จำนวนนั้น จะได้ผลลัพธ์เท่ากับจำนวนที่เหลือ

9) การหารโดยการลบตัวตั้งด้วยตัวหารซ้ำ ๆ กัน จนกระทั่งได้ผลลบน้อยกว่าตัวหารและไม่เป็นศูนย์ จะเป็นการหารไม่ลงตัว หรือเป็นการหารที่เหลือเศษ ผลลบที่น้อยกว่าตัวหารคือเศษ

10) การหาผลหารและเศษเมื่อหารไม่ลงตัว อาจทำได้โดยนับจำนวนครั้งที่นำตัวหารมาลบออกจากตัวตั้ง จนกระทั่งได้ผลลบน้อยกว่าตัวหารและไม่เป็นศูนย์ จำนวนครั้งที่นับได้จะเป็นผลหาร ผลลบครั้งสุดท้ายจะเป็นเศษ เศษจะมีค่าน้อยกว่าตัวหารเสมอ

11) การตรวจคำตอบที่ได้จากการหารใช้ความสัมพันธ์ดังนี้

(ผลหาร x ตัวหาร) + เศษ = ตัวตั้ง

จุดประสงค์

หลังจากศึกษาบทเรียนนี้จบแล้ว นักเรียนควรจะสามารถแสดงพฤติกรรมเหล่านี้ได้

1) เมื่อกำหนดจำนวนสิ่งของจำนวนหนึ่งและบอกจำนวนสิ่งของที่เท่า ๆ กันในแต่ละกลุ่มที่แบ่งให้สามารถหาจำนวนกลุ่มได้

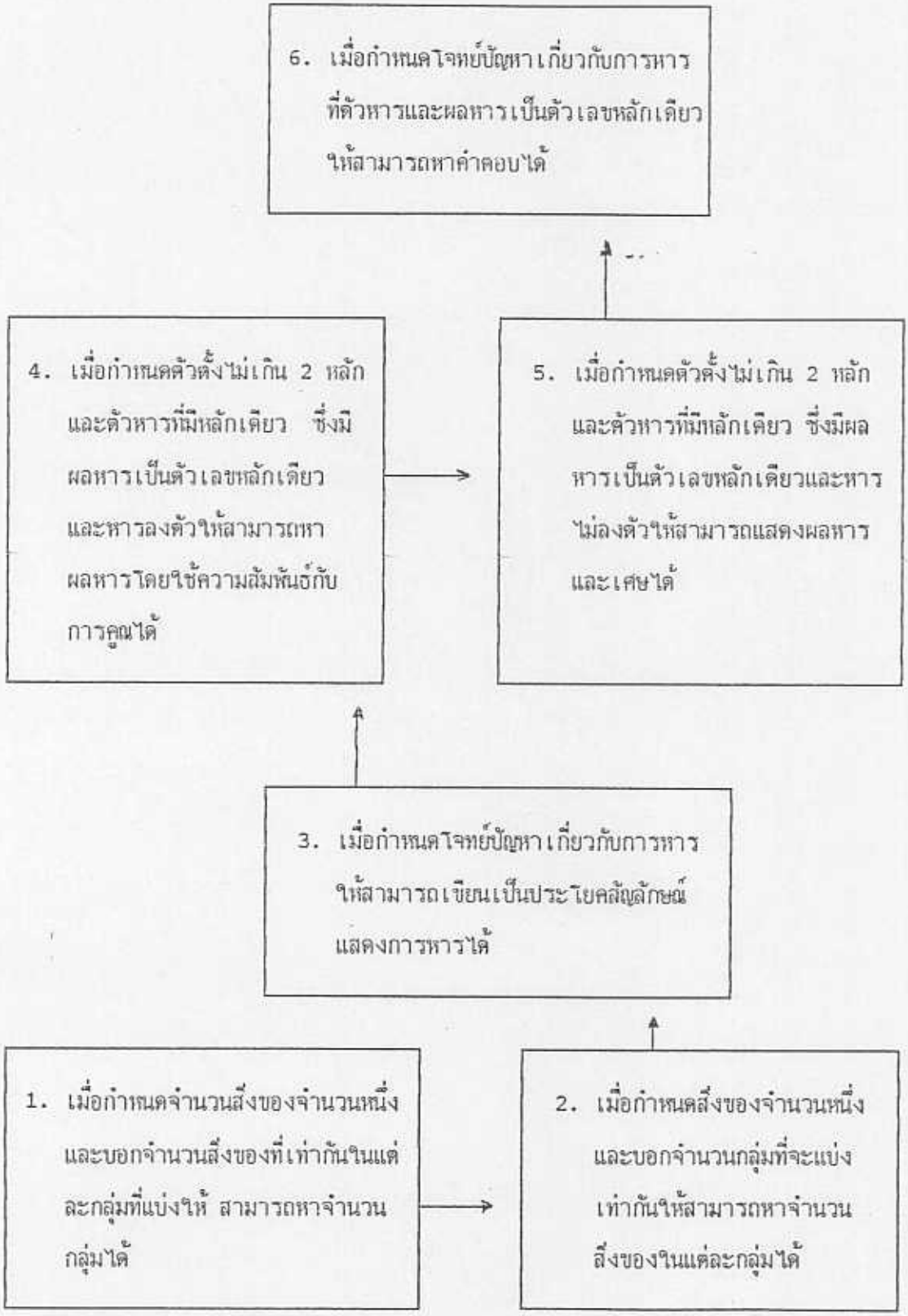
2) เมื่อกำหนดสิ่งของจำนวนหนึ่งและบอกจำนวนกลุ่มที่จะแบ่งเท่า ๆ กันให้สามารถหาจำนวนสิ่งของในแต่ละกลุ่มได้

3) เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหารให้สามารถเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์แสดงการหารได้

4) เมื่อกำหนดตัวตั้งไม่เกิน 2 หลัก และตัวหารที่มีหลักเดียว ซึ่งมีผลหารเป็นตัวเลขหลักเดียวและหารลงตัว ให้สามารถหาผลหาร โดยใช้ความสัมพันธ์กับการคูณได้

5) เมื่อกำหนดตัวตั้งไม่เกิน 2 หลัก และตัวหารที่มีหลักเดียว ซึ่งมีผลหารเป็นตัวเลขหลักเดียวและหารไม่ลงตัว ให้สามารถหาผลหารและเศษได้

6) เมื่อกำหนดโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการหาร ที่ตัวหารและผลหารเป็นตัวเลขหลักเดียว ให้สามารถหาคำตอบได้



ภาพที่ 4 การสอนคณิตศาสตร์เรื่องการนับลดและการหาร (วัลลภา อาริรัตน์ , 2532)

2.5 การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

2.5.1 แนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

Carrison (1972) ได้ให้ความหมายของทักษะไว้ว่า เป็นลักษณะของการกระทำด้วยความรวดเร็ว แม่นยำและถูกต้อง ซึ่งเป็นผลมาจากการพัฒนาความสามารถของคน การที่บุคคลใดจะมีลักษณะในด้านใดด้านหนึ่งนั้น ต้องได้รับการฝึกหัดหรือปฏิบัติบ่อย ๆ จนสามารถกระทำสิ่งนั้น ๆ ได้ด้วยความชำนาญ ในทำนองเดียวกันการฝึกทักษะอย่างสม่ำเสมอหลังจากการเรียนการสอนแล้วจะทำให้นักเรียนเข้าใจมากกว่าจะให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาต่อไป

Johnson และ Rising (1967) ได้เสนอหลักการในการฝึกทักษะการคิดคำนวณไว้ดังนี้

1. การฝึกทักษะจะต้องกระทำเมื่อผู้เรียนมีความต้องการที่จะปรับปรุงตนเองให้เกิดความชำนาญหล่องแคล่ว

2. การฝึกควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล

3. ควรให้ผู้เรียนฝึกทักษะการคิดคำนวณหลังจากที่เข้าใจมโนมติแล้ว

4. แบบฝึกทักษะที่ให้นักเรียนฝึกไม่ควรยากเกินไป เพื่อให้ผู้เรียนสามารถหาคำตอบหรือแก้ปัญหาด้วยตนเองได้

5. การฝึกควรให้นักเรียนฝึกทักษะโดยใช้ความคิดอย่างพินิจพิจารณาควบคู่ไปด้วย

6. การฝึกควรให้นักเรียนฝึกในเนื้อหาที่ซ้ำ ๆ กัน แต่เปลี่ยนวิธีการฝึกเพื่อนักเรียนจะได้ไม่เบื่อ

7. การฝึกจะต้องฝึกในสิ่งที่ถูกต้องและนำไปใช้ได้

8. การฝึกแต่ละครั้งควรใช้ระยะเวลาสั้น ๆ ประมาณ 10-15 นาที และฝึกทุกวัน

9. ควรเน้นหลักการหรือกฎเกณฑ์ทั่วไปมากกว่าเน้นวิธีลัด

10. การฝึกแต่ละครั้งควรให้ผลย้อนกลับกับนักเรียนทันทีว่าการฝึกนั้นถูกต้องหรือไม่

11. ไม่ควรใช้การฝึกเป็นการทำโทษเด็ก จะทำให้ผู้เรียนมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อการฝึกทักษะ

12. ให้ผู้เรียนทราบความก้าวหน้าของตนเองทุกครั้งหลังจากการฝึก

จากแนวคิดต่าง ๆ เกี่ยวกับการฝึกทักษะคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาที่กล่าวมาพอสรุปเป็นแนวทางในการฝึกทักษะการคิดคำนวณได้ดังนี้

1. การฝึกทักษะการคิดคำนวณจะต้องฝึกหลักจากที่นักเรียนเกิดความเข้าใจมโนมติในเรื่องนั้น ๆ อย่างชัดแจ้งแล้ว

2. การฝึกทักษะควรให้นักเรียนฝึกเป็นรายบุคคล

3. เนื้อหาที่ใช้ในการฝึกควรสอดคล้องกับสิ่งที่นักเรียนได้เรียนรู้ในแต่ละชั่วโมง เนื้อหาหนึ่ง ๆ ควรเป็นเรื่องเดียวกันและฝึกซ้ำหลาย ๆ ครั้งจนเกิดความชำนาญแล้วจึงเปลี่ยนเป็นเนื้อหาใหม่

4. การฝึกแต่ละครั้งครูควรเอาใจใส่นักเรียนอย่างต่อเนื่อง และบอกความก้าวหน้าให้ผู้เรียนทราบทุกครั้ง

5. คอยให้กำลังใจให้คำชมเชยแก่นักเรียนอย่างสม่ำเสมอด้วยความจริงใจ เพื่อสร้างความเชื่อมั่นในตนเองให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

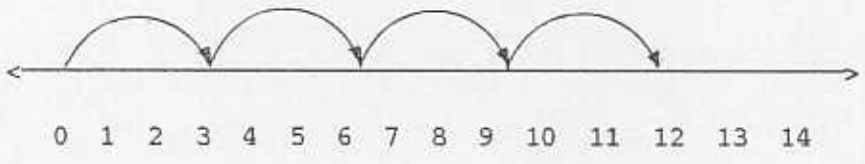
2.5.2 เทคนิคการคิดในกระบวนการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

ทักษะในการคิด การคำนวณ เป็นทักษะที่มีความสำคัญและจำเป็นอย่างยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งทักษะทางด้านการคูณและการหาร ซึ่งเป็นทักษะพื้นฐานที่จะนำนักเรียนไปสู่การเรียนในทักษะอื่น ๆ ต่อไป มีนักการศึกษาหลายท่านได้ศึกษาและค้นคว้าหาเทคนิควิธีการคิดที่จะช่วยพัฒนาทักษะการคูณและการหารแก่ผู้เรียน โดยจำแนกเทคนิคการคิดของแต่ละทักษะไว้ดังนี้คือ

เทคนิคการคิดเกี่ยวกับการคูณ

Suydam และ Reys (1978) ได้เสนอแนวการคิดหาผลลัพธ์การคูณ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาไว้ดังนี้

1. การนับเพิ่มครั้งละเท่า ๆ กัน (Skip Counting) เช่น 4 x 3 = □



นับเพิ่มทีละสาม 4 ครั้ง (3, 6, 9, 12) 4 x 3 ผลลัพธ์ คือ 12

2. การบวกซ้ำ (Repeated Addition)

2 x 8 = _____ หาคำตอบได้เลย

2 x 8 = 8 + 8

ดังนั้น 2 x 8 ผลลัพธ์ คือ 16

3. การแบ่งจำนวนที่นำมาคูณกันออกเป็นสองเท่าของจำนวนที่รู้ (Twice As Much An Khnow Facts) เช่น

4 x 7 = □

เพราะรู้แล้วว่า 2 x 7 = 14

ดังนั้น 4 x 7 มากเป็นสองเท่าจึงเท่ากับ 14 + 14

4 x 7 ผลลัพธ์ คือ 28

4. การประมาณค่า เช่น

3 x 9 = □

3 x 9 = (3 x 10) - (3 x 1)

= 30 - 3

= 27

5. การแจกแจง เช่น

5 x 7 = □

7 = 4 + 3

ดังนั้น 5 x 7 = 5 x (4 + 3)

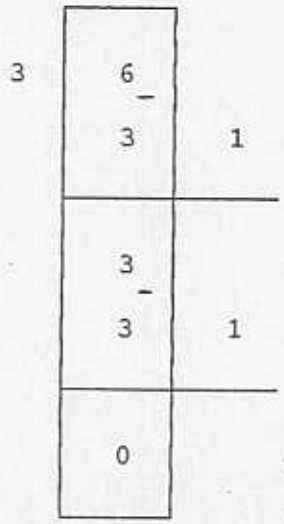
= (5 x 4) + (5 x 3)

= 20 + 15

= 35

เทคนิคการคิดเกี่ยวกับการหาร

Bates และ Rousseau (1986) ได้เสนอวิธีการคิดหาผลลัพธ์ของการหารอย่างง่ายโดยวิธีเอาตัวหารไปลบออกจากตัวตั้งจนกว่าจะลงตัว หรือไม่สามารถลบได้ แล้วนับจำนวนครั้งที่เอาตัวตั้งไปลบรวมกันก็จะเป็นผลลัพธ์ของการหารจำนวนนั้น เช่น 6 ÷ 3 = สามารถหาคำตอบได้เลย



6 ÷ 3 = 1 + 1

ผลลัพธ์ คือ 2

2.5.3 การจัดกิจกรรมการสอนการคูณและการหารเบื้องต้น

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2529) กล่าวว่า การคูณมีความสัมพันธ์กับการบวกในชั้น ป. 1 เรียนการนับเพิ่มซึ่งเป็นพื้นฐานขั้นต้นของการคูณ ควรดำเนินการดังนี้

1. เริ่มจากการนับเพิ่มทีละเท่า ๆ กัน โดยใช้ของจริงและจำนวนนับง่าย ๆ ที่นับมากกว่าครั้งละหนึ่งในชั้น ป.1 นับเพิ่มทีละสิบ ทีละห้า ทีละสอง ให้นักเรียนสรุปได้ว่าการนับเพิ่มทีละสิบ ทีละห้า และทีละสอง รวดเร็วกว่าการนับทีละหนึ่งไปสู่การสอนจำนวนคู่และจำนวนคี่

2. ขยายการนับเพิ่ม ทีละสิบ ทีละห้า ทีละสอง จาก 0-100

3. ใช้การนับเพิ่มนำไปสู่การคูณ (ในชั้น ป.2) โดยเริ่มกำหนดจำนวนครั้งที่นับเพิ่มและจำนวนที่นับเพิ่มแต่ละครั้ง ให้หาจำนวนที่นับเพิ่มทั้งหมดและแปลความหมายออกเป็นประโยคสัญลักษณ์ การบวกจำนวนที่เท่า ๆ กัน

ลำดับขั้นการจัดกิจกรรมมีดังนี้

1) ให้นักเรียนนับของจริง เช่น ก้อนหิน, แท่งไม้, หลอดกาแฟ ทีละ 10 เริ่มจาก 1 ครั้ง 2, 3, 4, 5,... ครั้ง และบอกผลบวกของการนับเพิ่มได้

2) เขียนภาพง่าย ๆ เพื่อเชื่อมโยงของจริงกับสัญลักษณ์ให้นักเรียนหาผลบวกของจำนวนที่นับเพิ่มดังนี้

ก. ใช้ภาพ 00000 00000 00000 00000

00000 00000 00000 00000

ข. ใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน 10 + 10 + 10 + 10

ค. ใช้สัญลักษณ์แทนการรวม 10 + 10 + 10 + 10

ง. ให้นักเรียนนับจำนวนภาพตรวจสอบความถูกต้อง

3) จัดกิจกรรมการบวกจำนวนที่เพิ่มทีละห้า ทีละสอง และทีละเท่า ๆ กัน โดยใช้วิธีสอนแบบเดียวกับข้างต้น จะช่วยให้นักเรียนเห็นว่าการนับเพิ่มทีละสิบ ทีละห้าหรือทีละสอง ทำให้นับได้รวดเร็วกว่าการนับเพิ่มทีละครั้ง

4) ให้นักเรียนแต่งโจทย์ปัญหา แล้วให้เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์และหาคำตอบ เช่น

โจทย์ปัญหา ครูให้ดินสอนักเรียน 8 คน ๆ ละ 5 แท่ง ครูให้ดินสอนักเรียนกี่แท่ง

ประโยคสัญลักษณ์ 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = □

คำตอบ 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 40

4. การแปลประโยคสัญลักษณ์การบวกเป็นการคูณ การเขียนประโยคสัญลักษณ์การคูณอาศัยหลักการที่ว่าการแสดงการบวกจำนวนที่เท่า ๆ กัน หลาย ๆ ครั้ง อาจแสดงด้วยการคูณจำนวนเพียง 2 จำนวน คือ จำนวนที่เท่ากับจำนวนครั้งที่นำมารวมกัน ผลที่ได้เรียกว่า ผลคูณ

ตัวอย่าง

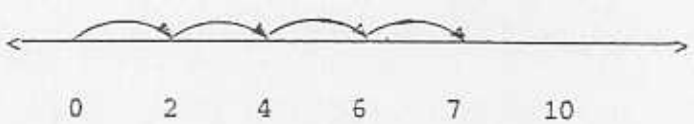
ประโยคสัญลักษณ์การบวก 2 + 2 + 2 = 6

ประโยคสัญลักษณ์การคูณ 3 x 2 = 6

หมายถึง 3 ครั้ง ของจำนวน 2 เท่ากับ 6

ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 แสดงการคูณเริ่มด้วยหาผลคูณแนวนอนก่อน เพราะเป็นวิธีง่ายและสะดวกสำหรับนักเรียนที่เริ่มเรียน หากสอนการคูณตามแนวตั้งจะต้องระวังเรื่องหลักเลขให้ตรงกัน การขีดเส้นใต้ การสอนคูณตามแนวตั้งจึงควรสอนหลังจากที่นักเรียนเรียนเรื่องหลักเลขมาแล้ว

การใช้เส้นจำนวนเป็นสื่อแสดงความหมายของการคูณ



การบวก $2 + 2 + 2 + 2 = 8$

ดังนั้น $4 \times 2 = 8$

จากรูปที่ 0 นับทีละ 2 ไปทางขวา 4 ครั้ง ได้ 8 พูดได้ว่า สี่ครั้งของสองเท่ากับแปด

การท่องสูตรคูณจะกระทำหลังจากนักเรียนเข้าใจความหมายการคูณแล้ว นักเรียนควรฝึกท่องจนคล่อง การฝึกจะใช้ท่องปากเปล่า หรือใช้เติมตารางคูณหรือเล่นเกมแข่งขันการคูณก็ได้

5. การสอนคูณสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ นักเรียนพบคูณสมบัติการสลับที่มาแล้วครั้งหนึ่งในเรื่องการบวก ในการสอนครูต้องให้นักเรียนได้สังเกตและเปรียบเทียบผลคูณแล้วจึงสรุปเป็นกฎเกณฑ์ ครูอาจเริ่มด้วยเจตย์ปัญหา

6. คูณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มการคูณ คูณสมบัติดังกล่าวได้เคยถูกนำมาใช้ในการสอนบวกมาครั้งหนึ่งแล้ว สำหรับการคูณที่มีจำนวน 3 จำนวน เราสามารถที่จะจับคู่ใดคือ คู่หน้าหรือคู่หลังก่อนก็ได้ ผลลัพธ์จะมีค่าเท่ากัน ในการสอนควรให้นักเรียนลองหาผลคูณเอง เพื่อจะได้สรุปเป็นกฎเกณฑ์ได้ถูกต้อง เช่น

$7 \times 3 \times 2 = \square$ ถ้าใช้คูณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มจะได้ดังนี้

$(7 \times 3) \times 2 = 21 \times 2 = 42$

$7 \times (3 \times 2) = 7 \times 6 = 42$

ฉะนั้น $(7 \times 3) \times 2 = 7 \times (3 \times 2)$

7. คูณสมบัติการแจกแจง คูณสมบัติการแจกแจงเป็นคูณสมบัติที่เชื่อมโยงการคูณและการบวก ซึ่งมีประโยชน์ช่วยให้หาผลคูณได้เร็ว และง่ายขึ้น โดยเฉพาะการหาผลคูณของจำนวนที่มีหลายหลัก เช่น

$$3 \times 24 = 3 \times (20 + 4)$$

$$= (3 \times 20) + (3 \times 4)$$

$$= 60 + 12$$

$$= 72$$

ซึ่งเป็นการคูณในแนวนอน การใช้คูณสมบัติการแจกแจงในระยะแรก จะนำไปสู่การสอนคูณในรูปแนวตั้ง เช่น

$3 \times 45 = 3 \times (40 + 5)$

$= (3 \times 40) + (3 \times 5)$

$= 120 + 15$

$= 135$

นำมาเขียนในรูปแนวตั้ง

$$\begin{array}{r} 40 + 5 \\ \times \quad 3 \\ \hline 120+15 \end{array} = 135$$

หรือเขียนในอีกรูปหนึ่ง

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times \quad 3 \\ \hline 15 \\ + \\ 120 \\ \hline 135 \end{array}$$

15 <-------- นำ 3 ไปคูณ 5 ในหลักหน่วยก่อนคือ 3 x 5

120 <-------- นำ 3 ไปคูณ 4 ในหลักสิบ คือ 40 3 x 40

135 <-------- นำผลคูณมารวมกัน

วิธีลัดที่สั้นที่สุด

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times \quad 3 \\ \hline 135 \end{array}$$

การใช้คุณสมบัติการแจกแจง จะช่วยสร้างความเข้าใจในระยะแรกก่อนที่จะสอนการคูณแนวตั้ง

8. การคูณวิธีลัด เริ่มสอนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 เริ่มจากการให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างการคูณของเลขหลักเดียวกับสองหลัก ดังนี้

ก. $2 \times 2 = 4$ ข. $2 \times 20 = 40$

ก. $5 \times 4 = 20$ ข. $5 \times 40 = 200$

แต่การสอนให้คูณด้วยวิธีลัด ควรสอนหลังการสอนคูณตามแนวตั้งแล้ว แต่ก็ไม่จำเป็นต้องบังคับวิธีการคิด แล้วแต่นักเรียนจะเลือกวิธีใด ครูเพียงแนะนำให้นักเรียนรู้จักว่าวิธีลัดเป็นการช่วยลดเวลาในการเขียนให้สั้นลง

9. การคูณที่เกี่ยวข้องกับศูนย์ (0) ครูจะต้องใช้สื่อการเรียนประกอบการอธิบาย ไม่ควรให้นักเรียนจำเพียงอย่างเดียว การคูณที่เกี่ยวกับศูนย์ (0) มี 2 แบบ

แบบที่ 1 $4 \times 0 = \square$

การแสดงความหมาย คือ $0 + 0 + 0 + 0 = 0$ ถ้ามีการแย้งว่า ทำไม่ได้ 4 ศูนย์ก็ยกตัวอย่างนักเรียน 4 คน แต่ละคนไม่มีเงินอยู่เลย ดังนั้นทั้ง 4 คนรวมกันเข้าก็ไม่มีเงินเลย จึงมีค่าเท่ากับ 0 เพราะฉะนั้น $4 \times 0 = 0$ --

แบบที่ 2 $0 \times 4 = \square$

อาจใช้คุณสมบัติการสลับที่อธิบายว่า $4 \times 0 = 0 \times 4$ ก็จะเท่ากับ 0 เหมือนเดิม หรือยกตัวอย่างว่า ถ้านักเรียนมาโรงเรียน ครูจะให้ขนมคนละ 4 อัน

ถ้านักเรียนมาโรงเรียน 3 คน จะได้ขนมไป $3 \times 4 = 12$ อัน

ถ้านักเรียนมาโรงเรียน 2 คน จะได้ขนมไป $2 \times 4 = 8$ อัน

ถ้านักเรียนมาโรงเรียน 1 คน จะได้ขนมไป $1 \times 4 = 4$ อัน

ถ้านักเรียนไม่มาเลย คือ 0 จะไม่ได้ขนมเลยคือ 0 อัน

เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้ $0 \times 4 = 0$

10. โจทย์ปัญหาการคูณ การเรียนการคูณให้ใช้ในชีวิตประจำวันได้นั้น ไม่เพียงแต่คิดได้รวดเร็วและถูกต้องเท่านั้น ยังจะต้องสามารถตีความโจทย์ปัญหาแล้วแปลความจากโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์การคูณ และหาคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบเองได้ ในทำนองเดียวกันเมื่อมีประโยคสัญลักษณ์การคูณก็สามารถแต่งโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์นั้น หาคำตอบและตรวจสอบคำตอบได้ โจทย์ปัญหาการคูณเริ่มเรียนในชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 แต่นักเรียนชั้นนี้ทางด้านการอ่านและการเขียนยังไม่พร้อม อาจจะอ่านไม่ออกหรือเขียนไม่ถูก ครูต้องช่วยโดยอาจเว้นให้นักเรียนเติมบางแห่งหรืออ่านให้นักเรียนฟัง

ในชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโจทย์ปัญหาแนวตั้ง การสอนโจทย์ปัญหา นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจอย่างดีในเรื่อง

1) จำนวนและตัวเลข

2) วิธีการคูณและการหาคำตอบ

3) ภาษาที่ใช้ในโจทย์ปัญหา

การจัดกิจกรรมการสอนการหาร ควรดำเนินการดังนี้

1. การให้นักเรียนรู้จักการนับลด ซึ่งสอนตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ของจริงประกอบการนับลดทีละสิบ ทีละห้า ทีละสอง และครั้งละเท่า ๆ กัน จนถึงครั้งละเก้า แล้วให้หาจำนวนครั้งที่นับลด

2. แสดงการลด และหาจำนวนครั้งที่นับลด

มีขนม	20	ถุง
นับลดครั้งละ 1	5	ถุง
เหลือ	15	ถุง
นับลดครั้งละ 2	5	ถุง
เหลือ	10	ถุง
นับลดครั้งละ 3	5	ถุง
เหลือ	5	ถุง
นับลดครั้งละ 4	5	ถุง
เหลือ	0	ถุง หรือหมดพอดี

20 นับลดครั้งละ 5 จนถึง 0 ได้ 4 ครั้ง

จำนวนครั้งที่นับลดครั้งละเท่า ๆ กัน จนถึง 0 ก็คือ ผลหาร

3. เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์การหาร ครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่า การหารจำนวนกลุ่มเมื่อกำหนดจำนวนสิ่งของทั้งหมดให้และจำนวนนับลดที่เท่ากันให้ ถ้าจำนวนของมีมากใช้วิธีนับลดครั้งละเท่า ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง ทำให้เสียเวลา จึงมีวิธีเขียนเครื่องหมาย – แทนการออกครั้งละเท่า ๆ กัน ดังตัวอย่าง

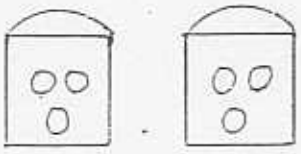
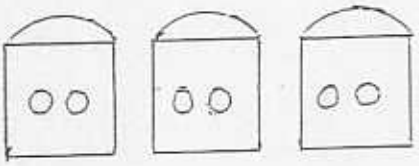
$20 \div 5 = \square$ อ่าน "ยี่สิบหารด้วยห้าได้เท่าไร"

นักเรียนอาจหาคำตอบโดยอาศัยเส้นจำนวนหรือใช้สื่อการเรียนอื่นช่วยหาคำตอบข้อนี้ คือ 4 นำมาเขียนประโยคได้ดังนี้

$20 \div 5 = 4$

แนะนำให้นักเรียนรู้จัก "ตัวตั้ง" "ตัวหาร" และ "ผลหาร" จากประโยคสัญลักษณ์และโจทย์ปัญหา

4. โจทย์ปัญหาที่พบมี 2 ลักษณะในชีวิตประจำวันโจทย์ปัญหาที่พบมี 2 ลักษณะ คือ

ไจทย์ลักษณะที่ 1	ไจทย์ลักษณะที่ 2
มีผลไม้ 6 ผล แบ่งใส่ถุง ถุงละ 3 ผล จะใส่ได้กี่ถุง	มีผลไม้ 6 ผล แบ่งใส่ถุง 3 ถุง ๆ ละ เท่า ๆ กัน จะใส่ได้ถุงละกี่ผล
	
ใส่ขนมได้ 2 ถุง	จะได้ขนมถุงละ 2 ชิ้น
6 ÷ 3 = 2	6 ÷ 3 = 2

5. ความสัมพันธ์ของการคูณ-หาร การหารต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับการคูณเข้ามาช่วย ก่อนที่จะสอนการหารที่มีเนื้อหาสูงขึ้นไป ครูควรจะชี้ให้นักเรียนได้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหารเสียก่อน ดังนี้ โดยใช้ของจริงหรือภาพหรือใช้เส้นจำนวน เช่น

1) 4 x 3 = □

2) 12 ÷ 3 = □

3) 12 ÷ 4 = □

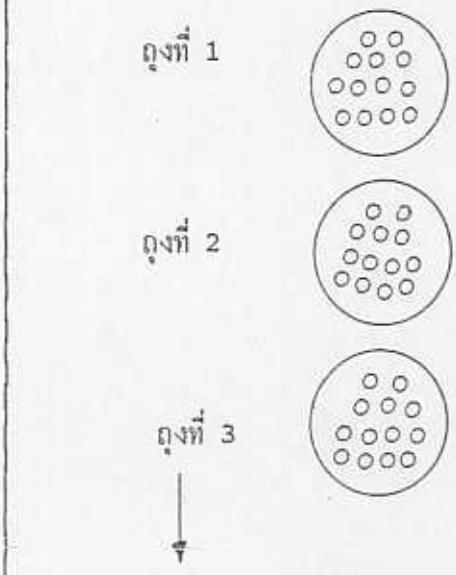
ความสัมพันธ์

การคูณ	การหาร
□ x 3 = 12	12 ÷ 3 = □
4 x □ = 12	12 ÷ 4 = □

6. การสอนหารยาว เมื่อเรียนหารเลขหลักเดียวซึ่งจำนวนน้อย อาจใช้วิธีหารแบบแนวนอนหรือจะตั้งหารวิธีใดก็ได้ แต่ถ้าเป็นเลขจำนวนมากจะใช้การหารยาว เพราะทำให้การหาผลหารง่ายขึ้น การสอนหารยาวมีลำดับขั้นดังนี้

ใช้ตั้งหารยาว 169 ÷ 13 = □ เทียบกับท็อฟฟี่จำนวน 169 เม็ดแบ่งใส่ถุง ๆ ละ 13 เม็ดจะได้กี่ถุง

(ขั้นที่ 1) จัดใส่ทีละถุง ๆ ละ 13 เม็ด



13 ⟌169

13 ถุงที่ 1

156

13 ถุงที่ 2

143

13 ถุงที่ 3

130

(ขั้นที่ 2) วิธีที่ 1 ยาวไป คิดให้สั้นเข้าได้อีก คิดทีละ 2 ถุง

2 ถุงแรก

13 ⟌169

26 2x13

143

26 2x13

117

26 2x13

91

26 2x13

65

... 2x13

39

26 2x13

13

26 2x13

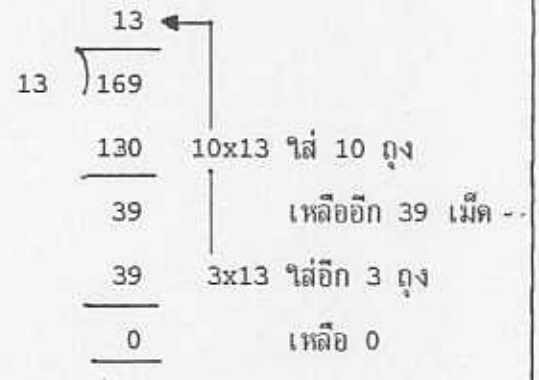
13

13 1x13

0

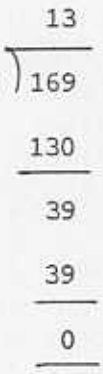
รวมใส่ได้ 13 ถุง เป็นคำตอบ

(ขั้นที่ 3) ยังคิดให้สั้นได้อีก คิดทีละ 10 ถุงก่อน



รวมได้ 13 ถึง เป็นคำตอบ

(ขั้นที่ 4) ลดการเขียนให้น้อยลง และอาศัยการเขียนตัวเลขให้ตรงหลัก



วิธีเขียนแสดงการหารเช่นนี้ เรียกว่า วิธีลัด

นักเรียนจะสรุปใช้ประมาณปลายปี ชั้น ป.4

การประมาณผลหาร

การหารที่มีจำนวนหลายหลัก จำเป็นต้องฝึกให้นักเรียนรู้จักการประมาณผลหารเป็นจำนวนเต็มสิบก่อน เช่น 10, 20, 30 แล้วนำผลหารที่ประมาณนั้นคูณกับตัวหาร เพื่อดูว่าผลคูณนั้นต้องไม่เกินตัวตั้ง เช่น

โจทย์ 840 ÷ 40 = ประมาณคำตอบโดยนำ 10, 20, 30...คูณกับ 40 พบว่า

10 x 40 = 400 น้อยกว่า 840

20 x 40 = 800 น้อยกว่า 840

30 x 40 = 1200 มากกว่า 840

ดังนั้น คำตอบย่อมมากกว่า 20 แต่น้อยกว่า 30 ดังเช่น

```
      21
40 ) 840
     800   20 x 40
     ---
      40   +
      40   1 x 40
     ---
       0
     ---
```

หรือ

```
40 ) 840
     800   20 x 40
     ---
      40   +
      40   1 x 40
     ---
       0
     ---
```

ตรวจคำตอบ 21 x 40 = 840

สิ่งที่ต้องคำนึงถึง

1. การสอนหาร ควรให้นักเรียนทำตามวิธีการเป็นขั้นตอน เพื่อพัฒนาความคิดความเข้าใจตามความสามารถของแต่ละคน นักเรียนบางคนอาจจะทำขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 อยู่นานกว่าจะปรับมาเป็นขั้นที่ 3 จนถึงขั้นที่ 4 อย่าเร่งสรุปเป็นวิธีลัดเร็วเกินไป เพราะนักเรียนใช้เวลาเรียนตั้งแต่ ป.2, ป.3, จนถึง ป.4

2. ควรฝึกให้ทำมาก ๆ และบ่อย ๆ ตามความเหมาะสมกับระดับชั้น เพื่อให้เกิดทักษะและสามารถคิดคำนวณได้อย่างแม่นยำรวดเร็ว

2.6 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ชลลดา แสงวัฒน์ (2524) ได้ทำการวิจัยเรื่องความคิดเห็นเกี่ยวกับการใช้หลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 ในกลุ่มทักษะของครูประจำชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 พบว่า ครูผู้ใช้คู่มือครูของสถาบันส่งเสริมการสอนวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีตามหลักสูตรพุทธศักราช 2521 ได้ให้ข้อเสนอแนะว่า เนื้อหาเรื่องการคูณเป็นเนื้อหาหนึ่งที่นักเรียนเข้าใจยากและสับสนและสุมาวี (2526) ศึกษาผลการสอนที่มีการใช้แบบทดสอบเพื่อวินิจฉัย ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ในจังหวัดสิงห์บุรีกล่าวไว้ว่า เมื่อพิจารณาทักษะพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วยการบวก ลบ คูณและหารแล้ว พบว่าทักษะการคูณเป็นทักษะกลางที่สามารถเป็นตัวแทนของทักษะทั้งสี่ได้ ทั้งนี้เนื่องจากทักษะการคูณต้องอาศัยทักษะการบวกเป็นพื้นฐาน ส่วนทักษะการลบและการหารนั้นเป็นส่วนกลับของทักษะการบวกและการคูณ

ชอบ สุขสมจิต (2527) ทำการวิจัยเกี่ยวกับปัญหาเนื้อหาคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นปัญหาสำหรับครู ได้แก่ การหาร โจทย์ปัญหาและสัญลักษณ์การหาร รวมทั้งการตรวจคำตอบ โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างการคูณและการหาร ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของมนู ปานพัฒนากร (2527) ที่ทำการศึกษาในเรื่องเดียวกัน แต่ทำในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 พบว่า เนื้อหาที่เป็นปัญหาสำหรับผู้สอนก็คือเนื้อหาเรื่องการหาร โจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์การหาร โจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์ การคูณ ส่วนอิสเวศ พิพัฒนมงคลพร (2530) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับปัญหาการสอนคณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยทำการศึกษาที่จังหวัดขอนแก่น พบว่า เนื้อหาที่เป็นปัญหาสำหรับครูผู้สอนในด้านต่าง ๆ อย่างเด่นชัด 4 เนื้อหา ได้แก่ การหารเมื่อตัวหารมีสองหลักหรือตั้งแต่สามหลักขึ้นไป โจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์การหาร โจทย์ปัญหาและประโยคสัญลักษณ์การคูณและโจทย์ระคนเกี่ยวกับการบวกลบคูณและหาร

ชาญพักตร์ ศรีสันต์ (2528) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง การคูณของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนโดยวิธีสอนของ สสวท. กับวิธีสอน ของวรรณี ผลปรากฏว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนของ สสวท. และนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนของวรรณี มีความคงทนในการเรียนรู้แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมพร หอยสำเจียก (2529) ได้ศึกษาความคงทนในการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องการหารของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยวิธีสอนของ สสวท. กับวิธีสอนของ วรรณี ผลการวิจัยปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนของ สสวท. กับนักเรียนที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนของวรรณี มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชะเอม ชวลิตชัยชาญ (2530) ได้ทดลองสอนคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารกับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่มีระดับความสามารถทางการเรียนแตกต่างกัน โดยวิธีสอนแบบวรรณี พบว่าความคงทนในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารระหว่างนักเรียนที่มีระดับความสามารถทางการเรียนต่ำ ปานกลาง สูง ที่ได้รับการสอนโดยวิธีสอนแบบวรรณีกับวิธีสอน สสวท. แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

วัฒนา สมหวัง (2533) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหาร ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 โดยการสอนด้วยชุดการสอนกับการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า คะแนนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหาร ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ของนักเรียนกลุ่มทดลองหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วุ่งนภา ช่อลูงเนิน (2536) ได้ศึกษาการสอนโจทย์ปัญหาเศษส่วนด้วยเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สอนด้วยเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์กับการสอนตามวิธีสอนทั่วไป พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์จากการสอนด้วยเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนตามวิธีสอนทั่วไป มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้ โดยนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนตามวิธีสอนทั่วไป

ศุภกานต์ ประสานพานิช (2538) ได้ทำการวิจัยเรื่องผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบเบื้องต้น ผลการวิจัยพบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่องการบวกและการลบเบื้องต้นของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยเน้นเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีตามคู่มือครูอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Pace (1958) ได้ศึกษาผลของความเข้าใจหลักการเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์คือ การบวก การลบ การคูณและการหาร ได้ทำการศึกษากับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งผลการวิจัยพบว่าความเข้าใจหลักพื้นฐานทั้งสี่องค์ประกอบสำคัญเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

Generes (1987) ศึกษาผลของเกมและแบบแข่งขันเสริมแรงในการเรียนคณิตศาสตร์เรื่องการคูณและลำดับขั้นการคูณ โดยคัดนักเรียนที่มีคะแนนสอบตั้งแต่ 75% ลงมา จำนวน 85 คน ให้ทดสอบพื้นฐานการคูณ 50 ข้อ แล้วจึงสุ่มอย่างมา 48 คน แบ่งเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 16 คน

เป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่ม กลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม แต่ละกลุ่มจัดเป็นนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 5 คน และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ 8 คน ให้ทั้ง 3 กลุ่มเรียนในชั้นเรียนตามปกติ แต่ในการทดลองใช้เวลาเล่นเกมสัปดาห์ละ 2 คน ครั้งละ 20 นาที เป็นเวลา 4 สัปดาห์ จากนั้นจึงทดสอบภายหลังสิ้นสุดการทดลอง ปรากฏว่าคะแนนการทดสอบครั้งหลังสูงขึ้นกว่าครั้งแรกอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 แต่ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของทั้ง 2 กลุ่ม ไม่แตกต่างกัน แสดงว่าการสอนเคยใช้เกมฝึกทักษะ และใช้เกมสอน เพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดไม่ทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

Hall (1979) ได้ทำการวิจัยพบว่า ในการฝึกทักษะการคูณเบื้องต้นของเด็กเกรด 3 การที่ครูเน้นคูณสมบัติสลับที่ของการคูณจะช่วยให้เด็กเรียนการคูณเบื้องต้นได้ดี

Fuson & Know (1992) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับเทคนิควิธีการคิดเลขของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ชาวเกาหลี พบว่า สาเหตุที่นักเรียนเกาหลีมีความสามารถในการบวกสบเลขหลักเดียวและเลขหลายหลักได้แม่นยำกว่าในประเทศสหรัฐอเมริกานั้น เนื่องจากนักเรียนเกาหลีได้รับการสอนเคยใช้เทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์มาตั้งแต่ระดับอนุบาล

ผลการวิจัยของ Brownell และ Chaxal (อ้างใน สุลัดดา, 2536) ซึ่งกระทำกับนักเรียนเกรด 3 ปรากฏว่า การฝึกจะต้องเป็นขบวนการต่อจากการสอนที่มีความหมาย การพัฒนารูปแบบของการคิดและขบวนการคิดจะต้องมีความสำคัญมากกว่าการจำ

Martinak (1985 อ้างถึงใน จักรพงษ์ ไชคิการณ์, 2538) ได้ทำการศึกษาเรื่องการเปรียบเทียบการใช้ยุทธศาสตร์การคิดหลากหลายกับการใช้ยุทธศาสตร์การคิดแบบเดี่ยว ของนักเรียนเกรด 6 ในการแก้ปัญหาการบวกเลขขนไจ โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบการคำนวณของนักเรียน เคยใช้วิธีการแลกเปลี่ยนกลุ่ม กับวิธีคำนวณ โดยใช้กระดาษและดินสอ เพื่อแก้โจทย์ปัญหาการบวกเลขขนไจและเพื่อศึกษาว่ากลุ่มควบคุมเลือกวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร ระหว่างวิธีการทำนายกับใช้กระดาษและดินสอคำนวณ ผลการวิจัยพบว่า การคิดโดยใช้วิธีที่หลากหลายจะดีกว่าการคิด เคยใช้วิธีเดียว แต่จากการศึกษา พบว่า ไม่มีความแตกต่างทางสถิติระหว่างการคิดด้วยการตอบปากเปล่ากับการคิดเคยใช้กระดาษและดินสอ

2.7 รูปแบบการพัฒนาทักษะการคูณและการหารเบื้องต้นด้วยเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์

จากแนวคิดเกี่ยวกับทักษะคณิตศาสตร์และเทคนิคการคิดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมา ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะนำเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการสอน เพื่อให้เด็กได้เรียนรู้ถึงเทคนิค

วิธีการคิดคำนวณที่หลากหลาย รวดเร็วในการคิด สามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ อันเป็นหัวใจสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.7.1 แนวคิดและหลักการ

การพัฒนาการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อมุ่งให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้จริง โดยใช้วิธีการที่หลากหลายในการคิดคำนวณไม่ยึดติดอยู่กับวิธีใดวิธีหนึ่ง ทั้งนี้การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณสามารถกระทำได้ในชั้นประถมศึกษาตอนต้นเป็นต้นไป ตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ คือมโนมติทางคณิตศาสตร์สามารถสร้างขึ้นด้วยตนเองของเด็กจากการกระทำตามธรรมชาติ โดยมีวัตถุประสงค์เป็นสื่อ เด็กสามารถเข้าใจความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังจากที่เข้าใจสัญลักษณ์และเครื่องหมาย และเข้าใจมโนมติต่าง ๆ ในลักษณะที่เป็นรูปธรรมก่อนจะได้เรียนหรือใช้มโนมติเหล่านั้นอย่างนามธรรม โดยมีหลักการสำคัญอยู่ที่การจัดกิจกรรมการสอนเพื่อพัฒนาทักษะดังกล่าว ซึ่งกิจกรรมที่ครูจัดให้กับนักเรียนเช่น

1) เด็กได้รับการส่งเสริมให้คิดหาคำตอบด้วยตนเอง

2) เด็กได้ใช้ความพยายามคิดหาคำตอบได้หลาย ๆ วิธี โดยอาศัยความรู้ความเข้าใจและความคิดรวบยอดในทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม

3) เด็กได้มีโอกาสใช้ความคิด สังเกตความสัมพันธ์และทดลองหลาย ๆ อย่างจนพบคำตอบ

4) เด็กจะเกิดความอยากรู้อยากเรียน อยากลงมือกระทำเพราะปัญหายั่วยุและท้าทาย

5) เด็กได้รับการส่งเสริมให้พบกฎเกณฑ์และกระบวนการของคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง และจะมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนอย่างลึกซึ้ง

6) เมื่อเด็กได้พบหลักเกณฑ์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองก็ย่อมจะสามารถนำเอาความรู้ความเข้าใจไปใช้ในการเรียนเรื่องอื่น ๆ ได้ดี

7) การสอนโดยการค้นพบส่งเสริมให้เด็กลงมือกระทำจริง ๆ เป็นการสร้างความเข้าใจให้แก่เด็ก

8) ผู้เรียนได้รับการส่งเสริมให้ค้นพบความคิดใหม่ ๆ ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความพอใจ ความมั่นใจในการเรียน มีความอยากรู้อยากเรียนต่อไปอีก

9) การสอนโดยวิธีค้นพบส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ให้แก่เด็ก

10) ครูทำหน้าที่เพียงเป็นผู้แนะให้แก่เด็กตามความจำเป็น และยอมให้เด็กคิดตามวิธีของเด็กเองจนกระทั่งพบคำตอบ

2.7.2 จุดมุ่งหมาย

1) เพื่อส่งเสริมการพัฒนาทางด้านความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามความแตกต่างระหว่างบุคคล

2) เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้เทคนิควิธีการคิดได้หลายวิธี

3) เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนรู้คุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

2.7.3 บรรยากาศที่ส่งเสริมการคิดคำนวณในการเรียนคณิตศาสตร์

การเรียนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความคิดใหม่ ๆ นั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมตลอดเวลา ครูเป็นบุคคลที่มีอิทธิพลที่สุดในการทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ ครูเป็นบุคคลที่สามารถสร้างบรรยากาศของการเรียนรู้ที่มีผลในการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของบุคคลนั้น การเรียนรู้จะไม่เกิดในสภาวะที่นักเรียนมีความกลัว มีความรู้สึกหม่นหมองหรือมีความรู้สึกว่าตนเป็นส่วนเกินไม่เป็นที่ยอมรับของครูและเพื่อนร่วมชั้น ดังนั้น ครูควรสร้างบรรยากาศของห้องเรียน เพื่อพัฒนาความสามารถทางด้านความคิดของนักเรียนเอง

1) ให้นักเรียนรู้สึกว่ามีอิสระทางความคิด

2) ต้องเสริมแรงและจูงใจให้นักเรียนกล้าคิด แสดงความคิดเห็นความรู้สึก

3) ถ้าข้อคิดหรือคำตอบของนักเรียนไม่ถูกต้อง ครูก็ต้องหาวิธีเสริมแรงให้นักเรียนพยายามคิด แสวงหาและค้นหาคำตอบที่ถูกต้อง

4) ครูอย่าใช้วาจาก้าวร้าว ดิเดียน ถากถางให้นักเรียนเกิดความอับอาย ถ้านักเรียนมั่นใจว่าครูไม่เยาะเย้ยให้ตนอับอายเด็กก็จะกล้าคิด กล้าทำ กล้าถามในสิ่งที่ตนข้องใจ ทำให้การเรียนการสอนดำเนินไปอย่างมีความหมายมีประสิทธิภาพและประสิทธิผล

บทบาทของครูในการพัฒนาทักษะการคิดคำนวณ

บทบาทของครูในการที่จะช่วยพัฒนาทักษะการคิดให้แก่นักเรียน ซึ่งครูจะต้องทำหน้าที่ดังนี้

1) เตรียมคำถาม ปัญหาไว้มาก ๆ สำหรับป้อนให้กับเด็กเพื่อที่จะนำไปสู่การค้นพบ

2) หาวิธีกระตุ้นและยั่วยุให้เด็กคิดหาเหตุผล

3) ส่งเสริมและให้โอกาสเด็กค้นหาคำตอบและให้อธิบายถึงวิธีการหาคำตอบ

4) ส่งเสริมให้เด็กช่วยกันวิพากษ์วิจารณ์คำตอบของกันและกัน เพื่อจะเป็นทางไปสู่คำตอบที่ต้องการ

5) ส่งเสริมให้เด็กคิดอย่างเสรี และให้โอกาสเด็กแถลงวิธีการคิดของเขาให้แก่เพื่อน ๆ ฟัง

6) ครูทำหน้าที่เป็นผู้แนะให้เด็กคิดและช่วยตะล่อมความคิดใหม่กับความรู้เดิมของเด็กเข้าด้วยกัน

7) ครูควรใช้คำถามในลักษณะสร้างสรรค์ เมื่อนักเรียนค้นหาวิธีคิดในการหาคำตอบไม่ได้ ครูควรใช้คำถามในลักษณะชี้นำหรือเสนอแนะแนวทางในการคิดหาคำตอบ

8) ให้โอกาสในการเสนอเทคนิควิธีการคิดของตนเอง การที่นักเรียนมีเทคนิควิธีการคิดของตนเองในการหาคำตอบ แสดงว่านักเรียนเข้าใจหลักการทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี

9) รับฟังและยอมรับในวิธีการคิดของนักเรียน หลีกเลี่ยงการตรวจสอบวิธีการคิดของนักเรียน การที่ครูประเมินความถูกต้องของวิธีการคิดของนักเรียนทันทีที่นักเรียนเสนอวิธีการคิดจะทำให้นักเรียนไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ดังนั้นครูควรเป็นผู้ฟังที่ดีและยอมรับวิธีการคิดของนักเรียน

2.7.5 บทบาทของนักเรียนในการเรียน

1) นักเรียนต้องตั้งใจเรียน ไม่ชวนกันคุยขณะที่เรียนเพราะจะทำให้นักเรียนคนอื่น ๆ เสียสมาธิ

2) ถ้านักเรียนไม่เข้าใจในเทคนิคที่ครูสอน ต้องถามครูเพื่อที่ครูจะได้อธิบายให้เข้าใจ

3) เมื่อนักเรียนมีปัญหาในการทำกิจกรรมต่าง ๆ ให้ไปขอคำปรึกษาคำแนะนำและชี้แจงเพิ่มเติมจากครู

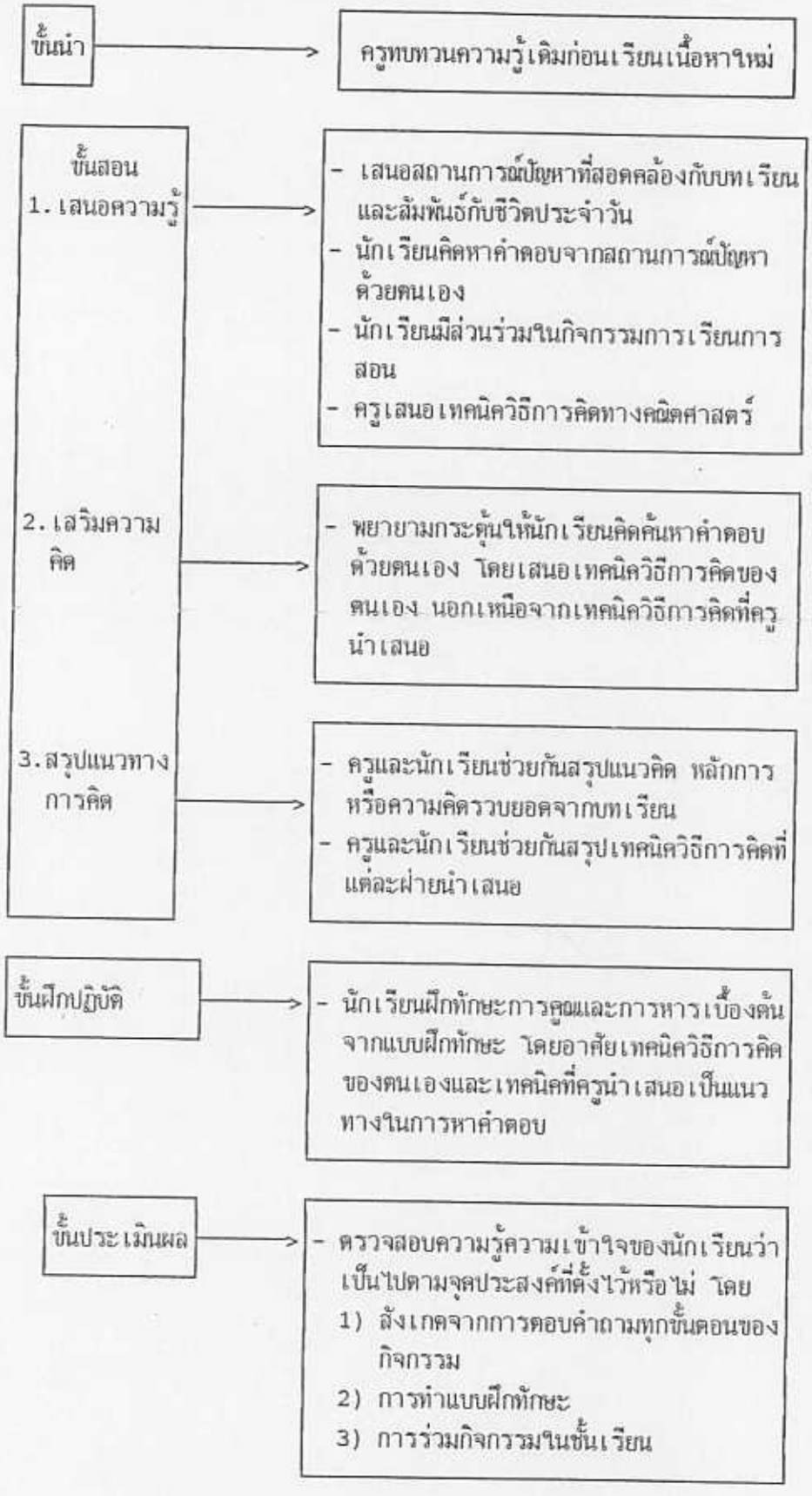
4) นักเรียนต้องพยายามทำแบบฝึกทักษะของตนเองอย่างเต็มความสามารถ

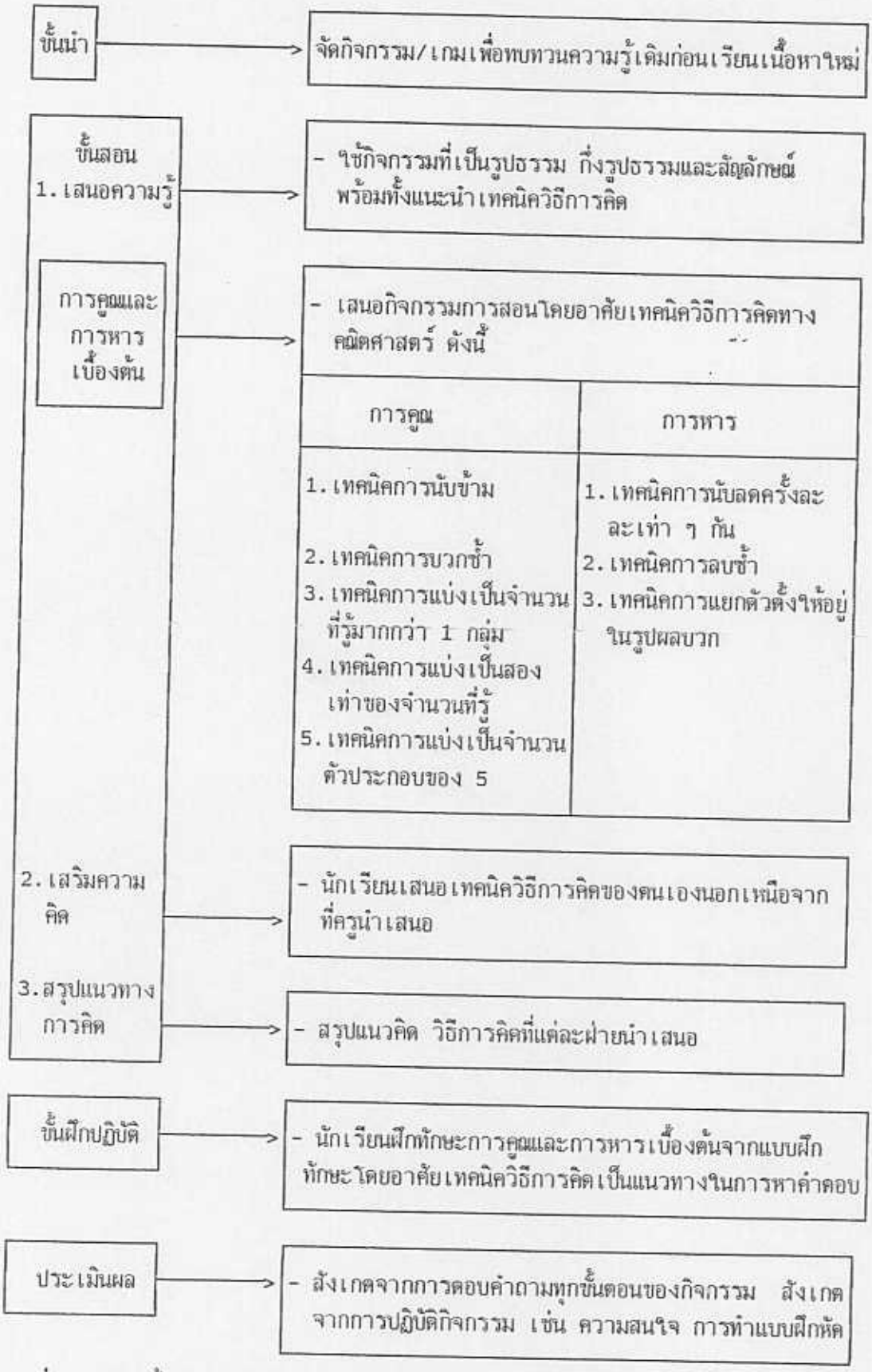
5) นักเรียนต้องตั้งใจปฏิบัติกิจกรรมอย่างจริงจัง และไม่ชวนเพื่อนคุยออกนอกเรื่อง

6) นักเรียนต้องพยายามคิดหาเทคนิคใหม่ ๆ ของตนเองมาช่วยในการคิดหาคำตอบนอกเหนือจากที่ครูสอน

จากแนวคิดและหลักการดังกล่าว ผู้วิจัยได้นำเสนอรูปแบบการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์ ไว้เป็นลำดับขั้นตอนตามแผนภูมิดังนี้

รูปแบบการสอนโดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์





ภาพที่ 5 ลำดับขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยเน้นเทคนิควิธีการคิดทางคณิตศาสตร์