

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 วิธีดำเนินการวิจัย

นำปัญหาการอัดตัวระบายน้ำของชั้นดินเหนียวเอกพันธุ์ อัดตัวปกติ ภายใต้การมีน้ำหนักรวมทุกเกิน น้ำระบายออกจากผิวบนของชั้นดินได้ แต่ผิวล่างไม่สามารถระบายออกได้ มาวิเคราะห์หาค่าเปอร์เซ็นต์การทรุดตัว ($\bar{\beta}$) เริ่มต้นจากการสร้างสมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำ ภายใต้การมีน้ำหนักรวมทุกเกิน โดยอาศัยทฤษฎีการอัดตัวระบายน้ำของ Mesri และ Rokhsar (1974) ไม่คิดการอัดตัวระบายน้ำที่ปลาย แล้วหาผลเฉลยโดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างอันดับ (Finite Difference) ตรวจสอบผลเฉลยภายใต้การมีน้ำหนักรวมทุกเกินกับผลเฉลยของออร์เรวี (2551) กรณีความเครียดน้อย และตรวจสอบผลเฉลยภายหลังจากการลดน้ำหนักรวมทุกเกิน กรณีอัตราส่วนดัชนีการซึมได้ (C_k) ต่อดัชนีการอัดตัวของดิน (C_c) เท่ากับ 1 และอัตราส่วนน้ำหนักรวมทุกแผ่กระจายก่อนก่อสร้าง (q_0) ต่อความเค้นกอดอัดประสิทธิผลตอนเริ่มต้น ($\bar{\sigma}_0$) เท่ากับ 0.01 กับผลเฉลยของ Olson (1977)

3.2 ปัญหาที่นำมาวิจัย

วิเคราะห์หาเปอร์เซ็นต์การทรุดตัว ($\bar{\beta}$) ของชั้นดินเหนียวเอกพันธุ์ อัดตัวปกติ ภายใต้การมีน้ำหนักรวมทุกเกิน ดังรูป 3.1 และ 3.2 ใช้ทฤษฎีการอัดตัวระบายน้ำของ Mesri and Rokhsar (1974) ไม่คิดการอัดตัวที่ปลาย โดยมีรายละเอียดดังนี้

- 1) อัตราส่วนน้ำหนักรวมทุกแผ่กระจายภายใต้การมีน้ำหนักรวมทุกเกิน (q_1) ต่อน้ำหนักรวมทุกแผ่กระจายก่อนก่อสร้าง (q_0) ใช้ค่าตาม OECD Road Research Group (1979)

$$\frac{q_1}{q_0} = 1.0, 1.1, 1.2$$

- 2) อัตราส่วนน้ำหนักรวมทุกแผ่กระจายก่อนก่อสร้าง (q_0) ต่อความเค้นกอดอัดประสิทธิผลตอนเริ่มต้น ($\bar{\sigma}_0$) ใช้ค่าตาม Mesri and Rokhsar (1974)

$$\frac{q_0}{\sigma_0} = 0.5, 1, 2$$

- 3) ตัวประกอบเวลา ซึ่งตรงกับเวลาที่เพิ่มน้ำหนักบรรทุกทุกแผ่กระจายถึงค่าน้ำหนัก

บรรทุกแผ่กระจายก่อนก่อสร้าง T_0 ($T_0 = \frac{k_o(1+e_o)\bar{\sigma}_o t_o}{0.434\gamma_w C_c H^2}$) ใช้ค่าตาม Schiffman (1958)

$$T_0 = 0.005, 0.02, 0.05, 0.2, 1$$

- 4) ตัวประกอบเวลาซึ่งตรงกับเวลาเริ่มต้นการบรรทุกน้ำหนักภายใต้การมีน้ำหนักบรรทุกเกิน T_1 จากรูป 3.2

$$T_1 = \frac{q_1}{q_0} T_0$$

- 5) ตัวประกอบเวลาซึ่งตรงกับเวลาสิ้นสุดการบรรทุกน้ำหนักเกิน T_2

$$T_2 = 0.005, 0.01, 0.02, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 2, 3, 4 \text{ (แต่ใช้ค่า } T_2 \text{ มากกว่าหรือเท่ากับ } T_1 \text{)}$$

- 6.) อัตราส่วนดัชนีการซึมได้ (C_k) ต่อดัชนีการอัดตัวได้ของดิน (C_c) ใช้ค่าตาม Berry and Wilkinson (1969)

$$\frac{C_k}{C_c} = 0.5, 1, 2$$

- 7.) อัตราส่วนดัชนีการอัดตัวซ้ำ (C_r) ต่อดัชนีการอัดตัวได้ของดิน (C_c) ใช้ค่าตาม Ladd (1971)

$$\frac{C_r}{C_c} = 0.5$$

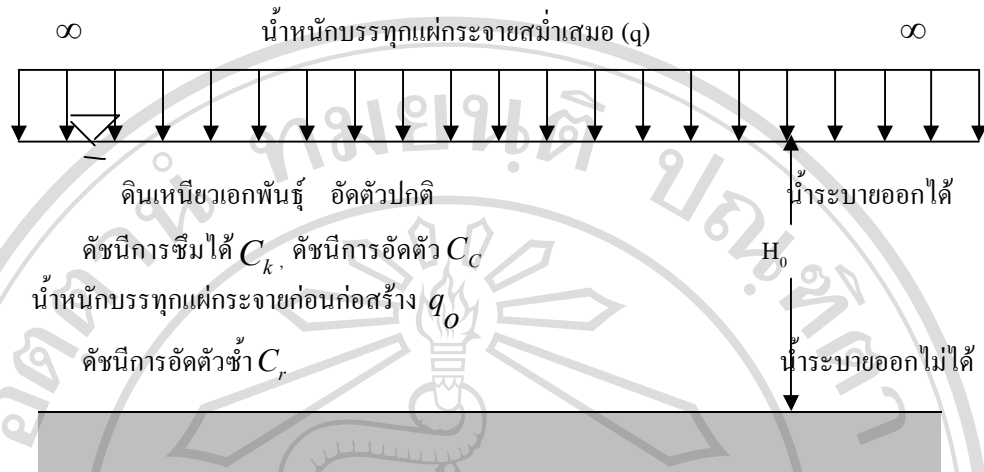
- 8.) ต้องการหาเปอร์เซ็นต์การทรุดตัวที่ตัวประกอบเวลา T

$$T = 0.005, 0.01, 0.02, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07, 0.08, 0.09, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4,$$

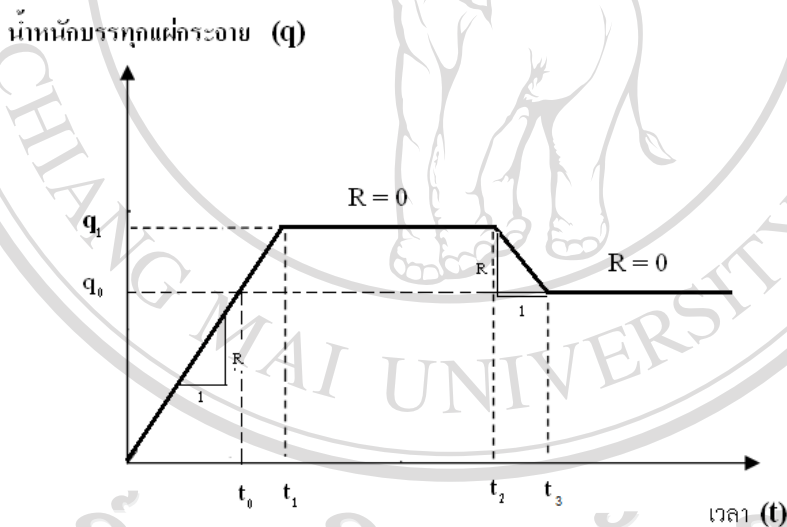
$$0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1, 2, 3, 4 \text{ และ } T_1, T_2, T_3$$

โดยที่ ตัวประกอบเวลาซึ่งตรงกับเวลาที่ลดน้ำหนักบรรทุกก่อนก่อสร้าง T_3

$$T_3 = \left(\frac{q_1}{q_0} - 1 \right) T_0 + T_2 \text{ จากรูป 3.2}$$



รูป 3.1 ปัญหาที่นำมาวิเคราะห์



รูป 3.2 การบรรทุกน้ำหนักเกิน

3.3 แบบจำลองปัญหาที่นำมาวิเคราะห์

ปัญหาที่นำมาวิเคราะห์เป็นปัญหาการอัดตัวระบายน้ำของชั้นดินเหนียวเอกพันธ์ อัดตัวปกติ ภายใต้การมีน้ำหนักบรรทุกเกิน ซึ่งการอัดตัวระบายน้ำสอดคล้องกับทฤษฎีการอัดตัวระบายน้ำ ของ Mesri and Rokhsar (1974) ไม่คิดการอัดตัวระบายน้ำที่ปลายคัน ดังนั้นอาศัยทฤษฎี การอัดตัวระบายน้ำของ Mesri and Rokhsar (1974) สร้างแบบจำลองความดันน้ำส่วนเกิน และอัตราส่วนการอัดตัวระบายน้ำได้ดังนี้

3.3.1 สมการการต่อเนื่อง

สมการการต่อเนื่อง (Continuity Equation) ตามทฤษฎีการอัดตัวระบายน้ำของ Mesri and Rokhsar (1974) และไม่คิดการอัดตัวคือปลานเขียนแทนด้วยสมการ (2.43)

หาอนุพันธ์สมการ (2.48) ในส่วนตัวแปร z และ λ ได้

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \Delta p \frac{\partial \mu}{\partial z} = \Delta p \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} \cdot \frac{1}{H_0} \quad (3.1)$$

แทนค่า k จากสมการ (2.45) และ $\frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$ จากสมการ (3.1) ลงในสมการ (2.43) แล้วหาอนุพันธ์ในส่วนตัวแปร ไร้มิติได้สมการการต่อเนื่องดังนี้

$$\left[\frac{\partial e}{\partial t} \right] = \frac{(1+e_o)^2}{\gamma_w} \cdot \frac{k_0 \Delta p}{H_0^2} \cdot \frac{b^\beta}{(1+e)} \left[\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \left(\ln b + \frac{(e_o - e_p)}{1+e} \right) + \frac{\partial^2 \mu}{\partial \lambda^2} \right] \quad (3.2)$$

เขียนอนุพันธ์ $\left[\frac{\partial e}{\partial t} \right]$ ให้อยู่ในรูปตัวแปร ไร้มิติ และตัวประกอบเวลาได้

$$\left[\frac{\partial e}{\partial t} \right] = -(e_o - e_p) \frac{\partial \beta}{\partial t} = -(e_o - e_p) \frac{\partial \beta}{\partial T} \left[\frac{k_0 (1+e_o) \bar{\sigma}_o}{0.434 \gamma_w C_c H_0^2} \right] \quad (3.3)$$

เขียนสมการการต่อเนื่อง (3.2) ใหม่โดยแทนสมการ (3.3) ลงในสมการ (3.2) ได้สมการการต่อเนื่องใหม่ในรูปตัวแปร ไร้มิติและตัวแปร D ได้ดังนี้

$$\frac{\partial \beta}{\partial T} = D \frac{1+e_o}{1+e} b^\beta \left[\left(\ln b + \frac{e_o - e_p}{1+e} \right) \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial \lambda^2} \right] \quad (3.4)$$

โดยที่

$$D = \frac{0.434}{E} \left[1 - \frac{\bar{\sigma}_f}{\bar{\sigma}_o} \right] \quad (3.5)$$

$$E = \log \left(\frac{\bar{\sigma}_f}{\bar{\sigma}_o} \right) \quad (3.6)$$

ในกรณีที่เกิดความเครียดน้อย อัตราส่วนช่องว่างเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย สมการ(3.4) ลดรูปลงเป็น

$$\frac{\partial \beta}{\partial T} = D b^\beta \left(\ln b \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial \lambda^2} \right) \quad (3.7)$$

3.3.2 สมการความสัมพันธ์ความเค้น – ความเครียด – เวลา รวมสมการสมดุล

การอัดตัวระบายน้ำของดินภายใต้การมีน้ำหนักรรทุกเกิน แบ่งออกได้เป็น 4 ช่วง คือช่วงน้ำหนักรรทุกเพิ่มเชิงเส้นไปจนถึงช่วงการรรทุกน้ำหนักรเกิน ($0 \leq t \leq t_1$) ช่วงน้ำหนักรรทุกคงตัว ($t_1 \leq t \leq t_2$) ช่วงน้ำหนักรรทุกลดเชิงเส้นไปจนถึงน้ำหนักรรทุกแผ่กระจายก่อนก่อสร้าง ($t_2 \leq t \leq t_3$) และช่วงน้ำหนักรรทุกคงตัว ($t_3 \leq t$) ดังรูป 3.2

ขณะที่เกิดการอัดตัวระบายน้ำภายใต้มีน้ำหนักรรทุก (q) ดินอยู่ในสภาวะสมดุล เขียนสมการสมดุลสำหรับดินไร้น้ำหนักได้

$$q = \Delta\bar{\sigma} + \bar{u} \quad (3.8)$$

โดยที่

q = น้ำหนักรรทุกแผ่กระจาย

$\bar{u}$ = ความดันน้ำส่วนเกิน

$\Delta\bar{\sigma}$ = ส่วนเพิ่มของความเค้นกอดอัดประสิทธิผล (Effective Stress Increment)

จากความเค้นกอดอัดประสิทธิผลเริ่มต้น

$$\therefore \bar{\sigma} = \Delta\bar{\sigma} + \bar{\sigma}_0 \quad (3.9)$$

โดยที่

$\bar{\sigma}_0$ = ความเค้นกอดอัดประสิทธิผลเริ่มต้น (Initial Effective Stress)

$\bar{\sigma}$ = ความเค้นกอดอัดประสิทธิผล

กำจัด $\Delta\bar{\sigma}$ ออกจากสมการ(3.8) และสมการ (3.9) ได้

$$q = \bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 + \bar{u} \quad (3.10)$$

หาอนุพันธ์ในส่วนตัวแปร t แล้วจัดสมการใหม่ได้

$$\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \quad (3.11)$$

ละทิ้งการอัดตัวคืบคลาน สมการ (2.54) กลายเป็น

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \left(\frac{\partial e}{\partial \bar{\sigma}} \right)_t \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial t} = \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_p \quad (3.12)$$

แทนสมการ (2.57) (3.11) ลงในสมการ (3.12) ได้

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \left(\frac{-0.434C_c}{\bar{\sigma}} \right) \left(\frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial t} \right) \quad (3.13)$$

เปลี่ยนตัวแปร e เป็น β t เป็น T และ $\bar{\mu}$ เป็น μ จากคำจำกัดความของ β T และ μ ได้

$$(e_0 - e_p) \frac{\partial \beta}{\partial T} = \frac{0.434C_c}{\bar{\sigma}} \left(\frac{\partial q}{\partial T} - \Delta p \frac{\partial \mu}{\partial T} \right) \quad (3.14)$$

จากสมการ (2.29) ได้

$$e_0 - e_p = C_c \log \frac{\overline{\sigma_f}}{\sigma_0} \quad (3.15)$$

กำจัด $e_0 - e_p$ ออกจากสมการ (3.14) และ (3.15) ได้

$$\log \left(\frac{\overline{\sigma_f}}{\sigma_0} \right) \frac{\partial \beta}{\partial T} = \frac{0.434}{\sigma} \left(\frac{\partial q}{\partial T} - \Delta p \frac{\partial \mu}{\partial T} \right) \quad (3.16)$$

ก) ช่วงน้ำหนักบรรทุกทุกเพิ่มเชิงเส้นขั้นที่ 1 ($0 \leq t \leq t_1$)

ดินอัดตัวปกติ

$$q = \frac{q_1}{t_1} t = \frac{q_1}{T_1} T \quad \text{และ} \quad q = \frac{q_0}{t_0} t = \frac{q_0}{T_0} T \quad (3.17)$$

โดยที่

$$T_0 = \frac{k_0(1+e_0)\overline{\sigma_0}t_0}{0.434\gamma_w C_c H_0^2} \quad (3.18)$$

$$\Delta p = q_1 \quad (3.18)$$

กำจัด q μ Δp และ $\overline{\sigma}$ ออกจากสมการ (2.48) (3.10) (3.16) (3.17) และ (3.18) ได้

$$\frac{1}{D} \left[\left(\frac{q_1}{\sigma_0} \right) \left(\frac{T}{T_1} - \mu \right) + 1 \right] \frac{\partial \beta}{\partial T} + \frac{1}{T_1} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.19)$$

$$D = \frac{0.434}{E} \left(-\frac{q_1}{\sigma_0} \right)$$

$$E = \log \left(1 + \frac{q_1}{\sigma_0} \right)$$

$$\therefore D = \left(-\frac{q_1}{\sigma_0} \right) \left\{ \frac{1}{\ln \left(1 + \frac{q_1}{\sigma_0} \right)} \right\}$$

ข) ช่วงน้ำหนักบรรทุกทุกคงตัว ($t_1 \leq t \leq t_2$)

ดินอัดตัวปกติ

$$q = q_1 \quad (3.20)$$

กำจัด q μ Δp และ $\overline{\sigma}$ ออกจากสมการ (2.48) (3.10) (3.16) (3.17) และ (3.20) ได้

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{\sigma_0} \right) (1 - \mu) \right] \frac{\partial \beta}{\partial T} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.21)$$

ค) ช่วงน้ำหนักบรรทุกทุกลดเชิงเส้น ($t_2 \leq t \leq t_3$)

$$q = q_1 - \frac{q_0}{t_0}(t - t_2) \quad \text{และ} \quad q = q_1 - \frac{q_0}{T_0}(T - T_2) \quad (3.22)$$

โดยที่ $T_2 = \frac{k_0(1+e_0)\bar{\sigma}_0 t_2}{0.434\gamma_w C_c H_0^2}$

ถ้าจัด q , $\bar{\mu}$, Δp และ $\bar{\sigma}$ ออกจากสมการ (2.48) (3.10) (3.16) (3.17) และ (3.22) ได้

ดินอัดตัวปกติ

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) \left((1-\mu) \frac{q_1}{q_0} - \frac{(T-T_2)}{T_0} \right) \right] \frac{\partial \beta}{\partial T} - \frac{1}{T_0} \frac{q_0}{q_1} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.23)$$

ดินอัดตัวเกินปกติ

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) \left((1-\mu) \frac{q_1}{q_0} - \frac{(T-T_2)}{T_0} \right) \right] \left(\frac{C_r}{C_c} \right) \frac{\partial \beta}{\partial T} - \frac{1}{T_0} \frac{q_0}{q_1} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.24)$$

ง) ช่วงน้ำหนักรรทุกคงตัว ($t_3 \leq t$)

$$q = q_0 \quad (3.25)$$

ถ้าจัด q , $\bar{\mu}$, Δp และ $\bar{\sigma}$ ออกจากสมการ (2.48) (3.10) (3.16) (3.17) และ (3.25) ได้

ดินอัดตัวปกติ

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{\sigma_0} \right) (1-\mu) \right] \frac{\partial \beta}{\partial T} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.26)$$

ดินอัดตัวเกินปกติ

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{\sigma_0} \right) (1-\mu) \right] \left(\frac{C_c}{C_r} \right) \frac{\partial \beta}{\partial T} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.27)$$

3.4 การหาผลเฉลย

หาผลเฉลยโดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างอันตะ (Finite Difference) กำหนดพิกัด λ เพิ่มขึ้นตามความลึกสมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำยังคงเดิมเหมือนกับพิกัด λ ลดลงตามความลึก เริ่มต้นจากการเขียนสมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำ เงื่อนไขเริ่มต้น และเงื่อนไขขอบเขตในรูปแบบผลต่างอันตะได้สมการชุดใหม่ในรูปแบบสมการพีชคณิตแล้วหาผลเฉลยของชุดสมการพีชคณิต

ก) ช่วงน้ำหนักรรทุกเพิ่มเชิงเส้นขั้นที่ 1 ($0 \leq T \leq T_1$)

สมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำภายใต้การมีน้ำหนักรรทุกเกิน

$$Db^\beta \left(\ln b \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial \lambda^2} \right) = \frac{\partial \beta}{\partial T} \quad (3.28)$$

$$\frac{1}{D} \left[\left(\frac{q_1}{\sigma_0} \right) \left(\frac{T}{T_0} - \mu \right) + 1 \right] \frac{\partial \beta}{\partial T} + \frac{1}{T_0} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.29)$$

แบ่งความหนาแน่นดินออกเป็น m ส่วนเท่าๆกัน แต่ละส่วนหนา ΔH_0 ซึ่งตรงกับ $\Delta \lambda$ และแบ่งตัวประกอบเวลา ΔT ออกเป็นช่วงๆ ช่วงละ ΔT ใช้ตัวแปร i และ j แทนตัวแปร λ และ T ตามลำดับดังรูป 3.3 และรูป 3.4

แทนอนุพันธ์อันดับสองของ μ ด้วยผลต่างตรงกลาง (Central Difference)

$$\left[\frac{\partial^2 \mu}{\partial \lambda^2} \right]_{i,j} = \frac{(\mu_{i+1,j}) - (2\mu_{i,j}) + (\mu_{i-1,j}))}{(\Delta \lambda^2)} \quad (3.30)$$

แทนอนุพันธ์อันดับหนึ่งของ μ และ β ด้วยผลต่างตรงกลาง

$$\left[\frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \right]_{i,j} = \frac{(\beta_{i+1,j}) - (\beta_{i-1,j}))}{2(\Delta \lambda)} \quad (3.31)$$

$$\left[\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} \right]_{i,j} = \frac{(\mu_{i+1,j}) - (\mu_{i-1,j}))}{2(\Delta \lambda)} \quad (3.32)$$

แทนอนุพันธ์อันดับหนึ่งของ μ และ β ด้วยผลต่างข้างหน้า (Forward Difference)

$$\left[\frac{\partial \beta}{\partial T} \right]_{i,j} = \frac{(\beta_{i,j+1}) - (\beta_{i,j}))}{\Delta T} \quad (3.33)$$

$$\left[\frac{\partial \mu}{\partial T} \right]_{i,j} = \frac{(\mu_{i,j+1}) - (\mu_{i,j}))}{\Delta T} \quad (3.34)$$

โดยที่

$$\alpha = \frac{\Delta T}{(\Delta \lambda)^2}$$

เขียนสมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำสมการ (3.28) และ (3.29) ให้ผลต่างอันตะโดยชัดแจ้ง (Explicit) ได้เป็น

$$\beta_{i,j+1} = \beta_{i,j} + \alpha D b^{\beta_{i,j}} \left[\ln b(\beta_{i+1,j} - \beta_{i-1,j})(\mu_{i+1,j} - \mu_{i-1,j}) / 4 + (\mu_{i+1,j} - 2\mu_{i,j} + \mu_{i-1,j}) \right] \\ 1 \leq i \leq m-1 ; 0 \leq j \leq \frac{T_1}{\Delta T} - 1 \quad (3.35)$$

$$\mu_{i,j+1} = \mu_{i,j} + \frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) \left(\frac{j \Delta T}{T_0} - \mu_{i,j} \right) \right] (\beta_{i,j+1} - \beta_{i,j}) + \frac{\Delta T}{T_1} \\ 1 \leq i \leq m-1 ; 0 \leq j \leq \frac{T_1}{\Delta T} - 1 \quad (3.36)$$

เงื่อนไขเริ่มต้น(Initial Conditions)

พิจารณาทางกายภาพ เริ่มต้นยังไม่มีน้ำหนักรทุกกระทำ อัตราส่วนช่องว่างและความดันน้ำส่วนเกินในตอนเริ่มต้นเท่ากับศูนย์ทั้งหมด

$$\bar{u}(z_0, 0) = 0 \quad 0 \leq z_0 \leq H_0 \quad (3.37)$$

$$\beta(z_0, 0) = 0 \quad 0 \leq z_0 \leq H_0 \quad (3.38)$$

เขียนสมการ (3.10) และ (3.11) ในรูปตัวแปรไร้มิติและผลต่างอันตะได้

$$\mu_{(i,0)} = 0 \quad 0 \leq i \leq n \quad (3.39)$$

$$\beta_{(i,0)} = 0 \quad 0 \leq i \leq n \quad (3.40)$$

เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions)

ที่ผิวบนน้ำระบายออกได้

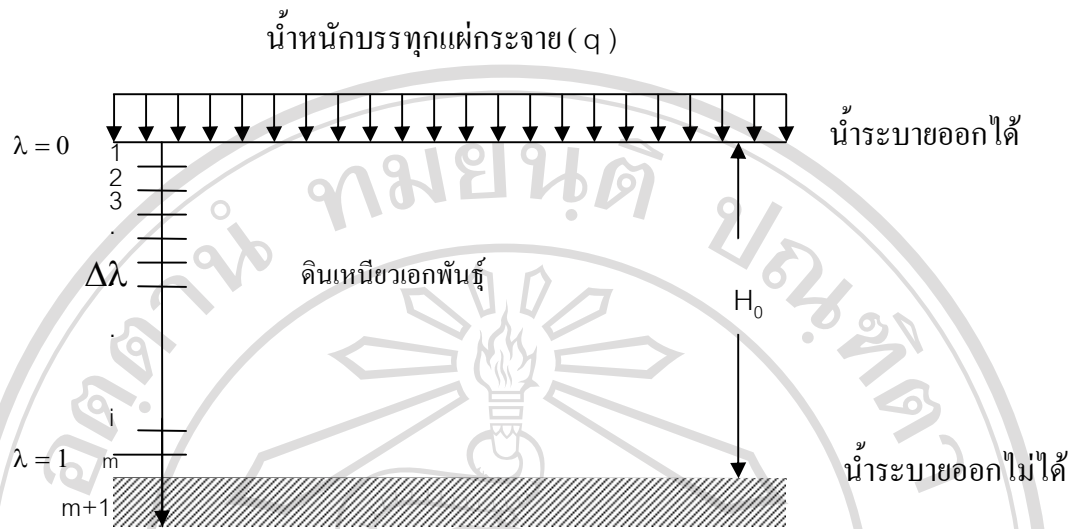
$$e(0, t) - e_p = C_c \log \frac{\bar{\sigma}_0 + q_1}{\sigma} \quad 0 \leq t \quad (3.41)$$

$$\bar{u}(0, t) = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.42)$$

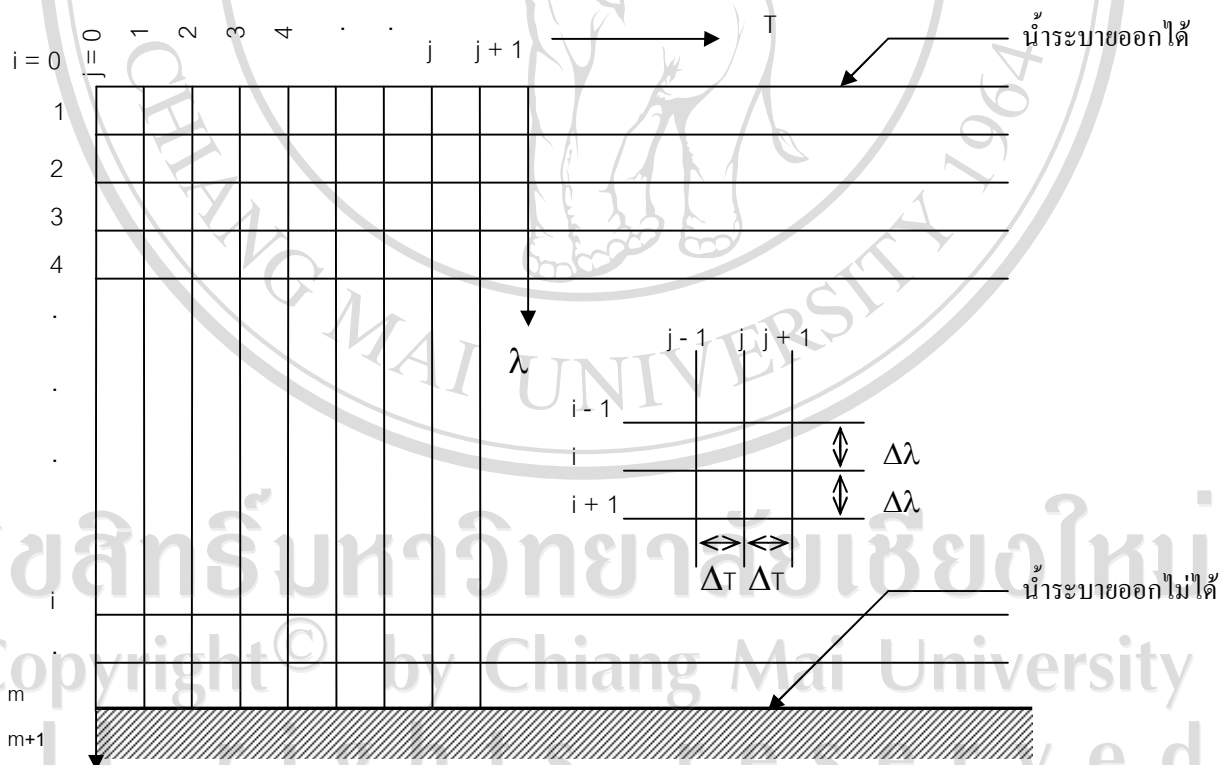
$$\therefore \beta_{0,j+1} = \frac{\log \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \frac{q_{0(j+1)}}{\sigma_0} \frac{\Delta T}{T_1} \right) \right]}{\log \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \frac{q_0}{\sigma_0} \right) \right]} = \frac{\ln \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \frac{q_{0(j+1)}}{\sigma_0} \frac{\Delta T}{T_1} \right) \right]}{\ln \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \frac{q_0}{\sigma_0} \right) \right]} \quad 0 \leq j \leq \frac{T_1}{\Delta T} - 1 \quad (3.43)$$

$$\mu_{(0,j)} = 0 \quad 0 \leq j \leq \frac{T_1}{\Delta T} - 1 \quad (3.44)$$

ที่ผิวล่างน้ำระบายออกไม่ได้



รูป 3.3 การแบ่งชั้นดิน



รูป 3.4 ค่าพารามิเตอร์ต่างอันตะ

อัตราส่วนช่องว่างเพิ่มขึ้นตามความลึกและมีค่าสูงสุดที่ผิวล่าง ความลาดทางชลศาสตร์
เท่ากับศูนย์ที่ผิวล่าง

$$\left(\frac{\partial e}{\partial z_0}\right)_{z_0=H_0} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.45)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial z_0}\right)_{z_0=H_0} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.46)$$

เขียนสมการ (3.45) และ (3.46) ในรูปตัวแปรไร้มิติได้

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial \lambda}\right)_{\lambda=1} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.47)$$

$$\left(\frac{\partial \beta}{\partial \lambda}\right)_{\lambda=1} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.48)$$

เขียนสมการ (3.47) และ (3.48) ในรูปผลต่างตรงกลางโดยต่อตาข่ายออกไปได้
ผิวล่าง ($i=m$)

กำหนด $\beta_{m+1,j}$ และ $\mu_{m+1,j}$

$$\beta_{m,j+1} = \beta_{m,j} + \alpha D b^{\beta_{m,j}} (2\mu_{m-1,j} - 2\mu_{m,j}) \quad 0 \leq j \leq \frac{T_1}{\Delta T} - 1 \quad (3.49)$$

$$\mu_{m,j+1} = \mu_{m,j} + \frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) (1 - \mu_{m,j}) \right] (\beta_{m,j+1} - \beta_{m,j})$$

$$; 0 \leq j \leq \frac{\Delta T}{T_1} - 1 \quad (3.50)$$

ข) ช่วงนำหน้าหนักรทุกคงตัว ($T_1 \leq T \leq T_2$)

สมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำภายใต้หน้าหนักรทุกคงตัว

ดินอัดตัวปกติ

$$D b^{\beta} \left(\ln b \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial \lambda^2} \right) = \frac{\partial \beta}{\partial T} \quad (3.51)$$

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{\sigma_0} \right) (1 - \mu) \right] \frac{\partial \beta}{\partial T} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.52)$$

เขียนสมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำสมการ (3.51) และ (3.52) ให้ผลต่างอันตะโดยชัดแจ้ง (Explicit) ได้เป็น

$$\beta_{i,j+1} = \beta_{i,j} + \alpha Db^{\beta_{i,j}} \left[\ln b(\mu_{i+1,j} - \mu_{i-1,j})(\beta_{i+1,j} - \beta_{i-1,j})/4 + (\mu_{i+1,j} - 2\mu_{i,j} + \mu_{i-1,j}) \right] \\ 1 \leq i \leq m-1 ; \frac{T_1}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_2}{\Delta T} - 1 \quad (3.53)$$

$$\mu_{i,j+1} = \mu_{i,j} + \frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) (1 - \mu_{i,j}) \right] (\beta_{i,j+1} - \beta_{i,j}) \\ 1 \leq i \leq m-1 ; \frac{T_1}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_2}{\Delta T} - 1 \quad (3.54)$$

เงื่อนไขเริ่มต้น(Initial Conditions)

ใช้เงื่อนไขที่เวลาสิ้นสุดช่วงน้ำหนักรทุกเพิ่มเชิงเส้น เป็นเงื่อนไขเริ่มต้นของช่วงน้ำหนักรทุกคงตัว

เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions)

ที่ผิวบนน้ำระบายออกได้

$$e(0,t) = e_p \quad 0 \leq t \quad (3.55)$$

$$\bar{u}(0,t) = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.56)$$

$$\therefore \beta_{0,j+1} = 1 \quad \frac{T_1}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_2}{\Delta T} - 1 \quad (3.57)$$

$$\mu_{0,j+1} = 0 \quad \frac{T_1}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_2}{\Delta T} - 1 \quad (3.58)$$

ที่ผิวล่างน้ำระบายออกไม่ได้

อัตราส่วนช่องว่างเพิ่มขึ้นตามความลึกและมีค่าสูงสุดที่ผิวล่าง ความลาดทางชลศาสตร์เท่ากับศูนย์ที่ผิวล่าง

$$\left(\frac{\partial e}{\partial z_0} \right)_{z_0=H_0} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.59)$$

$$\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z_0} \right)_{z_0=H_0} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.60)$$

เขียนสมการ (3.59) และ (3.60) ในรูปตัวแปรไร้มิติได้

$$\left(\frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=1} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.61)$$

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=1} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.62)$$

เขียนสมการ (3.61) และ (3.62) ในรูปผลต่างตรงกลางโดยต่อตาข่ายออกไปได้

ผิวล่าง ($i=m$)

กำจัด $\beta_{m+1,j}$ และ $\mu_{m+1,j}$

$$\beta_{m,j+1} = \beta_{m,j} + \alpha D b^{\beta_{m,j}} (2\mu_{m-1,j} - 2\mu_{m,j}) \quad \frac{T_1}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_2}{\Delta T} - 1 \quad (3.63)$$

$$\mu_{m,j+1} = \mu_{m,j} + \frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) (1 - \mu_{m,j}) \right] (\beta_{m,j+1} - \beta_{m,j}) \quad \frac{T_1}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_2}{\Delta T} - 1 \quad (3.64)$$

ค) ช่วงลดน้ำหนักบรรทุกเกิน ($T_2 \leq T \leq T_3$)

สมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำภายหลังการลดน้ำหนักบรรทุกเกิน

$$D b^{\beta} \left(\ln b \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial \lambda^2} \right) = \frac{\partial \beta}{\partial T} \quad (3.65)$$

ดินอัดตัวปกติ

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) \left((1 - \mu) \frac{q_1}{q_0} - \frac{(T - T_2)}{T_0} \right) \right] \frac{\partial \beta}{\partial T} - \frac{1}{T_0} \frac{q_0}{q_1} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.66)$$

ดินอัดตัวเกินปกติ

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) \left((1 - \mu) \frac{q_1}{q_0} - \frac{(T - T_2)}{T_0} \right) \right] \left[\left(\frac{C_c}{C_r} \right) \frac{\partial \beta}{\partial T} - \frac{1}{T_0} \frac{q_0}{q_1} \right] = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.67)$$

เขียนสมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำสมการ (3.65) และ (3.67) ใช้ผลต่างอันตะโดยชัดแจ้ง (Explicit) ได้เป็น

$$\beta_{i,j+1} = \beta_{i,j} + \alpha Db^{\beta_{i,j}} \left[\ln b(\beta_{i+1,j} - \beta_{i-1,j})(\mu_{i+1,j} - \mu_{i-1,j})/4 + (\mu_{i+1,j} - 2\mu_{i,j} + \mu_{i-1,j}) \right]$$

$$1 \leq i \leq m-1 ; \frac{T_2}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_3}{\Delta T} - 1 \quad (3.68)$$

ดินอัดตัวปกติ

$$\mu_{i,j+1} = \mu_{i,j} + \frac{1}{D} \left\{ 1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left[\left(1 - \mu_{(i,j)} \right) \left(\frac{q_1}{q_0} \right) - \frac{j\Delta T + T_2}{T_0} \right] \right\} (\beta_{i,j+1} - \beta_{i,j}) - \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \frac{\Delta T}{T_0}$$

$$1 \leq i \leq m-1 ; \frac{T_2}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_3}{\Delta T} - 1 \quad (3.69)$$

ดินอัดตัวเกินปกติ

$$\mu_{i,j+1} = \mu_{i,j} + \frac{1}{D} \left\{ 1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left[\left(1 - \mu_{(i,j)} \right) \left(\frac{q_1}{q_0} \right) - \frac{j\Delta T + T_2}{T_0} \right] \right\} \frac{1}{\left(\frac{C_r}{C_c} \right)} (\beta_{i,j+1} - \beta_{i,j}) - \frac{\Delta T}{T_0 \left(\frac{q_1}{q_0} \right)}$$

$$1 \leq i \leq m-1 ; \frac{T_2}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_3}{\Delta T} - 1 \quad (3.70)$$

เงื่อนไขเริ่มต้น(Initial Conditions)

ใช้เงื่อนไขที่เวลาสิ้นสุดช่วงการมีน้ำหนักรรทุกเกิน เป็นเงื่อนไขเริ่มต้นของช่วงน้ำหนัก
บรรทุกเท่ากับน้ำหนักบรรทุกแผ่กระจายก่อนก่อสร้าง

เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Conditions)

ที่ผิวบนน้ำระบายออกได้

$$\bar{u}(0, t) = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.71)$$

$$q = (\bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0) + \bar{u} = \bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0 \quad 0 \leq t \quad (3.72)$$

$$e(0, t) - e = C_c \log \left(\frac{\bar{\sigma}_0 + q_1}{\bar{\sigma}_0} \right) - C_r \log \left(\frac{\bar{\sigma}_0 + q_1}{\bar{\sigma}_0 + q} \right) \quad 0 \leq t \quad (3.73)$$

$$e(0, t) - e_p = C_c \log \left(\frac{\bar{\sigma}_0 + q_1}{\bar{\sigma}_0} \right) \quad 0 \leq t \quad (3.74)$$

$$\therefore \beta_{0,j+1} = 1 - \left(\frac{C_r}{C_c} \right) \frac{\ln \left\{ \frac{\left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \frac{q_0}{\sigma_0} \right) \right]}{\left[1 + \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) \left(\frac{q_1}{q_0} - \frac{(j+1)\Delta T - T_2}{T_0} \right) \right]} \right\}}{\ln \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \frac{q_0}{\sigma_0} \right) \right]} ; \frac{T_2}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_3}{\Delta T} - 1 \quad (3.75)$$

$$\mu_{0,j+1} = 0 ; \frac{T_2}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_3}{\Delta T} - 1 \quad (3.76)$$

ที่ผิวล่างน้ำระบายออกไม่ได้
ในทำนองเดียวกัน

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=1} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.77)$$

$$\left(\frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=1} = 0 \quad 0 \leq t \quad (3.78)$$

ผิวล่าง (i=m)

$$\beta_{m,j+1} = \beta_{m,j} + \alpha D b^{\beta_{m,j}} (2\mu_{m-1,j} - 2\mu_{m,j}) ; \frac{T_2}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_3}{\Delta T} - 1 \quad (3.79)$$

ดินอัดตัวปกติ

$$\mu_{m,j+1} = \mu_{m,j} + \frac{1}{D} \left\{ 1 + \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) \left[\left(1 - \mu_{(m,j)} \right) \left(\frac{q_1}{q_0} \right) - \frac{j\Delta T - T_2}{T_0} \right] \right\} (\beta_{m,j+1} - \beta_{m,j}) - \frac{\Delta T}{\left(\frac{q_1}{q_0} \right) T_0} ; \frac{T_2}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_3}{\Delta T} - 1 \quad (3.80)$$

ดินอัดตัวเกินปกติ

$$\mu_{m,j+1} = \mu_{m,j} + \frac{1}{D} \left\{ 1 + \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) \left[\left(1 - \mu_{(m,j)} \right) \left(\frac{q_1}{q_0} \right) - \frac{j\Delta T - T_2}{T_0} \right] \right\} \frac{1}{\left(\frac{C_r}{C_c} \right)} (\beta_{m,j+1} - \beta_{m,j}) - \frac{\Delta T}{T_0 \left(\frac{q_1}{q_0} \right)} ; \frac{T_2}{\Delta T} \leq j \leq \frac{T_3}{\Delta T} - 1 \quad (3.81)$$

ง) ช่วงน้ำหนักรรทุกเท่ากับน้ำหนักรรทุกแผ่กระจายก่อนก่อสร้าง ($T_3 \leq T$)

สมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำภายใต้ น้ำหนักรรทุกเท่ากับน้ำหนักรรทุกแผ่กระจายก่อนก่อสร้าง

$$Db^\beta \left(\ln b \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \frac{\partial \mu}{\partial \lambda} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial \lambda^2} \right) = \frac{\partial \beta}{\partial T} \quad (3.82)$$

ดินอัดตัวปกติ

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{\sigma_0} \right) (1 - \mu) \right] \frac{\partial \beta}{\partial T} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.83)$$

ดินอัดตัวเกินปกติ

$$\frac{1}{D} \left[1 + \left(\frac{q_1}{\sigma_0} \right) (1 - \mu) \right] \left(\frac{C_c}{C_r} \right) \frac{\partial \beta}{\partial T} = \frac{\partial \mu}{\partial T} \quad (3.84)$$

ในทำนองเดียวกัน เขียนสมการควบคุมการอัดตัวระบายน้ำ เงื่อนไขขอบเขต และเงื่อนไขเริ่มต้น ใช้เงื่อนไขที่เวลาสิ้นสุดช่วงการลดน้ำหนักรรทุก เป็นเงื่อนไขเริ่มต้นของช่วงน้ำหนักรรทุกเท่ากับน้ำหนักรรทุกแผ่กระจายก่อนก่อสร้างได้

$$\beta_{i,j+1} = \beta_{i,j} + \alpha Db^{\beta_{i,j}} \left[\ln b (\mu_{i+1,j} - \mu_{i-1,j}) (\beta_{i+1,j} - \beta_{i-1,j}) / 4 + (\mu_{i+1,j} - 2\mu_{i,j} + \mu_{i-1,j}) \right]$$

$$1 \leq i \leq m-1; \frac{T_3}{\Delta T} \leq j \quad (3.85)$$

ดินอัดตัวปกติ

$$\mu_{i,j+1} = \mu_{i,j} + \frac{1}{D} \left\{ 1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) (1 - \mu_{i,j}) \right\} (\beta_{i,j+1} - \beta_{i,j}) \quad 1 \leq i \leq m-1; \frac{T_3}{\Delta T} \leq j \quad (3.86)$$

ดินอัดตัวเกินปกติ

$$\mu_{i,j+1} = \mu_{i,j} + \frac{1}{D} \left\{ 1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) (1 - \mu_{i,j}) \right\} \left(\frac{C_r}{C_c} \right) (\beta_{i,j+1} - \beta_{i,j}) \quad ; \frac{T_3}{\Delta T} \leq j \quad (3.87)$$

$$\beta_{0,j+1} = 1 - \left(\frac{C_r}{C_c} \right) \frac{\ln \left[\frac{1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \frac{q_0}{\sigma_0} \right)}{1 + \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right)} \right]}{\ln \left[1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \frac{q_0}{\sigma_0} \right) \right]} ; \frac{T_3}{\Delta T} \leq j$$

$$\mu_{0,j+1} = 0 ; \frac{T_3}{\Delta T} \leq j \quad (3.88)$$

ผิวด่าง (i=m)

$$\beta_{m,j+1} = \beta_{m,j} + \alpha D b^{\beta_{m,j}} (2\mu_{m-1,j} - 2\mu_{m,j}) ; \frac{T_3}{\Delta T} \leq j \quad (3.89)$$

ดินอัดตัวปกติ

$$\mu_{m,j+1} = \mu_{m,j} + \frac{1}{D} \left\{ 1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) (1 - \mu_{m,j}) \right\} (\beta_{m,j+1} - \beta_{m,j})$$

$$; \frac{T_3}{\Delta T} \leq j \quad (3.90)$$

ดินอัดตัวเกินปกติ

$$\mu_{m,j+1} = \mu_{m,j} + \frac{1}{D} \left\{ 1 + \left(\frac{q_1}{q_0} \right) \left(\frac{q_0}{\sigma_0} \right) (1 - \mu_{m,j}) \right\} \frac{1}{\left(\frac{C_r}{C_c} \right)} (\beta_{m,j+1} - \beta_{m,j})$$

$$; \frac{T_3}{\Delta T} \leq j \quad (3.91)$$

3.5 การคำนวณเปอร์เซ็นต์การทรุดตัว

กำหนดให้เปอร์เซ็นต์การทรุดตัว $\bar{\beta}_1$ เท่ากับระยะทรุดตัวขณะใดๆ หาด้วยระยะทรุดตัวจากการอัดตัวระบายน้ำทั้งหมดภายใต้น้ำหนักบรรทุกคงตัว q_1 โดยที่ชั้นดินยังคงเป็นดินอัดตัวปกติทั้งชั้นคูณด้วย 100 เปอร์เซ็นต์การทรุดตัวมีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ยตลอดชั้นดินของค่าอัตราส่วนการอัดตัวระบายน้ำ β

$$\bar{\beta}_1 = \frac{\int_0^{H_0} \left(\frac{e_0 - e}{1 + e_0} \right) dz}{\int_0^{H_0} \left(\frac{e_0 - e_p}{1 + e_0} \right) dz} \times 100\% \quad (3.92)$$

$$= \frac{1}{H_0} \int_0^{H_0} \left(\frac{e_0 - e}{e_0 - e_p} \right) dz \times 100\% \quad (3.93)$$

$$\bar{\beta}_1 = \int_0^1 \beta d\lambda \times 100\% \quad (3.94)$$

กำหนดให้เปอร์เซ็นต์การทรุดตัว $\bar{\beta}$ เท่ากับระยะทรุดตัวขณะใดๆ หาคด้วยระยะทรุดตัวจากการอัดตัวระบายน้ำทั้งหมดภายใต้ น้ำหนักบรรทุกคงตัว q_0 โดยที่ชั้นดินยังคงเป็นดินอัดตัวปกติทั้งชั้น คูณด้วย 100

$$\therefore \frac{\bar{\beta}}{\beta_1} = \frac{e_0 - e_p}{e_0 - e_{p0}} = \frac{\log\left(\frac{\bar{\sigma}_0 + q_1}{\bar{\sigma}_0}\right)}{\log\left(\frac{\bar{\sigma}_0 + q_0}{\bar{\sigma}_0}\right)} = \frac{\ln\left(1 + \left(\frac{q_1}{q_0}\right)\left(\frac{q_0}{\bar{\sigma}_0}\right)\right)}{\ln\left(1 + \frac{q_0}{\bar{\sigma}_0}\right)} \quad (3.95)$$

โดยที่ e_{p0} = อัตราส่วนช่องว่างตอนสิ้นสุดการอัดตัวระบายน้ำภายใต้ น้ำหนักบรรทุกคงตัว
เมื่อ $\frac{q_0}{\bar{\sigma}_0}$ เข้าใกล้ 0 ตามหลักเกณฑ์ของโลปีตาล (L'Hospital) $\frac{\bar{\beta}}{\beta_1}$ เข้าใกล้ $\frac{q_1}{q_0}$