

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นกรอบแนวคิดในการทำในด้านต่างๆตามลำดับหัวข้อ ดังนี้

1. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 การพัฒนากระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
2. การให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็น
 - 3.1 ระดับการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็น
 - 3.2 กรอบแนวคิดการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็น
3. กิจกรรมปฏิบัติ
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักวิชาการได้ให้ความหมายที่เกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้หลายท่านดังนี้

ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงกระบวนการ การคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/ หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี[สสวท], 2550: 46)

ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถในการแสดงความคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ระหว่างแนวความคิดของเหตุและผล และการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้น ๆ หรือสรุปความคิดรวบยอดแล้วขยายหลักการไปสู่สิ่งอื่น ซึ่งทักษะในการให้เหตุผล ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์

ความสามารถในการยืนยันหรือคัดค้าน ข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์อย่างสมเหตุสมผล (พนารัตน์ แซ่มชื่น, 2548: 53)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรกะในทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนต้องใช้การคิดหลาย ทักษะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ ถูกต้อง นอกจากนี้ ข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญ โดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถ ดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล
2. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ๆ ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความและ อภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่น ๆ
3. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์หรือประเภทของปัญหาที่จะเป็นสำหรับการสร้างแนวคิด ทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน
4. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน
5. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจ ของผู้เรียนการฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์เช่น ในขณะที่ เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในขณะที่ทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียน เห็นความสำคัญหรือให้ผู้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยวๆ แยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหา มโนทัศน์ หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้อง เท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้น น่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบาย หรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินใจ ความถูกต้องของสิ่งต่างๆ ด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้ (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 97 – 98)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการคิดเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการหาแบบรูปทั่วไป การสรุปแนวคิดที่มีเหตุผล และการหาความสัมพันธ์จากแนวคิดนั้น (O'Daffer & Thornquist, 1990)

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหามีสมรรถนะ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจ ปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้ เหตุผล กล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา (Alice & Shirel. อ้างใน อิทธิเทพ นวระสุจิตร์, 2548)

จากความหมายของนักการศึกษาข้างต้น พอจะสรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หมายถึง การแสดงแนวคิด ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการคิดที่มีหลักการ สามารถอธิบายการคิดได้ด้วยหลักเหตุผล บนพื้นฐานของข้อเท็จจริง

การพัฒนากระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

สสวท. (2547: 15-19) ได้กล่าวถึง การพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่า การพัฒนา ด้านการให้เหตุผลจะบรรลุผลได้มากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับครู และการจัดการของครูเป็นสำคัญ รวมทั้งการจัดบรรยากาศ กิจกรรม พฤติกรรมการเรียนการสอนและการประเมินผล ซึ่งหลักการในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลที่สำคัญมีดังนี้

1. ควรจัดประสบการณ์ให้สม่ำเสมอทุกระดับชั้น
2. การให้เหตุผลสามารถพัฒนาได้ โดยสอดแทรกทุกหน่วยการเรียนรู้ตามความเหมาะสม
3. ระดับการให้เหตุผล ควรให้สอดคล้องกับวัยและระดับชั้นของผู้เรียน
4. การให้เหตุผล ควรจัดให้ได้มีประสบการณ์อย่างสม่ำเสมอ ตั้งแต่วัยก่อนอนุบาล

จนถึงระดับมหาวิทยาลัย ซึ่งควรจะต้องปลูกฝังให้เกิดเป็นนิสัย

5. ควรจัดให้นักเรียนได้ตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเหตุผล
6. ควรจัดบรรยากาศในห้องเรียนให้ส่งเสริมการฝึกการให้เหตุผล

แนวทางการดำเนินการเพื่อจัดกิจกรรมการเรียนการสอนให้นักเรียนเกิดทักษะในการให้เหตุผล นอกจากจะต้องคำนึงถึงหลักการต่างๆ ดังกล่าวแล้ว สิ่งทีครูควรดำเนินการมีดังนี้

1. ตั้งเป้าหมายให้ชัดเจน ครูควรพิจารณาในรายละเอียดว่าระดับชั้นนั้นต้องการให้นักเรียนมีความสามารถด้านอะไรบ้าง เช่น การให้เหตุผล การมีทักษะ การนำไปใช้ การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากน้อยเพียงใดครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตนักเรียน และต้องกำหนดการประเมินให้บรรลุเป้าหมาย

2. ปรับแนวคิดในการสอนการพัฒนาทักษะการให้เหตุผล สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกอย่างโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้นเช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิดชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงเหตุผลอย่างง่ายๆ เพื่อให้นักเรียนได้เคยชินกับการคิดอย่างมีเหตุผล ตลอดจนประเมินเหตุผลของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่ เมื่อนักเรียนแสดงเหตุผลครูควรอาศัยการสรุปเหตุผลของนักเรียน ปรับแต่งเหตุผลนั้นให้รัดกุม เพื่อให้นักเรียนได้ซึมซับวิธีการให้เหตุผลที่ดี

3. จัดกิจกรรมเพิ่มเติมครูควรเพิ่มเติมกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนตามปกติเช่น จัดให้มีการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่ ไม่ใช่เฉพาะ โจทย์ปัญหาในหนังสือเรียนเท่านั้น ให้มีการสร้าง

แบบรูปเอง หรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้ให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่นๆ เป็นต้น

การให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็น

ระดับการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็น

จากการศึกษาของ Jones และคณะ(1999) ซึ่งได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็นเป็นเวลานานกว่า 3 ปี โดยจากผลการศึกษาจึงได้แบ่งระดับของการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็นได้เป็น 4 ระดับ ได้แก่

ระดับ 1 Subjective or Non-Quantitative Reasoning เป็นการแสดงเหตุผลตามความคิดหรือความรู้สึกของตนเอง โดยไม่ได้ใช้เหตุผลในเชิงปริมาณ

ระดับ 2 Transitional Reasoning เป็นการให้เหตุผลโดยสามารถแสดงเหตุผล ในเชิงปริมาณได้บ้าง แต่ในบางครั้งก็ยังให้เหตุผลตามความรู้สึกของตนเอง

ระดับ 3 Informal Quantitative Reasoning เป็นการให้เหตุผลในเชิงปริมาณ อย่างไม่เป็นทางการ

ระดับที่ 4 Numerical Reasoning เป็นการให้เหตุผลโดยสามารถใช้ตัวเลข ในการอธิบายได้

โดย Jones และคณะ(1999) ได้พัฒนารอบแนวคิดเกี่ยวกับระดับของการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็น โดยจำแนกลักษณะการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็น เป็น 6 เนื้อหา คือ แซมเปิลสเปซ (Sample space) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (Probability of an Event) การเปรียบเทียบความน่าจะเป็น (Probability Comparisons) ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ในเชิงทฤษฎี (Theoretical Probability of an Event) และความน่าจะเป็นแบบมีอิสระ (Independence) แต่ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกเนื้อหาทั้งหมด 4 เรื่อง ได้แก่ แซมเปิลสเปซ (Sample space) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ (Probability of an Event) การเปรียบเทียบความน่าจะเป็น (Probability Comparisons) ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability) เพื่อให้สอดคล้องกับเนื้อหาในหลักสูตรของไทย

กรอบแนวคิดการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็น

แซมเปิลสเปซ (Sample space)

ระดับ 1 Subjective

สามารถเขียนแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มได้ในการทดลองที่มีความซับซ้อน 1 ขั้นตอนได้

ระดับ 2 Transitional

สามารถเขียนแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่มได้ ในการทดลองที่มีความซับซ้อน 1 ขั้นตอนได้ แต่บางครั้งก็สามารถเขียนแสดงผลการทดลองที่ซับซ้อน 2 ขั้นตอนได้

ระดับ 3 Informal Quantitative

สามารถเขียนแสดงผลลัพธ์ทั้งหมด จากการทดลองสุ่มได้ ในการทดลองที่มีความซับซ้อน 2 ขั้นตอนได้

ระดับ 4 Numerical

สามารถเขียนแสดงผลลัพธ์ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม ที่มีความซับซ้อน 2 หรือ 3 ขั้นตอน

ความน่าจะเป็น ของเหตุการณ์ (Experimental Probability of an Event)

ระดับ 1 Subjective

พิจารณาข้อมูลจากการทดลองสุ่มที่ไม่เกี่ยวข้องและใช้ความรู้สึกส่วนตัว ในการตัดสินใจตัดสินผลการทดลองที่เกิดขึ้นอย่างแน่นอน และผลการทดลองที่ไม่เกิดขึ้นอย่างแน่นอนมีความตระหนักน้อย หรือไม่ตระหนักถึงผลการทดลองที่มีความสัมพันธ์กับหลักการความน่าจะเป็น

ระดับ 2 Transitional

มีความเชื่อมั่นเกี่ยวกับผลการทดลองที่ไม่ซับซ้อน มีข้อมูลไม่มาก เพื่อตัดสินจากผลที่เกิดขึ้นว่าเกิดขึ้นอย่างแน่นอนและที่ไม่เกิดขึ้นจากการทดลองนั้น บางครั้งกลับไปใช้ความรู้สึกของตนเองในการตัดสินใจ เมื่อการทดลองนั้นขัดแย้งกับสิ่งที่คิดไว้ก่อนหน้านี้

ระดับ 3 Informal Quantitative

เริ่มตระหนักถึงผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองอย่างกว้าง ๆ สำหรับการตัดสินใจ เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นมากกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นน้อยตระหนักเมื่อผลของการทดลองของความน่าจะเป็นแตกต่างกับอย่างชัดเจนกับหลักการความน่าจะเป็น

ระดับ 4 Numerical

เลือกข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับการตัดสินใจโดยใช้จำนวนตัวเลขแสดงสำหรับการทดลองความน่าจะเป็นตระหนักถึงผลการทดลองของเหตุการณ์ที่มีจำนวนมากโดยใช้หลักการประมาณค่าได้อย่างเหมาะสมสามารถแยกแยะสถานการณ์ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้

การเปรียบเทียบความน่าจะเป็น (Probability Comparisons)

ระดับ 1 Subjective

ตัดสินโดยใช้ความรู้สึกของตนเองในการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ในสองการทดลองสุ่มที่แตกต่างกัน ไม่สามารถจำแนกสิ่งของที่มีจำนวนเท่ากันกับไม่เท่ากัน ของเหตุการณ์ได้

ระดับ 2 Transitional

เปรียบเทียบความน่าจะเป็นบนพื้นฐานเชิงปริมาณ และตัดสินอย่างไม่ถูกต้อง เริ่มแยกแยะเหตุการณ์ที่มีสิ่งของเท่ากันกับไม่เท่ากัน จากการทดลองของเหตุการณ์ที่เปรียบเทียบกัน

ระดับ 3 Informal Quantitative

ใช้เหตุผลเชิงปริมาณเพื่ออธิบายการเปรียบเทียบและแสดงให้เห็นถึงความน่าจะเป็นด้วยตนเอง ใช้เหตุผลเชิงปริมาณแยกแยะสิ่งของที่มีจำนวนเท่ากัน กับไม่เท่ากันจากการทดลองของเหตุการณ์ได้

ระดับ 4 Numerical

แสดงการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นโดยใช้ตัวเลขได้

ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability)

ระดับ 1 Subjective

สามารถแจงผลจากการทดลองสุ่มที่ 1 สำหรับการทดลองสุ่มที่ประกอบด้วย 1 งานได้ แต่ไม่สามารถแจงผลที่สามารถเป็นไปได้ใน การทดลองสุ่มที่ 2 ได้เสมอไป ใช้การให้เหตุผลจากความคิดเห็นส่วนตัว ในการแปลความ โดยที่อาจจะได้ คืบหรือไม่ไ้คืบก็ได้

ระดับ 2 Transitional

มีความตระหนักถึงความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มีการเปลี่ยนแปลงโดยได้ คืบ อย่างไรก็ตามการตระหนักยังไม่สมบูรณ์ และจำกัดอยู่แค่เพียงเหตุการณ์ที่เคยเกิดขึ้นก่อนหน้าเท่านั้น

ระดับ 3 Informal Quantitative

ตระหนักถึงความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มีการเปลี่ยนแปลง แม้จะไม่ไ้คืบ สามารถบอกถึงจำนวนที่แสดงถึงความเปลี่ยนแปลงของความน่าจะเป็นได้ แม้จะไม่ไ้คืบ

ระดับ 4 Numerical

สามารถที่จะกำหนดจำนวนที่แสดงถึงความน่าจะเป็น ทั้งที่มีการใส่คินและไม่ใส่คินสามารถให้เหตุผล โดยใช้จำนวนเพื่อเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ ก่อนและหลังการทดลอง ทั้งที่มีการใส่คินและไม่ใส่คิน ซึ่งผู้วิจัยได้ใช้กรอบแนวคิดนี้ ในการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ และใช้ในการวิเคราะห์การให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็นของนักเรียน

กิจกรรมปฏิบัติ

ความหมายเกี่ยวกับกิจกรรมปฏิบัติ

กิจกรรมปฏิบัติ (Hands-on Activities) เป็นกิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนได้ ลงมือปฏิบัติ ได้สัมผัส และเรียนรู้จากการทดลองทำจริง ทำให้นักเรียนเข้าใจจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ทั้งนี้ การใช้กิจกรรมปฏิบัติยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่ลึกซึ้ง มากกว่าการสอนแบบเดิม นอกจากนี้ นักเรียนยังให้ความสนใจในการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนมากขึ้นอีกด้วย (Santoro, 2004)

กิจกรรมปฏิบัติมาจากคำว่า “ห้องแล็บ” และ “การทดลอง” ซึ่งหมายถึง การเรียนรู้โดยการกระทำ ที่ผ่านวัตถุ วัสดุ หรือ ผ่านประสบการณ์ (Haurly & Rillero, 1994)

กิจกรรมปฏิบัติเป็นการใช้สื่อวัสดุซึ่งทำให้เกิดการรับรู้หรือแนวคิดจากสื่อรูปธรรมเพื่อนำไปสู่มนมติ (Ross & Kurtz, 1993)

กิจกรรมปฏิบัติเป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้ปฏิบัติโดยผ่านกระบวนการทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งมีสื่อที่เป็นรูปธรรมช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ (Doran, 1990)

สื่อรูปแบบหนึ่งที่ให้นักเรียนได้ปฏิบัติ โดยเรียกว่า สื่อปฏิบัติ (Manipulatives) คือ วัตถุหรือสิ่งของที่นักเรียนสามารถมองเห็น จับต้องได้ สัมผัสได้ เคลื่อนย้ายได้ โดยการที่นักเรียนได้จับต้อง เคลื่อนย้ายหรือจัดเรียงสื่อปฏิบัติ จะช่วยให้นักเรียนได้เกิดการเชื่อมต่อช่องว่างระหว่างความคิดแบบรูปธรรม สู่การคิดแบบนามธรรม (ดวงหทัย กาสนวนุส, 2548 :12)

แนวทางการใช้กิจกรรมปฏิบัติ

Huetinch & Munshin (อ้างใน ดวงหทัย กาสนวนุส, 2548 :13) กล่าวว่า สิ่งที่สำคัญที่ครูผู้สอนควรทราบในการใช้ สื่อปฏิบัติประกอบการเรียนการสอนคือ

1. ควรเลือกใช้สื่อปฏิบัติที่นักเรียนมีโอกาสได้ใช้จริง ซึ่งบางครั้งครูอาจมีข้อจำกัดในด้านเวลาหรืองบประมาณในการเตรียมหรือผลิตสื่อปฏิบัติให้เพียงพอกับความต้องการของผู้เรียน

ประโยชน์ของสื่อปฏิบัติจะลดลงไปทันที หากนักเรียนไม่มีประสบการณ์ตรงหรือโอกาสที่จะจับต้องหรือเล่นกับสื่อปฏิบัติด้วยตนเอง

2. ควรเลือกใช้สื่อปฏิบัติที่สามารถนำไปใช้ประโยชน์ได้ในหลายๆทาง เนื่องจากสื่อปฏิบัติบางอย่างสามารถใช้นำเสนอความคิดรวบยอดได้หลายความคิดรวบยอด และสามารถใช้ได้กับนักเรียนในระดับชั้นที่แตกต่าง ซึ่งจะทำให้ครูสามารถใช้สื่อปฏิบัติได้ตลอดทั้งปีกับชั้นเรียนและนักเรียนที่มีความสามารถหลากหลาย นอกจากนี้การได้ใช้สื่อปฏิบัติยังจะช่วยให้ตัวผู้เรียนเองมีความคุ้นเคยกับสื่อปฏิบัตินั้นๆและสามารถใช้สื่อปฏิบัติอย่างคล่องแคล่วและใช้เวลาน้อยลงในการสืบค้นความคิดรวบยอดโดยใช้สื่อปฏิบัติ

3. ควรชี้แนะการใช้สื่อปฏิบัติในวันแรกๆโดยครูชี้แนะให้นักเรียนตระหนักในการใช้สื่อปฏิบัติที่เหมาะสม เพื่อมิให้สื่อชำรุดก่อนเวลาอันควร เนื่องจากการผลิตสื่อปฏิบัติต้องใช้ทั้งเงินและเวลา

4. ควรตั้งกฎทั่วไปสำหรับการใช้สื่อปฏิบัติให้ชัดเจน เช่น การเก็บรักษา และช่วงเวลาที่เหมาะสมในการใช้สื่อปฏิบัติ

5. เมื่อการใช้สื่อปฏิบัติเป็นสิ่งใหม่สำหรับนักเรียน ต้องให้เวลาสำหรับนักเรียนในการสร้างความคุ้นเคยกับการใช้สื่อปฏิบัติ ควรวางแผนให้กับเวลาของการเล่น “เล่น” (Plan for “play” time) กับสื่อปฏิบัติของนักเรียน โดยอาจถามให้นักเรียนสังเกตลักษณะ หรือคุณสมบัติบางอย่างของสื่อปฏิบัติที่พวกเขาค้นพบหรือสังเกตเห็น การขาดความคุ้นเคยในการใช้สื่อปฏิบัติจะทำให้นักเรียนบางคนไม่สามารถตามบทเรียนได้ทัน

6. ควรใช้สื่อปฏิบัติเพียงอย่างใดอย่างหนึ่ง ในการเสนอความคิดรวบยอดหนึ่งๆ โดยหลังจากใช้สื่อปฏิบัติในการนำเสนอหัวข้อนั้นๆ อย่างทะลุปรุโปร่งแล้วจึงใช้สื่อปฏิบัติอย่างอื่นมาประกอบการนำเสนอความคิดรวบยอดนั้นๆเพื่อหลีกเลี่ยงความสับสนที่อาจเกิดขึ้นได้

7. ควรส่งเสริมสนับสนุนให้ผู้เรียนได้ใช้สื่อปฏิบัติทุกครั้งเมื่อมีโอกาส โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อผู้เรียนมีความต้องการที่จะใช้สื่อปฏิบัติ เพราะเห็นว่าสื่อปฏิบัติมีส่วนช่วยในการเรียนรู้ของพวกเขา ฉะนั้นควรมีสื่อปฏิบัติที่พร้อมจะให้ผู้เรียนได้ใช้เสมอเมื่อต้องการ

8. ควรระลึกเสมอว่านักเรียนแต่ละคนมีอัตราการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน นักเรียนบางคนอาจต้องการหรือเลือกที่จะใช้สื่อปฏิบัตินานกว่าเด็กนักเรียนบางคนที่พบว่าตนเองไม่ต้องการใช้สื่อปฏิบัติช่วยเหลือ เนื่องจากตนเองมีความเข้าใจในสิ่งที่เรียนแล้ว หรือมองเห็นว่าการนำเสนอความคิดรวบยอดหรือเนื้อหาด้วยสัญลักษณ์ไม่ใช่สิ่งที่เข้าใจยากอีกต่อไป

9. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนทุกคนได้ใช้สื่อปฏิบัติในการเรียน ถ้าให้นักเรียนใช้สื่อปฏิบัติเป็นกลุ่มก็ควรจัดกิจกรรมที่เปิดโอกาสให้สมาชิกทุกคนในกลุ่มได้มีส่วนร่วมในการใช้สื่อปฏิบัติ และควรเปิดโอกาสที่เท่าเทียมในการสื่อนักเรียน หรือตัวแทนในการนำเสนอผลงานกลุ่มต่อชั้นเรียน

10. ควรดูแลความเหมาะสมของสื่อปฏิบัติกับระดับอายุของนักเรียน สื่อที่มีสีสันสวยงามไม่จำเป็นที่จะต้องจำกัดใช้แค่ในระดับประถมศึกษา โดยระดับชั้นที่สูงกว่านี้ก็สามารถใช้ได้ถ้าสื่อเหล่านั้นสามารถใช้ในการนำเสนอความคิดรวบยอดของเนื้อหาในระดับชั้นนั้นๆ ได้

11. ควรจัดเตรียมจัดเก็บ ก่อสร้าง หรือบรรจุนักเรียนสำหรับสื่อปฏิบัติ ที่จะสามารถนำออกมาใช้และเก็บรักษาได้ง่ายและเป็นระเบียบเรียบร้อย

โดยสรุปแล้ว การใช้สื่อปฏิบัติในการเรียนการสอนนั้นครูต้องให้เวลากับนักเรียนในการลงมือปฏิบัติกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้สังเกต สำรวจ อภิปราย ถึงข้อสังเกตที่ได้เพื่อให้เกิดความคิดรวบยอดในเรื่องนั้นๆ นอกจากนี้การใช้สื่อปฏิบัติทุกครั้งครูต้องแน่ใจว่าจะส่งเสริมให้เกิดความคิดรวบยอด และ ควรศึกษาการใช้สื่อปฏิบัติให้ถูกต้อง

สำหรับแนวทางในการสอน โดยใช้กิจกรรมปฏิบัติ ผู้วิจัยได้ศึกษาแล้วพบว่า มีความสอดคล้องกับการสอนแบบปฏิบัติการ ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของการสอนแบบปฏิบัติการดังนี้

การสอนแบบปฏิบัติการ หมายถึง การสอนที่ให้นักเรียนเรียนจากบทเรียนปฏิบัติการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเป็นผู้ปฏิบัติด้วยตนเองหรือปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย เพื่อพิจารณาหาข้อสรุปข้อความจริงหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ หลังจากนั้นครูและนักเรียนจะร่วมกันอภิปรายผลงานของนักเรียนเพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้องแล้วจึงฝึกทักษะ (อารีย์ ศรีเดือน, 2547: 5)

การสอนแบบปฏิบัติการ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยการจัดกิจกรรมที่เน้นการกระทำหรือการปฏิบัติเพื่อค้นหาวิธีการกระบวนการต่างๆ เพื่อสรุปเป็นกฎเกณฑ์หรือมโนคติที่ต้องการ (พนารัตน์ แซ่มชื่น, 2548: 32)

การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ เป็นการจัดการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนได้ทดลองทำ ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่าง ๆ เป็นรายบุคคล หรือรายกลุ่มอันจะนำไปสู่การค้นพบ ข้อสรุป มโนคติ กฎ สูตรของเนื้อหา ด้วยตนเอง ครูมีหน้าที่จัดสื่อและอุปกรณ์ต่าง ๆ ไว้ให้เหมาะสมกับการปฏิบัติกิจกรรม (วงเดือน อินทนิเวศน์, 2544: 39)

การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยให้นักเรียนได้ปฏิบัติกิจกรรม อาจจัดเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มย่อย เพื่อหาข้อสรุป ข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ได้ด้วยตนเอง (นิพนธ์ ฝ่ายบุญ, 2548: 9)

การสอนคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการ เป็นการจัดกิจกรรมให้ผู้เรียนได้ทำกิจกรรมกับอุปกรณ์ที่มี ซึ่งช่วยให้เกิดแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนได้รับการพัฒนาความคิดรวบยอดได้มากยิ่งขึ้น จากการที่ได้เรียนโดยการปฏิบัติจากกิจกรรมต่าง ๆ (Copeland, 1974: 325-326)

จากความหมายข้างต้น ผู้วิจัยสรุปได้ว่า การสอนแบบปฏิบัติการ หมายถึง วิธีการสอนที่ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติจริงจากประสบการณ์ตรง โดยยึดผู้เรียนเป็นสำคัญ ครูเป็นเพียงผู้คอยให้การชี้แนะในการทำกิจกรรม โดยผู้เรียนปฏิบัติกิจกรรมตามแนวทางที่ได้ให้ไว้ เพื่อค้นหา ข้อสรุปข้อเท็จจริง ด้วยตนเองจากการปฏิบัติกิจกรรมนั้นๆ

แนวทางในการสอนแบบปฏิบัติการ

ยุพิน พิพิธกุล (2523: 82-83) ได้เสนอแนวทางในการสอนแบบปฏิบัติการ ในวิชาคณิตศาสตร์ 3 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นนำ ครูจะต้องเตรียมให้พร้อม และบอกนักเรียนให้ชัดเจนว่าจะให้นักเรียนทำอะไร ให้เอกสารแนะแนวทาง คู่มือปฏิบัติการ และคำแนะนำที่เขียนต้องมีความชัดเจน โดยครูจะต้องคอยกระตุ้นนักเรียน
2. ระยะเวลา นักเรียนอาจจะทดลองในปัญหาเดียวกัน หรือต่างกัน นักเรียนจะได้รับประสบการณ์จากการทดลอง ทั้งนี้ต้องกำหนดเวลาในการทดลอง โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
3. กิจกรรมขั้นสุดท้าย เมื่อทดลองเสร็จ อาจจะนำอธิบายในชั้น ดังนี้
 - 3.1 อธิบายตัวธรรมชาติและความสำคัญของปัญหาซึ่งได้ทดลอง
 - 3.2 รายงานข้อมูลที่ได้รับ
 - 3.3 แสดงวัสดุที่ทดลอง
 - 3.4 ทำรายงานพิเศษ หรือนิثرศการ
 - 3.5 อธิบายนิثرศการโดยผู้รับผิดชอบ

บำรุง กลัดเจริญ และฉวีวรรณ กีนาวงศ์ (2527: 113) กล่าวถึงกระบวนการสอนแบบปฏิบัติการดังนี้

1. การทดลอง (Experimental Type) มีจุดมุ่งหมายเพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักแก้ปัญหา เพื่อให้เกิดความรู้ และเกิดทักษะในการสอบสวน ค้นคว้าขั้นตอนของการดำเนินการ การวิเคราะห์ และการพิสูจน์ปัญหา

2. การสังเกต (Observation Type) มีจุดมุ่งหมายเพื่อฝึกให้นักเรียนรู้จักการสังเกต ในการเลือกการดำเนินการ และการบันทึกเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น เนื่องจากความแตกต่างของความรู้ อาจเกิดจากความแตกต่างของการสังเกต

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล (2543: 177) กล่าวถึงขั้นตอนการสอนแบบปฏิบัติการไว้ดังนี้

1. ขั้นปฐมนิเทศ และเร้าความสนใจ ในขั้นนี้เป็นการพิจารณาธรรมชาติของงาน จุดมุ่งหมาย และการวางแผนงาน ความเข้าใจแจ่มแจ้งในสิ่งที่จะทำ จะช่วยไม่ให้ผู้เรียนต้องเสียเวลาโดยเปล่าประโยชน์
 2. ขั้นปฏิบัติการ ผู้เรียนทุกคนอาจทำงานปัญหาเดียวกัน หรือคนละปัญหาก็ได้ ในช่วงนี้จะเป็นการทำงานภายใต้การนิเทศ ความแตกต่างระหว่างบุคคล เป็นสิ่งที่ต้องนำมาพิจารณาในการจัดมอบหมายหรือเวลาในการทำงานได้
 3. ขั้นสรุปกิจกรรม อาจใช้การอภิปรายการรายงาน การจัดนิทรรศการผลงาน และอธิบายเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนประสบการณ์หรือการค้นพบของผู้เรียน
- จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องต่าง ๆ นั้น จะเห็นได้ว่า กิจกรรมปฏิบัติ (Hands-on Activities) เป็นกิจกรรมที่ให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ เพื่อได้รับประสบการณ์ตรงจากการปฏิบัติจริง กับสื่อที่เป็นรูปธรรม แล้วนำไปสู่การค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับการสอนแบบปฏิบัติการ ซึ่งผู้วิจัยได้ออกแบบกิจกรรมปฏิบัติและใช้แนวทางการสอนแบบปฏิบัติการ เพื่อส่งเสริมการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็นของนักเรียน

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ลินชัย จันทร์เสมอ (2545) ได้ศึกษา การใช้การสอนเพื่อสืบค้นความคิดและความเชื่อเรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนระดับประถมศึกษาปีที่ 3 และ 5 จำนวน 6 คน โดยมีเป้าหมายเพื่อวัดคะแนนสมรรถนะ และระดับของความคิดเชิงความน่าจะเป็นตามกรอบแนวคิดของ Jones และคณะ (1999) ผลการวิจัยพบว่าคะแนนสมรรถนะของนักเรียนเป้าหมายทั้งหมดระหว่างการประเมินผลก่อนการเรียนรู้ และประเมินผลหลังการเรียนรู้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ แต่คะแนนการประเมินผลหลังการเรียนรู้และการประเมินผลเพื่อวัดความคงทนไม่มีความแตกต่างกัน เมื่อวิเคราะห์เฉพาะนักเรียนเป้าหมายในชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 พบว่า คะแนนสมรรถนะ ระหว่างประเมินผลก่อนการเรียนรู้และประเมินผลหลังการเรียนรู้แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ แต่คะแนนการประเมินผลหลังการเรียนรู้และการประเมินผลเพื่อวัดความคงทนไม่มีความแตกต่างกัน ในทำนองเดียวกันเมื่อวิเคราะห์เฉพาะนักเรียนเป้าหมายในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า คะแนนสมรรถนะ ระหว่างการประเมินผลก่อนการเรียนรู้ และประเมินผลหลังการเรียนรู้ แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ แต่คะแนนการประเมินผลหลัง

การเรียนรู้ และการประเมินผลเพื่อวัดความคงทน ไม่มีความแตกต่างกัน เมื่อวิเคราะห์เพื่อสืบค้น พัฒนาการด้านความคิดเชิงความน่าจะเป็นพบว่า มีรูปแบบความคิดของนักเรียน 3 รูปแบบ คือ (1) ความคิดที่ใช้ส่วนย่อยต่อส่วนย่อยแบบเข้ม ซึ่งเป็นความคิดที่ทำให้นักเรียนมีความสม่ำเสมอในการให้เหตุผลด้าน การเขียนเซตของผลทั้งหมด ในเหตุการณ์ความน่าจะเป็น ได้อย่างสมบูรณ์ และมีความสม่ำเสมอในการให้เหตุผลด้านการเรียงลำดับความน่าจะเป็น อย่างไรก็ตาม ความคิดนี้ ไม่สามารถทำให้นักเรียนเปรียบเทียบความน่าจะเป็นข้ามปริภูมิตัวอย่างได้ (2) ความคิดที่ใช้ส่วนย่อยต่อส่วนย่อยแบบสุดขีด ซึ่งเป็นความคิดทำให้นักเรียนสามารถ ระบุและเรียงอันดับความน่าจะเป็น และบางครั้งสามารถเปรียบเทียบความน่าจะเป็นข้ามปริภูมิตัวอย่างได้ และ (3) ความคิดที่ใช้ส่วนย่อยต่อจำนวนรวม ซึ่งเป็นความคิดที่นักเรียนพัฒนาขึ้น หลังจากที่นักเรียนสร้างภาษาอย่างไม่เป็นทางการขึ้น ในขณะที่อธิบายความน่าจะเป็น

ในระหว่างการเรียนรู้และระหว่างสอน ผลการวิจัยพบว่า มีการเกิดขึ้นของบรรทัดฐานทางสังคม ที่เกี่ยวกับการทำกิจกรรมเชิงคณิตศาสตร์ และการฝึกปฏิบัติเชิงคณิตศาสตร์ในห้องเรียน ในการเกิดขึ้นของบรรทัดฐานทางสังคม ที่เกี่ยวกับการทำกิจกรรมเชิงคณิตศาสตร์แบบ “วิธีการใดที่จะนับว่าเป็นวิธีการที่ดีในการอธิบายและทำนายความน่าจะเป็น” นำไปสู่การเกิดขึ้นของการฝึกปฏิบัติเชิงคณิตศาสตร์ในห้องเรียนแบบ “การใช้ภาษาอย่างไม่เป็นทางการที่สร้างขึ้น(ตัวอย่างเช่น 3 ใน 8 หรือ 3 จาก 8)” และ “การเชื่อมโยงระหว่างความน่าจะเป็นและปริภูมิตัวอย่าง” ส่วนบรรทัดฐานทางสังคมที่เกี่ยวกับการทำกิจกรรมเชิงคณิตศาสตร์แบบ “วิธีการใดที่จะนับว่า เป็นวิธีการที่ดีในการเขียนผลทั้งหมด ที่เกิดขึ้นได้ในปริภูมิตัวอย่าง ที่เป็นสถานการณ์แบบ 2 และ 3 มิติ” นำไปสู่ฝึกปฏิบัติเชิงคณิตศาสตร์ในห้องเรียนแบบ “การเขียนเซตที่สมบูรณ์ของผลทั้งหมดอย่างมีระบบ”

กิตติศักดิ์ แก้วทอง (2547) ได้ศึกษาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ในโรงเรียนสังกัดกรมสามัญศึกษา เขตการศึกษา 11 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และภูมิหลังต่างกัน ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 400 คน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 365 คน ปีการศึกษา 2547 ในจังหวัด นครราชสีมา ชัยภูมิ สุรินทร์ บุรีรัมย์ และศรีสะเกษ โดยศึกษาตามกรอบแนวคิดของ Jones และคณะ(1999) โดยใช้แบบวัดระดับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบสอบถามภูมิหลังของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง และปานกลาง ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 มากที่สุด และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

ทางสถิติที่ระดับ .05 สำหรับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 6 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 มากที่สุด โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 มากที่สุด และนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง ต่ำ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 4 มากที่สุด คือ นักเรียนเพศหญิง นักเรียนที่มีพี่น้อง 2 คน นักเรียนที่มีบิดาหรือมารดาทำอาชีพส่วนตัว นักเรียนที่บิดามีการศึกษาระดับอุดมศึกษา นักเรียนที่มารดามีการศึกษาระดับประถมศึกษาและนักเรียนที่ศึกษาอยู่นอกเมือง และยังพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่มีภูมิลำเนาในด้าน เพศ จำนวนพี่น้อง อาชีพบิดาหรือมารดา ระดับการศึกษาของบิดาและระดับการศึกษาของมารดาแตกต่างกัน ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่อยู่ในโรงเรียนที่มีที่ตั้งของโรงเรียนต่างกัน ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ 3 มากที่สุด คือ นักเรียนเพศหญิง นักเรียนที่มีพี่น้อง 2 คน นักเรียนที่มีบิดาหรือมารดาทำอาชีพส่วนตัว นักเรียนที่บิดามีการศึกษาระดับอุดมศึกษา นักเรียนที่บิดามีการศึกษาระดับประถมศึกษา นักเรียนที่มารดา มีการศึกษาระดับประถมศึกษา และนักเรียนที่ศึกษาอยู่นอกเมือง และยังพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ที่มีภูมิลำเนาในด้าน เพศ จำนวนพี่น้อง อาชีพบิดาหรือมารดา ระดับการศึกษาของบิดาและ ระดับการศึกษาของมารดาแตกต่างกัน ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แต่นักเรียนที่อยู่ในโรงเรียนที่มีที่ตั้งของโรงเรียนต่างกัน ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Watson และคณะ (อ้างใน Graham A. Jones, 2005 : 145-170) ได้ศึกษาการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็นของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น การศึกษาพบว่า ในเรื่องของโชค(Luck) พบว่า เด็กมีความเชื่อเหมือนกับผู้ใหญ่ และโชค(Luck) มีความสัมพันธ์กับความน่าจะเป็น ประสบการณ์ส่วนมากมักจะเกี่ยวกับเกม และการอภิปรายกันในวงสังคม เมื่อศึกษาเกี่ยวกับความยุติธรรม (Fairness) พบว่าสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ เชื่อว่าเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มมีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน และ เกิดขึ้นไม่เท่ากัน ในด้านภาษาที่ใช้ พบว่า ภาษาที่ใช้เกี่ยวกับโอกาสมิหลายคำ ทั้งนี้ทั้งภาษาธรรมดาที่ใช้โดยทั่วไป และภาษาที่สื่อไปถึงตัวเลข เช่น 50:50 เป็นต้น บางครั้งการใช้ภาษาอาจจะทำให้เกิดปัญหา เช่น คำว่ามากกว่าของแต่ละคน อาจจะไม่มีความหมายไม่เหมือนกัน

ในการศึกษาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นที่ไม่ซับซ้อน (Simple Event) เช่นการโยนลูกเต๋า การโยนเหรียญ นักเรียนระดับมัธยมบางคนก็ยังคงคิดว่าเป็นเรื่องที่ยากแก่การเข้าใจ บางครั้งนักเรียนตอบ

คำถามถูก แต่การให้เหตุผลยังไม่สอดคล้องกับหลักการของความน่าจะเป็น แต่การศึกษาก็ยังพบว่า ยิ่งนักเรียนโตขึ้น ระดับการให้เหตุผลก็จะดีขึ้นเรื่อย ๆ ส่วนการเปรียบเทียบความน่าจะเป็น (Probability Comparisons) พบว่า นักเรียนบางคนไม่สามารถเปรียบเทียบได้ เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจ ในเรื่องอัตราส่วน การเปรียบเทียบเศษส่วน แต่เมื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปรียบเทียบ นักเรียนประมาณ 1 ใน 3 สามารถเปลี่ยนระดับการให้เหตุผลจากระดับต่ำไปเป็นระดับที่สูงขึ้น ทั้งนี้เป็นเพราะการอธิบายเหตุผลของคนอื่นๆ ทำให้นักเรียนพัฒนาการให้เหตุผลของตนเอง เมื่อศึกษาเกี่ยวกับ ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข (Conditional Probability) พบว่า นักเรียนสามารถประยุกต์การเปรียบเทียบได้ในชีวิตประจำวันและแปลความหมายไปสู่อีกระดับที่สูงขึ้น เช่น การสูบบุหรี่ทำให้เกิดริ้วรอยก่อนวัย จากตัวอย่างนี้นักเรียนสามารถแปลความหมายว่า การสูบบุหรี่เป็นสิ่งที่แย่ เป็นต้น นอกจากนี้ นักเรียนส่วนใหญ่เห็นประโยชน์ของการแปลความหมายจากประโยคเงื่อนไขที่กำหนดมาให้ ว่า ทำให้นักเรียนประเมินความเสี่ยงในชีวิตประจำวันนอกโรงเรียนได้