

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนารูปแบบการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เน้นการคิดแบบอเนกนัย สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ประกอบด้วย

2.1 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.2 การจัดกิจกรรมแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.3 การคิดแบบอเนกนัย

2.3.1 การคิดแบบอเนกนัย

2.3.2 ทฤษฎีโครงสร้างทางสติปัญญาของ Guilford.

2.3.3 กระบวนการคิดเชิงสร้างสรรค์

2.3.4 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการคิดแบบอเนกนัย

2.4 รูปแบบการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เน้นการคิดแบบอเนกนัย

2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวกับทักษะที่เกี่ยวข้องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวกับชุดการสอนและแบบฝึกการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.5.3 งานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนารูปแบบการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.6 การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2.7 รูปแบบการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เน้นการคิดแบบอเนกนัย ที่ใช้

กระบวนการตามหลักการของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

2.1 การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

2.1.2 ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรคั่นวงษ์ (2520) ได้กล่าวถึงทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญ ๆ ไว้ 3 ทฤษฎีใหญ่ ๆ คือ

1. ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory)

การสอนคณิตศาสตร์ตามวิธีนี้เน้นในเรื่องการฝึกฝน การให้ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ ซ้ำ ๆ จนกว่าเด็กจะเคยชินกับวิธีการนั้น ๆ เพราะทฤษฎีนี้เชื่อว่า เด็กจะเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยการทำได้

ฝึกทำสิ่งนั้นซ้ำ ๆ กันหลาย ๆ ครั้ง ฉะนั้นการสอนตามทฤษฎีนี้จะเริ่มโดยครูเป็นผู้ให้ตัวอย่างหรือบอกสูตรหรือกฎเกณฑ์แล้วให้เด็กฝึกฝนทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกระทั่งเกิดความชำนาญ ซึ่งนักการศึกษาในปัจจุบันยอมรับว่า การฝึกฝนมีความจำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ แต่ก็ชี้ให้เห็นว่าทฤษฎีแห่งการฝึกฝนมีข้อบกพร่องหลายประการคือ

- 1) เป็นทฤษฎีที่ค่อนข้างจำ ท่องกฎเกณฑ์ สูตร ซึ่งเป็นเรื่องยากสำหรับเด็ก
- 2) เด็กไม่อาจจะจดจำข้อเท็จจริงต่าง ๆ ได้หมด
- 3) เด็กจะขาดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน เป็นเหตุให้เกิดความลำบาก สับสนในการคิด

คำนวณแก้ปัญหา และสิ่งของที่เรียนได้ง่าย

2. ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยบังเอิญ (Incidental-Learning Theory)

ทฤษฎีนี้มีความเชื่อว่า เด็กจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีเมื่อเด็กเกิดความต้องการหรืออยากรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น ดังนั้นกิจกรรมการเรียนควรจะต้องจัดขึ้นจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในโรงเรียนหรือชุมชนซึ่งเด็กได้ประสบด้วยตนเอง แต่จุดบกพร่องของทฤษฎีนี้คือ ในทางปฏิบัติจริงแล้วเหตุการณ์จะเกิดขึ้น ไม่บ่อยนัก ดังนั้นการเรียนตามทฤษฎีนี้จะใช้ได้เป็นครั้งคราวเท่านั้น

3. ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaning Theory)

ทฤษฎีนี้ตระหนักว่าการคิดคำนวณกับการเป็นอยู่ในสังคมของเด็กเป็นหัวใจในการสอนคณิตศาสตร์และมีความเชื่อว่าเด็กจะเรียนรู้และเข้าใจในสิ่งที่เรียนได้ดีเมื่อได้เรียนสิ่งที่มีความหมายต่อตนเอง และเป็นเรื่องที่เด็กได้พบเห็นและปฏิบัติในสังคมประจำวันของเด็กเอง ทฤษฎีนี้เป็นที่ยอมรับว่าเป็นทฤษฎีที่มีความเหมาะสมจึงได้มีการนำเอาไปสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน และจากผลการค้นคว้าวิจัยพบว่า ทฤษฎีแห่งความหมายเป็นทฤษฎีที่ช่วยให้เด็กเรียนคณิตศาสตร์ได้ดีที่สุด จะเห็นได้ว่าทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งถือว่าเป็นหัวใจของการสอนในปัจจุบันก็คือทฤษฎีแห่งความหมาย ซึ่งเหมาะสมในการสอนให้ผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้และแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี ดังนั้นทฤษฎีแห่งการฝึกฝนและทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยบังเอิญควรใช้ในระดับรองลงมา (เมธี, 2523)

นอกจากทฤษฎีการสอนทั้ง 3 ทฤษฎีดังกล่าว ณรงค์ (อ้างถึงใน สุทธิ, 2530) ได้เสนอหลักจิตวิทยาที่ครูอาจนำมาใช้ในการสอนเพื่อให้การสอนบรรลุจุดประสงค์ยิ่งขึ้นดังนี้

1. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้นความพร้อมเป็นสิ่งสำคัญ แต่มิใช่ว่าครูต้องรอให้เด็กเกิดความพร้อมเสียก่อนจึงสอน ครูสามารถช่วยให้เด็กพร้อมได้ด้วยการจัดประสบการณ์ที่เหมาะสมได้

2. การเรียนจะเรียนได้ผลถ้าเด็กทราบเหตุผลและคุณค่าในสิ่งที่กำลังเรียน และควรที่จะเริ่มต้นด้วยสิ่งที่เป็นรูปธรรมเกี่ยวกับชีวิตจริง มีประโยชน์จริงให้กับนักเรียนมากกว่าที่จะเริ่มต้นด้วยสิ่งที่เป็นนามธรรมและห่างไกลความเป็นจริง

3. เด็กจะเรียนได้ดีในสิ่งที่เขาสนใจ ดังนั้นครูจึงควรหาทางให้เกิดความสนใจก่อนแล้วจึงสอน

4. การุงใจเป็นองค์ประกอบสำคัญอย่างหนึ่งที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้เพราะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีความกระตือรือร้นที่จะเรียนให้สำเร็จตามวัตถุประสงค์ที่วางไว้

5. ความเข้าใจเป็นกระบวนการที่ก่อให้เกิดความเจริญงอกงาม ไม่มีเด็กคนใดเรียนแล้วรู้แจ้งทันที การเรียนด้วยความสนใจทำช่วยให้จำได้นาน

6. ความสำเร็จเป็นเครื่องกระตุ้นให้เกิดกำลังใจและความสนใจได้เป็นอย่างมาก ครูจึงควรจัดปัญหาที่พอเหมาะให้เด็กแก้เป็นตอน ๆ และคอยแนะนำให้เด็กขบคิดปัญหาด้วยตัวเอง

7. การให้แบบฝึกหัดจากง่ายไปหายากเป็นเครื่องส่งเสริมให้เด็กพบกับความสำเร็จแบบฝึกหัดที่ยากเกินไปจะทำให้เด็กท้อแท้หมดกำลังใจ

8. วิธีสอนแบบให้เด็กค้นพบ นับเป็นวิธีหนึ่งที่ส่งเสริมความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และความสนใจให้แก่เด็ก

9. การใช้อุปกรณ์ประกอบการสอนเพื่อแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์และหลักการเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งสำหรับชั้นประถมศึกษา

10. การเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความเกี่ยวข้องกับความคิดและการแสดงความคิดออกมาให้คนอื่นเข้าใจ

11. การทำแบบฝึกทักษะและท่องจำนับว่าเป็นเรื่องสำคัญเช่นกัน ทั้งนี้ต้องตั้งอยู่บนรากฐานแห่งความเข้าใจ

12. การทบทวนเป็นสิ่งที่หลีกเลี่ยงไม่ได้ในวิชาคณิตศาสตร์ และเป็นการช่วยเพิ่มเติมสิ่งที่เด็กยังหลงลืมและไม่เข้าใจอีกด้วย

13. ควรจะมีการบันทึกข้อผิดพลาดสิ่งบกพร่องต่าง ๆ ไว้ และหาวิธีแก้ไขเพื่อให้เด็กพบกับความสำเร็จได้

14. การส่งเสริมให้เด็กค้นพบข้อผิดพลาดด้วยตนเอง เป็นวิธีสำคัญประการหนึ่งของการสอนคณิตศาสตร์

15. ครูต้องยอมรับว่าเด็กแต่ละคนมีความสนใจในการเรียนรู้เร็วหรือช้าในอัตราที่แตกต่างกัน บทเรียนและแบบทดสอบควรปรับปรุงให้เหมาะสมกับความสามารถของผู้เรียน

16. เด็กต้องมีความพร้อมในด้านทัศนคติ ความรู้พื้นฐาน และความสามารถทางด้านสมอง

17. ให้การเสริมแรงในขณะที่ทำการสอนเท่าที่จะทำได้ เช่น พยายามให้ทันทีเมื่อนักเรียนตอบถูก หลังจากที่ได้ทำแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบแล้วควรให้เด็กทราบผลทันที ด้วยการนำมาเฉลยร่วมอภิปราย ในการซักถามควรใช้คำถามที่คิดว่านักเรียนจะตอบได้ บางครั้งอาจให้การเสริมแรงเป็นระยะ ๆ เพื่อเรียกร้องความสนใจจากผู้เรียน

การเสริมแรงมี 2 ชนิดคือ

ก. การเสริมแรงทางบวก คือสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความพอใจ ได้แก่ การให้รางวัล การยกย่องชมเชย การยิ้ม การพยักหน้า การปรบมือ เป็นต้น

ข. การเสริมแรงทางลบ คือการนำสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความไม่สบายใจไป หรือการขจัดสิ่งที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความอึดอัดใจ ไม่สบายใจต่าง ๆ เช่น การดูค่า การตำหนิ การวิพากษ์วิจารณ์ เป็นต้น

2.1.2 ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือนำไปสู่ความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี เศรษฐกิจ และสังคม ตลอดจนเป็นพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท ดังนั้น การเรียนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา จึงเป็นการวางรากฐานที่สำคัญให้กับผู้เรียนที่จะนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน หรือการเรียนในระดับสูงต่อไป (โสภณ บารุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรตันวงษ์, 2520)

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยพัฒนาความคิดของผู้เรียนให้สามารถคิดได้อย่างมีระบบ และมีเหตุผล อีกทั้งยังช่วยให้สามารถคิดแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ บูพิน พิพิธกุล (2530) ได้สรุปลักษณะสำคัญที่เป็นธรรมชาติของคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลว่าสิ่งที่เราคิดขึ้นนั้นจริงหรือไม่

2. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง ที่กำหนดขึ้นด้วยสัญลักษณ์ที่รัดกุมและสื่อความหมายได้ถูกต้อง เป็นภาษาที่มีตัวอักษร ตัวเลข และสัญลักษณ์ที่แสดงความหมายแทนความคิด

3. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีโครงสร้าง จะเริ่มต้นด้วยเรื่องง่าย ๆ เพื่อเป็นพื้นฐานไปสู่เรื่องอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีแบบแผน ในทุก ๆ รูปแบบของการคิดจะสามารถหาคำตอบและจำแนกออกมาให้เห็นจริงได้

5. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์ คือ ความมีระเบียบและความกลมกลืน คณิตศาสตร์เกิดขึ้นโดยมนุษย์เป็นผู้สร้าง และนักคณิตศาสตร์ได้พยายามแสดงความคิดสร้างสรรค์จินตนาการและแสดงโครงสร้างใหม่ ๆ ทางคณิตศาสตร์ออกมาอยู่ตลอดเวลา

จากบทบาทและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ดังกล่าว กระทรวงศึกษาธิการจึงได้จัดวิชาคณิตศาสตร์เข้าไว้ในกลุ่มทักษะที่เป็นพื้นฐานการเรียนรู้ร่วมกับวิชาภาษาไทย โดยกำหนดจุดประสงค์ทั่วไปของการเรียนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาเพื่อให้ผู้เรียนมีคุณลักษณะดังนี้

1. มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐาน และมีทักษะการคิดคำนวณ
2. รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลและแสดงความคิดออกมาอย่างมีระเบียบ ชัดเจนรัดกุม
3. รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์
4. สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ความคิด และทักษะที่ได้จากการเรียนคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน (กระทรวงศึกษาธิการ, 2534)

2.1.3 แนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

วัลลภา อาริรัตน์ (2532) ได้เสนอวิธีสอนคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับปรัชญาและจุดมุ่งหมายของหลักสูตรประถมศึกษาไว้ 3 วิธีคือ

1. วิธีสอนโดยการค้นพบ (Discovery Method) เป็นวิธีสอนที่เน้นตัวนักเรียนเป็นหลัก โดยครูจะเป็นผู้จัดกิจกรรมหรือสถานการณ์ให้นักเรียนได้ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งการค้นพบครั้งแรกจะเกิดการอนุมาน ส่วนการอธิบายนำเอากฎเกณฑ์หรือหลักการไปใช้นั้นมักจะใช้วิธีการอุปมาน วิธีสอนแบบค้นพบนี้มี 2 ประเภทคือ

- 2) การค้นพบด้วยตนเอง
- 3) การค้นพบภายใต้คำแนะนำ

2. วิธีสอนแบบปฏิบัติการหรือเชิงทดลอง (Laboratory Method) เป็นการจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากการกระทำ โดยมุ่งให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการเรียนช่วยให้การเรียนน่าสนใจและช่วยให้บรรยากาศในการเรียนไม่เคร่งเครียด ฝึกให้นักเรียนมีความรับผิดชอบและเรียนได้ตามความสามารถของตนเอง

3. วิธีสอนโดยการสาธิต (Demonstration Method) เป็นการสอนโดยการแสดงให้นักเรียนดู นักเรียนสามารถสรุปทบทวนได้จากการแสดงนั้น ๆ การแสดงนั้นอาจแสดงโดยครู หรือโดยนักเรียนก็ได้

ส่วน ข. ชนบท (2529) ได้สรุปแนวทางเพื่อเป็นข้อเสนอแนะในการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบันว่า

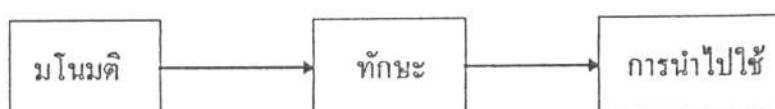
1. ให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเอง แทนการรับรู้จากครูเพียงวิธีเดียว
2. ให้นักเรียนได้ฝึกการเรียนด้วย “วิธีคิด” มากกว่าการจดจำตัวอย่างที่ครูให้
3. ให้นักเรียนได้เรียนรู้ร่วมกับผู้อื่นแบบประชาธิปไตย

กระทรวงศึกษาธิการ (2534) ได้เสนอแนวการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรประถมศึกษา พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2533) ดังนี้

1. เหมาะสมกับวัยและระดับความสามารถของนักเรียน
2. นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมมากที่สุด ให้โอกาสแสดงความคิดเห็นและความคิดสร้างสรรค์

3. นักเรียนได้ทำกิจกรรมทั้งรายบุคคลและรายกลุ่ม
4. ครูผู้สอนวางแผนในการจัดกิจกรรม โดยมีวัตถุประสงค์ในการจัดกิจกรรม
5. ครูผู้สอนควรเสริมแรงแก่นักเรียน หากพบข้อบกพร่องของนักเรียนควรรีบแก้ไข
6. นักเรียนควรทราบเป้าหมายของกิจกรรมการเรียนทุกครั้ง

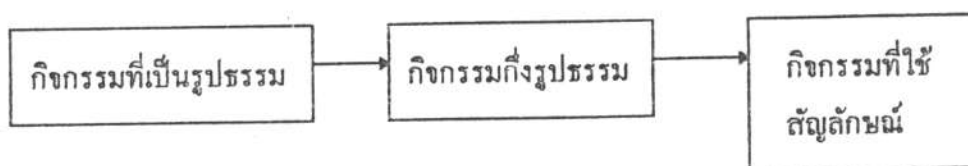
สุลัดดา ลอยฟ้า (2536) ได้กล่าวไว้ว่า การจัดการเรียนการสอนในระดับประถมศึกษา เน้นการพัฒนานักเรียนให้เกิดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการคณิตศาสตร์เบื้องต้น เพื่อให้สามารถเอาไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ รวมทั้งเป็นความรู้พื้นฐานในการเรียนชั้นสูงต่อไป นอกจากนี้ยังเน้นให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหา การสังเกต การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนส่งเสริมและปลูกฝังเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และเพื่อให้บรรลุถึงจุดประสงค์การเรียนการสอนดังกล่าว กระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรประกอบด้วยการพัฒนา 3 ส่วนด้วยกันคือ การพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะของมโนคติเพื่อให้เกิดความชำนาญและเป็นอัตโนมัติ และการพัฒนาความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ดังสามารถสรุปเป็นรูปภาพที่ 1 ดังนี้



ภาพที่ 1 กระบวนการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์เป็นเรื่องของนามธรรม เป็นความคิดที่ไม่มีตัวตนให้เราสัมผัสได้ จึงเป็นการยากที่จะถ่ายทอดความคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้โดยง่าย ความสามารถในการพัฒนาความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์ขึ้นอยู่กับพัฒนาการตามลำดับขั้นของอายุของเด็ก ผู้เรียนระดับประถมศึกษาอยู่ในวัย 6-12 ปี มีแนวความคิดที่เป็นรูปธรรมมากกว่านามธรรม นักเรียนจะเข้าใจในคณิตศาสตร์ได้อย่างไรจึงต้องมีเหตุผลจะต้องใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม เป็นสื่อเชื่อมโยงให้เกิดแนวคิดและความเข้าใจ สื่อการสอนจึงถือว่ามีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษา

นักเรียนจะเรียนได้ดีเมื่อเริ่มเรียนด้วยของจริงหรืออุปกรณ์ที่มีลักษณะเป็นรูปธรรมและประสบการณ์จากสื่อการสอนจะทำให้นักเรียนค้นพบความจริง เรียนรู้แนวคิดและวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ดีกว่าที่ไม่ใช้สื่อการสอน ฉะนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ จึงควรมีขอบเขตตามรูปภาพที่ 2 ดังนี้



ภาพที่ 2 การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น มุ่งหวังให้ผู้เรียนมีทักษะในการคิดคำนวณและสามารถนำทักษะที่ได้จากการเรียนไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันได้ ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงต้องฝึกฝนให้ผู้เรียนได้เกิดทักษะด้านคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ซึ่ง Johnson and Rising (อ้างถึงสุลัดดา ลอยฟ้า, 2524) ได้เสนอแนะหลักการเบื้องต้นในการฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เพื่อให้การฝึกทักษะมีความหมายและน่าสนใจดังนี้

1. การฝึกหัดจะกระทำไปพร้อมกับความต้องการของผู้เรียน ถ้าผู้เรียนต้องการที่จะพัฒนาทักษะเขาจะเชื่อว่าการฝึกของเขานั้นมีคุณค่า ฉะนั้นผู้เรียนจะต้องตระหนักถึงประโยชน์ของการฝึกทักษะในการคิดคำนวณและต้องไม่ให้ผู้เรียนคิดถึงความล้มเหลวของการฝึก
2. การฝึกควรจะทำให้ผู้เรียนได้คิดไปพร้อมกับการฝึก ไม่ใช่กระทำซ้ำอย่างเครื่องจักร ดังนั้นครูจึงควรให้แบบฝึกหัดที่เป็นปัญหาที่ช่วยคิดมากกว่าแบบฝึกหัดที่ซ้ำ ๆ เพาะบทบาทของการคิดเป็นสิ่งที่เน้นมากในการฝึกทักษะการคิดคำนวณในปัจจุบัน
3. การฝึกทักษะจะต้องกระทำหลังจากค้นพบมโนคติเรียบร้อยแล้ว ความเข้าใจในมโนคติจะเป็นสิ่งจูงใจสำหรับการฝึก ทำให้การฝึกมีความหมาย
4. การฝึกควรเกี่ยวข้องกับคำตอบสนองที่ถูกต้องมากกว่าการตอบสนองที่ไม่ถูกต้อง ความผิดพลาดจะต้องจำกัดไปในการฝึก ดังนั้นเมื่อไรก็ตามที่ครูมอบหมายแบบฝึกหัดให้นักเรียนฝึกเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นรายกลุ่ม ครูจะต้องเตรียมคำตอบที่ถูกต้องให้แก่นักเรียนเพื่อเขาจะได้ทำการตรวจของตนเองได้
5. การฝึกควรอยู่ในรูปการฝึกรายบุคคล การฝึกขึ้นอยู่กับความจำเป็นและความสามารถของนักเรียนแต่ละคน การฝึกหัดที่มอบหมายแบบฝึกหัดเหมือนกันหมดสำหรับนักเรียนทุกคนในชั้น หรือการมอบหมายแบบฝึกหัดให้มากขึ้นสำหรับเด็กที่เสร็จเร็ว ไม่ใช่การฝึกที่สมเหตุสมผล

ครูควรรู้สึกเสมอว่า นักเรียนที่เก่งต้องการแบบฝึกหัดที่ยากเพียงบางแบบฝึกหัด ในขณะที่เด็ก
นักเรียนที่อ่อนก็ต้องการแบบฝึกหัดที่ง่ายกว่า

6. การฝึกหัดควรสั้นและกระชับรัด ถ้าฝึกนานเกินไปจะทำให้ผู้เรียนเมื่อยล้า และการฝึก
ควรฝึกเฉพาะเรื่องที่ต้องการใช้ประโยชน์จริง ๆ เช่น ไม่ควรให้ฝึกหาผลหารของทศนิยม
หลายตำแหน่งให้ล่อง

7. แบบฝึกหัดที่ให้นักเรียนฝึกควรจะเป็นแบบฝึกหัดที่มีความหมาย กล่าวคือ ควรเป็นแบบ
ฝึกหัดที่คำนึงถึงการถ่ายทอดและการประยุกต์ความรู้ไปใช้ ถ้าจะเน้นฝึกเฉพาะจุดก็ควรจะให้ผู้เรียน
สามารถรู้โครงสร้างทั้งหมดของเรื่องด้วย สถานการณ์ในการฝึกก็ควรเป็นสถานการณ์ที่เด็กจะนำ
ประสบการณ์นั้นไปใช้ได้จริง ๆ

8. การฝึกควรเน้นหลักการหรือกฎเกณฑ์ทั่วไปมากกว่าเน้นวิธีลัด

9. ผู้เรียนควรจะได้รับทราบถึงวิธีการฝึกทักษะ ครูควรใช้คำตอบในการเรียนด้วย
ตนเอง ครูควรรู้ความต้องการฝึกอะไร แก้อะไร ครูควรแนะนำและช่วยเหลือตามสมควร โดยเฉพาะ
อย่างยิ่งสำหรับนักเรียนที่เรียนอ่อน

10. กิจกรรมในการฝึกควรมีหลายรูปแบบ เช่น เกมปริศนา การแข่งขันตอบปัญหา
การตอบโต้กัน แบบฝึกหัดที่กำหนดระยะเวลา การคิดคำนวณในใจ กิจกรรมแบบกลุ่ม แบบฝึกหัด
ปากเปล่า แม้กระทั่งแบบฝึกหัดสั้น ๆ การถามตอบอย่างรวดเร็ว

11. การฝึกหัดจะมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นถ้าบอกให้ผู้เรียนทราบความก้าวหน้าของตนเองและ
นักเรียนรู้กฎเกณฑ์ในการฝึก เกณฑ์ในชั้นเรียน และเกณฑ์ระดับอื่น ๆ

12. ไม่ควรใช้การฝึกเป็นการลงโทษเด็ก เช่น ทำโทษข้อไหนผิดให้ทำโทษข้อนั้นมาอีก
หลาย ๆ ครั้ง จะทำให้ผู้เรียนมีทัศนคติที่ไม่ดีต่อการฝึกทักษะ และเกิดความเบื่อหน่ายได้

ฉะนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาเพื่อให้นักเรียน
ได้พัฒนาความสามารถในการคิด คำนวณ มีทักษะในการแก้ปัญหา การสังเกต ให้รู้จักคิดอย่างมี
เหตุผล มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ตลอดจนปลูกฝังและส่งเสริมเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์จะต้องนำ
หลักการ แนวคิดต่าง ๆ ที่กล่าวมาแล้วทั้งหมดมาพิจารณาใช้ให้เหมาะสม อันจะส่งผลให้
ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนดีขึ้นกว่าเดิมได้

2.1.4 แนวคิด Constructivist

ทฤษฎีการเรียนรู้ Constructivist มีความเชื่อว่า เด็กสามารถที่จะพัฒนาความรู้ได้ด้วย
ตนเองโดยผ่านการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม (Kutz, 1991) Constructivist เป็นทฤษฎีที่
นักการศึกษาทางคณิตศาสตร์ให้เหตุผลว่า ความรู้นั้นเกิดหรือสร้างขึ้นเองโดยเฉพาะบุคคลมากกว่า

เกิดจากการถ่ายทอดโดยตรงจากผู้เชี่ยวชาญ เช่น ครู ผู้ปกครอง หรือจากหนังสือ (Von Glasersfeld, 1990) ทฤษฎีนี้อยู่บนพื้นฐานของความสามารถในการระลึกหรือการได้มาซึ่งรูปแบบ (Recognize patterns) การรวบรวมของการจัดหมู่ของความรู้ (Organize knowledge) และการวางแผนการทำงานในอนาคต (Scheme future)

Piaget (1997), และ Vygotsky (1978) กล่าวถึงโครงสร้างของความเข้าใจ (Cognitive Structures) เช่น การย้อนกลับ ($3+1 = 4$ ดังนั้น $4 = 3+1$) การสลับที่ ($3+4 = 4+3$) และแกนสมมาตร (1,2,3,4,3,2,1) เป็นการเตรียมกลไกความเข้าใจ พร้อมทั้งเป็นความสามารถพื้นฐานที่จะพัฒนาตามความสามารถเมื่อเด็กโตขึ้น แต่อย่างไรก็ตาม นักวิจัยเชื่อว่าการใช้เครื่องมือเป็นส่วนหนึ่งของการจัดองค์ประกอบของความรู้ในเด็ก จะช่วยให้พัฒนาความสามารถของเด็กให้มากขึ้น (Chomsky, 1997) จากความเชื่อของทฤษฎีการเรียนรู้นี้ ส่งผลให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์หรือจัดกระทำกับสื่อซึ่งเป็นจุดที่พัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Kuta, 1991)

Cruikshank and Sheffield (1992) กล่าวถึง Constructivist ว่า เด็กได้ความรู้ดีที่สุดจากการศึกษาที่เด็กได้สร้างความรู้ด้วยตัวของเด็กเอง จากผลงานของ Piaget ที่เกี่ยวข้องกับ Constructivist เป็นเครื่องช่วยแนะบทบาทของครูให้มีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียนโดยการใช้คำถามและการอภิปราย แสดงความคิดเห็นอย่างชำนาญ และเปิดโอกาสให้เด็กได้ค้นพบความสัมพันธ์ (Relationships) การทำนายเหตุการณ์ พร้อมทั้งได้จัดกระทำกับสื่อที่เป็นรูปธรรม (Manipulating materials)

National Council of Teachers of Mathematics (1989) ของสหรัฐอเมริกาได้สนับสนุนให้ชี้แนะผู้เรียนเป็นศูนย์กลางในการจัดมวลประสบการณ์ในการเรียนรู้ และนำแนวคิด Constructivist มาใช้ในการเรียนคณิตศาสตร์ ทก การจัดโครงการศึกษาและการวิจัย ที่ได้นำแนวคิด Constructivist มาใช้ในการทดลองสอนที่ Shoreham Vading River School District (New York) ทำให้ได้ข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ส่งเสริมและยอมรับนักเรียนในการมีอิสระ การเป็นสมาชิกในกลุ่มและการเป็นผู้นำ
2. เปิดโอกาสให้ใช้การกระทำที่มีปฏิสัมพันธ์กับสื่อกายภาพ (Physical materials)
3. การจัดการเรียนการสอนของบทเรียนควรยืดหยุ่นตามแนวคิด และปฏิกิริยาการตอบสนองของผู้เรียน
4. ถาถามนักเรียนถึงความเห็นเกี่ยวกับมโนคติของนักเรียน ก่อนบอกให้ทราบมโนคติของครู
5. ส่งเสริมให้นักเรียนได้กล้าแสดงออกในการพูดการคิดกับครูและเพื่อน ๆ
6. กระตุ้นให้นักเรียนค้นหา คิด และตอบสนองด้วยตัวของนักเรียนเอง
7. ส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจค้นหาคำตอบจากคำถามของครูและฝึกให้นักเรียนได้ใช้คำถามในการหาคำตอบอีกด้วย

7. ส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจค้นหาคำตอบจากคำถามของครูและฝึกให้นักเรียนได้ใช้คำถามในการหาคำตอบอีกด้วย
8. หลังจากใช้คำถามควรหยุดสักครูเพื่อให้เวลาในการคิดแก่นักเรียน
9. มีเวลาให้นักเรียนได้ค้นพบความสัมพันธ์และความคิดสร้างสรรค์
10. การออกแบบหลักสูตร เนื้อหาควรจะเป็นการเน้นฝึกพื้นฐานการพัฒนาแนวคิดโดยใช้สถานการณ์ปัญหา (Brooks, 1990)

Confrey (1990) ได้เสนอแนะกิจกรรม โดยนำแนวคิดของ Constructivist มาใช้ในการเรียนการสอนอย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยวิธีการดังต่อไปนี้

1. ส่งเสริมให้นักเรียนมีอิสระในการใช้ความคิด
2. สังเกตพัฒนาการความก้าวหน้าของนักเรียน โดยครูเป็นผู้จัดบันทึกผลการเรียนของนักเรียนทุกระยะ
3. บันทึกความก้าวหน้าทางการเรียนของนักเรียนจากแบบฝึกหัด ผลงาน การแสดงความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนการสอนในแต่ละครั้ง และบันทึกการสังเกตอย่างไม่เป็นทางการเกี่ยวกับนักเรียนแต่ละคน
4. ศึกษาวิธีการแยกแยะปัญหาของนักเรียน จากการเขียนรายงานถึงวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน
5. ส่งเสริมการทำงานกลุ่มย่อยและมีการอภิปรายร่วมกัน
6. บอกจุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์การเรียนก่อนทุกครั้ง

แนวคิด Constructivist ที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ครูทราบถึงความคิดของนักเรียนว่าคืออะไร ไม่ว่าความคิดนั้นจะเป็นความคิดที่ผิดหรือถูกช่วยให้ครูเข้าใจถึงความคิดที่นักเรียนใช้และรู้วิธีการเรียนรู้ของนักเรียน จากการเขียนผลสะท้อนเกี่ยวกับการจัดกระทำกับสื่อรูปธรรม และการแบ่งกลุ่มย่อยในการแก้ปัญหา (Hatfield, Edward, Bitter, 1991)

สรุปแนวคิดของ Constructivist ซึ่งเป็นแนวคิดที่มีความเชื่อว่า ความรู้ที่ดีที่สุดเกิดจากผู้เรียนได้สร้างความรู้ด้วยตัวของผู้เรียนเอง ดังนั้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรเน้นให้ผู้เรียนเป็นผู้มีบทบาทในการกระทำ ได้จัดกระทำกับสื่อรูปธรรม ได้พูดคุยอธิบายแนวคิดของตนเอง มีการอภิปรายในกลุ่มย่อย และครูมีบทบาทในการจัดสภาพสิ่งแวดล้อมให้อื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ พร้อมทั้งสังเกตศึกษาพัฒนาการทางความคิดหรือความเข้าใจ จากการบันทึก การสัมภาษณ์ หรือดูจากผลการทำงานของนักเรียน

2.2 การจัดกิจกรรมการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

2.2.1 ความหมายของโจทย์ปัญหา

Collier (1969) ให้ความหมายของโจทย์ปัญหาว่า เป็นสถานการณ์ที่เด็กไม่สามารถหาคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาได้ในทันทีทันใด เพื่อให้ได้คำตอบที่ชัดเจนถูกต้อง

House, Wallace และ Johnson (อ้างถึงใน สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ, 2530) ได้ให้นิยามของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์ที่จะต้องมีการมุ่งหมาย มีอุปสรรคในการที่จะบรรลุจุดมุ่งหมายนั้น และต้องการความพยายามที่จะแก้ปัญหานั้นด้วยความรอบคอบ ซึ่งสถานการณ์นั้นจะเกี่ยวกับจำนวน (ปริมาณ) หรือต้องใช้เทคนิค วิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่งสถานการณ์ดังกล่าวนี้ จะต้องเป็นที่ยอมรับว่าเป็นปัญหาของคนใดคนหนึ่งมาก่อน จึงจะเรียกว่าเป็นปัญหาได้

Reys (1984) อธิบายความหมายว่า โจทย์ปัญหาเป็นสถานการณ์ที่เข้าใจยาก โดยที่แต่ละคนต้องการอธิบายบางสิ่งบางอย่าง และไม่สามารถที่จะรู้ถึงนั้นได้ในทันที

Krulik และ Rudnick (1987) ให้ความหมายว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่ประกอบด้วยตัวเลข จำนวน และข้อความต่าง ๆ โดยแต่ละคนหรือกลุ่มคนต้องมีความตั้งใจในการคิดและการสังเคราะห์ความรู้ที่เคยเรียนมาแก้โจทย์ปัญหานั้น

สรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่สร้างขึ้นในลักษณะต่าง ๆ ประกอบด้วยข้อความและตัวเลข โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ทักษะกระบวนการคิด โดยการสังเคราะห์ความรู้ต่าง ๆ ที่เรียนมา คิดหาวิธีการ ตลอดจนเทคนิคต่าง ๆ ประกอบกันเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องตามที่โจทย์ต้องการ

2.2.2 ประเภทของโจทย์ปัญหา

Le blanc, Proudfit และ Putt (อ้างถึงใน สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ, 2530) ได้แบ่งชนิดของปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ดังนี้

1. ปัญหาที่มีอยู่ในหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป (Textbook Problem) เป็นปัญหาที่มุ่งพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการกระทำเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การบวก การลบ การคูณ และการหาร เพื่อให้นักเรียนสามารถประยุกต์หรือนำความรู้เกี่ยวกับการกระทำเหล่านี้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ อาจเสนอในรูปแบบแผนภาพหรือรูปภาพ วลีหรือประโยคสั้น ๆ เป็นข้อความหรือเรื่องสั้น ๆ หรือผสมผสานกันหลายรูปแบบ

2. ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา (Process Problem) เป็นปัญหาที่เน้นด้านเทคนิคหรือกลวิธีในการแก้ปัญหา เน้นกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าผลลัพธ์หรือคำตอบของปัญหามุ่ง

พัฒนาและฝึกกลวิธีในการแก้ปัญหาด้วยตนเองหรือโดยความร่วมมือของเพื่อนในกลุ่ม เพื่อจะสร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหา

Frederikson (อ้างถึงใน ประยูร อาษานาม, 2528) กล่าวถึงการเรียนการสอน การแก้ปัญหาในระดับประถมศึกษาว่า โจทย์ปัญหามี 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่เข้าใจชัดเจน สามารถระบุแนวทางในการแก้ปัญหาได้ และสามารถทำการทดสอบคำตอบได้ เรียกว่า Well-Structured Problem.

2. ปัญหาที่สามารถเข้าใจได้ แต่แนวทางแก้ปัญหานั้น ผู้แก้ปัญหจะต้องอาศัยความคิดที่เกื้อหนุน (Productive Thinking) ในการแก้ปัญหา ได้แก่ ปัญหาทางเรขาคณิตบางเรื่อง เช่น เรื่องที่ต้องมีการสร้างรูปเพิ่มเติมจึงจะสามารถแก้ปัญหาได้

Fong (1993) ได้แบ่งประเภทของโจทย์ปัญหาออกเป็น 5 ประเภทด้วยกัน ได้แก่

1. ปัญหาที่ไม่มีข้อความ (Routine Non-Verbal Problem) คือ ปัญหาที่ไม่มีข้อความใด ๆ เข้ามาเกี่ยวข้องในการคิดคำนวณทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องมีความรู้เกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์เพียงพอ ซึ่งปัญหาลักษณะดังกล่าวนี้จะนำมาใช้เป็นแบบฝึกหัดสำหรับนักเรียนภายหลังเรียนรู้หลักการที่เกี่ยวข้องนั้นมาแล้ว ตัวอย่างเช่น $2 : 5 = X : 25$ X มีค่าเท่ากับเท่าใด ปัญหานี้ผู้เรียนต้องเรียนเรื่องสัดส่วนมาแล้ว เป็นต้น

2. โจทย์ปัญหาทั่วไป (Routine Verbal Problem) เป็นโจทย์ปัญหาโดยทั่วไปที่ใช้วิธีการแก้ปัญหาที่แน่นอนตายตัว ง่ายปนกันไป นักเรียนสามารถรูปแบบปัญหาและแก้ปัญหานั้นได้ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า ปัญหาขั้นตอนเดียว ตัวอย่างเช่น “น้ำส้ม 6 แก้ว ราคา 30 บาท ถ้าน้ำส้ม 8 แก้ว จะราคาเท่าใด”

3. โจทย์ปัญหาประยุกต์ (Verbal Problem with Application) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะหลายอย่างเพื่อแก้ปัญหา ผู้เรียนเคยเรียนรู้ทักษะหรือความรู้รอบคอบที่เกี่ยวข้องกับปัญหามาแล้ว เพียงแต่นำเอาความรู้รอบคอบนั้นมาประยุกต์เป็นปัญหา เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า โจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน ตัวอย่างเช่น “สัดส่วนด้าน 3 ด้าน เท่ากับ $1/2/2$ ถ้าไม้ฉากอันหนึ่งมีด้าน 3 ด้านรวมกันได้ 60 เซนติเมตร แต่ละด้านจะยาวเท่าไร”

4. ปัญหาที่เน้นกระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่คิดแปลงพัฒนาจากปัญหาต่าง ๆ โดยต้องใช้บุพการีหรือเทคนิคที่มากกว่าหนึ่งวิธีในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น “ในเดือนมกราคม สัดส่วนน้ำหนักของดื่อกกับค็อกคือ $8/3$ หนึ่งปีผ่านไป ดื่อกมีน้ำหนักเพิ่มขึ้นอีก 12 กิโลกรัม ในขณะที่ค็อกยังมีน้ำหนักเท่าเดิม ทำให้อัตราส่วนน้ำหนักของดื่อกกับค็อกเป็น $4/3$ อยากรวบรวมว่า ดื่อกมีน้ำหนักกี่กิโลกรัม”

5. ปัญหาในชีวิตจริง (Real-Life Problem) ตัวอย่างเช่น “มานิด้องเตรียมน้ำส้มให้สมาชิกในครอบครัว อยากทราบว่ามานิด้องเตรียมน้ำส้มเป็นปริมาณเท่าใด” เป็นต้น ในการแก้ปัญหา ผู้เรียนต้องรวบรวมข้อมูลที่เกี่ยวข้องก่อน ได้แก่ ครอบครัวนี้มีสมาชิกกี่คน แก้วน้ำมีขนาดเท่าใด ราคาของน้ำส้ม ฯลฯ จึงจะสามารถหาแนวทางแก้ปัญหาได้ ซึ่งเป็นปัญหาที่ช่วยให้ผู้เรียนรู้จักการวิเคราะห์สถานการณ์ที่ต่างออกไป

สำหรับคำว่า “การแก้ปัญหา (Problem Solving)” ที่นำมาใช้ในวิชาคณิตศาสตร์นั้น ได้มีผู้ให้ความหมายแตกต่างกันออกไป เช่น

Kruilk และ Rudnick (1987) ให้นิยามว่า “การแก้ปัญหา” คือ กระบวนการที่ต้องนำเอาความรู้ ทักษะและความเข้าใจที่เรียนมา แล้วประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่ยังไม่คุ้นเคยแตกต่างกันออกไป

F.K.Lester (อ้างถึงใน บูพิน พิพิษฐกุล, 2530) ได้ให้นิยามของการแก้ปัญหว่า “การแก้ปัญหา” เป็นการกระทำซึ่งจะบรรลุถึงการแก้ไขในการทำงานเฉพาะอย่าง

Copeiland (1982) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาโดยสรุปว่า เป็นการกระทำหน้าที่ที่จำเป็น (Function essential) หลาย ๆ อย่างรวมกัน เพื่อนำมาใช้ในชีวิตประจำวัน รอบ ๆ ตัวเรา ประกอบด้วยความเข้าใจในความคิดรวบยอดและเทคนิคการคำนวณในปัญหา การหาเหตุผลเชิงอุปนัยและนิรนัยเพื่อหาข้อสรุป วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล การแปลความหมายข้อมูล การทดสอบสมมติฐาน การแสดงผลลัพธ์ที่ได้ เป็นต้น ผู้เรียนต้องรู้จักคำถามสำคัญของโจทย์ (Key Question) เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ นิยามปัญหาคิดหาแนวทางแก้ปัญหาต่อไป โดยมีจุดเน้นที่ความเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหามากกว่าการได้มาซึ่งคำตอบ

Kutz (1992) อ้างคำกล่าวจากสภาคณิตศาสตร์แห่งชาติ (The National Council of Supervisors of Mathematics) หรือชื่อย่อว่า NCSM ถึงการแก้โจทย์ปัญหาว่า เป็นกระบวนการประยุกต์เอาความรู้ที่เคยมีมาก่อนหน้านั้น เพื่อแก้ไขสถานการณ์ใหม่ที่ไม่คุ้นเคย โดยใช้ยุทธศาสตร์ต่าง ๆ นับตั้งแต่การตั้งคำถาม วิเคราะห์สถานการณ์ การแปลผล การแสดงวิธีหาคำตอบ วาดรูป และการลองผิดลองถูก

Kaur (1993) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหออกเป็น 3 ประการ คือ การแก้โจทย์ปัญหาเปรียบเทียบกับเสมือนเป้าหมาย (Goal) ว่า จะทำการแก้ปัญหานั้นได้อย่างไรซึ่งต้องใช้กระบวนการ (Process) และทักษะพื้นฐาน (Basic Skill) ต่าง ๆ ประกอบเข้าด้วยกัน เช่น ทักษะการพิจารณาเนื้อหาของโจทย์ ชนิดของโจทย์ วิธีแก้โจทย์ การคิดคำนวณ เป็นต้น

Hatfield, Edwards และ Bitter (1993) ให้นิยามเกี่ยวกับการแก้ปัญหว่า เป็นความสามารถทางสติปัญญาของมนุษย์ ในการทำความเข้าใจกับปัญหา พิจารณาความสัมพันธ์ของปัญหา

ดังกล่าวกับประสบการณ์ที่ผ่านมา มีการคาดเดาคำตอบที่น่าเป็นไปได้ และพยายามจนสามารถแก้ปัญหาได้ ซึ่งถือเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในการดำรงชีวิตในปัจจุบัน

จากที่กล่าวมา พอจะสามารถสรุปความหมายของโจทย์ปัญหาได้ว่า เป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้ความรู้ ความคิด ประสบการณ์ วิธีการและขั้นตอนในการแก้ปัญหา มาหาคำตอบหรือแก้ไขเหตุการณ์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยผู้เรียนต้องอาศัยทักษะและกระบวนการคิดแบบต่าง ๆ รวมทั้งขั้นตอนการลงมือปฏิบัติเพื่อให้บรรลุความต้องการหรือความมุ่งหมายในสถานการณ์นั้น

2.2.3 องค์ประกอบที่มีอิทธิพลในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ดวงเดือน อ่อนน้อม (2536) กล่าวว่า การสอนการแก้โจทย์ปัญหาที่จะให้ได้ผลดีนั้นต้องคำนึงถึงหลักสำคัญ 8 ประการ ด้วยกัน คือ

1. การวิเคราะห์ปัญหา ควรสอนให้นักเรียนสามารถแยกแยะปัญหาได้ว่า โจทย์ปัญหาแต่ละข้อนั้นกำหนดสิ่งใดให้บ้าง และโจทย์ต้องการทราบอะไร สิ่งที่โจทย์กำหนดให้นั้นมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

2. การเขียนประโยคสัญลักษณ์ กล่าวคือ ประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคที่ใช้สัญลักษณ์ซึ่งประกอบไปด้วยตัวเลขและเครื่องหมายแทนข้อความและจำนวน รวมทั้งการใช้เครื่องหมายต่าง ๆ เช่น

3. การใช้สื่อการสอน จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจสิ่งที่เป็นนามธรรมในโจทย์ปัญหามากขึ้น สื่อการสอนอาจเป็นของจริง เส้นจำนวน รูปภาพหรือแผนภูมิก็ได้ สิ่งเหล่านี้เป็นเครื่องช่วยในการจินตนาการและคิดค้นหาคำตอบ

4. ความสามารถในการอ่าน นักเรียนต้องมีทักษะในการอ่าน สามารถเข้าใจความหมายของคำศัพท์ต่าง ๆ และสามารถตีความโจทย์กำหนดสิ่งใดให้และโจทย์ต้องการทราบอะไร ซึ่งต่างจากการอ่านโดยทั่ว ๆ ไป มีการฝึกอ่านโจทย์ปัญหาโดยให้รู้จักสังเกตคำศัพท์ที่สำคัญที่จะบอกให้ทราบว่าต้องแก้โจทย์ปัญหาอย่างไร เช่น คำว่า “ใช้ไป” “ต้องหามาเพิ่มอีกเท่าไร” “มากกว่ากันเท่าไร” เป็นต้น ซึ่งการแนะนำให้รู้จักสังเกตข้อความเหล่านี้จะต้องทำหลังจากนักเรียนมีความรู้แต่ละเรื่องแล้ว มิใช่สอนให้จำ เพราะคำบางคำถ้าปรากฏอยู่ในที่ต่างกัน วิธีการแก้ปัญหาก็ต่างกัน

5. ทักษะในการคำนวณ คือ การที่นักเรียนสามารถบวก ลบ คูณ และหารได้ถูกต้องแม่นยำและรวดเร็ว เพื่อจะได้ใช้ทักษะต่าง ๆ เหล่านี้หาคำตอบในการแก้โจทย์ปัญหาได้ถูกต้องแม่นยำรวดเร็ว นั่นเอง

6. การประมาณค่าตอบ ช่วยทำให้นักเรียนทราบว่ามีวิธีที่นักเรียนใช้แก้ปัญหาและการคำนวณถูกหรือผิดได้ โดยการเปรียบเทียบคำตอบได้กับการประมาณกับคำตอบจริงซึ่งควรจะใกล้เคียงกัน โดยการคิดในใจด้วยจำนวนคร่าว ๆ ที่ใกล้เคียงกับจำนวนในโจทย์

7. การใช้วิธีการแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา คนแต่ละคนอาจใช้วิธีการแก้ปัญหาต่าง ๆ กันไป ถึงแม้ว่าปัญหานั้นเหมือนกันและวิธีการต่าง ๆ นั้นจะนำไปสู่คำตอบเดียวกัน ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดหาวิธีแก้ปัญหาหลาย ๆ วิธี เพราะจะช่วยให้นักเรียนมีความคิดที่กว้างไกล ไม่ถูกจำกัดว่าจะต้องใช้วิธีเกี่ยวกับที่ครูสอน เพราะนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์แล้วมีความรู้ความเข้าใจและสามารถนำความรู้ไปใช้ได้จะมีความคิดในด้านการแก้ปัญหาได้หลายวิธี

8. การเลือกโจทย์ปัญหา ควรเลือกให้สอดคล้องกับเรื่องที่กำลังเรียน สถานการณ์ในโจทย์ปัญหา ควรเป็นเรื่องที่สามารถใช้สื่อเป็นของจริง หรือของจำลองประกอบการสอนได้ ส่วนเนื้อเรื่องควรเป็นเรื่องที่นักเรียนสนใจ เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและใช้ภาษาที่เหมาะสมกับวัยของนักเรียน

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2534) ให้แนวคิดว่าการแก้โจทย์ปัญหาเป็นความสามารถขั้นสูงสุดที่สลับซับซ้อน จำเป็นต้องอาศัยองค์ประกอบต่าง ๆ 4 ด้าน ด้วยกัน คือ

1. ความสามารถในการอ่าน
2. ความสามารถในการคิดคำนวณขั้นพื้นฐาน
3. ความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
4. ความสามารถในการหาวิธีการแก้โจทย์ปัญหา

สุวรรณ ภาณุจรรยา (2532) กล่าวว่า การแก้โจทย์ปัญหา เป็นการนำความรู้ทั้งหมด ที่นักเรียนเรียนมาไปใช้ซึ่งอยู่ในขั้นวิเคราะห์ และการที่นักเรียนจะสามารถนำความรู้ที่ตนมีอยู่ไปวิเคราะห์โจทย์ปัญหาต่าง ๆ ได้ ต้องอาศัยองค์ประกอบหลายประการ เช่น

1. ภาษา ได้แก่ ทักษะการอ่าน การเก็บใจความและรู้จักความหมายของคำ
2. ความเข้าใจ ได้แก่ ทักษะการจับใจความ ดีความและแปลความ จากข้อความทั้งหมดของโจทย์ปัญหาออกมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ที่นำไปสู่การหาคำตอบ
3. การคิดคำนวณ ได้แก่ ทักษะในการบวก ลบ คูณ หาร ยกกำลังจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว และแม่นยำ
4. การแสดงวิธีทำ หมายถึง การย่อความจากโจทย์แต่ละตอนโดยเขียนสั้น ๆ รัดกุมและมีใจความชัดเจนตามโจทย์

5. ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา ได้แก่ ฝึกทักษะตามตัวอย่าง จากการแปลความ และจากหนังสือเรียน โดยฝึกทักษะจากง่ายไปหายาก

สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ (2530) ได้ศึกษาองค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อการแก้โจทย์ปัญหาประกอบด้วย

1. ความยากของปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งแบ่งออกเป็น

1) องค์ประกอบที่เกี่ยวกับภาษาและสภาพหรือท้องเรื่องของปัญหา เช่น ความยาวของปัญหา ความยุ่งยากซับซ้อนของประโยค การลำดับข้อมูลในปัญหาคำบ่งชี้ต่าง ๆ ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยเลย สิ่งเหล่านี้จะมีผลต่อความยากของปัญหา

2) องค์ประกอบที่เกี่ยวกับลักษณะของโครงสร้าง จากการศึกษาของนักวิจัยของหลายท่านพบว่า ปัญหาที่มีหลายขั้นตอน (Multistep Problem) ทำให้นักเรียนมีความลำบากในการแก้ปัญหามากกว่าปัญหาลำดับขั้นตอนเดียว (One Step Problem)

2. ความสามารถในการอ่าน

นักเรียนต้องมีความสามารถในการอ่าน เพื่อที่จะให้เข้าใจความหมายของข้อความที่ปรากฏในปัญหา เข้าใจความต้องการของปัญหา เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญห และตีผลลัพธ์ที่ออกมาตามความต้องการของปัญหา

Donovan Johnson and Jerald Rising (อ้างถึงใน ทบวงมหาวิทยาลัย, 2524) กล่าวว่า การแก้ปัญหามองใช้กระบวนการทางสมองที่ซับซ้อน ซึ่งประกอบด้วย

1. การมองเห็นภาพ (Visualizing)
2. การจินตนาการ (Imagining)
3. การจัดทำอย่างมีทักษะ (Manipulating)
4. การวิเคราะห์ (Analyzing)
5. การสรุป (Abstracting)
6. การโยงความคิด (Associating Ideas)

นอกจากนี้ยังต้องอาศัยความรู้พื้นฐาน มโนคติ และทักษะที่เกี่ยวกับปัญหานั้น ๆ เช่น ทักษะในการอ่าน ความกระตือรือร้น ความอยากรู้อยากเห็น และการที่นักเรียนจะมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาได้นั้น นักเรียนจะต้องได้รับการฝึกฝนให้มีความรู้ ความสามารถพื้นฐานดังต่อไปนี้

1. มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา มีความเข้าใจ มีมโนคติและทักษะในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น

2. มีความสามารถในการอ่าน การแปลความ การตีความ และการขยายความ

3. มีความสามารถในการแปลงข้อความเป็นสัญลักษณ์หรือแผนภาพ
4. มีความสามารถในการวิเคราะห์ความเกี่ยวข้องในระหว่างข้อมูลที่มีอยู่หาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่มีอยู่กับการสรุป
5. มีความสามารถในการจัดระบบข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน การวิเคราะห์หารูปแบบและการหาข้อสรุป
6. มีความใส่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น อยากรู้ อยากเห็น
7. มีศรัทธา กำลังใจ และมีความอดทนในการแก้ปัญหา

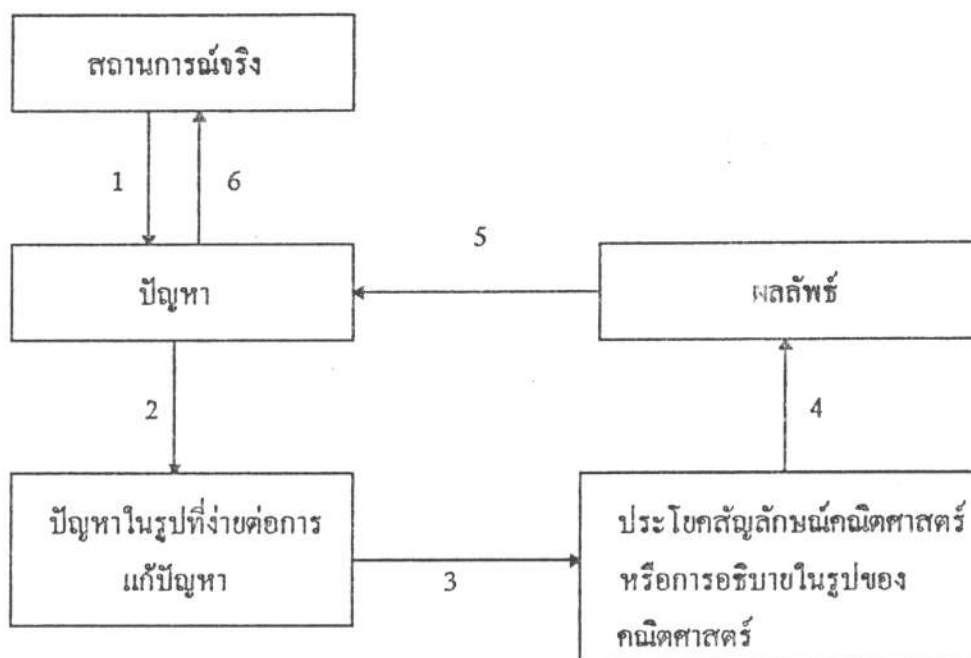
จากที่กล่าวมาข้างต้น พอสรุปได้ว่า องค์ประกอบที่มีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะประกอบไปด้วยความสามารถด้านสติปัญญา ได้แก่ การคิดวิเคราะห์ คิดหาวิธีการ และการคิดคำนวณ ความสามารถทางภาษา ได้แก่ การอ่านเพื่อตีความ แปลความหมายจากโจทย์ เป็นต้น นอกจากนี้ตัวผู้เรียนเองควรมีความรู้พื้นฐาน มโนคติและทักษะที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เช่น มีความใส่ใจใคร่รู้ มีความกระตือรือร้น มีความอดทนในการแก้ปัญหาด้วย

2.2.4 ทักษะที่สำคัญในการแก้โจทย์ปัญหา

สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ (2530) ได้กล่าวไว้ว่า การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ต้องใช้การวิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้ทฤษฎีที่มีอยู่ไปประยุกต์ในสถานการณ์ใหม่หรือสถานการณ์ที่แตกต่างออกไป ลักษณะของปัญหาที่ดี ต้องใช้ความเข้าใจในมโนคติ และทักษะทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สามารถสรุปหรือนำไปใช้ในสถานการณ์อื่นที่แตกต่างออกไปได้ ใช้วิธีการแก้ปัญหาได้หลายวิธีซึ่งการแก้ปัญหามathematics ต้องใช้กระบวนการและขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังนี้

1. อ่านปัญหาให้เข้าใจ
2. ค้นหาวิธีการแก้ปัญหานั้น
3. เลือกเทคนิคในการแก้ปัญหา
4. ดำเนินการแก้ปัญหา
5. นำไปใช้

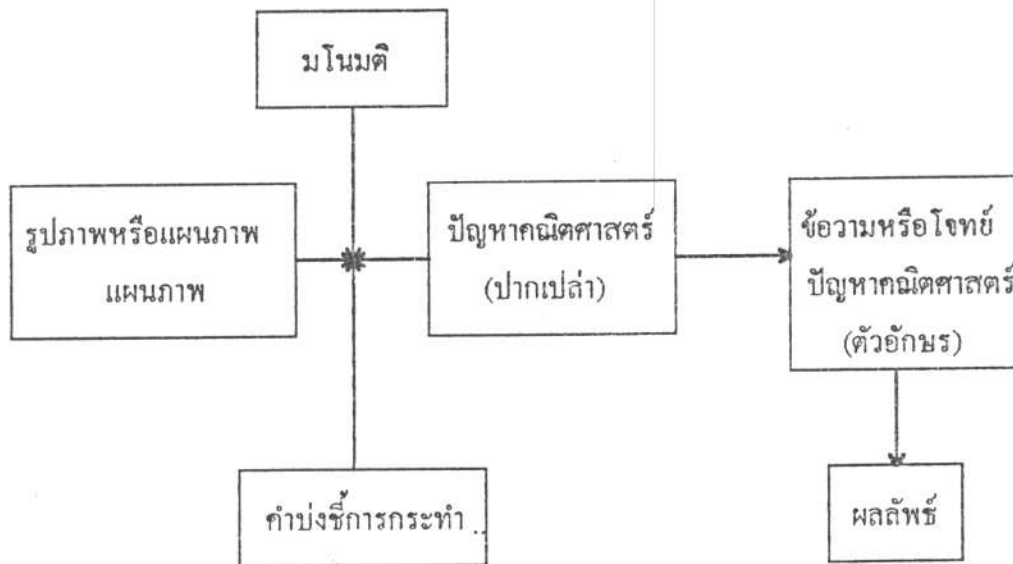
Rohr (อ้างถึงในสุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ, 2530) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังแผนภาพต่อไปนี้



ภาพที่ 3 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ในเรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนมากจะมีปัญหากับการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งการที่จะสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้ได้คือนักเรียนจะต้องมีทักษะต่าง ๆ 6 ประการด้วยกันคือ (สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ, 2530)

1. ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพ ทักษะการแก้โจทย์ปัญหาจากรูปภาพเป็นทักษะการแก้ปัญหาอันหนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนประมณศึกษาเข้าใจปัญหาและสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ ทั้งนี้เพราะทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากรูปภาพนั้นผู้เรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของภาพที่กำหนดให้ และสังเคราะห์ออกมาเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่บน พื้นฐานของความเข้าใจในมโนคติของการกระทำทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจเกี่ยวกับคำชี้แจงของแต่ละการกระทำรวมทั้งสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ ระหว่างสถานการณ์ในชีวิตจริงของนักเรียนแต่ละคนกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลวิธี “รูปภาพ-ข้อความ” เป็นเทคนิคที่มีความสำคัญมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งกับนักเรียนที่อ่อน นักเรียนควรจะให้เห็นและสังเกตรูปภาพที่ครูกำหนดให้ แล้วตีความออกมาเป็นข้อความแล้วหาคำตอบหรือผลลัพธ์ของปัญหา ซึ่งสรุปลำดับขั้นของกลวิธี “รูปภาพ-ข้อความ” ดังแผนภาพต่อไปนี้



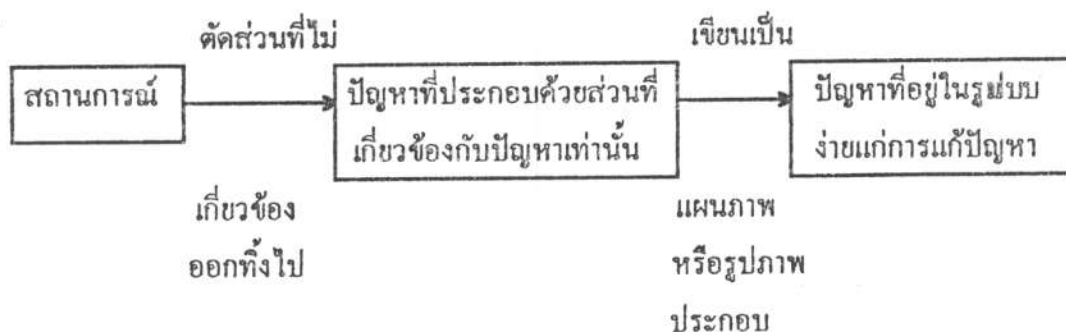
ภาพที่ 4 กลวิธี “รูปภาพ - ข้อความ”

กลวิธี “รูปภาพ - ข้อความ” จะช่วยให้นักเรียนสนุกในการสร้างปัญหาต่าง ๆ ด้วยตัวของเขาเองและขณะเดียวกันก็สามารถแก้ปัญหาของเขาด้วยตนเองอีกด้วย

2. ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากวลีหรือข้อความสั้น ๆ ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากวลีหรือข้อความสั้น ๆ จะช่วยให้นักเรียนประถมศึกษาตอนต้นเข้าใจโครงสร้างของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่าจะต้องประกอบไปด้วยเงื่อนไขของปัญหาที่เพียงพอสำหรับตอบคำถามของปัญหานั้น นอกจากนี้ยังเน้นการสร้างโจทย์ปัญหาของแต่ละการกระทำ ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนคติของแต่ละการกระทำและความเข้าใจเกี่ยวกับคำหรือวลีซึ่งการกระทำนั้น ๆ เป็นพื้นฐานในการสร้างโจทย์ปัญหาของการกระทำดังกล่าว รวมทั้งการได้ศึกษาถึงประเภทของโจทย์ปัญหาของแต่ละการกระทำของนักเรียนที่จะได้พบในชีวิตประจำวัน จะทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นแนวทางและเลือกการกระทำที่ถูกต้องไปใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันของเขาตามลำดับขั้นของมโนคติเกี่ยวกับการพัฒนาทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากวลีหรือข้อความสั้น ๆ

3. ทักษะการทำปัญหาให้ง่ายแก่การแก้ปัญหา สถานการณ์ในชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น จะเกี่ยวข้องหรือพัวพันกับสิ่งต่าง ๆ อยู่มาจกมาทั้งที่เกี่ยวข้องกับตัวปัญหาและไม่เกี่ยวข้องกับตัวปัญหา การฝึกให้นักเรียนแยกแยะส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องออกไปรวมทั้งการเขียนแผนภาพหรือรูปภาพประกอบจะช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้นและถูกต้องขึ้น ดังนั้นทักษะการทำปัญหาให้ง่ายแก่การแก้ปัญหาจึงเป็นทักษะที่จำเป็นที่นักเรียนประถมศึกษาควรจะได้ฝึกฝน

เพื่อประสิทธิภาพในการนำเอาคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ซึ่งลำดับขั้นของการฝึกฝนทักษะดังกล่าวควรเป็นไปตามแผนภาพดังต่อไปนี้



ภาพที่ 5 การทำปัญหาให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา

4. ทักษะการทำโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการประยุกต์คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวัน จะสามารถทำได้ อย่างมีประสิทธิภาพเมื่อนักเรียนสามารถตีความได้ว่า ปัญหาในชีวิตประจำวันนั้น ๆ จะต้องใช้การกระทำอะไรทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ทักษะการทำโจทย์ ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จึงถือว่าจำเป็นในการเตรียมเด็กให้พร้อมที่จะแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้ นอกจากนี้เพื่อให้เด็กนักเรียนได้เข้าใจชนิดของปัญหาในรูปแบบต่าง ๆ ที่ใช้การกระทำชนิดเดียวกันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ก็ควรจะฝึกฝนให้เกิดทักษะอีกด้วย วิธีการฝึกทักษะดังกล่าวควรทำเป็นลำดับขั้นดังนี้

ก. ทักษะการทำโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์

ปัญหาขั้นตอนเดียว ในการทำโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์สำหรับปัญหาขั้นตอนเดียว จะต้องพิจารณาค่าซึ่งการกระทำหรือมโนคติของการกระทำที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหา แล้วเขียนเป็นสัญลักษณ์แผนภาพ หรือรูปภาพประกอบ จากนั้นจึงเปลี่ยนจากสัญลักษณ์รูปภาพหรือแผนภาพมาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ปัญหาหลายขั้นตอน ในการเขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์จากปัญหาหลายขั้นตอน โดยพิจารณาจากแผนภาพแล้วเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์แทนโจทย์ปัญหา และพิจารณาจากคำถาม หรือปัญหาที่ละไว้เพื่อเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนโจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน

ข. ทักษะการสร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

จากการเขียนประโยคสัญลักษณ์แทนโจทย์ปัญหาลักษณะข้อ ก. ในทางกลับกันเราก็สามารถฝึกทักษะให้นักเรียนเขียนโจทย์ปัญหาแทนประโยคสัญลักษณ์ได้เช่นกัน โดยการกำหนดนิยามและคำชี้แจงการกระทำ แทนสัญลักษณ์ในประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แล้วสร้างโจทย์ปัญหา

5. เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหา การแก้โจทย์ปัญหาคืออาศัยทักษะต่าง ๆ ในการแก้โจทย์ปัญหาความสามารถในการเลือกเทคนิคหรือทักษะที่เหมาะสม สำหรับปัญหาแต่ละปัญหาเป็นสิ่งสำคัญในระดับประถมศึกษา เทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อให้สามารถแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้ ควรเป็นทักษะที่ต่อเนื่องจากทักษะการทำโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อได้ประโยคสัญลักษณ์แล้วจึงใช้ทักษะการคิดคำนวณ และการประมาณค่าเป็นคำตอบ หรือผลลัพธ์

6. ทักษะการประมาณค่าและการคิดคำนวณในใจ การประมาณค่าคือ กระบวนการหาค่าโดยประมาณ เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจ หรือการพิจารณาความเป็นไปได้ของผลลัพธ์ แต่สำหรับการคิดคำนวณในใจ คือ กระบวนการหาค่าตอบที่ถูกต้องแน่นอนในการคิดคำนวณโดยไม่ใช้เครื่องมือหรืออุปกรณ์ใด ๆ ช่วยในการคิดคำนวณ ทักษะการประมาณค่าหรือทักษะการคิดคำนวณในใจถือว่าเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันอย่างมีประสิทธิภาพ การเน้นให้นักเรียนประถมศึกษาได้เห็นถึงความสำคัญของการประมาณค่า และการคิดคำนวณในใจ ในชีวิตประจำวันหลาย ๆ สถานการณ์ของปัญหาจริงตัวเขา พร้อมทั้งเสนอแนะเทคนิคต่าง ๆ ในการประมาณค่าและคิดคำนวณในใจที่มีประสิทธิภาพย่อมจะเป็นแนวทางหนึ่งที่ส่งเสริมให้นักเรียนมีศักยภาพในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันให้ดียิ่งขึ้น ตามเจตนารมณ์ของหลักสูตร

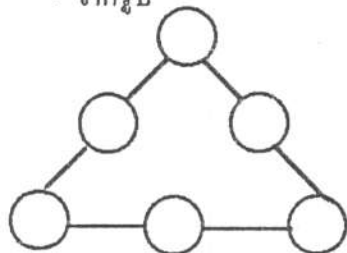
2.2.5 ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

Kennedy (1984) Rey (1984) Musser (1988) และ Sovchik (1989) ได้เสนอยุทธวิธีที่ใช้เป็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ประเภทต่าง ๆ เมื่อเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาจะต้องมีการพิจารณาสำรวจข้อมูลที่กำหนดให้ วิเคราะห์ปัญหาและต้องมีการเลือกแนวทางหรือยุทธวิธีแก้ปัญหามา 1 วิธีหรือมากกว่า ที่จะสามารถช่วยแก้ปัญหาดังกล่าวได้ ซึ่งวิธีการแต่ละอย่างที่จะกล่าวต่อไปนี้ เราสามารถประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาแต่ละประเภทได้ไม่เหมือนกัน ดังรายละเอียดพอสรุปได้ดังนี้

1. การเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) เป็นการคาดคะเนหรือเดาคำตอบของปัญหานั้น ๆ และจะต้องมีการตรวจสอบว่าการเดาแต่ละครั้งนั้นถูกต้องมากน้อยเพียงใด ซึ่งวิธีการคล้าย ๆ กับการหาคำตอบแบบลองผิดลองถูก (Trial and Error) นั่นเอง

ตัวอย่างปัญหา

- จากรูป

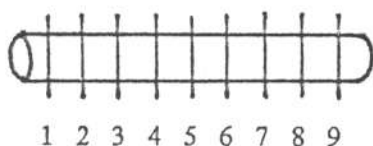


ให้นำเลข 3 ตัว ตั้งแต่ 1-6 ใส่ลงในวงกลม โดยไม่ซ้ำกัน และให้ผลรวมแต่ละด้านมีค่าเท่ากับ 9

2. การวาดภาพ (Draw A Diagram Or Picture) โจทย์ปัญหาส่วนใหญ่มักเป็นสถานการณ์ทางกายภาพ (Physical Situations) การวาดภาพช่วยสามารถทำให้นักเรียนมองเห็นภาพจน์ มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลและเข้าใจโจทย์มากขึ้น และเรายังถือเป็นการวางแผนของการแก้โจทย์ปัญหาอย่างหนึ่งด้วย

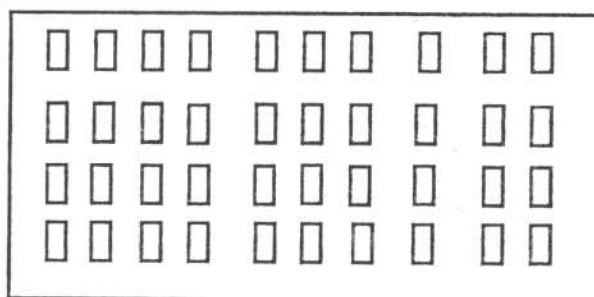
ตัวอย่างปัญหา

- ถ้าเราจะตัด ไม้ออกเป็นชิ้น ๆ จะใช้เวลา 1 ครั้งต่อ 1 นาที อยากทราบว่า จะใช้เวลานานเท่าไร ในการตัด ไม้ขนาด 10 ฟุต ออกเป็น 10 ชิ้นเท่า ๆ กัน ?



(ส่วนใหญ่จะตอบทันทีว่า 10 นาที ถ้าเราใช้การวาดรูปดู จะพบว่า ต้องตัดแค่ 9 ครั้ง ดังนั้นจึงใช้เวลาแค่ 9 นาที)

- รถโดยสารคันหนึ่ง มีที่นั่ง 10 แถว แต่ละแถวมี 4 ที่นั่ง อยากทราบว่า มีที่นั่งทั้งหมดเท่าไร?



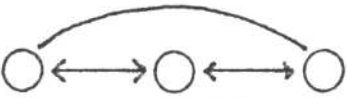
3. การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Work A Simpler Problem) บางครั้งปัญหาที่ยากนั้นเราสามารถทำให้เป็นอย่างง่ายได้ โดยการแยกแยะปัญหาออกเป็นส่วน ๆ ก่อน หรือแยกเป็นกรณีย่อย ๆ จากนั้นจึงอาจใช้วิธีการสร้างรูปแบบ (วิธีที่ 5) เพื่อที่จะช่วยสรุปหาคำตอบของปัญหารวมซึ่งเริ่มจากกรณีย่อย ๆ ก่อนนั่นเอง ช่วยให้เข้าใจโจทย์เคิมนามากยิ่งขึ้น

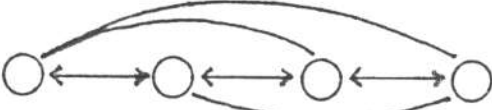
ตัวอย่างปัญหา

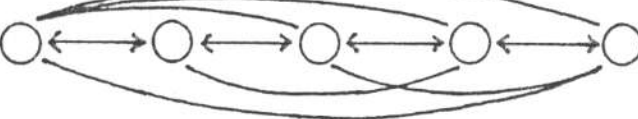
- ในงานสังสรรค์แห่งหนึ่ง มีอยู่ 10 คน ถ้าให้แต่ละคนจับมือกันกับคนอื่น ๆ จะมีการจับมือกันทั้งหมดกี่ครั้ง ?

จากปัญหา ถ้าคิดพร้อมกันทั้ง 10 คน โดยการวาดรูปหรือทดลองปฏิบัติจริง อาจทำให้เสียเวลา ยุ่งยาก สับสน เราสามารถแก้ปัญหานี้ได้โดยการเริ่มจากการพิจารณาข้อมูลย่อย ๆ ก่อนกล่าวคือเริ่มจากตัวเลขน้อยแล้วมากขึ้นตามลำดับ หรืออาจวาดรูปประกอบความเข้าใจได้ดังนี้

1) 2 คน จับมือกันได้ 1 ครั้ง 

2) 3 คน “ 3 ครั้ง 

3) 4 คน “ 6 ครั้ง 

4) 5 คน “ 10 ครั้ง 

.....

.....

.....

.....

เพื่อให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล อาจเขียนให้อยู่ในรูปตารางดังนี้

จำนวนคน	จำนวนครั้ง	ผลต่างการเพิ่ม
2	1	2
3	3	3
4	6	4
5	10	5
6	15	
...		...
10	45	

เมื่อพิจารณาผลต่างของจำนวนครั้ง พบว่า จำนวนครั้งจะเพิ่มขึ้นทีละ 2,3,4,5,..... ตามลำดับ ทำให้สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยไม่ยาก

4. การสร้างตารางหรือกราฟ (Make A Table Or Graph) วิธีการสร้างตารางช่วยให้การแก้ปัญหาเป็นระบบ เข้าใจง่ายยิ่งขึ้น ทำให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือรูปแบบที่ชัดเจนเหมาะสมสำหรับแยกข้อมูลที่มีจำนวนมาก ๆ ส่วนกราฟนั้นมักใช้แทนข้อมูลทางสถิติ

ตัวอย่างปัญหา

- ช่างไม้คนหนึ่ง ทำม้านั่ง 3 ขา และโต๊ะ 4 ขา วันนี้เขาใช้ขาสำหรับทำม้านั่งและโต๊ะทั้งหมด 31 ขา อยากทราบว่า เขาทำม้านั่งและโต๊ะได้กี่ตัว ?

โต๊ะ	ม้านั่ง	ขาไม้ที่ใช้
4(1)	27(9)	31
16(4)	15(5)	31
28(7)	3(1)	31

หมายเหตุ () แสดงจำนวนโต๊ะและม้านั่งที่ช่างไม้ทำในวันนี้

5. การค้นหารูปแบบ (Look For A Pattern) การค้นหารูปแบบนี้ เป็นเทคนิคการคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ช่วยให้ทราบแนวโน้มของสถานการณ์ของข้อมูลเช่นเดียวกับการใช้ตาราง

ตัวอย่างปัญหา

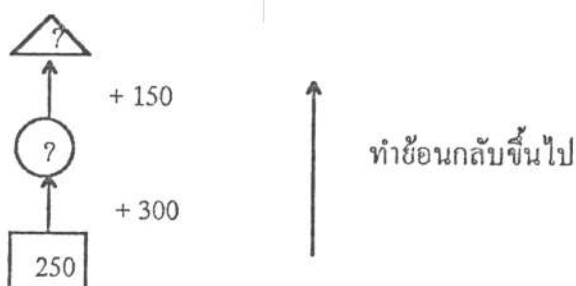
- จงเติมตัวเลขในช่องว่าง 2, 5, 11, 23, 47, ?
- เลข 1 - 50 มีเลขที่อยู่ทั้งหมดกี่ตัว อะไรบ้าง ?

6. การทำย้อนกลับ (Working Backwards) เป็นการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์วิธีหนึ่ง โดยการเริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นสุดท้ายของปัญหาก่อน จึงคำนวณย้อนกลับขึ้นไปเรื่อย ๆ

ตัวอย่างปัญหา

- น้อยได้รับเงินเดือนจำนวนหนึ่ง จึงได้ซื้อกางเกง 150 บาท และพัสดุม 300 บาท ปรากฏว่าเหลือเงินอยู่ 250 บาท อยากทราบว่า น้อยได้รับเงินเดือนเท่าไร ?

ปัญหาดังกล่าวนี้ สามารถแก้ปัญหา โดยการทำย้อนกลับได้ เริ่มจากจำนวนเงินในขั้นสุดท้าย 250 บาท คำนวณย้อนกลับขึ้นไปเรื่อย ๆ ก็จะได้จำนวนเงินเริ่มต้นด้วย



7. การแจงให้เห็นรายละเอียด (Make A List) เป็นวิธีการที่มักใช้ร่วมกับการค้นหา รูปแบบว่า คำตอบที่ควรจะเป็นของปัญหานั้นคืออะไร โดยการแจงรายละเอียดต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Account For All Possibilities)

ตัวอย่างปัญหา

- มีเลขคืออะไรบ้าง จำนวน 8 ตัว เมื่อรวมกันจะได้เท่ากับ 20 ?

8. การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ (Write A Mathematical Sentence)

นักเรียนไม่ว่าจะอยู่ชั้นใดก็ตาม จะต้องได้รับการสอนให้เขียนประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการแปลความหมายจากสถานการณ์ปัญหา มีจุดมุ่งหมาย 2 ประการ คือ

8.1 เป็นเครื่องมือให้เห็นว่า นักเรียนเข้าใจปัญหานั้นหรือไม่

8.2 ทำให้ทราบว่า การแก้โจทย์ปัญหาต้องใช้วิธีใดในการหาคำตอบ

9.) การทดลองปฏิบัติจริง (Act It Out) การทดลองโดยการปฏิบัติจริงนี้จะแตกต่างกันกับการแสดงละคร ซึ่งการแสดงละครนั้นเป็นการแสดงตามบทบาทที่เขียนไว้ไม่มีการแก้ปัญหาแต่อย่างใด แต่การให้นักเรียนได้ลงมือกระทำจริงด้วยตนเอง จะทำให้ได้รับประสบการณ์ตรงในการหาคำตอบของปัญหาเหล่านั้น

ตัวอย่างปัญหา

- แม่ค้าคนหนึ่งซื้อหมวกใบหนึ่งมาราคา 60 บาท ขายไป 70 บาท แต่ก็ซื้อกลับมาอีกในราคา 80 บาท และก็ขายไปอีกทีในราคา 90 บาท อยากทราบว่าแม่ค้าคนนี้ได้กำไรหรือขาดทุน ?

10. การพิจารณาว่าโจทย์ต้องการอะไร ให้อะไรมาบ้าง (Determine Wanted And Given Information) ถือเป็นวิธีการที่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งต้องพิจารณาและวิเคราะห์สิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ทำ เพื่อทำความเข้าใจและเป็นแนวทางในการเลือกกระบวนการหาคำตอบว่าจะใช้วิธีคิดแบบใด

ตัวอย่างปัญหา

- ในการลงคะแนนเสียงเลือกประธานนักเรียน เด็กชายต้องได้รับคะแนนเสียง 123 คะแนน และเด็กชายแดงได้ 89 คะแนน เด็กชายต้องได้รับคะแนนมากกว่าเด็กชายแดงเท่าไร ?

(การหาคำตอบ จะต้องตั้งคำถามว่าคุณรู้อะไรบ้าง ? คุณต้องการอะไรบ้าง ? จะทำให้ง่ายต่อการคิดคำนวณ)

11. การประมาณคำตอบ (Estimation) เป็นทักษะการคิดอย่างหนึ่งที่ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา ต้องใช้การคาดว่าคำตอบที่สมเหตุสมผลน่าจะเป็นอย่างไร โดยไม่ต้องมีการคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องแต่อย่างใด

ตัวอย่างปัญหา

- ร้านขายนาฬิกาแห่งหนึ่ง ขายนาฬิกาเรือนแรกไป 984.50 บาท เรือนที่สองขายไป 692.25 บาท และเรือนสุดท้าย 487.75 บาท อยากทราบว่า ร้านค้าขายนาฬิกาได้เงินทั้งหมดเท่าไร ?

(ก. 2164.50 บาท ข. 220.25 บาท ค. 1500.75 บาท)

จากปัญหา เราแก้ปัญหาโดยการนำเลขทั้งสามมาบวกกัน ก็จะได้คำตอบที่ถูกต้อง แต่ในกรณีที่มีระยะเวลาและกำหนดตัวเลือกให้ ถ้าใช้วิธีแก้ปัญหาก็จะเสียเวลามากเกินไป เราสามารถใช้การประมาณค่าคำตอบได้ ด้วยการประมาณจำนวนในปัญหาก่อนแล้วจึงคำนวณอย่างคร่าว ๆ ได้แก่

$$\begin{array}{rcl} 984.50 & \text{ประมาณ} & 1,000 \\ 692.51 & \text{"} & 700 \\ 487.52 & \text{"} & 500 \end{array} \quad \left. \begin{array}{c} + \\ + \\ + \end{array} \right\} \quad 2,200$$

ดังนั้นคำตอบที่ได้ จะประมาณ 2,200 บาท (ก.)

12. การเปลี่ยนทัศนคติของคุณ (Change Your Point Of View) บ่อยครั้งที่วิธีการนี้มักจะใช้วิธีหลังจากที่ใช้วิธีอื่น ที่กล่าวมาทั้งหมดแล้วไม่ประสบผลสำเร็จ เพราะการแก้ปัญหาส่วนใหญ่ต้องใช้แนวคิดหรือสร้างข้อสันนิษฐานที่แน่นอน มีกฎเกณฑ์ตายตัว ซึ่งบางครั้งอาจไม่เป็นผลสำเร็จถ้าลองเปลี่ยนแนวความคิดที่ไม่ขัดติดกับนิยาม กฎเกณฑ์บ้างแล้ว จะทำให้เราสามารถแก้ปัญหาบางอย่างได้สำเร็จก็ได้

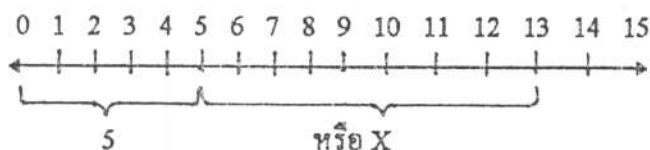
ตัวอย่างปัญหา

- ให้ลากเส้นตรง 4 เส้น ผ่านทั้ง 9 จุดนี้ โดยห้ามไม่ให้ยกดินสอจากกระดาษ

$$\begin{array}{ccc} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{array}$$

จากที่กล่าวมา ข้างต้น ประชุม อาษานาม (2529) ยังได้เสนอเทคนิคการปรับปรุงการแก้ไขโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจ ได้แก่

- 1) การใช้การวิเคราะห์โจทย์ปัญหา
 - 2) การใช้การอุปมาอุปไมย ได้แก่ การนำวิธีการที่เคยใช้ในการแก้โจทย์ปัญหามาแก้โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกัน
 - 3) การเขียนรูปประกอบ การแปลความโจทย์ปัญหา
 - 4) การใช้วัสดุจริง รูปภาพประกอบการแก้ปัญหา เช่น
- $12 = 5 + (\quad)$ หรือ $12 = 5 + X$ อาจแสดงโดยใช้เส้นจำนวน



5. การฝึกฝนการคิดเลขในใจ ครูควรฝึกฝนให้เด็กได้แก้โจทย์ปัญหา โดยไม่ต้องใช้กระดาษและดินสอหรือเครื่องคิดเลข โจทย์ปัญหาควรเริ่มจากปัญหาง่าย ๆ และยากขึ้นเรื่อย ๆ ควรให้เด็กได้ฝึกฝนการนำคุณสมบัติของระบบจำนวนต่าง ๆ มาใช้ในการศึกษาคำนวณ การกระจายจำนวนและการจัดเทอมใหม่ ตัวอย่างเช่น

โจทย์ สมศักดิ์มีลูกแก้ว 29 ลูก ได้มาอีก 14 ลูก เขามีลูกแก้วทั้งหมดเท่าไร ?

ประโยคสัญลักษณ์ $29 + 14 = ()$

วิธีทำ $29 + 14 = 29 + (10 + 4) \dots\dots$ การกระจายจำนวน
 $= (29 + 10) + 4 \dots\dots$ การเปลี่ยนกลุ่ม
 $= 39 + 4 \dots\dots$ การบวก
 $= 43 \dots\dots$ การบวก

6. การคาดคะเน หรือ การประมาณคำตอบ

7. การตั้งโจทย์ปัญหาที่ไม่สมบูรณ์ให้เด็กวิเคราะห์ความถูกต้อง หาส่วนที่ขาดหายไปและควรเพิ่มเติมอะไร การกระทำเช่นนี้จะฝึกให้เด็กรู้จักอ่านอย่างละเอียดถี่ถ้วนและรู้จักวิเคราะห์ปัญหา

8. การตั้งโจทย์ที่มีสิ่งกำหนดให้เกินความต้องการ แล้วให้เด็กฝึกวิเคราะห์และแก้โจทย์ปัญหา เมื่อทราบว่าสิ่งที่กำหนดให้บางอย่างไม่มีความจำเป็นก็ต้องตัดทิ้งไปได้ ซึ่งวิธีนี้จะช่วยปรับปรุงความคิดเชิงวิเคราะห์ของเด็กได้

9. การแปลความของโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์

10. โจทย์ปัญหาควรเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและที่เด็กสนใจ

11. การสอนทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา

12. การตั้งโจทย์ปัญหาที่มีสถานการณ์เดียวแต่หลายคำถาม

13. การเล่นเกมและกิจกรรมพิเศษที่เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา

Heddens (1992) ยังได้เพิ่มเติมการสอนเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งต้องเริ่มกันที่นักเรียนในระดับชั้นเรียนต้น ๆ ควรเริ่มต้นให้นักเรียนรู้จักการแก้ปัญหาโดยร่วมกันสนทนาสถานการณ์ หรือเหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน เพื่อให้นักเรียนเห็นความ

สัมพันธ์ของคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันดังกล่าว
(Rebus) ช่วยให้นักเรียนฝึกแก้ปัญหาได้ เช่น

และสามารถใช้ปริศนาคำทายโดยใช้ภาพ



นอกจากนี้ ควรฝึกให้เด็กจัดการเขียนประโยคสัญลักษณ์ เพื่อสื่อความหมายแสดงแนวทางการหาคำตอบให้ได้หลาย ๆ แบบ ตัวอย่างเช่น

- นักเรียนชั้น ป. 2 ห้องหนึ่งมี 32 คน จัดให้นั่งโต๊ะแถวละ 8 ตัว จะต้องจัดโต๊ะทั้งหมดกี่แถว?

แนวการหาคำตอบ

$$32 \div 8 = (\quad)$$

$$32 \div (\quad) = 8$$

$$8 \times (\quad) = 32$$

$$(\quad) \times 8 = 32$$

กล่าวโดยสรุปแล้ว การสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น ต้องฝึกให้ผู้เรียนรู้จักขั้นตอนการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ กฎเกณฑ์ มีเป้าหมายที่แน่นอน เริ่มจากการทำความเข้าใจกับปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา แล้วจึงลงมือปฏิบัติตามแผนและมีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ นอกจากนี้ยังจำเป็นต้องอาศัยยุทธวิธีต่าง ๆ ดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้นเข้าช่วยแก้ปัญหานั้นด้วย จะช่วยทำให้นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

2.2.6 แนวการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา

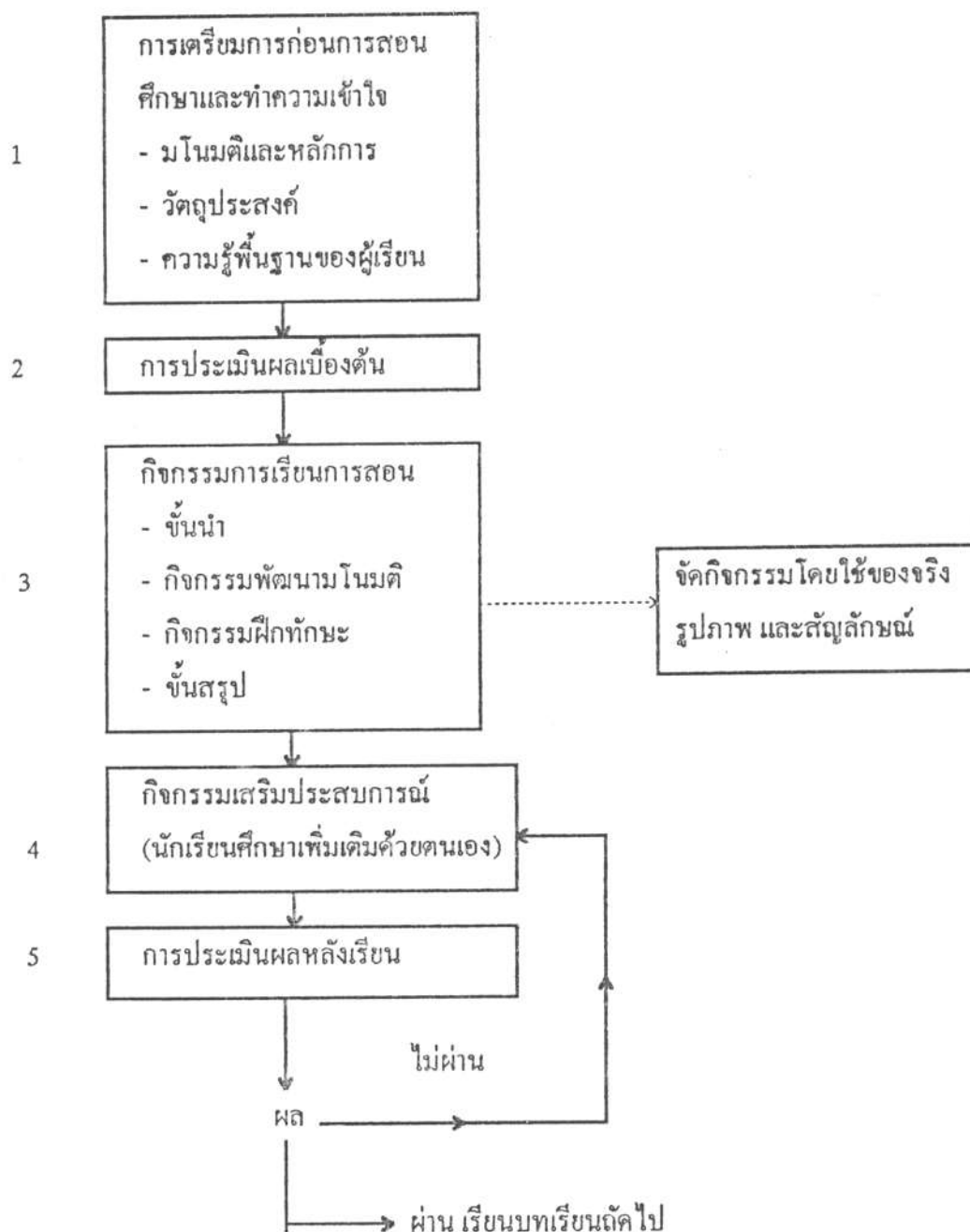
สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 9 ขั้นตอน คือ

1. อ่านโจทย์ให้เข้าใจเป็นตอน ๆ และพยายามใช้อุปกรณ์ประกอบเรื่องราวของโจทย์
2. หาว่าโจทย์ถามอะไร
3. หาว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง คัดข้อความที่ไม่เกี่ยวข้องกับการทำโจทย์ออก
4. เลือกกระบวนการที่จะใช้กับโจทย์ข้อนี้
5. แปลโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์
6. กะประมาณคำตอบ

7. คิคำนวณและเปรียบเทียบที่กะประมาณค่าตอบไว้
8. ตรวจคำตอบ
9. ใส่คำตอบ

สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ (2530) ได้วิจัยเพื่อพัฒนารูปแบบการสอน การแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา คณะผู้วิจัยได้เสนอรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนไว้ ดังนี้

1. การเตรียมการก่อนสอน โดยการศึกษาและทำความเข้าใจ
 - มโนคติและหลักการ
 - วัตถุประสงค์
 - ความรู้พื้นฐานของผู้เรียน
2. การประเมินผลเบื้องต้น
3. กิจกรรมการเรียนการสอน
 - ขั้นนำ
 - กิจกรรมพัฒนามโนคติ
 - กิจกรรมฝึกทักษะ
 - ขั้นสรุป
4. กิจกรรมเสริมประสบการณ์ นักเรียนนักศึกษาเพิ่มเติมด้วยตนเอง
5. การประเมินผลหลังเรียน
 - ผลไม่ผ่าน ให้กลับไปขั้นกิจกรรมเสริมประสบการณ์
 - ผลผ่าน ให้เรียนบทเรียนถัดไป



ภาพที่ 6 รูปแบบการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ในระดับประถมศึกษา
(สุลัดดา ลอยฟ้า และคณะ, 2530)

อุทัย (2523) ได้เสนอวิธีการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่จะสามารถช่วยให้ผู้เรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดี ซึ่งเรียกว่า การสอนโจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิค 4 คำถาม ดังนี้

คำถามที่ 1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

คำถามนี้ต้องการที่จะให้ผู้เรียนค้นพบให้ได้ว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ โดยเน้นให้ผู้เรียนค้นพบตั้งแต่เริ่มต้นอ่านโจทย์ปัญหาข้อนั้น ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนได้มองเห็นความสำคัญของการอ่านโจทย์ปัญหาและมองเห็นความจำเป็นที่ต้องอ่านอย่างจริงจังตั้งแต่ต้นและที่สำคัญเมื่อพบแล้วต้องบันทึกไว้

คำถามที่ 2 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

คำถามนี้ต้องการจะให้ผู้เรียนค้นพบให้ได้ว่า สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หานั้นมีกี่อย่าง อะไรบ้าง เมื่อพบแล้วก็ให้บันทึกไว้เช่นกัน

คำถามที่ 3 จะต้องหาอะไรก่อนหรือไม่ ถ้าหา หาอย่างไร

คำถามนี้ต้องการจะให้ผู้เรียนพิจารณาว่าการจะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการนั้นจะต้องหาอะไรเสียก่อน และถ้าต้องหาหาสิ่งนั้นอย่างไร แล้วให้ผู้เรียนบันทึกสิ่งที่ต้องหาก่อนวิธีการหาคำตอบเอาไว้ ในกรณีที่ไม่ต้องหาหาก็ให้บันทึกว่า “ไม่ต้อง”

คำถามที่ 4 จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างไร

คำถามนี้ต้องการให้ผู้เรียนพิจารณาว่าจะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หานั้นอย่างไร จะต้องเอาคำตอบของคำถามที่ 1 และคำตอบของคำถามที่ 3 (ถ้ามี) มากระทำกันอย่างไร (บวก ลบ คูณ หาร) จึงจะได้สิ่งที่โจทย์ต้องการให้หานั้น

และในปัจจุบันหน่วยงานทางการศึกษา หรือหน่วยงานที่รับผิดชอบในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้นำหลักทฤษฎีและจิตวิทยาในการสอนคณิตศาสตร์ มาประกอบในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์อย่างเข้าใจและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ ซึ่งกระทรวงศึกษาธิการได้กำหนดขั้นตอนเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ทบทวนความรู้พื้นฐาน ความรู้เดิมที่ต้องใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ถ้าผู้เรียนยังไม่มีความรู้พื้นฐาน เรื่องใด ควรจัดสอนทบทวนก่อน
2. สอนเนื้อหาใหม่ โดยพิจารณาจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน กิจกรรมอาจจัดโดยใช้ของจริงหรือรูปภาพ ก่อนจะเชื่อมโยงการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์
3. ฝึกทักษะ เมื่อผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาที่สอนใหม่แล้วควรจัดให้ฝึกทักษะโดยใช้โจทย์แบบฝึกหัด ในหนังสือเรียน บัตรงาน หรือโจทย์ที่ครูสร้างขึ้นเอง

4. การประเมินผล ครูอาจทดสอบโดยให้นักเรียนปฏิบัติหรืออาจใช้ข้อสอบก็ได้ โดยพิจารณาตามความเหมาะสมของเนื้อหา

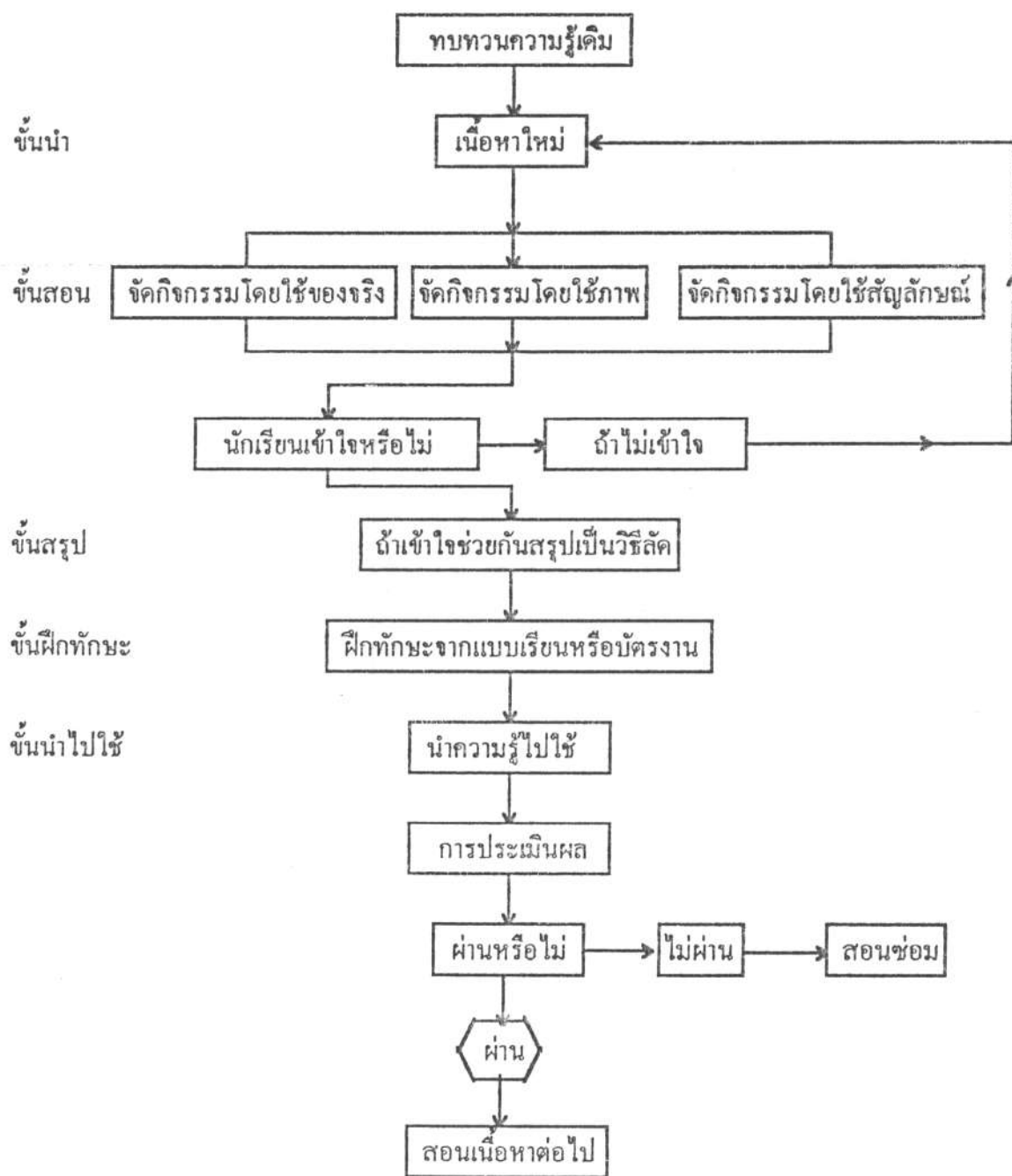
5. การสอนซ่อมเสริม ในกรณีที่ผู้เรียนไม่ผ่านตามเกณฑ์การประเมินผลรายจุดประสงค์ครูต้องจัดการสอนซ่อมเสริมสำหรับจุดประสงค์ที่ไม่ผ่านนั้น

จากลำดับขั้นตอนที่กล่าวมานั้นเป็นหลักกว้าง ๆ ที่จะเป็นแนวทางในการวางแผนการสอน ซึ่งสามารถเพิ่มเติมขั้นตอนปลีกย่อยได้อีก แต่สำหรับวิชาคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษาทางสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นผู้รับผิดชอบทั้งด้านเนื้อหาและวิธีสอน จากการศึกษาวิธีสอนและกิจกรรมตามคู่มือครูคณิตศาสตร์ ระดับประถมศึกษาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) พบว่าวิธีสอนดังกล่าวสามารถแบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอนดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2534)

1. ทบทวนความรู้เดิม
2. สอนความรู้ใหม่ โดยใช้ของจริง ภาพ สัญลักษณ์
3. ฝึกทักษะหรือทำแบบฝึกหัด

นอกจากนี้ Dwight (อ้างถึงในประเสริฐ, 2534) ได้เสนอวิธีสอนนักเรียนให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ไว้ 7 ขั้นตอนดังนี้

1. ให้นักเรียนอ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์ เพื่อทำความเข้าใจอย่างคร่าว ๆ
2. อ่านทบทวนอีกครั้งและระบุให้ได้ว่า
 1. โจทย์ต้องการให้หาอะไร
 2. อะไรเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับโจทย์ปัญหาที่ต้องการให้หาคำตอบ
3. แสดงหรือระบุให้เห็นอย่างชัดเจนถึงความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันของจำนวนที่รู้ค่าและไม่รู้ค่า ซึ่งระบุอยู่ในตัวโจทย์ โดยแสดงออกมาเป็นคำพูดหรือประโยคที่ชัดเจน
4. เขียนประโยคสัญลักษณ์การหาคำตอบ
5. คำนวณหรือหาตัวเลขที่ทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
6. ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคำนวณในข้อที่ 5
7. ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหา



ภาพที่ 7 ขั้นตอนการสอนตามวิธีของ สสวท. (คู่มือครู)

ดวงเคื่อน อ่อนน่วม (2535) และชัยเชนทร์ เมืองแมน (2535) ให้นแนวคิดถึงกระบวนการสอนแก้โจทย์ปัญหา โดยแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหา เช่น พิจารณาว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง โจทย์ถามอะไร ข้อมูลใดมีความสัมพันธ์กันบ้าง เขียนแผนภาพแสดงโจทย์

2. วางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา เช่น พิจารณาว่าจะต้องทำอะไรก่อน อะไรหลัง แต่ละตอนจะต้องแก้ปัญหาวัยวิธีใด ขั้นตอนนี้ต้องใช้กระบวนการสังเคราะห์และการวิเคราะห์ นับว่าเป็นขั้นตอนที่ยากที่สุดและต้องฝึกฝนมาก

3. ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ เป็นการลงมือแก้โจทย์ปัญหา มีการตรวจสอบการดำเนินการทุกขั้นตอน เช่น แผนภาพที่เขียนไว้ให้ข้อมูลชัดเจนหรือไม่ ข้อมูลนำไปสู่คำตอบหรือไม่ การคิดคำนวณถูกหรือไม่

4. ประเมินผลหรือตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหา ประเมินว่าวิธีหาคำตอบชัดเจนหรือไม่ มีวิธีการอื่นใดใช้ในการหาคำตอบได้บ้างช่วยให้เข้าใจปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาโดยส่วนรวมทำให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญห่อื่น ๆ

สวัสดิ จิตต์ชนะ (2535) ได้เสนอแนะกระบวนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหา

2. แบ่งโจทย์ปัญหาเป็นประโยค ต้องวางพื้นฐานโดยแบ่งโจทย์เป็นแถบประโยคแล้วนำแถบประโยคมาต่อกันเป็นโจทย์ปัญหา

3. พิจารณาความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ในโจทย์ เพื่อแปลงโจทย์ปัญหาให้เป็นรูปธรรมที่ง่ายต่อการสร้างความคิดรวบยอด

4. ตัดสินเลือกใช้วิธีการหาคำตอบ ขึ้นนี้อาจหาวิธีการแก้ปัญหาวัยหลาย ๆ วิธีแล้วมาทดลองหาคำตอบและตรวจสอบความถูกต้องภายหลัง

5. แสดงความคิดในการแก้โจทย์ปัญหา อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือรูปใดรูปหนึ่งที่เหมาะสมกับโจทย์นั้น ๆ

6. แสดงวิธีหาคำตอบ

7. คิดคำนวณหาคำตอบ และตรวจสอบหาคำตอบ

สุนีย์ เหมะประสิทธิ์ (2534) เสนอลำดับขั้นตอนในการสอนแก้โจทย์ปัญหาดังนี้

1. วิเคราะห์ปัญหา ให้นักเรียนสังเกตและวิเคราะห์ส่วนใดของโจทย์คือสิ่งที่โจทย์ต้องการ ส่วนใดคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ให้มา ฝึกวิเคราะห์ว่าโจทย์นั้นมีข้อมูลเพียงพอ

หรือไม่ ข้อมูลใดจำเป็น หรือไม่จำเป็นต่อการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนเชื่อมโยงว่าโจทย์ต้องการอะไรและสิ่งที่โจทย์ต้องการสัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์ให้มาหรือไม่

2. ทาวิธีแก้โจทย์ปัญหา ฝึกให้นักเรียนมีโมเดลเกี่ยวกับการบวก ลบ คูณและการหาร เชื่อมโยงความสัมพันธ์กับข้อมูล ตีความโจทย์และแปลงโจทย์เป็นรูปแผนภาพ และประโยคสัญลักษณ์ที่ถูกต้อง โดยไม่ควรให้นักเรียนจำค่าหลัก ควรฝึกนักเรียนโดยอาศัยหลักเหตุผลและความจริงเป็นสำคัญ

3. คำนวณ ฝึกให้นักเรียนมีทักษะในการคิดคำนวณ มีความแม่นยำและรอบคอบในการคิดคำนวณ

4. พิจารณาความเป็นไปได้ของคำตอบ เมื่อได้คำตอบแล้วควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการสังเกตวิเคราะห์ว่าคำตอบที่ได้นั้นมีความเป็นไปได้และสมเหตุสมผลหรือไม่

5. ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ฝึกให้นักเรียนรู้จักการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ทำได้ 3 วิธี คือ การประมาณคำตอบ (คิดในใจ) ใช้วิธีใหม่และวิธีเดิม

Stephen Krulik และ Robert E. Reys (อ้างถึงในบุพิน พิพิษฐกุล, 2530) กล่าวถึงขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาไว้ดังนี้

1. ทำความเข้าใจ พิจารณาว่าอะไรเป็นสิ่งที่ไม่ทราบค่า มีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้าง สิ่งที่เกี่ยวข้องกันเพื่องานในการแก้ปัญหาหรือไม่ อาจสร้างภาพประกอบความเข้าใจ แยกแยะส่วนต่าง ๆ ของสิ่งที่โจทย์บอกแล้วเขียนลงไปว่ามีอะไรบ้าง

2. วางแผนในการแก้ปัญหา จะต้องหาความเกี่ยวข้องระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอกตัวไม่ทราบค่า พิจารณาปัญหาย่อยทั้งหลาย เทียบเคียงโจทย์ปัญหาใหม่กับโจทย์ปัญหาเก่าที่คล้ายคลึงกัน ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยามที่จะนำมาใช้ แล้วลงมือวางแผนในการแก้โจทย์ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เมื่อวางแผนแล้วก็ดำเนินการตามแผนที่ทำไว้ ควรจะได้ตรวจสอบทีละขั้นตอนว่าถูกต้องหรือไม่ อย่าทำข้ามขั้น

4. ตรวจสอบย้อน เมื่อทำเสร็จแล้วจะต้องตรวจสอบดูอีกครั้งหนึ่งว่า ใช้ข้อมูลหมดหรือยัง และได้ผลตามที่ต้องการครบหรือไม่

เซอร์รี่ (2531) ให้แนวคิดขั้นตอนการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. ทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา

- โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง

- โจทย์ต้องการให้หาอะไร

2. หาแนวทางแก้โจทย์ปัญหา

- เขียนภาพประกอบ

- แปลงโจทย์ปัญหาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ฯลฯ

3. แก้ปัญหา หาคำตอบ

- แก้ปัญหา หาคำตอบ

4. ตรวจสอบคำตอบ

Lestic Dwight (อ้างถึงใน จรุง จีบโชค, 2531) เสนอแนะวิธีการทั่ว ๆ ในการสอนเด็กให้สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ 7 ขั้นตอน คือ

1. ให้นักเรียนอ่านคำถามทั้งหมดของโจทย์เพื่อทำความเข้าใจอย่างคร่าว ๆ
2. อ่านบททวนอีกครั้งหนึ่งและระบุให้ได้ว่า

1) โจทย์ต้องการให้หาอะไร

2) อะไรเป็นข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบ

3. แสดงหรือระบุให้เห็นอย่างชัดเจนถึงความสัมพันธ์ เกี่ยวข้องกันของจำนวนที่รู้ค่า ซึ่งระบุอยู่ในโจทย์ปัญหา โดยแสดงออกเป็นคำพูดหรือประโยคได้ชัดเจน

4. เขียนประโยคสัญลักษณ์ในการหาคำตอบ
5. คำนวณหรือหาตัวเลขที่จะทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
6. ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคำนวณในข้อที่ 5
7. ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้โจทย์ปัญหา

Kramer (1978) เสนอแนวทางสำหรับการสอนแก้โจทย์ปัญหาหลายขั้นตอน ที่จะช่วยให้ นักเรียนแก้ปัญหาที่ยากต่อการทำความเข้าใจได้ดี สามารถแยกออกเป็น 8 ขั้นตอนได้แก่

1. การอ่านปัญหา
2. การพิจารณาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
3. การตัดสินใจว่าโจทย์นั้นถามอะไร
4. พิจารณาข้อมูลอย่างรอบคอบ
5. คำนวณหรือหาตัวเลขที่จะทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
6. ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการคำนวณในข้อ 5
7. ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำในการแก้ปัญหา

ซึ่งขั้นตอนที่ 3, 4 และ 5 เป็นขั้นตอนสำคัญที่ทำให้ นักเรียน สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดี กล่าวคือ จะต้องฝึกให้นักเรียนแยกแยะและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา ฝึกให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์และมีทักษะในการคิดคำนวณที่ถูกต้อง