บทที่ 4

การไหลในระบบท่อ

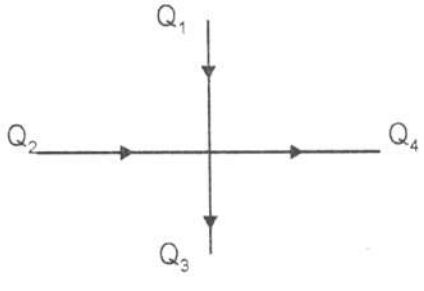
4.1 บทนำ

โดยทั่วๆ ไประบบท่อประกอบไปด้วยแหล่งจ่ายน้ำ (source) จุดต่อ (node) และวงรอบปิด (loop) ซึ่งในการแก้ปัญหาก็ทำได้โดยนำกฎการอนุรักษ์ต่างๆ ที่ได้อธิบายในบทที่แล้วมาประยุกต์ใช้กับระบบท่อดังกล่าว คือ การนำกฎการอนุรักษ์มวลมาใช้ที่แต่ละจุดต่อ (each node) ทุกๆ จุด การนำกฎการอนุรักษ์พลังงานมาใช้ที่แต่ละวงรอบปิด (each loop) และใช้จากแหล่งจ่ายน้ำไปยังจุดจ่ายน้ำ

ทฤษฎีอธิบายในบทนี้ และบทต่อไปของรายงานเล่มนี้มีสมมุติฐานดังนี้คือ การไหลเป็นแบบคงตัว (steady flow) น้ำหรือของไหลเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (incompressible fluid) และการไหลเป็นแบบปั่นป่วนโดยสมบูรณ์ (fully turbulent or complete turbulent flow) ดังนั้น ค่า f หรือ แฟกเตอร์ความเสียดทานจะมีค่าคงที่เสมอ

4.2 กฎการอนุรักษ์มวล

กฎการอนุรักษ์มวลซึ่งกล่าวว่า ปริมาณสารในระบบจะคงที่ตลอดเวลาไม่มีการสูญหาย สำหรับการไหลแบบคงตัวที่กดอัดไม่ได้ (incompressible steady flow) มาใช้ที่จุดต่อ (node) ของระบบท่อจะได้ว่าอัตราการไหลเข้าจุดต่อหนึ่งๆ เท่ากับ อัตราการไหลออกจากจุดต่อนั้นๆ



ภาพที่ 4.1 จุดต่อในระบบท่อ

จากภาพที่ 4.1 จะได้ว่า $Q_1+Q_2-Q_3-Q_4 = 0$ (4.1)

หรือ $\sum Q_{in} - \sum Q_{out} = 0$ (4.2)

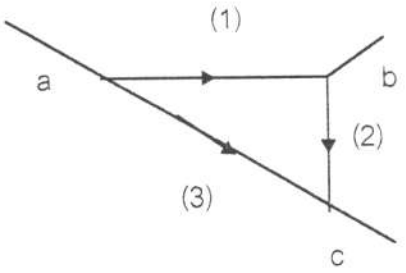
เมื่อ Q_{in} = อัตราการไหลเข้าจุดต่อ (node)

Q_{out} = อัตราการไหลออกจากจุดต่อ (node)

4.3 กฎการอนุรักษ์พลังงาน

4.3.1 สมการพลังงานภายในวงรอบปิดพื้นฐาน

กฎการอนุรักษ์พลังงานสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับระบบท่อได้ เมื่อต้องการหาค่าการสูญเสียแรงดันในท่อ (h_l) ก็ใช้กฎการอนุรักษ์พลังงานภายในวงรอบปิดใดๆ



ภาพที่ 4.2 วงรอบปิดพื้นฐานใดๆ

จากภาพที่ 4.2 เมื่อใช้สมการพลังงานจากจุดต่อ a ไปตามเข็มนาฬิกาแล้วกลับมายังจุด a อีกครั้งหนึ่งจะได้ว่า

$$Ha + Za + \frac{V_a^2}{2g} = Ha + Za + \frac{V_a^2}{2g} + h_1 + h_2 - h_3 \qquad (4.3)$$

เมื่อ H_a = พลังงานต่อหน่วยน้ำหนักของน้ำเนื่องจากความดันหรือเป็นค่าความดันที่จุด จ่ายน้ำ , m

Z_a = พลังงานศักย์ต่อหน่วยน้ำหนักของน้ำที่จุด a หรือ เป็นค่าระดับที่จุด a , m

$\frac{V_a^2}{2g}$ = พลังงานจลน์ต่อหน่วยน้ำหนักของน้ำ , m

h_1, h_2, h_3 = การสูญเสียแรงดันในท่อที่ 1,2,3 ตามลำดับ

จากสมการที่ 4.3 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$h_1+h_2-h_3 = 0 \quad (4.4)$$

หรือ $$\sum h_i = 0 \quad (4.5)$$

4.3.2 สมการพลังงานจากแหล่งจ่ายน้ำไปยังจุดจ่ายน้ำ

ในหัวข้อนี้จะเป็นการประยุกต์สมการพลังงาน เมื่อใช้กฎการอนุรักษ์พลังงานจากแหล่งจ่ายน้ำ (Source node) ไปยังจุดจ่ายน้ำ (demand node) จะได้

$$E_s = E_d+\sum h_i \quad (4.6)$$

เมื่อ E_s = พลังงานที่แหล่งจ่ายน้ำ , m

E_d = พลังงานที่จุดจ่ายน้ำ , m

h_i = การสูญเสียแรงดันในท่อ ,m

ถ้าระบบทอใช้ถังสูงเป็นแหล่งจ่ายน้ำ สมการที่ (4.6) จะเขียนใหม่ได้ดังนี้

$$H_s+Z_s = H_d+Z_d+\sum h_i \quad (4.7)$$

เมื่อ H_s = ความสูงของถังสูง ; m

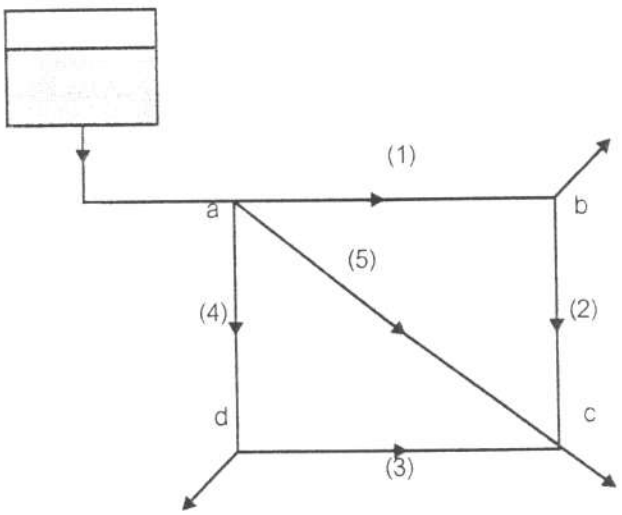
H_d = แรงดันที่จุดจ่ายน้ำ ; m

Z_s = ระดับผิวดินของแหล่งจ่ายน้ำ ; m

Z_d = ระดับผิวดินที่จุดจ่ายน้ำ ; m

4.4 การไหลในระบบท่อกรณีศึกษา

ในหัวข้อนี้จะเป็นการนำทฤษฎีต่างๆ ที่ได้อธิบายในบทที่ 3 และบทที่ 4 มาใช้แก้ปัญหาการไหลในระบบท่อโดยใช้ระบบท่อในภาพที่ 4.3 เป็นกรณีศึกษา ซึ่งเป็นท่อที่มี 2 loop ประกอบด้วยท่อจำนวน 5 ท่อ โดยมีถังสูงเป็นแหล่งจ่ายน้ำ



ภาพที่ 4.3 ระบบท่อ 2 loop

เขียน สมการ governing equations ซึ่งประกอบด้วย

สมการต่อเนื่องที่ทุก node

$$Q_e - Q_1 - Q_5 - Q_4 = 0 \quad (4.8)$$

$$Q_1 - Q_b - Q_2 = 0 \quad (4.9)$$

$$Q_2 - Q_c + Q_3 + Q_5 = 0 \quad (4.10)$$

$$Q_4 - Q_3 - Q_d = 0 \quad (4.11)$$

สมการพลังงานภายในวงรอบปิดที่ทุกๆ basic loop

$$h_1 + h_2 - h_5 = 0 \quad (4.12)$$

$$h_5 - h_3 - h_4 = 0 \quad (4.13)$$

สมการ head loss ที่ทุกท่อ

$$h_1 = \frac{8f_1}{g\pi^2}\frac{L_1}{D_1^5}Q_1^2 \quad (4.14)$$

$$h_2 = \frac{8f_2}{g\pi^2}\frac{L_2}{D_2^5}Q_2^2 \quad (4.15)$$

$$h_3 = \frac{8f_3}{g\pi^2}\frac{L_3}{D_3^5}Q_3^2 \quad (4.16)$$

$$h_4 = \frac{8f_4}{g\pi^2}\frac{L_4}{D_4^5}Q_4^2 \quad (4.17)$$

$$h_5 = \frac{8f_5}{g\pi^2}\frac{L_5}{D_5^5}Q_5^2 \quad (4.18)$$

สมการพลังงานจากแหล่งจ่ายน้ำไปยังจุดจ่ายน้ำ

$$H_a+Z_a = H_b+Z_b+h_1 \quad (4.19)$$

$$H_a+Z_a = H_c+Z_c+h_5 \quad (4.20)$$

$$H_a+Z_a = H_d+Z_d+h_4 \quad (4.21)$$

เมื่อ Q_a = ปริมาณการไหลเข้าสู่ระบบท่อ

Q_b, Q_c, Q_d = ปริมาณน้ำที่จุดจ่ายน้ำ b,c,d ตามลำดับ

Q_i = อัตรากรไหลในท่อที่ i

h_i = การสูญเสียแรงดันในท่อที่ i

f_i = แฟกเตอร์ความเสียดทานของท่อที่ I

L_i = ความยาวของท่อที่ i

D_i = เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อที่ I (i = 1,2,...,5)

H_a = พลังงานของแหล่งจ่ายน้ำหรือความสูงของถังสูง

H_b, H_c, H_d = ความดันที่จุดจ่ายน้ำ ที่ b,c,d ตามลำดับ

Z_a, Z_b, Z_C, Z_d = ระดับความสูงที่จุด a,b,c,d ตามลำดับ

4.5 การหาแฟกเตอร์ความเสียดทาน

ในหัวข้อนี้ จะนำ governing equation ในหัวข้อที่ 4.4 มาคำนวณ เพื่อหาวิธีการหาค่าแฟกเตอร์ความเสียดทานในระบบท่อโครงข่าย ดังนี้

สมการ (4.9)+(4.10)+(4.11) ได้

$$Q_1 + Q_4 + Q_5 - (Q_b + Q_c + Q_d) = 0 \qquad (4.22)$$

สมการ (4.14) ถึง สมการ (4.18) สามารถเขียนในรูปใหม่ดังนี้

$$hi = \frac{8fi}{g\pi^2}\frac{Li}{Di^5}Q_i^2 \qquad i = 1,2,\ldots,5 \qquad (4.23)$$

จากข้อสมมุติฐาน การไหลเป็นการไหลแบบปั่นป่วนโดยสมบูรณ์ (fully turbulent flow) ดังนั้นค่า f_i มีค่าคงที่ L_i และ D_i ของระบบท่อโครงข่ายสามารถรู้ค่าได้ และเป็นค่าคงที่ g และ π เป็นค่าคงที่ สมการ (4.23) สามารถเขียนในรูปใหม่ได้ดังนี้

$$h_i = r_i Q_i^2 \qquad i = 1,2,\ldots,5 \qquad (4.24)$$

เมื่อ $r_i = \frac{8fi}{g\pi^2}\frac{Li}{Di^5}$

นำค่า Q_i ในสมการ (4.24) แทนค่าในสมการ (4.22) ได้

$$\sqrt{\frac{h_1}{r_1}} + \sqrt{\frac{h_4}{r_4}} + \sqrt{\frac{h_5}{r_5}} - (Q_b+Q_c+Q_d)=0 \qquad (4.25)$$

จะใช้สมการ (4.25) เป็นสมการหลักในการหาค่า friction factor โดย

1. ทำการทดลองจำนวน 3 ครั้ง วัดค่า h_1, h_4, h_5 และ Q_b , Q_c , Q_d ทั้ง 3 การทดลอง
2. นำค่าในข้อ 1 แทนค่าในสมการ (4.25) จะได้ 3 สมการ
3. แก้สมการ 3 สมการ เพื่อหาค่า r_1 , r_4 และ r_5
4. นำผลการทดลองครั้งใดๆ หนึ่งครั้งมาใช้หา $Q_i = \sqrt{\frac{h_i}{r_i}}$ เมื่อ i = 1,4,5
5. หา Q_2 , Q_3 จากสมการ (4.9) และ (4.11)
6. หา h_2 , h_3 จากสมการ (4.12) และ (4.13)
7. หาค่า r_2 และ r_3
8. หาค่า f_i จาก r_i เมื่อ i = 1,2,..,5