

บทที่ 3

ทฤษฎีพื้นฐาน

3.1 บทนำ

ความรู้เกี่ยวกับการไหลในท่อที่จะกล่าวถึงในบทนี้ประกอบกับความรู้เกี่ยวกับการไหลในระบบท่อที่สามารถนำไปวิเคราะห์หรือออกแบบระบบท่อได้ ดังนั้นในบทนี้ขออธิบายความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการไหลในท่อซึ่งประกอบด้วย กฎการอนุรักษ์มวลและพลังงานในท่อ การหาการสูญเสียแรงดันในท่อ และการหาค่าแฟกเตอร์ความเสียดทานในท่อ

3.2 กฎการอนุรักษ์

ดังที่ได้กล่าวไว้แล้วว่าการไหลทุกชนิดรวมทั้งการไหลในท่อจะต้องเป็นไปตามกฎการอนุรักษ์ต่างๆ สำหรับการไหลแบบคงตัว (steady state) และให้น้ำเป็นของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (incompressible fluid) กฎการอนุรักษ์มวลกล่าวไว้ว่า ปริมาณมวลสารในระบบจะคงที่ตลอดเวลา ไม่มีการสูญหาย ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$Q_1 = Q_2 \quad (3.1)$$

หรือ

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (3.2)$$

โดยที่ Q_1 และ Q_2 เป็นอัตราการไหลผ่านหน้าตัดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ v_1 และ v_2 เป็นความเร็วเฉลี่ยของน้ำที่ไหลผ่านหน้าตัดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ และ A_1 และ A_2 เป็นพื้นที่หน้าตัดของท่อที่หน้าตัดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ สมการที่ (3.1) และ (3.2) เรียกว่าสมการต่อเนื่อง

กฎการอนุรักษ์พลังงานกล่าวว่า สำหรับการไหลแบบคงตัวพลังงานที่ใส่เข้าไปในระบบ และหักพลังงานที่สูญเสียในระบบออกจะต้องเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานในระบบ ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$W - L = \Delta E \quad (3.3)$$

เมื่อ W = พลังงานที่ใส่เข้าไปในระบบ L เป็นพลังงานที่สูญเสียภายในระบบ และ ΔE เป็นพลังงานที่เปลี่ยนแปลงในระบบ

โดยปกติพลังงานของการไหล (E) ในท่อจะประกอบด้วย พลังงานเนื่องจากความดัน (energy due to pressure) พลังงานศักย์เนื่องจากระดับความสูง (potential energy due to elevation) และพลังงานจลน์เนื่องจากความเร็วการไหล (kinetic energy due to velocity) ดังสมการ

$$E = p/\gamma + z + v^2/2g \quad (3.4)$$

เมื่อ E = พลังงานการไหลต่อหน่วยน้ำหนักของของไหล (น้ำ) , m

p/γ = พลังงานเนื่องจากความดันต่อหน่วยน้ำหนักของของไหล (น้ำ) , m

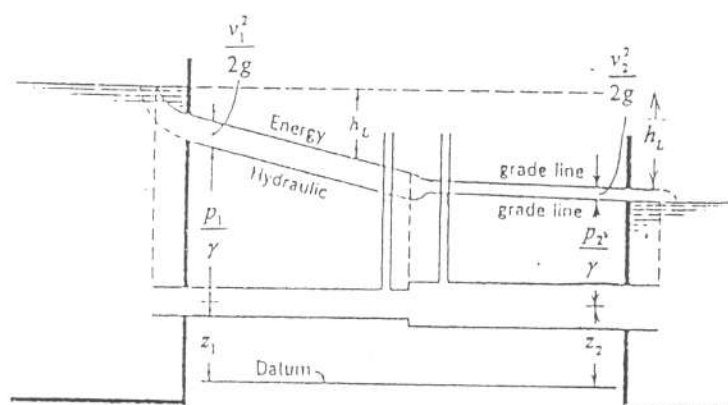
z = พลังงานศักย์ต่อหน่วยน้ำหนักของของไหล (น้ำ) , m

$v^2/2g$ = พลังงานจลน์ต่อหน่วยน้ำหนักของของไหล (น้ำ) , m

g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก, m/s^2

ดังนั้นเมื่อใช้สมการอนุรักษ์พลังงานจากหน้าตัดที่ 1 ไปยังหน้าตัดที่ 2 ในท่อดังภาพที่

3.1 จะได้ว่า



ภาพที่ 3.1 การไหลในท่อ

$$\begin{aligned}
 E_1 &= E_2 + h \\
 \frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} &= \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h \\
 \text{หรือ} \quad H_1 + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} &= H_2 + z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

เมื่อ h = การสูญเสียความดันเนื่องจากความเสียดทานของท่อจากหน้าตัดที่ 1 ถึงหน้าตัดที่ 2, m

3.3 การสูญเสียความดันในท่อ (frictional head loss)

เมื่อมีการไหลในท่อจะเกิดความเสียดทานระหว่างน้ำกับผิวท่อที่จะต้านทานการไหลซึ่งจะทำให้ความดันลดลงไปในทิศทางเดียวกับการไหล การสูญเสียความดันที่ลดลงนี้หาได้จากสมการ Darcy-Weisbach

$$h = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (3.6)$$

เมื่อ h = การสูญเสียความดันในท่อ, m

f = แฟกเตอร์ความเสียดทานของท่อ (friction factor) เป็นค่าที่ไม่มีหน่วย และมีค่าขึ้นอยู่กับ ความขรุขระสัมพัทธ์ (relative roughness) และ Reynold number ($Re = Dv/V$)

L = ความยาวของท่อ, m

D = เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ, m

v = ความเร็วเฉลี่ยภายในท่อ, m/s

สำหรับการวิเคราะห์ระบบท่อใหญ่ๆ มักจะใช้สมการสำหรับการหาการสูญเสียแรงดันในท่อดังนี้

$$h = r Q^n \quad (3.7)$$

เมื่อ h = การสูญเสียแรงดันในท่อ

r = แฟกเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับ ความยาวท่อ ขนาดท่อ และชนิดของท่อ

n = ค่าคงที่

สมการที่ (3.7) เป็นสมการที่ใช้สำหรับการสูญเสียแรงดันในท่อเรียกว่า สมการ Exponential ซึ่งเป็นสมการที่หามาได้จากการทดลอง (empirical equation)

จากสมการที่ (3.6) จะเห็นว่าการสูญเสียแรงดันในท่อ ขึ้นอยู่กับ f, L, D และ v ซึ่งมีความสัมพันธ์กับอัตราการไหลในท่อ (Q) ดังนั้น แทนค่า $Q=Av$ ในสมการที่ (3.6) จะได้สมการที่ (3.6) ใหม่ดังนี้

$$h = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q^2 \quad (3.8)$$

สมการที่ (3.8) เป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง การสูญเสียแรงดันในท่อกับอัตราการไหล และตัวแปรตัวอื่นๆ และเมื่อเปรียบเทียบกับสมการที่ (3.7) และ (3.8) แล้วจะได้ว่า

$$r = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5}$$

$$\text{และ } n = 2$$

ในการวิเคราะห์หรือออกแบบระบบท่อทั่วไปจำเป็นต้องสมมติทิศทางการไหลเริ่มต้น ก่อนที่จะวิเคราะห์หรือออกแบบ ดังนั้นทิศทางการสมมติขึ้นอาจจะไม่ถูกต้องก็ได้ และเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาดังกล่าวจึงต้องใช้สมการที่ (3.8) ในรูปใหม่ ดังนี้

$$h = \frac{8fL}{g\pi^2 D^5} Q|Q| \quad (3.9)$$

สมการที่ (3.9) เป็นการป้องกันผลการคำนวณผิดพลาดเมื่อเราสมมติทิศทางการไหลเริ่มต้นผิด ในกรณีที่เราสมมติทิศทางการไหลผิดเครื่องหมายของเครื่องหมายของ h และ Q ที่คำนวณได้ จะเป็นลบ แต่ถ้าเราสมมติทิศทางถูกต้องเครื่องหมายจะเป็นบวก

นอกจากสมการ Darcy-Weisbach และ Exponential แล้วยังมีสมการสำหรับการสูญเสียแรงดันในท่อสมการอื่นอีก สมการที่นิยมใช้กันมากคือ สมการ Hazen-Williams ดังนี้

$$h = \frac{10.7L}{C_{HW}^{1.852} D^{4.87}} Q^{1.852} \quad (3.10)$$

เมื่อ C_{HW} = สปส. ความขรุขระของ Hazen-Williams

L = ความยาวท่อ ; m

D = เส้นผ่าศูนย์กลางท่อ ; m

Q = อัตราการไหลในท่อ ; cms.

สำหรับ สปส. ความขรุขระของ Hazen-Williams ขึ้นอยู่กับชนิดของท่อและสามารถค้นได้ในหนังสือเกี่ยวกับกลศาสตร์ของไหลและการออกแบบระบบท่อ ทัวไปได้ขอไม่แสดงในที่นี้

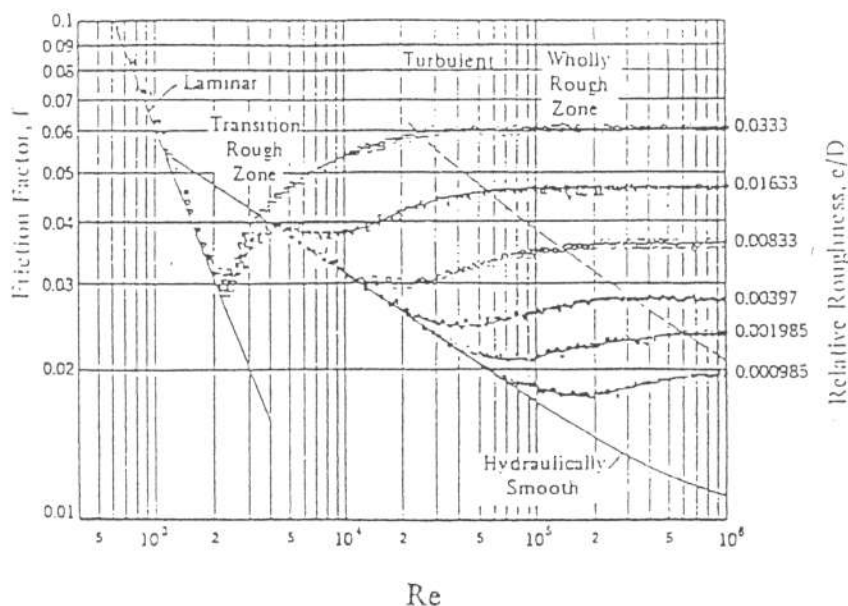
3.4 แฟกเตอร์ความเสียดทาน (friction factor)

ค่า f หรือ friction factor นั้นได้มีการทดลองหาค่าออกมาโดย J. Nikuradse (1933) เขาได้ทำการทดลองเกี่ยวกับความเสียดทานของท่อโดยการเคลือบผนังด้านในของท่อด้วยทรายขนาดต่างๆ กัน ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของเม็ดทรายแทนด้วย ϵ ซึ่งเรียกว่า ความขรุขระสัมบูรณ์ (absolute roughness) โดยทัวไปแฟกเตอร์ความเสียดทานจะขึ้นอยู่กับ Reynold Number และ ϵ/D ซึ่ง ϵ/D นี้เรียกว่า ความขรุขระสัมพัทธ์ (relative roughness)

ผลการทดลองของ Nikuradse นำไปสร้างกราฟ log-log ซึ่งมีค่า Reynold Number,

$$Re = \frac{vD}{\nu} \quad (3.11)$$

โดยที่ ν คือ ความเร็วเฉลี่ยในท่อ D คือ เส้นผ่าศูนย์กลางของท่อ และ ν คือ ความหนืดจลน์ (Kinematics viscosity) โดยให้ค่า Reynold Number อยู่ในแกนนอน และค่า f อยู่ในแกนตั้ง และได้ค่าพิสัยของ ϵ/D อยู่ระหว่าง 0.000985 ถึง 0.0333 ได้กราฟดังแสดงในภาพที่ 3.2



ภาพที่ 3.2 ความสัมพันธ์ระหว่าง f กับ Reynold number และ ความขรุขระสัมพัทธ์ของท่อ

จากภาพที่ 3.2 สามารถแบ่งชนิดการไหลเป็น 4 ชนิดได้ดังนี้

1. Laminar flow การไหลชนิด Re มีค่าน้อยกว่า 2100 ค่า f จะไม่ขึ้นกับ e/D จะขึ้นกับ ค่า Re เพียงอย่างเดียว
2. Smooth Flow หรือ hydraulically smooth จะเป็นเส้นของการไหลแบบ turbulent ค่าของ e/D จะเข้าสู่เส้นนี้ เมื่อ Re ลดลง
3. Transitional turbulence เป็นบริเวณที่ f จะขึ้นกับทั้ง Re และ e/D ขอบเขตของบริเวณนี้จะเปลี่ยนแปลงตาม e/D ในทางปฏิบัติการไหลในท่อจะเป็นการไหลชนิดนี้
4. Rough turbulence หรือ fully turbulence ในบริเวณนี้ ค่า f จะคงที่ขึ้นกับค่า e/D อย่างเดียวไม่ขึ้นกับ Re

แฟกเตอร์ความเสียดทานสำหรับการไหลแบบ Laminar flow

สำหรับการไหลแบบ laminar flow ซึ่งมีค่า Reynold number ต่ำกว่า 2000 สามารถหาค่าแฟกเตอร์ความเสียดทานได้ดังสมการ

$$f = \frac{64}{Re} \quad (3.12)$$

แฟกเตอร์ความเสียดทานสำหรับการไหลแบบ Turbulent flow

สำหรับการไหลแบบ fully turbulence ซึ่งค่าแฟกเตอร์ความเสียดทานขึ้นอยู่กับความขรุขระสัมพัทธ์เพียงอย่างเดียวไม่ขึ้นกับ Reynold number และสามารถหาค่า f ได้ดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log\left(\frac{\epsilon}{D}\right) \quad (3.13)$$

สำหรับการไหลแบบ Smooth flow หาค่า f ได้ดังสมการที่ (3.14)

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(\text{Re} \sqrt{f}) - 0.8 \quad (3.14)$$

สมการที่ (3.14) สามารถใช้ได้กับท่อทุกประเภทที่มีค่า Re มากกว่า 4000 และพบว่าเหมาะสำหรับท่อเรียบ (ท่อทองเหลือง และท่อแก้ว เป็นต้น) จากสมการที่ (3.14) จะเห็นว่ามีค่า f ปรากฏอยู่ทั้งสองข้างของสมการดังนั้นถึงแม้จะรู้ค่า Re แล้วก็ตามก็ไม่สามารถแก้สมการหาค่า f ออกมาได้โดยตรงต้องสมมติค่า f แล้วใช้วิธีลองผิดลองถูกจนกว่าจะได้ค่า f ที่ถูกต้อง ดังนั้น Blasius (1913) จึงเสนอสมการที่เป็นค่าประมาณของสมการที่ (3.14) ดังนี้

$$f = \frac{0.316}{\text{Re}^{0.25}} \quad (3.15)$$

สมการที่ (3.15) ใช้กับท่อเรียบ เมื่อรู้ค่า Re สามารถคำนวณหา f ออกมาได้โดยตรงโดยที่ค่า Re มีค่าระหว่าง 4000 ถึง 10^5

สำหรับการไหลในช่วง transition zone นั้น Colebrook และ White ได้ให้สมการสำหรับคำนวณค่า f ดังนี้

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log\left(\frac{\epsilon}{D} + \frac{9.35}{\text{Re} \sqrt{f}}\right) \quad (3.16)$$

สมการ (3.16) ให้ค่า f ใกล้เคียงกับสมการ (3.14) สำหรับค่า ϵ/D น้อยๆ และใกล้เคียงกับสมการ (3.13) สำหรับค่า Re สูงๆ ทั้งนี้สมการ (3.16) สามารถใช้คำนวณหาค่า f สำหรับการไหลแบบ turbulent ได้ทุกชนิด สมการสำหรับคำนวณหาค่า f สรุปไว้ในตารางที่ 3.2 และเพื่อความสะดวกในการหาค่า f จากสมการ (3.12) ถึง (3.16) L.F Moody (1944) จึงได้จัดทำแผนภาพเพื่อหาค่า f ขึ้นมาเรียกว่า Moody Diagram

ตารางที่ 3.2 สรุปสมการหาค่า f สำหรับ Darcy - Weisbach Equation

Type of flow	Equation Giving f	Range of Application
Laminar	$f = 64/Re$	$Re < 2100$
Smooth pipe	$f = 0.316/Re^{0.25}$	$4000 < Re < 10^5$
Smooth flow or Smooth pipe	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log(Re \sqrt{f}) - 0.8$	$Re > 4000$
Transition zone	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log\left(\frac{\epsilon}{D} + \frac{9.3}{Re \sqrt{f}}\right)$	$Re > 4000$
Fully turbulent	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log\left(\frac{\epsilon}{D}\right)$	$Re > 4000$