บทที่ 3

ทฤษฎีพื้นฐาน

3.1 การโปรแกรมเชิงเส้นตรง (Linear Programming)

การโปรแกรมเชิงเส้นตรง เป็นวิธีการแก้ปัญหาทางด้านการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด ภายใต้เงื่อนไขขอบข่าย (Constraints) ที่มีลักษณะความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องเป็นเชิงเส้นตรง ให้เกิดผลประโยชน์สูงสุด รูปแบบแทนระบบของการโปรแกรมเชิงเส้นตรงมีโครงสร้างดังนี้

1. สมการเป้าหมาย (Objective Function) คือสมการแสดงความสัมพันธ์ต้นทุนกับผลประโยชน์ โดยกำหนดเป้าหมายสูงสุดหรือต่ำสุด

2. สมการแสดงขอบข่าย (Constraints) แสดงขอบข่ายของทรัพยากรในรูปสมการหรืออสมการ

3. ความสัมพันธ์ของตัวแปรในสมการต่าง ๆ ของรูปแบบแทนระบบต้องมีลักษณะเชิงเส้นตรง (Linear Form) คือตัวแปรทุกตัวในสมการเป้าหมายและสมการหรืออสมการขอบข่ายจะต้องมีความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง

4. ตัวแปรทุกตัวต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ (All Positive Value)

โดยสามารถเขียนในรูปแบบแทนระบบทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย : $\text{Max.}Z = C_1 X_1 + C_1 X_1 + \cdots\cdots + C_n X_n$

สมการหรืออสมการของขอบข่าย :

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \cdots\cdots + a_{1n} X_n <= b_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \cdots\cdots + a_{2n} X_n <= b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{31} X_1 + a_{32} X_2 + \cdots\cdots + a_{mn} X_n <= b_m$$

$$X_i >= 0 \qquad ; i = 1,2,\ldots,n$$

โดย $Z = F(X_i)$ เป็นสมการเป้าหมาย

X_i เป็นค่าตัวแปรที่แทนค่าของปัจจัย

a_{ij} และ C_j เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่มีค่าคงที่

b_j เป็นปริมาณทรัพยากรที่จะนำมาใช้ในแต่ละกิจการซึ่งมีค่าคงที่

3.2 การประยุกต์การโปรแกรมเชิงเส้นตรงในปัญหาทางการขนส่ง

3.2.1 รูปแบบของปัญหาทางการขนส่ง

การใช้การโปรแกรมเชิงเส้นตรงในการแก้ปัญหาทางการขนส่ง มีเป้าหมายเพื่อจัดรายการของการขนส่งสินค้าจากแหล่งจ่ายสินค้าไปยังแหล่งรับสินค้า ภายใต้ขอบข่ายของความสามารถในการผลิตและความต้องการสินค้าโดยเสียค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่ำที่สุด สามารถเขียนรูปแบบแทนระบบของปัญหาทางการขนส่งแบบทั่วไป (Generalized Transportation Problem) ได้ดังนี้

สมการเป้าหมาย $$\text{Min. } Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

อสมการของขอบข่าย $$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} <= a_i \qquad i = 1,2,...m$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} <= b_j \qquad j = 1,2,...n$$

$$X_{ij} >= 0$$

โดย C_{ij} เป็นค่าขนส่งต่อหน่วยสินค้าที่ส่งจากแหล่งจ่ายสินค้า i ไปยังแหล่งรับสินค้า j

X_{ij} เป็นปริมาณสินค้าที่ส่งจากแหล่งจ่ายสินค้า i ไปยังแหล่งรับสินค้า j

a_i เป็นปริมาณสินค้าที่แหล่งจ่ายสินค้า i ผลิตได้ในช่วงระยะเวลาหนึ่งๆ

b_j เป็นปริมาณสินค้าที่แหล่งรับสินค้า j รับได้ในช่วงระยะเวลาหนึ่งๆ

m เป็นจำนวนแหล่งจ่ายสินค้า

n เป็นจำนวนแหล่งรับสินค้า

เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณได้มีการจัดรูปแบบปัญหาทางการขนส่งแบบทั่วไปให้อยู่ในรูปแบบของปัญหาการทางขนส่งแบบมาตรฐาน (Standard Transportation Problem) โดยการตั้งสมมติฐานดังนี้

จากขอบข่ายของสมรรถภาพของการจ่ายของแหล่งจ่ายสินค้า

$$\sum_{j=1}^{n} X_{ij} <= a_i$$

เมื่อคิดผลรวมของการจ่ายทั้งสิ้นในช่วงระยะเวลาใด ๆ จะได้

$$\sum_{i=1}^{m} [\sum_{j=1}^{n} X_{ij}] <= \sum_{i=1}^{m} a_i$$

และจากขอบข่ายของขนาดความสามารถในการรับของแหล่งรับ

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} <= b_j$$

เมื่อคิดรวมปริมาณที่รับได้ทั้งสิ้นในช่วงระยะเวลาใด ๆ จะได้

$$\sum_{j=1}^{n} [\sum_{i=1}^{m} X_{ij}] <= \sum_{j=1}^{n} b_j$$

ตั้งสมมติฐานได้ว่า ปริมาณที่จ่ายได้ เท่ากับ ปริมาณที่รับได้ นั้นคือ

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} X_{ij}$$

จากสมมติฐานนี้ จะนำไปสู่โครงร่างของปัญหาทางการขนส่งแบบมาตรฐานดังนี้

สมการเป้าหมาย $\quad Min.Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$

สมการของขอบข่าย $\quad \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i \qquad i = 1,2,...m$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \qquad j = 1,2,...n$$

$$X_{ij} >= 0$$

ในการจัดรูปแบบของปัญหาจะต้องไม่ลืมสมมติฐานที่กำหนดไว้คือ $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$ ในกรณีที่ผลรวมของสมรรถภาพการจ่ายและผลรวมของขนาดความสามารถในการรับไม่เท่ากันจะต้องทำให้เท่ากัน โดยทำการเพิ่มแหล่งจ่ายสมมติ (Dummy Source) หรือแหล่งรับสมมติ (Dummy Sink) ขึ้น โดยมีสมรรถภาพหรือขนาดความสามารถเท่ากับส่วนที่ขาดไป ทั้งนี้เพื่อให้ปัญหาการขนส่งเดิมสามารถเปลี่ยนเป็นแบบมาตรฐานเพื่อง่ายแก่การคำนวณ

3.3 <u>ระบบการส่งน้ำ</u>

3.3.1 <u>ระบบการส่งน้ำ</u> จำแนกตามลักษณะการส่งน้ำได้ ดังนี้

1. ระบบการไหลในทางน้ำเปิด ได้แก่ คลองส่งน้ำ ท่อน้ำและอุโมงค์ส่งน้ำที่กำหนดให้ น้ำไหลไม่เต็มท่อหรืออุโมงค์

2. ระบบการไหลในทางน้ำปิด ซึ่งทำการส่งน้ำผ่านท่อส่งน้ำหรืออุโมงค์ส่งน้ำที่กำหนดให้ น้ำไหลเต็มท่อหรืออุโมงค์ ซึ่งสามารถย่นระยะทางในการส่งน้ำได้มากเนื่องจากการส่งน้ำตามท่อไม่จำเป็นต้องขึ้นอยู่กับระดับผิวดินเดิมมากนัก

3. ระบบผสม เป็นระบบซึ่งประกอบด้วยระบบการไหลในทางน้ำเปิดและระบบการไหลในทางน้ำปิดผสมผสานกัน

การเลือกระบบการส่งน้ำต้องคำนึงถึง สภาพของแหล่งน้ำ สภาพภูมิประเทศและระยะทางในการส่งน้ำ เช่น คลองส่งน้ำเหมาะสำหรับสภาพภูมิประเทศที่มีความลาดชันจากแหล่งน้ำไปสู่จุดหมายตลอดเส้นทาง

และสามารถก่อสร้างคลองส่งน้ำเป็นแนวตรงได้ แต่ไม่เหมาะสำหรับกรณีที่ต้องนำน้ำผ่านบริเวณชุมชนหนาแน่น เนื่องจากมีโอกาสที่จะเกิดสภาพมลพิษได้ หรือระยะทางในการส่งน้ำไกล เพราะจะเกิดการสูญเสียเนื่องจากการระเหยสูง

3.3.2 <u>ระบบแรงดันเพื่อการส่งน้ำ</u> จำแนกตามวิธีการเพิ่มแรงดันในการส่งน้ำได้ ดังนี้

1. ระบบการส่งน้ำโดยใช้แรงโน้มถ่วงของโลก วิธีนี้เหมาะสำหรับกรณีที่แหล่งน้ำตั้งอยู่ในบริเวณพื้นที่ที่มีระดับสูงพอที่จะมีพลังงานมากพอในการส่งน้ำไปยังจุดหมายที่อยู่ในพื้นที่ระดับต่ำกว่าได้โดยไม่ต้องใช้เครื่องสูบน้ำ

2. ระบบการส่งน้ำโดยการใช้เครื่องสูบน้ำเพิ่มพลังงานให้น้ำในระบบส่งน้ำ เพื่อให้สามารถส่งน้ำจากแหล่งน้ำไปสู่จุดหมายได้ตามปริมาณที่ต้องการ เครื่องสูบน้ำ (Pump) คือเครื่องจักรที่ถ่ายโอนพลังงานเชิงกลจากเครื่องต้นกำลังให้แก่น้ำที่ไหลผ่านเครื่องสูบ การทำงานของเครื่องสูบน้ำจะขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของเครื่องสูบ (Pump Characteristic) และคุณลักษณะของระบบหรือท่อ (Pipe Line or System Characteriastic)

3.4 <u>พลังงานที่ใช้ในการส่งน้ำในระบบส่งน้ำ</u>

การส่งน้ำผ่านระบบท่อที่มีระดับยก (Static Lift) เท่ากับ ΔZ ดังแสดงในภาพที่ 3.1 นั้นต้องใช้พลังงานในการยกน้ำ และเอาชนะการสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทานในท่อและชิ้นส่วนอุปกรณ์ โดยหาได้จากสมการที่ 3.1 ดังนี้

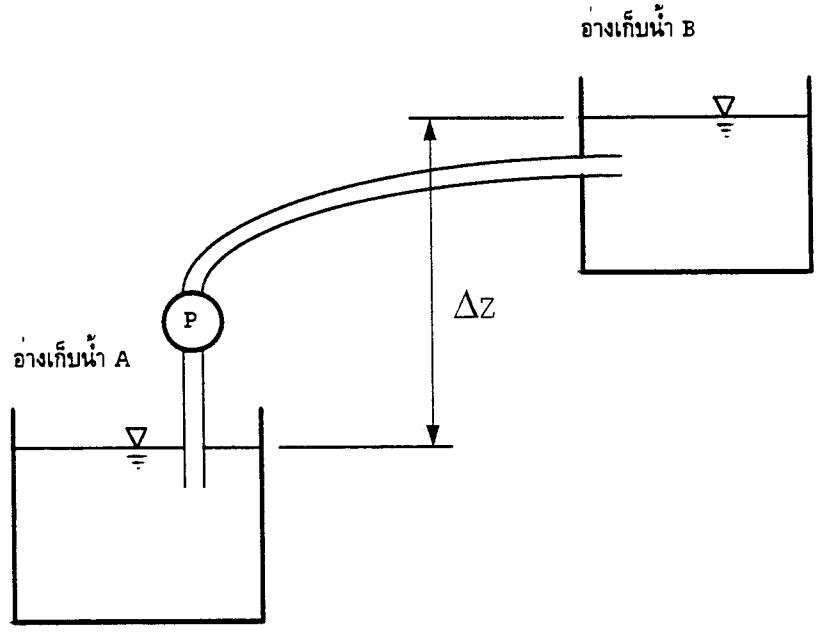
$$H = \Delta Z + h_L + \frac{V^2}{2g} \qquad \text{.....(3.1)}$$

โดย H เป็นหัวความดันรวม (ม.)

ΔZ เป็นระดับที่ต้องยกน้ำ (ม.) คือผลต่างระหว่างระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำขาออกและระดับน้ำในอ่างเก็บน้ำขาเข้า

h_L เป็นผลรวมการสูญเสียพลังงานเชิงชลศาสตร์ (ม.)

$\frac{V^2}{2g}$ เป็นหัวความเร็วที่ส่งออก (ม.)



ภาพที่ 3.1 การส่งน้ำผ่านระบบท่อระหว่างอ่างเก็บน้ำ 2 แห่ง

3.4.1 <u>การสูญเสียพลังงานเนื่องจากความเสียดทานในท่อ</u>

เมื่อมีการไหลในท่อจะเกิดแรงต้านทานการไหลเนื่องจากความเสียดทานระหว่างน้ำกับผิวของท่อ ทำให้พลังงานในการไหลของน้ำลดลงไป พลังงานที่สูญเสียไปดังกล่าวสามารถหาได้จาก สมการของ Darcy - Weisbach ดังนี้

$$h_L = \frac{f * L * V^2}{D * 2g} \qquad \text{.....(3.2)}$$

โดย h_L เป็นการสูญเสียแรงดันในท่อ (ม.)

L เป็นความยาวของท่อ (ม.)

D เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางภายในของท่อ (ม.)

V เป็นความเร็วเฉลี่ยภายในท่อ (ม./วินาที)

g ความเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก (9.81 ม./วินาที^{2})

f เป็นแฟคเตอร์ความเสียดทาน (Friction Factor) ซึ่งขึ้นอยู่กับ ε/D ซึ่งเรียกว่า ความขรุขระสัมพัทธ์ (Relative Roughness) และ Reynolds Number (R) หาได้ดังนี้

$$R = \frac{V * D}{\nu} \qquad \text{.....(3.3)}$$

โดย R เป็นค่า Reynolds number

ν เป็นความหนืดจลน์ ($0.80*10^{-6}$ ม.^{2}/วินาที ที่อุณหภูมิน้ำ 30°C)

ตารางที่ 3.1 ค่าความขรุขระสัมบูรณ์ของท่อใหม่ ชนิดต่าง ๆ

ชนิดท่อ	ฟุต	มม.
1. ท่อทองเหลือง ท่อดีบุก หลอดแก้วที่ได้จากการรีด ท่อซีเมนต์ที่หล่อโดยใช้แรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลางและท่อที่เคลือบภายในด้วยยางมะตอย (Bituminous)	0.000005	0.0015
2. ท่อเหล็กกล้าหรือเหล็กเหนียวตามท้องตลาด	0.00015	0.046
3. ท่อเหล็กกล้าที่สร้างโดยการเชื่อม	0.00015	0.046
4. ท่อเหล็กหล่อที่เคลือบหรือฉาบด้วยยางมะตอย	0.004	0.12
5. ท่อเหล็กอาบสังกะสี	0.0005	0.15
6. ท่อเหล็กหล่อโดยเฉลี่ย	0.00085	0.25
7. ท่อไม้	0.0006 - 0.003	0.18 - 0.9
8. ท่อคอนกรีต	0.001 - 0.01	0.3 - 3.0
9. ท่อเหล็กกล้าที่ย้ำหมุด	0.003 - 0.03	0.9 - 9.0

ตารางที่ 3.2 แสดงสมการการหาค่าแฟคเตอร์ความเสียดทานของการไหลในท่อ

Type of Flow	Equation Giving Friction factor	Range of Application
Laminar flow	$f = \frac{64}{R}$	R < 2,000
Transition zone	$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log(\frac{\varepsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{R\sqrt{f}})$	R > 4,000
Fully turbulent	$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log(\frac{D}{\varepsilon}) + 1.14$	R >> 4,000