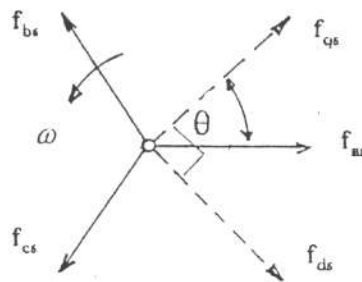


บทที่ 2

การวิเคราะห์เสถียรภาพของการเบรคมอเตอร์

2.1 การแปลงแกน a-b-c ของมอเตอร์ไปยังแกน d-q

จากภาพที่ 2.1 ถ้า f_a, f_b, f_c เป็นแกนของแรงดันหรือกระแสหรือเส้นแรงแม่เหล็กรั่ว(leakage flux)ของมอเตอร์สามเฟสใดๆซึ่งเคลื่อนที่หมุนห่างกัน $2\pi/3$ เรเดียน และให้ f_{qs} กับ f_{ds} หมุนกัน $\pi/2$ เรเดียน เป็นแกนเปรียบเทียบ(reference axis) และขณะนั้น f_{qs} หมุนนำหน้า f_a ด้วยมุม θ ใดๆ



ภาพที่ 2.1 แสดงแกน a-b-c และแกน d-q

จากสมการของการแปลง(transformation equation)

$$f_{abc} = K_S^{-1} f_{qd0} \quad (2.1)$$

สำหรับแกนของสเตเตอร์จะได้

$$\begin{bmatrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \sin(\theta - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{0s} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ถ้ากำหนดให้แกน q ทับอยู่บนแกน a พอดี ดังนั้นมุม θ จะเท่ากับศูนย์และพิจารณากรณีที่เฟ้ามอเตอร์เหนี่ยวนำแบบสามเฟสสมดุล f_{0s} ก็จะเท่ากับศูนย์ด้วย ดังนั้นจะได้

$$f_{as} = f_{qs} \quad (2.3)$$

$$f_{bs} = -\frac{1}{2} f_{qs} - \frac{\sqrt{3}}{2} f_{ds} \quad (2.4)$$

$$f_{cs} = \frac{1}{2} f_{qs} + \frac{\sqrt{3}}{2} f_{ds} \quad (2.5)$$

เมื่อ f คือ แรงดัน, กระแส หรือ เส้นแรงแม่เหล็กรั่ว(leakage flux)

2.2 สมการแรงดันในแกน d-q ของมอเตอร์เหนี่ยวนำแบบสามเฟสเมื่อเปิดวงจรด้านสเตเตอร์

จากสมการแรงดันทางด้านสเตเตอร์ของมอเตอร์เหนี่ยวนำสามเฟสในแกนเปรียบเทียบ d-q

$$v_{ds} = R_s i_{ds} - \omega \lambda_{qs} + \dot{\lambda}_{ds} \quad (2.6)$$

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + \dot{\lambda}_{qs} \quad (2.7)$$

และสมการแรงดันทางด้านโรเตอร์ในแกน d-q

$$v'_{dr} = R'_r - (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + \dot{\lambda}'_{dr} \quad (2.8)$$

$$v'_{qr} = R'_r + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + \dot{\lambda}'_{qr} \quad (2.9)$$

โดย $\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + M(i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.10)$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + M(i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.11)$$

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + M(i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.12)$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + M(i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.13)$$

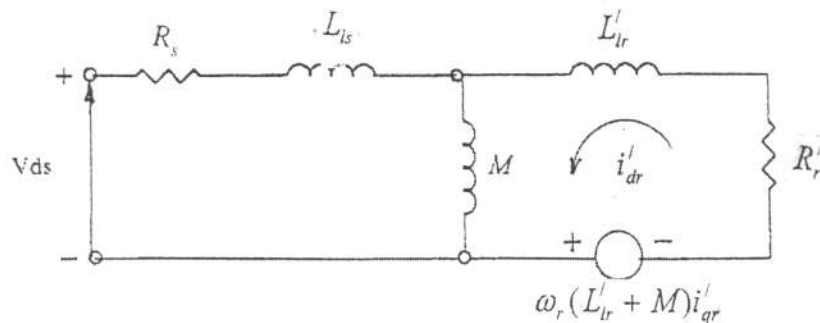
ในขณะที่เราเปิดวงจรทางด้านสเตเตอร์และต่อปลายโรเตอร์ทั้งสามเข้าหากันดังนั้นในขณะนั้น $\omega_r, v'_{qr}, v'_{dr}$ จะมีค่าเท่ากับศูนย์และจากสมการของการแปลงจะเห็นว่า

$$v_{ds} = M \dot{i}'_{dr} \quad (2.14)$$

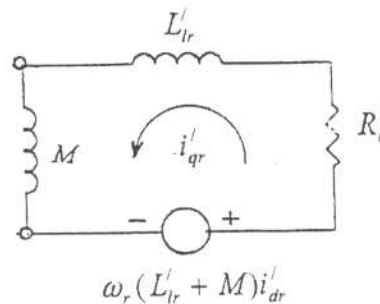
$$0 = R'_r i'_{dr} + \omega_r (L'_{lr} + M) i'_{qr} + L'_{lr} \dot{i}'_{dr} + M \dot{i}'_{dr} \quad (2.15)$$

$$0 = R'_r i'_{qr} - \omega_r (L'_{lr} + M) i'_{dr} + L'_{lr} \dot{i}'_{qr} + M \dot{i}'_{qr} \quad (2.16)$$

ดังนั้นสมการ 2.14 และ 2.15 เขียนเป็นวงจรเทียบเท่าได้ตามภาพที่ 2.2 และสมการที่ 2.16 เขียนวงจรเทียบเท่าได้ตามภาพที่ 2.3



ภาพที่ 2.2 แสดงวงจรเทียบเท่าในแกน d ขณะเปิดวงจรทางสเตเตอร์ และลัดวงจรทางโรเตอร์



ภาพที่ 2.3 แสดงวงจรเทียบเท่าในแกน q ขณะเปิดวงจรทางสเตเตอร์
และลัดวงจรทางโรเตอร์

2.3 สมการแรงดันในแกน d-q เมื่อเปิดวงจรเฟส a และต่อตัวเก็บประจุรวมเฟส b-c ของสเตเตอร์

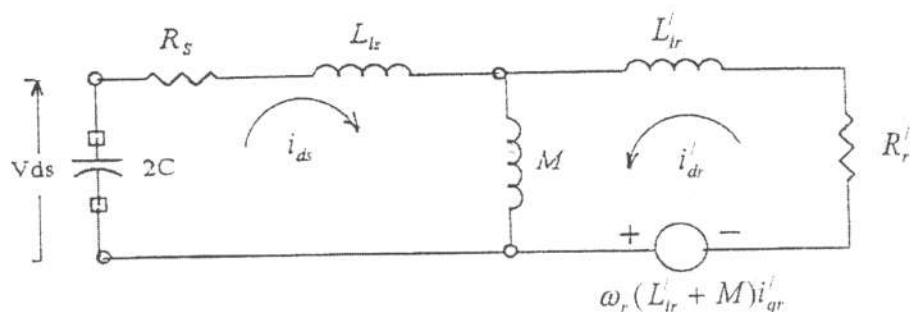
ในกรณีที่เปิดวงจรเฉพาะเฟส a และต่อคร่อมเฟส b-c ด้วยตัวเก็บประจุ จากสมการ 2.6, 2.8 และ 2.9 จะเขียนสมการได้ใหม่ตามสมการที่ 2.17, 2.18 และ 2.19 ดังนี้

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + L_{ls} \dot{i}_{ds} + M(\dot{i}_{ds} + \dot{i}'_{dr}) \quad (2.17)$$

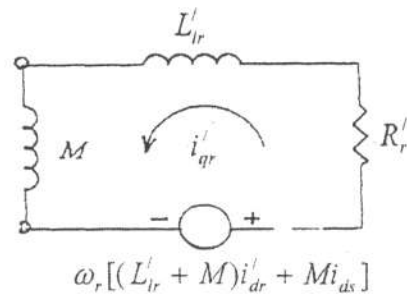
$$0 = R'_r i'_{dr} + \omega_r (L'_{lr} + M) i'_{dr} + L'_{lr} \dot{i}'_{dr} + M(\dot{i}_{ds} + \dot{i}'_{dr}) \quad (2.18)$$

$$0 = R'_r i'_{qr} - \omega_r [(L'_{lr} + M) i'_{dr} + M i_{ds}] + L'_{lr} \dot{i}'_{qr} + M \dot{i}'_{qr} \quad (2.19)$$

จากสมการ 2.17 และ 2.18 เขียนวงจรเทียบเท่าได้ตามภาพที่ 2.4 และสมการที่ 2.19 เขียนวงจรเทียบเท่าได้ดังภาพที่ 2.5



ภาพที่ 2.4 แสดงวงจรเทียบเท่าในแกน d ขณะต่อตัวเก็บประจุรวม
สองปลายของสเตเตอร์



ภาพที่ 2.5 แสดงวงจรเทียบเท่าในแกน q ขณะต่อตัวเก็บประจุพร้อม
สองปลายของสเตเตอร์

เพราะว่า
$$v_{ds} = -\frac{1}{2C} \int i_{ds} dt \quad (2.20)$$

จากสมการการแปลงแรงดัน

$$v_b = -\frac{\sqrt{3}}{2} v_{bc} \quad (2.21)$$

$$v_c = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{ds} \quad (2.22)$$

และเพราะว่า

$$v_{bc} = v_b - v_c$$

ดังนั้น

$$v_{bc} = -\sqrt{3} v_{ds}$$

หรือ

$$v_{ds} = -\frac{v_{bc}}{\sqrt{3}} \quad (2.23)$$

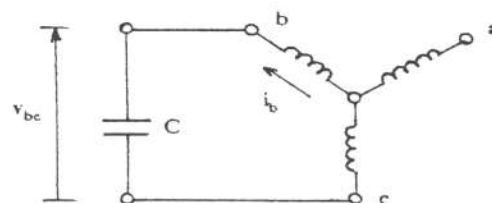
และ

$$i_{ds} = -\frac{2}{\sqrt{3}} i_b \quad (2.24)$$

ดังนั้นจากสมการ 2.20, 2.23 และ 2.24 จะได้

$$v_{bc} = \frac{1}{C} \int (-i_b) dt \quad (2.25)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า จากภาพที่ 2.4 และจากสมการที่ 2.20, 2.25 ตัวเก็บประจุจะถูกแปลงให้มีค่า
เป็นสองเท่าในแกน d-q และทิศทางของกระแส i_b ขณะนี้จะมีทิศทางตามภาพที่ 2.6



ภาพที่ 2.6 แสดงทิศทางของ i_b ขณะต่อตัวเก็บประจุในแกน a-b-c

2.4 การตั้งสมการสเตท(state equation)

ให้ $L_s = (L_{ls} + M)$, $L_r = (L_{lr} + M)$ และ $K = (1 - \frac{M^2}{L_s L_r})$

และให้ $x_1 = \int i_{ds} dt$

$$x_2 = i_{ds}$$

$$x_3 = i_{dr}$$

$$x_4 = i_{qr}$$

ดังนั้น $\dot{x}_1 = x_2$ (2.26)

จากสมการ 2.17 และ 2.20 จะได้

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2C} x_1 &= R_s x_2 + (L_{ls} + M) \dot{x}_2 + M \dot{x}_3 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{2CL_s} x_1 - \frac{R_s}{L_s} x_2 - \frac{M}{L_s} \dot{x}_3 \end{aligned} \quad (2.27)$$

จากสมการ 2.18 เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} 0 &= R_r' x_3 + \omega_r L_r x_4 + L_r \dot{x}_3 + M \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{R_r'}{L_r} x_3 - \omega_r x_4 - \frac{M}{L_r} \dot{x}_2 \end{aligned} \quad (2.28)$$

แทน $\dot{x}_3$ ลงใน 2.27 จะได้

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{2KCL_s} x_1 - \frac{R_s}{KL_s} x_2 + \frac{R_r' M}{KL_s L_r} x_3 + \frac{M\omega_r}{KL_s} x_4 \quad (2.29)$$

แทน $\dot{x}_2$ ลงใน 2.28 จะได้

$$\dot{x}_3 = \frac{M}{2KCL_s L_r} x_1 + \frac{R_s M}{KL_s L_r} x_2 - \frac{R_r'}{KL_r} x_3 - \frac{\omega_r}{K} x_4 \quad (2.30)$$

จากสมการที่ 2.19

$$\begin{aligned} 0 &= R_r' x_4 + \omega_r L_r x_3 + \omega_r M x_2 + L_r \dot{x}_4 \\ \text{หรือ} \quad \dot{x}_4 &= -\frac{\omega_r M}{L_r} x_2 - \omega_r x_3 - \frac{R_r'}{L_r} x_4 \end{aligned} \quad (2.31)$$

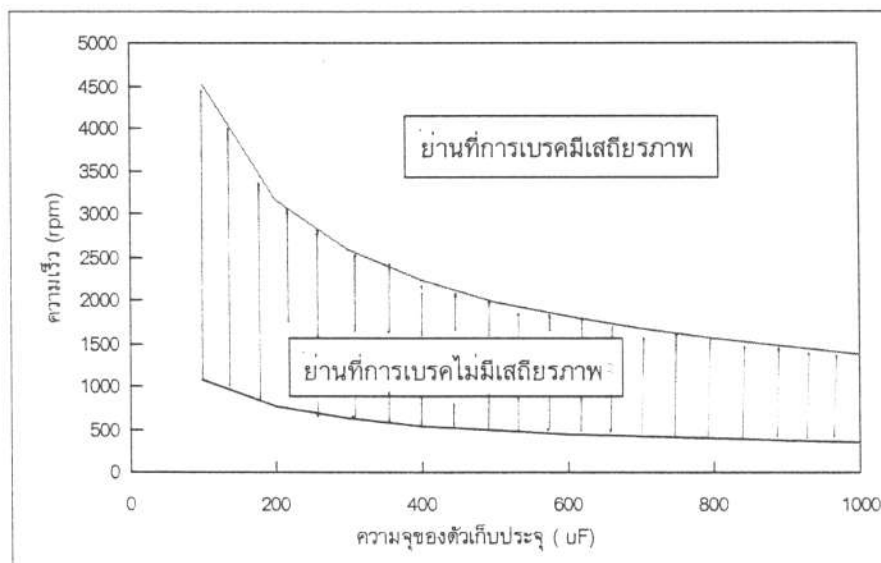
จากสมการ 2.26, 2.29, 2.30 และ 2.31 เขียนเป็นสมการสเตท(state equation) ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1/2KCL_s & -R_s/KL_s & R_r' M/KL_s L_r & M\omega_r/KL_s \\ M/2KCL_s L_r & R_s M/KL_s L_r & -R_r'/KL_r & -\omega_r/K \\ 0 & M\omega_r/L_r & \omega_r & -R_r'/L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

ซึ่งแสดงในสมการ 2.32 จะใช้สำหรับวิเคราะห์เสถียรภาพของการเบรคมอเตอร์ในจังหวะที่ต่อตัวเก็บประจุพร้อมเฟส a-b ในทันทีที่ปลดแหล่งจ่ายไฟให้กับมอเตอร์ โดยจะวิเคราะห์ค่าเจาะจง (eigenvalues) ของเมทริกซ์ของสมการที่ 2.32 เพื่อเปรียบเทียบค่าความจุของตัวเก็บประจุและค่าความเร็วของโรเตอร์(ω_r)ก่อนการเบรคมอเตอร์ในหลายๆค่า

2.5 ผลการวิเคราะห์เสถียรภาพของการเริ่มต้นเบรคมอเตอร์

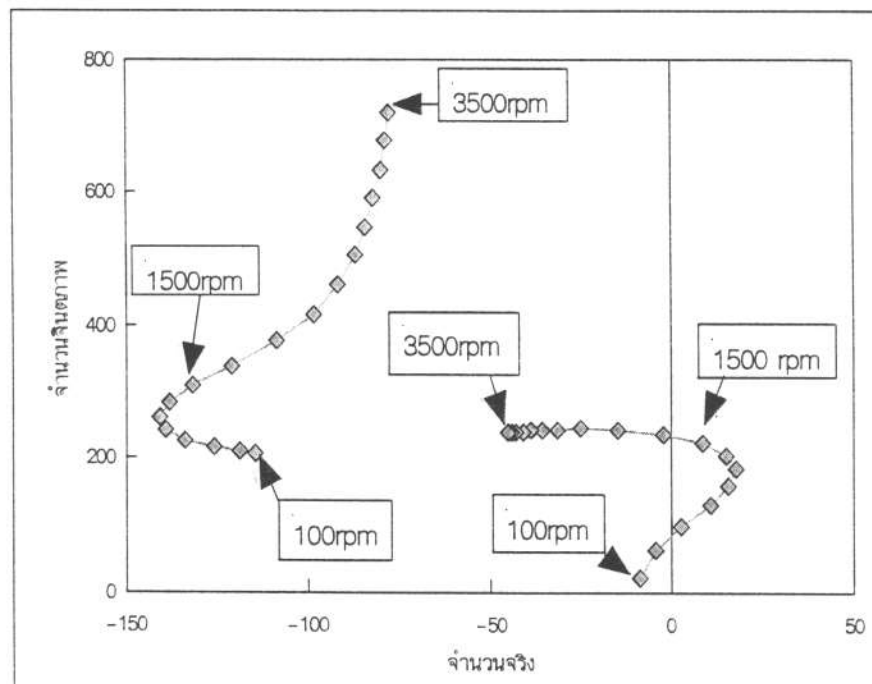
จากการวิเคราะห์เสถียรภาพของการเริ่มต้นเบรคมอเตอร์โดยการวิเคราะห์ค่าเจาะจง (eigenvalues) ของเมทริกซ์ของสมการที่ 2.32 โดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ(MATLAB)และใช้ค่าพารามิเตอร์(parameters)ของมอเตอร์ที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้คือ ค่า $R_s = 1.2755 \Omega$, $R_r' = 1.704 \Omega$, $L_{ls} = 0.0037 \text{ H}$, $L_{lr}' = 0.0091 \text{ H}$, $M = 0.1799 \text{ H}$ และ $L_s = L_{ls} + M = 0.1836 \text{ H}$, $L_r = L_{lr}' + M = 0.1890 \text{ H}$ จะได้ผลตามภาพที่ 2.7 ซึ่งแสดงย่านที่การเบรคมอเตอร์มีเสถียรภาพและย่านที่การเบรคไม่มีเสถียรภาพส่วนตารางที่ 2.1 และภาพที่ 2.8 แสดงทางเดินของราก(root loci) ที่สัมพันธ์กับภาพที่ 2.7



ภาพที่ 2.7 แสดงย่านที่การเบรคมอเตอร์มีเสถียรภาพและไม่มีเสถียรภาพ

ตารางที่ 2.1 รากของเมตริกซ์ของสมการที่ 2.32 ที่ความเร็วต่างๆเมื่อใช้ตัวเก็บประจุ 700 μF

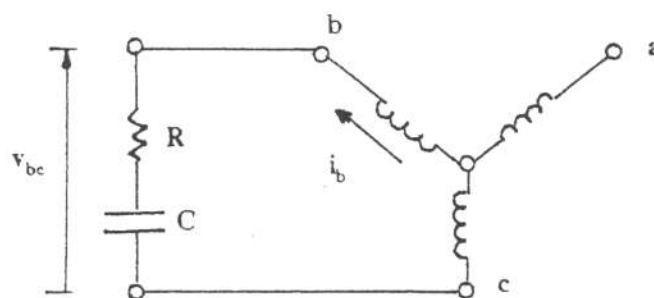
ความเร็วโรเตอร์ (rpm)	ราก (Roots)
100	$-114.51 \pm j209.09$, $-8.85 \pm j21.33$
300	$-118.68 \pm j211.33$, $-4.40 \pm j62.80$
500	$-125.97 \pm j217.74$, $2.88 \pm j100.49$
700	$-133.60 \pm j228.28$, $10.51 \pm j132.84$
900	$-138.89 \pm j244.71$, $15.81 \pm j160.44$
1100	$-140.59 \pm j263.92$, $17.51 \pm j184.50$
1300	$-138.25 \pm j285.89$, $15.16 \pm j205.65$
1500	$-131.64 \pm j310.88$, $8.55 \pm j223.61$
1700	$-121.07 \pm j340.30$, $-2.023 \pm j237.02$
1900	$-108.75 \pm j376.02$, $-14.37 \pm j244.01$
2100	$-98.56 \pm j417.21$, $-24.53 \pm j245.45$
2300	$-91.72 \pm j460.62$, $-31.37 \pm j244.58$
2500	$-87.24 \pm j504.39$, $-35.58 \pm j243.29$
2700	$-84.18 \pm j548.01$, $-38.91 \pm j242.09$
2900	$-81.98 \pm j591.39$, $-41.11 \pm j241.08$
3100	$-80.34 \pm j634.55$, $-42.75 \pm j240.25$
3300	$-79.08 \pm j677.52$, $-44.01 \pm j239.57$
3500	$-78.08 \pm j720.34$, $-45.01 \pm j239.01$



ภาพที่ 2.8 แสดงทางเดินของรากของเมตริกซ์ของสมการ 2.32 โดยใช้
ตัวเก็บประจุขนาด $700 \mu\text{F}$

2.6 การปรับปรุงเสถียรภาพของการเริ่มต้นเบรคมอเตอร์

จากภาพที่ 2.7 จะเห็นว่าความเร็วของการเริ่มต้นเบรคมอเตอร์ที่สัมพันธ์กับขนาดของตัวเก็บประจุจะมีแนวโน้มที่ทำให้การเบรคมอเตอร์ไม่เสถียรครอบคลุมบริเวณค่อนข้างกว้างโดยเฉพาะจะครอบคลุมย่านความเร็วซิงโครนัส(synchronous speed) ของมอเตอร์เห็นยาวว่าที่ต้องการทดสอบ ดังนั้นเราจะปรับปรุงเสถียรภาพของการเบรคมอเตอร์โดยต่อความต้านทานที่เหมาะสมอนุกรมกับตัวเก็บประจุเพื่อเพิ่มเวลาคงตัว(time constant)ให้กับตัวเก็บประจุดังภาพที่ 2.9



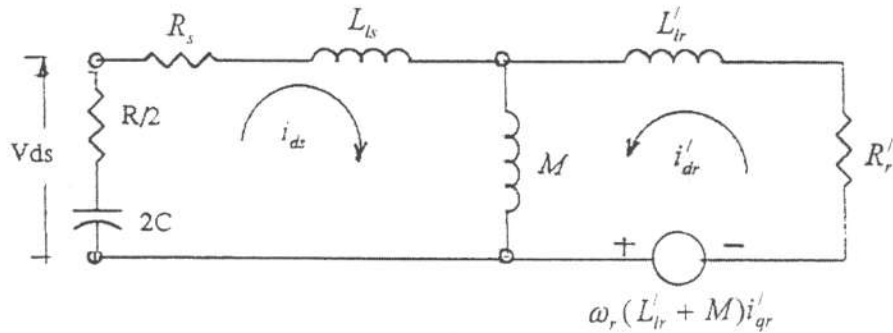
ภาพที่ 2.9 แสดงการต่อความต้านทานอนุกรมกับตัวเก็บประจุเพื่อปรับปรุง
เสถียรภาพของการเบรคมอเตอร์

ดังนั้น
$$v_{bc} = (i_b R + \frac{1}{C} \int i_b dt) \quad (2.33)$$

และจากสมการ 2.23, 2.24 และ 2.33 จะได้ว่า

$$v_{ds} = \frac{R}{2} i_{ds} + \frac{1}{2C} \int i_{ds} dt \quad (2.34)$$

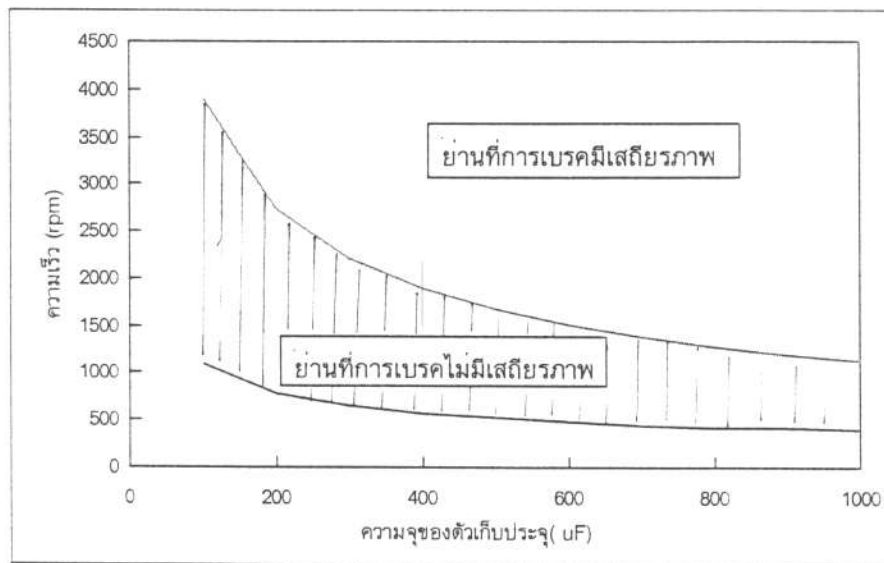
ซึ่งจะเห็นว่าความต้านทานที่ต่อเข้าไปจะถูกแปลงเป็น $R/2$ ในแกน d-q ดังนั้นจากวงจรในภาพที่ 2.4 จึงเขียนใหม่ได้ตามภาพที่ 2.10 และจะได้สมการสเตทใหม่ตามสมการที่ 2.35



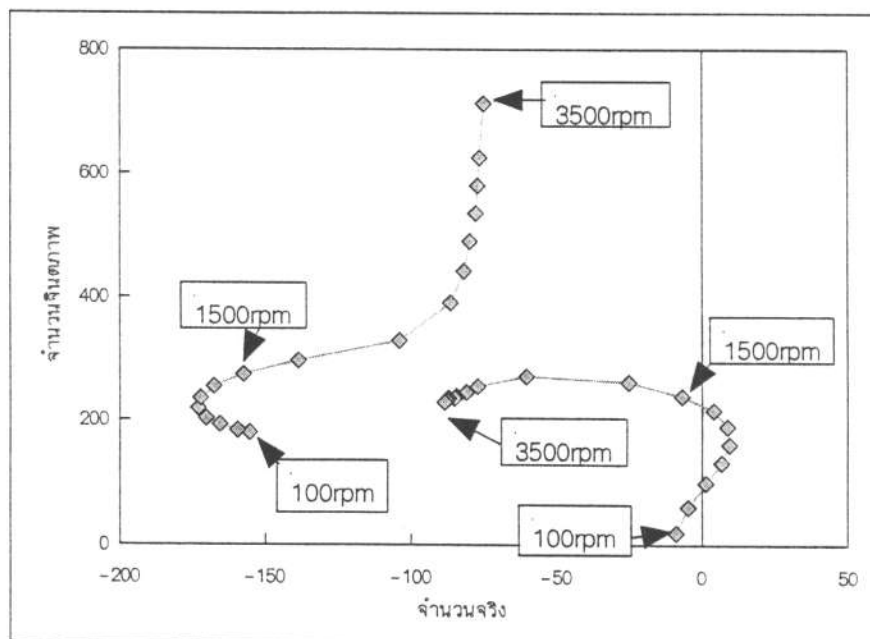
ภาพที่ 2.10 แสดงตัวต้านทานและตัวเก็บประจุที่ถูกแปลงในแกน d-q

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1/2KCL_s & -(R_s + R/2)/KL_s & R'_r M/KL_s L_r & M\omega_r/KL_s \\ M/2KCL_s L_r & (R_s + R/2)M/KL_s L_r & -R_r/KL_r & -\omega_r/K \\ 0 & M\omega_r/L_r & \omega_r & -R_r/L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

และเมื่อนำเมทริกซ์ในสมการ 2.35 ไปตรวจสอบค่าเจาะจง(eigenvalues)ในลักษณะเดิมก็จะพบว่าย่านเสถียรภาพของเบรคมอเตอร์ถูกปรับปรุงให้ดีขึ้นตามภาพที่ 2.11



ภาพที่ 2.11 แสดงย่านเสถียรภาพถูกปรับปรุงให้ดีขึ้นเมื่อใช้ความต้านทานขนาด $2\ \Omega$ ต่ออนุกรมกับตัวเก็บประจุ



ภาพที่ 2.12 แสดงทางเดินของรากลหลังการปรับปรุงเสถียรภาพ โดยใช้ความต้านทานขนาด $2\ \Omega$ ต่ออนุกรมกับตัวเก็บประจุขนาด $700\ \mu\text{F}$

ตารางที่ 2.2 รากของเมตริกซ์ของสมการที่ 2.35 ที่ความเร็วต่างๆเมื่อใช้ความต้านทาน 2 Ω
อนุกรมกับตัวเก็บประจุขนาด 700 μF

ความเร็วโรเตอร์ (rpm)	ราก (Roots)
100	$-154.97 \pm j181.38$, $-8.56 \pm j21.32$
300	$-159.00 \pm j184.84$, $-4.53 \pm j62.41$
500	$-165.07 \pm j192.68$, $1.54 \pm j99.57$
700	$-170.42 \pm j204.64$, $6.89 \pm j132.40$
900	$-173.20 \pm j219.64$, $9.7 \pm j161.88$
1100	$-172.47 \pm j236.59$, $8.94 \pm j189.08$
1300	$-167.53 \pm j254.86$, $3.99 \pm j214.67$
1500	$-157.22 \pm j274.21$, $-6.31 \pm j238.93$
1700	$-138.69 \pm j295.28$, $-24.85 \pm j261.26$
1900	$-103.63 \pm j328.61$, $-59.91 \pm j271.15$
2100	$-86.315 \pm j388.75$, $-77.23 \pm j254.07$
2300	$-81.74 \pm j440.62$, $-81.79 \pm j245.15$
2500	$-79.36 \pm j488.67$, $-84.17 \pm j239.93$
2700	$-77.84 \pm j53.48$, $-85.70 \pm j236.47$
2900	$-76.76 \pm j579.99$, $-86.77 \pm j234.01$
3100	$-75.97 \pm j624.42$, $-87.57 \pm j232.17$
3500	$-74.86 \pm j711.98$, $-88.86 \pm j229.62$