

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นสาระการเรียนรู้หนึ่งที่ถูกกำหนดในมาตรฐานการเรียนรู้ที่นักเรียนทุกคนในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐานจำเป็นต้องเรียน ซึ่งองค์ความรู้ ทักษะสำคัญและคุณลักษณะที่กำหนดในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์คือการนำความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การดำเนินชีวิตและศึกษาต่อ การมีเหตุผล มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ และมีการพัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบและสร้างสรรค์ โดยสาระการเรียนรู้หลักที่จำเป็นสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในการพัฒนาผู้เรียนนั้น จะต้องพัฒนาทั้งทางด้านความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆ กับการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ด้าน คือ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2551: 1-4)

การให้เหตุผลเป็นทักษะกระบวนการสำคัญที่มีส่วนช่วยส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบ รวมถึงสามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2551: 45) นอกจากนี้การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ยังเป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรกะในทางคณิตศาสตร์ (Raimi, 2002: Online) และเป็นเรื่องสำคัญที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผล นักเรียนต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง (อัมพร, 2549: 97) กอปรกับมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้ผู้เรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม (สสวท., 2551: 45) ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าการให้เหตุผลเป็นทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์สำคัญที่ควรส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้ควบคู่ไปกับการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์

จากประสบการณ์การจัดการเรียนการสอนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ กล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบของสถานการณ์ปัญหา หรือวิเคราะห์ออกมาได้ในบางลักษณะซึ่งไม่ใช่ลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่สมเหตุสมผล หรือระบุเหตุผลของการหาคำตอบที่ไม่สมเหตุสมผลโดยใช้วิธีการที่ไม่มีแบบแผนหรือใช้เพียงเหตุผลเชิงประจักษ์ การนำเสนอหลักฐานและการอธิบายสนับสนุนคำตอบมีลักษณะคลุมเครือ ไม่ชัดเจน เช่น เมื่อนักเรียนพบสถานการณ์ปัญหา เช่น สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนไม่สามารถอธิบายและเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากสิ่งที่โจทย์กำหนดเพื่อใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ หรือหากนักเรียนสามารถแก้สถานการณ์ปัญหาได้ ก็ไม่สามารถอธิบายได้ว่า คำตอบของสถานการณ์ปัญหานั้นมีที่มาหรือวิธีการหาคำตอบอย่างไร รวมถึงเมื่อได้คำตอบของสถานการณ์ปัญหาแล้ว นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลในการตรวจสอบได้ว่า ทำไมคำตอบที่หาได้นั้นจึงถูกต้อง

จากปัญหาดังกล่าว ผู้วิจัยคิดว่า สาเหตุประการแรกอาจมาจากการสอนของครูที่ไม่ได้เน้นการส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล แต่เน้นเฉพาะการหาคำตอบ รวมถึงครูไม่ได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาโดยใช้หลักของเหตุและผลจึงส่งผลให้นักเรียนขาดทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ส่วนสาเหตุประการที่สองอาจมาจากการที่นักเรียนขาดทักษะการให้เหตุผลหรือไม่มีฐานความรู้เกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เพียงพอ ถึงแม้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกบรรจุในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานซึ่งนักเรียนได้เรียนรู้มาตั้งแต่ระดับประถมศึกษา แต่ก็ยังไม่สามารถช่วยให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดี

แบบรูปเป็นเนื้อหาในวิชาคณิตศาสตร์เนื้อหาหนึ่งที่มีความเกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนสามารถใช้แบบรูปเป็นเครื่องมือในการให้เหตุผลทางพีชคณิต (Herbert and Brown, 1999: 123) รวมถึงการให้นักเรียนได้ฝึกสังเกตและวิเคราะห์แบบรูปทำให้นักเรียนเกิดกระบวนการสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในด้านการสังเกต การสำรวจ การคาดการณ์ และการให้เหตุผลสนับสนุนหรือคัดค้านข้อคาดการณ์ (สสวท., 2544: 6) สิ่งเหล่านี้ถือเป็นกระบวนการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น อีกทั้งเนื้อหาเรื่องแบบรูปยังเป็นเนื้อหาพื้นฐานที่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้เนื้อหาพีชคณิตที่ซับซ้อนได้ง่ายขึ้น เช่น เนื้อหาเกี่ยวกับตัวแปรและฟังก์ชัน (English and Warren, 1999: 141) ซึ่งนอกจากแบบรูปจะเป็นรากฐานสำคัญในการเรียนรู้พีชคณิตในระดับที่สูงขึ้นแล้ว แบบรูปยังมีส่วนช่วยในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย ดังนั้นจึงเห็นได้ว่าเนื้อหาเรื่อง แบบรูปสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

จากการศึกษางานวิจัยพบว่า แนวทางในการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องแบบรูปนั้น ควรเริ่มจากการให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์และความแตกต่างของแบบรูป หลังจากนั้นให้นักเรียนนำเสนอข้อมูลความสัมพันธ์ที่ค้นพบและร่วมกันอภิปราย โดยครูใช้คำถามกระตุ้นให้เกิดการอภิปรายและส่งเสริมให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างค่าของพจน์กับตำแหน่งของพจน์ เพื่อให้สามารถหาพจน์ทั่วไปของแบบรูปได้ (Warren and Cooper, 2008: 126) เช่นเดียวกับ Herbert และ Brown (1999: 124-126) ได้นำเสนอกระบวนการในการสืบเสาะเพื่อแก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป ซึ่งประกอบด้วย การค้นหาแบบรูป (Pattern seeking) การเข้าใจในแบบรูป (Pattern recognition) และการทำให้อยู่ในรูปทั่วไป (Generalizing) สำหรับสื่อที่ใช้ในการสร้างพจน์ทั่วไปของแบบรูป ควรเริ่มต้นจากการใช้สื่อที่เป็นรูปธรรม หรือใช้สื่อของจริง เพื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและค้นหาความสัมพันธ์ของแบบรูปก่อน หลังจากนั้นจึงฝึกให้นักเรียนสร้างและนำเสนอพจน์ทั่วไปของแบบรูป โดยครูใช้คำถามที่ช่วยให้นักเรียนมองเห็น และสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูปที่เปลี่ยนไป พร้อมทั้งฝึกให้นักเรียนตรวจสอบพจน์ทั่วไปของแบบรูปโดยใช้การมองย้อนกลับ (Billings, 2008: 280) อีกทั้ง Warren และ English (1999: 143-145) ได้เสนอแนะวิธีการส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนเกี่ยวกับวิธีการค้นหาแบบรูปว่า ควรจัดประสบการณ์การเรียนรู้เชิงรูปธรรมที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์เชิงตัวเลข และความสัมพันธ์ในรูปสัญลักษณ์แก่นักเรียน โดยจัดประสบการณ์และจัดหาสื่ออุปกรณ์ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ เพื่อให้นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ของแบบรูปในพจน์ถัดไป

ดังนั้นจากการศึกษางานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการเรียนรู้ เรื่อง แบบรูปโดยจัดการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ได้วิเคราะห์ ค้นหาความสัมพันธ์ สร้างข้อสรุปและการยืนยันข้อสรุปผ่านสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป 3 ลักษณะ ได้แก่ แบบรูปจากสื่อของจริง แบบรูปของรูปภาพ และแบบรูปของจำนวน ผ่านขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 การวิเคราะห์ข้อมูลและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ขั้นที่ 3 การเรียนรู้อย่างอิสระ ขั้นที่ 4 การสรุปและให้งาน เพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนมีทักษะการให้เหตุผล สามารถคิด ตัดสินใจและดำเนินชีวิตอยู่บนหลักของเหตุและผลได้เป็นอย่างดี

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการเรียนเรื่องแบบรูป ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ขอบเขตของการวิจัย

กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดห้วยทราย
จังหวัดเชียงใหม่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 จำนวน 30 คน

เนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เนื้อหาเกี่ยวกับแบบรูปเชิงเส้นที่มีผลต่างระหว่างพจน์
เท่ากัน โดยใช้สถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูป 3 ลักษณะ ได้แก่ แบบรูปจากสื่อของจริง แบบรูป
ของรูปภาพ และแบบรูปของจำนวน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช
2551

นิยามศัพท์เฉพาะ

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัย
แนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่หลากหลาย เพื่อใช้ในการวิเคราะห์และค้นหาความสัมพันธ์ การสร้าง
ข้อสรุปและการยืนยันข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาหนึ่งๆ

การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการเรียน เรื่อง แบบรูป หมายถึง การจัด
กิจกรรมการเรียนการสอนที่กระตุ้นการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการเรียนเรื่องแบบรูป ซึ่งเป็น
แบบรูปเชิงเส้นที่มีผลต่างระหว่างพจน์เท่ากัน และเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ได้สร้างแบบ
รูปเชิงเส้นด้วยตนเอง รวมถึงได้ให้เหตุผลในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของแบบรูป และอธิบาย
ความสัมพันธ์ของพจน์ทั่วไปของแบบรูป โดยใช้แบบรูปจากสื่อของจริง แบบรูปของรูปภาพและ
แบบรูปของจำนวน ผ่านขั้นตอนการสอน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 การนำเสนอปัญหา ขั้นที่ 2 การ
วิเคราะห์ข้อมูลและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ ขั้นที่ 3 การเรียนรู้อย่างอิสระ ขั้นที่ 4 การสรุปและให้งาน

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดห้วยทราย มีการพัฒนาการเหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการเรียน เรื่อง แบบรูป
2. ได้กิจกรรมการเรียนการสอนที่พัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการเรียน เรื่อง แบบรูป สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนวัดห้วยทราย
3. เป็นแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการเรียน เรื่อง แบบรูป ในชั้นอื่นๆ
4. เป็นแนวทางสำหรับครูผู้สอน ได้นำไปปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น เช่น สถิติ หรือความน่าจะเป็น



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved