

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การตั้งปัญหาเพื่อส่งเสริมความสามารถการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนแม่เจดีย์วิทยาคม จังหวัดเชียงราย เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นกรอบและแนวทางในการดำเนินงาน ซึ่งได้ศึกษาในด้านต่างๆตามลำดับหัวข้อดังนี้

1. ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- 1.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 1.2 ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 1.3 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี
- 1.4 ประเภทของปัญหา

2. การตั้งปัญหา

- 2.1 ความหมายของการตั้งปัญหา
- 2.2 ความสำคัญของการตั้งปัญหา
- 2.3 การสร้างคำถาม
- 2.4 แนวทางสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การตั้งปัญหา

3. การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

- 3.1 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 3.2 ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 3.3 ลักษณะของนักแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี
- 3.4 บทบาทของครูในการเตรียมการสอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3.5 การส่งเสริมและการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

3.6 ปัจจัยที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.7 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนการสอน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

4. ความสัมพันธ์ระหว่างการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา

5. กรอบแนวคิดสำหรับการดำเนินการวิจัยโดยใช้การตั้งปัญหา

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 งานวิจัยในประเทศ

6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้ให้ความหมายของปัญหาในมุมมองที่แตกต่างกันออกไป ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ หรือจำนวน หรือคำอธิบายให้เหตุผล

2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้ และประสบการณ์หลายๆอย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

3. สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้

ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้เสนอแนวคิดว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่างๆที่จะถูกนำมาใช้ ซึ่งล้วนเป็นปัญหาที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

กระทรวงศึกษาธิการ (2551) ได้กล่าวว่า ปัญหาหมายถึงสถานการณ์ที่เผชิญอยู่และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นในทันที ถ้าสถานการณ์นั้นง่ายเกินไปจนรู้วิธีการหาคำตอบหรือรู้คำตอบทันที แล้วสถานการณ์นั้นก็ไม่ใช่ปัญหาอีกต่อไป อย่างไรก็ตามปัญหาสำหรับคนหนึ่งอาจไม่ใช่ปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้

แอนเดอร์สัน และ พิงกรี (Anderson & Pingry, 1973) ให้ความเห็นว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ผู้ตอบจะทำได้คือต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจ

เชินเฟลด์ (Schoenfeld, 1989) ให้แนวคิดที่ว่า ปัญหาเป็นภาระงาน (Task) ซึ่งมีลักษณะคือเป็นสิ่งที่นักเรียนให้ความสนใจและมุ่งที่จะหาข้อยุติ และเป็นสิ่งที่นักเรียนยังไม่มีวิธีที่แน่นอนที่จะได้ข้อยุติหรือหาคำตอบได้

ครูอิกแซงก์ และเชฟฟิลด์ (Cruikshank & Sheffield, 1992, อ้างใน ชัยยุทธ บุญธรรม, 2549) กล่าวว่า ปัญหาเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้งงงวย ปัญหาควรเป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที หรือรู้วิธีหาคำตอบโดยทันที ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น บางปัญหาอาจเกี่ยวกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ โดยที่ไม่เกี่ยวข้องกับจำนวนเลยก็ได้

จากความหมายของปัญหา สรุปได้ว่า ปัญหาคือ สถานการณ์ที่กำลังเผชิญอยู่ โดยอาจจะอยู่ในรูปของจำนวนหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ และไม่สามารถหาคำตอบหรืออธิบายได้ในทันที ต้องใช้ประสบการณ์ ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยในการหาแนวทางแก้ปัญหา และปัญหาของคนหนึ่งอาจจะไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกคนหนึ่งก็ได้

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาให้ความหมายหลากหลายมุมมอง ดังนี้

ปริชา เนาว์เย็นผล (2537) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหาคงต้องใช้ความรู้ ความคิดและประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

วนิช สุธารัตน์ (2547) ได้ให้ความหมายของการคิดแก้ปัญหาว่า เป็นวิธีการคิดแบบหนึ่งด้วยการนำความรู้ ทักษะจากประสบการณ์เก่า มาสร้างความสัมพันธ์กับสิ่งเร้าใหม่ อย่างมีระบบ มีขั้นตอน โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะสร้างกฎเกณฑ์ที่ถูกต้องสำหรับการจัดการกับสิ่งเร้าใหม่ เมื่อใดที่สามารถจัดการกับสิ่งเร้าใหม่ได้สำเร็จก็ถือว่าการแก้ปัญหาเกิดขึ้นแล้ว

กระทรวงศึกษาธิการ (2551) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอน / กระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

แอนเดอร์สัน (Anderson, 1974) อธิบายการแก้ปัญหาว่า เป็นความพยายามที่จะไปให้ถึงเป้าหมาย

เลสเตอร์ (Lester, 1977) ให้ความหมายว่า การแก้ปัญหาคือหัวใจของคณิตศาสตร์ทั้งหลาย ซึ่งการแก้ปัญหาก็จะมีความหมายได้หลายอย่าง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับบุคคลและกาลเวลา

โพลยา (Polya, 1980) ได้ให้แนวคิดว่าการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการในการหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่อยู่ภายนอกออกไปหาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อให้ได้ข้อลงเอย หรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

เลอแฟงคอยส์ (Lefrancois, 1988) ได้ให้ความหมายไว้ว่า การคิดแก้ปัญหาคือกระบวนการคิดแบบจัดลำดับขั้นสูง เป็นการนำเอาหลักเกณฑ์ที่ตัวเองทราบมาก่อน มาบูรณาการเพื่อสร้างกฎเกณฑ์ขึ้นใหม่ โดยที่จะต้องเรียนรู้กฎเกณฑ์เดิมก่อน อย่างไรก็ดี สามารถกล่าวได้ว่า ไม่มีกฎเกณฑ์ใดๆ ที่ผ่านมาแล้ว มีความเหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหานั้นอย่างครบถ้วนสมบูรณ์ทั้งหมด

กลายท์แมน (Gleitman, 1992) ได้อธิบายว่า ในเรื่องของปัญหาที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องใช้กระบวนการคิด ซึ่งเกิดขึ้นภายในสมองอย่างเป็นขั้นตอน ซึ่งจะต้องมีการจัดระบบขององค์ประกอบต่างๆ และสามารถแก้ปัญหาได้ในที่สุด

สโดโรว์ (Sdorow, 1993) ได้ให้ความเห็นเกี่ยวกับการคิดแก้ปัญหาว่า เป็นกระบวนการคิดแบบหนึ่ง ที่สามารถช่วยให้เราเอาชนะอุปสรรค เพื่อไปสู่เป้าหมายที่กำลังเผชิญอยู่ได้

กอนซาเลส (Gonzales, 1998) ได้เสนอแนวคิดว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการทางจิตใจที่ซับซ้อน อาทิเช่น ภูมิหลังของความรู้ (มโนคติ ข้อเท็จจริง โครงสร้าง) เป็นการเชื่อมโยงระหว่าง การสร้างการเชื่อมโยงทางความคิด การให้เหตุผล ความคิดในทางทฤษฎี การประเมินตนเอง ข้อคำถาม การวัดและประเมินผล และการใช้การนิรนัยภาพ

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) อธิบายว่า การแก้ปัญหาคือ การทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งการหาคำตอบของนักเรียน ต้องนำ

ความรู้ที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา เพื่อที่จะทำให้เกิดความรู้ใหม่ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงการหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนควรได้ฝึกฝน ได้แก้ปัญหที่ซับซ้อนและได้มีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญห่ออกมาด้วย

จากความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าเป็นการใช้กระบวนการคิดขั้นสูง มีความซับซ้อนและเป็นระเบียบขั้นตอน เป็นการนำเอาประสบการณ์และความรู้ที่ได้เรียนมาแล้ว เพื่อจัดการกับสิ่งเร้าใหม่ที่กำลังเผชิญอยู่ หรือเพื่อหาคำตอบ ไม่มีรูปแบบตายตัวสำหรับการแก้ปัญหาดิปัญหานึง

ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี

ปัญหาคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ในการสอนนักเรียน ควรมีลักษณะที่เหมาะสมสำหรับผู้เรียน เพื่อส่งเสริมกระบวนการคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังที่มีผู้กล่าวต่อไปนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้กล่าวถึงลักษณะปัญหาที่ดีควรมีลักษณะดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้อง สามารถเข้าใจง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน ช่วยกระตุ้นและพัฒนาความคิด ท้าทายความสามารถของนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้นๆ
5. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอ ที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน
8. ข้อมูลที่มีอยู่จะต้องทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถใช้การวาดภาพลายเส้น แผนภาพ ไคอะแกรม หรือ แผนภูมิช่วยในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) กล่าวว่า สิ่งที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหาที่จะนำมาให้นักเรียนคิดหาคำตอบ ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี มีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ท้าทายความสามารถของนักเรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป ถ้าง่ายเกินไป อาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปนักเรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ได้สำเร็จ

2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน สถานการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่นักเรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย

3. แปลกใหม่ ควรเป็นปัญหาที่ไม่ธรรมดา และนักเรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา นั้นมาก่อน

4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม ถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้นักเรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

สรุปได้ว่า ลักษณะของปัญหาที่นำมาจัดกิจกรรมการเรียนการสอนนั้น ควรมีความยากง่ายเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน เป็นสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับในชีวิตจริง ท้าทายต่อการคิด ใช้ภาษาที่เข้าใจได้ง่าย มีคำตอบหรือแนวทางการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี และเป็นสถานการณ์แปลกใหม่ มีความน่าสนใจ

ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน แบ่งประเภทของปัญหา ตามแนวคิดที่หลากหลาย ต่อไปนี้

คัทซ์ (Kutz, 1991) ได้แบ่งการแก้ปัญหาออกเป็นประเภทใหญ่ๆ 2 ประเภท ได้แก่

1. การแก้ปัญหาที่พบเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (Routine or word problem solving) ปัญหาที่พบเห็นกันโดยทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคยกับโครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญหา

2. การแก้ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (Non - routine problem solving) ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อนหรือปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย (Non - routine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาคือต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิด อย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่ท้าทาย และให้ความ

สนุกสนาน

โพลยา (Polya, 1985) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to find) เป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้และเงื่อนไข
2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงออกอย่างสมเหตุสมผลว่าข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐานหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) กล่าวถึงประเภทของปัญหาพอสรุปได้ดังนี้

1. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยการพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหาทำให้สามารถแบ่งปัญหาได้เป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ปัญหาให้ค้นพบ เป็นปัญหาที่ให้ค้นพบคำตอบ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปปริมาณ จำนวน หรือหาวิธีการ คำอธิบาย พร้อมให้เหตุผล

1.2 ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือเท็จ

2. การแบ่งประเภทของปัญหา โดยการพิจารณาจากผู้แก้ปัญหา และความซับซ้อนของปัญหา ทำให้สามารถแบ่งปัญหา ได้ 2 ประเภท คือ

2.1 ปัญหาธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้าง และวิธีการในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาไม่ธรรมดา เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามองต้องประมวลความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกัน เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ชาร์ล และเลสเตอร์ (Charles & Lester, 1982) ได้ระบุถึงลักษณะปัญหาทางคณิตศาสตร์จำแนกได้เป็น 6 ลักษณะ ดังนี้

1. ปัญหาเป็นแบบฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธีและการคำนวณเบื้องต้น

2. ปัญหาขั้นตอนเดียว เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาลำดับขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

3. ปัญหาที่ซับซ้อน คล้ายกับปัญหาขั้นตอนเดียว แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 ขั้นตอน หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

4. ปัญหาเกี่ยวกับกระบวนการ เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นขั้นตอนย่อยๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่างๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

5. ปัญหาเกี่ยวกับการประยุกต์ เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะ ความรู้ มโนคติและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวม และการแทนข้อมูล และต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ทักษะ กระบวนการ มโนคติและข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งจะทำให้นักเรียนเห็นประโยชน์และคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง

6. ปัญหาในรูปปริศนา เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่ม ไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ มีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาและเป็นปัญหาที่มองได้หลากหลายมุมมอง

จากการแบ่งประเภทของปัญหา ตามแนวคิดดังกล่าว สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ปัญหาที่คุ้นเคยมีโครงสร้างไม่ซับซ้อน และปัญหาที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ต้องอาศัยกระบวนการหลายขั้นตอนมาประมวลเข้าไว้ด้วยกันเพื่อหาคำตอบ

การตั้งปัญหา

ความหมายของการตั้งปัญหา

การตั้งปัญหา เป็นแนวทางสำคัญแนวทางหนึ่งสำหรับใช้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ดังที่นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้กล่าวไว้ ดังนี้

ดังก์เกอร์ (Dunker, 1945 อ้างใน Baruş, 2005) ให้ความเห็นว่า การตั้งปัญหาเป็นการทำให้เกิดปัญหาใหม่ หรือการปรับเปลี่ยนปัญหาเดิมที่มีอยู่

โพลยา (Polya, 1981) ได้อธิบายว่า แนวคิดของการตั้งปัญหาแบ่งเป็น 2 แนวทางที่แตกต่างกัน คือ แนวทางแรกการตั้งปัญหานั้นเป็นเครื่องมือสำหรับการหาคำตอบ ส่วนแนวทางที่สองคือการตั้งปัญหาเป็นการคิดปัญหาใหม่หลังจากที่ได้แก้ปัญหานั้นแล้ว

บราวน์ (Brown, 1981) ได้เสนอแนวคิดว่าการตั้งปัญหาเป็นการให้นักเรียนได้ใช้สูตรในการแก้ปัญหา ใช้ภาษา คำศัพท์ หลักไวยากรณ์ โครงสร้างประโยค ถ้อยคำหรืออธิบาย และการลำดับคำในประโยคและวลี ด้วยตัวเอง เพื่อนำมาสร้างสถานการณ์ปัญหา

ดิลลอน (Dillon, 1982) ได้อธิบายว่า การตั้งปัญหาเป็นผลของกระบวนการ ที่ได้จากปัญหาที่เราหาคำตอบ

เออบاخ (Auerbach, 1992 อ้างใน Ponder, 1995) ให้ความหมายว่า การตั้งปัญหาเป็นวิธีการสำหรับการสอนทักษะการคิดวิเคราะห์ และผู้เรียนจำเป็นต้องสร้างความมั่นใจให้กับตัวเอง เคารพในความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ของตัวเอง

มาโมนา - ดาวส์ (Mamona - Downs, 1993) อธิบายว่า การตั้งปัญหาเป็นผลมาจากกิจกรรมที่ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ได้นำมาซึ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์อื่นๆตามมามีด้วย

ซิลเวอร์ (Silver, 1994) ได้ให้ความหมายว่า การตั้งปัญหาเป็นการประดิษฐ์ปัญหาขึ้นมาใหม่จากสถานการณ์หรือประสบการณ์ หรือเกิดจากการปรับเปลี่ยนปัญหาเดิมที่ให้มีมา

พอนเดอร์ (Ponder, 1995) ได้อธิบายว่า การตั้งปัญหาเป็นเครื่องมือสำหรับพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ และทำให้การคิดวิเคราะห์นั้นมีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น เป็นการสอนโดยใช้กระบวนการตั้งคำถามแบบอุปนัย ที่สร้างบทสนทนาในชั้นเรียน นอกจากนี้ยังถือว่า การตั้งปัญหาเป็นหลักปรัชญา เป็นทางสำหรับการคิดและความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียน เป็นการสะท้อนถึงการวิเคราะห์เกี่ยวกับชีวิตของนักเรียนเอง

สโตยานอวา (Stoyanova, 1998) อธิบายว่าในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การตั้งปัญหาสามารถมองได้ว่าเป็นการสอนกิจกรรมที่ครูตั้งปัญหาอย่างมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหานั้น และยังสามารถมองได้ว่าเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ ที่นักเรียนตั้งปัญหาในรูปของคำตอบ ที่มีความแตกต่างของสถานการณ์ ได้แก่ สถานการณ์ในชีวิตจริง และปัญหาทางคณิตศาสตร์อื่นๆ หรือแม้แต่ตัวครูเอง

ดิกเกอร์สัน (Dickerson, 1999) แสดงแนวคิดว่าการตั้งปัญหาเป็นการให้นักเรียนเขียนปัญหาด้วยภาษาของตนเอง มีการใช้โครงสร้างประโยค และอธิบายด้วยตัวเอง

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ให้ความหมายว่าการตั้งปัญหาเป็นการสร้างปัญหาใหม่ขึ้นมาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ หรือจากประสบการณ์

คาร์ ออสดีเมียร์ ไอเป็ค และ อัลเบย์รัก (Kar, Özdemir, İpek, & Albayrak, 2010) ได้ให้มุมมองของความหมายการตั้งปัญหา ได้ 2 แนวทาง ดังนี้

1. การตั้งปัญหาเพื่อเปิดเผยสถานการณ์หรือประสบการณ์ เช่น นักคณิตศาสตร์ตั้งปัญหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เพื่อเป็นการขยายขอบเขตความรู้ของคณิตศาสตร์ โดยการแก้ปัญหานั้น ซึ่งอาจจะมองได้ว่าเป็นการตั้งปัญหาย่อยๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อหาแนวทางการแก้ปัญหาลึก ซึ่งพบในระหว่างการแก้ปัญห
2. การตั้งปัญหาที่อยู่บนฐานของการหาคำตอบ จากความหมายในด้านนี้อาจจะพิจารณาได้ว่าเป็นการส่งผ่านขึ้นการตั้งปัญหา

จากความหมายของการตั้งปัญหา สรุปได้ว่า การตั้งปัญหา เป็นการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ หรือปรับเปลี่ยนจากปัญหาสถานการณ์เดิมที่กำหนดให้ แล้วลงมือแก้ปัญหานั้น และเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ใช้ภาษาของตนเองในการเรียบเรียงคำพูดขึ้นมาใหม่ โดยอาศัยความเข้าใจและพื้นฐานความรู้เดิม ทำให้ปัญหาที่สร้างขึ้นมาขึ้นนั้นแตกต่างกันไปตามประสบการณ์ที่นักเรียนแต่ละคนได้รับมา

ความสำคัญของการตั้งปัญหา

การตั้งปัญหา ถือว่าเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญ

อีกแนวทางหนึ่ง เป็นประโยชน์ทั้งนักเรียนและครู ดังที่มีผู้กล่าวไว้ ต่อไปนี้

การตั้งปัญหาเป็นส่วนประกอบที่มีนัยสำคัญต่อหลักสูตรคณิตศาสตร์ และได้ถูกพิจารณาว่าเป็นหัวใจของการทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ การนำกิจกรรมการตั้งปัญหารวมเข้าไว้ในหลักสูตรสามารถส่งเสริมการคิดที่หลากหลายและยืดหยุ่น ส่งเสริมความสามารถทางการแก้ปัญห ทำให้ความเข้าใจและการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเปิดกว้างมากยิ่งขึ้น รวมถึงเป็นการเสริมสร้างความเข้าใจและรวบรวมแนวคิดพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น (Brown & Walter, 1993a; Kilpatrick, 1987) ดังนั้นนักเรียนควรได้รับโอกาสในการพัฒนาทักษะทางการตั้งปัญหา เนื่องจากการตั้งปัญหาถือว่าเป็นกิจกรรมหนึ่งที่สำคัญ เป็นหัวใจของการเรียนคณิตศาสตร์ (NCTM, 2000)

กิจกรรมการตั้งปัญหาในห้องเรียน ช่วยอธิบายว่าปัญหามีความเกี่ยวข้องกันอย่างไรและเกี่ยวข้องกับเป้าหมายของปัญหาอย่างไร ในอีกทางหนึ่งการตั้งปัญหาช่วยนำพาเด็กให้ก้าวพ้นออกจากกระบวนการหาคำตอบ กล่าวคือช่วยให้นักเรียนเข้าไปเกี่ยวข้องกับการตั้งคำถามโดยใช้แนวคิดที่เป็นจุดเริ่มต้นของปัญหาหรือช่วยให้นักเรียนพิจารณาว่า มีปัญหาอื่นที่เกิดจากการปรับเปลี่ยนหรือขยายองค์ประกอบของปัญหาเดิมอีกหรือไม่ การเรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเป็นการให้อำนาจแก่นักเรียนในการสำรวจสถานการณ์ปัญหา และทำให้นักเรียนใส่ใจกับการเรียนรู้แบบสืบสวน สอบสวน ตามความพึงพอใจของตัวนักเรียนเอง ซึ่งการเรียนรู้แบบนี้จะช่วยสร้างบริบทที่เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และช่วยให้นักเรียนสนุกกับการเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น นอกจากนี้การตั้งปัญหายังทำให้นักเรียนเกิดความอยากรู้ อยากเห็น ทำให้เกิดความคิดที่หลากหลายและยืดหยุ่น การตั้งปัญหาเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนรับผิดชอบในการเรียนรู้ของตนเอง ส่งเสริมความสามารถด้านการแก้ปัญหาและทำให้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น เป็นการสร้างแรงกระตุ้นด้านความพร้อมของตัวครูและนักเรียน ในเรื่องที่เขาใจผิดและอคติในการเรียนคณิตศาสตร์ ช่วยขจัดมุมมองที่ผิดพลาดเกี่ยวกับธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ (English, 1997) เนื่องจากการตั้งปัญหาช่วยลดความวิตกกังวลเกี่ยวกับการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นการช่วยพัฒนาทางด้านทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ลดความเข้าใจที่ผิดเกี่ยวกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์ และทำให้นักเรียนเชื่อมั่นในการเรียนรู้ของตัวเองมากยิ่งขึ้น (Brown & Walter, 1993b; English, 1997)

การตั้งปัญหานอกจากจะเป็นการฝึกฝนทักษะในด้านการคิดคำนวณแล้ว ยังเป็นการช่วยให้นักเรียนได้ฝึกทักษะด้านการเขียน การใช้ความสามารถด้านภาษา ให้โอกาสนักเรียนเพื่ออธิบายวิธีการแก้ปัญหา (Ponder, 1995) เป็นการให้นักเรียนเขียนปัญหาด้วยภาษาของตนเอง มีการใช้โครงสร้างประโยค และอธิบายด้วยตัวเอง เป็นการเพิ่มทางเลือกที่สามารถปฏิบัติได้จากการสอนการแก้ปัญหาแบบเดิม การตั้งปัญหาช่วยให้นักเรียนได้ใช้คณิตศาสตร์ในการทำให้เกิดความรู้สึกรู้สึกออกจากโลกของตัวเอง ด้วยการสร้างการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ ผ่านประสบการณ์จริงที่มีความหมาย การสอนด้วยการตั้งปัญหาเป็นวิธีการสอนที่มีประสิทธิภาพในการเพิ่มความสำเร็จด้านผลสัมฤทธิ์ของการแก้ปัญหา และการตั้งปัญหายังเป็นการนำเสนอยุทธวิธีการสอนที่ดีกว่า เพื่อให้เป็นไปตามเป้าหมายของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาในด้านการให้เหตุผล การสื่อสาร การเชื่อมโยงในวิชาคณิตศาสตร์ (Dickerson, 1999) และอาจกล่าวได้ว่าการตั้งปัญหาเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ของนักเรียน เนื่องจากกิจกรรมการตั้งปัญหาสามารถให้ข้อมูลเชิงลึกที่สำคัญ เกี่ยวกับความเข้าใจของเด็ก ในด้านกระบวนการและแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนกระบวนการรับรู้ เจตคติ การแก้ปัญหา และเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ทั่วไป (Brown & Walter, 1993b)

การตั้งปัญหาเป็นการส่งเสริมการคิดวิเคราะห์และกระบวนการคิด วิธีการสอนโดยใช้การตั้งปัญหามิได้เป็นการทำให้การประยุกต์ใช้และการฝึกหัดวิธีการอย่างเป็นลำดับขั้นตอนของครูง่ายขึ้น แต่เป็นการสร้างแรงจูงใจ เพื่อท้าทายให้นักเรียนสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่ และพัฒนาการคิดแบบยืดหยุ่น (KEŞA, KAYA & GÜVERCİN, 2010) ทำให้นักเรียนได้แสดงออกถึงความคิดสร้างสรรค์และสามารถทำให้นักเรียนเป็นอิสระจากการใช้หนังสือเรียนเป็นหลัก ในการจัดกิจกรรมชั้นเรียนคณิตศาสตร์ (Silver, 1994)

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า การตั้งปัญหาเป็นกิจกรรมที่มีความสำคัญกับการเรียนคณิตศาสตร์ ทั้งต่อนักเรียน ครูและหลักสูตร เป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้ความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา การตั้งปัญหา ช่วยให้นักเรียนลดความวิตกกังวลกับโจทย์ปัญหาจากหนังสือเรียน นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหามากยิ่งขึ้น เกิดความคิดยืดหยุ่น ความคิดสร้างสรรค์และส่งเสริมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ เป็นเครื่องมือในการวัดและประเมินผลการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ นอกจากนี้ยังช่วยให้นักเรียนมีทัศนคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ จึงส่งผลในเชิงบวกต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน

การสร้างคำถาม

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหานั้น สิ่งที่สำคัญคือการใช้คำถาม เพราะคำถามที่ดีสามารถยกระดับการเรียนรู้และการอภิปรายในชั้นเรียน ได้อย่างมีความหมาย คำถามที่ดีควรมีลักษณะช่วยให้นักเรียนได้สร้างความรู้ลึกเชิงจำนวน เป็นคำถามปลายเปิด ช่วยแก้ไขความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ผิด เป็นคำถามที่ไม่เพียงแต่ช่วยให้นักเรียนสามารถนำข้อความจริงหรือกระบวนการไปประยุกต์ใช้เท่านั้น แต่ควรสร้างความเชื่อมโยงด้านเนื้อหา และทำให้นักเรียนมองเห็นรูปทั่วไป (Generalization) ช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าถึงเนื้อหาได้ด้วยภาษาของตัวเอง และท้ายที่สุดคือ นำพาให้นักเรียนไปสู่ความอยากรู้อยากเห็นมากยิ่งขึ้น จนก่อให้เกิดการตั้งปัญหาใหม่ได้ด้วยตัวเอง (Schuster and Anderson, 2005)

ได้มีนักการศึกษาให้คำแนะนำแนวทางการสร้างคำถามของครูในชั้นเรียนคณิตศาสตร์หลายท่านที่สอดคล้องกัน ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้แนะนำการสร้างคำถาม ซึ่งเป็นทักษะสำคัญที่ช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน จำเป็นอย่างยิ่งในการฝึกการแก้ปัญหา ที่จะช่วยให้นักเรียนคิดอย่างหลากหลายและคิดอย่างมีเหตุผล ลักษณะคำถามที่ดีจะช่วยกระตุ้นความคิดของนักเรียน ตัวอย่างการสร้างคำถาม เช่น

สถานการณ์ที่ 1 “โสภาชอบสะสมตุ๊กตา วันหนึ่งเธอไปเห็นตุ๊กตาชาววัง ราคาตัวละ 200 บาท ถ้าโสภา มีเงิน 120 บาท ...”

คำถามที่เป็นไปได้

“โสภา มีเงินพอที่จะซื้อตุ๊กตาชาววังหรือไม่” และ

“โสภาจะต้องเก็บเงินอีกกี่บาท จึงจะซื้อตุ๊กตาชาววังได้”

สถานการณ์ที่ 2 “เด็ก 3 คน คือ ทวี ญานี และสุดา แบ่งขนมลูกกั๊กันโดยทวีหยิบไป หนึ่งในสี่ของขนมลูกกั๊กันทั้งหมด และญานีหยิบไปหนึ่งในสองของขนมลูกกั๊กัน ทั้งหมด ...”

คำถามที่เป็นไปได้

“ใครหยิบขนมลูกกั๊กันไปมากที่สุด”

“สุดาได้ขนมลูกกั๊กันไปเท่าไร” และ

“ทวีและญานีหยิบขนมลูกกั๊กันไปทั้งหมดเท่าไร”

แนวการสร้างคำถามดังกล่าว สอดคล้องกับแนวคิดในการสร้างคำถามของครูในชั้นเรียน คณิตศาสตร์ของ เบดแฮม (Badham, 1994 อ้างใน โกสุม กรีทอง, 2551) ซึ่งเสนอการจัดประเภทของคำถามได้ 4 ประเภท ดังนี้

1. คำถามเริ่มต้น (Starter questions) ช่วยในการดีกรอบความคิดของนักเรียนให้อยู่ในขอบเขตที่เราต้องการ และเป็นการให้จุดเริ่มต้น เพื่อที่นักเรียนจะได้รู้ว่าเขาควรจะเริ่มจากตรงไหน ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนจะจัดกลุ่มรูปเรขาคณิตเหล่านี้ได้อย่างไรดี นักเรียนจะหาวิธีแบ่งรูปที่กำหนดให้ออกเป็นสองส่วนที่เท่าๆกันได้อย่างไร รูปที่กำหนดให้ สามารถนำมาประกอบกันเป็นรูปอะไรบ้าง เป็นต้น

2. คำถามกระตุ้นความคิดทางคณิตศาสตร์ (Questions to stimulate mathematical thinking) คำถามประเภทนี้จะช่วยให้นักเรียนได้มุ่งความสนใจไปที่กลยุทธ์หรือกลวิธีใดวิธีหนึ่ง โดยเฉพาะ และช่วยให้นักเรียนได้สังเกตเห็นแบบรูป ความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการช่วยสร้างกรอบแนวคิด คำถามประเภทนี้สามารถมาใช้เป็นตัวช่วยเมื่อนักเรียนคิดไม่ออก ตัวอย่างคำถาม เช่น รูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ มีอะไรที่เหมือนกัน/ ต่างกัน นักเรียนสามารถนำรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ มาจัดกลุ่มได้หรือไม่ นักเรียนสังเกตเห็นแบบรูปหรือไม่ จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า... นักเรียนคิดว่ารูปต่อไปจะเป็นรูปอะไร ทำไม เป็นต้น

3. คำถามวัดและประเมินผล (Assessment questions) คำถามประเภทนี้จะให้นักเรียนได้อธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่เขากำลังทำอยู่ หรือถามว่าเขาได้คำตอบมาได้อย่างไร ทำให้ครูได้รู้ว่านักเรียนคิดอย่างไร นักเรียนเข้าใจอย่างไร และระดับความรู้ความเข้าใจของนักเรียนอยู่ในระดับใด คำถามวัดและประเมินผลนี้จึงเหมาะที่จะใช้เมื่อนักเรียนได้มีความคืบหน้าในการทำกิจกรรมไปแล้วระดับหนึ่ง อาจจะทำโจทย์ไปบ้างแล้ว มีการแสดงวิธีทำ หรือ ได้คำตอบแล้วอย่างน้อยหนึ่งคำตอบ ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้าง นักเรียนหาได้อย่างไร ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น อะไรที่ทำให้นักเรียนตัดสินใจทำอย่างนั้น เป็นต้น

4. คำถามอภิปรายสรุป (Final discussion questions) คำถามประเภทนี้ จะเป็นการระดมความคิดต่างๆ ของนักเรียนในชั้นเพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และเปรียบเทียบวิธีการคิดและคำตอบ การใช้คำถามอภิปรายสรุป ถือว่าเป็นขั้นตอนสำคัญในกระบวนการคิดคณิตศาสตร์ เป็นโอกาสที่นักเรียนจะได้แสดงความคิดแล้วได้เสียงตอบกลับจากคนอื่นๆ ที่คิดไว้นั้นเป็นอย่างไร อีกทั้งยังส่งเสริมให้นักเรียนได้ประเมินผลงานของตนเอง ตัวอย่างคำถาม เช่น ใครได้คำตอบเหมือนเพื่อนคนนี้บ้าง ใครได้คำตอบที่แตกต่างจากนี้บ้าง ทำไมจึงเป็นเช่นนั้น ทำไมจึงไม่เป็นเช่นนั้น นักเรียนได้นึกถึงวิธีการอื่นๆ บ้างหรือไม่ เป็นต้น

นอกจากนี้ แซนเดอร์ (Sander, 1966 อ้างใน โกสุม กริทอง, 2551) ยังได้เสนอแนวทางการตั้งคำถาม ตามระดับการคิดออกเป็นสองระดับ คือ การแปลความ (Translation) และการตีความ (Interpretation) ซึ่งได้คำถาม 7 ระดับ ดังนี้

ระดับที่ 1 ความรู้ความจำ ระดับนี้นักเรียนสามารถจดจำข้อมูล หรือบอกสิ่งที่จำได้ ตัวอย่างคำถาม เช่น สิ่งที่เราได้ทำไปแล้ว มีอะไรบ้างที่จะช่วยเราแก้ปัญหานี้ได้

ระดับที่ 2 การแปลความ ระดับนี้นักเรียนสามารถเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์หรือภาษา ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนเขียนได้อย่างไร สิ่งนี้นักเรียนค้นพบนั้น จะมีวิธีบันทึกอย่างไร เพื่อช่วยให้เห็นแบบรูปมากกว่านี้

ระดับที่ 3 การตีความ ระดับนี้นักเรียนค้นพบความสัมพันธ์ระหว่างข้อเท็จจริงต่างๆ รูปทั่วไป คำจำกัดความ ค่าต่างๆ ทักษะต่างๆ ตัวอย่างคำถาม เช่น มีอะไรบ้างที่เหมือนกัน มีอะไรบ้างที่แตกต่างกัน นักเรียนสามารถจัดกลุ่มสิ่งเหล่านี้ได้หรือไม่ นักเรียนสามารถมองเห็นแบบรูปหรือไม่

ระดับที่ 4 การนำไปใช้ระดับนี้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ใกล้เคียงกับสถานการณ์ในชีวิตประจำวัน ซึ่งจะเป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องจับประเด็นของปัญหาเองและเลือกวิธีที่จะใช้

จัดการกับปัญหา ตัวอย่างคำถาม เช่น แบบรูปนี้ช่วยนักเรียนในการหาคำตอบได้อย่างไร นักเรียนคิดว่ารูปต่อไปจะเป็นรูปอะไร ทำไมจึงคิดเช่นนั้น

ระดับที่ 5 การวิเคราะห์ ระดับนี้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้การคิดอย่างเป็นระบบ ตัวอย่างคำถาม เช่น นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้าง นักเรียนหาได้อย่างไร ทำไมนักเรียนจึงคิดเช่นนั้น อะไรที่ให้นักเรียนตัดสินใจทำเช่นนั้น

ระดับที่ 6 การสังเคราะห์ ระดับนี้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ต้องอาศัยความคิดริเริ่ม สร้างสรรค์ ตัวอย่างคำถาม เช่น ใครได้คำตอบที่แตกต่างไปจากนี้บ้าง ทุกคนได้คำตอบเหมือนกันหรือไม่ ทำไมจึงได้คำตอบเหมือนกัน ทำไมจึงไม่ได้คำตอบเหมือนกัน จะเกิดอะไรขึ้น ถ้า ...

ระดับที่ 7 การประเมินผล ระดับนี้นักเรียนสามารถตัดสินใจได้ว่าดีหรือไม่ดี ถูกหรือผิด ตามมาตรฐานที่ตนเองกำหนด ตัวอย่างคำถาม เช่น เราได้ค้นพบคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดหรือยัง เราจะทราบได้อย่างไร นักเรียนได้นึกถึงวิธีการอื่นในการหาคำตอบหรือไม่ นักเรียนคิดว่าเราได้คำตอบที่ดีที่สุดแล้วหรือยัง

จากแนวคำถามของแซนเดอร์และเบคแฮม เราพบว่ามีส่วนที่เหมือนกันและสนับสนุนซึ่งกันและกัน ตัวอย่างเช่น คำถามว่า “นักเรียนมองเห็นแบบรูปหรือไม่” เป็นคำถามที่กระตุ้นความคิดทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่เดียวกันก็เชื่อมโยงกับการตีความ คำถาม “นักเรียนได้ค้นพบอะไรบ้าง นักเรียนหาได้อย่างไร ทำไมจึงคิดเช่นนั้น” เป็นคำถามวัดและประเมินผล ซึ่งจะต้องอาศัยการวิเคราะห์ เป็นต้น

ในการตั้งคำถามของครูจะช่วยพัฒนาและสนับสนุนการคิดได้นั้น นอกจากจะมีแนวทางในการใช้คำถามดังข้างต้นแล้ว ควรมีการเลือกคำถามสำหรับทำกิจกรรมในชั้นเรียนให้เหมาะสม ซึ่งได้มีการแนะนำการใช้คำถามในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ โดยสรุป ดังนี้

สุนีย์ เงินยวง (2546) กล่าวว่า คำถามที่ครูควรนำมาใช้ในห้องเรียน ควรเป็นคำถามปลายเปิดเนื่องจากสามารถตรวจสอบได้ทั้งคำตอบและความเข้าใจของนักเรียนด้วย คำถามปลายเปิดคือ คำถามที่มีคำตอบเดียวแต่สามารถคิดได้หลายวิธี หรือเป็นคำถามที่มีหลายวิธีการคิด และหลายคำตอบก็ได้ โดยก่อนนำคำถามปลายเปิดไปใช้ ครูต้องคำนึงถึงสภาพห้องเรียน คณิตศาสตร์ของตนและลักษณะของนักเรียนด้วย ครูควรสร้างสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม และให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ หรือ นิยามที่มีอยู่หาความสัมพันธ์ หรือกฎก่อนลงมือแก้ปัญหา และควรตรวจสอบคำตอบด้วยทุกครั้ง จากนั้นเปรียบเทียบความคิดที่แตกต่างกันระหว่างนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ตัดสินใจเลือกวิธีการที่ดีและเหมาะสมกับตนเอง

คำถามปลายเปิดที่ดี ควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. คำถามปลายเปิดควรเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เพื่อแสดงให้เห็นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ เช่น “มีร้านขายสินค้าสองร้าน ขายสินค้าชนิดเดียวกันแต่ราคาต่างกัน นักเรียนจะตัดสินใจซื้อสินค้าที่ร้านใด เพราะเหตุใด (กำหนดรายการสินค้าให้)”

2. คำถามที่ใช้ควรเป็นคำถามที่สามารถทำให้นักเรียนตอบคำถามได้อย่างหลากหลายทั้งวิธีการคิดหรือคำตอบ เช่น “กำหนด เลขโดด 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9 ให้นักเรียนนำเลขดังกล่าวเติมลงในช่องว่างเพื่อให้ได้ผลรวมเป็น 999 แต่มีข้อแม้ว่าเลขแต่ละตัวใช้ได้เพียงครั้งเดียว” ($xxx + xxx + xxx = 999$)

3. คำถามนั้นต้องเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนได้ฝึกการสื่อสารและถ่ายทอดความคิดหรือวิธีการออกมาให้ครูได้ทราบเพื่อที่ครูจะได้วิเคราะห์หาสาเหตุเมื่อพบข้อบกพร่องหรือครูจะได้นำคำตอบของนักเรียนนั้นไปพัฒนาต่อไปตามความสามารถของนักเรียนที่มีอยู่ได้อย่างเต็มที่และเหมาะสมกับนักเรียนแต่ละคน เช่น อาจจะถามว่า “มุมมองในของสามเหลี่ยมด้านเท่ามีขนาดเป็น 90 องศาได้หรือไม่”

4. คำถามปลายเปิดจะต้องมีความชัดเจนในเรื่องของภาษาที่ใช้ใน โจทย์ เพื่อจะได้ทำให้เด็กได้ตอบคำถามได้ตรงกับสิ่งที่ครูต้องการ เช่น ครูเขียนโจทย์ว่า “ให้นักเรียนหาลักษณะร่วมของรูปที่กำหนดให้...”

5. คำถามปลายเปิดจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อความเข้าใจในเรื่องนั้นๆอย่างอิสระและเต็มความสามารถ ตามเวลาที่เหมาะสม ซึ่งครูจะพบว่าสิ่งที่นักเรียนสื่อออกมานั้นมีค่ามากกว่าคะแนนที่ครูให้นักเรียน แต่ครูผู้สอนเองต้องเปิดใจกว้างยอมรับสิ่งใหม่ๆที่กำลังจะเกิดขึ้นในตัวนักเรียน ครูก็จะได้แง่คิดใหม่ๆจากความคิดที่หลากหลายของนักเรียนเพื่อปรับปรุงตนเองต่อไป ครูจึงต้องสร้างเกณฑ์การให้คะแนนโดยไม่เน้นเพียงถูกหรือผิด แต่เน้นที่ความเข้าใจและเหตุผล

แนวทางสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยใช้การตั้งปัญหา

สำหรับแนวทางในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหานั้น ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน แนะนำในหลากหลายมุมมอง ดังต่อไปนี้

วินograd (Winograd, 1990) ได้ให้ความเห็นว่าเนื่องจากโดยธรรมชาติของการตั้งปัญหานั้น นักเรียนได้ลงมือเขียนและแบ่งปันปัญหาร่วมกัน เป็นการช่วยให้การเรียนนั้นเป็นไปอย่างสะดวกมากขึ้น และกระบวนการรับรู้ ทำความเข้าใจก็จะเปลี่ยนแปลงไปจากเดิม เนื่องจากเมื่อนักเรียนรับฟังปัญหาจากเพื่อนร่วมชั้น พวกเขาจะสามารถชี้แจงและปรับความเข้าใจแนวคิดของ

ตัวเอง ในการส่งเสริมความสามารถจากการแก้ปัญหาที่มีลักษณะเฉพาะ ไปสู่ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่างๆไปได้ (Cobb, Yackel, & Wood, 1992)

ดิกเกอร์สัน (Dickerson, 1999) ได้แสดงความเห็นว่า นักเรียนรู้สึกถึงความเท่าเทียมกันกับเพื่อนมากกว่ากับครู ดังนั้นเขาจึงชอบที่จะตั้งคำถาม เพื่อร่วมกันหาคำตอบภายในกลุ่มทำงานเล็กๆ มากกว่า

ชิน และ คายาลวิชิ (Chin & Kayalvizhi, 2002) ได้เสนอแนะว่า วิธีการหนึ่งที่จะทำให้ นักเรียนได้รับโอกาสในการตั้งปัญหา คือ การกระตุ้นให้เกิดการคิดระดับสูง เพื่อให้เขาได้มีการสืบสวน สอบสวน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในสถานการณ์แบบเปิด ซึ่งนักเรียนจะตั้งปัญหาจากการที่ได้สำรวจนั้น พร้อมทั้งออกแบบกระบวนการในการหาคำตอบด้วยตัวเอง

นอกจากนี้ การตั้งปัญหายังเป็นพื้นฐานสำคัญของโมเดลกระบวนการแก้ปัญหาทั้งสี่ขั้นตอนของโพลยา โดยโพลยา (Polya, 1957) ได้กล่าวว่านักแก้ปัญหาต้องมีความเข้าใจปัญหา วางแผนเพื่อแก้ปัญหา นำแผนการแก้ปัญหาไปใช้ และมีการตรวจสอบย้อนกลับการกระทำของตัวเอง ในขั้นการตรวจสอบย้อนกลับนี้เอง ที่มีความเกี่ยวข้องกับการตรวจสอบความถูกต้องและระบุวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุด ตลอดจนให้นักแก้ปัญหาคิดตั้งปัญหาหรือมีการคิดสูตรของปัญหาเดิม ซึ่งเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือเกี่ยวข้องกับปัญหาที่ได้แก้ก่อนหน้านี้

กอนซาเลส (Gonzales, 1998) ได้กล่าวแนะนำว่า ครูควรจะเน้นความสำคัญของการตั้งคำถามและให้นักเรียนได้ตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้อง หลังจากที่ได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาทั้งสี่ขั้นตอนของโพลยาแล้ว

จากแนวทางการใช้การตั้งปัญหาดำเนินกิจกรรมในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่มีผู้ให้คำแนะนำข้างต้น สรุปว่า ครูควรมีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มเล็กๆเพื่อให้นักเรียนได้สามารถปรึกษาหารือร่วมกัน ควรใช้ปัญหาปลายเปิด และนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามขั้นตอนของโพลยาทั้ง 4 ขั้นตอน จากนั้นจึงตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนด้วยการให้นักเรียนตั้งปัญหา

การแก้ปัญหา

กระบวนการแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหานักเรียนต้องใช้ความคิดซึ่งอาศัยกระบวนการทางสมอง ประสพการณ์ ความรู้ที่ได้ศึกษามา ความพยายาม และการหยั่งรู้ เพื่อตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหานั้น ได้มีผู้กล่าวถึงกระบวนการคิดแก้ปัญหา ดังนี้

อูษณีย์ โพธิ์สุข สุเมตตา คงสง จิรพงษ์ ข่ายเพชร สมยศ ชมพูแสง และอูษณีย์ บุรณะเชษฐกุล (2544) ได้กล่าวถึงลักษณะของกระบวนการคิดแก้ปัญหา มีดังนี้

1. การแก้ปัญหา ต้องเป็นการกระทำที่มีจุดมุ่งหมาย การกระทำที่ขาดจุดมุ่งหมาย ไม่นับว่าเป็นการแก้ปัญหา
2. การแก้ปัญหามีวิธีการหลายวิธี ผู้แก้ปัญหจะต้องเลือกวิธีการที่มีความเหมาะสมกับความต้องการและความสามารถของตน
3. วิธีแก้ปัญหแต่ละปัญหาอาจจะต้องใช้วิธีการที่แตกต่างกัน จะขึ้นอยู่กับความเหมาะสม ปัจจัย หรือบริบทที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้น
4. การแก้ปัญหจะต้องอาศัยความรู้แจ้งเห็นจริง คือ ในการแก้ปัญหแต่ละครั้งนั้นจะต้องศึกษาปัญหาให้เข้าใจถ่องแท้เสียก่อนจึงจะสามารถแก้ปัญหานั้นได้
5. การแก้ปัญหเป็นการสร้างสรรค์ คือ เมื่อแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จจะต้องได้ความรู้ใหม่ เกิดขึ้นและผู้แก้ต้องมีสติปัญญางอกงามขึ้นด้วย

6. ปัญหาที่นำมาแก้ต้องไม่เป็นกิจกรรมที่เกิดขึ้นอยู่เป็นประจำ เพราะกิจกรรมที่เกิดขึ้นเป็นประจำนั้นไม่ถือว่าเป็นปัญหา

7. กระบวนการที่ทำไปโดยไม่มีแบบแผน ไม่ถือว่าเป็นกระบวนการแก้ปัญหา

8. กิจกรรมที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคิดไม่ได้ ไม่ถือว่าเป็นกระบวนการแก้ปัญหา

9. กิจกรรมที่ทำไปเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหา ไม่ถือว่าเป็นกระบวนการแก้ปัญหา

10. การแก้ปัญห ย่อมประกอบด้วยการวิพากษ์ วิจักษ์ วิเคราะห์และสังเคราะห์

การแก้ปัญหเป็นกระบวนการที่ใช้เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ปัญหาของคนหนึ่งอาจจะไม่ใช่ปัญหาของคนหนึ่ง ในการแก้ปัญหจะต้องมีการวางแผน การรวบรวมข้อมูลต่างๆ การกำหนด

สารสนเทศที่ต้องการเพิ่มเติม มีการแสดงความคิดเห็น เสนอแนะแนวทางวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป กระบวนการแก้ปัญหาคือ เป็นที่เชื่อถือและยอมรับกันโดยทั่วไป คือ กระบวนการแก้ปัญหของโพลยา (George Polya ปี ค.ศ. 1887 - 1985) ซึ่งได้เขียนไว้ในหนังสือ How to solve it

โพลยา (Polya, 1957) กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้คือ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) ต้องเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร โจทย์กำหนดอะไรให้มา และเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหานั้นหรือไม่ สามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ ถ้ายังไม่ชัดเจนในโจทย์อาจใช้การวาดรูป และแยกแยะสถานการณ์หรือเงื่อนไขในโจทย์ออกเป็นส่วนๆ ซึ่งจะช่วยให้เข้าใจโจทย์ปัญหามากขึ้น

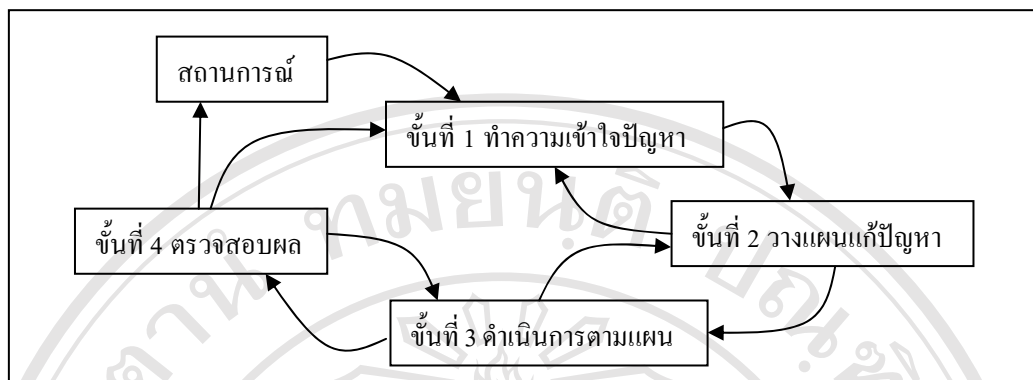
ขั้นที่ 2 การวางแผนการแก้ปัญห (Devising a plan) ผู้เรียนมองเห็นความสำคัญของข้อมูลต่างๆ ในโจทย์ปัญหาอย่างชัดเจนมากขึ้น เป็นขั้นที่ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ถาม กับข้อมูลหรือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ถ้าหากไม่สามารถหาความสัมพันธ์ได้ก็ควรอาศัยหลักการของการวางแผนการปัญหาดังนี้

1. โจทย์ปัญหาลักษณะนี้ เคยพบมาก่อนหรือไม่ มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ปัญหาที่เคยทำมาแล้วอย่างไร
2. เคยพบโจทย์ปัญหาลักษณะนี้เมื่อไร และใช้วิธีการใดในการแก้ปัญห
3. ถ้าอ่านโจทย์ปัญหาครั้งแรกแล้วไม่เข้าใจ ควรอ่านโจทย์ปัญหาอีกครั้ง แล้ววิเคราะห์ความแตกต่างของปัญหานี้กับปัญหาที่เคยทำมาก่อน

ขั้นที่ 3 การดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) ลงมือปฏิบัติการตามแผนที่วางไว้เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตร ที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจ ว่าผลลัพธ์ที่ได้ถูกต้องสมบูรณ์ โดยการพิจารณาและตรวจดูว่าผลลัพธ์ถูกต้องและมีเหตุผลน่าเชื่อถือหรือไม่ ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญห ซึ่งอาจจะใช้วิธีการอีกวิธีหนึ่งตรวจสอบเพื่อดูว่าผลลัพธ์ที่ได้ตรงกันหรือไม่ หรืออาจใช้การประมาณค่าของคำตอบอย่างคร่าวๆ

วิลสัน เฟอร์นันเดซและฮาदार (Wilson, Fernaldez & Hadawar, 1993) ได้เสนอแนะกรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหที่แสดงความเป็นพลวัตร มีลำดับไม่ตายตัว ซึ่งเป็นการพัฒนาแนวคิดมาจากกระบวนการแก้ปัญหของ โพลยาทั้ง 4 ขั้น ดังภาพ 1 ต่อไปนี้



ภาพ 1 กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัตตามแนวคิดของวิลสันและคณะ

จากภาพ 1 สามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้ เมื่อเผชิญสถานการณ์ที่เป็นปัญหา นักเรียนจะต้องเริ่มทำความเข้าใจกับปัญหาก่อน หลังจากนั้นวางแผนแก้ปัญหา พร้อมทั้งกำหนดยุทธวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหานั้น แล้วดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้จนกระทั่งสามารถหาคำตอบได้ สุดท้ายพิจารณาความถูกต้อง ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ และยุทธวิธีที่ใช้แก้ปัญหา สำหรับทิศทางของลูกศรนั้น เป็นการแสดงการพิจารณาหรือตัดสินใจที่จะเคลื่อนการกระทำจากขั้นตอนหนึ่งไปสู่อีกขั้นตอนหนึ่ง หรือพิจารณาย้อนกลับไปขั้นตอนก่อนหน้าเมื่อมีปัญหาหรือข้อสงสัย เช่น เมื่อนักเรียนทำการแก้ปัญหาในขั้นที่ 1 คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และคิดว่ามีความเข้าใจปัญหาดีแล้ว ก็เคลื่อนการกระทำไปสู่ขั้นวางแผนแก้ปัญหาหรือในขณะที่นักเรียนดำเนินการตามแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 3 แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ นักเรียนก็อาจย้อนกลับไปเริ่มวางแผนใหม่ในขั้นที่ 2 หรือทำความเข้าใจปัญหาใหม่ในขั้นที่ 1 ก็ได้

เนื่องจากกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของวิลสันและคณะเป็นการดำเนินการที่เกิดขึ้นได้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ดังนั้นนักเรียนจึงไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจปัญหาเสมอไป เรียกกระบวนการแก้ปัญหตามแนวคิดของวิลสันและคณะว่าเป็น *กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นพลวัต*

จากกระบวนการแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหานั้นต้องอาศัยทั้งกำลังความคิด ความอดทนและความพยายาม เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ ซึ่งกระบวนการแก้ปัญหานั้นมีลักษณะไม่ตายตัวและขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของนักเรียน เมื่อแก้ปัญหาแล้วควรก่อให้เกิดสติปัญญาที่งอกงามขึ้น ปัญหาที่นำมาใช้ ควรเป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยมาก่อน มีจุดมุ่งหมายที่แน่นอนในการแก้ปัญหาแต่ละครั้ง

ยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหา

เมื่อพบปัญหา แต่ละบุคคลต้องใช้ความคิดและพยายามเลือกยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหานั้นได้ นักแก้ปัญหาที่ดีจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันที ขณะที่เผชิญปัญหา ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ดังต่อไปนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2551) กล่าวถึงยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย ดังนี้

1. การหาแบบรูป
2. การเขียนแผนผัง หรือภาพประกอบ
3. การสร้างแบบรูป
4. การสร้างตาราง
5. การคาดเดา และการตรวจสอบ
6. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
7. การเขียนเป็นประโยคคณิตศาสตร์
8. การมองปัญหาย้อนกลับ
9. การระบุข้อมูลที่ต้องการ และข้อมูลที่กำหนดให้
10. การแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ หรือเปลี่ยนมุมมองปัญหานั้น

เคนเนดี และทิปส์ (Kennedy & Tipps, 1994 อ้างใน พนารัตน์ แซ่มชื่น, 2548) เสนอยุทธวิธีแก้ปัญหา ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความก้าวหน้าในการแก้ปัญหา ดังต่อไปนี้

1. กลวิธีค้นหาแบบรูป (Looking for pattern) เป็นกลวิธีที่ใช้กว้างขวางในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เด็กเล็กสามารถค้นหาและอธิบายแบบรูปของสิ่งต่างๆ ได้ เช่น แบบรูปของจำนวน ส่วนเด็กโต จะคิดพร้อมกับแบบรูปที่เป็นนามธรรม และใช้เหตุผลประกอบมากขึ้น
2. กลวิธีใช้แบบจำลอง (Use a model) ใช้สำหรับแก้โจทย์ปัญหาที่ปกติและไม่ปกติ นักเรียนควรจะได้รับการสนับสนุนให้ใช้กลวิธีนี้ อุปกรณ์ที่เหมือนจริงจะดีสำหรับเด็กเล็ก ในขณะที่ตัวอย่างด้านนามธรรมสามารถใช้ได้กับเด็กโตได้ดี การใช้แบบจำลองดีกว่าการวาดภาพสำหรับโจทย์ปัญหาบางปัญหา เนื่องจากผู้เรียนสามารถเคลื่อนย้ายได้

3. กลวิธีใช้ภาพหรือแผนภาพ (Use drawing or diagram) จะเป็นประโยชน์มากสำหรับเด็กเล็ก โดยให้เด็กได้เรียนรู้จากภาพเพื่อบันทึกข้อมูลเกี่ยวกับปัญหาในขณะที่เขามีความพร้อม การนำเสนอรูปภาพและแผนภาพ มักจะใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างส่วนต่างๆของปัญหา ตลอดจนกระบวนการสำหรับแก้โจทย์ปัญหา

4. กลวิธีปฏิบัติเพื่อออกจากปัญหา (Act it out) กลวิธีนี้มักถูกแก้ไขโจทย์ปัญหาโดยทันทีและไม่ค่อยประณีต กลวิธีนี้เหมาะสมอย่างยิ่งสำหรับเด็กบางคนที่มีความบกพร่องทางการเรียน และยังเป็นผลดีกับเด็กที่มีความพร้อมต่ำ

5. กลวิธีสร้างตารางและ/หรือกราฟ (Construct a table and/ or graph) กลวิธีนี้ช่วยให้นักเรียนสามารถรวบรวมข้อมูลที่มีอยู่อย่างกระจัดกระจายมาเป็นรูปแบบที่มีความซับซ้อนน้อยลงสามารถใช้ประโยชน์ได้ดีกว่า

6. กลวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and check) กลวิธีนี้ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาค้นหาสาเหตุในการตัดสินใจที่จะทำการเดา ไม่เดาโดยขาดการไตร่ตรองหรือเดาอย่างยุ่งเหยิง จนไม่สามารถยอมรับได้ เมื่อเดาครั้งแรก ควรตรวจสอบปัญหาว่าถูกต้องหรือเป็นไปตามความจริงหรือไม่ ถ้ายังเป็นไปไม่ได้ต้องเดาซ้ำอีกจนกว่าจะได้คำตอบที่ใกล้เคียงที่สุด

7. กลวิธีชี้แจงรายการที่เป็นไปได้ทั้งหมด (Account for possibilities) กลวิธีนี้เด็กมักจะใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบเสมอ หรืออาจจะนำมาเขียนเป็นรายการหรือตาราง เพื่อให้ง่ายต่อการแก้ไขโจทย์ปัญหามากขึ้น

8. กลวิธีทำปัญหให้ง่ายขึ้นหรือแยกโจทย์ปัญหาเป็นส่วนๆ (Simply or break into parts) ใช้กับโจทย์ปัญหาที่ยากหรือโจทย์ปัญหาที่มีตัวเลขหรือจำนวนที่มีความซับซ้อนมากๆ ทำให้โจทย์นั้นมีความซับซ้อนน้อยลง และดูง่ายขึ้น

9. กลวิธีทำย้อนกลับ (Work backward) กลวิธีนี้มีความพิเศษที่สุดเพราะเป็นกลวิธีที่เหมาะสมมากสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน จะช่วยให้เด็กได้พัฒนาทักษะความมีเหตุผลและเป็นสิ่งที่ท้าทายที่จะหาคำตอบของโจทย์ปัญหา

10. กลวิธีเปลี่ยนแปลงจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change your point of view) กลวิธีนี้อาจเรียก “Breaking out” เป็นกลวิธีที่ต้องการให้ผู้แก้ปัญหาคิดให้เป็นส่วนเล็กๆเพื่อประโยชน์สำหรับคิดแก้โจทย์

จากยุทธวิธีในการแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้น ทำให้ผู้เรียนได้มีแนวทางที่หลากหลายในการนำมาใช้หาคำตอบของปัญหา ซึ่งปัญหานั้นอาจจะสามารถใช้ได้กับหลายยุทธวิธี และจะเห็นได้ว่า

กลวิธีทำปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแยกโจทย์ปัญหาเป็นส่วนๆ เป็นหนึ่งในยุทธวิธีที่สำคัญในการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจจะเกิดการแก้ปัญหาและตั้งปัญหาย่อยๆ ขึ้นมาในระหว่างการแก้ปัญหาหลัก

ลักษณะของนักแก้ปัญหาที่ดี

ลักษณะของนักเรียน ถือว่าปัจจัยสำคัญอีกอย่างหนึ่งเพื่อให้กิจกรรมการเรียนการสอนการแก้ปัญหาประสบความสำเร็จ ดังที่มีนักการศึกษา กล่าวถึงลักษณะการเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดี ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้กล่าวถึงลักษณะของการเป็นนักแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี ดังนี้

1. มีความเข้าใจในความคิดรวบยอด
2. มีความสามารถในการเปรียบเทียบ แยกความแตกต่างหรือความคล้ายคลึงกัน
3. มีความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูล และวิธีการที่ถูกต้อง
4. สามารถประมาณค่าของคำตอบได้ใกล้เคียง
5. มองเห็นคุณค่าและความเกี่ยวข้องของข้อมูล
6. ยอมรับการเปลี่ยนแปลง และแก้ไขปรับปรุงให้ดีขึ้นเสมอ
7. สามารถเปลี่ยนวิธีการคิดได้อย่างรวดเร็ว
8. มีความมั่นใจในตัวเองสูง
9. มีความสัมพันธ์อันดีกับผู้อื่น
10. มีความสามารถทางสติปัญญาสูง

ยุพิน พิพิธกุล (2539) ได้กล่าวสรุปลักษณะ ของผู้แก้ปัญหาที่ดี ดังนี้

1. ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเนื้อหาวิชาอย่างถ่องแท้
2. ผู้เรียนจะต้องมีความเข้าใจข้อสรุปทั้งหลายอย่างถูกต้อง
3. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการอ่าน การตีความ การขยายความ
4. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการแปลข้อความ เป็นสัญลักษณ์ หรือ แผนภาพ
5. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการจัดข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์หารูปแบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

6. ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการจัดข้อมูล จัดลำดับขั้นตอน วิเคราะห์รูปแบบเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

จากลักษณะผู้แก้ปัญหาที่ดีดังกล่าว สามารถสรุปได้ว่า ผู้แก้ปัญหาที่ดีควรมีความสามารถทางสติปัญญาสูง มีความรู้ในเนื้อหาอย่างถูกต้อง ชัดเจน ก่อนลงมือแก้ปัญหา สามารถเลือกใช้ข้อมูลที่กำหนดให้เพื่อเชื่อมโยงกัน นำไปสู่การแก้ปัญหา เลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม ยอมรับการเปลี่ยนแปลง และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

บทบาทของครูในการเตรียมการสอนการแก้ปัญหา

บทบาทของครูในการเตรียมการสอนการแก้ปัญหา มีข้อที่ควรคำนึง ดังนี้ ก่อนการแก้ปัญหา ครูควรอธิบายให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการอ่าน โจทย์ปัญหา อ่านโจทย์อย่างระมัดระวัง คิดขณะที่อ่าน และให้ความสนใจกับคำหรือข้อความที่สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ควรกระตุ้นนักเรียนให้สนใจกับข้อมูลต่างๆ ในโจทย์ปัญหา สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ต้องการคำตอบหรือโจทย์ถามอะไร และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้สัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์ต้องการคำตอบอย่างไร แล้วให้นักเรียนอภิปรายถึงวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนตอบผิดครูควรให้กำลังใจและให้เวลานักเรียนคิด และสิ่งที่สำคัญอีกประการหนึ่งคือ ครูควรทดลองแก้โจทย์ปัญหานั้นก่อน เตรียมคำถาม และวิธีการที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการแก้โจทย์ปัญหานั้น ในระหว่างการแก้ปัญหา ครูควรสังเกตและถามนักเรียนว่า นักเรียนกำลังแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการใด หรือทำถึงขั้นตอนใด เช่น เขียนประโยคสัญลักษณ์ ใช้สมบัติการเท่ากันของการบวกในการแก้สมการ หรือแทนค่าตัวแปรเพื่อหาคำตอบ โดยครูควรตระหนักในจุดอ่อนของนักเรียนในการแก้ปัญหา ช่วยเสนอแนะวิธีแก้ปัญหาในกรณีที่นักเรียนมีปัญหา ทำไม่ได้ แล้วให้นักเรียนเสนอแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากวิธีที่ใช้ เสร็จแล้วจึงให้ตรวจทานงานที่ทำและตอบคำถามของโจทย์ปัญหา บทบาทของครูหลังการแก้ปัญหา ควรให้นักเรียนได้แสดงวิธีทำ อภิปรายคำตอบ บอกเหตุผล ตรวจสอบคำตอบ คิดย้อนกลับ ให้นักเรียนเชื่อมโยงโจทย์ปัญหานี้กับโจทย์ปัญหาต่างๆ ที่เคยพบในการเรียนเนื้อหา นี้ นักเรียนได้ใช้ความรู้อะไรบ้างในการแก้ปัญหานี้ แล้วให้นักเรียนลองเขียน โจทย์ปัญหาของเนื้อหา นี้ จากโจทย์ที่ง่ายไปสู่โจทย์ที่สลับซับซ้อน (Polya, 1957; Le Blanc, Proudfit, & Putl, 1980) หลังจากนั้นควรให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนอ่าน โจทย์ปัญหา แล้วถามคำถามว่า นักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหาเพียงใด โจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการให้หาอะไร ในกรณีที่

ทำงานเป็นกลุ่ม สมาชิกในกลุ่มอาจจะช่วยกันตั้งคำถามเพื่อให้เข้าใจมากขึ้น นอกจากนี้อาจจะเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นคำพูดของตนเอง

2. การวางแผนการแก้ปัญหา ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหา และถามว่าเคยเห็นโจทย์ลักษณะนี้มาก่อนหรือไม่ ถ้าเคยใช้วิธีการใด โดยให้บอกยุทธวิธีการแก้ปัญหานั้น

3. การดำเนินการตามแผน เมื่อนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหาแล้ว ควรได้รับการกระตุ้นจากครู ให้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ถ้าแผนที่วางไว้ใช้ไม่ได้ ควรกระตุ้นให้ใช้วิธีใหม่ และให้คำแนะนำในกรณีที่นักเรียนต้องการความช่วยเหลือ

4. การตรวจสอบผล/ คำตอบ ขั้นตอนนี้มีความสำคัญในการแก้ปัญหา เพราะเป็นการตรวจสอบความเข้าใจ ความเป็นเหตุเป็นผลของคำตอบที่ได้ครูอาจจะถามให้นักเรียนอธิบายวิธีการทำ และวิธีการต่างๆที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะมีหลายวิธี

สุวิทย์ มูลคำ (2547) ได้กล่าวว่า การส่งเสริมการแก้ปัญหา ผู้สอนเป็นผู้ที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งและควรเริ่มสอนการแก้ปัญหาดังแต่ระดับปฐมวัย โดยผู้สอนหรือผู้ที่เกี่ยวข้องกับเด็กควรจัดประสบการณ์ สถานการณ์และกิจกรรมที่เหมาะสมเอื้อต่อการเรียนรู้ ส่งเสริมให้เด็กคิดค้นด้วยตนเอง ลักษณะการจัดประสบการณ์ควรมีหลากหลายรูปแบบ เพื่อให้เกิดความสนุกสนานและได้ฝึกทักษะการแก้ปัญหาด้วยตนเองร่วมกับผู้อื่น

1. ผู้สอนที่ดีควรเป็นผู้ที่กระตุ้นให้เด็กมองเห็นปัญหา ขบคิด วิธีแก้ปัญหาในรูปแบบที่สร้างสรรค์ ไม่ใช่คำตอบเดียวตายตัวแล้วพอใจ

2. ทักษะคิดของผู้สอนเป็นสิ่งที่จำเป็นต้องมีลักษณะที่ชอบคิดสร้างสรรค์ และชอบการขบคิดปัญหา

3. เป็นคนที่มีการเตรียมปัญหาให้นักเรียนได้ฝึกฝนอยู่เป็นประจำ

4. เป็นคนที่รู้จักปรับปรุง เปลี่ยนแปลงตามสถานการณ์

5. เป็นผู้รู้จักความสามารถของผู้เรียน

6. เป็นผู้มีความเชื่อมั่นใจตนเอง มีความศรัทธาต่องานของตน

อาภา ถนัดช่วง (2534) กล่าวถึงบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหา ดังนี้

1. ควรสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ให้เด็กมีอิสระ กล้าคิด กล้าแสดงออก เพราะการคิดหรือกล้าแสดงออกเหล่านี้ จะช่วยให้ครูรู้จักนักเรียนดีขึ้น ทั้งในแง่ของสติปัญญาและอารมณ์ หรือปมทางจิตต่างๆ ซึ่งครูควรหาวิธีส่งเสริมและช่วยเหลือให้เหมาะสมต่อไป

2. การให้เด็กคิดและแก้ปัญหาได้อย่างฉลาดนั้น จะต้องอาศัยสิ่งเร้าหรือกระตุ้นที่ดีคือ มีการเสนอปัญหาหรือประเด็นให้คิดที่ท้าทาย น่าสนใจและเหมาะสมกับวัยของเด็ก

3. ครูอาจให้ความรู้ในรูปของข้อมูลเพื่อประกอบการพิจารณาหาทางเลือกได้ แต่ในขั้นตัดสินใจครูควรให้นักเรียนตัดสินใจด้วยตนเอง แม้การตัดสินใจนั้นจะผิดพลาด ครูก็ควรจะให้เด็กได้เรียนรู้ในความผิดพลาดเหล่านั้นด้วยตนเอง เพื่อที่จะให้เด็กได้รับผิดชอบตนเองและรู้จักควบคุมตนเองต่อไป

จากข้อความดังกล่าว สรุปว่า บทบาทของครูในการเตรียมการสอนการแก้ปัญหา คือ ควรจัดบรรยากาศการเรียนรู้ที่เหมาะสมแก่ผู้เรียน ให้ผู้เรียนรู้สึกเป็นอิสระ กล้าคิด กล้าแสดงความคิดเห็นที่แปลก แตกต่างออกไป จัดหาคำถามที่ท้าทายความคิด มีความแปลกใหม่ และใช้คำถามที่กระตุ้นความคิดของผู้เรียน ให้กำลังใจผู้เรียนเมื่อทำผิดพลาด ครูควรเป็นผู้ที่มีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ รู้จักยืดหยุ่น เปลี่ยนแปลงตามสถานการณ์ หาวิธีการส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนอย่างเหมาะสมกับศักยภาพ

การส่งเสริมและการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ได้มีผู้แนะนำแนวทางการสอนเพื่อให้การจัดการเรียนการสอนประสบความสำเร็จ ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) ได้เสนอวิธีการสอนของครู เพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา สรุปได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

1.1 ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกการอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอน ก่อนที่จะมุ่งไปที่วิธีทำเพื่อหาคำตอบ โดยอาจฝึกเป็นรายบุคคล หรือฝึกเป็นกลุ่ม อภิปรายร่วมกันถึงสาระสำคัญของโจทย์ปัญหาความเป็นไปได้ของคำตอบที่ต้องการ ความพอเพียง หรือความมากเกินไปของข้อมูลที่กำหนดให้

1.2 ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ เขียนแผนภาพ หรือสร้างแบบจำลอง เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆของปัญหา จะทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรมมากขึ้น สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

1.3 ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำเพื่อทำความเข้าใจ เช่น การนำปัญหาที่กำหนดข้อมูลให้เกินความจำเป็น หรือกำหนดข้อมูลให้ไม่เพียงพอมาให้นักเรียนฝึกวิเคราะห์ข้อมูลว่า ข้อมูลที่กำหนดให้ข้อมูลใดใช้ได้บ้าง หรือหาว่าข้อมูลที่กำหนดให้เพียงพอหรือไม่

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา

2.1 ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ โดยอาศัยข้อมูลต่างๆที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ หุตุใช้คำถามเมื่อนักเรียนมองเห็นแนวทางแก้ปัญหา

2.2 ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดังๆคือ สามารถบอกให้คนอื่นทราบของตนเอง คิดอะไร การคิดออกมามักจะอยู่ในรูปการบอก หรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอนการคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาก็เหมาะสม

2.3 ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอๆ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ในการแก้ปัญหานั้นๆ ควรเน้นว่าวิธีการแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางกว่า

2.4 ควรจัดหาปัญหาให้นักเรียนฝึกบ่อยๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ

2.5 ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา แต่ละข้อให้มากกว่า 1 วิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการคิด และจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

3.1 ควรฝึกให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผน ก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้นๆหรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล / คำตอบ

4.1 ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาก็ครูยกตัวอย่างมาให้

4.2 ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

4.3 ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

4.4 ควรให้นักเรียนฝึกหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยทำให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหาทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาวัยวิธีอื่นๆได้

บิทเทอร์ (Bitter, 1990) ได้เสนอวิธีการสอนของครูเพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาวัยคณิตศาสตร์ของนักเรียน ได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และไม่ยากหรือง่ายจนเกินไปมาสอนนักเรียน
2. ควรแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่มย่อยๆเพื่อให้ร่วมกันแก้ปัญหาเป็นการฝึกให้นักเรียนรู้จักการทำงานร่วมกัน
3. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า โจทย์กำหนดข้อมูลอะไรมาให้ ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญห และยังต้องการใช้ข้อมูลอื่นใดบ้าง ในการแก้ปัญหานั้นๆ
4. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า ปัญหาถามหาอะไร ถ้าไม่สามารถบอกได้ให้อ่านปัญหานั้นใหม่ และถ้าจำเป็นจริงๆให้ครูอธิบายความหมายของคำที่ใช้ในปัญหานั้นให้นักเรียนทราบ
5. ควรให้ฝึกการแก้ปัญหาลายๆรูปแบบ เพื่อไม่ให้รู้สึกเบื่อกับการแก้ปัญหานั้นๆจนเกินไป
6. ควรให้นักเรียนทำการแก้ปัญหาลายๆจนเคยชินว่าเป็นส่วนหนึ่งของกระบวนการเรียนการสอน
7. ควรส่งเสริมให้นักเรียนแก้ปัญหาลายๆข้อ โดยใช้วิธีการเดียวกัน เพื่อจะได้ฝึกทักษะ และส่งเสริมให้ใช้การแก้ปัญหาลายๆวิธีในข้อเดียวกัน เพื่อให้เห็นว่ายังมีวิธีการอื่นๆอีกที่จะใช้แก้ปัญหานั้นๆได้
8. ควรช่วยเหลือนักเรียนในการเลือกวิธีการแก้ปัญหานั้นๆที่เหมาะสมสำหรับรูปแบบเฉพาะข้อนั้นๆ

9. ควรให้นักเรียนพิจารณาว่า ปัญหาในข้อนี้คล้ายกับปัญหาที่เคยพบมาก่อนหรือไม่
10. ควรให้เวลากับนักเรียนในการลงมือแก้ปัญหา อภิปรายผลการแก้ปัญหาและวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา
11. ควรให้นักเรียนฝึกการคาดคะเนคำตอบและการทดสอบคำตอบที่ได้ เพื่อประหยัดเวลาในการแก้ปัญหา

สิริพร ทิพย์คง (2536) ได้กล่าวถึงหน้าที่ของครูในการส่งเสริมการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

1. ควรเลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจ และเป็นปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องเหล่านั้นมาใช้สอนนักเรียน
2. ควรทดสอบว่านักเรียนมีพื้นฐานความรู้เพียงพอหรือไม่ที่จะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ถ้ามีไม่เพียงพอ ครูต้องสอนเสริมหรือทบทวนในสิ่งที่เคยเรียนไปแล้ว
3. ควรให้อิสระแก่นักเรียนในการใช้ความคิดแก้ปัญหา
4. ควรให้แบบฝึกหัดที่มีข้อยาก ปานกลางและง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนทุกคนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา เป็นการเสริมสร้างกำลังใจให้กับนักเรียน
5. ควรทดสอบว่านักเรียนเข้าใจปัญหาในข้อนี้หรือไม่ โดยการถามว่าโจทย์ถามอะไร และโจทย์กำหนดอะไรมาให้
6. ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบ โดยการประมาณก่อนที่จะคิดคำนวณเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้อง
7. ควรช่วยนักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของปัญหา โดยการแนะนำให้วาดภาพ หรือเขียนแผนผัง ในกรณีที่ไม่สามารถคิดแก้ปัญหาได้
8. ควรช่วยนักเรียนในการคิดแก้ปัญหา เช่น ถามว่าเคยแก้ปัญหานี้หรือปัญหาที่มีลักษณะคล้ายข้อนี้มาก่อนหรือไม่ ลองแยกแยะปัญหาข้อนี้ออกเป็นปัญหาย่อยๆ
9. ควรให้นักเรียนคิดหาวิธีการอื่นๆเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาค้นข้อนี้รวมทั้งสนับสนุนให้ตอบวิธีการที่คิดและทำ ในการแก้ปัญหาค้นข้อนี้ๆ ตลอดจนให้ทบทวนวิธีการคิดแก้ปัญหาแต่ละขั้นตอน
10. ควรให้นักเรียนช่วยกันแก้ปัญหากลุ่มย่อยๆหรือให้นำปัญหามาเองเพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น

จากแนวทางการส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาข้างต้น สรุปได้ว่า ควรให้นักเรียนฝึกอ่านโจทย์ปัญหาอย่างละเอียดเพื่อทราบถึงสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ถามอย่างชัดเจน ปัญหาที่นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมควรเป็นปัญหาที่ท้าทาย ใกล้เคียงกับประสบการณ์จริง เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด วางแผน และลงมือแก้ปัญหา ด้วยตนเอง โดยมีครูเป็นผู้ชี้แนะด้วยคำถามที่กระตุ้นความคิดมากกว่าการบอกวิธีคิดให้นักเรียน ให้นักเรียนได้ตรวจสอบขั้นตอนการทำงานด้วยตนเอง และท้ายที่สุดคือเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้สร้างปัญหาด้วยตนเอง

องค์ประกอบที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ นอกจากการเตรียมตัวของผู้สอน ทั้งด้านเนื้อหาและกิจกรรมแล้ว ยังมีองค์ประกอบในหลายๆด้านที่ส่งผลให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆอีก ดังนัการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) กล่าวว่า องค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังต่อไปนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ทักษะการอ่าน และการฟังเป็นปัจจัยที่ส่งผลโดยตรงต่อการทำความเข้าใจปัญหา เนื่องจากปัญหามักส่วนใหญ่อยู่ในรูปของข้อความเป็นตัวอักษร นักเรียนจึงต้องอ่านและทำความเข้าใจ เพื่อแยกแยะให้ได้ว่าปัญหากำหนดอะไรให้บ้างและปัญหาต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงต้องอาศัยความรู้เกี่ยวกับ ศัพท์ นิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงต่างๆทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา รวมทั้งการรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา

2. ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดขึ้นจากการฝึกฝนบ่อยๆ ทำให้นักเรียนมีโอกาสได้พบปัญหาต่างๆหลายรูปแบบ ซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกันหรือแตกต่างกัน ทำให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเลือกยุทธวิธีต่างๆเพื่อนำไปใช้ได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผลการคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา ถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัดและการวางแผนแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วไม่สามารถคิดคำนวณได้ถูกต้อง การแก้ปัญหานี้ก็ถือว่าไม่ประสบผลสำเร็จ ดังนั้นนักเรียนจึงต้องรับการฝึกฝนความสามารถในการคิดคำนวณมาตั้งแต่ระดับประถมศึกษา ส่วนปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนจะต้องอาศัยทักษะพื้นฐานในการเขียนและการพูด

4. แรงขับ ในการแก้ปัญหา ผู้แก้ปัญหาก็ต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยต่างๆ เช่น เจตคติ ความสนใจ แรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่างๆ เหล่านี้จะต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนโดยผ่านทางกิจกรรมต่างๆ ในการเรียนการสอน

5. ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาก็ต้องไม่มียึดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย โดยการยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ เพื่อเป็นการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหาโดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะ และความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่ช่วยเชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ๆ

สุวิทย์ มูลคำ (2547) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาได้ มีดังนี้

1. ประสบการณ์ เช่น สิ่งแวดล้อมรอบๆ ตัว พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์วิธีการแก้ปัญหาที่คุ้นเคย ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่คุ้นเคย อายุ
2. จิตพิสัย เช่น ความสนใจ ความตั้งใจ ความอดทน ความกระตือรือร้น ความกลัว แต่นักเรียนก็รู้สึกว่าเป็นต้องทำ ความพยายาม
3. สติปัญญา เช่น ความสามารถทางการอ่าน ความสามารถในการให้เหตุผล ความจำ ความสามารถในการคิดคำนวณ ความสามารถในการวิเคราะห์ ความสามารถในการมองภาพ 3 มิติ

ฟูง (Foong, 2002) กล่าวถึงองค์ประกอบที่สัมพันธ์กันทั้ง 5 ด้านในการแก้ปัญหา ซึ่งได้กล่าวไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ของสิงคโปร์ ดังต่อไปนี้

1. แนวคิด (Concepts) เป็นพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ เรื่องจำนวน พีชคณิต เรขาคณิต และสถิติ
2. ทักษะ (Skills) นักเรียนสามารถใช้ทักษะต่างๆ เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา ได้แก่ ทักษะการประมาณค่า การคิดเลขในใจ ลำดับขั้นตอนที่แน่นอนซึ่งใช้ในการแก้ปัญหา และการสื่อสาร
3. กระบวนการ (Process) เป็นเรื่องสำคัญที่นักเรียนนำมาใช้ดำเนินการแก้ปัญหา ได้แก่ การให้เหตุผล แบบอุปนัยและนิรนัย การให้ผู้เรียนได้ค้นหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง
4. การรู้คิด (Metacognition) เกี่ยวกับความสามารถในด้านการกำกับความคิดของตนเอง และควบคุมการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

5. เจตคติ (Attitudes) เป็นปัจจัยที่สำคัญในการกระตุ้นให้ผู้เรียนต้องการแก้ปัญหา ได้แก่ การตระหนักในความสำคัญของการเรียน ความสนใจและความเชื่อมั่นในตนเอง

จากแนวคิดเกี่ยวกับองค์ประกอบที่ส่งเสริมการแก้ปัญหาของนักเรียน สรุปได้ว่า นักเรียนที่จะสามารถแก้ปัญหาได้ดี ควรมีองค์ประกอบด้านความสามารถในการอ่าน การคิดคำนวณ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และประสบการณ์ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้ นักเรียนต้องมีเจตคติที่ดีต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วย

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนการสอน เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระหลักที่จำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนในทุกระดับชั้น จำนวน 6 สาระ คือ

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระที่ 2 การวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

สาระที่ 6 ทักษะ/ กระบวนการทางคณิตศาสตร์

โดยสาระที่ 4 พีชคณิต ในช่วงชั้นที่ 2 ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ ดังนี้

มาตรฐาน ค 4.1 : เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 : ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

จากมาตรฐาน ค 4.2 สำหรับนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ชั้น ม.1 – ม.3 ได้กำหนดให้นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยมีผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ได้แก่ วิเคราะห์แบบรูปที่กำหนดให้และเขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปรได้ ระบุจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายโดยใช้สมบัติของการเท่ากันได้ เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่ายได้ แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายได้ และตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

ประกอบกับสาระที่ 6 ซึ่งเกี่ยวกับทักษะ / กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้กำหนด
มาตรฐานการเรียนรู้ ดังนี้

มาตรฐาน ค 6.1 : มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อ
ความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และ
เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ดังนั้น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหา เขียนสมการเชิง
เส้นตัวแปรเดียวและแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ พร้อมทั้งตระหนักใน
ความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ได้เสนอแนะแนวทางการจัดการ
เรียนการสอนเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สรุปได้ดังนี้

1. ให้นักเรียนศึกษาแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้นักเรียนสามารถสังเกตและเขียน
ความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้ โดยใช้ตัวแปร
2. ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ โดยใช้การแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนที่กำหนดให้
เพื่อให้นักเรียนทราบว่าสมการสามารถมีได้หลายคำตอบ มีได้คำตอบเดียว และไม่มีคำตอบ
3. ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการเท่ากันของ
จำนวนจริง และควรให้นักเรียนได้ฝึกตรวจสอบคำตอบทุกครั้ง
4. ให้นักเรียนฝึกการเขียนประโยคสัญลักษณ์จากประโยคภาษาที่กำหนดให้ และให้
นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาตามขั้นตอนการแก้ปัญหา 5 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์ปัญหา ประกอบด้วย

1.1 โจทย์ถามอะไร

1.2 โจทย์กำหนดอะไร

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปร

ขั้นที่ 3 เขียนสมการ

ขั้นที่ 4 แก้สมการ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบ

ความสัมพันธ์ระหว่างการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหา

ในทางคณิตศาสตร์ศึกษา การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด จึงอาจกล่าวได้ว่าการตั้งปัญหาเปรียบเสมือนเงาของการแก้ปัญห (Stoyanova, 1998) และจากการศึกษาของนักการศึกษาคณิตศาสตร์ ได้พบว่าการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหานั้น มีความสัมพันธ์กันดังนี้

1. เมื่อนักเรียนเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ มักเกี่ยวข้องกับการตั้งปัญหาย่อยๆ ที่สามารถช่วยให้เห็นแนวทางในการแก้ปัญหาลึก (Polya, 1957)
2. ลักษณะปัญหาที่นักเรียนตั้งเป็นตัวบ่งชี้ที่ดีว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาลึกได้มากน้อยเพียงใด (Kilpatrick, 1987)
3. การตั้งปัญหาสามารถเกิดขึ้นได้ก่อนการแก้ปัญหาระหว่างการแก้ปัญห และหลังการแก้ปัญห (Silver, 1993)
4. การตั้งปัญหา เกิดขึ้นไปพร้อมๆ กับการแก้ปัญห และถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์และธรรมชาติของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (Silver, 1994)
5. กล่าวว่าการตั้งปัญหาช่วยส่งเสริมความสามารถในด้านการแก้ปัญห และในขณะเดียวกันยังทำให้นักเรียนสามารถเกิดความคิดรอบคอบที่ถูกต้องเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วย (English, 1997)

การตั้งปัญหา แบ่งเป็น 2 ประเด็น ดังที่ซิลเวอร์ และไค (Silver & Cai, 1996) ได้เสนอแนวคิด ดังนี้ การตั้งปัญหาที่เป็นการสร้างปัญหาขึ้นมาใหม่จากสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และการตั้งปัญหาเป็นการปรับเปลี่ยนจากปัญหาเดิมที่มุ่งจะปิดบังโครงสร้างบางส่วนจากปัญหาที่ให้ ซึ่งจากประเด็นที่ 2 นี้เอง ที่เป็นหนึ่งในยุทธวิธีการแก้ปัญห ที่ผู้แก้ปัญหาย่อมจะตอบคำถามที่ใกล้เคียงเพื่อนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหาลึก

สรุปได้ว่า การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด เมื่อนักเรียนตั้งปัญหาคณิตศาสตร์ได้ เป็นการแสดงให้เห็นว่าเขาสามารถแก้ปัญหาลึกได้อย่างไรด้วย

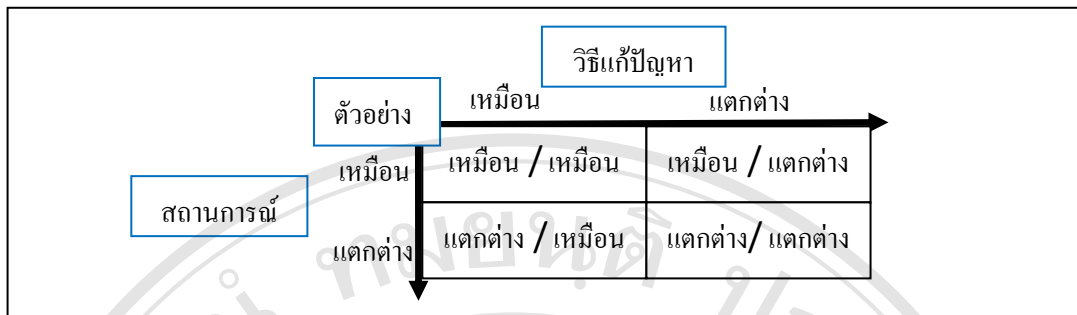
กรอบแนวคิดสำหรับการดำเนินการวิจัยโดยใช้การตั้งปัญหา

กรอบแนวคิดในการตั้งปัญหาของคริสตัวร์และคณะ (Christou et al., 2005) และ โคจิมา และ มิวา (Kojima & Miwa, 2008) สามารถอธิบายได้ ดังนี้

กิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาตามแนวคิดของคริสตัวร์และคณะ (Christou et al., 2005) พิจารณาลักษณะการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา จากประสบการณ์งานวิจัยในการสอนด้วยเทคนิควิธีการตั้งปัญหาของทีมวิจัยของเขาเอง ดังนี้

1. การเรียบเรียงข้อมูลเชิงปริมาณ (Editing quantitative information) เป็นการมอบหมายภาระงาน ให้นักเรียนตั้งปัญหาจากสถานการณ์ เรื่องราว หรือทางเลือกที่กำหนดให้ โดยไม่มีข้อกำหนด หรือข้อจำกัดใดๆทั้งสิ้น
2. การเลือกข้อมูลเชิงปริมาณ (Selecting quantitative information) เป็นการมอบหมายภาระงาน ให้นักเรียนตั้งปัญหา หรือคำถาม ที่เหมาะสม และสอดคล้องกับคำตอบที่กำหนดไว้
3. การถ่ายทอดข้อมูลเชิงปริมาณ (Translating quantitative information) เป็นการมอบหมายภาระงาน ให้นักเรียนตั้งปัญหา หรือคำถาม ที่เหมาะสม และสอดคล้องกับกราฟ ตารางข้อมูล หรือแผนผังที่กำหนดให้
4. การทำความเข้าใจข้อมูลเชิงปริมาณ (Comprehending quantitative information) เป็นการมอบหมายภาระงาน ให้นักเรียนตั้งปัญหาที่เหมาะสม และสอดคล้องกับสมการทางคณิตศาสตร์ หรือวิธีการคำนวณที่กำหนดให้ ซึ่งต้องอาศัยความเข้าใจในด้านกระบวนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทางด้านวิธีการเชิงเลขคณิตที่เน้นการคำนวณ

พิจาณาลักษณะการแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาของนักเรียน ตามแนวคิดของ โคจิมาและ มิวา (Kojima & Miwa, 2008) ซึ่งดูจากความเหมือน (Identical) และความแตกต่าง (Different) ของวิธีการแก้ปัญหาและสถานการณ์ของนักเรียน กับตัวอย่างของครูบนกระดาน แสดงดังภาพ 2 ต่อไปนี้



ภาพ 2 ลักษณะการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหาของนักเรียนตามแนวคิดของ โคจิมาและมิวา

จากภาพ 2 สามารถอธิบายความหมายของการตั้งปัญหาในแต่ละมิติ ดังนี้

มิติ เหมือน/เหมือน หรือ I/I สามารถพิจารณาได้ใน 2 ลักษณะที่แตกต่างกัน คือ

1. มิติ เหมือน/เหมือน (1) หรือ I/I (1) หมายถึง การตั้งปัญหาที่สถานการณ์และวิธีการแก้ปัญหา **เหมือนกับ** ตัวอย่าง

2. มิติ เหมือน/เหมือน (2) หรือ I/I (2) หมายถึง การตั้งปัญหาที่สถานการณ์และวิธีการแก้ปัญหา **เหมือนกับ** ตัวอย่าง **แต่มีบางตัวแปรที่ต่างกัน**

มิติ เหมือน /แตกต่าง หรือ I/D หมายถึง การตั้งปัญหาที่สถานการณ์ **เหมือนกับ** ตัวอย่าง แต่วิธีการแก้ปัญหา **แตกต่าง** จากตัวอย่าง

มิติ ต่างต่าง / เหมือน หรือ D/I หมายถึง การตั้งปัญหาที่สถานการณ์ **แตกต่าง** จาก

ตัวอย่าง แต่วิธีการแก้ปัญหา **เหมือนกับ** ตัวอย่าง

มิติ ต่างต่าง /แตกต่าง หรือ D/D หมายถึง การตั้งปัญหาที่สถานการณ์ และ วิธีการแก้ปัญหา **แตกต่าง** จากตัวอย่าง

จากความหมายของการตั้งปัญหาตามแนวคิด ของ โคจิมาและมิวา (Kojima & Miwa, 2008) สามารถแสดงให้เห็น ได้ชัดเจนมากขึ้น โดยพิจารณาตัวอย่างประกอบแนวคิดดังกล่าว ดังภาพ 3 ต่อไปนี้

ตัวอย่าง : ซื้อส้มราคาผลละ 60 เยน และ แอปเปิ้ลราคาผลละ 120 เยน เป็นเงินทั้งสิ้น 1,020 เยน ปรากฏว่าน้ำหนักผลไม้ทั้งสิ้นจำนวน 12 ผล จงหาว่าซื้อส้มและแอปเปิ้ลมาอย่างละกี่ผล

ตัวอย่าง	เหมือน	วิธีแก้ปัญหา	แตกต่าง
เหมือน	สถานการณ์การซื้อสินค้า	เหมือน/ เหมือน (1) ถิ่นซื้อลูกพลัมราคาผลละ 80 เยน และลูกพีชราคาผลละ 100 เยน รวมเป็นเงินทั้งสิ้น 720 เยน เมื่อนับจำนวนผลไม้ทั้งสองชนิดนี้ได้ทั้งหมด 8 ผล จงหาว่าถิ่นซื้อผลไม้แต่ละชนิดมาอย่างละกี่ผล	เหมือน/ แตกต่าง ถิ่นซื้อลูกพลัมมา 3 ผล ลูกพีช 4 ผล จ่ายเงินไปทั้งสิ้น 640 เยน เพื่อนถิ่นซื้อลูกพลัมมา 7 ผล ลูกพีช 3 ผล ในร้านเดียวกันนี้ ในราคา 860 เยน จงหาราคาของลูกพลัมและลูกพีช ต่อผล
		สถานการณ์	เหมือน/ เหมือน (2) ถิ่นซื้อกระดาษโน้ตมา 2 ขนาด คือ ขนาด 30 แผ่น และขนาด 40 แผ่น ถ้าวถิ่นซื้อกระดาษโน้ตทั้งสองขนาดรวมกันเป็น 5 ชิ้น และเมื่อนับจำนวนกระดาษรวมกันทั้งหมด ได้ 170 แผ่นพอดี จงหาว่าถิ่นซื้อกระดาษโน้ตแต่ละขนาดอย่างละกี่ชิ้น
แตกต่าง	สถานการณ์การเดินทางพาหนะ	แตกต่าง / เหมือน การเดินทางจากตำบล A ไปยังตำบล C เป็นระยะทางทั้งสิ้น 195 กิโลเมตรใช้เวลา 3 ชั่วโมง ถ้าวัดระยะทางกันหนึ่งเดินทางจากตำบล A ไปยังตำบล B ด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตร / ชั่วโมง และรถไฟคันหนึ่งเดินทางจากตำบล B ไปตำบล C ด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตร / ชั่วโมง จงหาว่ารถไฟโดยสารประจำทางและรถไฟคันนี้ ใช้เวลาเท่าใดในการเดินทาง	แตกต่าง / แตกต่าง ถิ่นเดินทางไปกับรถโดยสารคันหนึ่งใช้เวลา 3 ชั่วโมง จากนั้นเดินทางต่อด้วยรถไฟ 1 ชั่วโมง ได้ระยะทางทั้งสิ้น 230 กิโลเมตร เพื่อนของถิ่นใช้เวลา 1 ชั่วโมงในการเดินทางด้วยรถโดยสารคันดังกล่าว และต่อมาก็ได้เดินทางต่อด้วยรถไฟคันเดิมอีกเช่นกันเป็นเวลา 1 ชั่วโมง ได้ระยะทางทั้งสิ้น 260 กิโลเมตร จงหาอัตราเร็วในการเดินทางของรถโดยสารและรถไฟ

ภาพ 3 ตัวอย่างการตั้งปัญหาที่พิจารณาตามกรอบแนวคิดของ โคจิมะและมิว

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

งานวิจัยเกี่ยวกับการใช้กิจกรรมการตั้งปัญหาในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหามีดังนี้

สุริยส สุขแสง (2548) ได้ศึกษาวิจัยเกี่ยวกับ ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหและความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ โดยแบ่งเป็นกลุ่มนักเรียนทดลองคือ กลุ่มที่เรียนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหา และกลุ่มนักเรียนควบคุมคือ กลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลอง มีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ ร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สายสุณี สุทธิจักร (2551) ที่ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีต่อความสามารถในการแก้ปัญหและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคาย โดยใช้เนื้อหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และนักเรียนที่เรียน โดยการตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ

งานวิจัยต่างประเทศ

จากการค้นคว้างานวิจัยเกี่ยวกับการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาแบ่งเป็น 2 ด้าน คือ การวิจัยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการตั้งปัญหากับการแก้ปัญห และการวิจัยเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยใช้วิธีการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียน ดังนี้

ไคและหวัง (Cai & Hwang, 2002) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการทำให้เป็นรูปทั่วไปและการกำเนิดการคิดในการแก้ปัญหและการตั้งปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ของประเทศจีน และประเทศสหรัฐอเมริกา พบว่าการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กัน โดยนักเรียนในประเทศจีนมีการแสดงออกถึงความสัมพันธ์ในการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหที่ชัดเจนกว่านักเรียนในประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ไค และ หวัง (Cai and Hwang, 2003)

ได้ศึกษาความสัมพันธ์ของการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหานักเรียนเกรด 6 และเกรด 7 ในประเทศสหรัฐอเมริกา โดยให้นักเรียนตั้งปัญหาและแก้ปัญหาลักษณะปัญหาแบบรูปของรูปจตุรภาคที่กำหนดให้ พิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหามาจากจำนวนข้อที่นักเรียนตั้งปัญหาและวิธีการแก้ปัญห พบว่า การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กัน สอดคล้องกับผลการวิจัยของ คาร์และคณะ (Kar et al., 2010) ที่ได้ศึกษากับนักศึกษาคูราสาสมัคร จำนวน 76 คน ในเรื่องลำดับและอนุกรม พบว่า การแก้ปัญหและการตั้งปัญหามีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนี้ยังพบว่า จำนวนปัญหาที่นักเรียนตั้งเทียบเท่ากับความสำเร็จในการแก้ปัญหานักเรียนอีกด้วย และสอดคล้องกับผลการวิจัยของ ซิลเวอร์และไค (Silver and Cai, 1996) ได้ศึกษากับนักเรียนระดับมัธยมศึกษา จำนวน 509 คน โดยให้ปัญหา (Story Problem) แก่นักเรียนแล้วให้นักเรียนตั้งปัญหาโดยใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับเรื่องราวปัญหานั้น พบว่า การตั้งปัญหาและการแสดงออกทางด้านการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กันในระดับสูง โดยนักเรียนที่มีการแสดงออกทางด้านการแก้ปัญหาก็ดีกว่า มักจะตั้งปัญหาที่ซับซ้อนมากกว่านักเรียนที่มีการแสดงออกทางด้านการแก้ปัญหาน้อยกว่า และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของเอลเลตรอน (Ellerton, 1988) ได้ศึกษาเปรียบเทียบระหว่างนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง จำนวน 8 คน กับนักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ จำนวน 8 คน เพื่อให้นักเรียนตั้งปัญหาที่ค่อนข้างยาก แล้วนำไปแลกเปลี่ยนกับเพื่อนนักเรียนเพื่อแก้ปัญห พบว่านักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับสูง สามารถตั้งปัญหาที่มีความซับซ้อนมากกว่านักเรียนที่มีความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับต่ำ

ดิกเกอร์สัน (Dickerson, 1999) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการแก้ปัญหานักเรียนเกรด 7 พบว่า การสอนโดยใช้การตั้งปัญหาทำให้ผลสัมฤทธิ์ด้านการแก้ปัญหานักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ สอดคล้องกับผลการวิจัยของ สโตเวอร์ (Stover, 1982) ที่ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ให้นักเรียนปรับเปลี่ยนรูปแบบของปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนได้เพิ่มสูงขึ้น และยังสอดคล้องกับผลการวิจัยของ สโตยานโนวา (Stoyanova, 1998) ที่ได้ศึกษาถึงผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้สถานการณ์การตั้งปัญหากับนักเรียน ที่มีต่อการแสดงออกในด้านการแก้ปัญหและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหา มีการแสดงออกทางด้านการแก้ปัญหและการตั้งปัญหา มากกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การตั้งปัญหาเพียงอย่างเดียว

จากการศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและงานวิจัยต่างประเทศ ในด้านความสัมพันธ์ของการตั้งปัญหากับการแก้ปัญห พบว่า การตั้งปัญหาและการแก้ปัญหามีความเกี่ยวข้องกันอย่าง

ใกล้ชิด กล่าวคือ นักเรียนที่สามารถตั้งปัญหาและหาคำตอบที่ถูกต้องได้ ย่อมแสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างแท้จริง และจากการศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหา พบว่าการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาส่งผลให้นักเรียนมีการแสดงออกถึงความสามารถทางการแก้ปัญหาเพิ่มสูงขึ้น



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved