

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการวิจัยเพื่อศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหา ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนน่าน้อย จังหวัดน่าน จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5 อี ผู้วิจัยได้เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล โดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

1. ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถ

ในการแก้ปัญหา หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5 อี

2. ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนระหว่างดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5 อี

ตอนที่ 1 ความสามารถในการแก้ปัญหานักเรียนจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถ

ในการแก้ปัญหาลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5 อี

หลังจากดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5 อี ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบทดสอบการแก้ปัญหา จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 10 คะแนน ซึ่งเป็นโจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน การแจกแจงจำนวนและสิ่งของ ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว และการทดลองสุ่มและความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ จากการวิเคราะห์คะแนนจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา ปรากฏผล ดังตาราง 5

ตาราง 5 ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5 อี

ข้อที่	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ระดับคะแนน
1	1.76	0.435	ดี
2	1.67	0.479	ดี
3	1.67	0.479	ดี
4	1.64	0.489	ดี
5	1.30	0.770	พอใช้
รวม	1.61	0.530	ดี

จากตาราง 5 พบว่าความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหารายข้ออยู่ในระดับดี ยกเว้นข้อที่ 5 ที่นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหอยู่ในระดับพอใช้ แต่เมื่อพิจารณาคะแนนเฉลี่ยรวม พบว่านักเรียนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหอยู่ในระดับดี

จากการวิเคราะห์ยุทธวิธีที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหแต่ละข้อ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีลักษณะการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหในแต่ละข้อดังรายละเอียดต่อไปนี้

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1

โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวนดังนี้

“กระเป๋าสเงินใบหนึ่งมีจำนวนธนบัตรฉบับละยี่สิบบาทเป็นสามเท่าของจำนวนธนบัตรฉบับละห้าสิบบาท โดยธนบัตรทั้งสองชนิดนี้มีมูลค่ารวมกันเป็น 1,650 บาท จงหาจำนวนธนบัตรใบละยี่สิบบาทและธนบัตรใบละห้าสิบบาท”

จากการวิเคราะห์แบบทดสอบพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาข้อที่ 1 ดังรายละเอียดในตาราง 6

ตาราง 6 จำนวนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหข้อที่ 1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

ยุทธวิธีการแก้ปัญห	จำนวน
ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญห	
การสร้างตาราง กับ การคาดเดาและตรวจสอบ	12
การสร้างตาราง กับ การวาดภาพ/แผนภาพ	2
การสร้างตาราง กับ การเขียนสมการ	6
การวาดภาพ/แผนภาพ กับ การเขียนสมการ	5
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญห	
การสร้างตาราง	1
การวาดภาพ/แผนภาพ	3
การเขียนสมการ	4
รวม	33

จากตาราง 6 พบว่าในการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน นักเรียนจำนวน 25 คน ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนส่วนใหญ่ ใช้การสร้างตารางและการคาดเดาและตรวจสอบดังตัวอย่าง

สมการ 12/ลบ 20		สมการ 12/ลบ 10		รวม
จำนวนธนบัตร	จำนวนเงิน	จำนวนธนบัตร	จำนวนเงิน	
30	600	10	500	1,100
22	660	11	550	1,210
28	720	12	600	1,320
39	780	13	650	1,430
42	840	14	700	1,540
45	900	15	750	1,650

ภาพ 1 การสร้างตารางแก้ปัญหาข้อที่ 1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

นักเรียนแก้ปัญหาโดยกำหนดส่วนหัวตารางแทน จำนวนธนบัตรแต่ละชนิด จำนวนเงิน และจำนวนเงินรวม โดยเริ่มแรกกำหนดให้จำนวนธนบัตรใบละห้าสิบบาทมี 10 ใบ คิดเป็นเงิน 500 บาท จากโจทย์กำหนดให้จำนวนธนบัตรใบละยี่สิบบาทมีสามเท่าของธนบัตรใบละห้าสิบบาท เพราะฉะนั้นมีธนบัตรใบละยี่สิบบาท 30 ใบ คิดเป็นเงิน 600 บาท และผลรวมจำนวนเงินทั้งสองชนิดเป็น 1,100 บาท ซึ่งน้อยกว่าที่โจทย์กำหนดให้ จึงเพิ่มจำนวนธนบัตรใบละห้าสิบบาทมากขึ้น จนมีธนบัตรใบละห้าสิบบาท 15 ใบ มีคิดเป็นเงิน 750 บาท และธนบัตรใบละยี่สิบบาท 45 ใบ คิดเป็นเงิน 900 บาท และมีผลรวมจำนวนเงินธนบัตรทั้งสองชนิดเป็น 1,650 บาท ตรงตามโจทย์กำหนด

ภาพ 2 การเขียนสมการแก้ปัญหาคำ 1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

นักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้การเขียนสมการ กำหนดให้มีธนบัตรใบละห้าสิบบาท จำนวน x ใบ ธนบัตรใบละยี่สิบบาทมี $3x$ ใบ เขียนสมการตามเงื่อนไขจำนวนเงินที่โจทย์กำหนดเป็น $20(3x) + 50(x) = 1,650$ แก้สมการใช้สมบัติการเท่ากัน ได้ธนบัตรใบละห้าสิบบาท 15 ใบ ธนบัตรใบละยี่สิบบาท 45 ใบ และตรวจสอบคำตอบ ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

[illegible]

ภาพ 3 การวาดภาพ / แผนภาพแก้ปัญหาข้อ 1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน

นักเรียนแก้ปัญหาโดยการวาดภาพเริ่มจากการวาดภาพ แทนธนบัตรใบละ 50 บาท 1 ใบ และธนบัตรใบละ 20 บาท 5 ใบ พิจารณาจำนวนเงินรวมเป็น 150 จากนั้นเพิ่มจำนวนธนบัตร

แต่ละชนิด จนสุดท้ายมีธนบัตรใบละ 50 บาท 15 ใบ และธนบัตรใบละ 20 บาท 45 ใบ จำนวนเงินรวมเป็น 1,650 บาท ตรงตามโจทย์กำหนด

มีนักเรียน 8 คน ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญห ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถแก้ปัญหได้อย่างถูกต้อง

โจทย์ปัญหาข้อที่ 2

โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 เป็น โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเจนนับจำนวนและสิ่งของดังนี้

“พลอยมีเงิน 50 บาท นำไปซื้อขนม 13 บาท แม่ค้าทอนเงินให้เป็นเงินเหรียญทั้งหมดประกอบด้วย เหรียญบาท เหรียญห้าบาท เหรียญสิบบาท นับจำนวนเหรียญทั้งหมดได้ 20 เหรียญ อยากทราบว่า มีเหรียญแต่ละชนิดอย่างละกี่เหรียญ”

จากการวิเคราะห์แบบทดสอบพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาข้อที่ 2 ดังรายละเอียดในตาราง 7

ตาราง 7 จำนวนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหข้อที่ 2 การเจนนับจำนวนและสิ่งของ

ยุทธวิธีในการแก้ปัญห	จำนวน
ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญห	
การคาดเดาและตรวจสอบ กับ การวาดภาพ/แผนภาพ	6
การคาดเดาและตรวจสอบ กับ การแจงกรณีที่เป็นไปได้	13
การวาดภาพ/แผนภาพ กับ การแจงกรณีที่เป็นไปได้	5
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญห	
การแจงกรณีที่เป็นไปได้	9
รวม	33

จากตาราง 7 พบว่าในการแก้ปัญหเกี่ยวกับการเจนนับจำนวนและสิ่งของ นักเรียนจำนวน 24 คน ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญห โดยนักเรียนส่วนใหญ่ ใช้การแจงกรณีที่เป็นไปได้ การคาดเดา และตรวจสอบ ดังตัวอย่าง

มอบเงิน 50 บาท หรือเงิน 10 บาท หรือ 37 บาท			
เหรียญบาท เหรียญ 5 บาท เหรียญ 10 บาท ได้ 20 เหรียญ			
เหรียญบาท / มูลค่า	เหรียญ 5 / มูลค่า	เหรียญ 10 / มูลค่า	รวม
1 / 1	1 / 5	* 1 / 10	20 / 37
2 / 2	* 2 / 10	2 / 20	
3 / 3	3 / 15	3 / 30	
4 / 4	4 / 20	4 / 40	
5 / 5	5 / 25	5 / 50	
6 / 6	6 / 30		
7 / 7	7 / 35		
8 / 8	8 / 40		
9 / 9			
10 / 10			
11 / 11			
12 / 12			
13 / 13			
14 / 14			
15 / 15			
16 / 16			
* 17 / 17			

ภาพ 4 การแจกแจงที่เป็นไปได้แก้ปัญหาข้อ 2 การแจกนับจำนวนและสิ่งของ

นักเรียนเขียนจำนวนเหรียญ และมูลค่าของเหรียญแต่ละชนิด เหรียญบาท เหรียญห้าบาท เหรียญสิบบาท พิจารณาจำนวนเหรียญทั้งสามชนิดให้รวมกันเป็น 20 เหรียญและมีจำนวนเงินรวมเป็น 37 บาท

เหรียญ 1 บาท		เหรียญ 5 บาท		เหรียญ 10 บาท		รวมเหรียญ	
จำนวนเหรียญ อัน	เงิน บาท	จำนวน อัน	เงิน บาท	จำนวน อัน	เงิน บาท	จำนวน อัน	เงิน บาท
15	15	1	5	4	40	20	60
16	16	2	10	3	30	21	51
17	17	3	15	2	20	21	41
18	18	3	15	1	10	10	37

ภาพ 5 การคาดเดาและตรวจสอบแก้ปัญหาข้อ 2 การแจกนับจำนวนและสิ่งของ

นักเรียนคาดเดา โดยพิจารณาจำนวนเหรียญทั้งสามชนิดให้รวมกันเป็น 20 เหรียญ เหรียญบาท 15 เหรียญ เหรียญห้าบาท 1 เหรียญ เหรียญสิบบาท 4 เหรียญ แล้วหาจำนวนเงินรวมเป็น 60 ซึ่งจำนวนเงินมากกว่าที่โจทย์กำหนด จึงลดจำนวนเหรียญสิบบาท และเพิ่มจำนวนเหรียญบาทและ

นักเรียนทุกคนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



นักเรียนทุกคนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

นักเรียนทุกคนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

นักเรียนทุกคนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved

โจทย์ปัญหาข้อที่ 3

โจทย์ปัญหาข้อที่ 3 เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรดังนี้

“โรงงานเฟอนิเจอร์แห่งหนึ่งผลิตโต๊ะจำหน่ายสองชนิด คือ โต๊ะรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมี 4 ขา และโต๊ะรูปสามเหลี่ยม มี 3 ขา ในสัปดาห์ที่ผ่านมาโรงงานแห่งนี้ผลิตเก้าอี้ 40 ตัว ใช้ไม้ทำขา 143 ชิ้น จงหาว่าโรงงานแห่งนี้ผลิตเก้าอี้แต่ละชนิดจำนวนเท่าใด”

จากการวิเคราะห์แบบทดสอบพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาข้อที่ 3 ดังรายละเอียดในตาราง 8

ตาราง 8 จำนวนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาคำข้อที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

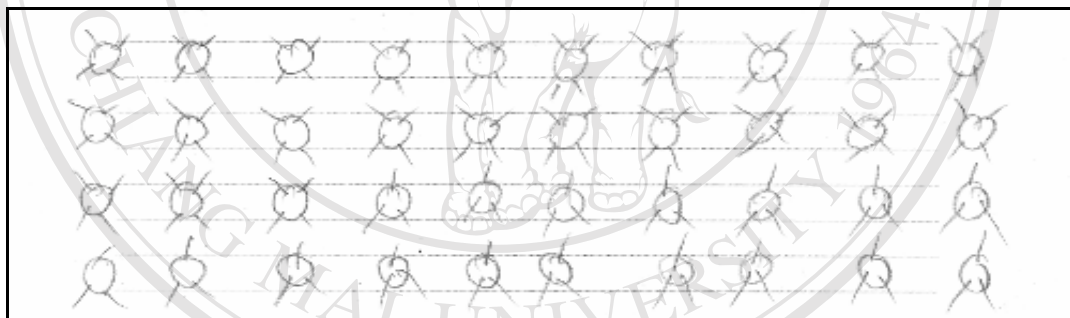
ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา	จำนวน
ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา	
การสร้างตาราง กับ การวาดภาพ/แผนภาพ	3
การคาดเดาและตรวจสอบ กับ การวาดภาพ/แผนภาพ	20
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหา	
การสร้างตาราง	5
การวาดภาพ/แผนภาพ	3
การเขียนสมการ	2
รวม	33

จากตาราง 8 พบว่าในการแก้ปัญหาคำข้อที่ 3 เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำนวน 23 คน ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนส่วนใหญ่ใช้การวาดภาพ การคาดเดาและตรวจสอบ ดังตัวอย่าง

โตะสี่เหลี่ยม		โตะสามเหลี่ยม		รวม	
โตะ สี่	ทโตะ ัน	โตะ สี่	ทโตะ ัน	รวมโตะ สี่	รวมท ัน
20	$20 \times 4 = 80$	20	$20 \times 3 = 60$	40	140
21	$21 \times 4 = 84$	19	$19 \times 3 = 57$	40	141
22	$22 \times 4 = 88$	18	$18 \times 3 = 54$	40	142
23	$23 \times 4 = 92$	17	$17 \times 3 = 51$	40	143

ภาพ 7 การคาดเดาและตรวจสอบ ในการแก้ปัญหาข้อที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

นักเรียนกำหนดให้มีโตะสี่เหลี่ยม 20 ตัว โตะสามเหลี่ยม 20 ตัว จำนวนขาโตะรวม 140 ขา ซึ่งยังไม่พอ จึงเพิ่มจำนวนโตะสี่เหลี่ยมและลดจำนวนโตะสามเหลี่ยม จนมีโตะสี่เหลี่ยมเป็น 23 ตัว โตะสามเหลี่ยม 17 ตัว มีขาโตะ 143 ขา ตรงกับที่โจทย์กำหนดให้



ภาพ 8 การวาดภาพ / แผนภาพ ในการแก้ปัญหาข้อที่ 3 ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

นักเรียนหาคำตอบโดยการวาดรูป $\bigcirc$ แทนโตะจำนวน 40 ตัว จากนั้นเติมขีด 3 ขีด $\bigcirc$ แทนโตะสามเหลี่ยม 40 ตัว ซึ่งมีจำนวนขาโตะ 120 ขา ซึ่งไม่ตรงตรงกับที่โจทย์กำหนดให้ เมื่อพิจารณาขาโตะขาดอีก $143 - 120 = 23$ ขา จากนั้นเติม 1 ขีดให้กับ $\bigcirc$ โตะ 23 ตัว จะได้ว่ามีโตะสี่เหลี่ยม 23 ตัว โตะสามเหลี่ยม 17 ตัว จำนวนขาโตะรวม 143 ขา ตรงตามที่โจทย์กำหนด ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

มีนักเรียน 10 คน ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหา โดยเลือกใช้ การเขียนตาราง 5 คน การวาดภาพ 3 คน และการเขียนสมการ 2 คน ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

โจทย์ปัญหาข้อที่ 4

โจทย์ปัญหาข้อที่ 4 เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็วดังนี้

“รถทัวร์บริษัทท่องเที่ยวแห่งหนึ่งเดินทางไปทะเล โดยขาไปพนักงานขับรถด้วยอัตราเร็ว 120 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และขากลับพนักงานขับรถด้วยอัตราเร็ว 150 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รวมระยะเวลาเดินทางทั้งไปและกลับรวมเป็น 9 ชั่วโมง จงหาว่าเขาใช้เวลาเดินทางไปและกลับอย่างละกี่ชั่วโมง และระยะทางจากจุดเริ่มต้นถึงทะเลเป็นกิโลเมตร”

จากการวิเคราะห์แบบทดสอบพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาข้อที่ 4 ดังรายละเอียดในตาราง 9

ตาราง 9 จำนวนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคำข้อที่ 4 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

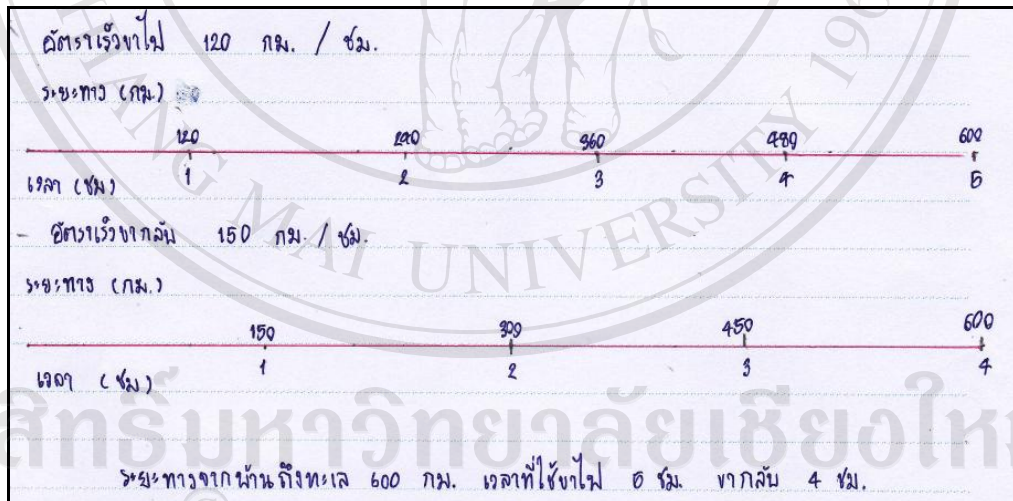
ยุทธวิธีการแก้ปัญหาคำ	จำนวน (คน)
ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคำ	
การสร้างตาราง กับ การวาดภาพ/แผนภาพ	18
การคาดเดาและตรวจสอบ กับ การวาดภาพ/แผนภาพ	3
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหาคำ	
การสร้างตาราง	9
การเขียนสมการ	3
รวม	33

จากตาราง 9 พบว่าในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว นักเรียนจำนวน 21 คน ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคำ โดยนักเรียนส่วนใหญ่ใช้การสร้างตาราง การวาดภาพ/แผนภาพ ดังตัวอย่าง

เวลา	120 กม./ชม.	150 กม./ชม.
1	120	150
2	240	300
3	360	450
4	480	600
5	600	750

ภาพ 9 การสร้างตารางแก้ปัญหาคือที่ 4 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

นักเรียนสร้างตารางโดยส่วนหัวของตารางแทนอัตราเร็วของรถทัวร์ขาไปและขากลับ และแนวนอนแทนระยะเวลา โดยนักเรียนเขียนระยะทางที่ได้ในเวลาต่าง ๆ แล้วพิจารณาที่ระยะทางขาไปและขากลับเท่ากัน และใช้เวลารวมเป็น 9 ชั่วโมง ซึ่งจะได้ระยะทางจากบ้านถึงทะเล 600 กิโลเมตร และใช้เวลาเดินทางไปและกลับเป็น 9 ชั่วโมง ตรงตามที่โจทย์กำหนด



ภาพ 10 การวาดแผนภาพ / แผนภาพ แก้ปัญหาคือที่ 4 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว

นักเรียนเขียนเส้นจำนวน และหาระยะทางต่อชั่วโมงจากการเดินทางขาไปและขากลับ แล้วพิจารณาที่ระยะทางขาไปและขากลับเท่ากัน ซึ่งจะได้ระยะทางจากบ้านถึงทะเล 600 กิโลเมตร และใช้เวลาเดินทางไปและกลับเป็น 9 ชั่วโมง ตรงตามที่โจทย์กำหนด

มีนักเรียน 12 คน ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหาคือ โดยเลือกใช้ การเขียนตาราง 9 คน การเขียนสมการ 3 คน ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

โจทย์ปัญหาข้อที่ 5

โจทย์ปัญหาข้อที่ 5 เป็นโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่มและความน่าจะเป็น ดังนี้

“จงหาจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดที่อาจเกิดขึ้นจากการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 4 ครั้ง และความน่าจะเป็นที่ผลรวมแต้มหน้าที่หงายของลูกเต๋าคี่ขึ้นทั้ง 4 ครั้งมีผลรวมเป็น 4”

จากการวิเคราะห์แบบทดสอบพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ยุทธวิธีในการแก้โจทย์ปัญหาข้อที่ 5 ดังรายละเอียดในตาราง 10

ตาราง 10 จำนวนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคือ 5 การทดลองสุ่มและความน่าจะเป็น

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคือ 5	จำนวน (คน)
ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคือ 5	
การแจกแจงที่เป็นไปได้ กับ การแบ่งปัญหาย่อย	19
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหาคือ 5	
การแบ่งปัญหาย่อย	7
ไม่ทำ	7
รวม	33

จากตาราง 10 พบว่าในการแก้ปัญหาคือ 5 การแจกแจงที่เป็นไปได้ นักเรียนจำนวน 19 คน ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคือ 5 โดยนักเรียนส่วนใหญ่ ใช้การแบ่งปัญหาย่อย การแจกแจงที่เป็นไปได้ ดังตัวอย่าง

โยน ครี 1	เกิด	1, 2, 3, 4, 5, 6	มี 6 วิธี
โยน ครี 2	เกิด	(1,1), (1,2), (1,3) ... (6,6)	มี 36 วิธี
โยน ครี 3	เกิด	(1,1,1), (1,1,2), (1,1,3) ... (6,6,6)	มี 216 วิธี
โยน ครี 4	เกิด	(1,1,1,1), (1,1,1,2), (1,1,1,3) ... (6,6,6,6)	มี 1296 วิธี
จากโจทย์	ผลลัพธ์ ที่เกิดขึ้น ไม่ได้ที่ นวด	จากผลโยน ลูกเต๋า 4 ครั้ง	มี 4 ครั้ง
โยน ครี 4	เกิด	แต่ ผลลัพธ์ ที่สนใจ คือ ผลรวม ของแต้ม ลูกเต๋า เป็น 4	มี 1 วิธี
คือ (1,1,1,1)	จำนวน	1 เหตุการณ์	
ดังนั้น	ความน่าจะเป็น	โยน ครี 4	$\frac{1}{1296}$

ภาพ 11 การแบ่งปัญหาย่อยแก้ปัญหาคือ 5 การทดลองสุ่มและความน่าจะเป็น

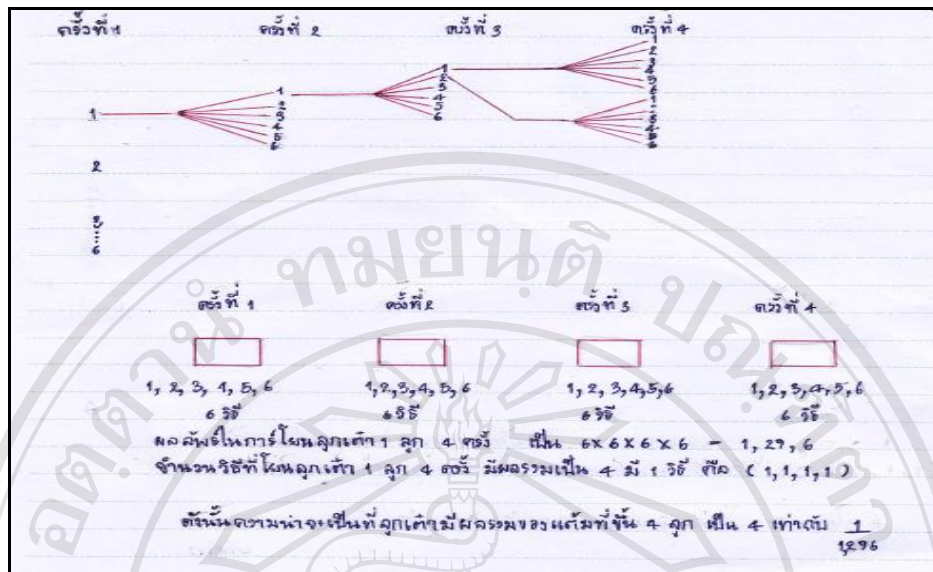
นักเรียนแก้ปัญหาย่อยโดยใช้การแยกกรณีย่อย โดยพิจารณาการโยนลูกเต๋าค้างแต่ละครั้ง ดังนี้

ในโยนลูกเต๋า 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้ทั้งหมด คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6 มี 6 วิธี

ถ้าโยนลูกเต๋า 2 ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้ทั้งหมด คือ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4),..., (6,6) มี 36 วิธี

ถ้าโยนลูกเต๋า 3 ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้ทั้งหมด คือ (1,1,1), (1,1,2), (1,1,3), (1,1,4),..., (6,6,6) มี 216 วิธี

จากการสังเกตผลลัพธ์การโยนลูกเต๋าค้างจะเพิ่มเป็น 6 เท่าของการโยนครั้งที่แล้วเสมอ ดังนั้นในการโยนลูกเต๋า 4 ครั้ง จะมีจำนวนผลลัพธ์เป็น 1,296 วิธี และจำนวนวิธีที่ผลรวมของแต้มลูกเต๋าค้าง 4 ครั้ง เป็น 4 มี 1 วิธี คือ (1,1,1,1) ดังนั้นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์โยนลูกเต๋า 4 ครั้งแล้วผลรวมของแต้มเป็น 4 เป็น $\frac{1}{1,296}$



ภาพ 12 การแจกแจงที่เป็นไปได้แก้ปัญหาคือ 5 การทดลองสุ่มและความน่าจะเป็น

มีนักเรียน 7 คน ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหาคือ โดยเลือกใช้การแบ่งปัญหาย่อย ซึ่งนักเรียนกลุ่มนี้หาคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียน 7 คน ไม่แสดงวิธีการแก้ปัญหามาจากการสอบถามพบว่านักเรียนทำข้อสอบไม่ทันเวลา

จากตัวอย่างการแสดงยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาแบบทดสอบ นักเรียนแก้ปัญหามาโดยใช้วิธีการที่หลากหลาย และแก้ปัญหามาได้อย่างถูกต้อง

ตอนที่ 2 ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนระหว่างดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5อี

การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนระหว่างดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5อี ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากการสังเกตพฤติกรรมกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนระหว่างทำกิจกรรม การบันทึกหลังสอนของครู และการทำแบบฝึกหัดของนักเรียน

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5อี ในครั้งนี้ผู้วิจัยได้จัดให้มีกิจกรรมการเรียนรู้การสอนตามแผนการจัดการเรียนรู้รวมทั้งสิ้นจำนวน 6 แผน โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม แบบละความสามารถ โดยพิจารณาจากผลการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ปีการศึกษาที่ผ่านมา กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นสร้างความสนใจ ขั้นสำรวจและค้นคว้า ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป ขั้นขยายความรู้ และขั้นประเมิน ปรากฏผลการวิจัย ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ในแผนนี้ยังไม่มีกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5อี ในคาบแรก เป็นการแนะนำกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5อีและปัญหาคณิตศาสตร์ หลังจากผู้วิจัยเล่าเหตุการณ์รถเสียดกลางป่า ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงสถานการณ์ เพื่อสร้างความตระหนักถึงความสำคัญของการแก้ปัญหา หลังจากนั้นผู้วิจัยกำหนดสถานการณ์คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ สิ่งที่โจทย์ให้หาคำตอบในกิจกรรมที่ 1 ดังนี้

“ลิซซี่ได้รับเงินค่าขนมจากแม่ เขาใช้เงินครึ่งหนึ่งซื้อหนังสือนิทาน ใช้เงินซื้อขนม 35 บาทที่เหลือ 15 บาท นำไปใส่กระปุกออมสิน จงหาว่าแม่ให้เงินค่าขนมลิซซี่กี่บาท”

นักเรียนทำกิจกรรม 1 ดังภาพ 13

1) สิ่งที่โจทย์กำหนดให้มีอะไรบ้าง แม่ให้ค่าขนม, ลิซซี่ ใช้เงินครึ่งหนึ่ง ซื้อหนังสือนิทาน, ใช้เงินซื้อขนม 35 บาท ที่เหลือ 15 บาท
2) สิ่งที่โจทย์ให้หาคำตอบ แม่ให้เงินค่าขนมลิซซี่ เท่าไร

ภาพ 13 การระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ในกิจกรรมที่ 1

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ให้หาคำตอบ เป็นภาษาของตนเอง นักเรียนบางส่วนเขียนตามที่โจทย์กำหนด และบางข้อนักเรียนใช้การวาดภาพประกอบสิ่งที่โจทย์กำหนด เช่น

“สี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวของด้านยาวเป็นห้าเท่าของด้านกว้าง ถ้าเส้นรอบรูป เป็น 60 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า” ดังภาพ 14



ภาพ 14 การวาดภาพระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด ในกิจกรรมที่ 1

จากภาพ 14 นักเรียนวาดภาพสี่เหลี่ยมผืนผ้าแล้วทดลองหาความยาวด้านของสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ความยาวของสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นห้าเท่าของด้านกว้าง กำหนดให้ความกว้าง 5 หน่วย ความยาวเป็น 25 หน่วย เส้นรอบรูปเป็น 60 หน่วย ตรงตามที่โจทย์กำหนด

จากการสอบถามนักเรียนและการตรวจใบกิจกรรมที่ 1 พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ให้หาคำตอบได้ถูกต้อง แต่มีนักเรียนบางส่วนเขียนสิ่งที่กำหนดให้ไม่ครบและเขียนข้อมูลที่ไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยได้ให้นักเรียนนำเสนอหน้าชั้นเรียน และอภิปรายข้อมูลที่ไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เกินไม่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

แผนนี้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับจำนวน ใช้เวลา 2 คาบ โดยมีรายละเอียดของการจัดการเรียนรู้ ในแต่ละขั้นดังนี้

1. **ขั้นสร้างความสนใจ** ผู้วิจัยนำเข้าสู่บทเรียน โดยผู้วิจัยให้นักเรียนเล่นเกมทายจำนวนลูกอมในกล่อง หลังจากที่ครูนำเสนอสถานการณ์จำนวนลูกอมในกล่อง นักเรียนมีส่วนร่วมโดยพยายามทายจำนวนลูกอมหลายครั้งแต่ไม่ถูกต้อง นักเรียนจึงเขียนข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ บางกลุ่มใช้การวาดภาพประกอบ บางกลุ่มพยายามแก้ปัญหาโดยเขียนสมการ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้

2. **ขั้นสำรวจและค้นคว้า** นักเรียนทำกิจกรรมกลุ่มแบบจิ๊กซอว์ (Jigsaws) สมาชิกกลุ่มแบ่งหน้าที่ในการศึกษาวิธีการแก้ปัญหา ดังต่อไปนี้ (1) การสร้างตาราง (2) การการคาดเดาและตรวจสอบ (3) การวาดภาพ / แผนภาพ (4) การเขียนสมการ โดยสมาชิกที่ได้รับมอบหมายวิธีการแก้ปัญหาเรื่องเดียวกันมานั่งรวมกันเพื่อศึกษาหนังสือเล่มเล็กเกี่ยวกับการแก้ปัญหา ใช้วิธีการที่ได้รับมอบหมายในการแก้ปัญหาสถานการณ์จำนวนลูกอมในกล่อง

“กล่องใบหนึ่งบรรจุ ลูกอมสีส้ม สีเขียว และสีน้ำเงิน ลูกอมสีส้มน้อยกว่าลูกอมสีเขียว 3 ลูก ลูกอมสีม่วงมากกว่าลูกอมสีเขียว 4 ลูก และจำนวนลูกอมทั้งสามชนิดรวมกันได้ 37 ลูก ให้หาว่าในกล่องมีลูกอมแต่ละชนิดจำนวนเท่าไร”

จากการสังเกตในขั้นตอนนี้สมาชิกแต่ละกลุ่มส่วนใหญ่ร่วมกันศึกษาหนังสือเล่มเล็ก แต่มีสมาชิกบางคนนิ่งเฉย ผู้วิจัยจึงกระตุ้นนักเรียนโดยบอกว่าสมาชิกกลุ่มแต่ละคนต้องกลับมาอธิบายให้สมาชิกในกลุ่มตนให้เข้าใจ และในการศึกษาหนังสือเล่มเล็กเกี่ยวกับการแก้ปัญหา นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด โดยมีรายละเอียดของแต่ละกลุ่ม ดังนี้

กลุ่มที่ใช้การสร้างตารางในการแก้ปัญหา

หลังจากศึกษาตัวอย่างในหนังสือเล่มเล็ก นักเรียนถามผู้วิจัยว่าการสร้างตารางเริ่มจากตรงไหน ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างในหนังสือเล่มเล็ก หลังจากนั้นนักเรียนศึกษาหนังสือเล่มเล็กอีกครั้ง นักเรียนสามารถบอกได้ว่าการสร้างตารางเป็นการนำข้อมูลตัวเลขใส่ลงในตาราง และส่วนหัวของตารางแทน จำนวนลูกอมแต่ละสี และจำนวนลูกอมรวมทั้งหมด และพิจารณาจำนวนลูกอมให้ตรงกับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้ นักเรียนสร้างตารางในการแก้ปัญหาได้ดังภาพ 15

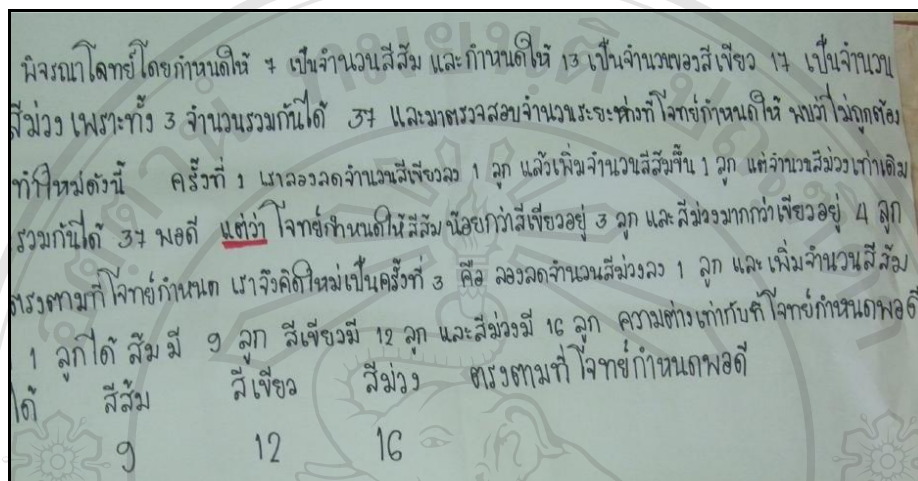
ลูกอมสีส้ม { ส้ม }	ลูกอมสีเขียว	ลูกอมสีม่วง	รวม
1	4	8	13
2	5	9	16
3	6	10	19
4	7	11	22
5	8	12	25
6	9	13	28
7	10	14	31
8	11	15	34 34
9	12	16	37

ภาพ 15 การสร้างตารางแก้ปัญหากิจกรรมที่ 2.1

นักเรียนแก้ปัญหาโดยให้ส่วนหัวตารางแทนจำนวนลูกอมสีส้ม ลูกอมสีเขียว ลูกอมสีม่วง และจำนวนลูกอมรวม และกำหนดให้ลูกอมสีส้ม 1 ลูก พิจารณาเงื่อนไขว่าลูกอมสีเขียวมากกว่าลูกอมสีส้ม 3 ลูก เพราะฉะนั้นจึงมีลูกอมสีเขียวมี 4 ลูก และลูกอมสีม่วงมากกว่าลูกอมสีเขียว 4 ลูก เพราะฉะนั้นจึงมีลูกอมสีม่วง 8 ลูก ดังนั้นมีลูกอมทั้งสามชนิดรวมกันเป็น $1 + 4 + 8 = 13$ ลูก ซึ่งไม่ตรงตามที่โจทย์กำหนด จึงเพิ่มจำนวนลูกอมสีส้ม และหาผลรวมของจำนวนลูกอมทั้ง 3 ชนิด เป็น 37 สุดท้ายนักเรียนสามารถหาได้ลูกอมสีส้ม 9 ลูก ลูกอมสีเขียว 12 ลูก ลูกอมสีม่วง 16 ลูก รวมเป็น 37 ลูก ตรงตามโจทย์กำหนด

กลุ่มที่ใช้การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากนักเรียนได้ศึกษาหนังสือเล่มเล็ก นักเรียนใช้การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา สามารถแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ โดยนักเรียนเดาจำนวนสามจำนวนที่รวมกันได้ 37 พอดี แล้วค่อยตรวจสอบเงื่อนไขให้ตรงกับที่โจทย์กำหนดให้ ดังนี้



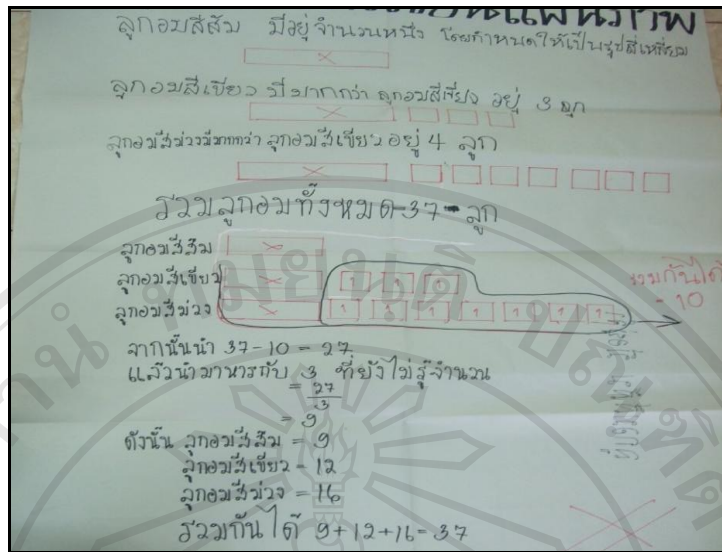
ภาพ 16 การคาดเดาและตรวจสอบแก้ปัญหากิจกรรมที่ 2.1

นักเรียนแก้ปัญหาโดยคาดเดาจำนวนของลูกอมสีส้ม ลูกอมสีเขียว ลูกอมสีม่วงให้มีลูกอมรวมเป็น 37 ลูก โดยกำหนดจำนวนลูกอม เป็น 7 ลูก 13 ลูก และ 17 ลูกตามลำดับ แล้วพิจารณาปรับเปลี่ยนจำนวนลูกอมให้ตรงกับเงื่อนไข จนได้จำนวนลูกอมสีส้ม 9 ลูก ลูกอมสีเขียว 12 ลูก ลูกอมสีม่วง 16 ลูก ตรงตามที่โจทย์กำหนด

หลังจากนั้นผู้วิจัยแนะนำให้ให้นักเรียนลองพิจารณาการคาดเดาโดยใช้วิธีอื่นที่แตกต่างจากวิธีข้างต้นโดยศึกษาหนังสือเล่มเล็กประกอบ นักเรียนสามารถหาคำตอบโดยกำหนดจำนวนลูกอมแต่ละชนิดให้มีผลต่างตามที่โจทย์กำหนดแล้วจึงตรวจสอบให้ผลรวมของลูกอมทั้งสามชนิดเป็น 37 ลูก

กลุ่มที่ใช้การวาดภาพ / แผนภาพในการแก้ปัญหา

เนื่องจากการแก้ปัญหาโดยใช้แผนภาพเป็นวิธีที่นักเรียนไม่คุ้นเคย ผู้วิจัยจึงแนะนำให้ให้นักเรียนศึกษาการเขียนภาพหรือแผนภาพในการแก้ปัญหา ตัวอย่างที่ 7 หน้า 20 ในหนังสือเล่มเล็กเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีคำถามหรือข้อสงสัย หลังจากนั้นผู้วิจัยแนะนำให้ให้นักเรียนอ่านโจทย์ซ้ำ ๆ ทำให้นักเรียนสามารถวาดภาพแทนประโยคเงื่อนไข แล้วใช้การดำเนินการทางเลขคณิตในการหาคำตอบ ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ดังภาพ 17



ภาพ 17 การวาดภาพ / แผนภาพ แก้ปัญหาที่ 2.1

จากภาพ 17 นักเรียนกำหนดให้ลูกอมสีส้ม ซึ่งน้อยที่สุดเป็น และจากโจทย์ ลูกอมสีเขียวมากกว่าลูกอมสีส้ม 3 ลูก เพราะฉะนั้นจำนวนลูกอมสีเขียวแทนด้วย และทำนองเดียวกันให้ลูกอมสีม่วง เป็น ลูกอมทั้ง 3 ชนิดรวมกันเป็น 37 ลูก เมื่อพิจารณารูปภาพจำนวนลูกอมทั้ง 3 ชนิด จำนวนที่รู้ 10 ลูก จากนั้นนำ $37 - 10 = 27$ เหลือที่เหลือที่ไม่รู้ค่า 3 รูป จึงนำ 27 มาหาร 3 เท่ากับ 9 ลูก ดังนั้นมี ลูกอมสีส้ม 9 ลูก ลูกอมสีเขียว 12 ลูก ลูกอมสีม่วง 16 ลูก รวมกันเป็น 37 ลูกตรงตามที่โจทย์กำหนด

กลุ่มที่ใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหา

จากสถานการณ์ปัญหา นักเรียนกลุ่มนี้พยายามแก้ปัญหาโดยไม่ได้ศึกษาหนังสือเล่มเล็ก เกี่ยวกับการแก้ปัญหา นักเรียนแก้ปัญหาโดยเขียนสมการ 3 ตัวแปร $x + y + z = 37$ แต่ไม่สามารถหาคำตอบได้ นักเรียนบางคนแก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว $x < x + 3 < x + 4$ แต่เขียนสมการแทนประโยคเงื่อนไขในโจทย์ไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงแนะนำให้ให้นักเรียนศึกษาหนังสือเล่มเล็ก การเขียนสมการในการแก้ปัญหา กำหนดให้สิ่งที่ไม่รู้ค่าเป็น x ลูก จากโจทย์กำหนดลูกอมสีเขียว มากกว่าลูกอมสีส้ม 3 ลูก นักเรียนสับสนระหว่างการกำหนดให้เป็น $3x$ หรือ $x + 3$ ผู้วิจัยจึงแนะนำให้ นักเรียนตรวจสอบโดยทดลองแทนค่าตัวแปรที่สร้างขึ้นกับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ทำให้นักเรียน สามารถเขียนสมการแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้และใช้สมบัติการเท่ากันในการหาคำตอบและมีการตรวจคำตอบได้อย่างถูกต้องชัดเจน ดังภาพ 18

1) โจทย์กำหนดให้ ลูกอมสีส้มน้อยกว่าลูกอมสีเขียว 3 ลูก ลูกอมสีม่วงมากกว่าลูกอมสีเขียว 4 ลูก

ลูกอมสีส้ม สีเขียว สีม่วง รวม 37 ลูก

น้อยกว่า 3 ลูก มากกว่า 4 ลูก

2) กำหนดตัวแปรสีส้มแทน x สีเขียวแทน $x+3$ สีม่วงแทน $x+7$

3) เขียนสมการได้คือ

$$x + (x+3) + (x+7) = 37$$

4) แก้สมการ $x + (x+3) + (x+7) = 37$

$$3x + 10 = 37$$

ลบ 10 จากทั้งสองข้างของสมการ

$$3x + 10 + (-10) = 37 + (-10)$$

$$3x = 27$$

$$x = \frac{27}{3}$$

$$x = 9$$

5) ตรวจสอบคำตอบ คือ สีส้ม $x = 9$

สีเขียว $x+3 = 9+3 = 12$

สีม่วง $x+7 = 9+7 = 16$

จะได้สมการ $9+12+16 = 37$

ภาพ 18 การเขียนสมการแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ 2.1

นักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้การเขียนสมการ กำหนดให้มีลูกอมสีส้ม จำนวน x ลูก ลูกอมสีเขียวจำนวน $x+3$ และลูกอมสีม่วง $x+7$ สร้างสมการตามเงื่อนไขจำนวนเงินที่โจทย์กำหนดเป็น $x+(x+3)+(x+7)=37$ ใช้สมบัติการเท่ากันในการหาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

3. **ขั้นตอนิบายและลงข้อสรุป** สมาชิกของแต่ละกลุ่มกลับไปยังกลุ่มเดิมของตนแล้วทำการถ่ายทอดวิธีการแก้ปัญหาและการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ได้ศึกษามาให้แก่สมาชิกในกลุ่มโดยนักเรียนเริ่มอธิบายจากคนที่ 1 การสร้างตารางในการแก้ปัญหา คนที่ 2 การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา จนถึงคนที่ 4 การเขียนสมการในการแก้ปัญหา ตามหัวข้อที่ได้รับมอบหมาย จาก

การสังเกตพบว่านักเรียนสามารถอธิบายวิธีการแก้ปัญหาและมีคำถามซักถามเมื่อมีข้อสงสัย เช่น ในการวาดภาพในการแก้ปัญหา แต่ละอันเท่ากันหรือไม่ ซึ่งตัวแทนนักเรียนที่อธิบายจึงตอบว่า เท่ากันเพราะในการวาดภาพสี่เหลี่ยมแทนสิ่งที่โจทย์กำหนด ให้ แทนลูกอมสีส้ม และ แทนลูกอมสีเขียว เพราะลูกอมสีเขียวมากกว่าลูกอมสีส้ม 3 ลูก หากใช้การแทนค่าให้ลูกอมสีส้มมี 1 ลูก จะมีลูกอมเขียวมี 4 ลูก แสดงว่า ต้องมีค่าเท่ากับ 1 เท่ากัน จึงจะเป็นจริงตามที่โจทย์กำหนด หลังจากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึง

การแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนแสดงความคิดเห็นว่าวิธีการแก้ปัญหาสามารถทำได้หลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีมีข้อดีข้อเสียแตกต่างกัน เช่น วิธีการวาดภาพ / แผนภาพ มีข้อดีที่สามารถเห็นได้ชัดเจน การใช้การคาดเดาและตรวจสอบหรือการสร้างตารางในการหาคำตอบ เหมาะกับนักเรียนที่ไม่สามารถเขียนสมการได้

4. **ขั้นขยายความรู้** ให้นักเรียนแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน โดยกำหนดให้ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาทั้ง 4 วิธีที่ได้ศึกษามาแล้วข้างต้น ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะแบ่งกันทำงาน โดยนักเรียนแต่ละคนจะใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหามาตามหัวข้อที่ตนได้รับมอบหมาย มีเพียงบางกลุ่มที่ช่วยกันแก้ปัญหาที่ละวิธี ครูจึงชี้แจงว่าในคาบแรกให้นักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาที่ละวิธี เพื่อให้ทุกคนมีความรู้ความเข้าใจและสามารถนำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ทุกวิธี หลังจากนั้นนักเรียนทำกิจกรรมเสร็จ ผู้วิจัยตรวจสอบผลการแก้ปัญหานักเรียน พบว่านักเรียนทุกกลุ่มสามารถใช้ การสร้างตาราง การคาดเดาและตรวจสอบ การวาดภาพ / แผนภาพ และการเขียนสมการ ในการแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้อง เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหา

“ครอบครัวหนึ่งมีลูก 3 คน คือ เต๋อ มารีโอ เกล้า เรียงจากพี่คนโตไปหาน้องสุดท้องตามลำดับ ทั้งสามคนมีอายุต่างกัน โดย เต๋อ อายุมากกว่ามารีโอ 7 ปี ส่วนเกล้ามีอายุเป็นครึ่งหนึ่งของมารีโอ ทั้งสามคนมีอายุรวมกันเป็น 52 ปี จงหาอายุของแต่ละคน”

นักเรียนแก้ปัญหาได้ดังภาพ 19 – 22

เต๋อ	มารีโอ	เกล้า	รวมอายุ
17	10	5	32
19	12	6	37
21	14	7	42
23	16	8	47
25	18	9	52

ภาพ 19 การเขียนตารางแก้ปัญหาคำถามที่ 2.2

วิธีที่ 1. ใช้ เต๋อ มารีโอ เกล้า 23 16 8 ตามลำดับอายุ ทั้งสามคนมีอายุรวมกันเท่ากับ 47 ปี (ไม่ถูกต้อง)
วิธีที่ 2. ใช้ เต๋อ มารีโอ เกล้า 24 17 8 ตามลำดับอายุ ทั้งสามคนมีอายุรวมกันเท่ากับ 49 ปี (ไม่ถูกต้อง)
วิธีที่ 3. ใช้ เต๋อ มารีโอ เกล้า 25 18 9 ตามลำดับอายุ ทั้งสามคนมีอายุรวมกันเท่ากับ 52 ปี (ถูกต้องตามเงื่อนไข)

ภาพ 20 การคาดเดาและตรวจสอบแก้ปัญหาคำถามที่ 2.2

เกล้ามีอายุ เป็นครึ่งหนึ่งของมาริโอ กำหนดให้
 เทากับ ครึ่งหนึ่งของมาริโอ

	X							
มาริโอ เท่ากับ อายุของ	X	X						
อายุของ เลออส มากกว่า มาริโอ อยู่ ๗ ปี	X	X						

รวมอายุทั้งหมด = 52 ปี

อายุเกล้า	9							
อายุมาริโอ	9	9						
อายุเลออส	9	9	1	1	1	1	1	1

จากนั้น นำ $52 - 7 = 45$ นำ 5 มาหาร 45 $\frac{45}{5} = 9$

ดังนั้น เลออส = 9
 มาริโอ = 18
 เลออส = 25
 รวมกันแล้วได้ $9 + 18 + 25 = 52$

ภาพ 21 การวาดภาพแก้ปัญหากิจกรรมที่ 2.2

1) โจทย์กำหนดให้ เลออส มาริโอ เลออส ทั้งสามคนมีอายุทั้งหมด โดย เลออส อายุมากกว่า มาริโอ ๗ ปี ส่วนเกล้ามีอายุ เป็นครึ่งหนึ่งของมาริโอ ทั้งสามคนมีอายุรวมกันเป็น 52 ปี

เลออส มาริโอ เลออส
 มากกว่า ๗ 0.5 X

2) ถ้าคิดตัวแปรของ เลออส $x + 7$ มาริโอ เท่ากับ x เลออส เท่ากับ $0.5x$

3) เขียนสมการได้ คือ $x + (x + 7) + 0.5x = 52$

4) แก้สมการ

$$\begin{aligned}
 x + (x + 7) + 0.5x &= 52 \\
 2.5x &= 52 - 7 \\
 2.5x &= 45 \\
 x &= \frac{45}{2.5} \\
 x &= 18
 \end{aligned}$$

5) ตรวจสอบ เลออส $x = 25$
 มาริโอ $x = 18$
 เลออส $x = 9$
 จะใช้สมการ $25 + 18 + 9 = 52$ ปี

ภาพ 22 การเขียนสมการแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ 2.2

5. ขั้นประเมิน ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 2 เป็นรายบุคคล ซึ่งจากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา เฉลี่ย 1.56 อยู่ในระดับดี ในการทำแบบฝึกหัดในแผนการจัดการเรียนรู้นี้ผู้วิจัยได้กำหนดให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาให้หลากหลายที่สุด พบว่านักเรียนแก้ปัญหาได้ ดังต่อไปนี้

ตาราง 11 จำนวนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาในแบบฝึกหัดที่ 2

ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	จำนวน (คน)	
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2
ใช้ตั้งแต่สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา		
การสร้างตาราง การวาดภาพ / แผนภาพ การเขียนสมการ		
การคาดเดาและตรวจสอบ	20	-
การสร้างตาราง การวาดภาพ / แผนภาพ กับ การเขียนสมการ	-	22
การสร้างตาราง กับ การคาดเดา	5	-
การสร้างตาราง กับ การวาดภาพ / แผนภาพ	3	2
การวาดภาพ / แผนภาพ กับ การเขียนสมการ	-	6
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหา		
การสร้างตาราง	2	1
การคาดเดาและตรวจสอบ	1	2
การเขียนสมการ	2	-
รวม	33	33

จากตาราง 11 ข้อ 1 ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน ผู้วิจัยกำหนดให้แก้ปัญหาโดยใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายในการแก้ปัญหาแบบฝึกหัดที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ 3 - 4 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนเลือกใช้ การสร้างตาราง การวาดภาพ / แผนภาพ และการเขียนสมการ มากที่สุด ตามลำดับ มีนักเรียน 3 - 5 คน ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหา โดยใช้การเขียนสมการและการคาดเดาและตรวจสอบ ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง และในข้อที่ 2 นักเรียนใช้การสร้างตารางมาช่วยในการคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา ซึ่งทำให้การแก้ปัญหามีระบบและรวดเร็วมากขึ้น

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

ในแผนนี้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการเจนนับจำนวน และสิ่งของ ใช้เวลา 2 คาบ โดยมีรายละเอียดของการจัดการเรียนรู้ ในแต่ละขั้นดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ ผู้วิจัยใช้สถานการณ์จริงให้นักเรียนแก้ปัญหา

“ถุงใบหนึ่งมีหินอยู่จำนวนหนึ่ง เมื่อนำออกมาเรียงเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสจะได้ 5 แถว แถวละ 5 ลูก ให้นักเรียนเรียงลูกหินให้ได้สี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเล็กกว่าเดิมสองรูป ที่มีความยาวด้านของสี่เหลี่ยมรูปใหญ่และสี่เหลี่ยมรูปเล็กต่างกัน 1 ลูก”

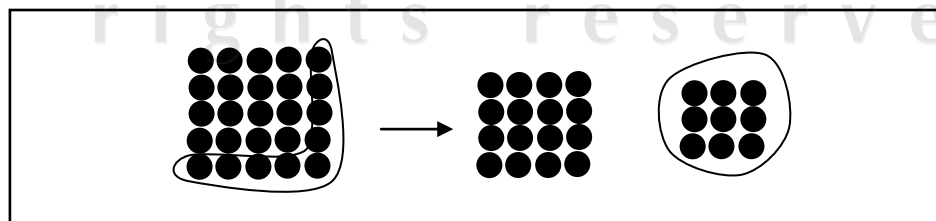
จากการสังเกตระหว่างครูเล่าสถานการณ์ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ตั้งใจฟัง และแสดงออกถึงความสนใจและท้าทายที่จะเรียงลูกหินตามเงื่อนไข เช่น “จะทำได้หรือ” “ไหนลองเรียงดูซิ”

2. ขั้นสำรวจและค้นคว้า หลังจากทำความเข้าใจสถานการณ์นักเรียนทดลองนำแผ่นฟิวเจอร์บอร์ดมาเรียงเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 5×5 ชั้น ดังภาพ 23



ภาพ 23 การใช้สิ่งจำลองในการแก้ปัญหการเรียงก้อนหิน

จากภาพ 23 นักเรียนเริ่มเรียงฟิวเจอร์บอร์ดให้เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 5×5 ชั้น โดยบางกลุ่มเรียงแบบชิดติดกัน บางกลุ่มเรียงแบบเว้นช่องว่าง หลังจากนั้นขยับสี่เหลี่ยมขนาด 5×5 ชั้น แล้วเรียงสี่เหลี่ยมจัตุรัสใหม่ แต่มีนักเรียนบางกลุ่มทดลองเอาฟิวเจอร์บอร์ดออกและจัดเรียงเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส แต่ดำเนินการไม่เป็นระบบ ทำให้นักเรียนใช้เวลานานในการแก้ปัญหาได้ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนกลุ่มที่แก้ปัญหาได้ไวและคิดเป็นระบบมานำเสนอแนวคิดหน้าชั้นเรียนดังภาพ 16



ภาพ 24 แนวคิดการแก้ปัญหการเรียงก้อนหิน

จากภาพ 24 นักเรียนเรียงฟิวเจอร์บอร์ดเป็นรูปขนาด 5×5 ชั้น นักเรียนแก้ปัญหาโดยทดลองนำฟิวเจอร์บอร์ดออก 1 ชั้น และพิจารณาว่า รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเดิม กับจำนวนฟิวเจอร์บอร์ดที่เอาออกสามารถสร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหม่ได้หรือไม่ และทดลองนำฟิวเจอร์บอร์ดออกเพิ่มเป็น 2 ชั้น และทดลองเอาออกทั้งแถวในแนวตั้งและแนวนอน จำนวน 9 ชั้น แล้วทดลองเรียงเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส จึงจะได้ฟิวเจอร์บอร์ดที่เรียงเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส เพื่อให้เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส 2 รูป ที่มีขนาด 3×3 หน่วยและ 4×4 หน่วย ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

หลังจากนั้นผู้วิจัยกำหนดสถานการณ์

“ถ้าในถุงมีหินจำนวนมากขึ้นเป็น 169 ลูก เมื่อนำมาเรียงได้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส 1 รูป หลังจากนั้นให้นักเรียนเรียงลูกหินเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดเล็กกว่าเดิมสองรูปโดยความยาวด้านของสี่เหลี่ยมรูปใหญ่ยาวมากกว่าสี่เหลี่ยมรูปเล็ก 7 หน่วย”

เริ่มแรกนักเรียนทุกกลุ่มเรียงฟิวเจอร์บอร์ด 169 ชั้น เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งใช้จำนวนฟิวเจอร์บอร์ดจำนวนมากและใช้เวลานาน หลังจากเวลาผ่านไป 2 นาที ผู้วิจัยจึงถามนักเรียนว่าสามารถหาคำตอบโดยใช้วิธีอื่นที่ศึกษาในคาบเรียนที่ผ่านมา หรือมีวิธีใดในการแก้ปัญหา นอกจากวิธีเหล่านี้หรือไม่ ผู้วิจัยให้นักเรียนศึกษาจากหนังสือเล่มเล็ก หลังจากให้นักเรียนศึกษาหนังสือเล่มเล็ก นักเรียนแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ 2 โดยใช้การจำลอง 2 กลุ่มการเขียนตาราง 1 กลุ่ม การคาดเดา 2 กลุ่ม การแก้สมการ 1 กลุ่ม และมีนักเรียนใช้การแจกแจงที่เป็นไปได้ 2 กลุ่ม ซึ่งลักษณะการแก้ปัญหานักเรียนแสดงดังนี้

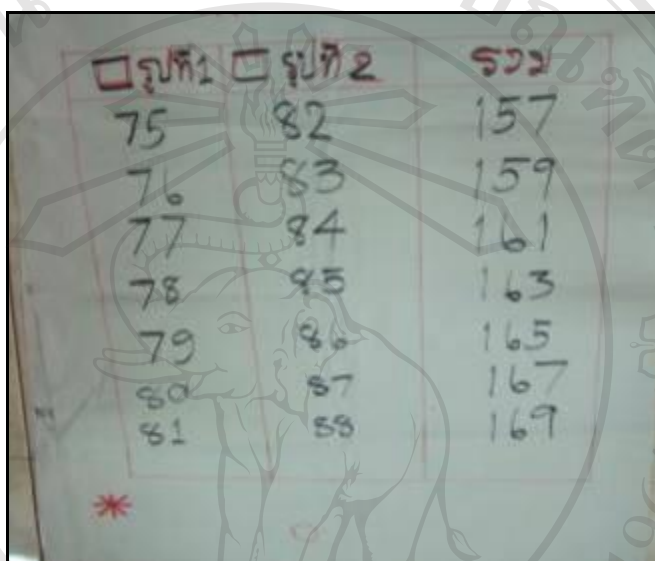
กลุ่มที่ใช้การวาดภาพ / แผนภาพและการจำลองในการแก้ปัญหา



ภาพ 25 การใช้สื่อจำลองในการแก้ปัญหา กิจกรรมที่ 3.1

นักเรียนเรียงฟิวเจอร์บอร์ดที่มีขนาด 13×13 ชั้น นำเอาฟิวเจอร์บอร์ดออกจากรูปใหญ่ และทดลองเรียงให้เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส 2 รูป นำฟิวเจอร์บอร์ดออกจนหมดแถวทั้งแนวดิ่งและแนวนอน 25 รูป นำมาเรียงเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 5×5 ชั้น 12×12 ชั้น ซึ่งมีจำนวนฟิวเจอร์บอร์ดในแต่ละด้านต่างกัน 7 หน่วย ตรงตามโจทย์กำหนด

กลุ่มการสร้างตารางในการแก้ปัญหา

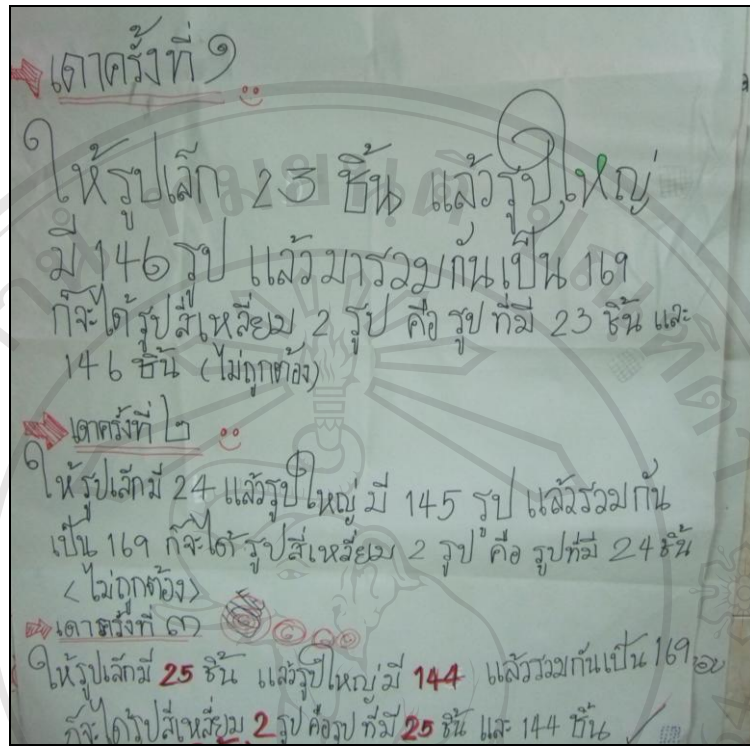


รูปที่ 1	รูปที่ 2	รวม
75	82	157
76	83	159
77	84	161
78	85	163
79	86	165
80	87	167
81	88	169

ภาพ 26 การสร้างตารางในการแก้ปัญหากิจกรรมที่ 3.1

นักเรียนที่สร้างตารางในการแก้ปัญหา โดยกำหนดส่วนหัวของตารางแทนจำนวนก้อนหินในสี่เหลี่ยมรูปแรก และก้อนหินในสี่เหลี่ยมรูปที่สอง และจำนวนก้อนหินรวม นักเรียนทดลองแจกนับจำนวนก้อนหินให้ผลรวมจำนวนก้อนหินในสี่เหลี่ยมทั้งสองเป็น 169 ชิ้นและผลต่างของจำนวนลูกหินในแต่ละรูปเท่ากับ 7 ลูก ในครั้งแรกนักเรียนกำหนดให้สี่เหลี่ยมรูปแรก เป็น 75 ลูก สี่เหลี่ยมรูปที่สอง มากกว่าจำนวนก้อนหินในสี่เหลี่ยมรูปแรก 7 รูป ดังนั้นจำนวนก้อนหินในสี่เหลี่ยมรูปที่ 2 เป็น 82 รูป มีผลรวมเป็น 157 ลูก และเพิ่มจำนวนก้อนหินแต่ละรูปให้มีผลรวมจำนวนก้อนหินเป็น 169 ลูก

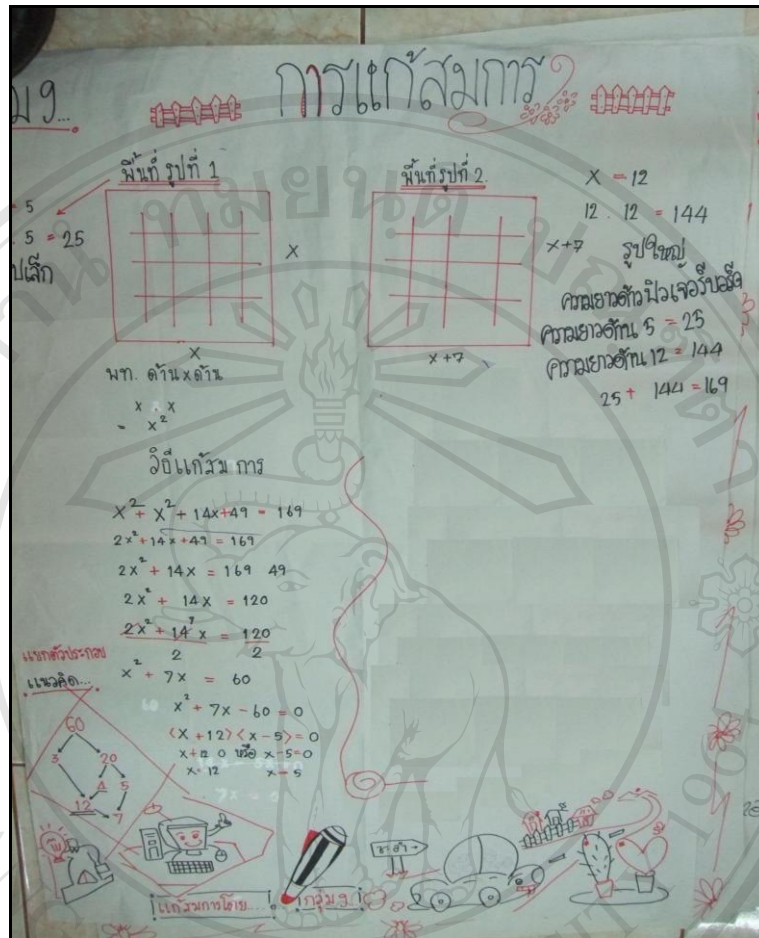
กลุ่มที่ใช้การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา



ภาพ 27 การคาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ 3.1

นักเรียนที่ใช้การคาดเดาและตรวจสอบ เริ่มจากการเดาก่อนหาคำของสี่เหลี่ยมรูปเล็กก่อน
แล้วหาจำนวนก่อนหาคำของสี่เหลี่ยมรูปใหญ่ให้ผลรวมของจำนวนก่อนหาคำเป็น 169 ลูก แล้วพิจารณาว่า
สี่เหลี่ยมเหล่านั้นเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือไม่

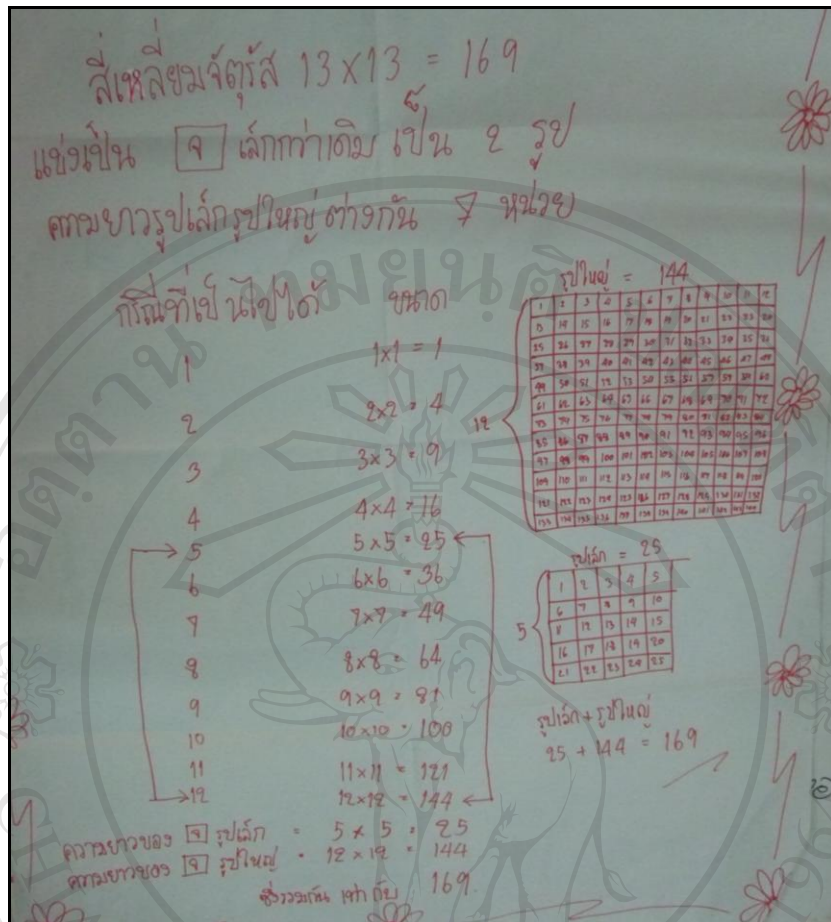
กลุ่มที่ใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหา



ภาพ 28 การเขียนสมการในการแก้ปัญหากิจกรรมที่ 3.1

นักเรียนที่ใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหา นักเรียนกำหนดให้สี่เหลี่ยมรูปเล็กมีความยาวด้านเป็น x และสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่มีความยาว $x + 7$ และเมื่อหาพื้นที่นักเรียนมีแนวคิดต่างกัน โดยวิธีที่ 1 นักเรียนนำความยาวด้านสี่เหลี่ยมรูปใหญ่และรูปเล็กนำมารวมกันได้เท่ากับ $x + x + 7 = 169$ และใช้สมบัติการเท่ากัน ได้สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่และรูปเล็กเป็น 81 และ 88 ขึ้น และวิธีที่ 2 นักเรียนบางคนหาพื้นที่รวมของสี่เหลี่ยมทั้งสองรูป แต่มีปัญหาสงสัยว่า $x \cdot x = 2x$ หรือ $(x+7)(x+7) = x^2 + 7$ ซึ่งนักเรียนไม่มั่นใจ ผู้วิจัยจึงยกตัวอย่างประกอบการอธิบาย หลังจากนั้นนักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้สมบัติการเท่ากันและคำตอบและตรวจสอบคำตอบได้ ซึ่งทั้งกลุ่มสรุปได้ว่าวิธีที่ 1 ผิดเพราะไม่ได้พิจารณาความยาวด้านของสี่เหลี่ยม รูปทั้งสองมีจำนวนกอน หินต่างกัน 7 เท่านั้น

กลุ่มที่ใช้การแจกแจงที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา



ภาพ 29 การแจกแจงที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหากิจกรรมที่ 3.1

นักเรียนที่ใช้การแจกแจงที่เป็นไปได้ นักเรียนพิจารณารูปสี่เหลี่ยมที่เป็นไปได้ทั้งหมดแล้วหาผลรวมให้ได้เป็น 169 ขึ้น

3. ขัณอธิบายและลงข้อสรุป หลังจากนักเรียนทำกิจกรรม ผู้วิจัยให้นักเรียนออกมานำเสนอผลงานของแต่ละกลุ่มหน้าชั้นเรียน

กลุ่มที่ใช้ตารางในการแก้ปัญหา นักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดโดยหาจำนวนที่รวมกันเป็น 169 ขึ้น และจำนวนของลูกหินสี่เหลี่ยมรูปเล็กและรูปใหญ่ต่างกันอยู่ 7 ซึ่งเมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนในห้องบอกสถานการณ์ปัญหาในกิจกรรมที่ 2 ผู้วิจัยถามนักเรียนนำเสนอว่างานที่กลุ่มตนนำเสนอถูกหรือไม่ ซึ่งนักเรียนตอบว่าไม่ถูก และผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งห้องตรวจสอบข้อผิดพลาด ซึ่งนักเรียนสามารถตอบได้ว่า จำนวนก้อนหินในรูปที่สอง ไม่สามารถเรียงเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส และจำนวนของก้อนหินในแต่ละรูปต่างกัน 7 ลูก ไม่ตรงกับที่โจทย์กำหนดให้ คือจำนวนก้อนหินในแต่ละด้านของของสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่เป็น 12 รูป และสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กเป็น 5 ลูก ซึ่งจำนวนก้อนหินต่างกัน 7 ลูก

หลังจากนั้นให้กลุ่มที่ใช้การจำลอง โดยนำฟิวเจอร์บอร์ดมาเรียงแทนก้อนหินออกมาอธิบาย พบว่านักเรียนใช้การเอาฟิวเจอร์บอร์ดออกและทดลองประกอบเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งสามารถอธิบายได้ถูกต้อง

กลุ่มที่ใช้การคาดเดา นักเรียนคาดเดาจำนวนก้อนหินในสี่เหลี่ยมรูปเล็กและรูปใหญ่ ได้คำตอบถูกต้องแต่ นักเรียนคาดเดาจำนวนฟิวเจอร์บอร์ดแทนจำนวนก้อนหิน และขาดการเขียนอธิบายว่าจำนวนก้อนหินในแต่ละด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กเป็นเท่าไร และจำนวนก้อนหินแต่ละด้านต่างกัน 7 ลูกหรือไม่ แต่เมื่อสอบถามนักเรียนสามารถตอบได้ว่าจำนวนก้อนหินในแต่ละด้านของสี่เหลี่ยมรูปใหญ่เป็น 12 ลูก และสี่เหลี่ยมรูปเล็ก 5 ลูก อีกทั้งสามารถตอบได้ว่าจำนวนก้อนหินในแต่ละด้านของสี่เหลี่ยมทั้งสองรูปต่างกัน 7 ลูก

กลุ่มที่ใช้การสร้างสมการ นักเรียนกลุ่มนี้มีนักเรียนที่ถนัดการสร้างตัวแปร นักเรียนได้มีการอภิปรายในกลุ่ม นักเรียนสามารถอธิบายการกำหนดตัวแปร การใช้ความรู้เรื่องพื้นที่ในการแก้ปัญหาได้

กลุ่มที่ใช้การแจกแจงที่เป็นไปได้ นักเรียนใช้การพิจารณาจำนวนก้อนหินที่เรียงเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปเล็กทั้งหมดที่สามารถเรียงได้จากสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 13×13 ลูก จะต้องมีขนาด 1×1 ลูก ถึง 12×12 ลูก และพิจารณาจำนวนของก้อนหินที่มีความยาวด้านต่างกัน 7 ลูกและมีผลรวมของจำนวนก้อนหินเป็น 169 ลูก

จากการอธิบายนักเรียนเกิดการแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหา กลุ่มที่ใช้ตารางในการแก้ปัญหา พบว่าวิธีการแก้ปัญหาคิดเนื่องจากขาดการพิจารณาว่าลูกหินที่นำมาเรียงใหม่นั้นทั้งสองรูปจะต้องเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งสองรูปต้องเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสและจำนวนก้อนหินที่เรียงในแต่ละด้านต่างกัน 7 ลูกไม่ใช่จำนวนก้อนหินต่างกัน 7 ลูก ส่วนนักเรียนกลุ่มที่ใช้การจำลองฟิวเจอร์บอร์ดเห็นว่าวิธีแก้ปัญหานั้นของตนเองเห็นชัดเจน แต่ใช้เวลาค่อนข้างมากในการเรียงฟิวเจอร์บอร์ดให้เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส นักเรียนกลุ่มที่สร้างสมการแสดงความเห็นว่าการแก้ปัญหานักเรียนต้องมีความรู้เรื่องสมบัติการเท่ากัน และการเขียนสมการนอกจากนี้จากการจัดกิจกรรมที่ 3 ทำให้นักเรียนเห็นวิธีแก้ปัญหเพิ่มเติมขึ้น คือ การแก้ปัญหแบบแจกแจงที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหแบบแจกแจงจำนวนและสิ่งของ

4. **ขยายความรู้** ให้นักเรียนแก้ปัญหาเกี่ยวกับการแจกแจงจำนวนและสิ่งของโดยกำหนดให้ใช้วิธีการแก้ปัญหามาแล้วข้างต้น นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันแก้ปัญหาทีละวิธี จากการตรวจสอบผลการแก้ปัญหของนักเรียน พบว่านักเรียนทุกกลุ่มสามารถใช้ การสร้างตาราง การคาดเดาและตรวจสอบ การแจกแจงที่เป็นไปได้ในการแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องชัดเจน แต่ไม่มีการใช้ การวาดภาพ / แผนภาพในการแก้ปัญหา การเขียนสมการในการแก้ปัญหา เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหา

“ส้มพวงหนึ่งซึ่งมากกว่า 1 โหล ถ้านับครั้งละ 2 เหลือเศษ 1 ผล และ ถ้านับครั้งละ 3 จะเหลือเศษ 1 ผล และถ้านับครั้งละ 4 จะเหลือเศษ 3 ผล จงหาจำนวนส้มพวงนี้มีอย่างน้อยกี่ผล”
ลักษณะการแก้ปัญหา ดังภาพ 30-32

สร้างตาราง โหล

จำนวน ผล	นับครั้งละ 2 เศษ 1	นับครั้งละ 3 เศษ 1	นับครั้งละ 4 เศษ 3
13	1	1	1
14	0	2	2
15	1	0	3
16	0	1	0
17	1	2	1
18	0	0	2
19	1	1	3

ถ้านับจำนวนผลส้มที่นับครั้งละ 2 เหลือเศษ 1 ผล
นับครั้งละ 3 เหลือเศษ 1 และ ถ้านับครั้งละ 4 เหลือ
เศษ 3 ผล คือ ผลส้มจำนวน 19 ผล

ภาพ 30 การสร้างตารางแก้ปัญหากิจกรรมที่ 3.2

ทดลองนับ ลูก	นับทีละ 2 เศษ 1	นับทีละ 3 เศษ 1	นับทีละ 4 เศษ 3
13	1	1	1
14	แขวงตัว	2	2
15	1	แขวงตัว	3
19	1	1	3

ภาพ 31 การคาดเดาและตรวจสอบแก้ปัญหากิจกรรมที่ 3.2

ภาพ 32 การแจกแจงที่เป็นไปได้แก่ปัญหากิจกรรมที่ 3.2

5 **ชั้นประเมิน** ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 เป็นรายบุคคล ซึ่งจากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา เฉลี่ย 1.63 อยู่ในระดับดี ในการทำแบบฝึกหัดในแผนการจัดการเรียนรู้นี้ผู้วิจัยได้กำหนดให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการการแก้ปัญหอย่างหลากหลาย พบว่านักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

ตาราง 12 จำนวนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาในแบบฝึกหัดที่ 2

ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	จำนวน (คน)	
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2
ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา		
การคาดเดาและตรวจสอบ กับ การแจงกรณีที่เป็นไปได้	20	20
การวาดภาพ/แผนภาพ กับ การแจงกรณีที่เป็นไปได้	13	4
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหา		
การแจงกรณีที่เป็นไปได้	13	9
รวม	33	33

จากตารางที่ 12 ปัญหาเกี่ยวกับการแจกแจงจำนวนและสิ่งของ นักเรียนส่วนใหญ่ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยนักเรียนเลือกใช้การแจงกรณีที่เป็นไปได้ และการคาดเดาและตรวจสอบ มากที่สุดตามลำดับ ส่วนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหาใช้การแจงกรณีที่เป็นไปได้ ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

ในแผนนี้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาการแก้ปัญหามหาสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปรใช้เวลา 2 คาบ โดยมีรายละเอียดของการจัดการเรียนรู้ ในแต่ละขั้นดังนี้

- 1. ขั้นสร้างความสนใจ** นักเรียนทำกิจกรรมสำรวจจำนวนต้นไม้ บริเวณสวนพฤกษศาสตร์ของโรงเรียนน้อย ผู้วิจัยกล่าวถึงความความเป็นมาและความสำคัญของโครงการสวนพฤกษศาสตร์โรงเรียน หลังจากนั้นให้นักเรียนเล่นเกมอาชี แข่งขันสำรวจหาแผนผังและจำลองการดูแลต้นไม้โดยให้สร้างรั้วล้อมต้นไม้ ผู้วิจัยกำหนดสถานการณ์ปัญหาจำนวนต้นสักและต้นมะม่วงในสวนรวมกันได้ 36 ต้น กำหนดให้หลักที่ใช้ล้อมต้นมะม่วง 4 หลัก ต้นสัก 3 หลัก หากทราบจำนวนหลักที่ใช้ล้อมรั้วรวมเป็น 128 หลัก ให้นักเรียนหาจำนวนต้นสักและต้นมะม่วงในสวน ซึ่งกิจกรรมนี้เป็นการบูรณาการความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์และสวนพฤกษศาสตร์ในการแก้ปัญหา
- 2. ขั้นสำรวจและค้นคว้า** หลังจากนักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ นักเรียนแต่ละกลุ่มศึกษาหนังสือเล่มเล็ก และในคาบเรียนนี้ผู้วิจัยจัดเตรียมเอกสารการเรียนรู้และแหล่งเรียนรู้เพิ่มเติม เช่น หนังสือการแก้ปัญหาของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

หนังสือเสริมประสบการณ์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นเรื่องการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ห้องคอมพิวเตอร์สำหรับสืบค้นข้อมูลทางอินเทอร์เน็ตโดยแนะนำเว็บไซต์ การแก้ปัญหาของ ศสวท. จากการสังเกตในการสำรวจหลังจากนักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ ปัญหา นักเรียนศึกษาหาวิธีการแก้ปัญหาในหนังสือเล่มเล็กด้วยตนเอง นักเรียนศึกษาการแก้ปัญหาในหนังสือเล่มเล็กหน้า 43 – 48 ส่วนคอมพิวเตอร์มีนักเรียน 3 - 4 คน มาสืบค้นข้อมูล จากการสังเกตการแก้ปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มใช้วิธีการแก้ปัญหาดังแต่ 2 วิธีขึ้นไป วิธีการแก้ปัญหาที่นักเรียนใช้มากที่สุด คือ การเขียนตาราง รองลงมา คือ การวาดภาพ

3. **ขั้นตอนิบายและลงข้อสรุป** ครูสอบถามวิธีการแก้ปัญหาที่ใช้ในการแก้ปัญหา พบว่า นักเรียนเลือกใช้ การสร้างตาราง การวาดภาพ / แผนภาพ และมี 2 กลุ่มใช้ การเขียนสมการและการคาดเดาและตรวจสอบ และให้แต่ละกลุ่มอธิบายแนวคิด หลักวิธีแก้ปัญหาแต่ละวิธี ลักษณะการแก้ปัญหาของนักเรียนในการแก้ปัญหากิจกรรมที่ 4.1 ดังภาพ 33 – 37

กลุ่มที่ใช้การสร้างตารางในการแก้ปัญหา

จำนวนของ	ราคา	รวม	กำไร	กำไร %
30	0	30 x 4 = 120	0	100
35	1	35 x 4 = 140	1 x 3 = 3	103
34	2	34 x 4 = 136	2 x 3 = 6	105
30	3	30 x 4 = 120	3 x 3 = 9	107
30	4	30 x 4 = 120	4 x 3 = 12	110
30	5	30 x 4 = 120	5 x 3 = 15	113
30	6	30 x 4 = 120	6 x 3 = 18	116
30	7	28 x 4 = 112	7 x 3 = 21	117
28	8	28 x 4 = 112	8 x 3 = 24	118
27	9	27 x 4 = 108	9 x 3 = 27	119
26	10	26 x 4 = 104	10 x 3 = 30	120
25	11	25 x 4 = 100	11 x 3 = 33	121
24	12	24 x 4 = 96	12 x 3 = 36	122
23	13	23 x 4 = 92	13 x 3 = 39	123
22	14	22 x 4 = 88	14 x 3 = 42	124
21	15	21 x 4 = 84	15 x 3 = 45	125
20	16	20 x 4 = 80	16 x 3 = 48	126

ภาพ 33 การสร้างตารางแก้ปัญหาในกิจกรรมที่ 4.1

นักเรียนใช้ตารางในการแก้ปัญหาโดยกำหนดให้ส่วนหัวตารางแทนจำนวนต้นไม้ จำนวนหลักที่ใช้ล้อมต้นไม้ และผลรวมของจำนวนหลักที่ใช้ล้อมต้นไม้ทั้งหมด กำหนดจำนวนต้นไม้ทั้ง

สองชนิดให้มีผลรวมเป็น 36 ต้นและพิจารณาให้จำนวนหลักให้เท่ากับ 128 หลัก เริ่มแรกนักเรียนกำหนดให้ต้นไม้เป็นต้นมะม่วงทั้ง 36 ต้น แต่ใช้หลักไป 144 หลัก ซึ่งมากกว่าที่โจทย์กำหนด จึงลดจำนวนต้นมะม่วง 1 ต้น และเพิ่มจำนวนต้นสัก 1 ต้น เนื่องจากจำนวนต้นสักใช้หลักจำนวนน้อยกว่า และเพิ่มจำนวนต้นสักจนมีต้นสัก 16 ต้น ต้นมะม่วง 20 ต้น ซึ่งมีผลรวมของจำนวนต้นไม้ทั้งสองชนิดเป็น 36 ต้นและใช้หลักไป 128 หลัก

ต้นมะม่วง (ต้น)	หลัก (หลัก)	ต้นสัก (ต้น)	หลัก (หลัก)
1	4	1	3
2	8	2	6
3	12	3	9
4	16	4	12
5	20	5	15
6	24	6	18
7	28	7	21
8	32	8	24
9	36	9	27
10	40	10	30
11	44	11	33
12	48	12	36
13	52	13	39
14	56	14	42
15	60	15	45
16	64	16	48
17	68		
18	72		
19	76		
20	80		

ต้นมะม่วง 20 ต้น ใช้หลัก 80 หลัก
ต้นสัก 16 ต้น ใช้หลัก 48 หลัก
รวม ต้นไม้ 36 ต้น ใช้หลัก 128 หลัก

ภาพ 34 การแจกแจงที่เป็นไปได้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ 4.1

นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ตารางโดยส่วนหัวตารางแทนจำนวนต้นไม้และจำนวนของหลักที่ใช้ พิจารณาจำนวนต้นมะม่วงที่เป็นไปได้ 1 - 20 ต้น จำนวนต้นสัก 1 - 16 ต้น พิจารณาหาผลรวมของต้นมะม่วงและต้นสักรวมกันเป็น 36 ต้น และจำนวนหลักที่ใช้ล้อมต้นไม้ทั้งสองต้นรวมเป็น 128 หลัก ซึ่งได้คำตอบเป็น ต้นมะม่วง 20 ต้น 80 หลัก กับจำนวน ต้นสัก 16 ต้น จำนวนหลัก 48 หลัก รวมกันเป็นจำนวนต้นไม้ 36 ต้น จำนวนหลักที่ใช้ล้อมต้นไม้ทั้งหมด 128 หลัก ตรงตามโจทย์กำหนด

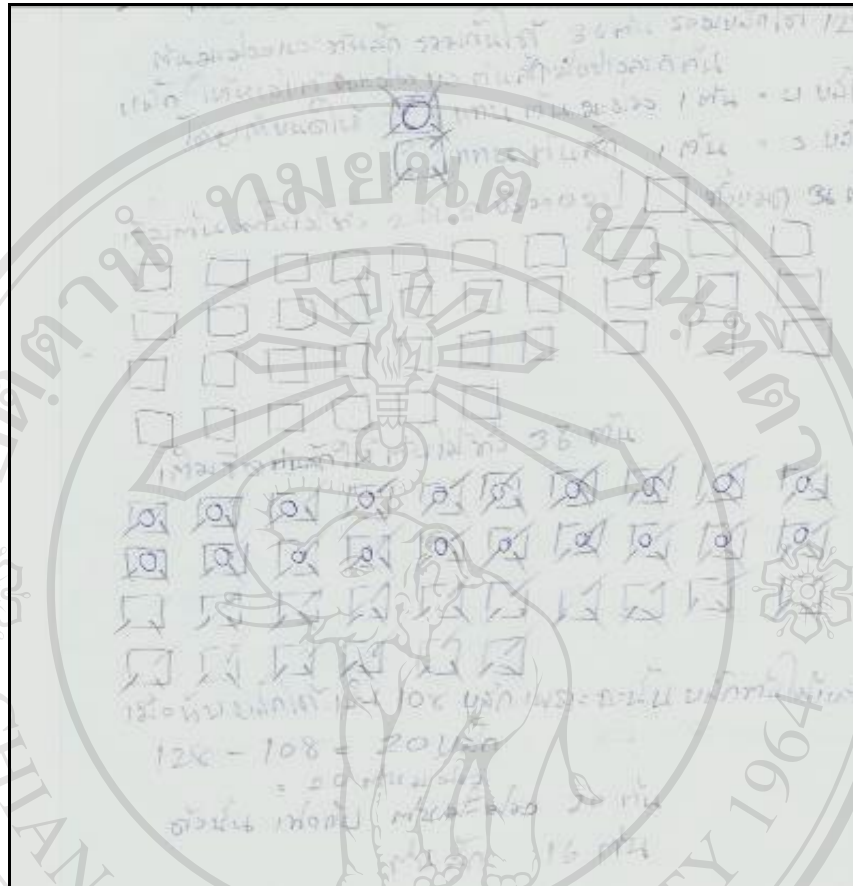
กลุ่มที่ใช้คาดเดาและตรวจสอบในการแก้ปัญหา

คาดเดาที่ 1	ใช้จำนวนเดิม	12 ต้น	48 หลัก	ใช้หลัก
มี 8 ต้น	24 หลัก	รวม	20 ต้น	72 หลัก (ไม่ถูกต้อง)
คาดเดาที่ 2	ใช้หลักใหม่	20 ต้น	64 หลัก	ใช้หลัก
มี 8 ต้น	36 หลัก	รวม	28 ต้น	100 หลัก
คาดเดาที่ 3	ใช้จำนวนเดิม	20 ต้น	80 หลัก	ใช้หลัก
มี 16 ต้น	48 หลัก	รวม	36 ต้น	128 หลัก

ภาพ 35 การคาดเดาและตรวจสอบแก้ปัญหากิจกรรมที่ 4.1

จากภาพ 35 นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้การคาดเดาจำนวนต้นไม้ทั้งสองชนิดก่อนแล้วหาจำนวนหลักที่ใช้ล้อมและตรวจสอบจำนวนต้นไม้แต่ละชนิดและจำนวนหลักที่ใช้ล้อมต้นไม้ทั้งสองชนิดให้ตรงตามที่โจทย์กำหนด ในการคาดเดาครั้งแรก กำหนดให้มีต้นมะม่วง 12 ต้น ใช้หลัก 48 หลัก ต้นสัก 8 ต้น ใช้หลัก 24 หลัก รวมต้นไม้ทั้งสองชนิดเป็น 20 ต้น ใช้หลักทั้งหมด 72 หลัก ไม่ถูกต้อง จึงคาดเดาอีกครั้งโดยในการคาดเดาจะกำหนดให้จำนวนต้นไม้แต่ละชนิดเป็นจำนวนคู่ เพราะจำนวนหลักที่ล้อมทั้งหมดเป็นจำนวนคู่ จำนวนหลักที่ใช้ล้อมต้นสักจึงเป็นจำนวนคี่ไม่ได้ เพราะฉะนั้นในการคาดเดาจึงกำหนดให้จำนวนของต้นสักและจำนวนต้นมะม่วงเป็นจำนวนคู่ จึงคาดเดาจำนวนต้นสักเพิ่ม 16 และ 20 เพราะจำนวนหลักขาดอีกจำนวนมาก จนได้ต้นมะม่วง 20 ต้น ต้นสัก 16 ต้น รวม 36 ต้น ใช้หลักรวมกันเป็น 128 หลัก ตรงตามที่โจทย์กำหนด ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

กลุ่มที่ใช้การวาดภาพ / แผนภาพในการแก้ปัญหา



ภาพ 36 การวาดภาพ / แผนภาพ แก้ปัญหากิจกรรมที่ 4.1

จากภาพ 36 นักเรียนวาดรูปสี่เหลี่ยม จำนวน 36 รูป แทนจำนวนต้นไม้ทั้งสองชนิด จากนั้นทดลองกำหนดให้ต้นไม้ทั้ง 36 ต้น เป็นต้นสัก ล้อมรั้วต้นละ 3 หลัก โดยเขียนเติมหลักให้ ต้นไม้ต้นละ 3 หลัก รวมเป็น 108 หลัก แต่โจทย์กำหนดให้ 128 หลัก ดังนั้นขาดหลัก $128 - 108 = 20$ หลัก ซึ่งเท่ากับจำนวนของต้นมะม่วง 20 ต้น หรือจึงนำหลัก 20 หลักไปเติมให้ ต้นไม้ ต้นละ 1 หลัก จึงได้ต้นมะม่วงทั้งหมด 20 ต้น ที่เหลือเป็นต้นสัก 16 ต้นตรงตามที่โจทย์ กำหนดให้

กลุ่มที่ใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหา

การเขียนสมการ

กำหนดให้ ต้นมะม่วง จำนวน x ต้น
ต้นสัก จำนวน y ต้น

จากต้นมะม่วงและต้นสักรวมกันเป็น 36 ต้น
เขียนสมการได้ $x + y = 36$... (1)

จำนวนต้นมะม่วงและต้นสักรวมกันเป็น 129 บาท
เขียนสมการได้ $4x + 3y = 129$... (2)

แก้สมการ

(1) $\times 3$: $3x + 3y = 108$... (3)

(2) $-$ (3) : $x = 20$... (4)

แทนค่า $x = 20$ ในสมการ (1)

$x + y = 36$
จะได้ $20 + y = 36$
นำ -20 จากทั้งสองข้างของสมการ
 $y + 20 + (-20) = 36 + (-20)$
 $y = 16$

จะได้ ต้นมะม่วง 20 ต้น
ต้นสัก 16 ต้น
รวม เป็น 36 ต้น

จำนวนต้นมะม่วงและต้นสักเป็น 129 บาท
ต้นมะม่วง $4 \times 20 = 80$ บาท
ต้นสัก $3 \times 16 = 48$ บาท
รวม เป็น 128 บาท

ภาพ 37 การเขียนสมการแก้ปัญหากิจกรรมที่ 4.1

นักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้การเขียนสมการ กำหนดให้มีจำนวนต้นมะม่วง x ต้น ต้นสัก y ต้น สร้างสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และสมมติการเท่ากันในการหาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

หลังจากนั้นให้นักเรียนนำเสนอแผนที่แต่ละกลุ่มออกมาติดแสดงหน้าชั้นเรียน และแสดงตารางที่นักเรียนบันทึกจำนวนต้นไม้แต่ละชนิดและจำนวนหลักที่ใช้ล้อมต้นไม้ไว้ในตอนต้น ให้ตัวแทนนักเรียนมานับ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง และหลังจากนั้นครูใช้สื่อเพาเวอร์พอยต์ ในการแสดงวิธีการแก้ปัญหาแบบต่าง ๆ เพิ่มเติมในประเด็นที่นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาไม่ครอบคลุม เช่น ในการแก้ปัญหาสามารถใช้ความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหาได้ จากการสังเกตพบว่านักเรียนมีความสนใจการนำเสนอประกอบสื่อเพาเวอร์พอยต์ และสอบถามนักเรียนมีความเข้าใจการแก้ปัญหามากขึ้น

4. **ชั้นขยายความรู้** ให้นักเรียนแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยกำหนดให้ใช้วิธีการแก้ปัญหาให้หลากหลายที่สุด โดยใช้วิธีที่เคยศึกษาในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านมา ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกันทำงาน และบางกลุ่มที่มีการแบ่งงานกันทำ นักเรียนมีการปรึกษาและตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหของกัน จากการสังเกตวิธีการแก้ปัญหของนักเรียน นักเรียนทุกกลุ่มแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการตั้งแต่ 2 วิธี วิธีการแก้ปัญหที่ใ้มากที่สุด คือ การเขียนตาราง การเขียนสมการ และนักเรียนบางส่วนใช้การวาดภาพ / แผนภาพ ในการแก้ปัญหา และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องชัดเจน เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหา

“นักเรียนคนหนึ่งทำข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์จำนวน 30 ข้อ ได้คะแนนรวม 65 คะแนน ซึ่งในการตรวจให้คะแนนนั้น ถ้าตอบถูกต้องจะได้ 3 คะแนน และถ้าตอบผิดจะถูกหัก 2 คะแนนจงหานักเรียนทำถูกและผิดทั้งหมดกี่ข้อ”

นักเรียนแก้ปัญหาได้ดังภาพ 38 – 39

การสร้างตารางในการแก้ปัญหา

จำนวนข้อถูก	ถูกได้ 3	จำนวนข้อผิด	ผิดหัก 2	คะแนน รวม	จำนวน ข้อ.
15	45	15	30	$45 - 30 = 15$	30
17	51	13	26	$51 - 26 = 25$	30
19	57	11	22	$57 - 22 = 35$	30
20	60	10	20	$60 - 20 = 40$	30
21	63	9	18	$63 - 18 = 45$	30
23	69	7	14	$69 - 14 = 55$	30
25	75	5	10	$75 - 10 = 65$	30

ภาพ 38 การสร้างตารางแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ 4.2

กลุ่มการใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหา

แก้สมการ

ให้ x แทนจำนวน กล้วยได้ 3 กิโลกรัม
 y แทน กล้วยได้ 2 กิโลกรัม

สอบวิชาคณิตศาสตร์ 30 ข้อ

$$x + y = 30 \quad (1)$$

กล้วยให้คะแนน กล้วยได้ 3 คะแนน กล้วยได้ 2 คะแนน

ได้คะแนน $3x + 2y = 65 \quad (2)$

$(1) \times 2 \Rightarrow 2x + 2y = 60 \quad (3)$

นำ $(2) - (3) \Rightarrow x = 5$

แทน x ในสมการ (1)

$$5 + y = 30$$

$$y = 30 - 5$$

$$y = 25$$

จึงสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 30 ข้อ

$$5 + 25 = 30$$

รางวัลให้คะแนน ออกได้ 3 คะแนน คิด 2 คะแนน

$$3 < 5 > + 2 < 25 > = 65$$

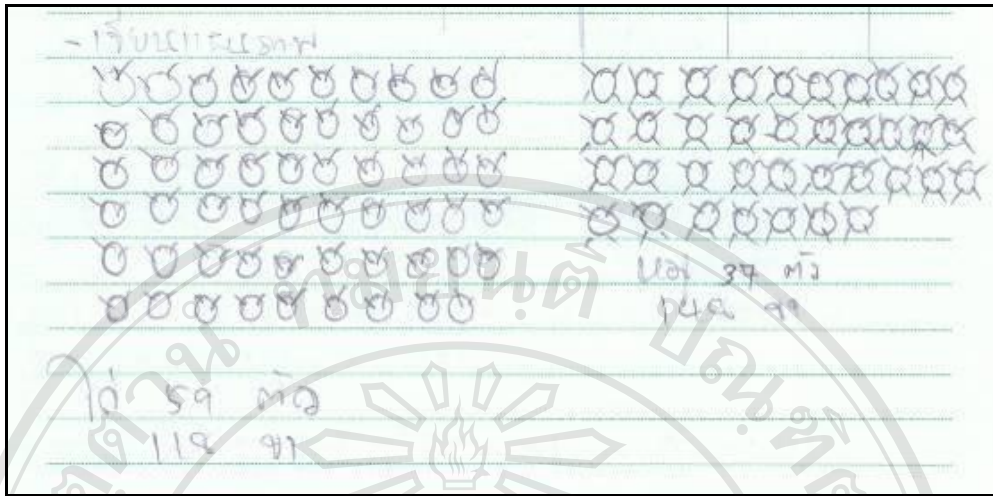
$$15 + 20 = 65$$

ภาพ 39 การเขียนสมการแก้ปัญหากิจกรรมที่ 4.2

นักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้การเขียนสมการ กำหนดให้มีจำนวนซื้อที่ทำถูกเป็น x ซื้อจำนวนซื้อที่ทำผิด y ซื้อ สร้างสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และใช้สมบัติการเท่ากันในการหาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ ซึ่งนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

นอกจากนี้นักเรียนใช้การวาดภาพ / แผนภาพ ในการแก้โจทย์ปัญหา

“ฟาร์มแห่งหนึ่งมีสัตว์อยู่ 2 ชนิด คือ ไก่ และหมู ซึ่งไก่อมากกว่าหมู 22 ตัว แต่เมื่อนับขาารวมกันแล้วมี 266 ขา ถามว่ามีไก่และหมูอย่างละกี่ตัว”



ภาพ 40 การวาดภาพ/แผนภาพ แก้ปัญหากิจกรรมที่ 4.2

นักเรียนแก้ปัญหาโดยการวาดภาพ/แผนภาพ กำหนดให้จำนวนหมูมี 20 ตัว ไก่มี 42 ตัว จำนวนรวมเป็น 164 ขา ซึ่งไม่ตรงตามโจทย์กำหนด และเพิ่มจำนวนหมู 40 ตัว ไก่มี 62 ตัว จำนวนรวมเป็น 284 ขา ซึ่งมากกว่าที่โจทย์กำหนด จึงลดจำนวนของไก่เป็น 59 ตัว หมู 37 ตัว รวมมีขา 266 ตรงตามที่โจทย์กำหนด

5. ขั้นประเมิน

ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 4 เป็นรายบุคคล ซึ่งจากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาเฉลี่ย 1.62 อยู่ในระดับดี ในการทำแบบฝึกหัดในแผนการจัดการเรียนรู้นี้ผู้วิจัยได้กำหนดให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการการแก้ปัญหอย่างหลากหลาย พบว่านักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

ตาราง 13 จำนวนนักเรียนที่เลือกใช้วิธีในการแก้ปัญหาในแบบฝึกหัดที่ 4

ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	จำนวน (คน)	
	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2
ใช้ตั้งแต่สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา		
การสร้างตาราง การวาดภาพ/แผนภาพ กับ การเขียนสมการ	6	10
การคาดเดาและตรวจสอบ การวาดภาพ/การวาดภาพ กับ การเขียนสมการ	3	7
การเขียนตาราง กับ การคาดเดา	2	
การเขียนตาราง กับ การวาดภาพ	12	
การวาดภาพ กับ การเขียนสมการ	4	6
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหา		
การเขียนตาราง	3	4
การเขียนสมการ	3	6
รวม	33	33

จากตารางที่ 13 ข้อ 1 ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนักเรียนส่วนใหญ่ใช้มากกว่าสองวิธีในการแก้ปัญหา โดยใช้ การสร้างตาราง การเขียนสมการ และ การคาดเดาและตรวจสอบ ซึ่งนักเรียนทุกคนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่เลือกใช้วิธีเดียวในการแก้ปัญหาล้วนเลือกใช้การเขียนสมการในการแก้ปัญหา

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

ในแผนนี้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เกี่ยวกับอัตราเร็ว ใช้เวลา 2 คาบ โดยมีรายละเอียดของการจัดการเรียนรู้ ในแต่ละขั้นดังนี้

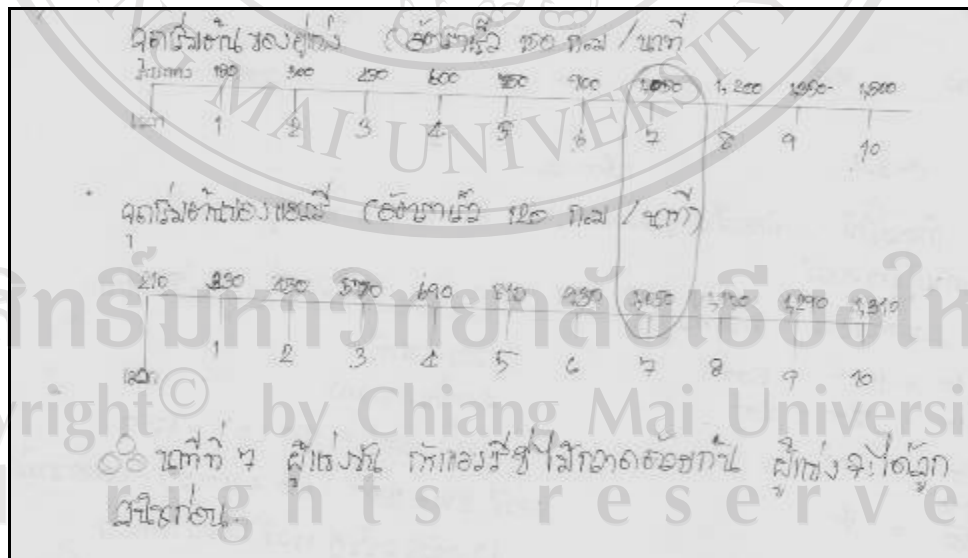
1. ขั้นสร้างความสนใจ ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยเปิดภาพยนตร์ เรื่อง แฮร์รี่ พอตเตอร์ ตอนศิลาอาถรรพ์ ในระหว่างการแข่งขันกีฬาควิดดิชประจำปีของโรงเรียนฮอกวอตส์ รอบชิงชนะเลิศ ระหว่างทีมกริฟฟินดอร์กับทีมสลิธีลิน เมื่อภาพยนตร์ถึงช่วงการแข่งขันควิดดิชจบ ผู้วิจัยตั้งคำถามเกี่ยวกับการแข่งขันควิดดิช นักเรียนสามารถตอบได้ว่า “แฮร์รี่ มีหน้าที่ไล่จับลูกสนิซ และหากทีมใดจับลูกสนิซ จะได้คะแนน 150 คะแนนและเกมจะยุติทันที” หลังจากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา

“หากย้อนเวลาไปในขณะที่เวลาการแข่งขันใกล้จะหมด คะแนนทั้งสองทีมสูสีกันมาก ในขณะที่แอร์เห็นลูกสนิช แอร์จึงเริ่มจีไม่กวาดตรงไปไล่จับลูกสนิชมีอัตราเร็ว 120 เมตรต่อนาที และในเวลาเดียวกันนักกีฬาคู่แข่งจีไม่กวาดตามมาอยู่ด้านหลัง ด้วยอัตราเร็ว 150 เมตรต่อนาที หากระยะทางที่คู่แข่งห่างจากลูกสนิช เป็นระยะทาง 1,500 เมตร และระยะทางระหว่างแอร์และคู่แข่งห่างกัน 210 เมตร จงหาว่าคู่แข่งจะจีไม่กวาดไล่ตามทันแอร์หรือไม่ และใครจะจับลูกสนิชได้ก่อน”

2. ขั้นสำรวจและค้นคว้า หลังจากนักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ นักเรียนบางกลุ่มเขียนสมการและศึกษาหนังสือเล่มเล็กเกี่ยวกับการแก้ปัญหา หนังสือการแก้ปัญหของ สสวท. หนังสือเสริมประสบการณ์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นเรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และคอมพิวเตอร์สำหรับศึกษาค้นคว้า จากการสังเกต นักเรียนศึกษาหนังสือเล่มเล็ก โดยที่ไม่ต้องรอผู้วิจัยบอก ผู้วิจัยสอบถามวิธีที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนตอบว่าใช้ตารางการแก้สมการ หลังจากนั้นผู้วิจัยสอบถามวิธีการ อื่น ที่สามารถใช้แก้ปัญหา ครูแจกใบความรู้เรื่องอัตราเร็ว จากการสังเกตการณ์แก้ปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาตั้งแต่ 2 วิธีขึ้นไป วิธีการแก้ปัญหที่นักเรียนใช้มากที่สุด คือ การเขียนตาราง รองลงมา คือ การวาดภาพ

3. ขั้นอธิบายและลงข้อสรุป

ผู้วิจัยให้แต่ละกลุ่มอธิบายแนวคิด หลักวิธีแก้ปัญหาแต่ละวิธี ตัวอย่างของการแก้ปัญหาของนักเรียนแสดง ดังภาพ 41 – 43



ภาพ 41 การเขียนภาพ / แผนภาพแก้ปัญหากิจกรรมที่ 5.1

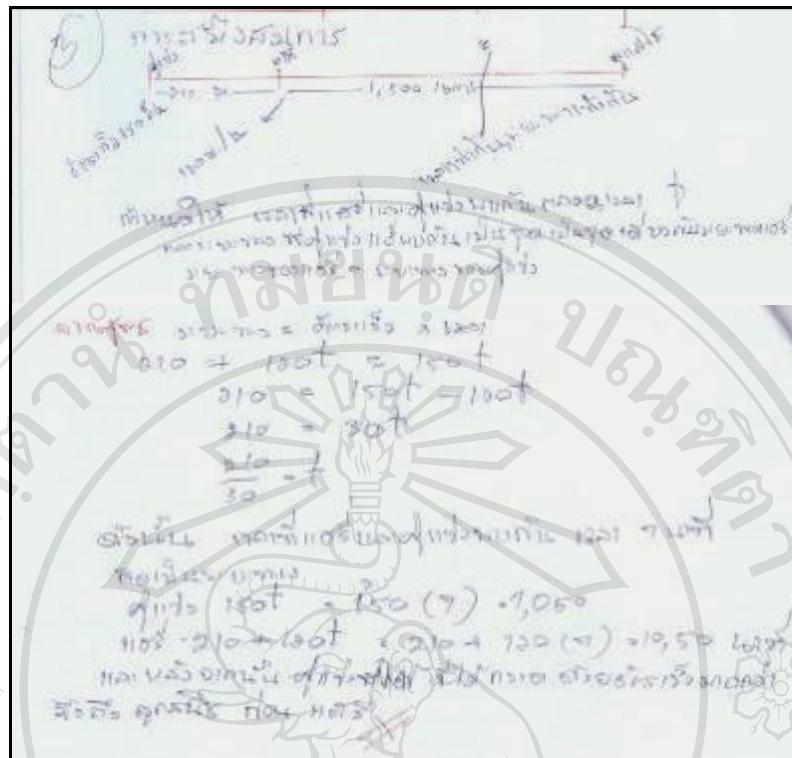
จากภาพ 41 นักเรียนเขียนเส้นจำนวนแทนระยะทางที่แอร์และคู่แข่งจีไม่กวาดในเวลาต่าง ๆ พิจารณาระยะทางของแอร์และคู่แข่งที่ แล้วหาระยะทางที่คู่แข่งจีไม่กวาดทันแอร์ โดยเปรียบเทียบ

จุดที่ระยะทางและเวลาเท่ากัน ซึ่งได้ระยะทาง 1,050 เมตร ในเวลา 7 นาที และหาคนที่จับลูกสนิชก่อน โดยพิจารณาจากภาพ คู่แข่งจีไม่กวาดถึง 1,500 เมตร เพราะฉะนั้นคู่แข่งจึงจับลูกสนิชได้ก่อน ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

เวลา <นาที>	ระยะทางแข่ง <เมตร>	ระยะทางคู่แข่ง <เมตร>
0	210	0
1	330	150
2	450	300
3	570	450
4	690	600
5	810	750
6	930	900
7	1050	1050
8	1170	1200

ภาพ 42 การเขียนตารางแก้ปัญหากิจกรรมที่ 5.1

นักเรียนใช้ตารางแบบสองทาง (two - way table) ในการแก้ปัญหาโดยพิจารณาระยะทางที่แฮรี่ และคู่แข่งจีไม่กวาดได้ในเวลาต่าง ๆ ในเวลานาที ที่ 7 คู่แข่งและแฮรี่จีไม่กวาดทันกันและในนาที่ ที่ 8 คู่แข่งแซงและจับลูกสนิชได้ก่อน



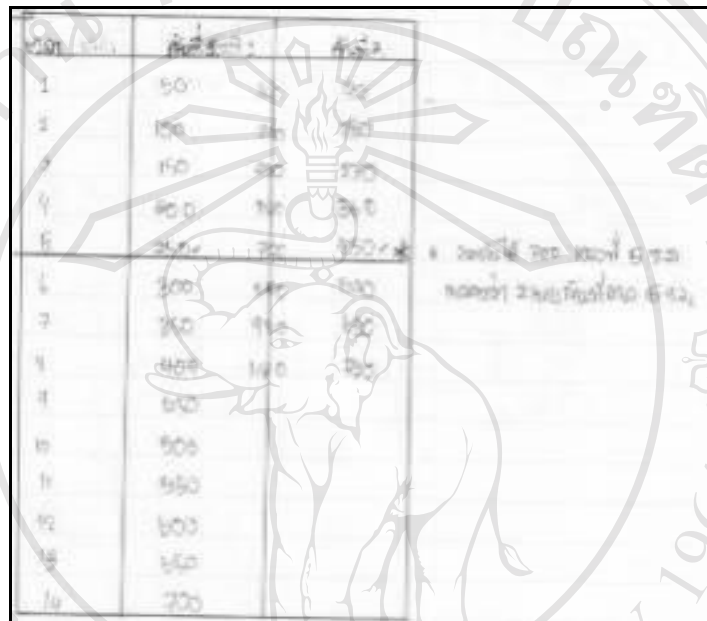
ภาพ 43 การเขียนสมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ 5.1

นักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้การเขียนสมการ กำหนดให้ระยะเวลาที่คู่แข่งและแฮรี่พบกันที่เวลา t นาที เขียนสมการตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด คือระยะทางของแฮรี่และคู่แข่งเท่ากัน และใช้สมบัติการเท่ากันในการหาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบ ส่วนในการหาคนที่จับลูกสุนัขได้ นักเรียนพิจารณาโดยใช้อัตราเร็ว คู่แข่งมีอัตราเร็วมากกว่า คู่แข่งจึงจับลูกสุนัขได้ ซึ่งเป็นคำตอบได้ถูกต้อง จากการสอบวิธีการแก้ปัญหาในเรื่องอัตราเร็ว นักเรียนเห็นว่า การเขียนตาราง และการวาดภาพ สามารถแก้ปัญหาได้ง่าย เห็นภาพชัดเจน ส่วนวิธีการเขียนสมการ นักเรียนเห็นว่ายาก ในการเปลี่ยนโจทย์ให้เป็นประโยคสัญลักษณ์

4. ขยายความรู้ ให้นักเรียนแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว โดยกำหนดให้ใช้วิธีการแก้ปัญหาให้หลากหลายที่สุด โดยใช้วิธีที่เคยศึกษาในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านมา ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ร่วมกันทำงาน หรือบางกลุ่มที่มีการแบ่งงานกันทำ นักเรียนมีการปรึกษาและตรวจสอบวิธีการแก้ปัญหของสมาชิกในกลุ่ม จากการสังเกตวิธีการแก้ปัญหของนักเรียน พบว่า ส่วนใหญ่แต่กลุ่มเลือกใช้การแก้ปัญหา 2 วิธี ใช้ การเขียนตาราง การวาดภาพ / แผนภาพ มีเพียง 1 กลุ่ม ที่เลือกใช้ทฤษฎีเดียวในการแก้ปัญหา คือ การสร้างตาราง และสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องชัดเจน เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหา

“รถยนต์ 2 คัน อยู่ห่างกัน 700 กิโลเมตร จากนั้นรถทั้งสองคันเริ่มวิ่งในทิศทางเข้าหากัน ถ้ารถยนต์คันที่ 1 วิ่งด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง รถยนต์คันที่ 2 วิ่งด้วยอัตราเร็ว 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อเวลาผ่านไปเท่าใดรถยนต์ทั้งสองคันจะวิ่งมาสวนกันพอดี” นักเรียนแก้ปัญหาได้ดังภาพ 44 - 46

การสร้างตารางในการแก้ปัญหา

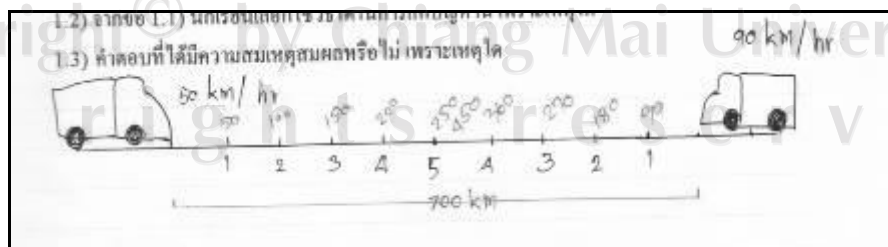


เวลา	รถที่ 1	รถที่ 2
1	50	0
2	100	90
3	150	180
4	200	270
5	250	360
6	300	450
7	350	540
8	400	630
9	450	720
10	500	810
11	550	900
12	600	990
13	650	1080
14	700	1170

ภาพ 44 การสร้างตารางแก้ปัญหากิจกรรมที่ 5.2

นักเรียนสร้างตารางแบบสองทาง (Two - way table) ในการแก้ปัญหาโดยพิจารณา ระยะทางที่รถคันที่ 1 และรถคันที่ 2 แล่นได้ในเวลาต่าง ๆ และพิจารณาหาผลรวมของระยะทางที่รถ แล่นได้มีระยะทางรวมกันเป็น 700 กิโลเมตร ซึ่งตรงกับ 5 ชั่วโมง เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

การใช้การวาดภาพในการแก้ปัญหา



ภาพ 45 การวาดภาพ/แผนภาพแก้ปัญหากิจกรรมที่ 5.2

นักเรียนแก้ปัญหาโดยการวาดภาพ / แผนภาพ โดยเขียนเส้นจำนวนแทนระยะทางที่รถคันที่ 1 และรถคันที่ 2 แล่นในเวลาต่าง ๆ พิจารณาระยะทางที่รถคันที่ 1 และรถคันที่ 2 แล่นได้ระยะทางรวมกันเป็น 700 กิโลเมตร ซึ่งในเวลา 5 ชั่วโมง ระยะทางรวมเป็น $250 + 450 = 700$ กิโลเมตร ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้องตรงตามที่โจทย์กำหนด

การเขียนสมการในการแก้ปัญหา

2. การเขียนสมการ

ระยะทาง = อัตราเร็ว $\times$ เวลา

ระยะทางรถคันที่ 1 + ระยะทางรถคันที่ 2 คือ

$$50t + 100t = 700$$

$$140t = 700$$

$$t = \frac{700}{140} = 5 \text{ นาที}$$

ตรวจสอบคำตอบ เมื่อเวลาผ่านไป 5 นาที รถคันแรกถึง $5(50) = 250$
 รถคันที่สองถึง $5(100) = 500$ รวมระยะทาง $250 + 500 = 700$
 ตรงตามโจทย์ที่กำหนด

ตอบ 5 นาที

ภาพ 46 การเขียนสมการแก้ปัญหากิจกรรมที่ 5.2

นักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้การเขียนสมการ กำหนดให้เวลาที่รถแต่ละคันใช้เดินทาง t ชั่วโมง สร้างสมการ ระยะทางที่รถคันที่ 1 และรถคันที่ 2 แล่น รวมกันเป็น 700 กิโลเมตรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และใช้สมบัติการเท่ากันในการหาคำตอบ ซึ่งได้คำตอบเป็น 5 นาที ตรวจสอบคำตอบ นักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้อง

5. ขั้นประเมิน

ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5 เป็นรายบุคคล ซึ่งจากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่านักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหา เฉลี่ย 1.73 อยู่ในระดับดี ในการทำแบบฝึกหัดในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้กำหนดให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการการแก้ปัญหาย่างหลากหลาย พบว่านักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

ตาราง 14 จำนวนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาในแบบฝึกหัดที่ 5

ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	จำนวน (คน)
ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา	
การสร้างตาราง กับ การวาดภาพ/แผนภาพ	28
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหา	
การสร้างตาราง	2
การเขียนสมการ	3
รวม	33

จากตารางที่ 14 ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็วนักเรียนส่วนใหญ่ใช้ยุทธวิธี 2 วิธีในการแก้ปัญหา โดยใช้ การเขียนตาราง และการวาดภาพ ซึ่ง นักเรียนทุกคนสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ส่วนนักเรียนที่เลือกใช้วิธีเดียวในการแก้ปัญหาส่วนใหญ่เลือกใช้การสร้างตารางกับการเขียนสมการในการแก้ปัญหา

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

ในแผนนี้เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่มและความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใช้เวลา 2 คาบ โดยมีรายละเอียดของการจัดการเรียนรู้ ในแต่ละขั้นดังนี้

1. ขั้นสร้างความสนใจ นำเข้าสู่การเรียนรู้ โดยผู้วิจัยโยนเหรียญหน้าขึ้นเรียนแล้วให้นักเรียนทายผลว่าเหรียญออกหัว หรือ ก้อย หลังจากให้นักเรียนเขียนทายผลการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 5 ครั้ง โดยมีรางวัลมอบให้นักเรียนที่ทายถูกทั้ง 5 ครั้ง นักเรียนทุกคนให้ความร่วมมือโดยเขียนทายผลการโยนเหรียญ นักเรียนแสดงความตื่นเต้นและมีส่วนร่วมการทายผลการโยนเหรียญ โดยตะโกนเชียร์ “หัว!” “ก้อย!” หลังจากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนคาดการณ์ว่าส่วนใหญ่ตอบถูกต้องเป็นจำนวนกี่ข้อ มีจำนวนกี่คน นักเรียนเดาว่าตอบถูก 2 – 3 ข้อ จากนั้นผู้วิจัยบันทึกจำนวนของนักเรียนที่ตอบถูกจำนวน 5 ครั้ง จนถึง 1 ครั้ง และตอบไม่ถูกเลย (0 ครั้ง) ตามลำดับ โดยให้นักเรียนยกมือ และบันทึกผลที่ได้บนกระดานให้นักเรียนสังเกตเห็นชัดเจนทั้งชั้นเรียน

ตาราง 15 จำนวนนักเรียนที่ทายผลการโยนเหรียญได้ถูกต้อง

จำนวนครั้งที่ตอบถูก (ครั้ง)	จำนวนคน (คน)
0	0
1	7
2	11
3	12
4	2
5	1

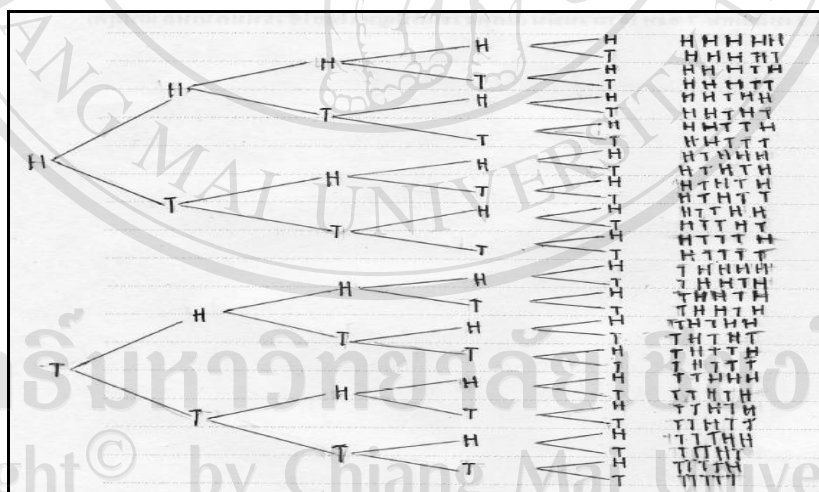
ครูสอบถามนักเรียนเกี่ยวกับจำนวนของคนที่ตอบถูกต้องตรงกับที่คาดเดาของนักเรียนหรือไม่ เพราะอะไร นักเรียนทั้งห้องไม่สามารถตอบและอธิบายได้

2. ขั้นสำรวจและค้นคว้า หลังจากนั้นผู้วิจัยและนักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ โดยหาแนวทางที่เป็นไปได้ของการทายผลการโยนเหรียญ โดยการยกตัวอย่าง ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนสำรวจและค้นคว้าโดยให้นักเรียนหาผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้ของการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 5 ครั้งและความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะตอบถูกทั้ง 5 ครั้ง เป็นเท่าไร หลังจากนั้น นักเรียน

ศึกษาค้นคว้าแหล่งเรียนรู้ที่เตรียมไว้ เช่น หนังสือเล่มเล็ก ใบความรู้ เรื่องการทดลองสุ่มและความน่าจะเป็น หนังสือการแก้ปัญหาของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) หนังสือเสริมประสบการณ์ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น เรื่องการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หนังสือคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 เรื่องความน่าจะเป็นของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี จากการสังเกตในการสำรวจหลังจากนักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยสอบถามถึงยุทธวิธีที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนตอบว่าใช้การสร้างตาราง การแจกแจงที่เป็นไปได้ ผู้วิจัยสอบถามนักเรียนถึงวิธีการอื่น ที่สามารถใช้แก้ปัญหามีอีกหรือไม่ จากนั้นครูแจกใบความรู้ เรื่องการทดลองสุ่มและความน่าจะเป็น เพื่อให้ นักเรียนศึกษาวิธีการแก้ปัญหาเพิ่มเติม จากการสังเกตการณ์แก้ปัญหา นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกใช้วิธีเขียนแผนภาพต้นไม้ รองลงมาคือ การเขียนแจกแจงที่เป็นไปได้ และการแบ่งปัญหาย่อย ตามลำดับ

3. ขั้นตอนิบายและลงข้อสรุป

ผู้วิจัยสอบถามที่ใช้ในการแก้ปัญหา พบว่ากลุ่มนักเรียนเลือกใช้ การเขียน แผนภาพต้นไม้ การเขียนตาราง และการเขียนแจกแจงที่เป็นไปได้ และการแยกปัญหาย่อย หลังจากนั้นให้แต่ละกลุ่มอธิบายแนวคิด หลักวิธีแก้ปัญหาแต่ละวิธี ซึ่ง ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการแก้ปัญหานักเรียน ดังภาพ 47 – 48



ภาพ 47 การเขียนภาพ / แผนภาพแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ 6.1

จากภาพ 47 นักเรียนเขียนผลลัพธ์จากการโยนเหรียญ โดยแยกกิ่งตามครั้งที่ของการโยนเหรียญแล้ว การโยนเหรียญครั้งแรกเกิด H หรือ T ครั้งที่สอง สามารถแยกเป็น H หรือ T โดยที่เป็นอิสระกับครั้งแรก และเขียนผลลัพธ์ไปเรื่อย ๆ จนถึงครั้งที่ 5 จะได้ผลลัพธ์เป็น 32 วิธี ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

โยนเหรียญ 1 ครั้ง	ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด	เป็น H, T มี 2 วิธี	
โยนเหรียญ 2 ครั้ง	ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้	เป็น HH, HT, TH, TT มี 4 วิธี	
โยนเหรียญ 3 ครั้ง	ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้	เป็น HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT มี 8 วิธี	
การโยนเหรียญ	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3
วิธีที่เป็นไปได้	H, T	H, T	H, T
จำนวนวิธีที่เป็นไปได้	2	2	2
จำนวนผลลัพธ์ โดยจากการโยนเหรียญ 1 ครั้งเท่ากับ	2 วิธี		
จำนวนผลลัพธ์จากการโยนเหรียญ 2 ครั้งเท่ากับ	$2 \times 2 = 4$ วิธี		
จำนวนผลลัพธ์จากการโยนเหรียญ 3 ครั้งเท่ากับ	$2 \times 2 \times 2 = 8$ วิธี		
ดังนั้น จำนวนผลลัพธ์ในการโยนเหรียญ 3 ครั้ง	เท่ากับ $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ วิธี		

ภาพ 48 การแบ่งปัญหาย่อยแก้ปัญหาคีกรรมาที่ 6.1

โยนเหรียญ 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้ทั้งหมด คือ H, T มี 2 วิธี ถ้าโยนเหรียญ 2 ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้ทั้งหมด คือ HH, HT, TH, TT มี 4 วิธี ถ้าโยนเหรียญ 3 ครั้ง ผลลัพธ์ที่ได้ทั้งหมด คือ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT มี 8 วิธี จากการสังเกตผลลัพธ์การโยนเหรียญจะเพิ่มเป็น 2 เท่าของการโยนครั้งที่แล้วเสมอ เช่น ในครั้งที่ 3 จะมีจำนวนผลลัพธ์เป็น $2 \times 4 = 8$ ดังนั้นถ้าโยนเหรียญ 4 ครั้ง จำนวนผลลัพธ์ จะได้เป็น $8 \times 2 = 16$ และถ้าโยนเหรียญ 5 ครั้ง จะได้ผลลัพธ์เป็น $16 \times 2 = 32$ วิธี หลังจากนั้นให้ตัวแทนนักเรียนออกมาอธิบายหน้าชั้นเรียน นักเรียนพยายามใช้ตาราง แต่ไม่ทราบว่า จะกำหนดแนวดิ่งและแนวนอนแทนอะไร ครูจึงยกตัวอย่าง การเขียนตารางแบบหลายทาง (Multi - way table) ในการแก้ปัญหาโดยแยกเป็นแนวดิ่ง การโยนเหรียญครั้งที่ 1-2 และแนวนอนการโยนเหรียญครั้งที่ 3-5 ซึ่งเป็นการเป็นการแก้ปัญหาที่ยาก

4. ขยายความรู้ หลังจากนักเรียนนำเสนอวิธีแก้ปัญหาโดยแบ่งเป็นปัญหาย่อย ครูเขียนตารางหน้าชั้นเรียนและให้นักเรียนเติมคำตอบ

ตาราง 16 ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการ โยนเหรียญ 1 เหรียญ 5 ครั้ง

จำนวนครั้งในการ โยนเหรียญ (ครั้ง)	จำนวนวิธีในการ เลือกตอบ
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

หลังจากครูดถามนักเรียนจำนวนผลลัพธ์ที่ได้มีความสัมพันธ์อย่างไรกับจำนวนวิธีในครั้งก่อนหน้า คำตอบในจำนวนครั้งที่เพิ่มขึ้น จำนวนเลือกตอบจะเพิ่มเป็นสองเท่าของจำนวนครั้งในการโยนก่อนหน้า นักเรียนสามารถหาจำนวนวิธีในการ โยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 10 จำนวนวิธีการทำข้อสอบ เป็นเท่ากับ 2^{10} วิธี ถ้าข้อสอบแบบถูกผิด x ข้อ จะมีวิธีในการทำข้อสอบได้ทั้งหมด 2^x วิธี

ให้นักเรียนแก้ปัญหาเกี่ยวกับการทดลองสุ่มและความน่าจะเป็น โดยกำหนดให้ใช้วิธีการแก้ปัญหาให้หลากหลายที่สุด โดยใช้วิธีที่เคยศึกษาในใบความรู้และในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านมา โดยกำหนดสถานการณ์ปัญหา ดังนี้

“ในการทำข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์ ขณะที่เวลาเหลืออีก 1 นาที มีนักเรียนคนหนึ่งทำไม่ทัน จึงสุ่มเดาเลือกตอบ จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะทำผิดทั้ง 5 ข้อ เมื่อกำหนดให้นักเรียนทำข้อสอบทุกข้อ”

จากการสังเกตการแก้ปัญหาของนักเรียน ในการแก้ปัญหา นักเรียนร่วมมือกันทำงานสามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องชัดเจน นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ การเขียนแผนภาพต้นไม้ และการแบ่งปัญหาย่อย มีรายละเอียด ดังนี้

ลิขสิทธิ์ © by Chiang Mai University
All rights reserved



ภาพ 49 การเขียนแผนภาพต้นไม้แก้ปัญหากิจกรรมที่ 6.2 นักเรียนแก้ปัญหาโดยนักเรียนเขียนผลลัพธ์จากการสุ่มทำข้อสอบ โดยแยกกิ่งตามลำดับข้อที่ของข้อสอบ ข้อแรกเลือกได้ 4 แบบ คือ ก ข ค หรือ ง ครั้งที่สอง ในแต่ละข้อในข้อที่ 1 นักเรียนสามารถเลือกได้เป็น ก ข ค หรือ ง จึงแตกกิ่งของแผนภาพต้นไม้ออกเป็น 4 กิ่ง ซึ่งสามารถเลือก โดยที่เป็นอิสระกับครั้งแรก จำนวนวิธีจึงเท่ากับ 16 และเขียนผลลัพธ์ไปเรื่อย ๆ ซึ่งมีจำนวนมาก นักเรียนไม่สามารถเขียนได้ทั้งหมด

อีกแนวคิดนักเรียนเขียนเฉพาะวิธีการที่นักเรียนทำผิด โดยการกำหนดวิธีการทำถูกต้องทั้งหมดแล้วหาข้อที่ผิด

ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved



ภาพ 50 การแยกปัญหาย่อยแก้ปัญหากิจกรรมาที่ 6.2

นักเรียนที่แก้ปัญหโดยใช้การแยกปัญหาย่อย ในขั้นแรกนักเรียนสมมติวิธีที่นักเรียนตอบ ถูก และพิจารณาจำนวนวิธีที่ตอบผิด ถ้าข้อสอบ 1 ข้อ เลือกได้ 3 วิธี ถ้าข้อสอบ 2 ข้อ เลือกข้อผิดได้ 9 วิธีถ้าข้อสอบมี 3 ข้อ เลือกข้อผิดได้ 27 วิธี จากการสังเกตจำนวนวิธีที่ตอบผิดทั้งหมดจะเพิ่มเป็น 3 เท่าของจำนวนของข้อสอบเดิมเสมอ เช่น ในครั้งที่ 3 จะมีจำนวนผลลัพธ์เป็น $3 \times 9 = 27$ ดังนั้นถ้า ข้อสอบ 5 ข้อ ได้ผลลัพธ์ที่ได้เป็น $3 \times 81 = 243$ วิธี ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง

หลังจากนั้นครูถามความน่าจะเป็นของการทำผิดทั้งหมดเท่ากับเท่าไร นักเรียนสามารถหา แห้มเปิ้ลสเปซ และบอกสูตรความน่าจะเป็น และหาความน่าจะเป็นของการทดลองสุ่มได้

5. ขั้นประเมิน

ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5 เป็นรายบุคคล ซึ่งจากการตรวจแบบฝึกหัดพบว่านักเรียน สามารถแก้ปัญหามีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาลดลง 1.46 อยู่ในระดับพอใช้

ในการทำแบบฝึกหัดในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้กำหนดให้นักเรียนแสดงวิธีการ แก้ปัญหาโดยใช้ทุกวิธีที่นักเรียนเคยเรียนในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านมามีทั้งที่กล่าวไว้ข้างต้น พบว่านักเรียนสามารถแสดงวิธีการแก้ปัญหได้ และเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาดังต่อไปนี้

ตาราง 17 จำนวนนักเรียนที่ใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาในแบบฝึกหัดที่ 6

ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	จำนวน (คน)
ใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา	
การแจกแจงที่เป็นไปได้ กับ การแบ่งปัญหาย่อย	17
การแจกแจงที่เป็นไปได้ กับ การเขียนแผนภาพ	5
ใช้ยุทธวิธีเดียวในการแก้ปัญหา	
การแบ่งปัญหาย่อย	11
รวม	33

จากตาราง 17 นักเรียนส่วนใหญ่เลือกใช้สองยุทธวิธีในการแก้ปัญหา นักเรียนจะใช้การแจกแจงที่เป็นไปได้และการแยกปัญหาย่อยในการแก้ปัญหา ส่วนนักเรียนที่เลือกใช้ยุทธวิธีเดียว ใช้การแยกปัญหาย่อยในการแก้ปัญหา

จากการสังเกตพฤติกรรมพบว่าในชั้นสร้างความสนใจ นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรม ร่วมแสดงความคิดเห็น และแสดงออกถึงความสนใจ สนุกสนาน กระตือรือร้นในการแก้ปัญหา ในขั้นสำรวจและค้นคว้า นักเรียนได้ค้นหาข้อมูลและเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งพบว่านักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหา วิธีการแก้ปัญหาดตามที่กำหนดไว้ และสามารถนำวิธีการแก้ปัญหามาได้ศึกษาไปใช้ในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง ในขั้นการอธิบายลงข้อสรุป นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดและอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาแต่ละวิธี ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถอธิบายและสรุปวิธีการแก้ปัญหามาที่กำหนดให้ได้ มีการแลกเปลี่ยนแนวคิดในการแก้ปัญหาในชั้นเรียน หลังจากนั้นในขั้นขยายความรู้ นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้วิธีการแก้ปัญหามาในสถานการณ์ใหม่ ที่แตกต่างจากเดิม โดยใช้วิธีการแก้ปัญหามากมาย ในขั้นประเมินเป็นการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตรวจสอบความรู้ของนักเรียน และสะท้อนผลจากการจัดกิจกรรมแต่ละแผนการเรียนรู้

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 6 แผน พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหามาของนักเรียนระหว่างดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5อี อยู่ในระดับดี โดยนักเรียนมีความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและวิธีการแก้ปัญหามาที่กำหนดไว้ และสามารถนำยุทธวิธีการแก้ปัญหามาที่ได้ศึกษาไปใช้ในสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง สามารถอธิบายและสรุปวิธีการแก้ปัญหามาที่กำหนดให้ได้ นอกจากนี้นักเรียนสามารถประยุกต์ ใช้วิธีการแก้ปัญหามาในสถานการณ์ใหม่ ที่แตกต่างจากเดิม โดยใช้วิธีการแก้ปัญหามากมาย ในช่วงแรกนักเรียนมักใช้ยุทธวิธีการเขียน

สมการที่เรียนในชั้นเรียน หลังจากจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบ 5อี นักเรียนเริ่มใช้ยุทธวิธีที่หลากหลายมากขึ้น ทำให้สามารถแก้ปัญหาได้ อีกทั้งใช้ยุทธวิธีเหล่านั้นเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบโดยลักษณะการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ขึ้นอยู่กับประเภทของโจทย์ปัญหาและความถนัดของผู้เรียน



ลิขสิทธิ์มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
Copyright© by Chiang Mai University
All rights reserved