

บทที่ 4

ระเบียบวิธีสมาชิกตามขอบกับโปรแกรมเมทแลบ

ในบทนี้เราจะกำหนดหาเมตริกซ์ H และเมตริกซ์ G โดยใช้วิธีสมาชิกกำลังสอง ซึ่งคำนวณด้วยโปรแกรมเมทแลบ

1. การกำหนดตัวแปร

ในส่วนนี้เราจะกำหนดรายละเอียดของตัวแปรหลักที่ใช้กับ โปรแกรมเมทแลบ ส่วนตัวแปรอื่นๆ ที่ไม่ได้กล่าวถึงจะแสดงในรายละเอียดต่อไป

ตารางที่ 4.1 การกำหนดตัวแปรหลักที่ใช้กับ โปรแกรมเมทแลบ

ตัวแปร	หมายถึง
w	ค่าน้ำหนักเกาส์ (ดังแสดงในตารางที่ 2.1)
ep	ค่าจุด ϵ (ดังแสดงในตารางที่ 2.1)
n	จำนวนจุดขอบ
l	จำนวนจุดภายใน
X	เมตริกซ์ของจุดขอบบนแกน x
Y	เมตริกซ์ของจุดขอบบนแกน y
x1	ค่าประมาณแบบเกาส์ของ X
y1	ค่าประมาณแบบเกาส์ของ Y
Hhat	เมตริกซ์ $\hat{H}$ จากการคำนวณจุดขอบที่เกิดจากวิธีสมาชิกกำลังสอง
G	เมตริกซ์ G จากการคำนวณจุดขอบที่เกิดจากวิธีสมาชิกกำลังสอง
Xin	เมตริกซ์ของจุดภายในบนแกน x
Yin	เมตริกซ์ของจุดภายในบนแกน y
H2	เมตริกซ์ H จากการคำนวณจุดภายในที่เกิดจากวิธีสมาชิกกำลังสอง
G2	เมตริกซ์ G จากการคำนวณจุดภายในที่เกิดจากวิธีสมาชิกกำลังสอง
A	เมตริกซ์ A ในสมการที่ 3.35

ตารางที่ 4.1 การกำหนดตัวแปรหลักที่ใช้กับโปรแกรมเมทแลบ (ต่อ)

ตัวแปร	หมายถึง
B	เมตริกซ์ y ในสมการที่ 3.35
Usol	เมตริกซ์ของผลเฉลยของจุดภายใน
R_{ij}	ระยะทางจากจุด i ถึงจุด j

2. การอินทิเกรตแบบเกาส์โดยใช้โปรแกรมเมทแลบ

การอินทิเกรตในแต่ละส่วนของสมาชิกต้องใช้การอินทิเกรตแบบเกาส์ ซึ่งเราใช้เกาส์ 10 จุด การเปลี่ยนของตัวแปรต้องการทำให้แน่ใจว่า การอินทิเกรตอยู่ในช่วง -1 ถึง 1 โดยกำหนดให้

$$x_1 = F_1 X_{j-1} + F_2 X_j + F_3 X_{j+1}$$

$$y_1 = F_1 Y_{j-1} + F_2 Y_j + F_3 Y_{j+1}$$

$$\text{เมื่อ } F_1 = \frac{1}{2}(\xi^2 - \xi), \quad F_2 = (1 - \xi)^2, \quad F_3 = \frac{1}{2}(\xi^2 + \xi)$$

ดังนั้นการประมาณค่าในสมาชิก $[j]$

```

for g=1:10
    F1(g)=0.5*((ep(g))^2-ep(g));
    F2(g)=1-(ep(g))^2;
    F3(g)=0.5*((ep(g))^2+ep(g));
    x1(g)=X(j-1)*F1(g)+X(j)*F2(g)+X(j+1)*F3(g);
    y1(g)=Y(j-1)*F1(g)+Y(j)*F2(g)+Y(j+1)*F3(g);
end

```

ดังนั้นสำหรับระยะจากจุดที่ i ไปสมาชิก $[j]$ คือ

$$(R_{ij})_g = \sqrt{(x_i - x_g)^2 + (y_i - y_g)^2}$$

ในโปรแกรมหลักจะกำหนดค่าของจุด (t_i หรือ ep_i) และค่าน้ำหนักเกาส์ (w_i) ดังแสดงในตารางที่ 2.1

3. การคำนวณเมตริกซ์ H โดยใช้โปรแกรมแมทแลบ

3.1 กรณี $i \neq j$ แบ่งการคำนวณออกเป็น $j=1, j=2, j=3, 4, \dots, n-2, j=n-1$ และ $j=n$ จากสมการ (3.42) เขียนในรูปโปรแกรมแมทแลบได้ดังนี้

```

for i=1:n
    for j=1
% **** first consider for (i,j+1)*****
        for g=1:10
            A=X(j)-2*X(j+1)+X(j+2);
            B=0.5*(X(j+2)-X(j));
            C=Y(j)-2*Y(j+1)+Y(j+2);
            D=0.5*(Y(j+2)-Y(j));
            Jco(g)=sqrt((A*ep(g)+B)^2+(C*ep(g)+D)^2);
            x1(g)=X(j)*F1(g)+X(j+1)*F2(g)+X(j+2)*F3(g);
            y1(g)=Y(j)*F1(g)+Y(j+1)*F2(g)+Y(j+2)*F3(g);
            R2ij1(g)=(X(i)-x1(g))^2+(Y(i)-y1(g))^2;
            dxds(g)=A*ep(g)+B;
            dyds(g)=C*ep(g)+D;
            nx(g)=(dyds(g))/Jco(g);
            ny(g)=-(dxds(g))/Jco(g);
            dudx(g)=x1(g)-X(i);          dudy(g)=y1(g)-Y(i);
            func(g)=nx(g)*dudx(g)+ny(g)*dudy(g);
            S1(g)=(func(g)*Jco(g)*w(g)*F1(g))/R2ij1(g);
        end
        ss1=sum(S1);
% **** next consider for (i,j) *****
        for g=1:10
            A=X(n)-2*X(j)+X(j+1);
            B=0.5*(X(j+1)-X(n));
            C=Y(n)-2*Y(j)+Y(j+1);
            D=0.5*(Y(j+1)-Y(n));
            Jco(g)=sqrt((A*ep(g)+B)^2+(C*ep(g)+D)^2);
            x1(g)=X(n)*F1(g)+X(j)*F2(g)+X(j+1)*F3(g);
            y1(g)=Y(n)*F1(g)+Y(j)*F2(g)+Y(j+1)*F3(g);
            R2ij1(g)=(X(i)-x1(g))^2+(Y(i)-y1(g))^2;
            dxds(g)=A*ep(g)+B;
            dyds(g)=C*ep(g)+D;
            nx(g)=(dyds(g))/Jco(g);
            ny(g)=-(dxds(g))/Jco(g);
            dudx(g)=x1(g)-X(i);          dudy(g)=y1(g)-Y(i);
            func(g)=nx(g)*dudx(g)+ny(g)*dudy(g);
            S2(g)=(func(g)*Jco(g)*w(g)*F2(g))/R2ij1(g);
        end
        ss2=sum(S2);
%**** next consider for (i,j-1) *****
        for g=1:10
            A=X(n-1)-2*X(n)+X(j);
            B=0.5*(X(j)-X(n-1));
            C=Y(n-1)-2*Y(n)+Y(j);
            D=0.5*(Y(j)-Y(n-1));
            Jco(g)=sqrt((A*ep(g)+B)^2+(C*ep(g)+D)^2);
            x1(g)=X(n-1)*F1(g)+X(n)*F2(g)+X(j)*F3(g);
            y1(g)=Y(n-1)*F1(g)+Y(n)*F2(g)+Y(j)*F3(g);
            R2ij1(g)=(X(i)-x1(g))^2+(Y(i)-y1(g))^2;

```

```

dxds(g)=A*ep(g)+B;
dyds(g)=C*ep(g)+D;
nx(g)=(dyds(g))/Jco(g);
ny(g)=-(dxds(g))/Jco(g);
dudx(g)=x1(g)-X(i);      dudy(g)=y1(g)-Y(i);
func(g)=nx(g)*dudx(g)+ny(g)*dudy(g);
S3(g)=(func(g)*Jco(g)*w(g)*F3(g))/R2ij1(g);
end
ss3=sum(S3);
%*****
Hhat(i,j)=-0.5*(ss1+ss2+ss3)/pi;
end
end

```

ในส่วนของ $j=2, j=3, 4, \dots, n-2, j=n-1$ และ $j=n$ ทำในทำนองเดียวกัน

3.2 กรณี $i=j$ จากสมการ (3.43) เขียนในรูปโปรแกรมเมทแลบได้ดังนี้

```

% Next we consider Hhat's values when i=j
Hhat1=sum(Hhat');
for i=1:n
    Hhat(i,i)=-Hhat1(1,i);
end

```

4. การคำนวณเมตริกซ์ G โดยใช้โปรแกรมเมทแลบ

ในการคำนวณเมตริกซ์ G กรณี $i \neq j$ และ $i=j$ จะเขียนไว้ด้วยกัน แบ่งการคำนวณออกเป็น $j=1, j=2, j=3, 4, \dots, n-2, j=n-1$ และ $j=n$ จากสมการ (3.46), (3.47), (3.48) และ (3.49) เขียนในรูปโปรแกรมเมทแลบได้ดังนี้

```

for i=1:n
    for j=1
% **** first consider for (i,j+1)*****
        for g=1:10
            A=X(j)-2*X(j+1)+X(j+2);
            B=0.5*(X(j+2)-X(j));
            C=Y(j)-2*Y(j+1)+Y(j+2);
            D=0.5*(Y(j+2)-Y(j));
            Jco(g)=sqrt((A*ep(g)+B)^2+(C*ep(g)+D)^2);
            x1(g)=X(j)*F1(g)+X(j+1)*F2(g)+X(j+2)*F3(g);
            y1(g)=Y(j)*F1(g)+Y(j+1)*F2(g)+Y(j+2)*F3(g);
            R2ij1(g)=sqrt((X(i)-x1(g))^2+(Y(i)-y1(g))^2);
            if i~=j
                S1(g)=(-0.5*Jco(g)*w(g)*F1(g)*log(R2ij1(g)))/pi;
                SS1=0;
            else
                dxds=-0.5*(3*X(j)-4*X(j+1)+X(j+2));
                dyds=-0.5*(3*Y(j)-4*Y(j+1)+Y(j+2));
                jacob1=sqrt((dxds)^2+(dyds)^2);
                SS1=(jacob1)/pi;
                red(g)=0.5*(1+ep(g));
                SS2(g)=-0.5*w(g)*log(red(g))*(jacob1)/pi;
                P1(g)=(-0.5*Jco(g)*w(g)*F1(g)*log(R2ij1(g)))/pi;
                S1(g)=P1(g)-SS2(g);
            end
        end
    end
end

```

```

        ssl=sum(S1)+SS1;
% **** next consider for (i,j) *****
        for g=1:10
            A=X(n)-2*X(j)+X(j+1);
            B=0.5*(X(j+1)-X(n));
            C=Y(n)-2*Y(j)+Y(j+1);
            D=0.5*(Y(j+1)-Y(n));
            Jco(g)=sqrt((A*ep(g)+B)^2+(C*ep(g)+D)^2);
            x1(g)=X(n)*F1(g)+X(j)*F2(g)+X(j+1)*F3(g);
            y1(g)=Y(n)*F1(g)+Y(j)*F2(g)+Y(j+1)*F3(g);
            R2ij1(g)=sqrt((X(i)-x1(g))^2+(Y(i)-y1(g))^2);
            if i~=j
                S2(g)=(-0.5*Jco(g)*w(g)*F2(g)*log(R2ij1(g)))/pi;
                SS1=0;
            else
                dxds=0.5*(X(j+1)-X(n));
                dyds=0.5*(Y(j+1)-Y(n));
                jacob1=sqrt((dxds)^2+(dyds)^2);
                SS1=(jacob1)/pi;
                red(g)=abs(ep(g));
                SS2(g)=-0.5*w(g)*log(red(g))*(jacob1)/pi;
                P2(g)=-0.5*Jco(g)*w(g)*F2(g)*log(R2ij1(g))/pi;
                S2(g)=P2(g)- SS2(g);
            end
        end
        ss2=sum(S2)+SS1;
%**** next consider for (i,j-1) *****
        for g=1:10
            A=X(n-1)-2*X(n)+X(j);
            B=0.5*(X(j)-X(n-1));
            C=Y(n-1)-2*Y(n)+Y(j);
            D=0.5*(Y(j)-Y(n-1));
            Jco(g)=sqrt((A*ep(g)+B)^2+(C*ep(g)+D)^2);
            x1(g)=X(n-1)*F1(g)+X(n)*F2(g)+X(j)*F3(g);
            y1(g)=Y(n-1)*F1(g)+Y(n)*F2(g)+Y(j)*F3(g);
            R2ij1(g)=sqrt((X(i)-x1(g))^2+(Y(i)-y1(g))^2);
            if i~=j
                S3(g)=-0.5*Jco(g)*w(g)*F3(g)*log(R2ij1(g))/pi;
                SS1=0;
            else
                dxds=0.5*(X(n-1)-4*X(n)+3*X(j));
                dyds=0.5*(Y(n-1)-4*Y(n)+3*Y(j));
                jacob1=sqrt((dxds)^2+(dyds)^2);
                SS1=(jacob1)/pi;
                red(g)=0.5*(1-ep(g));
                SS3(g)=-0.5*w(g)*log(red(g))*(jacob1)/pi;
                P3(g)=-0.5*Jco(g)*w(g)*F3(g)*log(R2ij1(g))/pi;
                S3(g)=P3(g)- SS3(g);
            end
        end
        end
        ss3=sum(S3)+SS1;
%*****
        G(i,j)=(ss1+ss2+ss3);
    end
end

```

ในส่วนของ $j=2, j=3, 4, \dots, n-2, j=n-1$ และ $j=n$ ทำในทำนองเดียวกัน