บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 Multi Commodity Flow

การไหลของสินค้าหลายประเภทคือ การขนส่งสินหลายประเภทจากต้นทางไปยังปลายทางโดยมีข้อจำกัดต่างๆดังนี้

- ผลรวมการไหลของสินค้าทุกชนิดบนโครงข่ายใดๆจะต้องไม่เกินความจุของโครงข่ายนั้นๆ (Capacity constraints)
- การไหลของสินค้าที่เข้าและออก node ต่างจะต้องเท่ากัน(Flow conservation)
- การไหลของสินค้าชนิดต่างๆไปยังจุดปลายทางจะต้องเพียงพอกับความต้องการของสินค้านั้นๆที่จุดปลายทาง (Demand satisfaction)

Aggarwal et al. (1995) ได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาแบบ ฮิวริสติกส์ในการแก้ปัญหาการไหลสำหรับสินค้าหลายประเภท โดยที่สมมุติให้ค่าปริมาณการไหลในแต่ละเส้นทางเป็นจำนวนเต็ม การแก้ปัญหาเริ่มจากการหาปัญหาตั้งต้น โดยแยกความจุของการไหลของสินค้าในแต่ละเส้นทางออกตามชนิดของสินค้า และทำการแยกปริมาณการไหลในแต่ละชนิดสินค้าให้เหลือเพียงโครงข่ายการไหลของสินค้าเพียงหนึ่งชนิด แล้วพิจารณาความจุของการไหลในเส้นทางใหม่ในแต่ละรอบการคำนวณเพื่อหาผลเฉลยที่ดีกว่า

Eksioglu et al. (2002) นำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบฮิวริสติกส์สำหรับการแก้ปัญหาห่วงโซ่อุปทานสำหรับสินค้าหลายชนิดโดยที่ฟังก์ชันต้นทุนนั้นสมมุติให้เป็นต้นทุนแบบรเพิ่มขึ้นคงที่ (Fixed Charge Cost Function) โดยใช้วิธีที่เรียกว่า MC–DSSP ซึ่งจะทำการปรับระดับความชันของกราฟในแต่ละรอบของการคำนวณ ซึ่งในแต่ละรอบการคำนวณจะหาค่าที่เหมาะสมนอกจากนั้นยังได้ใช้วิธีการผ่อนผันโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming Relaxation) เข้ามาช่วยในการแก้ไขปัญหาอีกด้วย

Babonneau (2006) นำวิธีแก้ปัญหาโดยใช้ Lagrangian เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหาการไหลของสินค้าหลายประเภทเพื่อลดระยะเวลาในการแก้ปัญหา ในการแก้ปัญหาโดยใช้ Lagrangian นั้นจะทำการปลดข้อบังคับบางข้อในสมการออกไป เพื่อความสะดวกในการแก้ปัญหา

2.2 Robust optimization

แบบจำลองเชิงคงทน (Robust Optimization) นั้น ได้นำเทคนิคเชิงโครงสร้างมาใช้มากกว่าการวิเคราะห์แบบความไว (sensitivity) ยกตัวอย่างเช่น การรับมือกับปัญหาที่จำเป็นต้องใช้เวลา หรือในที่ที่มีการเปลี่ยนแปลงของระบบเข้ามาเกี่ยวข้อง ตรงจุดนี้ผู้ผลิตผู้มีอำนาจตัดสินใจจะเลือกวิธีที่ยืดหยุ่นและสามารถปรับเปลี่ยนได้ ซึ่งพวกเขาจะจัดหาเครื่องมือกลไกมาใช้สำหรับปรับเปลี่ยนแบบจำลองแก่ลูกค้า อย่างไรก็ตามการหาผลเฉลยที่ดีที่สุด (typically optimizes) เป็นเพียงขั้นตอนแรกของการกระจายมูลค่าสินค้า และมองข้ามขั้นตอนต่อไปรวมถึงการตัดสินใจของผู้ผลิตที่มีความเสี่ยง ความสำคัญของการควบคุมการเปลี่ยนแปลงของวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นที่จับตามองในวงการการเงิน

ในแบบจำลอง Robust optimization จะเป็นการหาค่าที่ดีที่สุดของแบบจำลองโดยคำนึงถึงความไม่แน่นอนที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองนั้นด้วย โดยสิ่งไม่แน่นอนที่อาจจะเกิดขึ้นนั้นจะถูกนำมารวมอยู่ในฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (objective function) เรียกว่า ฟังก์ชันค่าปรับ (penalty function)

ตัวอย่างเช่น วิธีการที่รวม Goal Programming กับ การบรรยายข้อมูลเชิงเหตุการณ์ (Scenario-based description) ดังตัวอย่างปัญหากำหนดการเชิงเส้น ต่อไปนี้

$$Min \quad cx + dy$$

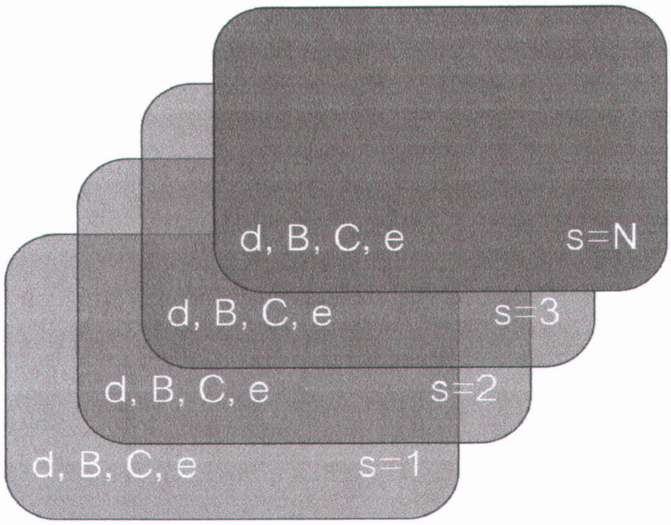
$$Subject \ to$$

$$Ax = b \tag{2.1}$$

$$Bx + Cy = e \tag{2.2}$$

$$x, y \leq 0 \tag{2.3}$$

ปัญหาดังกล่าวเป็นปัญหาการหาค่าต่ำที่สุดของสมการวัตถุประสงค์ $cx+dy$ โดยที่มีฟังก์ชันค่าปรับคือ (dy) เป็นส่วนที่แทนไม่แน่นอนที่อาจจะเกิดขึ้น สมการเงื่อนไขคือสมการที่ (1) และ (2) มี d, B, C และ e เป็นตัวแปรสุ่ม โดยมีค่าที่สามารถเป็นไปได้คือ (d(s), B(s), C(s), e(s) : s $\in$ {1,…,N})



รูปที่ 2.1 รูปแสดงเหตุการณ์ที่เกิดได้ทั้งหมด

โดยที่ N คือจำนวนของเหตุการณ์ที่สามารถเกิดได้ทั้งหมด กล่าวคือมีเหตุการณ์ที่สามารถเกิดได้ทั้งหมด N เหตุการณ์ และค่า d,B,C และ e จะเปลี่ยนไปตามเหตุการณ์นั้นๆ โดยที่ค่าของฟังก์ชันที่เหตุการณ์ต่างๆ (s) เขียนได้ดังนี้

$$f(x,y)=cx+\sum_{s} d(s)y(s)p(s) \tag{2.4}$$

จากสมการ $\sum_{s} d(s)y(s)$ คือส่วนของฟังก์ชันค่าปรับ (penalty function) ที่เหตุการณ์ (s) และ $p(s)$ คือโอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ (s) ในการแก้ปัญหาแบบ Robust optimization นั้นต้องพยายามทำให้ฟังก์ชันค่าปรับนั้นเป็นค่าที่สูงที่สุดที่จะเป็นไปได้ *Max* $\sum_{s} d(s)y(s)$ แต่ปัญหาหลักนั้นคือการ Minimize cost ที่เกิดขึ้น ดังนั้นโจทย์ข้อนี้จึงเป็นการหาคำตอบของ $Min(Max \sum_{s} d(s)y(s))$ กล่าวคือเป็นการหาผลเฉลยต่ำที่สุดของโดยที่ให้ฟังก์ชันค่าปรับมีค่ามากที่สุด หรือสามารถเรียกปัญหานี้ว่า Minimax (Mulvey et.al 1995)

การนำเอา Robust optimization มาใช้ในการสร้างแบบจำลองนั้นสารมารถออกแบบ แบบจำลองได้หลายวิธีเช่น วิธีข้างต้นโดยการนำผลของความแปรปรวนของข้อมูลเข้ามารวมอยู่ในฟังก์ชันจุดประสงค์ หรืออาจเปลี่ยนฟังก์ชันจุดประสงค์เลยก็ได้

ในการสร้างแบบจำลองสามารถนำมาต่อยอดวิธีคิดได้เช่น ในแบบจำลองด้านต้นนั้นจะไม่สามารถบอกได้ว่า ผลเฉลยที่ได้จากแบบจำลองเชิงคงทน (robust model) นั้นแตกต่างกับผลเฉลยที่ได้จาก แบบจำลองหาผลเฉลยดีที่สุด (nominal model) เท่าไร แต่ในแบบจำลอง Delta Formulation ที่จะกล่าวต่อไปนั้นสามารถบอกได้ว่าค่าความแตกต่างระหว่างผลเฉลยที่ได้จากแบบจำลอเชิงคงทน นั้นแตกต่างกับผลเฉลยจากแบบจำลองหาผลเฉลยหาค่าดีที่สุดเท่าไร

2.2.1 Extended Bertsimas-Sim (Delta) Formulation

Min		v		(2.5)
$s.t.$				
$\sum_j c_j x_j$	$\geq$	$\sum_j c_j x_j^* + \delta$		(2.6)
v	$\geq$	Δ_j	$\forall i \in I$	(2.7)
$\sum_{st} (a_{ij} + \hat{a}_{ij}) x_j - \sum_{st} \tilde{a}_{ij} s_{ij}$	$\leq$	b_i	$b_i \; \forall i \in I$	(2.8)
s_{ij}	$\leq$	x_{ij}	$\forall i \in I, \forall j \in J$	(2.9)
Δ_i	$\geq$	$l s_{ij(i,l)} - \sum_{st} [1 - x_{j(i,k)}]$	$\forall l = 1....l, \forall j \in J$	(2.10)
x_{ij}	$\in$	$\{0,1\}$	$\forall i \in I, \forall j \in J$	(2.11)
s_{ij}	$\in$	$\{0,1\}$	$\forall i \in I, \forall j \in J$	(2.12)

โดยที่

c_j = กำไรของตัวแปร j

I = Set ของข้อจำกัด (constraints)

J = Set ของตัวแปร (variables)

$\widetilde{a}_{ij}$ = ตัวตัดสินใจของ constraint i และ variable j

a_{ij} = ค่าเฉลี่ยของ $\widetilde{a}_{ij}$

$\hat{a}_{ij}$ = ค่าครึ่งนึงของ $\widetilde{a}_{ij}$

b_i = ค่า RHS ของ constrain i

$l(i, j)$ = ลำดับที่ j ของตัวแปร เมื่อนำค่าของ $\widetilde{a}_{ij}$ มาเรียงจากน้อยไปมาก

$j(i,l)$ = ลำดับแรกเริ่มของ j

y_j^* = ผลเฉลยดีที่สุดของตัวแปร j สำหรับปัญหาปกติ

δ = ค่าใช้จ่ายที่ผู้ประกอบการยอมที่จะจ่ายเพื่อที่จะแลกความ robustness ของแบบจำลอง

x_j = binary decision variable โดยเท่ากับ 1 เมื่อ ตัวแปรj มีความไม่แน่นอน และเท่ากับ 0 ในกรณีอื่น

s_{ij} = binary decision variable โดยเท่ากับ 1 เมื่อ $\widetilde{a}_{ij}$ ห้ามเป็น uncertain variable

Δ_i = จำนวนมากสุดของ x ในผลเฉลยที่จำเป็นต้องใช้ค่าเฉลี่ยเพื่อที่จะคงให้ constrain i ถูกต้อง

v = จำนวนมากสุดของ uncertain variable ที่จำเป็นต้องใช้ค่าเฉลี่ยแทนที่จะใช้ค่ามากที่สุดเพื่อที่จะคงให้ข้อจำกัดถูกต้อง

ในการแก้แบบจำลองเชิงคงทน (robust model) นั้นต้องทำการแก้แบบจำลองหาผลเฉลยดีที่สุด (nominal model) ก่อนเพื่อที่หาค่าผลเฉลยที่ดีที่สุดก่อน เพื่อนำมาแทนในสมการที่ 2.6 โดยสมการที่ 2.6 มีความหมายว่า ค่าใช้จ่ายที่ได้จาก robust model นั้นจะต้องมีค่าไม่น้อยไปกว่าค่าผลเฉลยที่ดีที่สุดของ nominal model บวกด้วยค่าใช่จ่ายที่ผู้ประกอบการยินดีที่จะจ่ายเพื่อให้ model มีความ robustness

ใน robust model ปกตินั้นแบบจำลองจะไม่สามารถบอกได้ว่า ค่าความแตกต่างของผลเฉลยระหว่างผลเฉลยที่ได้จาก robust model และผลเฉลยที่ได้จาก nominal model นั้นมีค่าเท่ากับเท่าไร แต่ว่าใน Extended Bertsimas –Sim (Delta) Formulation สามารถบอกได้โดยที่ผู้ประกอบการสามารถตัดสินใจได้ว่าต้องการจะจ่ายเท่าไรเพื่อแลกความ robustness ของแบบจำลอง

ในสมการที่ 2.8 เป็นสมการที่บอกว่าตัวแปรไหนเป็นตัวแปรที่มีความไม่แน่นอน นั้นให้สมมุติให้ใช้ค่าแย่ที่สุดของตัวแปรนั้น $\left(a_{ij}+\hat{a}_{ij}\right)$ โดยที่ a_{ij} คือค่าเฉลี่ย และ $\hat{a}_{ij}$ เป็นที่ครึ่งนึง ของความไม่แน่นอนเมื่อบวกกันจะได้ค่าแย่ที่สุดที่สามารถเกิดขึ้นได้ และในพจน์ $(\sum_{st}\widetilde{a}_{ij}s_{ij})$ คือ ส่วนที่เป็นตัวตัดสินใจว่าตัวแปร x นั้นสามารถเป็นตัวแปรที่มีความไม่แน่นอนได้หรือไม่

สมการที่ 2.9 กำหนดว่า s_{ij} ต้องมีค่าน้อยกว่า x_{ij} คือจำนวนตัวแปรที่มีความไม่แน่นอนจะต้องน้อยกว่าค่าที่ไม่ยอมให้ตัวแปรนั้นเกิดความไม่แน่นอน และในสมการที่ 2.10 นั้นจะเป็นสมการที่นับจำนวนของจำนวนตัวแปรที่ยอมให้เกิดความไม่แน่นอนขึ้นได้

แต่ในแบบจำลองนี้มีข้อเสียคือไม่สามารถบอกได้ว่าควรจะมีตัวแปรที่มีความไม่แน่นอนกี่ตัว ซึ่งจะต้องทดสอบหาผลเฉลย ถ้าไม่สามารถหาผลเฉลยได้ต้องลดจำนวนตัวแปรที่มีความไม่แน่นอนลงแล้วทำการทดสอบหาผลเฉลยใหม่

2.2.2 Extended chance constrained formulation

แบบจำลอง Extended chance constrained formulation นั้นเป็นแบบจำลองหาค่าระดับความน่าเชื่อถือสูงที่สุดโดยที่สามารถให้น้ำหนักของตัวแปรที่มีความไม่แน่นอนแต่ละตัวได้ตามความเหมาะสม

ในแบบจำลองนี้ได้นำค่าความน่าจะเป็น (probability) เข้ามาช่วยในการสร้างแบบจำลอง และจะไม่ต้องทำการแก้ปัญหาเพื่อหาจำนวนตัวแปรที่ยอมให้เป็นตัวแปรที่มีความไม่แน่นอน โดยในแบบจำลองจะทำการหาจำนวนตัวแปรที่ยอมให้เกิดความไม่แน่นอน และคำณวณให้ว่าที่ระดับความไม่แน่นอนที่เกิดขึ้นนั้นมีค่าความน่าเชื่อถืออยู่ที่เท่าไร นอกจากนี้แบบจำลองยังสามารถกำหนดค่าใช้จ่าย (penalty) เพื่อที่ทำให้แบบจำลองมีความคงทนมากขึ้น (robustness)

$$\max \quad \sum_{i\in I}\omega_i\gamma_i \tag{2.13}$$

$s.t.$

$$\sum_{j\in J}c_jx_j \geq \sum_{j\in J}c_jz_j^*-\Delta \tag{2.14}$$

$$\sum_{j\in J}A_{ij}x_j \leq \sum_{k=1}^{K}b_i^k\left(y_i^k-y_i^{k-1}\right) \quad \forall i\in I \tag{2.15}$$

y_i^k	$\geq$	y_i^{k-1}	$\forall k = 1,\ldots, K_i, i \in I$	(2.16)
y_i^0	$=$	0	$\forall i \in I$	(2.17)
y_i^K	$=$	1	$\forall i \in I$	(2.18)
γ_i	$\leq$	$\sum_{k=1}^{K} p_i^k \left(y_i^k - y_i^{k-1}\right)$	$\forall i \in I$	(2.19)
x_j	$\geq$	0	$\forall j \in J$	(2.20)
y_i^k	$\in$	$\{0,1\}$	$\forall k \in K, \forall j \in J$	(2.21)

$$0 \leq \gamma_i \leq 1 \qquad \forall i \in I \quad (2.22)$$

โดยที่

I	=	Set ของ constraints i
J	=	Set ของตัวแปร j
a_{ij}	=	ค่าสัมประสิทธิ์ของ constrain ที่ i ตัวที่ j
b_i	=	ค่า RSH ของ constrain ที่ i
k_i	=	ตัวเลข quantile ที่บอกถึง protection level
b_i^k	=	ค่า RHS ที่ quantile k
z^*	=	ค่า Optimal solution
w_i	=	weight of protection level of constraint I
p_i^k	=	ค่าความน่าจะเป็นของ constrain i ที่ protection level k
x_j	=	decision variables
γ_i	=	protection lever of constraint i

$$y_i^k = \begin{cases} 1 \text{ เมื่อ quantile k ถูก protect} \\ 0\text{ , otherwise} \end{cases}$$

	b≤2	b≤3	b≤5	b≤7	b≤8
	y1	y2	y3	y4	y5
Protection level	99%	95%	80%	65%	50%

ตารางที่ 2.1 ตารางแสดงค่า y ต่าง

ตัวอย่างการเลือกค่า y จากตารางจะเห็นว่ามีค่า y อยู่ 5 quantile โดยที่

y1 คือ b $\leq$ 2 มีโอกาสเกิด b $\leq$ 2 เท่ากับ 1% หรือว่ามี protection level = 99%

y2 คือ b $\leq$ 3 มีโอกาสเกิด b $\leq$ 3 เท่ากับ 5% หรือว่ามี protection level = 95%

y3 คือ b $\leq$ 5 มีโอกาสเกิด b $\leq$ 5 เท่ากับ 20% หรือว่ามี protection level = 80%

y4 คือ b $\leq$ 7 มีโอกาสเกิด b $\leq$ 7 เท่ากับ 35% หรือว่ามี protection level = 35%

y5 คือ b $\leq$ 8 มีโอกาสเกิด b $\leq$ 8 เท่ากับ 50% หรือว่ามี protection level = 50%

ถ้าเกิดเหตุการณ์ b $\leq$ 3 จะได้ค่า y1 =0, y2=0, y3=1, y4=1, y5=1 โดยที่จะมีค่า protection level = 95% และค่า protection level ที่ระดับ 80%, 65%, 50% จะถูก protect ด้วย

ในแบบจำลอง Extended Chance Constrained นั้นจะเป็นการแก้ปัญหาหาค่า protection ของตัวแปรที่สูงที่สุดโดยที่สามารถให้น้ำหนักของแต่ละตัวแปรได้ว่า ตัวแปรต่างๆมีความสำคัญมากเท่าไร

โดยในการแก้ปัญหา robust model นั้นต้องทำการแก้ปัญหาแบบจำลองหาผลเฉลยดีที่สุดก่อน (nominal model) ก่อนเหมือนกับในแบบจะลอง Bertsimus-Sim(Delta)Formulation โดยนำค่าที่ได้จาการแก้ปัญหา nominal model มาใส่ใน z_j^* เพื่อที่จะใช้ในการแก้ปัญหา robust model โดยที่สมาการที่ 2.14 นั้นหมายถึงกำไรที่ได้จาก robust model นั้นจะต้องมากกว่า กำไรที่ได้จาก nominal model ลบด้วยค่าใช้จ่ายที่ผู้ประกอบการยอมเสียเพื่อที่จะให้แบบจำลองมีความคงทนมากขึ้น

ในแบบจำลองจะทำการเลือกค่า y ที่มีความเหมาะสมที่สุดที่จะทำให้ค่า protection level ของแบบจำลองมีค่าสูงที่สุดโดยที่ค่า y_i^0 (ค่า y ที่ quantile แรก) จะต้องมีค่าเท่ากับ 0 และค่า y_i^K (ค่า y ที่ quantile สุดท้าย) จะต้องมีค่าเท่ากับ 1 และค่า โดยที่ค่า y นั้นจะต้องเรียงจากน้อยไปมากดังตางรางที่ 2.1

กล่าวคือ ค่า y ที่เลือกจะส่งผลต่อสองสมการในแบบจำลองคือ สมการ 2.15 และสมากรที่ 2.19 โดยในสมการ 2.15 นั้นแบบจำลองจำทำการเลือกค่า RHS ที่เหมาะสมโดยที่ Ax จะต้องไม่เกินค่า b และในสมการที่ 2.19 นั้นจะเก็บค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดค่า y นั้นๆ และค่า γ_i จะต้องน้อยกว่าค่าความน่าจะเป็นที่จะเกิด lavanya (2007)

Zanjani and Nourelfath (2008) ได้ศึกษาในการวางแผนการผลิตไม้ซึ่งเป็นสินค้าที่เป็นลักษณะแบบ หลายชนิดสินค้าและหลายช่วงเวลา ลักษณะพิเศษของไม้คือ ไม้เมื่อผ่าน

กระบวนการผลิตแล้วจะได้ไม้หลายขนาดจึงเป็น multi product และเมื่อผลิตออกมาแล้วจะต้องทำการเก็บรักษาเพื่อรอให้ลูกค้าสั่งสินค้าจึงเป็น multi period

ในงานวิจัยได้ทำการสร้างแบบจำลองขึ้นมา 2 แบบจำลอง โดยแต่ละแบบจำลองจะพิจารณาถึงความไม่แน่นอนที่จะเกิดขึ้นต่างกันคือ ในแบบจำลองแรกพิจารณาความไม่แน่นอนของวัตถุดิบคือ ท่อนซุง และแบบจำลองที่สองพิจารณาถึงต้นทุนการเก็บรักษาสินค้า (inventory cost) ซึ่งจากงานวิจัยสามารถสรุปได้ว่า หากเป็นบริษัทที่ต้องดูแลลูกค้าเป็นอย่างดีก็ควรที่จะใช้แบบจำลองที่พิจารณาถึงต้นทุนการเก็บรักษาสินค้าเนื่องจากจะทำให้สามารถควบคุมค่า customer service ได้ตามที่ต้องการซึ่งถ้าต้องการให้ customer service สูงนั้นก็จะต้องเสียค่าดูแลในด้านต้นทุนการเก็บรักษาสินค้าสูงตามไปด้วย แต่หากเป็นโรงงานที่ต้องการที่จะควบคุมค่าใช้จ่ายเป็นหลักก็ควรที่จะเลือกใช้ แบบจำลองที่พิจารณาถึงวัตถุดิบเนื่องจากจะสามารถควบคุมค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อวัตถุดิบได้

จากการทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องแล้วพบว่า แบบจำลอง Extended Chance Constrained มีความเหมาะสมที่สุดที่จะนำมาใช้ในการกระจายสินค้าน้ำตาลเนื่องจากสามารถสะท้อนถึงสถานการณ์จริงที่เกิดขึ้นได้ และสามารถกำหนดค่าใช้จ่ายที่ต้องการเพื่อที่จะทำให้แบบจำลองมีความคงทนได้ตามต้องการ